


# **Prediktivní řízení v reálném čase s využitím měření externí poruchy**

Real-time predictive control with measurable disturbance

Bc. Peter Januška

---

Diplomová práce  
2012

 Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Peter JANUŠKA**  
Osobní číslo: **A10848**  
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Prediktivní řízení v reálném čase s využitím měření externí poruchy**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte přehled různých metod prediktivního řízení a zhodnoťte jejich vhodnost pro řízení v reálném čase.
2. Odvoďte algoritmy řízení, které využívají měřitelnou poruchu, pro různé typy prediktivního řízení.
3. Změřte charakteristiky a vytvořte model vybrané laboratorní soustavy v prostředí Simulink.
4. Vytvořte prediktivní regulátory pro řízení této soustavy.
5. Porovnejte tyto regulátory vzájemně a také vůči jiným regulačním přístupům.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. KWON, W a S HAN. Receding horizon control: model predictive control for state models. London: Springer, 2005, 380 s. ISBN 1846280249.
2. CAMACHO, E a C BORDONS. Model predictive control. New York: Springer, c2004, 405 s. ISBN 18-523-3694-3.
3. KVASNICA, Milan. Real-time model predictive control via multi-parametric programming: theory and tools. Saarbrücken: VDM, 2009, 272 s. ISBN 978-363-9206-449.
4. MACIEJOWSKI, Jan Marian. Predictive control: with constraints. New York: Prentice Hall, 2002, 331 s. ISBN 02-013-9823-0.
5. QIN, S. Joe a Thomas A BADGWELL. A survey of industrial model predictive control technology. Control Engineering Practice. 2003(11), 733-764. Dostupné z: [http://cepac.cheme.cmu.edu/pasilectures/darciodolak/Review\\_article\\_2.pdf](http://cepac.cheme.cmu.edu/pasilectures/darciodolak/Review_article_2.pdf).
6. LJUNG, Lennart. System identification: theory for the user. 2nd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall PTR, 1999. ISBN 01-365-6695-2.
7. BOBÁL, V, J. BÖHM, J FESSL a J MACHÁČEK. Digital self-tuning controllers: algorithms, implementation and applications. London: Springer, 2005, 317 s. ISBN 18-523-3980-2.

Vedoucí diplomové práce:

**Ing. Petr Chalupa, Ph.D.**

Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce:

**24. února 2012**

Termín odevzdání diplomové práce:

**6. června 2012**

Ve Zlíně dne 24. února 2012

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*děkan*



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*

## **ABSTRAKT**

Práca sa zaoberá spôsobmi prediktívneho riadenia s využitím stavového popisu systému. Popisuje dva spôsoby prediktívneho riadenia líšiace sa prístupom ku stavom systému. V oblasti odhadovania stavu ponúka prehľad možných metód a ich vzájomné porovnanie. Praktická časť práce predstavuje názornú ukážku odvodenia prediktívneho regulátora a podáva súhrnný prehľad výsledkov z testovania regulátorov na reálnej sústave.

Kľúčové slová: prediktívne riadenie, RHC, stavové spätnoväzobné riadenie, spätnoväzobné riadenie výstupu, odhad stavu, IIR, FIR

## **ABSTRACT**

This thesis deals with forms of predictive control using state models of systems. It describes two forms of predictive control which difference depends on approach to system states. From estimation of states, some State Observers are introduced and compared. In the second part, two algorithms of predictive controllers are derived and results of real measurements are presented.

Keywords: Model Predictive Control, RHC, State feedback Control, Output feedback Control, State Observer, IIR, FIR

Na tomto mieste chcem poďakovať vedúcemu diplomovej práce Ing. Petru Chalupovi, Ph.D. za vedenie, vecné rady a pripomienky a taktiež rodine a priateľom podieľajúcim sa na korektúrach textu.

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČASŤ</b> .....	<b>10</b>
<b>1 PREDIKTÍVNE RIADENIE</b> .....	<b>11</b>
1.1 ÚVOD DO PREDIKTÍVNEHO RIADENIA.....	11
1.2 PRINCÍP PREDIKTÍVNEHO RIADENIA .....	12
1.3 MODELY PRE PREDIKTÍVNE RIADENIE .....	12
1.4 OPTIMALIZAČNÉ KRITÉRIUM.....	14
<b>2 RHC</b> .....	<b>15</b>
2.1 ÚVOD DO RHC.....	15
2.2 VÝHODY RHC.....	15
2.3 STATE FEEDBACK RHC.....	17
2.3.1 RHLQC .....	18
2.3.2 RH $H_{\infty}C$ .....	20
2.4 FILTRE.....	21
2.4.1 Úvod do filtrov .....	21
2.4.2 Duálny IIR filter .....	22
2.4.3 FIR filter .....	23
2.4.4 MVFIR filter .....	24
2.4.5 Rekurzívny MVFIR filter .....	26
2.4.6 $L_2$ -E FIR filter .....	27
2.5 OUTPUT FEEDBACK RHC .....	29
2.5.1 LQFMC .....	31
2.5.2 $L_2$ -E FMC.....	32
<b>II PRAKTICKÁ ČASŤ</b> .....	<b>33</b>
<b>3 IDENTIFIKÁCIA SYSTÉMU</b> .....	<b>34</b>
3.1 STATICKÁ CHARAKTERISTIKA.....	36
3.2 IDENTIFIKÁCIA MODELOM PRVÉHO RÁDU .....	38
<b>4 POROVNANIE FILTROV</b> .....	<b>40</b>
4.1 JEDNODUCHÝ FILTER .....	42
4.2 DUÁLNY IIR FILTER.....	43
4.3 MVFIR FILTER .....	44
4.4 REKURZÍVNY MVFIR FILTER .....	44
4.5 OBECNÝ FIR FILTER A $L_2$ -E FIR FILTER .....	45
4.5.1 Obecný FIR filter.....	45
4.5.2 $L_2$ -E FIR filter .....	46

4.6	VÝPOČTOVÁ NÁROČNOST .....	48
4.7	ZHODNOTENIE VÝSLEDKOV .....	49
<b>5</b>	<b>PREDIKTÍVNE REGULÁTORY .....</b>	<b>50</b>
5.1	ODVODENIE PREDIKTÍVNEHO REGULÁTORA S PENALIZÁCIOU $U$ .....	50
5.1.1	Predikcie stavov .....	50
5.1.2	Predikcie výstupu .....	51
5.1.3	Výpočet riadiaceho zákona .....	51
5.2	VPLYV VÁHOVEJ MATICE $R$ .....	53
5.2.1	Pozorovanie simulácií regulácie.....	53
5.2.2	Pozorovanie reálnej regulácie .....	55
5.3	UKÁŽKY REGULÁCIÍ .....	56
5.4	ODVODENIE PREDIKTÍVNEHO REGULÁTORA S PENALIZÁCIOU $\Delta U$ .....	58
5.4.1	Vyjadrenie $\Delta U$ .....	59
5.4.2	Vyjadrenie penalizačného členu.....	59
5.4.3	Výpočet riadiaceho zákona .....	60
5.5	VPLYV VÁHOVEJ MATICE $R$ .....	61
5.5.1	Pozorovanie simulácií regulácie.....	61
5.5.2	Pozorovanie reálnej regulácie .....	63
5.6	UKÁŽKY REGULÁCIÍ .....	65
	<b>ZÁVER .....</b>	<b>67</b>
	<b>ZÁVER V ANGLIČTINE.....</b>	<b>68</b>
	<b>ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY .....</b>	<b>69</b>
	<b>ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A ZKRATIEK.....</b>	<b>72</b>
	<b>ZOZNAM OBRÁZKOV .....</b>	<b>74</b>
	<b>ZOZNAM TABULIEK .....</b>	<b>76</b>
	<b>ZOZNAM PRÍLOH.....</b>	<b>77</b>

## ÚVOD

Prediktívne riadenie, ako jeden z moderných spôsobov riadenia nielen technologických procesov, zaznamenáva v súčasnej dobe rýchly rozmach vďaka mnohým prednostiam, ktoré ponúka. V staršej literatúre sa čitateľ často stretne s názorom, že pod pojem prediktívne riadenie možno zahrnúť skupiny prístupov ku riadeniu ako napríklad MPC (Model Predictive Control), GPC (Generalized Predictive Control) a napríklad RHC (Receding Horizon Control), kde prístupy MPC a GPC pracujú so vstupno-výstupným modelom systému, naopak prednosťou RHC je práve práca s modelom systému v stavovom priestore. Dnes takéto striktné rozdelenie nie je v odbornej praxi zaužívané, i keď sa všetky tri oblasti prediktívneho riadenia vyvíjali nezávisle od seba. Dnes sa skôr jednotlivé termíny používajú na rôzne pomenovanie rovnakých techník prístupu.

Pri návrhu prediktívneho regulátora sa môžeme stretnúť s dvoma prípadmi, ktoré do značnej miery ovplyvnia ďalší postup návrhu. Ide hlavne o spôsob prístupu ku stavom systému, konkrétne o možnosť merania jednotlivých stavov. V prípade, že je možné neustále merať jednotlivé stavy systému, je pre riadenie použitá štruktúra „State feedback“. Naopak, v prípade kedy nie je možné získať informácie o stavoch, či už z dôvodu technologického alebo finančného, je nutné pracovať so štruktúrou „Output feedback“. V tomto prípade je nutné chýbajúce nemerateľné stavy odhadovať. Odhad stavu môže byť zrealizovaný niekoľkými rôznymi postupmi. V anglickej literatúre je možné túto problematiku vyhľadať pod názvom „State Observer“ alebo napríklad „Estimation of States“. V prípade stochastických systémov hovoríme o tzv. filtroch, v prípade deterministických systémov hovoríme o odhade stavov. V odbornej praxi je zaužívaný pojem „filter“ pre oba prípady. Úlohou filtra je teda podať čo najpresnejšiu informáciu o aktuálnej hodnote stavu s použitím nameraných predošlých hodnôt vstupu a výstupu systému. Pri návrhoch filtrov pre použitie v prediktívnom riadení sa pracuje v diskretnej časovej oblasti. Aktuálne hodnoty veličín sú značené  $x_k$ , kde index  $k$  značí práve aktuálnu hodnotu. Predošlé hodnoty veličín sú označované  $x_{k-1}$ ,  $x_{k-2}$ ,  $x_{k-3}$ ,... čo značí hodnoty v predchádzajúcich periódach vzorkovania.

Cieľom práce je podať stručný prehľad niektorých typov filtrov, porovnať odolnosť voči rôznym úrovňam šumu a taktiež zhodnotiť, ktorý z filtrov najviac vyhovuje pre návrh prediktívneho regulátora, ďalej predstaviť spôsoby prediktívneho riadenia, identifikovať reálny model, navrhnúť prediktívny regulátor a zhodnotiť získané výsledky z meraní.

## **I. TEORETICKÁ ČASŤ**

# 1 PREDIKTÍVNE RIADENIE

## 1.1 Úvod do prediktívneho riadenia

Prediktívne riadenie je jednou z moderných metód riadenia, ktorá vo veľkej miere nachádza uplatnenie v rôznych oblastiach priemyslu a nadobúda čím ďalej tým väčšiu popularitu. V technikách prediktívneho riadenia sa využívajú diskkrétne modely riadených procesov, preto príslušné odvodené riadiace zákony sú taktiež popísané v diskrétnom tvare. Pod pojem „*prediktívne riadenie*“ spadá skupina prístupov, metód riadenia, ktoré sa vyznačujú určitou spoločnou charakteristikou. Napríklad, v prediktívnom riadení slúži pre výpočet budúcich hodnôt akčných zásahov znalosť matematického modelu riadeného systému, ktorý zároveň slúži na získanie budúcich odoziev systému na daný budiaci signál. Postupnosť referenčného signálu smerom do budúcnosti je taktiež známa. Pri výpočte trajektórie budúcich riadiacich zásahov je zohľadnené optimalizačné kritérium, nazývané tiež účelová funkcia. Z vypočítanej postupnosti akčných zásahov sa v danom kroku aplikuje len prvá hodnota, pričom v nasledujúcom kroku sa celý postup výpočtu opakuje. Podrobnejší postup výpočtu akčných zásahov je uvedený v nasledujúcej podkapitole. [3]

Jednou z predností, ktorou prediktívne riadenie disponuje, je možnosť zahrnutia obmedzení na rozsah vstupných, stavových alebo výstupných veličín priamo do výpočtu postupnosti akčných zásahov. Aj vďaka tomu je kvalita regulácie v porovnaní s reguláciou pomocou PID regulátora vyššia. Prediktívne regulátory je možné použiť na riadenie neminimálne fázových systémov, nestabilných a mnohorozmerných systémov a taktiež systémov s dopravným oneskorením. [3], [16]

V minulosti bolo prediktívne riadenie považované za metódu vhodnú prevažne pre pomalé procesy. S neustálym a rýchlo sa rozvíjajúcim vývojom v oblasti výpočtovej techniky však už tento problém nepredstavuje pre mnohé aplikácie pracujúce v reálnom čase významné obmedzenie. [2]

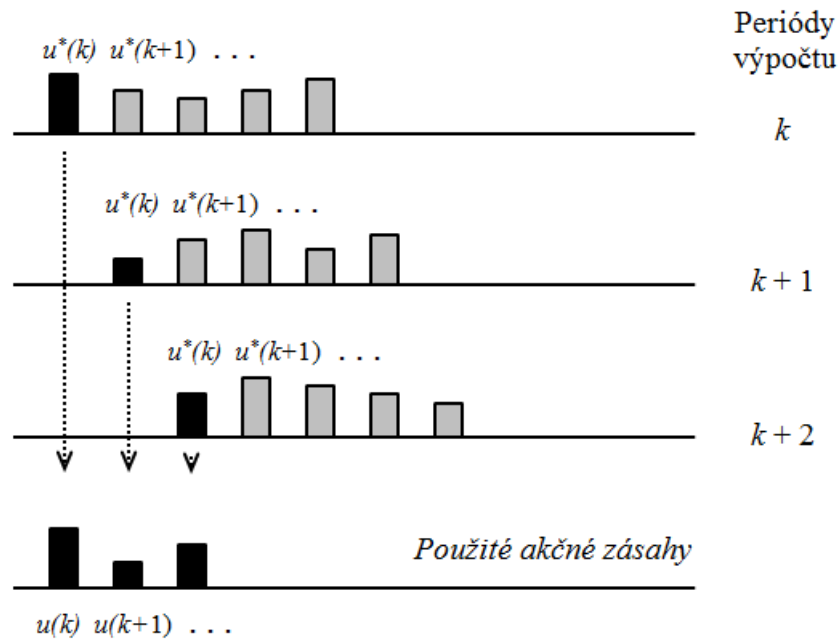
Mnohé termíny a pomenovania, ktoré sa s prediktívnym riadením spájajú slúžia dnes prevažne na rôzne pomenovanie rovnakých techník prístupu, pričom sa používajú i nové termíny, ako napríklad FMGPC (Finite Memory Generalized Predictive Control) v zmysle detailnejšieho spresnenia a odlišenia prístupu. [2], [21], [22]

## 1.2 Princíp prediktívneho riadenia

Vďaka známemu modelu reálneho procesu je prediktívny regulátor schopný určiť budúce hodnoty výstupu systému na vopred pevne stanovenom horizonte predikcií. Predikcie v danom diskretnom čase  $k$  sú počítané vzhľadom k informáciám dostupným do tohto času. Trajektória budúcich akčných zásahov je určená pomocou riešenia optimalizačnej úlohy s použitím vhodnej účelovej funkcie a vzhľadom na stanovené obmedzenia. Účelová funkcia, zvolené optimalizačné kritérium, v sebe zahŕňa budúce predikcie výstupu systému, trajektóriu budúcich hodnôt referenčného signálu a hodnoty budúcich akčných zásahov. Z celej vypočítanej trajektórie budúcich akčných zásahov sa v danom kroku, v danej perióde vzorkovania, použije len prvá hodnota tejto trajektórie, ostatné hodnoty sa na riadení nepodieľajú. V nasledujúcom kroku sa celý postup opakuje. Popísaný princíp je označovaný pojmom „*Stratégia pohyblivého horizontu*“. Je názorne predstavený na obr. 1. [11], [23]

## 1.3 Modely pre prediktívne riadenie

Prakticky je možné v prediktívnom riadení používať ľubovoľný model procesu. Podmienkou je, aby dotýčny model vystihoval čo najpresnejšie vlastnosti reálnej sústavy. Model je potrebný práve pre výpočet predikcií budúcich hodnôt výstupnej veličiny systému. Pri uvažovaní porúch je možné použiť také tvary modelov, ktoré v sebe danú poruchu priamo zahŕňajú. Poruchy môžu byť uvažované konštantné, napríklad šum, alebo v modeli figurujú ako ďalší vstup systému, v tomto prípade merateľný, neovplyvniteľný. Medzi známe a často používané modely patrí napríklad impulzná funkcia systému, teda odozva systému na Diracov impulz, pri nulových počiatkových podmienkach.



Obr. 1. Stratégia pohyblivého horizontu

Tento model môže byť použitý len pre stabilné systémy. Používaný je vďaka jeho jednoduchosti, ľahkej identifikácii bez nutnosti znalosti štruktúry systému a vďaka možnosti práce i s neminimálne fázovými systémami. Prechodová funkcia je model, získaný ako odozva systému na Heavisidov jednotkový skok pri nulových počiatkových podmienkach. Tento model je podobný modelu impulznej funkcie, oba modely majú spoločné výhody i nevýhody. Pre stabilné systémy sa pre popis výstupu používa diskretná prechodová funkcia obmedzená na niekoľko prvých členov. Model v tvare prenosovej funkcie využívaný napríklad v prístupe GPC je prakticky veľmi využívaný. Veľkou výhodou je, že tento model je možné použiť i pre nestabilné systémy. V prípade systému s meranou poruchou je možné tento model rozšíriť o prenosovú funkciu poruchy. Nevýhodou pri použití modelu tohto tvaru je nutnosť znalosti stupňov mnohočlenov čitateľa a menovateľa. V prípade požiadavku na popis stochastického správania systému je vhodné použiť model typu ARX (Autoregressive model with external input). Stavový popis systému je model, ktorého hlavná prednosť spočíva v tom, že tvar popisu jednorozmerných i mnohorozmerných systémov je rovnaký. Ďalej je možné použiť napríklad modely v tvare sústav diferenciálnych rovníc, ktorých nevýhody sa prejavujú hlavne v procese simulácie a optimalizácie. Použiteľné sú taktiež modely vo forme neurónových sietí. [8], [23]

## 1.4 Optimalizačné kritérium

Optimalizačné kritérium, nazývané tiež účelová funkcia, je nevyhnutné pre realizáciu prediktívneho riadenia. Výpočet postupnosti akčných zásahov je realizovaný práve pomocou optimalizácie tejto funkcie. Najčastejšie používaným je kvadratické kritérium ktoré zahŕňa regulačnú odchýlku a počítané akčné zásahy. Pre dosiahnutie lepších výsledkov regulácie je možné použiť kritérium s členom penalizácie zmien akčných zásahov. Vplyv váhy jednotlivých členov je presne definovaný násobenými symetrickými maticami. Hlavné váhy sa nachádzajú na hlavnej diagonále matíc. Váhy nemusia byť vždy rovnaké, obecné sa však na hlavnú diagonálu umiestňujú prvky rovnakých hodnôt. [4], [17]

V praktickej časti práce sa nachádzajú dva tvary používanej účelovej funkcie so zámerom testovania vplyvu zmien hodnôt váhových matíc na kvalitu regulácie a so zámerom vzájomného porovnania.

## 2 RHC

### 2.1 Úvod do RHC

Receding Horizon Control možno považovať za prediktívne riadenie zamerané na použitie modelu systému vo forme stavového popisu. RHC označuje optimálne riadenie získané optimalizáciou účelovej funkcie buď na konečnom alebo nekonečnom horizonte, v zmysle stratégie pohyblivého horizontu. Hlavným prvkom určujúcim postup výpočtu riadiaceho zákona v RHC je možnosť merania stavov systému. Ak je možné v reálnom procese získavať aktuálne hodnoty všetkých stavov meraním, hovoríme o spätnoväzobnom stavovom prediktívnom riadení (State feedback RHC). Na druhej strane, ak je možné získavať meraním len aktuálne hodnoty výstupu systému, hovoríme o spätnoväzobnom prediktívnom riadení výstupu (Output feedback RHC). Meranie aktuálnych hodnôt stavov môže byť technologicky nemožné alebo finančne veľmi nákladné. Vo väčšine prípadov je RHC reprezentované vo forme spätnoväzobného stavového riadenia, kedy sú všetky stavy systému známe. V prípade, kedy stavy nie sú známe, je možné z nameraných hodnôt vstupov a výstupov zrealizovať odhady všetkých stavov. Aparát na odhad stavov stochastických systémov sa nazýva filter. Pre odhad stavov deterministických systémov sa nazýva rekonštruktor stavu. Všeobecne je zaužívané pomenovanie filter pre oba typy rekonštruktorov. Známe filtre ako Luenbergerov filter pre deterministické systémy a Kalmanov filter pre stochastické systémy patria do skupiny IIR (Infinite Impulse Response) filtrov. Ich veľkou nevýhodou je, že spracovávajú všetky namerané hodnoty od počiatočného kroku  $k_0$  až do kroku  $k$ . Existuje však princíp, kedy je možné využívať len namerané hodnoty na blízkom uzavretom horizonte  $[k-N_f, k]$  a stavy odhadovať pomocou lineárnej kombinácie nameraných vstupov a výstupov s použitím váhových matíc za účelom minimalizácie odchýlky odhadu stavu od skutočného stavu. Parameter  $N_f$  sa nazýva horizont filtra, je voliteľný. Tento druh filtra sa často nazýva RHF (Receding Horizon Filter). Nesú globálne označenie FIR (Finite Impulse Response). [7], [15], [18]

### 2.2 Výhody RHC

K podporeniu kladného názoru a k získaniu predstavy o výhodách RHC môže prispieť nasledujúci súhrn niektorých predností RHC:

- Aplikovateľnosť na širokú škálu systémov.

Princíp riešenia optimalizačného problému na konečnom horizonte, z čoho samotné RHC vychádza, môže byť použitý na riadenie rôznych druhov systémov, zahŕňajúc ako nelineárne systémy, tak i systémy s dopravným oneskorením.

- Systematický prístup k získaniu uzavretého spätnoväzobného riadenia.

Optimálne riadenie lineárnych systémov s obmedzeniami vstupov alebo výstupov a optimálne riadenie nelineárnych systémov vedie obyčajne na riadenie v otvorenom regulačnom obvode. RHC zabezpečuje vďaka metóde kľzavého horizontu vždy spätnoväzobné riadenie.

- Schopnosť manipulácie s obmedzeniami.

Pri riešení praktických úloh regulácie sú vo väčšine prípadov kladené požiadavky na obmedzenia vstupných, stavových alebo výstupných veličín systému. RHC ponúka efektívny spôsob aplikácie riadiaceho zákona použitím napríklad kvadratického (QP) alebo semidefinitného programovania (SDP).

- Efektívnosť prístupu.

RHC využíva znalosť hodnôt referenčného signálu na konečnom horizonte. Klasické prístupy regulácie s použitím PID regulátorov pracujú v danej chvíli len s aktuálnou hodnotou referenčného signálu. RHC prístup vďaka znalosti viacerých hodnôt dopredu zabezpečí efektívnejší zásah do regulovanej sústavy a tým zvyšuje kvalitu regulácie.

- Dobré výsledky pri použití lineárnych systémov.

Podobne ako optimálne riadenie LQ (Linear Quadratic), LQG (Linear Quadratic Gaussian) alebo  $H_\infty$  riadenie sa i RHC riadenie vyznačuje obdobnou kvalitou. Navyše ponúka viac voliteľných parametrov, ako napríklad váhové matice konečných stavov a dĺžku horizontu. Ladením týchto parametrov je možné zlepšovať kvalitu regulácie. [15]

### 2.3 State Feedback RHC

Predpokladom tohto typu riadenia je merateľnosť všetkých stavov systému. Model systému v diskretnom tvare môžeme zapísať nasledovne:

$$\begin{aligned}x_{k+j+1} &= Ax_{k+j} + Bu_{k+j} \\z_{k+j} &= C_z x_{k+j}\end{aligned}\quad (1)$$

kde  $k$  a  $j$  znamenajú aktuálny krok a počet krokov dopredu od aktuálneho kroku. Zápis  $x_{k+j}$ ,  $z_{k+j}$  a  $u_{k+j}$  znamená budúci stav, budúci riadený výstup a budúci akčný zásah v kroku  $k+j$ . Uvedené riadiace zákony boli odvodené použitím dvoch optimalizačných kritérií. Pre RHLQ (Receding Horizon Linear Quadratic) riadenie bola použitá minimalizácia optimalizačného kritéria v tvare

$$J = \sum_{j=0}^{i_f-k-1} \left[ (x_{k+j} - x_{k+j}^r)^T Q (x_{k+j} - x_{k+j}^r) + u_{k+j}^T R u_{k+j} \right] + (x_{i_f} - x_{i_f}^r)^T Q_f (x_{i_f} - x_{i_f}^r) \quad (2)$$

Vzhľadom na koncový stav rozlišujeme tri možnosti. Ak je koncový stav presne určený a musí byť dodržaný, váhová matica  $Q_f$  nadobúda hodnotu 0. V prípade voľby penalizácie koncového stavu je matica  $Q_f$  nenulová a v poslednom rade, na koncový stav nemusia byť kladené žiadne požiadavky, váhová matica  $Q_f$  je nulová. Je vidieť, že optimalizačné kritérium závisí na počiatkovej hodnote stavu, na trajektórii referenčného signálu a na zvolenej dĺžke horizontu predikcií  $N$ . Poslednú časovú hodnotu  $i_f$  je možné vyjadriť pomocou horizontu predikcií  $N$  v tvare  $k+N$ .

Pre odvodenie  $H_\infty$  riadenia bolo použité takzvané *minimax* kritérium v tvare

$$\begin{aligned}J &= \sum_{j=0}^{i_f-k-1} \left[ (x_{k+j} - x_{k+j}^r)^T Q (x_{k+j} - x_{k+j}^r) + u_{k+j}^T R u_{k+j} - \gamma^2 w_{k+j}^T R_w w_{k+j} \right] + \\ &+ (x_{i_f} - x_{i_f}^r)^T Q_f (x_{i_f} - x_{i_f}^r)\end{aligned}\quad (3)$$

ktorého minimum sa hľadá za predpokladu pôsobenia maximálnej poruchy  $w$ , v čom je rozdiel oproti predošlému kritériu. V tomto prípade je uvažovaný systém v tvare

$$\begin{aligned}x_{k+j+1} &= Ax_{k+j} + Bu_{k+j} + B_w w_{k+j} \\z_{k+j} &= C_z x_{k+j}\end{aligned}\quad (4)$$

Opomenutím poruchy, obe kritériá sú závislé na počiatkovej hodnote stavu a na trajektórii referenčného signálu. [5], [15]

### 2.3.1 RHLQC

Nasledující uvedené řídiace zákony spätnävazobného stavového říadenia zahřňajú prístup bez uvedenia požiadaviek na koncový stav a taktiež prístup, kedy je koncový stav presne definovaný a musí byť dodržaný.

Bez podmienky na koncovú hodnotu stavu bol analyticky s využitím optimalizačného kritéria (2) získaný řídiaci zákon v tvare:

$$u_k = -R^{-1}B^T [I + K_{k+1}BR^{-1}B^T]^{-1} [K_{k+1}Ax_k + g_{k+1}] \quad (5)$$

kde  $K_{k+1}$  a  $g_{k+1}$  sú určené vzťahmi

$$\begin{aligned} K_{k+j} &= A^T [I + K_{k+j+1}BR^{-1}B^T]^{-1} K_{k+j+1}A + Q \\ g_{k+j} &= A^T [I + K_{k+j+1}BR^{-1}B^T]^{-1} g_{k+j+1} - Qx_{k+j}^r \end{aligned} \quad (6)$$

s podmienkami

$$\begin{aligned} K_{k+N} &= Q_f \\ g_{k+N} &= -Q_f x_{k+N}^r \end{aligned} \quad (7)$$

Využitím vyjadrenia predikcií môže byť stavová rovnica z (1) vyjadrená v tvare

$$X_k = FX_k + HU_k \quad (8)$$

kde matice  $U_k$ ,  $X_k$ ,  $F$  a  $H$  sú plnené nasledovne:

$$U_k = \begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ \vdots \\ u_{k+N-1} \end{bmatrix}, \quad X_k = \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k+1} \\ \vdots \\ x_{k+N-1} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} I \\ A \\ \vdots \\ A^{N-1} \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ B & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ AB & B & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A^{N-2}B & A^{N-3}B & \cdots & B & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Pre koncový stav platí

$$x_{k+N} = A^N x_k + \bar{B}U_k \quad (10)$$

kde

$$\bar{B} = [A^{N-1}B \quad A^{N-2}B \quad \cdots \quad B] \quad (11)$$

Zadefinováním matic  $\bar{Q}_N$  a  $\bar{R}_N$  ako diagonálních matic o rozmeru  $N$  s prvky  $Q$  a  $R$  na hlavnej diagonále je možné kritérium (2) zapísať v tvare

$$J = [X_k - X_k^r]^T \bar{Q}_N [X_k - X_k^r] + U_k^T \bar{R}_N U_k + (x_{k+N} - x_{k+N}^r)^T Q_f (x_{k+N} - x_{k+N}^r) \quad (12)$$

kde

$$X_k^r = \begin{bmatrix} x_k^r \\ x_{k+1}^r \\ \vdots \\ x_{k+N-1}^r \end{bmatrix} \quad (13)$$

Roznásobením, úpravou optimalizačného kritéria (2) a deriváciou kritéria podľa  $U_k$  s položením  $\frac{\partial J}{\partial U_k} = 0$  je možné získať riadiaci zákon v tvare

$$U_k = -[W + \bar{B}^T Q_f \bar{B}]^{-1} [H^T \bar{Q}_N (F x_k - X_k^r) + \bar{B}^T Q_f (A^N x_k - x_{k+N}^r)] \quad (14)$$

kde

$$W = H^T \bar{Q}_N H + \bar{R}_N \quad (15)$$

ktorého prvý člen je použitý ako akčný zásah v danom kroku. [15]

V prípade obmedzenia koncového stavu nadobúda kritérium (2) tvar

$$J = \sum_{j=0}^{N-1} [(x_{k+j} - x_{k+j}^r)^T Q (x_{k+j} - x_{k+j}^r) + u_{k+j}^T R u_{k+j}] \quad (16)$$

kde

$$x_{k+N} = x_{k+N}^r \quad (17)$$

Analytickým odvodením je možné získať riadiaci zákon

$$u_k = -R^{-1} B^T (I + K_{k+1} B R^{-1} B^T)^{-1} [K_{k+1} A x_k + M_{k+1} S_{k+1}^{-1} (x_{k+N}^r - M_k^T x_k - h_k) + g_{k+1}] \quad (18)$$

kde

$$\begin{aligned}
K_{k+j} &= A^T K_{k+j+1} (I + BR^{-1}B^T K_{k+j+1})^{-1} A + Q \\
M_{k+j} &= (I + BR^{-1}B^T K_{k+j+1})^{-T} M_{k+j+1} \\
S_{k+j} &= S_{k+j+1} - M_{k+j+1}^T B (B^T K_{k+j+1} B + R)^{-1} B^T M_{k+j+1} \\
g_{k+j} &= A^T g_{k+j+1} - A^T K_{k+j+1} (I + BR^{-1}B^T K_{k+j+1})^{-1} BR^{-1}B^T g_{k+j+1} - Qx_{k+j}^r \\
h_{k+j} &= h_{k+j+1} - M_{k+j+1}^T (I + BR^{-1}B^T K_{k+j+1})^{-1} BR^{-1}B^T g_{k+j+1}
\end{aligned} \tag{19}$$

s ohraničujícími podmienkami

$$\begin{aligned}
K_{k+N} &= 0 \\
M_{k+N} &= I \\
S_{k+N} &= 0 \\
g_{k+N} &= 0 \\
h_{k+N} &= 0
\end{aligned} \tag{20}$$

S využitím matic predikcii (9) s ohľadom na kritérium (16) platí pre riadiaci zákon vzťah

$$U_k = -\bar{R}_N^{-1} \begin{bmatrix} H \\ \bar{B} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Q}_N & 0 \\ 0 & Q_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ \bar{B} \end{bmatrix} \bar{R}_N^{-1} + I \begin{bmatrix} H \\ \bar{B} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{Q}_N & 0 \\ 0 & Q_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ A^N \end{bmatrix} x_k - \begin{bmatrix} X_k^r \\ x_{k+N}^r \end{bmatrix} \tag{21}$$

ktorého opäť len prvý člen je aplikovaný v danom kroku. [19]

### 2.3.2 RH H<sub>∞</sub>C

Pre uvažovaný systém podľa rovnice (4) s počiatočným stavom  $x_k$  platí s využitím optimalizačného kritéria (3) riadiaci zákon

$$u_k = -R^{-1}B^T \Lambda_{k+1}^{-1} [M_{k+1}Ax_k + g_{k+1}] \tag{22}$$

a pre najhorší možný vstup vyvolávajúci poruchu platí

$$w_k = \gamma^{-2} R_w^{-1} B_w^T \Lambda_{k+1}^{-1} [M_{k+1}Ax_k + g_{k+1}] \tag{23}$$

kde

$$\begin{aligned}
M_{k+j} &= A^T \Lambda_{k+j+1}^{-1} M_{k+j+1} A + Q \\
g_{k+j} &= -A^T \Lambda_{k+j+1}^{-1} g_{k+j+1} - Qx_{k+j}^r \\
\Lambda_{k+j+1} &= I + M_{k+j+1} (BR^{-1}B^T - \gamma^{-2} B_w R_w^{-1} B_w^T)
\end{aligned} \tag{24}$$

s podmienkami

$$\begin{aligned}M_{k+N} &= Q_f \\g_{k+N} &= -Q_f x_{k+N}^r\end{aligned}\tag{25}$$

Riadiaci zákon odvodený použitím predikčných matic je i s postupom odvodu uvedený napríklad v [12].

## 2.4 Filtre

### 2.4.1 Úvod do filtrov

Filtre sú neoddeliteľnou súčasťou regulačného obvodu v prípade, kedy nie je možné získať informácie o všetkých stavoch. Filter slúži na odhad týchto stavov. Existujú filtre viacerých druhov. Na základe spôsobu spracovania vstupných dát sa filtre delia na lineárne a nelineárne. Lineárne filtre sa jednoduchšie implementujú a vyznačujú sa jednoduchšími nárokmi na výpočet oproti nelineárnym filtrom. Na základe trvania impulznej odozvy rozlišujeme filtre typu IIR (Infinite Impulse Response) a FIR (Finite Impulse Response). V oblasti riadenia sú veľmi populárne rekurzívne IIR filtre ako napríklad Kalmanov filter, no ich nevýhodou je napríklad divergencia. Nerekurzívne filtre sú populárne v oblasti spracovania signálov, vyznačujú sa dobrými vlastnosťami, napríklad garanciou stability a robustnosťou voči dočasným zmenám parametrov sústavy. Filtre môžu byť nezávislé na počiatočnej hodnote stavu, ak táto hodnota nie je známa a nie je merateľná, predovšetkým sa jedná o filtre typu FIR. Štandardný Kalmanov filter je na počiatočnej hodnote stavu závislý. Filtre typu FIR využívajú podobne ako samotné prediktívne riadenie princíp pohyblivého horizontu. Potrebný odhadovaný stav je počítaný z minulých hodnôt vstupu a výstupu systému na konečnom horizonte. Tento horizont sa v každom kroku posúva dopredu. FIR filtre sa ďalej vyznačujú tým, že lineárnosť, minimalizácia odchýlok a nezávislosť od počiatočnej hodnoty stavu sú požiadavky, ktoré sú zabudované priamo do návrhu filtra. [24]

### 2.4.2 Duálny IIR filter

Pri odvodení duálneho IIR filtra sa vychádza z lineárneho diskrétného stavového modelu

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Gw_k \\ y_k &= Cx_k + v_k\end{aligned}\quad (26)$$

kde  $x_k$  je stav,  $u_k$  je vstup,  $y_k$  je výstup systému,  $w_k$  a  $v_k$  sú poruchy reprezentované bielym šumom. Kovarianciu týchto šumov špecifikujú pozitívne definitné matice  $Q_w$  a  $R_v$ . Predpokladá sa, že systém je pozorovateľný, teda rekonštruktor stavu je realizovateľný. Duálny IIR filter sa dá jednoducho odvodiť z porovnania riadiaceho zákona pre LQ riadenie s Kalmanovým filtrom. [15], [20]

Pomocou získaných podobností je možné odvodiť filter pre RHLQ riadenie práve z RHLQ riadiaceho zákona. Toto porovnanie je uvedené napríklad v [15]. Na základe kvadratického optimalizačného kritéria

$$J = \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \left[ (y_k - y_k^r)^T \bar{Q} (y_k - y_k^r) + u_k^T R u_k \right] + (y_{k_f} - y_{k_f}^r)^T \bar{Q}_f (y_{k_f} - y_{k_f}^r) \quad (27)$$

kde  $x$  je stav,  $u$  je vstup,  $y$  je výstup,  $y^r$  je referenčný signál a  $\bar{Q} > 0$ ,  $R > 0$ ,  $\bar{Q}_f > 0$  sú váhová matica stavu, váhová matica vstupu a váhová matica finálneho stavu, platí pre optimálne LQ riadenie s Kalmanovým filtrom a s nulovým referenčným signálom riadiaci zákon

$$u_k = -[R + B^T K_{k+1} B]^{-1} B^T K_{k+1} A x_k \quad (28)$$

s Riccatiho rovnicou v tvare

$$K_k = A^T [I + K_{k+1} B R^{-1} B^T]^{-1} K_{k+1} A + Q \quad (29)$$

s podmienkou

$$K_{k_0+N} = Q_f \quad (30)$$

Štandardný Kalmanov filter je možné zapísať v tvare

$$x_{k+1} = Ax_k + AP_k C^T (C P_k C^T + R_v)^{-1} (y_k - Cx_k) \quad (31)$$

s Riccatiho rovnicou v tvare

$$P_{k+1} = A(I + P_k C^T R_v^{-1} C)^{-1} P_k A^T + G Q_w G^T \quad (32)$$

Z porovnania koeficientu zosilnenia filtra  $CP_k C^T + R_v$  s koeficientom zosilnenia LQ riadiaceho zákona  $R + B^T K_{k+1} B$  je vidieť, že jednotlivé členy si vzájomne odpovedajú nasledovne:

$$\begin{aligned} K_{k+1} &\leftrightarrow P_k \\ B &\leftrightarrow C^T \\ R &\leftrightarrow R_v \end{aligned} \quad (33)$$

Pre Riccatiho rovnice ďalej platí:

$$\begin{aligned} A &\leftrightarrow A^T \\ Q &\leftrightarrow G Q_w G^T \end{aligned} \quad (34)$$

Pre RHLQ riadenie bez podmienky na koncovú hodnotu stavu platí riadiaci zákon v tvare:

$$u_k = -[R + B^T K_1 B]^{-1} B^T K_1 A x_k \quad (35)$$

kde  $K_1$  sa vypočíta z vyššie uvedenej Riccatiho rovnice (29) s podmienkou  $K_N = Q_f$ .

Na základe zistených podobností je možné duálny IIR filter zapísať v tvare:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A x_k + A P_N C^T (R_v + C P_N C^T)^{-1} (y_k - C x_k) + B u_k \\ P_{k+1} &= A [I + P_k C^T R_v^{-1} C]^{-1} P_k A^T + G Q_w G^T \\ P_1 &\leftrightarrow Q_f \\ P_N &\leftrightarrow K_1 \end{aligned} \quad (36)$$

### 2.4.3 FIR filter

Filter typu FIR je možné obecné pre diskrétné stavové modely s horizontom filtra  $N$  reprezentovať nasledujúcim vzťahom:

$$\hat{x}_k = \sum_{i=k-N}^{k-1} H_{k-i} y_i + \sum_{i=k-N}^{k-1} L_{k-i} u_i \quad (37)$$

Je vidieť, že filter typu FIR nezávisí na počiatkovej hodnote stavu.

Žiadanou podmienkou FIR filtra je, aby odhadované stavy neboli vychýlené od skutočných hodnôt stavov. Túto podmienku môžeme zapísať nasledovne:

$$E[\hat{x}_k] = E[x_k] \quad (38)$$

V prípade, že na horizonte  $[k-N, k-1]$  nepôsobí na sústavu žiaden poruchový šum, veličiny  $\hat{x}_k$  a  $x_k$  sa stávajú deterministickými. Platí, že  $\hat{x}_k = x_k$ . Takýmto spôsobom je splnená podmienka nulovej odchýlky (38). V rámci reálnych lineárnych FIR filtrov s podmienkou nevychýlenia sa od skutočného stavu existujú filtre s názvom MVFIR (Minimum Variance Finite Impulse Response), ktoré boli navrhnuté so snahou minimalizácie chyby vzniknutých odchýlok odhadu od skutočného stavu. [6]

#### 2.4.4 MVFIR filter

Uvedený MVFIR filter platí pre systémy s nesingulárnou maticou  $A$ , využívajúci merané hodnoty vstupov a výstupov na intervale  $[k-N, k]$ . Je uvažovaný systém v tvare

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Gw_k \\ y_k &= Cx_k + v_k \end{aligned} \quad (39)$$

Pre výstup systému platí:

$$Y_{k-1} = \bar{C}_N x_k + \bar{B}_N U_{k-1} + \bar{G}_N W_{k-1} + V_{k-1} \quad (40)$$

kde

$$\begin{aligned} Y_{k-1} &= [y_{k-N}^T \quad y_{k-N+1}^T \quad \cdots \quad y_{k-1}^T]^T \\ U_{k-1} &= [u_{k-N}^T \quad u_{k-N+1}^T \quad \cdots \quad u_{k-1}^T]^T \\ W_{k-1} &= [w_{k-N}^T \quad w_{k-N+1}^T \quad \cdots \quad w_{k-1}^T]^T \\ V_{k-1} &= [v_{k-N}^T \quad v_{k-N+1}^T \quad \cdots \quad v_{k-1}^T]^T \end{aligned} \quad (41)$$

a pre matice  $\bar{C}_N$ ,  $\bar{B}_N$  a  $\bar{G}_N$  platí:

$$\bar{C}_i = \begin{bmatrix} CA^{-i} \\ CA^{-i+1} \\ CA^{-i+2} \\ \vdots \\ CA^{-1} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\bar{B}_i = - \begin{bmatrix} CA^{-1}B & CA^{-2}B & \cdots & CA^{-i}B \\ 0 & CA^{-1}B & \cdots & CA^{-i+1}B \\ 0 & 0 & \cdots & CA^{-i+2}B \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & CA^{-1}B \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\bar{G}_i = - \begin{bmatrix} CA^{-1}G & CA^{-2}G & \cdots & CA^{-i}G \\ 0 & CA^{-1}G & \cdots & CA^{-i+1}G \\ 0 & 0 & \cdots & CA^{-i+2}G \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & CA^{-1}G \end{bmatrix} \quad (44)$$

Člen  $\bar{G}_N W_{k-1} + V_{k-1}$  v rovnici (40) je reprezentovaný bielym šumom s  $N$  rozmernou kovariančnou maticou  $\Xi_N$ . Šumy  $w_k$  a  $v_k$  sú charakterizované kovariančnými maticami  $Q_w$  a  $R_v$ . Po zadení matic  $Q_N$  a  $R_N$  platí pre maticu  $\Xi_N$ :

$$\Xi_N = \bar{G}_N Q_N \bar{G}_N^T + R_N \quad (45)$$

kde matice  $Q_N$  a  $R_N$  sú  $N$  rozmerné diagonálne matice s prvkami  $Q_w$  a  $R_v$  na hlavnej diagonále. Pre FIR filter na horizonte  $[k-N, k]$  obecné platí:

$$\hat{x}_k = H Y_{k-1} + L U_{k-1} \quad (46)$$

kde

$$H = [H_N \quad H_{N-1} \quad \cdots \quad H_1] \quad (47)$$

$$L = [L_N \quad L_{N-1} \quad \cdots \quad L_1] \quad (48)$$

sú ziskové matice filtra.

Vyjadrenie odhadu stavu (46) je možné s využitím rovnice (40) prepísať do tvaru

$$\hat{x}_k = H(\bar{C}_N x_k + \bar{B}_N U_{k-1} + \bar{G}_N W_{k-1} + V_{k-1}) + L U_{k-1} \quad (49)$$

Za podmienky nevychýlenia sa stredných hodnôt podľa rovnice (38) platí pre stredné hodnoty

$$E[\hat{x}_k] = H \bar{C}_N E[x_k] + (H \bar{B}_N + L) U_{k-1} \quad (50)$$

z čoho pre matice  $H$  a  $L$  vyplýva:

$$\begin{aligned} H\bar{C}_N &= I \\ H\bar{B}_N &= -L \end{aligned} \quad (51)$$

Substitúciou rovníc (51) do rovnice (49) plynie pre odhad stavu vzťah:

$$\hat{x}_k = x_k + H\bar{G}_N W_{k-1} + HV_{k-1} \quad (52)$$

Pre chybu odhadu následne platí:

$$e_k = \hat{x}_k - x_k = H\bar{G}_N W_{k-1} + HV_{k-1} \quad (53)$$

Pre MVFIR filter je nutné nájsť takú optimálnu maticu  $H_B$ , ktorá spĺňa nasledujúce kritérium:

$$H_B = \min_H E \text{trace}[e_k e_k^T] = \min_H \text{trace}[H\bar{G}_N Q_N G_N^T H^T + H R_N H^T] \quad (54)$$

Postup je uvedený napríklad v [13] a [14].

Vo výsledku platí pre výpočet odhadu stavu vzťah

$$\hat{x}_k = H_B (Y_{k-1} - \bar{B}_N U_{k-1}) \quad (55)$$

kde optimálna zisková matica  $H_B$  je definovaná nasledovne:

$$H_B = (\bar{C}_N^T \bar{\Xi}_N^{-1} \bar{C}_N)^{-1} \bar{C}_N^T \bar{\Xi}_N^{-1} \quad (56)$$

Matice  $Y_{k-1}$ ,  $U_{k-1}$ ,  $\bar{C}_N$ ,  $\bar{B}_N$  a  $\bar{\Xi}_N$  sú dané rovnicami (41), (42), (43) a (45).

Optimálnu ziskovú maticu  $H_B$  je potrebné pre funkciu MVFIR filtra vypočítať len raz pre ľubovoľný horizont filtra  $N$ . Na základe tejto skutočnosti je MVFIR filter označovaný ako  $t$ -invariantný, čo značí, že je robustný voči dočasne pôsobiacej čiastočnej zmene parametrov systému. [15]

#### 2.4.5 Rekurzívny MVFIR filter

Výhodou MVFIR filtra uvedeného v iteratívnej forme je jeho možnosť nasadenia v mikropočítačovej technike. Odvodenie rekurzívneho MVFIR filtra sa nachádza napríklad v [15].

Pre pozorovateľný systém platí na horizonte  $[k-N, k]$  nasledovný vzťah pre výpočet odhadu stavu:

$$\hat{x}_k = \Omega_N^{-1} \tilde{x}_k \quad (57)$$

kde  $\Omega_N$  a  $\tilde{x}_k$  sú počítané pomocou vzťahov

$$\Omega_{k+1} = [I + A^{-T}(\Omega_k + C^T R_v^{-1} C)A^{-1} G Q_w G^T]^{-1} A^{-T} (\Omega_k + C^T R_v^{-1} C) A^{-1} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k = & [I + A^{-T}(\Omega_N + C^T R_v^{-1} C)A^{-1} G Q_w G^T]^{-1} A^{-T} \\ & \times [\bar{x}_k + C^T R_v^{-1} y_k + (\Omega_N + C^T R_v^{-1} C)A^{-1} B u_k] \end{aligned} \quad (59)$$

s podmienkou

$$\Omega_0 = 0 \quad (60)$$

Vypočítaný stav  $\tilde{x}_k$  nie je priamo hľadaný stav systému, je to pomocný stav, ktorý je potrebné vynásobiť inverziou matice  $\Omega$ .

#### 2.4.6 L<sub>2</sub>-E FIR filter

L<sub>2</sub>-E FIR filter, označovaný tiež LEF filter vychádza z uvažovaného diskrétného modelu systému v tvare

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A x_k + B u_k + B_w w_k \\ y_k &= C x_k + D_w w_k \\ z_k &= C_z x_k \end{aligned} \quad (61)$$

kde  $x_k$  značí stav systému,  $u_k$ ,  $y_k$  a  $w_k$  sú vstup, meraný výstup a porucha systému,  $z_k$  označuje regulovaný výstup a matica  $B_w$  bude ďalej značená ako matica  $G$ . Ako už bolo spomenuté, pre FIR filter na horizonte  $[k-N, k]$  obecné platí

$$\hat{x}_k = H Y_{k-1} + L U_{k-1} \quad (62)$$

Vzhľadom na systém (61) platí pre hodnoty výstupu na horizonte  $N$ :

$$Y_{k-1} = \bar{C}_N x_k + \bar{B}_N U_{k-1} + \bar{G}_N W_{k-1} + \bar{D}_N W_{k-1} \quad (63)$$

kde  $Y_{k-1}$ ,  $U_{k-1}$ ,  $W_{k-1}$ ,  $\bar{C}_N$ ,  $\bar{B}_N$  a  $\bar{G}_N$  sú určené rovnicami (41), (42), (43) a (44). Matica  $\bar{D}_N$  je definovaná neskôr.

Dosadením rovnice (63) do rovnice (62) platí pre odhad stavu

$$\hat{x}_k = H(\bar{C}_N x_k + \bar{B}_N U_{k-1} + \bar{G}_N W_{k-1} + \bar{D}_N W_{k-1}) + L U_{k-1} \quad (64)$$

Podmienka nevychýlenia (38) je splnená v prípade  $w_k = 0$ . Potom pre odhad stavu platí:

$$\hat{x}_k = H(\bar{C}_N x_k - \bar{B}_N U_{k-1}) + L U_{k-1} \quad (65)$$

a dodržaním obmedzení (51) platí:

$$\hat{x}_k = H(Y_{k-1} - \bar{B}_N U_{k-1}) \quad (66)$$

Odchýlku odhadnutého stavu od skutočného je možné zapísať nasledovne:

$$e_k = x_k - \hat{x}_k = H(\bar{G}_N + \bar{D}_N) W_{k-1} \quad (67)$$

Pre LEF filter je nutné nájsť optimálne ziskové matice  $H$  a  $L$  pri pôsobení najhoršej poruchy tak, aby bolo splnené nasledujúce kritérium:

$$\min_{H,L} \max_{w_k} \frac{[x_k - \hat{x}_k]^T [x_k - \hat{x}_k]}{\sum_{i=1}^N w_{k-i}^T w_{k-i}} = \min_{H,L} \max_{W_{k-1}} \frac{W_{k-1}^T (\bar{G}_N + \bar{D}_N)^T H^T H (\bar{G}_N + \bar{D}_N) W_{k-1}}{W_{k-1}^T W_{k-1}} \quad (68)$$

Čitateľ kritéria (68) zahŕňa len aktuálnu odchýlku odhadu stavu od skutočného stavu. Ziskové matice  $H$  a  $L$  sú závislé len na parametroch systému, na matici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $B_w$ . Postup odvodenia LEF filtra sa nachádza napríklad v [15]. Odhad stavu v prípade LEF filtra je daný nasledujúcim vzťahom:

$$\hat{x}_k = (\bar{C}_N^T \Xi_N^{-1} \bar{C}_N)^{-1} \bar{C}_N^T \Xi_N^{-1} (Y_{k-1} - \bar{B}_N U_{k-1}) \quad (69)$$

kde  $Y_{k-1}$ ,  $U_{k-1}$ ,  $\bar{B}_N$  a  $\bar{C}_N$  sú dané rovnicami (41), (42) a (43) a matica  $\Xi_N$  je definovaná nasledovne:

$$\Xi_i = \bar{G}_i \bar{G}_i^T + \bar{D}_i \bar{D}_i^T \quad (70)$$

Matica  $\bar{G}_N$  je určená rovnicou (44) a matica  $\bar{D}_N$  je  $N$  rozmerná diagonálna matica s maticou  $D_w$  na hlavnej diagonále. LEF filter je taktiež ako MVFIR filter t-invariantný pre ľubovoľný horizont  $N$ .

## 2.5 Output Feedback RHC

Spätnoväzobná regulácia výstupu predstavuje prístup RHC, využívajúci len merané hodnoty výstupu systému a známe hodnoty akčných zásahov. Existujú viaceré spôsoby prístupu.

Prvý spôsob je založený na princípe odhadovania stavu. Využíva niektorý zo spôsobov spätnoväzobného stavového prediktívneho riadenia uvedeného v kapitole 2.3 State Feedback RHC s použitím vhodného filtra. Tento spôsob je jednoducho aplikovateľný, no v návrhu takéhoto typu regulátora nie je zahrnutá podmienka optimálnosti. Stabilita tejto štruktúry je podmienená stabilitou regulátora a stabilitou rekonštruktora stavu.

Druhý spôsob prístupu je takzvaný optimálny prístup založený na predikciách stavu z hodnôt meraných výstupov a známych vstupov. Tieto predikcie stavov sa nachádzajú priamo v optimalizačnom kritériu. Optimálne riadenie lineárnych systémov sa stáva funkciou aktuálneho odhadnutého stavu.

Tretí spôsob je prístup zaoberajúci sa globálnou optimalizáciou, označovaný tiež FMC (Finite Memory Control). Optimalizačné kritérium môže byť stanovené na nekonečnom alebo konečnom horizonte. Riadiaci zákon je v tomto prípade získaný lineárnou kombináciou meraného výstupu a vstupu na konečnom horizonte. Horizont filtra je značený  $N_f$  a horizont predikcií regulátora  $N_c$ .

Obecne pre FMC platí:

$$u_k = \sum_{i=k-N_f}^{k-1} H_{k-i} y_i + \sum_{i=k-N_f}^{k-1} L_{k-i} u_i \quad (71)$$

V jednoduchšej maticovej forme môže byť zapísaný nasledovne:

$$u_k = HY_{k-1} + LU_{k-1} \quad (72)$$

kde

$$\begin{aligned} H &= [H_{N_f} \quad H_{N_f-1} \quad \cdots \quad H_1] \\ L &= [L_{N_f} \quad L_{N_f-1} \quad \cdots \quad L_1] \end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{aligned} Y_{k-1} &= \begin{bmatrix} y_{k-N_f}^T & y_{k-N_f+1}^T & \cdots & y_{k-1}^T \end{bmatrix}^T \\ U_{k-1} &= \begin{bmatrix} u_{k-N_f}^T & u_{k-N_f+1}^T & \cdots & u_{k-1}^T \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (74)$$

Vzhľadom na horizont predikcií  $[k, k+N_c]$  platí pre posun o  $j$  krokov nasledovné:

$$u_{k+j} = H^{(j)} Y_{k+j-1} + L^{(j)} U_{k+j-1} \quad (75)$$

kde

$$\begin{aligned} H^{(j)} &= \begin{bmatrix} H_{N_f}^{(j)} & H_{N_f-1}^{(j)} & \cdots & H_1^{(j)} \end{bmatrix} \\ L^{(j)} &= \begin{bmatrix} L_{N_f}^{(j)} & L_{N_f-1}^{(j)} & \cdots & L_1^{(j)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (76)$$

$$\begin{aligned} Y_{k+j-1} &= \begin{bmatrix} y_{k+j-N_f}^T & y_{k+j-N_f+1}^T & \cdots & y_{k+j-1}^T \end{bmatrix}^T \\ U_{k+j-1} &= \begin{bmatrix} u_{k+j-N_f}^T & u_{k+j-N_f+1}^T & \cdots & u_{k+j-1}^T \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (77)$$

Podobne ako u filtroch typu FIR je pre FMC riadenie nevyhnutné dodržať podmienku nevychýlenia trajektórie akčných zásahov od optimálnej trajektórie. Uvažovaním systému v tvare (39) platí pre maticu výstupných hodnôt:

$$Y_{k+j-1} = \bar{C}_{N_f} x_{k+j} + \bar{B}_{N_f} U_{k+j-1} + \bar{G}_{N_f} W_{k+j-1} + V_{k+j-1} \quad (78)$$

kde  $\bar{C}_{N_f}$ ,  $\bar{B}_{N_f}$ ,  $\bar{G}_{N_f}$  sú definované rovnicami (42), (43), (44) a

$$\begin{aligned} W_{k+j} &= \begin{bmatrix} w_{k+j-N_f}^T & w_{k+j-N_f+1}^T & \cdots & w_{k+j-1}^T \end{bmatrix}^T \\ V_{k+j} &= \begin{bmatrix} v_{k+j-N_f}^T & v_{k+j-N_f+1}^T & \cdots & v_{k+j-1}^T \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (79)$$

Dosadením rovnice (78) do rovnice (75) platí:

$$u_{k+j} = H^{(j)} \left( \bar{C}_{N_f} x_{k+j} + \bar{B}_{N_f} U_{k+j-1} + \bar{G}_{N_f} W_{k+j-1} + V_{k+j-1} \right) + L^{(j)} U_{k+j-1} \quad (80)$$

Pravdou je, že žiadne spätnoväzobné riadenie výstupu nepodáva lepšie výsledky ako optimálne spätnoväzobné stavové riadenie. Preto sa pokladá za nevyhnutné, aby trajektória akčných zásahov u FMC nebola odchýlená od trajektórie akčných zásahov optimálneho State feedback riadenia.

Pre optimálne spätnoväzobné stavové riadenie platí

$$u_{k+j}^* = -\mathcal{K}_{j+1} x_{k+j} \quad (81)$$

kde  $0 \leq j \leq N_f - 1$  a  $\kappa_{j+1}$  závisí od zvoleného optimalizačného kritéria.

Následne, pre všetky stavy a akčné zásahy do času  $k + j - 1$  musí platiť podmienka nevychýlenia v tvare

$$E[u_{k+j}] = E[u_{k+j}^*] \quad (82)$$

Bez uvažovania porúch na horizonte  $[k + j - N_f, k + j - 1]$  platí pre stredné hodnoty:

$$\begin{aligned} E[u_{k+j}] &= H^{(j)} \bar{C}_{N_f} E[x_{k+j}] + (H^{(j)} \bar{B}_{N_f} + L^{(j)}) U_{k+j-1} \\ E[u_{k+j}^*] &= -\kappa_{j+1} E[x_{k+j}] \end{aligned} \quad (83)$$

Z uvedeného vyplýva, že pre FMC musia byť dodržané nasledujúce dve obmedzenia:

$$H^{(j)} \bar{C}_{N_f} = -\kappa_{j+1} \quad (84)$$

$$H^{(j)} \bar{B}_{N_f} = -L^{(j)} \quad (85)$$

pre všetky  $j$ . Nájdením matice  $H^{(j)}$  nezávisle na rovnici (85) sa matica  $L^{(j)}$  dopočíta z rovnice (85) automaticky. [9]

### 2.5.1 LQFMC

LQFMC (Linear Quadratic Finite Memory Control) vychádza z optimálneho spätnoväzobného stavového RHLQ riadenia systému (39), pre ktoré za predpokladu znalostí hodnôt stavov platí zákon

$$u_{k+j}^* = -R^{-1} B^T [I + K_{j+1} B R^{-1} B^T]^{-1} K_{j+1} A x_j = -[R + B^T K_{j+1} B]^{-1} B^T K_{j+1} A x_j \quad (86)$$

kde

$$K_i = A^T K_{i+1} [I + B R^{-1} B^T K_{i+1}]^{-1} A + Q \quad (87)$$

s podmienkou

$$K_{N_c} = F \quad (88)$$

a vzhľadom na optimalizáciu

$$E \left[ \sum_{j=0}^{N_c-1} \left[ x_{k+j}^T Q x_{k+j} + u_{k+j}^T R u_{k+j} \right] + x_{k+N_c}^T F x_{k+N_c} \right] \quad (89)$$

platí pre  $\kappa_{j+1}$  v rovnici (84)

$$\kappa_{j+1} = \left[ R + B^T K_{j+1} B \right]^{-1} B^T K_{j+1} A \quad (90)$$

Postup hľadania optimálnej matice  $H_B^{(j)}$  je uvedený napríklad v [15].

Výsledne pre pozorovateľný systém platí riadiaci FMC zákon

$$u_k = -\kappa_1 \left( \bar{C}_{N_f}^T \Xi_{N_f}^{-1} \bar{C}_{N_f} \right)^{-1} \bar{C}_{N_f}^T \Xi_{N_f}^{-1} \left( Y_{k-1} - \bar{B}_{N_f} U_{k-1} \right) \quad (91)$$

kde  $Y_{k-1}$ ,  $U_{k-1}$ ,  $\bar{C}_{N_f}$ ,  $\bar{B}_{N_f}$ ,  $\Xi_{N_f}$  a  $\kappa_1$  sú dané rovnicami (77), (42), (43), (70) a (90).

### 2.5.2 $L_2$ -E FMC

Podobne ako v prípade LQFMC riadenia pre systém v tvare (39) platí pre deterministický systém v tvare (61) rovnaký FMC riadiaci zákon, i keď postup odvodenia sa do určitej miery líši. Podrobný postup sa nachádza napríklad v [15].

Riadiaci zákon pre pozorovateľný systém je teda daný rovnicou (91).

## **II. PRAKTICKÁ ČASŤ**

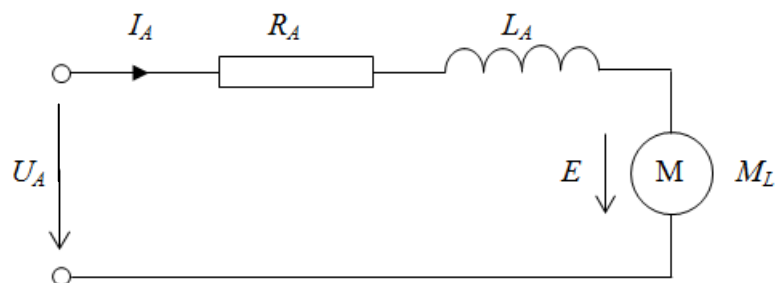
### 3 IDENTIFIKÁCIA SYSTÉMU

K realizácii praktických meraní uvedených v tejto práci bol vybraný laboratórny model DR300 od nemeckej spoločnosti AMIRA, vyobrazený na nasledujúcom obrázku.



Obr. 2. Model AMIRA DR300 [23]

Model predstavuje nelineárny jednorozmerný vstupno-výstupný systém. Pozostáva z dvoch jednosmerných motorov, z jedného tachogenerátora a inkrementálneho enkodéra spojených na jednej hriadeli pomocou rozoberateľnej spojky. Na nasledujúcom obrázku je uvedená náhradná elektrická schéma na popis jednosmerného motora, slúžiaca na získanie matematického modelu systému.



Obr. 3. Náhradná schéma jednosmerného motora

$U_A$  [V] značí napájacie jednosmerné napätie,  $I_A$  [A] predstavuje elektrický prúd pretekajúci rotorovým vinutím,  $R_A$  [ $\Omega$ ] a  $L_A$  [H] sú elektrický odpor vinutia a vlastná indukčnosť vinutia,  $E$  [V] je vyvolané elektromotorické napätie spôsobujúce otáčanie rotora a  $M$  [Nm] označuje výsledný vyvolaný krútiaci moment.  $M_L$  [Nm] predstavuje krútiaci moment vyvolaný všetkými záťažami spolu s trením. Elektromotorická sila motora  $E$  je daná súčinom rýchlosti otáčania rotora  $\Omega$ , bližšie nešpecifikovanej konštanty  $C$  a konštantného magnetického toku  $\Phi$ .

Krútiaci moment rotora je možné vyjadriť pomocou elektrického prúdu prechádzajúceho rotorom nasledovne:

$$M = K_M I_A \quad (92)$$

kde hodnotu  $K_M$  uvádzajú výrobcovia pod názvom motorová konštanta.

Pre uvedený uzavretý elektrický obvod platí:

$$U_A - E = R_A I_A + L_A \frac{d}{dt} I_A \quad (93)$$

Využitím Laplaceovej transformácie s uvažovaním nulových počiatočných hodnôt je rovnica (93) prepísaná do tvaru:

$$U_A - E = R_A I_A + sL_A I_A \quad (94)$$

z čoho pre elektrický prúd  $I_A$  platí:

$$I_A = \frac{1}{R_A} \frac{U_A - E}{1 + T_A s} = \frac{1}{R_A} (U_A - E) \quad (95)$$

Výraz

$$T_A = \frac{L_A}{R_A} \quad (96)$$

predstavuje časovú konštantu rotora. Podrobný postup zápisu rovníc pre matematický popis jednosmerného motora je uvedený napríklad v [1]. Výsledne pre otáčky motora platí:

$$\omega(s) = \frac{1}{C\Phi} \frac{1}{1 + T_M s + T_M T_A s^2} U_A(s) - \frac{R_A}{K_M C\Phi} \frac{1 + T_A s}{1 + T_M s + T_M T_A s^2} M_L(s) \quad (97)$$

kde  $T_M$  predstavuje časovú konštantu celého systému:

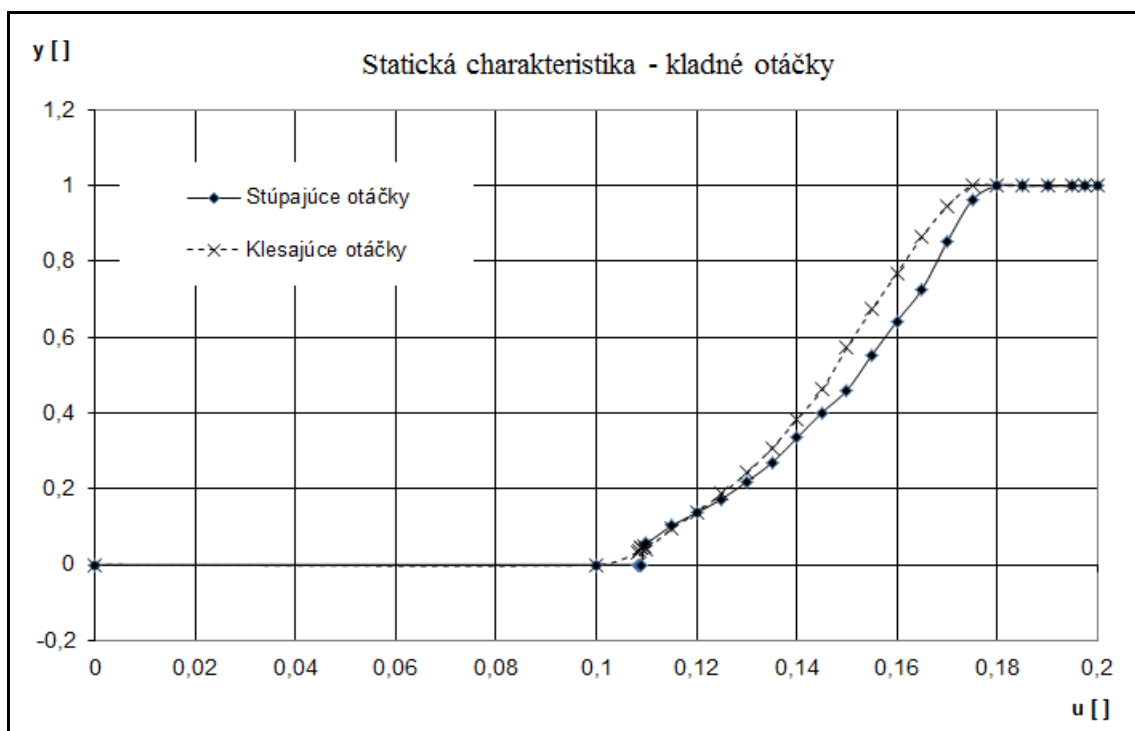
$$T_M = \frac{J R_A}{K_M C\Phi} \quad (98)$$

kde  $J$  je súčet momentu zotrvačností oboch motorov, spojky, tachogenerátora a inkrementálneho enkodéra.

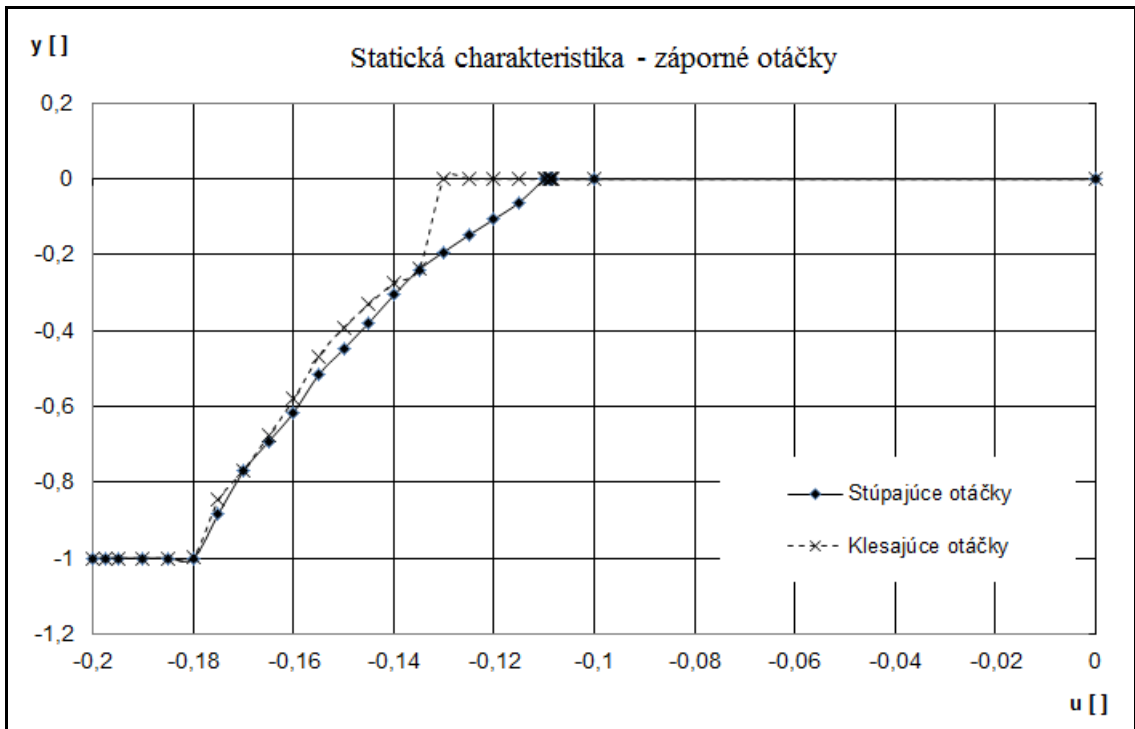
### 3.1 Statická charakteristika

Vzhľadom na to, že parametre systému udané výrobcom v dobe výroby modelu neodpovedali skutočným parametrom systému v čase merania, bolo prístupné k identifikácii systému bez ohľadu na tieto parametre.

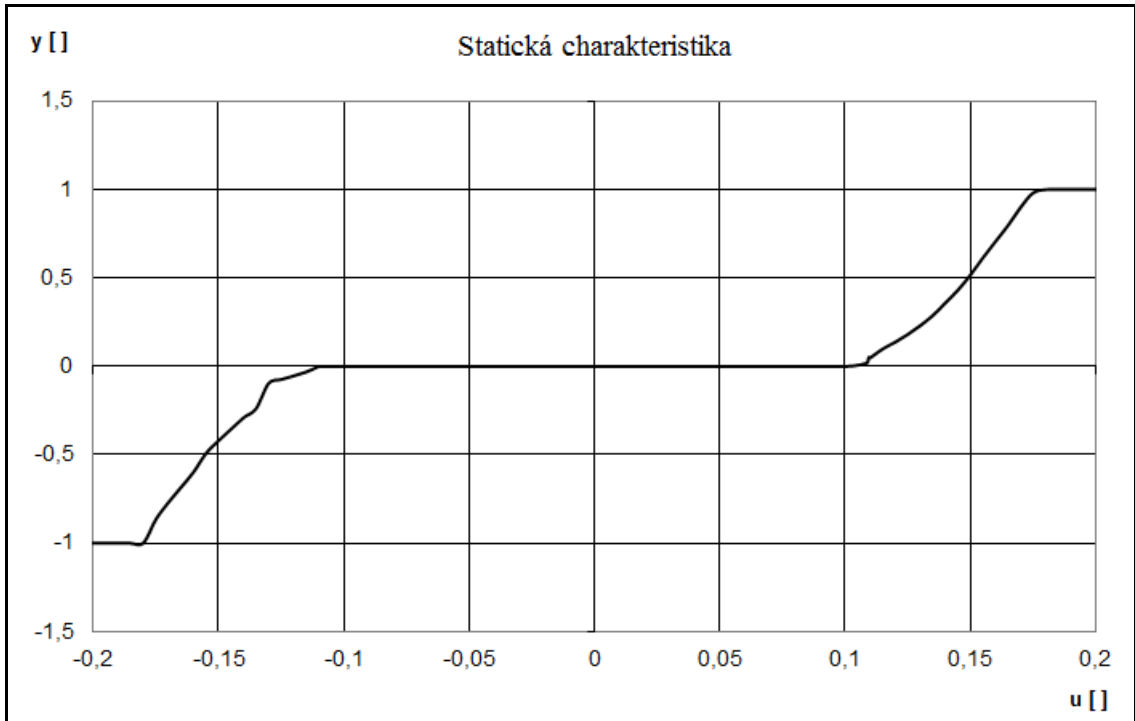
Jeden z motorov systému bol vybraný ako hlavný motor, ktorého otáčky boli regulované. Druhý motor bol pre rozlíšenie označený ako generátor. Generátor predstavuje zanášanú poruchu do systému. V prvom kroku bolo nutné získať statickú charakteristiku motora bez pôsobenia poruchy. Statická charakteristika bola meraná v oboch smeroch, od maximálnych záporných otáčok po maximálne kladné otáčky. Na nasledujúcich obrázkoch sú uvedené získané statické charakteristiky pre oba smery a výsledná priemerovaná statická charakteristika. Jednotky veličín vystupujúcich v grafoch sú bezrozmerné, odpovedajúce rozsahu  $-10$  V až  $+10$  V pre akčné zásahy i výstup systému. Rozsah výstupu systému ďalej odpovedá rozsahu  $-4000$  ot/min až  $+4000$  ot/min.



Obr. 4. Statická charakteristika motora pre kladné otáčky



Obr. 5. Statická charakteristika motora pre záporné otáčky



Obr. 6. Spiemerovaná statická charakteristika

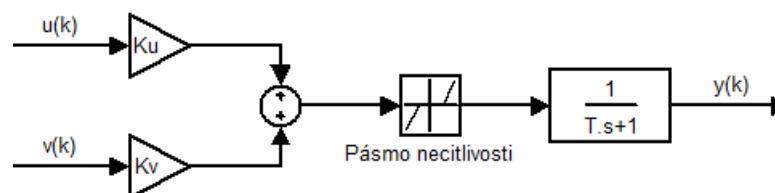
### 3.2 Identifikácia modelom prvého rádu

Z nameraných priebehov je zrejmé, že motor sa v žiadnej časti svojej charakteristiky nechová lineárne bez toho aby stál. Kladnú a zápornú časť charakteristiky možno pokladať za odpovedajúcu jednému modelu s rozdielnym znamienkom zosilnenia. Pri podrobnejšej analýze bolo zistené, že parametre systému sa v jednotlivých pracovných bodoch značne líšia. Pri identifikácii systému modelom prvého rádu v tvare

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad (99)$$

kde  $K$  značí zosilnenie systému a  $T$  časovú konštantu systému, dochádzalo ku zmenám zosilnenia približne v rozmedzí hodnôt 8 až 18. Hodnoty časovej konštanty taktiež vykazovali určité kolísanie, približne medzi 0,8 s až 2 s. Zo statickej charakteristiky ďalej vyplýva, že otáčky motora nadobúdajú hodnoty z intervalu od  $-1$  do  $1$ . Od hodnoty akčného zásahu približne  $u = 0,18$  dochádza k saturácii otáčok motora. Akčný zásah však nie je obmedzený na túto hodnotu, môže nadobúdať hodnoty od  $-1$  do  $1$ . Vyššie hodnoty akčných zásahov sa prejavia rýchlejšou odozvou motora. Zo statického stavu sa motor uvedie do pohybu až pri akčnom zásahu približne  $u = 0,11$  pre kladný smer a  $u = -0,11$  pre záporný smer. Toto pásmo sa nazýva pásmo necitlivosti motora.

V záujme získania popisu otáčok motora i v prípade pôsobenia poruchy bol uvažovaný model s dvoma vstupmi a jedným výstupom. Vstupy prezentujú pôsobenie motora a pôsobenie generátora na systém, výstupom sú výsledné otáčky motora. Na nasledujúcom obrázku je znázornená uvažovaná štruktúra modelu.



Obr. 7. Štruktúra modelu systému

Identifikáciou systému v okolí pracovného bodu  $u = 0,15$  boli na základe viacerých meraní získané nasledujúce priemerované parametre spojitého systému:

$$\begin{aligned} K_u &= 14,57 \\ K_v &= -7,68 \\ T &= 1,64 \text{ s} \\ C &= \pm 1,8 \end{aligned} \quad (100)$$

kde  $K_u$  predstavuje zosilnenie zo strany motora,  $K_v$  zosilnenie zo strany generátora,  $T$  je výsledná časová konštanta celého systému a parameter  $C$  vymedzuje pásmo necitlivosti, kedy sa motor ešte neotáča. Namerané údaje boli vyhodnocované pomocou programu MATLAB, využitím funkcie `fminsearch`.

Dynamický člen systému pre jednotlivé zosilnenia bol prevedený do diskretného tvaru s periódou vzorkovania 0,5 s, čím boli získané odpovedajúce tvary modelov pre jednotlivé zosilnenia v diskretnom tvare. Perióda vzorkovania bola určená na základe vykreslenia prechodovej charakteristiky spojitého dynamického členu s uvažovaním nasledujúceho vzťahu:

$$T = \left( \frac{1}{6} \div \frac{1}{15} \right) T_{95} \quad (101)$$

Vzhľadom na to, že v ďalšej časti textu nebude viac spomínaná časová konštanta spojitého dynamického modelu, bude  $T$  využívané na označenie periódy vzorkovania diskretného modelu. Prevedením modelu systému do stavového priestoru a následnou diskretizáciou modelu s periódou vzorkovania  $T = 0,5$  s bol stanovený diskretný model systému v tvare:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (102)$$

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= [0,7372]x_k + [6,2790 \quad -3,3100 \quad -0,7746] \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \\ s_k \end{bmatrix} \\ y_k &= [0,6098]x_k \end{aligned} \quad (103)$$

kde  $u_k$  značí akčný zásah motora,  $v_k$  označuje pôsobenie poruchy vo forme akčného zásahu generátora a  $s_k$  označuje smer otáčania motora v danom kroku  $k$ , nadobúdajúceho hodnôt  $+1$  a  $-1$  pre kladné a záporné otáčky motora a  $0$  v prípade, že motor stojí.

## 4 POROVNANIE FILTROV

Pred realizáciou samotného návrhu prediktívneho regulátora boli jednotlivé filtre navzájom simulačne porovnávané vzhľadom na odolnosť voči šumu vyskytujúceму sa v reálnom systéme a porovnávané boli taktiež nároky jednotlivých filtrov na výpočtový výkon. Ukážky schém návrhov testovaných filtrov sú uvedené v prílohe P I a P II. Voliteľné parametre boli vo všetkých prípadoch zvolené rovnako, taktiež dĺžka simulácie a vstupné signály boli volené vo všetkých prípadoch rovnaké, a to:

$$\begin{aligned} N &= 10 \\ Q_w &= 0,02 \\ R_v &= 0,04 \\ G &= 1 \end{aligned} \tag{104}$$

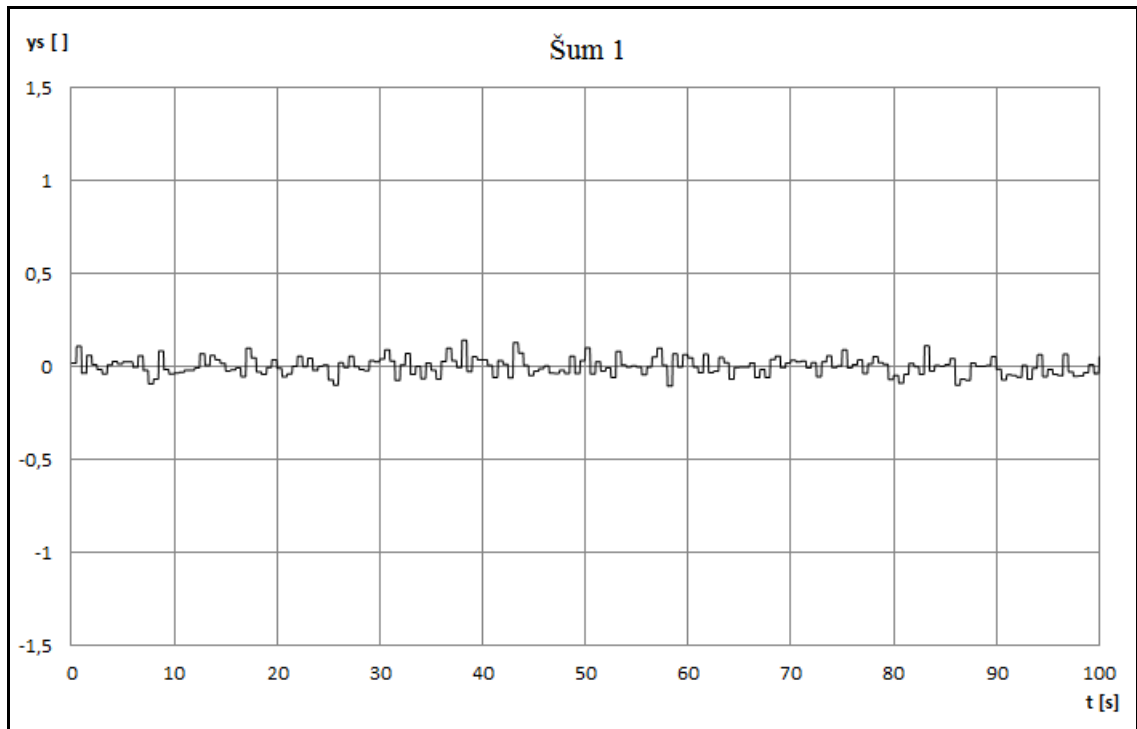
a dĺžka simulácie vždy 60 sekúnd. Uvažovaný bol systém v tvare (39).

Na vyhodnotenie jednotlivých filtrov bolo zvolené kritérium suma kvadrátov odchýlok odhadnutého stavu od matematicky vypočítaného stavu modelu:

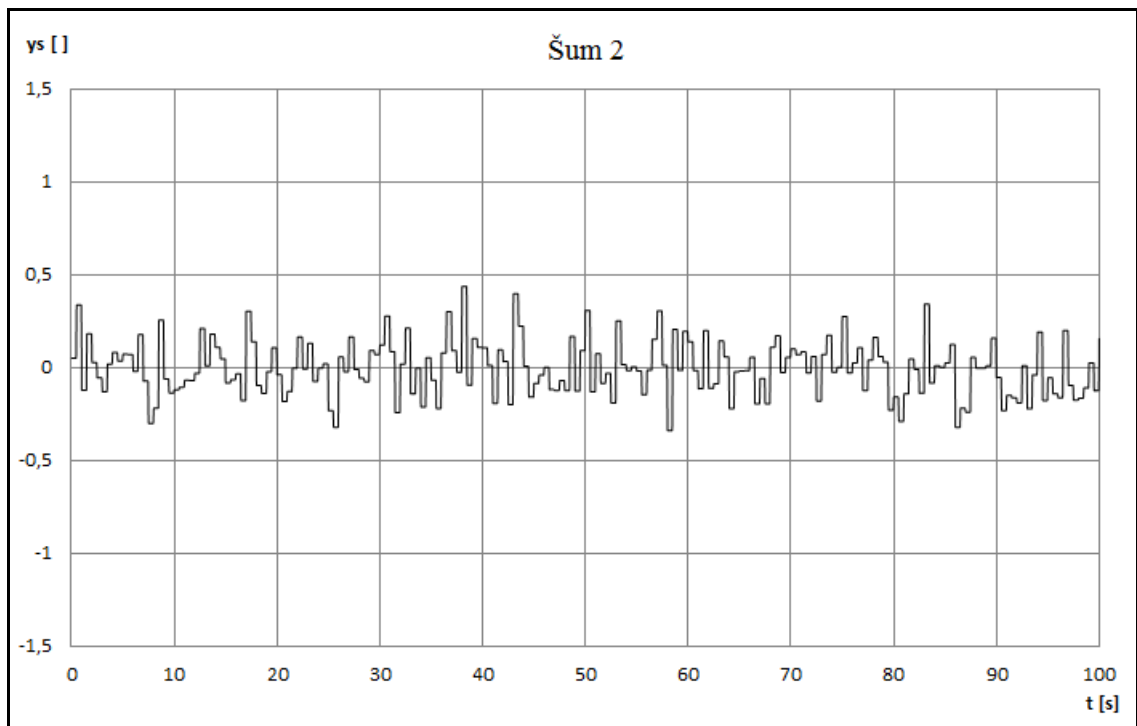
$$S_{xx} = \sum_{k=1}^N [x_k - \hat{x}_k]^2 \tag{105}$$

kde  $x_k$  je hodnota stavu vypočítaná na základe matematického popisu systému a  $\hat{x}_k$  označuje odhadnutý stav využitím filtra.

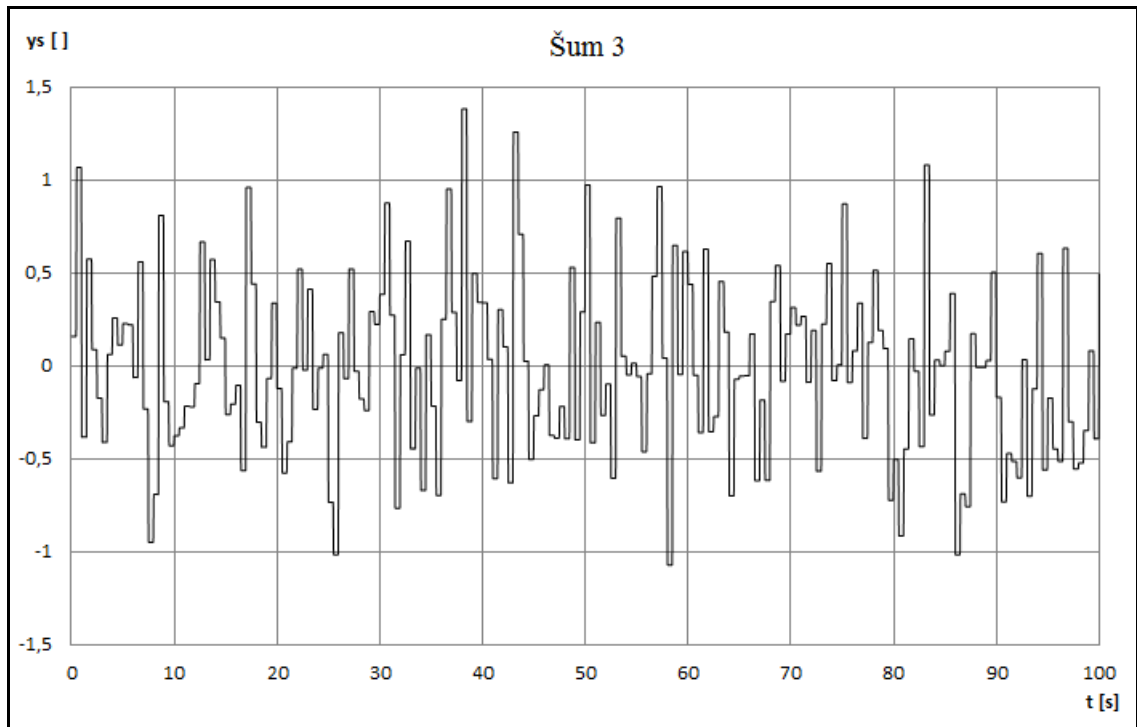
Nasledujúce obrázky zobrazujú charakter použitých šumov.



Obr. 8. Ukážka prvého testovacieho šumu



Obr. 9. Ukážka druhého testovacieho šumu



Obr. 10. Ukážka tretieho testovacieho šumu

#### 4.1 Jednoduchý filter

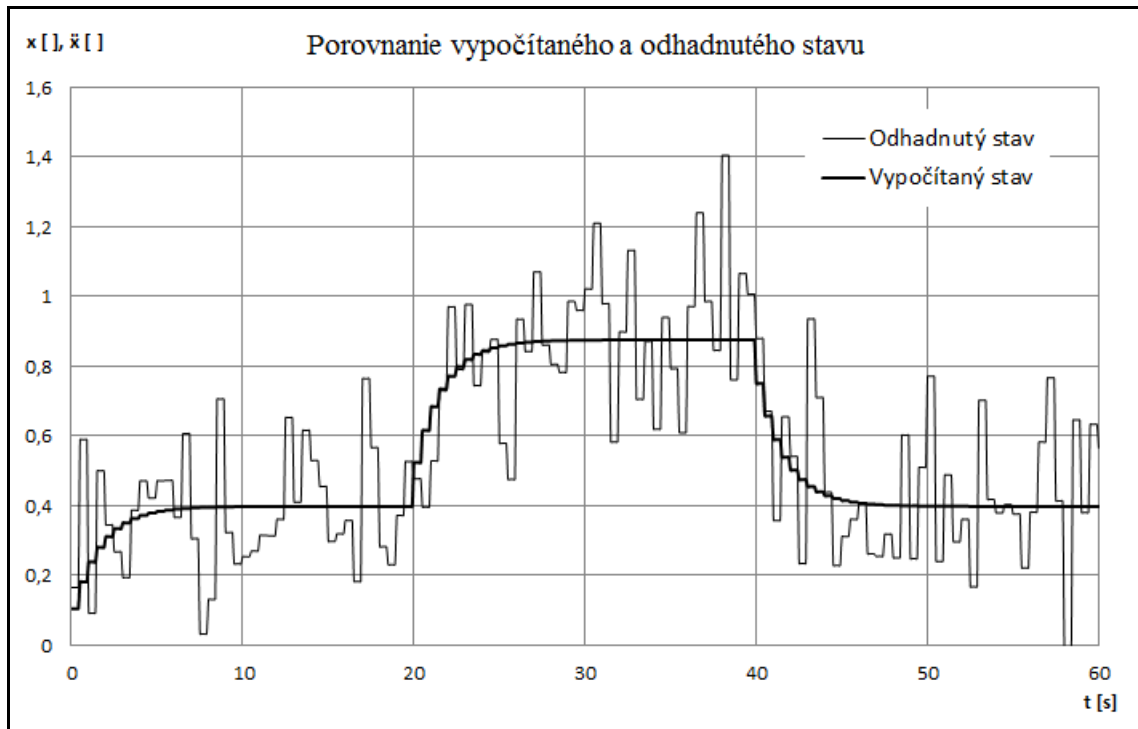
Následne uvedený návrh jednoduchého filtra vychádza zo stavového popisu systému prvého rádu. Je zaradený z dôvodu porovnania, nie skutočného použitia, ako bude zrejmé vzhľadom na jeho výsledky. Uvažovaním systému prvého rádu v tvare

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ y_k &= Cx_k\end{aligned}\tag{106}$$

je možné z meraného výstupu systému prvého rádu priamo vypočítať hodnotu stavu nasledovne:

$$\hat{x}_k = C^{-1}y_k\tag{107}$$

Keďže odhadovaný stav je počítaný priamo z hodnoty výstupu systému, o odolnosti voči šumu systému nemožno hovoriť. Na nasledujúcom obrázku je uvedený priebeh vypočítaného a odhadnutého stavu pri pôsobení druhého šumu.



Obr. 11. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom

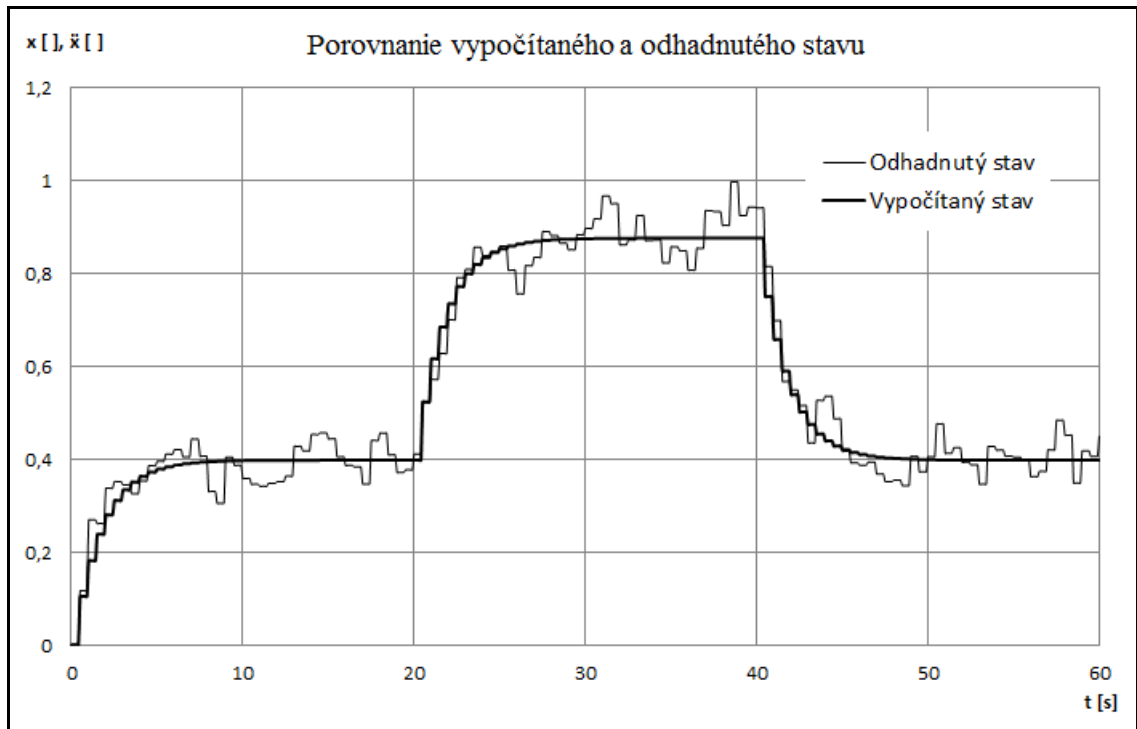
## 4.2 Duálny IIR filter

Testovaním duálneho IIR filtra bolo zistené, že chyba odchýlky odhadnutého stavu od vypočítaného narastá lineárne s narastajúcim šumom. Na nasledujúcom obrázku je uvedená ukážka priebehu odhadu stavu a vypočítaného stavu pri pôsobení druhého šumu. V prílohe P I je uvedená simulačná schéma vytvorená v prostredí MATLAB Simulink.

Nasledujúca tabuľka podáva prehľad hodnôt zvoleného kritéria kvality pre rôzne úrovne šumu.

Tab. 1. Prehľad kritérií kvality

	Šum 1	Šum 2	Šum 3
$S_{xx}$	0,03113	0,31133	3,11327



Obr. 12. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom

### 4.3 MVFIR filter

Priebeh porovnania stavov je pri použití tohto filtra takmer rovnaký ako v prípade duálneho IIR filtra. Ako zobrazuje nasledujúca tabuľka, kvalitou sú oba filtre porovnateľné, i keď sa navzájom líšia postupom výpočtu.

Tab. 2. Prehľad kritérií kvality

	Šum 1	Šum 2	Šum 3
$S_{xx}$	0,03110	0,31103	3,11033

Schéma simulácie je uvedená v prílohe P II.

### 4.4 Rekurzívny MVFIR filter

Podobne ako v prípade predchádzajúcich dvoch filtrov je priebeh porovnania stavov obdobný. Výsledky MVFIR filtra vyjadreného analyticky pre rekurzívny výpočet sú však v porovnaní s predošlými filterami horšie.

Tab. 3. Prehľad kritérií kvality

	Šum 1	Šum 2	Šum 3
$S_{xx}$	0,03114	0,31136	3,11332

## 4.5 Obecný FIR filter a $L_2$ -E FIR filter

Predchádzajúce filtre vychádzali z uvažovania modelu systému v tvare (39). Nasledujúce dva filtre vychádzajú z modelu systému v tvare

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + B_w w_k \\
 y_k &= Cx_k + D_w w_k \\
 z_k &= C_z x_k
 \end{aligned}
 \tag{108}$$

kde je možné voľbou váhovej matice  $D_w$  bližšie určiť veľkosť pôsobeného šumu na systém. Podobne ako u predošlých filtrov, i tieto filtre boli testované vzhľadom na pôsobenie troch úrovní šumu.

### 4.5.1 Obecný FIR filter

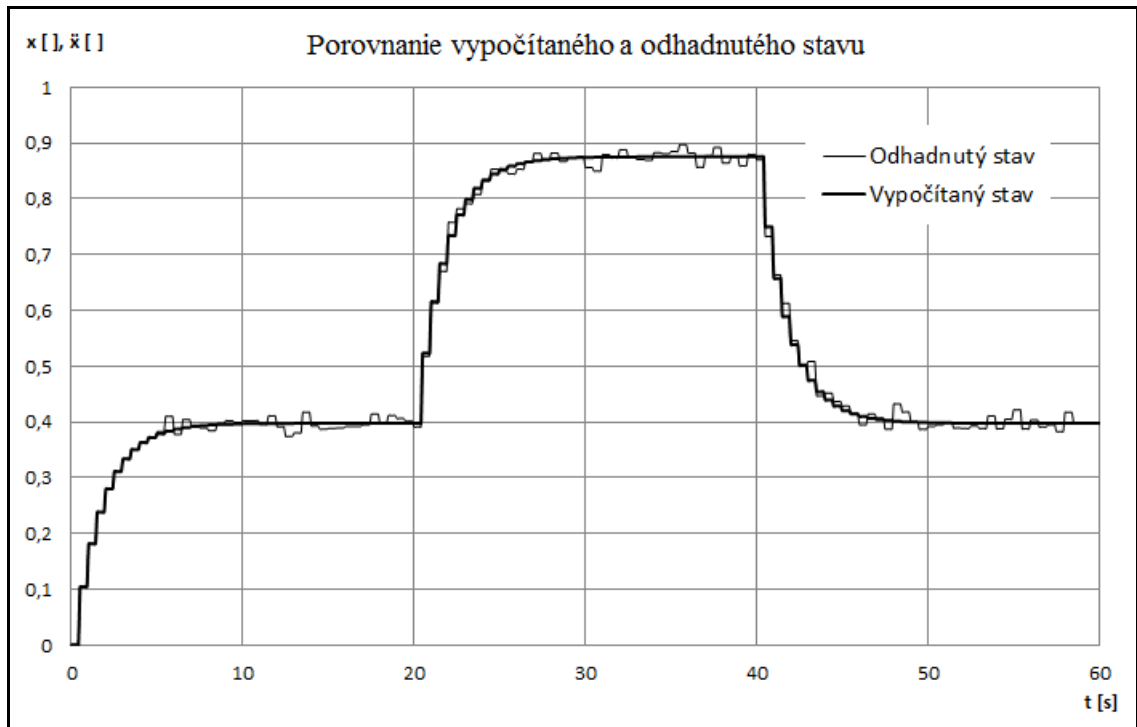
Pre obecný FIR filter popísaný rovnicou (37) platí:

$$\hat{x}_k = HY_{k-1} + LU_{k-1} \tag{109}$$

kde z rovnice (50) pre ziskové matice  $H$  a  $L$  platí bez uvažovania akéhokoľvek kritéria nasledovné:

$$\begin{aligned}
 H\bar{C}_N &= I \\
 H\bar{B}_N &= -L
 \end{aligned}
 \tag{110}$$

Na nižšie uvedenom obrázku je znázornený priebeh vypočítaného a odhadnutého stavu pri pôsobení druhého šumu.



Obr. 13. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom

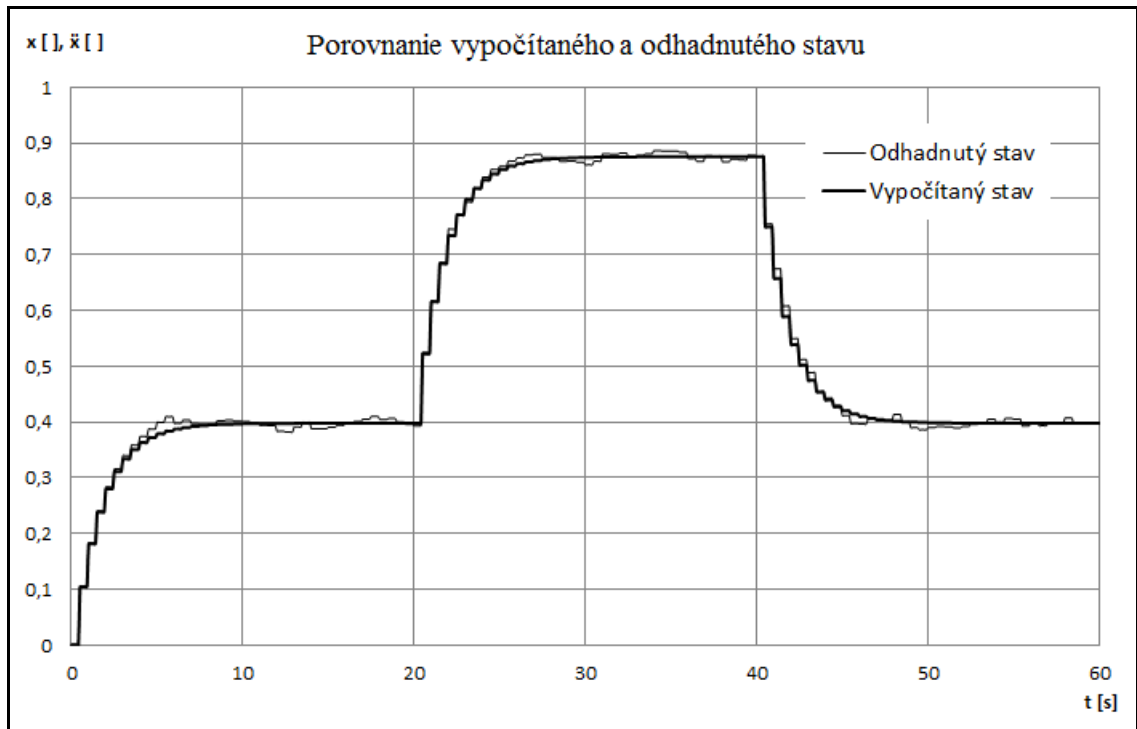
Nasledujúca tabuľka zobrazuje prehľad hodnôt kritérií kvality pri pôsobení jednotlivých šumov.

Tab. 4. Prehľad kritérií kvality

	Šum 1	Šum 2	Šum 3
$S_{xx}$	0,00147	0,01472	0,14720

#### 4.5.2 $L_2$ -E FIR filter

V porovnaní s obecným FIR filtrom je rozdiel  $L_2$ -E FIR filtra v tom, že zisková matica  $H$  v rovnici (67) je počítaná vzhľadom na kritérium (68). Vhodnou voľbou váhovej matice  $D_w$  je možné zvyšovať kvalitu odhadu stavu. Nasledujúci prehľad výsledkov bol získaný pri voľbe  $D_w = 10$  pri pôsobení druhého testovaného šumu na systém.



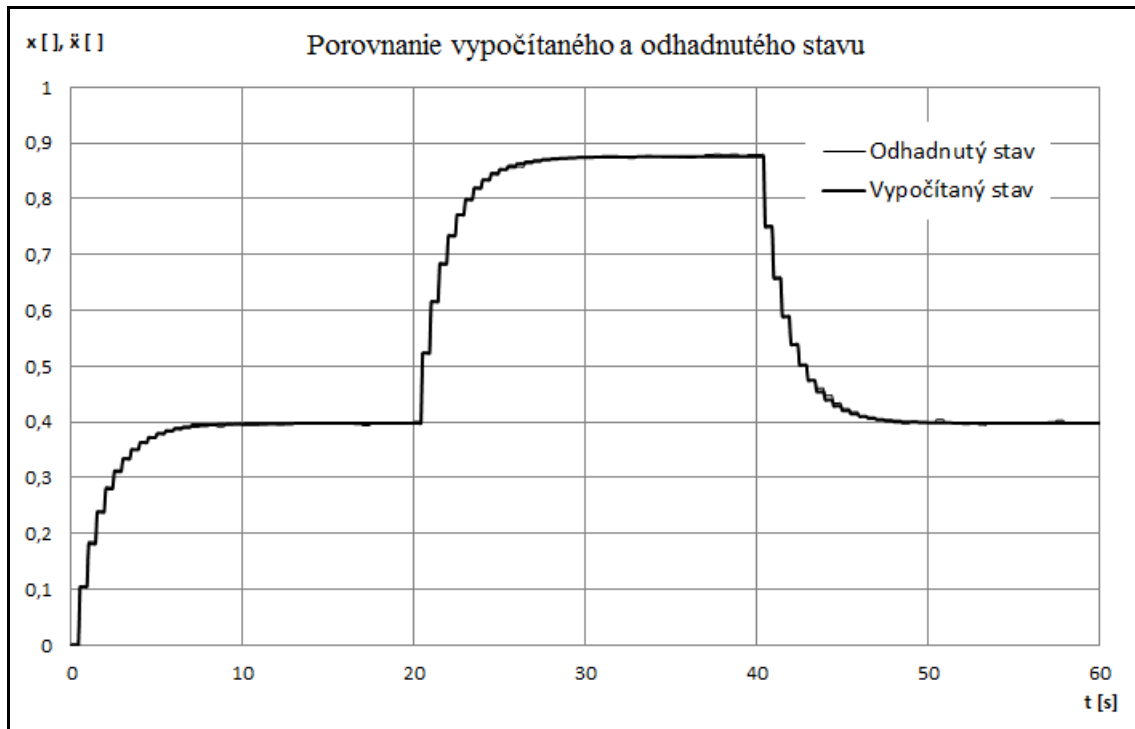
Obr. 14. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom

Nasledujúca tabuľka zobrazuje prehľad hodnôt kritérií kvality pri pôsobení jednotlivých šumov.

Tab. 5. Prehľad kritérií kvality

	Šum 1	Šum 2	Šum 3
$S_{xx}$	0,00058	0,00582	0,05819

Ďalšie zvýšenie kvality odhadu stavu je možné zrealizovať predĺžením horizontu filtra  $N$ . Na nasledujúcom obrázku je znázornený priebeh odhadnutého a vypočítaného stavu pri predĺžení horizontu filtra na hodnotu  $N = 15$ . Ostatné podmienky boli rovnaké.



Obr. 15. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom

Tab. 6. Prehľad kritérií kvality

	Šum 1	Šum 2	Šum 3
$S_{xx}$	0,00006	0,00067	0,00669

## 4.6 Výpočtová náročnosť

Jednotlivé filtre boli testované v záujme zistenia požiadaviek na výpočtovú náročnosť. Testovanie bolo vykonané so zámerom zistenia priemernej dĺžky trvania výpočtu jedného simulačného cyklu. Bolo zvolených za sebou idúcich 20 cyklov, z čoho priemerné hodnoty dĺžok trvania cyklov u jednotlivých filtrov zobrazuje nasledujúca tabuľka.

Tab. 7. Prehľad dĺžky cyklov

Filter	Duálny IIR	MVFIR	Rekurzívny MVFIR	Obecný FIR	L <sub>2</sub> -E
Dĺžka cyklu [s]	7,8634	7,8610	7,8502	7,7811	7,6677

#### 4.7 Zhodnotenie výsledkov

Tab. 8. Súhrnný prehľad kritérií kvality filtrov

S <sub>xx</sub>	Duálny IIR	MVFIR	Rekurzívny MVFIR	Obecný FIR	L <sub>2</sub> -E
Šum 1	0,03113	0,03110	0,03114	0,00147	0,00058
Šum 2	0,31133	0,31103	0,31136	0,01472	0,00582
Šum 3	3,11327	3,11033	3,11332	0,14720	0,05819

Z prvého pohľadu na získané výsledky je možné konštatovať, že filtre typu FIR spracúvajúce hodnoty akčných zásahov a výstupov systému na horizonte  $N$  podávajú vzhľadom na pôsobenie šumu na systém kvalitnejšie výsledky ako ostatné typy testovaných filtrov. Obzvlášť vhodným filtrom na použitie v prediktívnom riadení je L<sub>2</sub>-E FIR filter, u ktorého je možné vhodnou voľbou váhovej matice  $D_w$  minimalizovať chyby spôsobené poruchou šumu. Taktiež vzhľadom na požadovaný výpočtový výkon dosiahol najlepšie hodnotenie. Kvalitu filtrov je možné ďalej zvýšiť predĺžením horizontu filtra  $N$ , ako zobrazuje obr. 15. V tomto prípade bol horizont filtra predĺžený na 15 krokov. Pre realizáciu prediktívnych regulátorov bol preto na odhad neznámeho stavu zvolený L<sub>2</sub>-E FIR filter.

## 5 PREDIKTÍVNE REGULÁTORY

### 5.1 Odvodenie prediktívneho regulátora s penalizáciou $U$

Identifikáciou modelu AMIRA DR300 bol získaný nasledujúci diskretný stavový model pre periódu vzorkovania  $T = 0,5$  s:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= 0,7372x_k + 6,279u_k + \begin{bmatrix} -3,31 & -0,7746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ s_k \end{bmatrix} \\ y_k &= 0,6098x_k \end{aligned} \quad (111)$$

ktorý môžeme obecnne zapísať v tvare

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Ww_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (112)$$

Vstup modelu  $u_k$  predstavuje akčný zásah v podobe napájacieho napätia motora. Vstup  $v_k$  predstavuje napájacie napätie generátora a vstup systému  $s_k$  je použitý z dôvodu vykrytia pásma necitlivosti modelu, ako je zrejmé zo statickej charakteristiky motora na obr. 6. Vstup  $s_k$  môže nadobúdať tri hodnoty. Je závislý od toho, akým smerom sa motor otáča, poprípade či stojí. Ak sa motor neotáča, nadobúda  $s_k$  hodnotu 0. Ak sa motor otáča v kladnom smere, nadobúda hodnotu +1 a v prípade, že sa otáča v zápornom smere, naopak hodnotu -1. Hodnota  $s_k$  je závislá na hodnote referenčného signálu, je určená pomocou funkcie `sign` referenčného signálu. Vstupy  $v_k$  a  $s_k$  nie sú priamo ovplyvňované regulátorom, sú súhrnne označované ako vstup  $w_k$ . Regulátor sa stará o výpočet akčného zásahu  $u_k$ .

#### 5.1.1 Predikcie stavov

Predikcie stavov sú určené na základe stavovej rovnice modelu.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Ww_k \\ x_{k+2} &= Ax_{k+1} + Bu_{k+1} + Ww_{k+1} = A^2x_k + ABu_k + AWw_k + Bu_{k+1} + Ww_{k+1} \\ x_{k+3} &= Ax_{k+2} + Bu_{k+2} + Ww_{k+2} = A^3x_k + A^2Bu_k + A^2Ww_k + ABu_{k+1} + AWw_{k+1} + \\ &\quad + Bu_{k+2} + Ww_{k+2} \\ x_{k+4} &= Ax_{k+3} + Bu_{k+3} + Ww_{k+3} = A^4x_k + A^3Bu_k + A^3Ww_k + A^2Bu_{k+1} + A^2Ww_{k+1} + \\ &\quad + ABu_{k+2} + AWw_{k+2} + Bu_{k+3} + Ww_{k+3} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (113)$$

### 5.1.2 Predikcie výstupu

Predikcie výstupu sú získané z rovnice výstupu modelu s dosadením stavovej rovnice:

$$\begin{aligned}
 y_{k+1} &= Cx_{k+1} = CAx_k + CBu_k + CWw_k \\
 y_{k+2} &= Cx_{k+2} = CA^2x_k + CABu_k + CAWw_k + CBu_{k+1} + CWw_{k+1} \\
 y_{k+3} &= Cx_{k+3} = CA^3x_k + CA^2Bu_k + CA^2Ww_k + CABu_{k+1} + CAWw_{k+1} + \\
 &\quad + CBu_{k+2} + CWw_{k+2} \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{114}$$

V maticovom zápise platí pre výstup systému:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} y_{k+1} \\ y_{k+2} \\ y_{k+3} \\ \vdots \\ y_{k+N} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \cdots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & CA^{N-3}B & \cdots & CB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ u_{k+2} \\ \vdots \\ u_{k+N-1} \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} CW & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CAW & CW & 0 & \cdots & 0 \\ CA^2W & CAW & CW & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}W & CA^{N-2}W & CA^{N-3}W & \cdots & CW \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_k \\ w_{k+1} \\ w_{k+2} \\ \vdots \\ w_{k+N-1} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{115}$$

Obecne:

$$Y_k = \tilde{C}_N x_k + \tilde{B}_N U_k + \tilde{W}_N W_k \tag{116}$$

Pre výpočet riadiaceho zákona je potrebné zvoliť vhodné optimalizačné kritérium. Následne je potrebné toto optimalizačné kritérium derivovať podľa premennej, ktorú potrebujeme získať. Položením tejto derivácie rovno nule a následnou úpravou sa získa vzťah pre výpočet postupnosti akčných zásahov na horizonte  $N$  tak, aby bolo dané kritérium optimalizované.

### 5.1.3 Výpočet riadiaceho zákona

Pre nasledovný riadiaci zákon je uvažované optimalizačné kritérium v tvare:

$$\begin{aligned}
 J &= [Y_k - Y_r]^T Q [Y_k - Y_r] + U_k^T R U_k \\
 &= [\tilde{C}_N x_k + \tilde{B}_N U_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r]^T Q [\tilde{C}_N x_k + \tilde{B}_N U_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r] + U_k^T R U_k
 \end{aligned} \tag{117}$$

$$\begin{aligned}
J = & (\tilde{C}_N x_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r)^T Q (\tilde{C}_N x_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r) + \\
& + (\tilde{C}_N x_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r)^T Q \tilde{B}_N U_k + (\tilde{B}_N U_k)^T Q (\tilde{C}_N x_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r) + \\
& + (\tilde{B}_N U_k)^T Q \tilde{B}_N U_k + U_k^T R U_k
\end{aligned} \quad (118)$$

Prvý člen kritéria je konštantný, ďalej označený ako  $J_c$ . Druhý a tretí člen sú členy lineárne, posledný člen je kvadratický.

Vzhľadom na to, že výsledkom optimalizačného kritéria je konštanta a matica  $Q$  je symetrická, platí:

$$J = J_c + 2 \left[ (\tilde{C}_N x_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r)^T Q \tilde{B}_N \right] U_k + U_k^T (\tilde{B}_N^T Q \tilde{B}_N + R) U_k \quad (119)$$

Využitím vzťahov pre derivácie vektorov [10]:

$$\frac{\partial}{\partial u} (y^T H u) = H^T y \quad (120)$$

$$\frac{\partial}{\partial u} (u^T H u) = H u + H^T u \quad (121)$$

kde  $H$  je matica,  $u$  a  $y$  sú vektory, platí pre deriváciu kritéria:

$$\frac{\partial J}{\partial U_k} = 2 \left[ \tilde{B}_N^T Q (\tilde{C}_N x_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r) \right] + 2 (\tilde{B}_N^T Q \tilde{B}_N + R) U_k \quad (122)$$

Položením

$$\frac{\partial J}{\partial U_k} = 0 \quad (123)$$

platí pre riadiaci zákon:

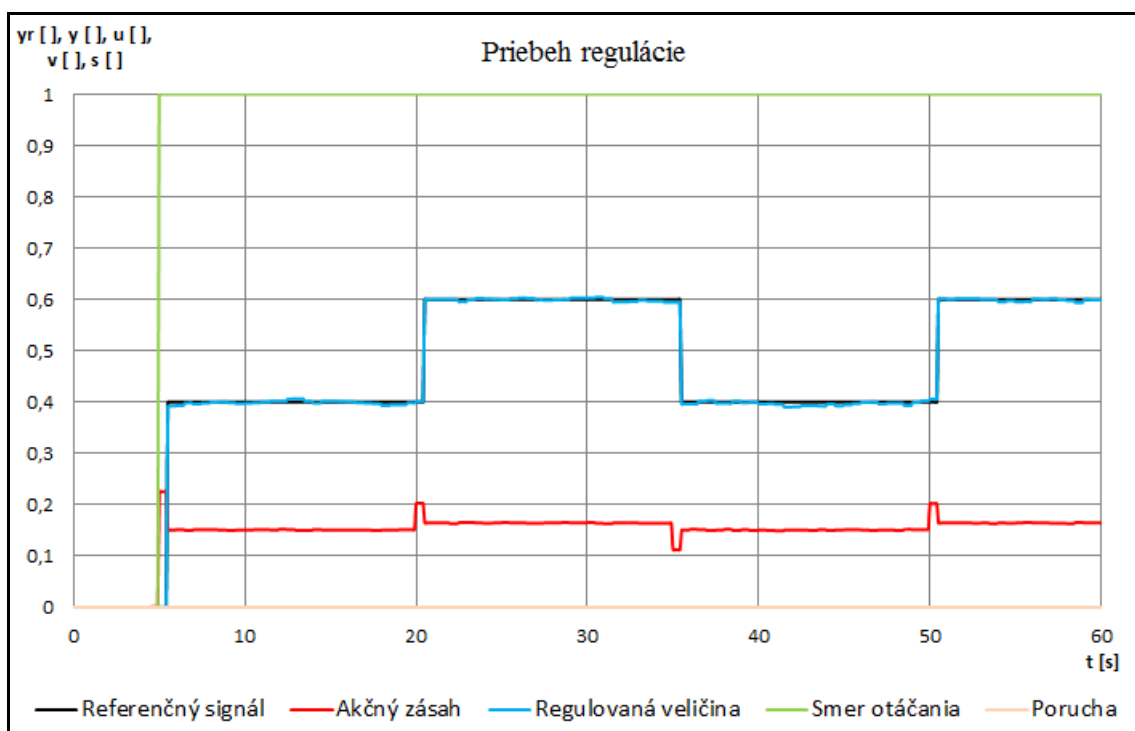
$$U_k = -(\tilde{B}_N^T Q \tilde{B}_N + R)^{-1} \left[ \tilde{B}_N^T Q (\tilde{C}_N x_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r) \right] \quad (124)$$

$$u_k = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] U_k \quad (125)$$

## 5.2 Vplyv váhovej matice $R$

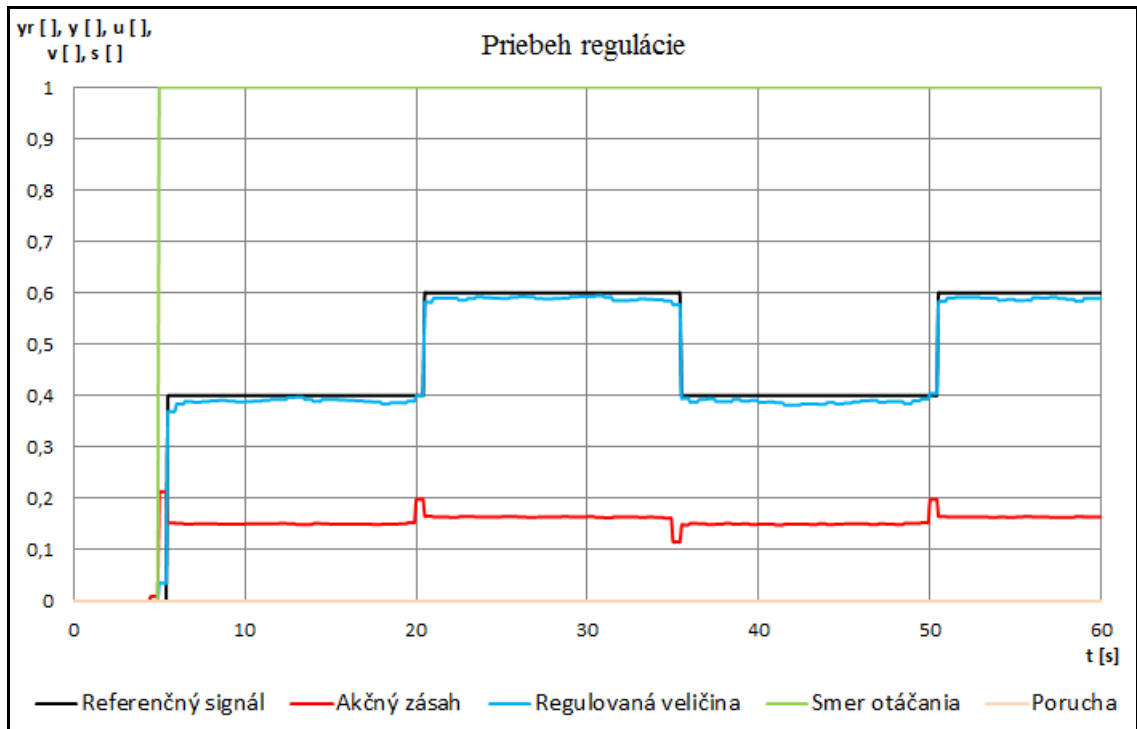
### 5.2.1 Pozorovanie simulácií regulácie

Na nasledujúcich obrázkoch sú znázornené priebehy jednotlivých veličín systému získané simuláciou regulácie s voľbou dĺžok horizontov  $N = 10$ . Váhová matica  $Q$  nadobúdala na hlavnej diagonále hodnoty 1. Predmetom skúmania bolo zistenie vplyvu hodnôt váhovej matice  $R$  na kvalitu regulácie.



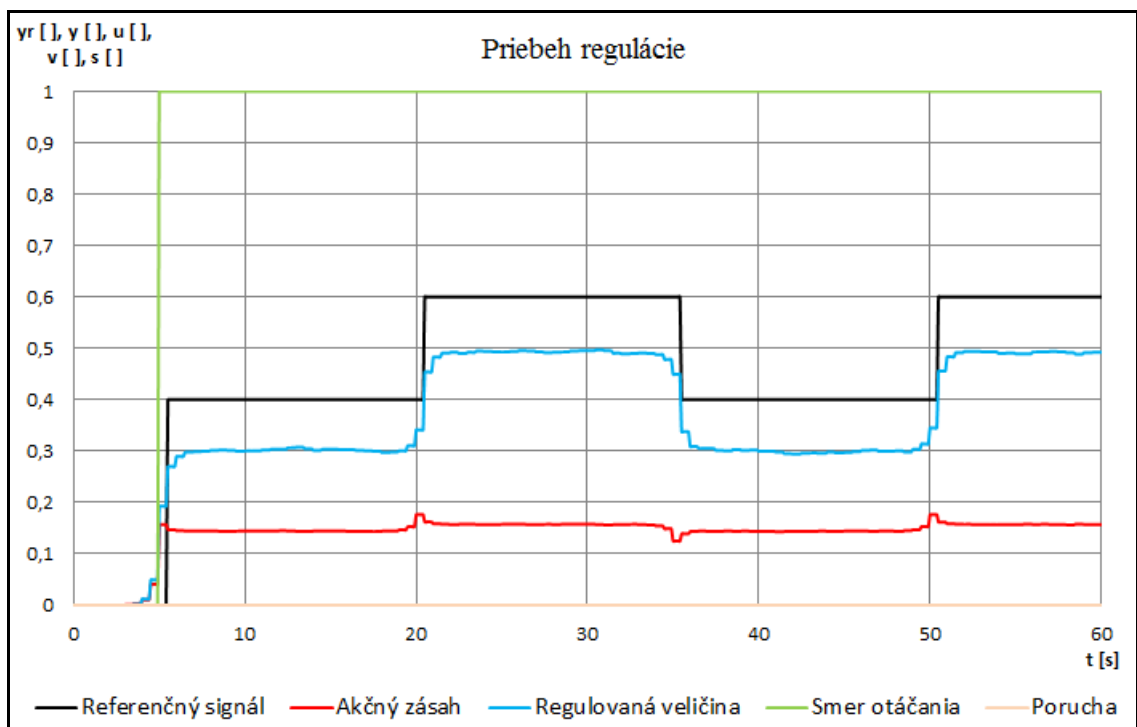
Obr. 16. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 0,1 na diagonále  $R$

Na obr. 16 je znázornený regulačný priebeh pre referenčnú hodnotu v tvare skokov bez pôsobenia poruchy, pre hodnoty 0,1 na hlavnej diagonále váhovej matice  $R$ . Regulácia sa vyznačuje veľmi malou trvalou regulačnou odchýlkou. Zvýšením prvkov na hlavnej diagonále váhovej matice  $R$  na hodnotu 1 dochádza ku pozorovateľnému zvýšeniu trvalej regulačnej odchýlky, ako znázorňuje obr. 17.



Obr. 17. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 1 na diagonále  $R$

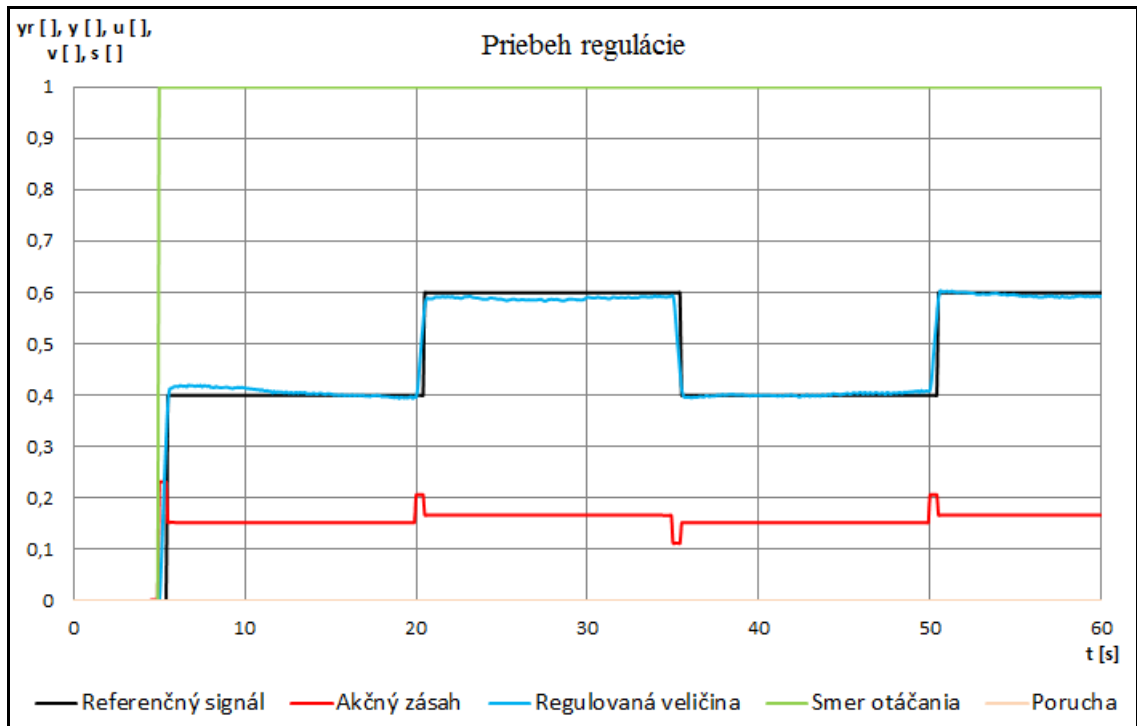
Pri zvýšení hodnôt na hlavnej diagonále váhovej matice  $R$  až na hodnotu 10 dochádza k opätovnému zväčšeniu trvalej regulačnej odchýlky, ako znázorňuje obr. 18. Je teda zrejmé, že zvyšovanie hodnôt váhovej matice  $R$  prispieva ku zvyšovaniu trvalej regulačnej odchýlky, no zároveň dochádza taktiež ku plynulejším zmenám akčného zásahu.



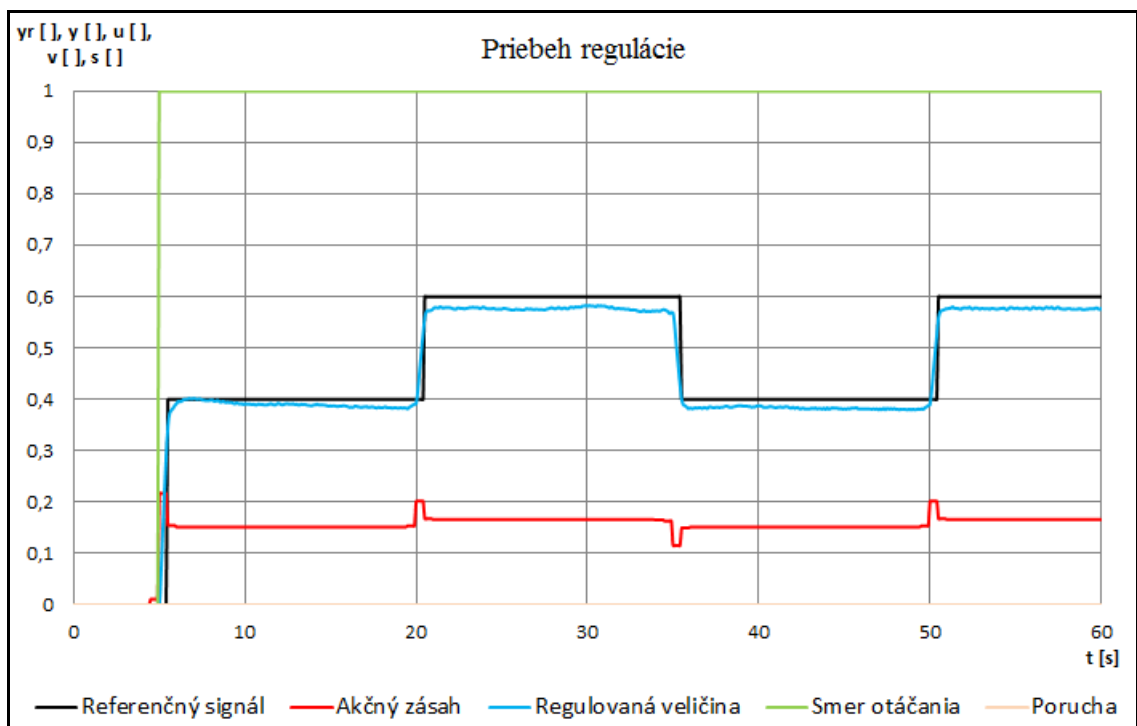
Obr. 18. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 10 na diagonále  $R$

### 5.2.2 Pozorovanie reálnej regulácie

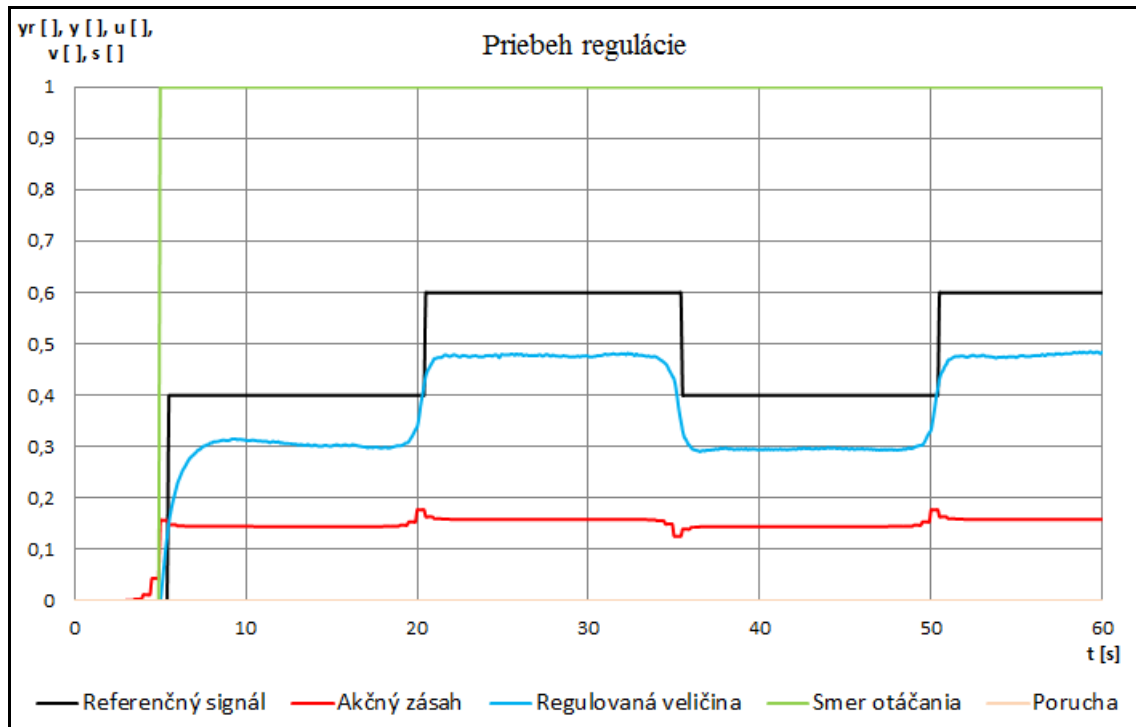
Na nasledujúcich obrázkoch sú znázornené priebehy regulácií otáčok motora pre rovnaké zvolené parametre a referenčné signály ako v predošlých simuláciách, za účelom overenia vplyvu hodnôt váhovej matice  $R$ .



Obr. 19. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 0,1 na diagonále  $R$



Obr. 20. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 1 na diagonále  $R$



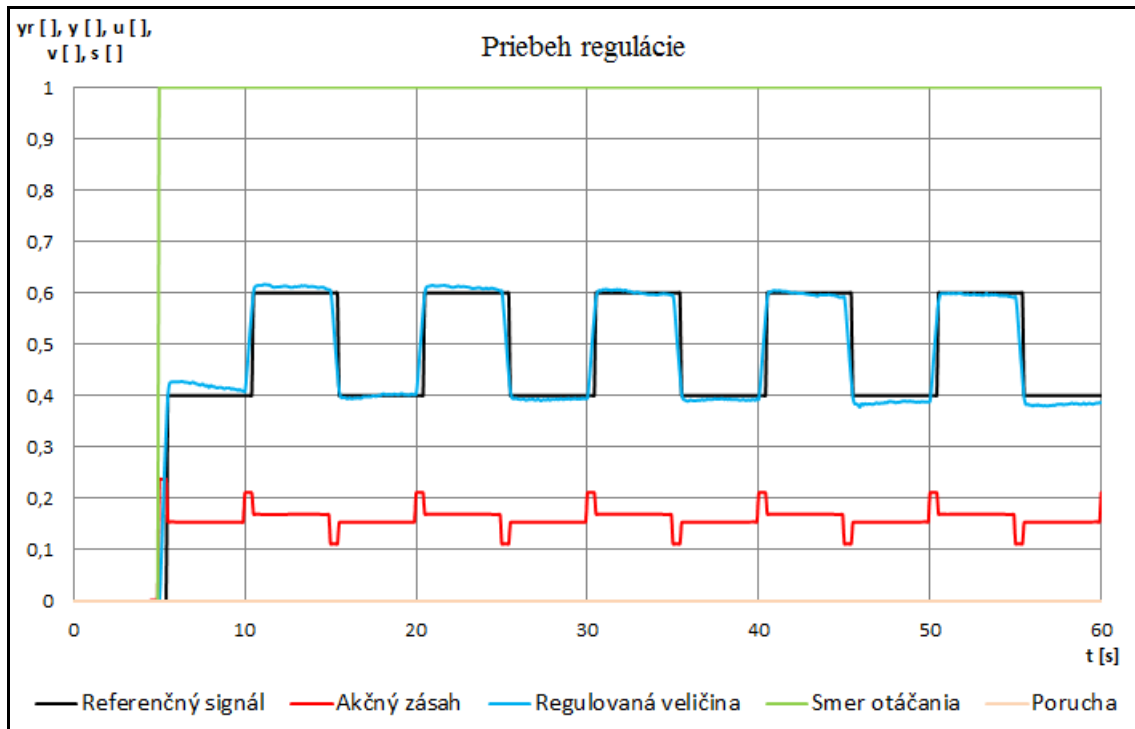
Obr. 21. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 10 na diagonále  $R$

Namerané regulačné priebehy potvrdzujú vyvodené závery zo simulačných priebehov. Vplyvom zvyšovania hodnôt na hlavnej diagonále váhovej matice  $R$  dochádza ku plynulejším zmenám akčných zásahov, no zároveň je regulácia poznačená zvyšujúcou sa trvalou regulačnou odchýlkou.

### 5.3 Ukážky regulácií

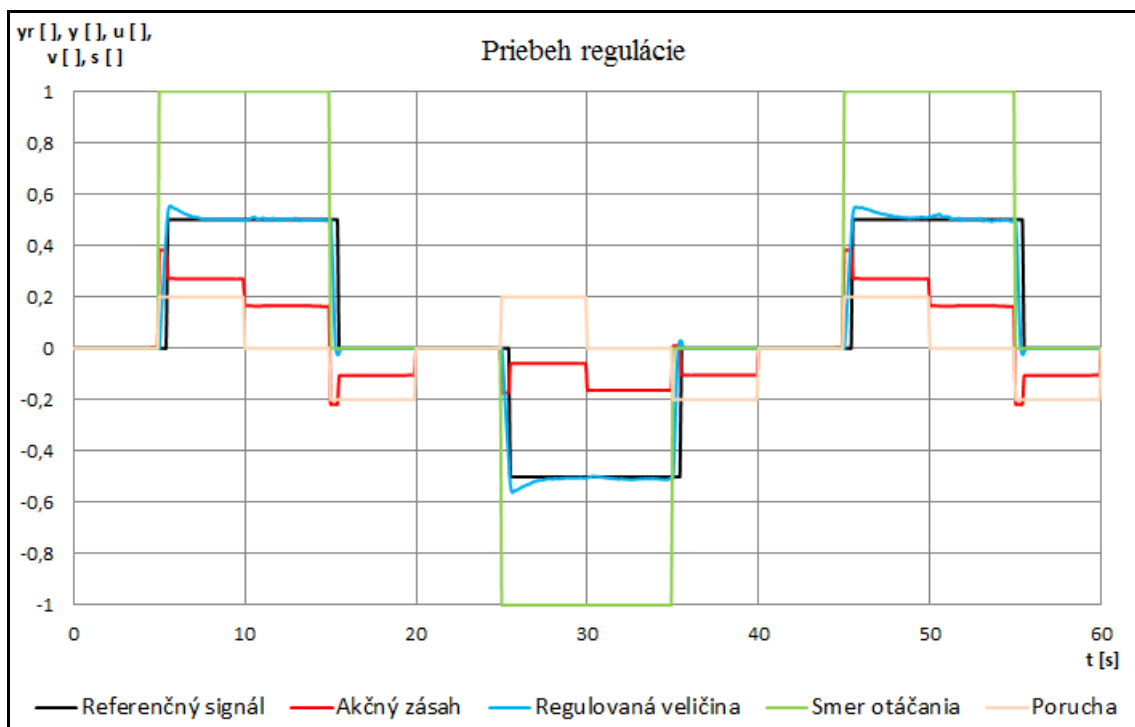
Na modeli AMIRA DR300 bolo uskutočnených viacero meraní za účelom testovania kvality navrhnutého prediktívneho regulátora s rôznymi priebehmi referenčných signálov. Získané dáta zo všetkých meraní sa nachádzajú na priloženom CD.

V nasledujúcej časti je predstavený grafický prehľad niektorých vybraných priebehov regulácií, na ktorých je možné názorne pozorovať niektoré zaujímavé detaily. Na obr. 22 je uvedený priebeh regulácie s voľbou skokového referenčného signálu v oblasti pracovného bodu  $y = 0,5$ . V priebehu jednej minúty regulácie je badateľné kolísanie parametrov systému voči modelu, v dôsledku čoho sa regulovaná veličina vychýľuje od referenčnej hodnoty. Váhová matica  $R$  nadobúdala počas meraní hodnôt 0,1 na hlavnej diagonále.

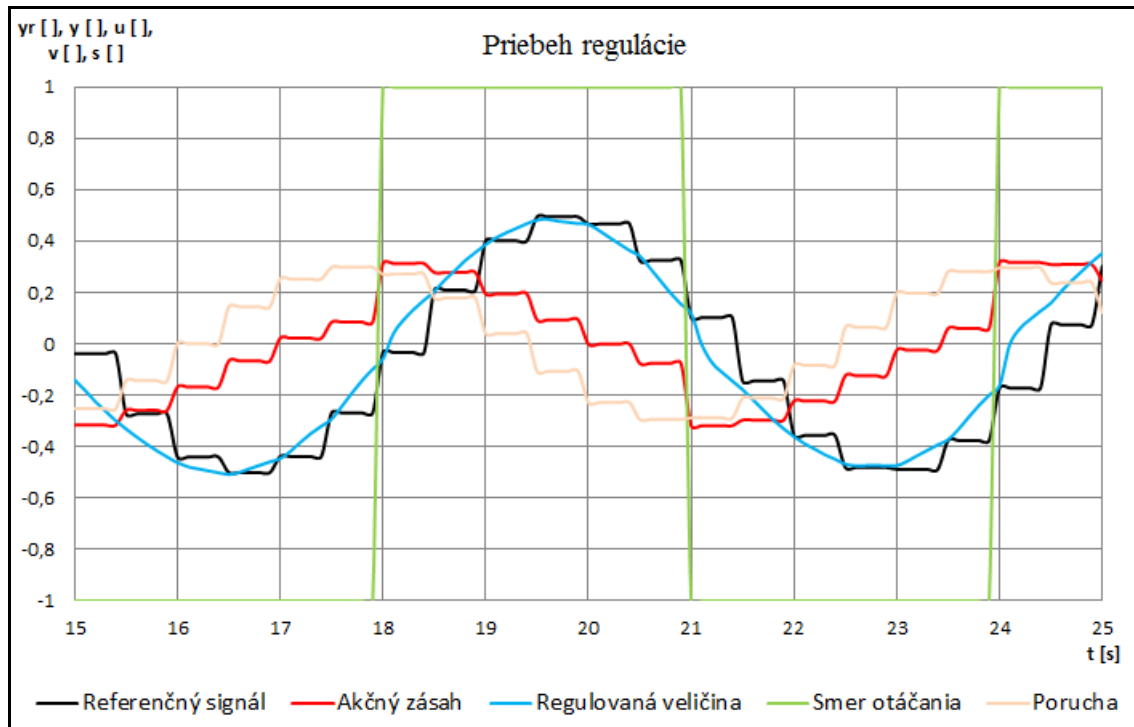


Obr. 22. Pozorovanie zmien parametrov systému

Ďalší obrázok znázorňuje kompenzáciu pôsobenia poruchy na systém. Je vidieť, že porucha nespôsobuje značnejšie ovplyvnenie regulovaného signálu. Taktiež je možné pozorovať, že zmenu akčného zásahu regulátor generuje už v kroku pred začiatkom pôsobenia poruchy.



Obr. 23. Pozorovanie vplyvu poruchy



Obr. 24. Detail regulačného priebehu

Obr. 24 podáva detailný pohľad na jedno z vykonaných meraní. Zobrazuje časť regulačného priebehu pri voľbe referenčného signálu sínusového tvaru pri pôsobení poruchy taktiež sínusového tvaru. Signál smeru otáčania sa nastavuje podľa hodnoty referenčného signálu. V čase 18,5 s dochádza ku zmene referenčného signálu zo záporného na kladný. Veličina symbolizujúca smer otáčania motora sa však mení už krok pred tým, než k tejto zmene dôjde, aby motor plynulejšie zareagoval na zmenu smeru otáčania. Pri prechode medzi opačnými smermi otáčok sa takýmto spôsobom využíva zotrvačná sila rotora a zabezpečí sa tým vykrytie pásma necitlivosti motora. Nedokonalosti v zobrazení sú spôsobené vzorkovaním signálov s periódou 0,1 s.

Ďalšie priebehy regulácií sa nachádzajú na priloženom CD.

#### 5.4 Odvodenie prediktívneho regulátora s penalizáciou $\Delta U$

Vzhľadom na to, že navrhnutý prediktívny regulátor s penalizáciou akčných zásahov nezabezpečuje reguláciu bez trvalej regulačnej odchýlky, bolo pristúpené s odvodeniu prediktívneho regulátora s penalizáciou rozdielov akčných zásahov. Od regulátora s penalizáciou rozdielov akčných zásahov je očakávané odstránenie trvalej regulačnej odchýlky.

### 5.4.1 Vyjadrenie $\Delta U$

Na zapísanie rozdielu akčných zásahov v jednotlivých krokoch je možné využiť nasledujúci maticový tvar:

$$\Delta U_k = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{k-1} \\ u_k \\ u_{k+1} \\ \vdots \\ u_{k+N-2} \end{bmatrix} \quad (126)$$

obecne zapísaný

$$\Delta U_k = S U_k^* \quad (127)$$

Vzhľadom na to, že v danom kroku výpočtu nie je možné ovplyvniť minulý akčný zásah, tento je v danom kroku konštantný, je možné rovnicu (127) prepísať do tvaru

$$\Delta U_k = S U_k^* = S_1 u_{k-1} + S_2 U_k \quad (128)$$

kde  $S_1$  je prvý stĺpec pôvodnej matice  $S$ ,  $S_2$  je zvyšná časť pôvodnej matice  $S$  a  $U_k$  je matica  $U_k^*$  bez prvého člena  $u_{k-1}$ .

### 5.4.2 Vyjadrenie penalizačného členu

Pre penalizačný člen kritéria platí:

$$\Delta U_k^T R \Delta U_k = (S_1 u_{k-1} + S_2 U_k)^T R (S_1 u_{k-1} + S_2 U_k) \quad (129)$$

$$\begin{aligned} \Delta U_k^T R \Delta U_k &= (S_1 u_{k-1})^T R (S_1 u_{k-1}) + (S_1 u_{k-1})^T R S_2 U_k + \\ &+ (S_2 U_k)^T R (S_1 u_{k-1}) + (S_2 U_k)^T R (S_2 U_k) \end{aligned} \quad (130)$$

Vzhľadom na to, že váhová matica  $R$  je symetrická, platí:

$$\Delta U_k^T R \Delta U_k = J_c + 2[(S_1 u_{k-1})^T R S_2] U_k + U_k^T [S_2^T R S_2] U_k \quad (131)$$

Prvý člen je konštantný, označený  $J_c$ , z hľadiska optimalizácie kritéria nie je uvažovaný.

### 5.4.3 Výpočet riadiaceho zákona

Na výpočet riadiaceho zákona je využité rovnaké optimalizačné kritérium (119) ako v prípade predošlého regulátora, so zmenou posledného penalizačného členu. Využitím rovnice (131) platí pre zápis optimalizačného kritéria nasledovné:

$$J = [Y_k - Y_r]^T Q [Y_k - Y_r] + (S_1 u_{k-1} + S_2 U_k)^T R (S_1 u_{k-1} + S_2 U_k) \quad (132)$$

$$J = J_c + 2 \left[ (\tilde{C}_N x_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r)^T Q \tilde{B}_N + (S_1 u_{k-1})^T R S_2 \right] U_k + U_k^T (\tilde{B}_N^T Q \tilde{B}_N + S_2^T R S_2) U_k \quad (133)$$

Využitím rovníc (120), (121) a aplikáciou (123) platí pre riadiaci zákon:

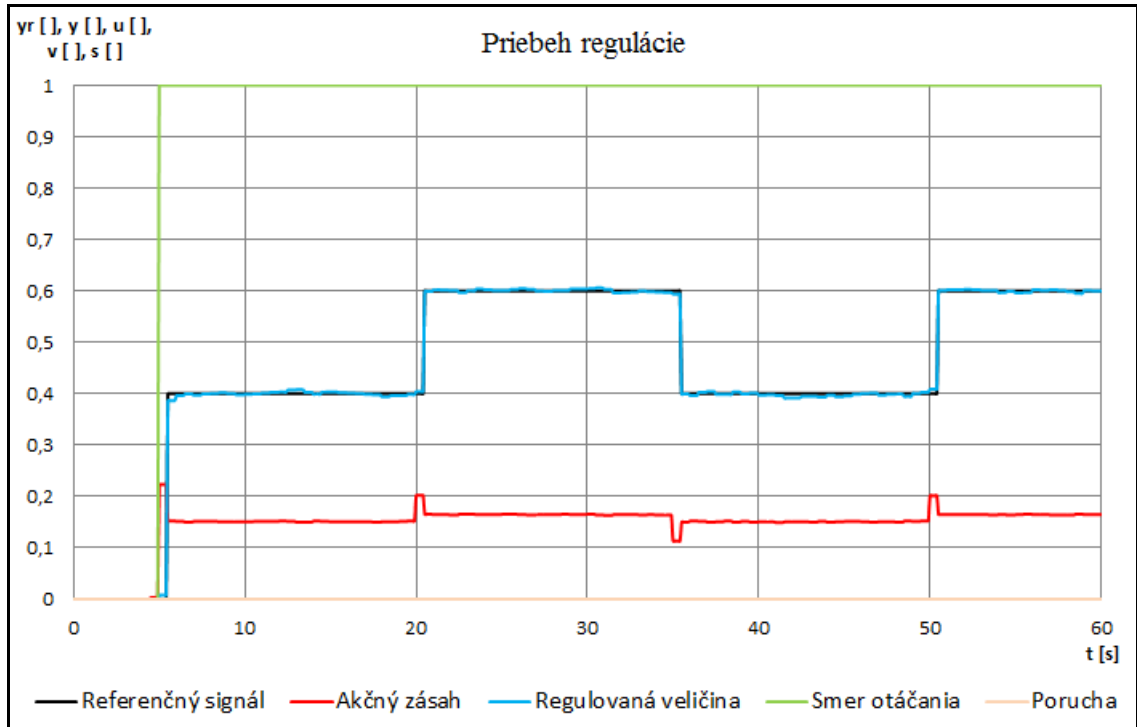
$$U_k = -(\tilde{B}_N^T Q \tilde{B}_N + S_2^T R S_2)^{-1} \left[ \tilde{B}_N^T Q (\tilde{C}_N x_k + \tilde{W}_N W_k - Y_r) + S_2^T R (S_1 u_{k-1}) \right] \quad (134)$$

$$u_k = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] U_k \quad (135)$$

Výpočet oboch uvedených riadiacich zákonov je možné zrealizovať pomocou funkcie `quadprog` v prostredí MATLAB. Oba navrhnuté regulátory, zrealizované v prostredí MATLAB Simulink obsahujú oba spôsoby výpočtu akčného zásahu.

## 5.5 Vplyv váhovej matice $R$

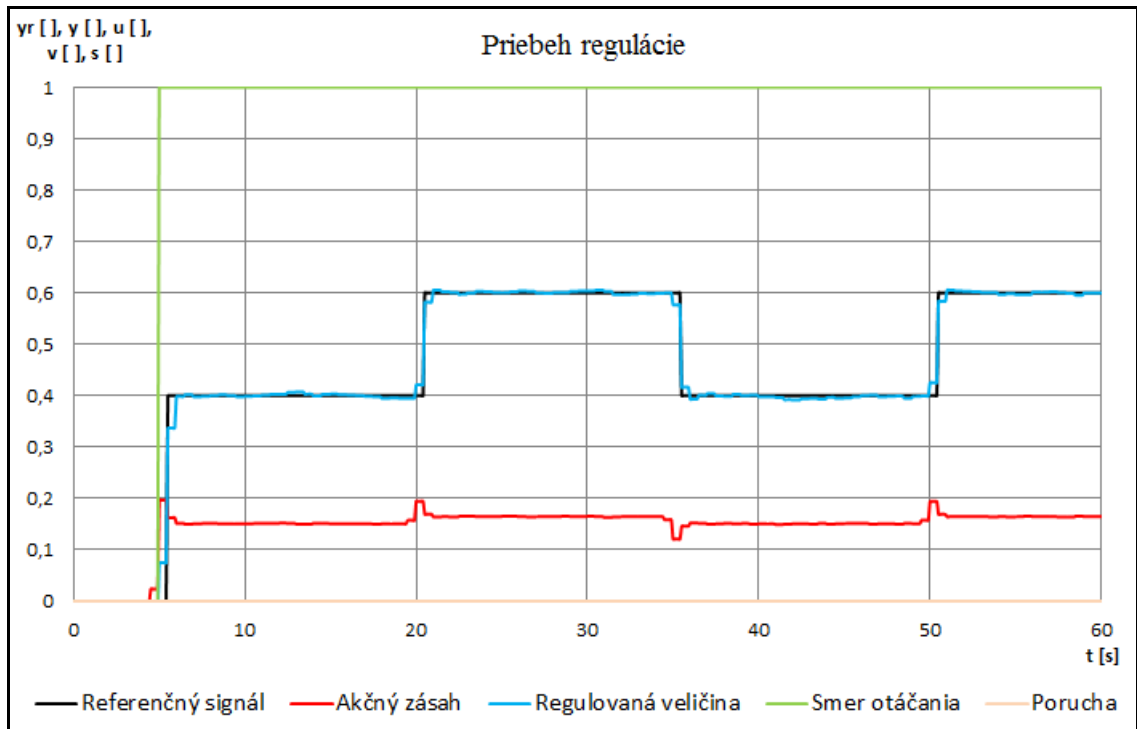
### 5.5.1 Pozorovanie simulácií regulácie



Obr. 25. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 0,1 na diagonále  $R$

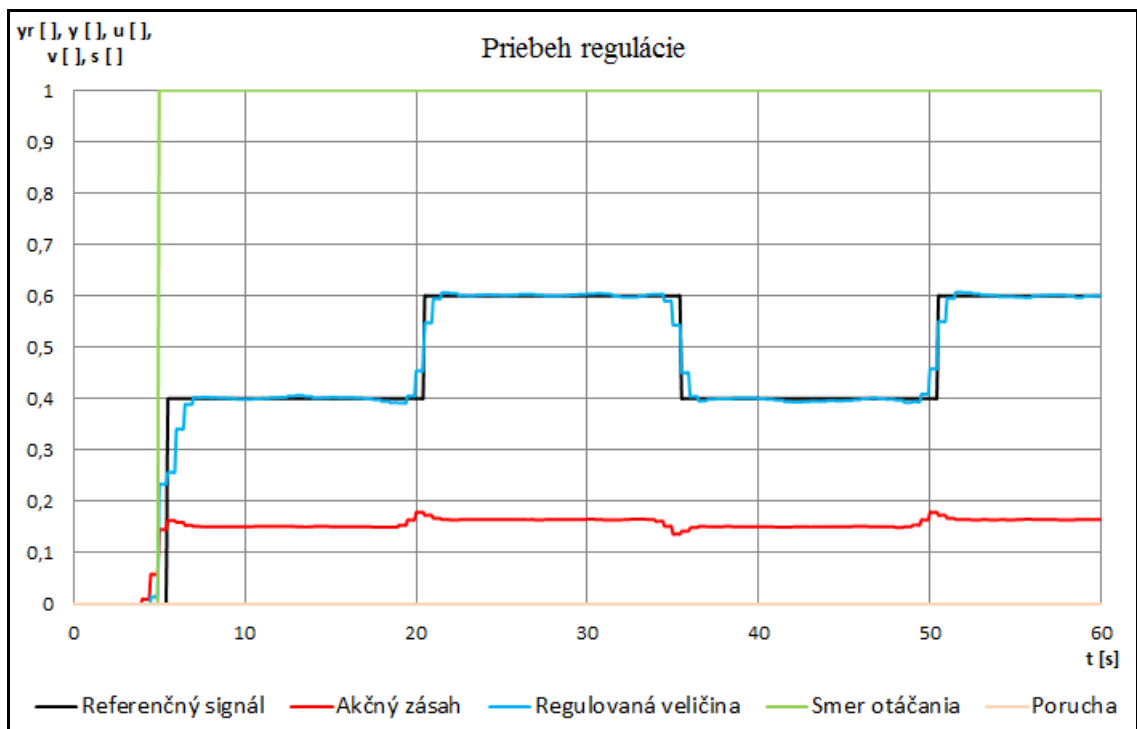
Na uvedených obrázkoch sú znázornené priebehy jednotlivých veličín systému získané simuláciou regulácie podobne, ako tomu bolo v prípade predošlého odvodeného regulátora. Predmetom skúmania bolo zistenie vplyvu hodnôt váhovej matice  $R$  na kvalitu regulácie a porovnanie so získanými výsledkami predošlého regulátora.

Na obr. 25 je uvedený regulačný priebeh pri nastavení hlavnej diagonály váhovej matice  $R$  na hodnoty 0,1. Nasledujúce dva obrázky predstavujú regulačné priebehy pri zvyšovaní hodnôt hlavnej diagonály váhovej matice  $R$  na hodnoty 1 a 10.



Obr. 26. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 1 na diagonále  $R$

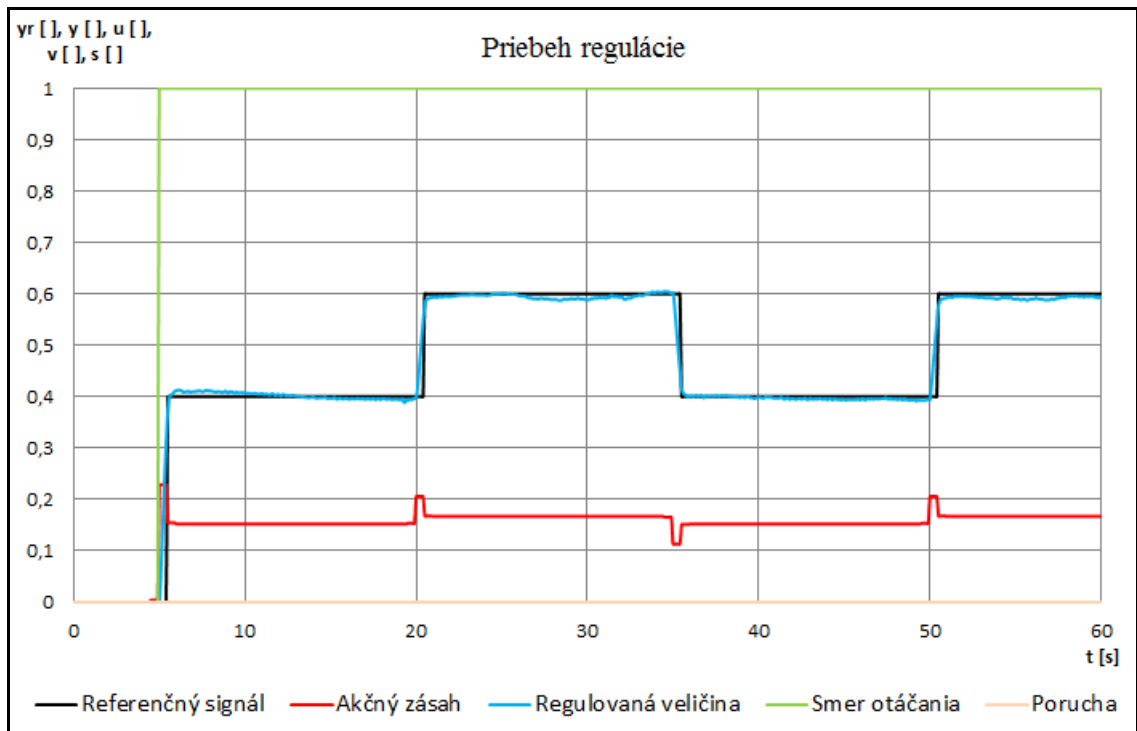
Zvyšovanie hodnôt na hlavnej diagonále váhovej matice  $R$  má za následok plynulejší priebeh akčných zásahov a tým i regulovanej veličiny. Veľkou výhodou regulátora s penalizáciou zmien akčných zásahov je regulácia bez trvalej regulačnej odchýlky, čím odstraňuje nedostatky regulátora s penalizáciou hodnôt akčných zásahov.



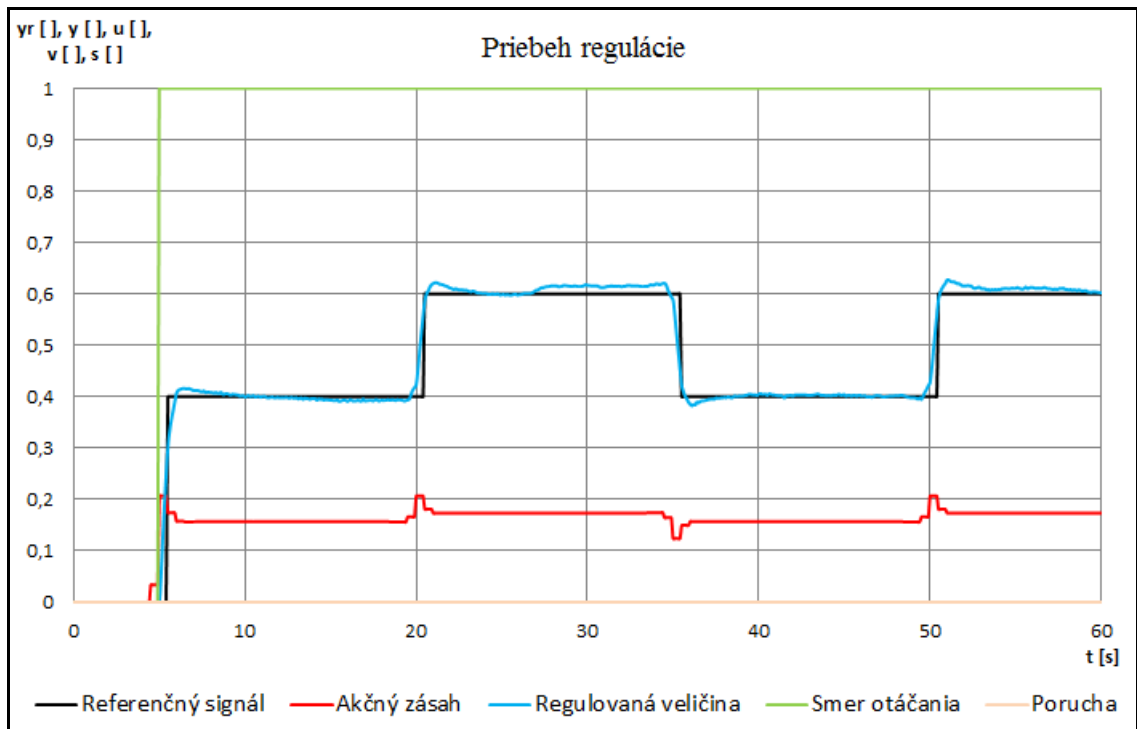
Obr. 27. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 10 na diagonále  $R$

### 5.5.2 Pozorovanie reálnej regulácie

Nasledujúce priebehy boli získané meraním za rovnakých podmienok aké boli použité pri simuláciách. Priebehy spĺňajú získané predpoklady zo simulácií.

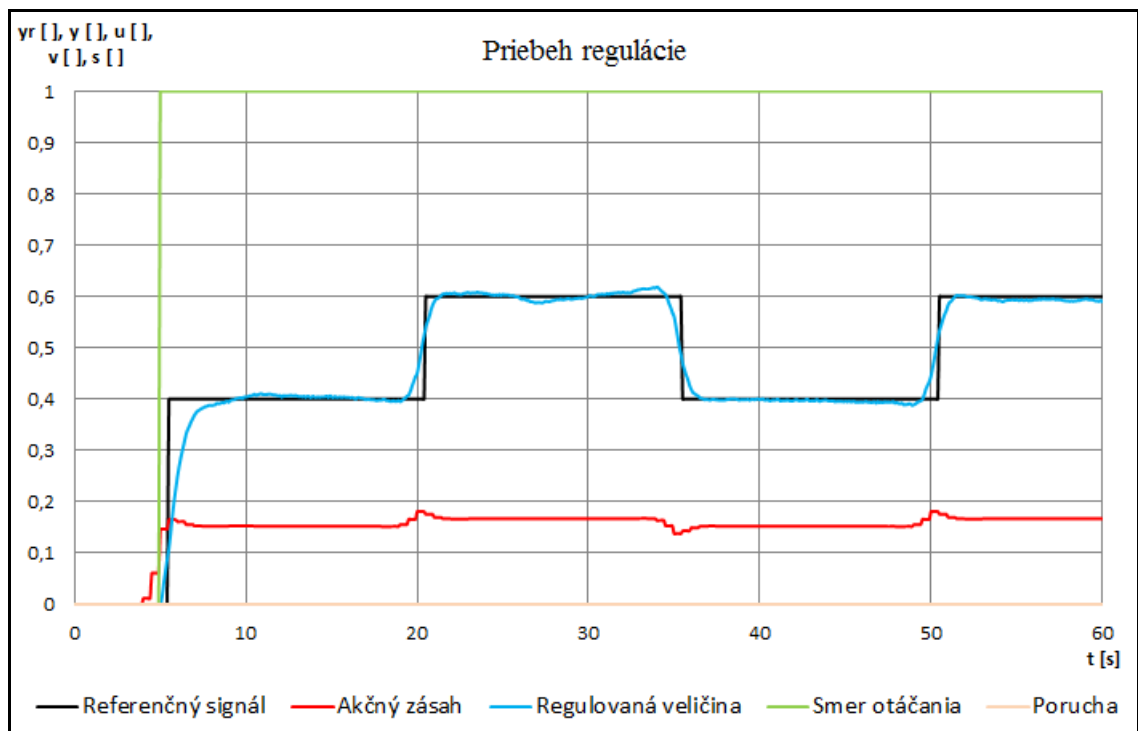


Obr. 28. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 0,1 na diagonále  $R$



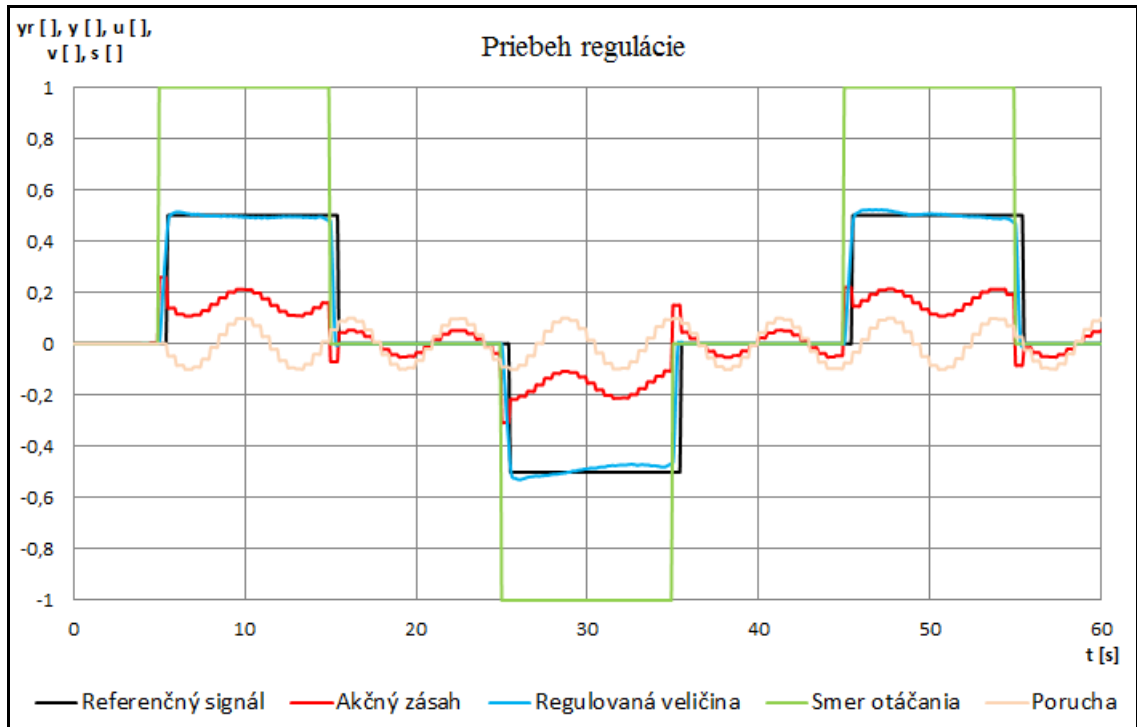
Obr. 29. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 1 na diagonále  $R$

Zvyšovanie hodnôt prvkov hlavnej diagonály váhovej matice  $R$  zabezpečuje plynulejší priebeh regulácie a kladie tak nižšie nároky na rýchlosť zmeny akčného zásahu.



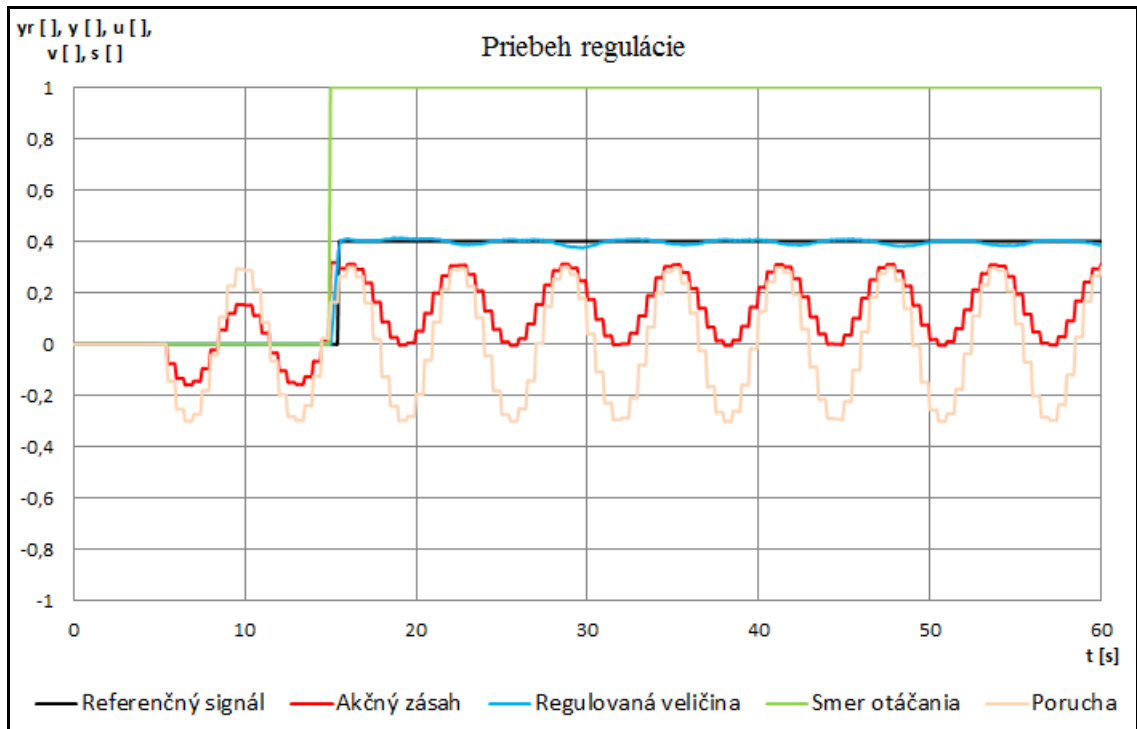
Obr. 30. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 10 na diagonále  $R$

## 5.6 Ukázky regulací



Obr. 31. Pozorovanie nedokonalostí modelu

Na obr. 31 je možné pozorovať regulačný priebeh so skokovými zmenami referenčného signálu pri pôsobení sínusového signálu poruchy, pre hodnoty 0,1 na diagonále váhovej matice  $R$ . Na priloženom CD sa nachádzajú ďalšie namerané priebehy regulácií.



Obr. 32. Pozorovanie vplyvu poruchy

Regulačný priebeh zobrazený na obr. 32 predstavuje reguláciu na konštantnú hodnotu pri pôsobení poruchy v podobe sínusového signálu. Regulovaná veličina je touto poruchou do určitej miery ovplyvnená, pretože mierne kolíše okolo hodnoty referenčného signálu. Táto chyba môže byť spôsobená nepresnosťou identifikácie alebo čiastočnou zmenou niektorého z parametrov systému, keďže identifikácia systému bola vykonaná pri inej teplote okolia ako samotné merania regulácií.

## ZÁVER

Rýchly rozvoj v oblastiach moderných metód riadenia prinášal neustále nové a nové algoritmy riadenia, ktoré boli často z dôvodu nedostatočného výpočtového výkonu určené prevažne na dynamicky pomalšie systémy a praxou odsúvané nabok. Dnešná moderná výkonná výpočtová technika posúva i teóriu riadenia o krok vpred, kedy umožňuje nasadenie zložitých výpočtových algoritmov i na rýchle dynamické systémy a pomáha tak priblížiť teóriu k aplikovanej praxi. Hovorí sa v tomto prípade o takzvanej on-line regulácii.

Výsledky tejto práce potvrdzujú názory týkajúce sa vhodnosti nasadenia prediktívneho riadenia v procesoch reálneho času. Testované filtre typu IIR, slúžiace na odhad neznámeho stavu systému, pevne obhájili svoj význam a postavenie, no ich výsledky nespĺnili tvrdé kritériá pre nasadenie v prediktívnom riadení. Na rad v tomto prípade prichádzajú filtre typu FIR, ktoré majú nezastupiteľné miesto a ich výsledky potvrdzujú názor, že i v nepriaznivých podmienkach reálnych systémov je stále možné takzvané nahliadnutie pod pokrievku.

Testovanie prediktívnych regulátorov odhalilo široké možnosti ich nastavení podľa požiadaviek konkrétnej aplikácie. Regulátory s penalizáciou zmien akčných zásahov poskytujú kvalitnú reguláciu bez trvalej regulačnej odchýlky. Dokážu sa taktiež prispôbiť požadovaným podmienkam na rýchlosť zmeny akčného zásahu, ktoré často vznikajú napríklad kvôli mechanickej konštrukcii akčných členov.

Výsledky taktiež potvrdzujú, že pre realizáciu prediktívneho riadenia je nevyhnutná čo najpresnejšia znalosť riadeného systému. Na základe presného modelu prediktívny regulátor dokáže zabezpečiť vysoko kvalitnú reguláciu i v prípade pôsobenia porúch na systém, ak sú tieto poruchy vhodne zahrnuté do modelu systému.

Prediktívne riadenie je jednoznačne vhodné pre reguláciu v reálnom čase. Neustále zvyšujúce sa nároky na rýchlosť regulácií však posúvajú vývoj stále dopredu a preto je nevyhnutné, aby bol i v oblastiach prediktívneho riadenia zaznamenávaný neustály rozvoj, čím by bolo možné pokladať teóriu prediktívneho riadenia za perspektívnu.

## ZÁVER V ANGLIČTINE

The rapid development in the areas of modern control methods brought new management and new algorithms continually, which were often due to insufficient computing power intended mainly for slower dynamic systems and overrode. Today's advanced computing moves the control theory one step forward, with that allows mounting of complex computational algorithms for fast dynamic systems and helps to bring the theory to applied practice. It is called the on-line regulation.

The results of this thesis confirm the views for deployment a predictive control in real time processes. Tested IIR filters, used for estimating unknown system states, have strongly defended their position and importance, but their results did not satisfy the tough criteria for use in predictive control. In this case is necessary use FIR filters, which are irreplaceable and their results confirm that also in adverse conditions of real systems, the so-called looking under lid is still possible.

Testing the predictive controllers revealed a wide range of their use according on specific application requirements. Regulators with penalty of input changes provide quality control without permanent control deviation. They can also adapt to the conditions for the control output speed changes, which often arise because of a mechanical structure of actuators.

The results also confirm that for the implementation of predictive control is necessary the most accurate knowledge of the system model. Based on the exact model, predictive controller is able to ensure high quality control, even if the disturbances are present. These disturbances must be good implemented into model.

Predictive control is uniquely suited for real time process control. Constant increase of requirements for control speed move development still forward and so it is essential that the development of predictive control must continue, which could be regard predictive control theory as perspective.

## ZOZNAM POUŽITEJ LITERATURY

- [1] DR300: *Laboratory Setup Speed Control with Variable Load*. Duisburg, 2000. Dostupné z: [http://www.utm.mx/~jvasquez/motor\\_lab.pdf](http://www.utm.mx/~jvasquez/motor_lab.pdf)
- [2] BOBÁL, Vladimír, Petr CHALUPA, Marek KUBALČÍK a Petr DOSTÁL. SELF-TUNING PREDICTIVE CONTROL OF NONLINEAR SERVO-MOTOR. *Journal of electrical engineering* [online]. 2010, roč. 61, č. 6, s. 8 [cit. 2012-05-30]. ISSN 1335-3632. Dostupné z: [http://iris.elf.stuba.sk/JEEEC/data/pdf/6\\_110-6.pdf](http://iris.elf.stuba.sk/JEEEC/data/pdf/6_110-6.pdf)
- [3] BRÁZDIL, Michal. Výpočet obecného řídicího zákona prediktivního řízení pro systému druhého řádu bez omezení. *Posterus* [online]. 2008, roč. 1, č. 4 [cit. 2012-05-30]. ISSN 1338-0087. Dostupné z: <http://www.posterus.sk/?p=11147>
- [4] CAMACHO, E a C BORDONS. *Model predictive control*. New York: Springer, 1999, xvii, 280 p. ISBN 35-407-6241-8.
- [5] GOULART, Paul J., Eric C. KERRIGAN a Jan M. MACIEJOWSKI. Optimization over state feedback policies for robust control with constraints. *Automatica* [online]. 2006, roč. 42, č. 4, s. 523-533 [cit. 2012-05-30]. ISSN 00051098. DOI: 10.1016/j.automatica.2005.08.023. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0005109806000021>
- [6] HAN, Soohee, Pyung Soo KIM a Wook Hyun KWON. Receding horizon FIR filter with estimated horizon initial state and its application to aircraft engine systems. *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications: August 22-27, 1999, Hawaii'i, USA* [online]. Piscataway, NJ: IEEE, 1999, č. 1 [cit. 2012-05-30]. ISSN 0-7803-5446-X. DOI: 10.1109/CCA.1999.806139. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=806139>
- [7] HESPANHA, Joao Pedro. Undergraduate Lecture Notes on LQG/LQR controller design. In: *ECE 147C/ME 106A- Control Systems Design project* [online]. 2007 [cit. 2012-05-30]. Dostupné z: <http://www.ece.ucsb.edu/~hespanha/ece147c-me106a/web/lqrlqgnotes.pdf>
- [8] HUBÁČEK, Jiří. *Prediktivní řízení s omezením vstupních a výstupních veličin*. Zlín, 2008. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati, Fakulta aplikované informatiky.
- [9] CHEN, Youhua. Output Feedback RHC for Constrained Linear Systems. *Mechanical systems and control* [online]. New York, NY: ASME, 2008, č. 42 [cit. 2012-05-30]. ISSN 0-7918-4303-3. DOI: 10.1115/IMECE2007-42110. Dostupné z: <http://asmedl.org/getabs/servlet/GetabsServlet?prog=normal&id=ASMECP02007043033000889000001&idtype=cvips&gifs=yes&ref=no>

- [10] JAJČIŠIN, Štefan a Anna JADLOVSKÁ. Aplikácia moderných metód stavového riadenia na reálny výukový systém. In: *Technická univerzita v Košiciach* [online]. 2010 [cit. 2012-05-30]. Dostupné z: [http://kyb.fe.i.tuke.sk/laboratoria/ludia/pdf/JajcisinJadlovska\\_FEI1\\_2010.pdf](http://kyb.fe.i.tuke.sk/laboratoria/ludia/pdf/JajcisinJadlovska_FEI1_2010.pdf)
- [11] JANEČEK, Michal. *Prediktivní řízení systémů*. Zlín, 2006. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati, Fakulta aplikované informatiky.
- [12] KIM, Ki Baek a Wook Hyun KWON. Stabilizing receding horizon  $H_\infty$  control for linear discrete time-varying systems. *International Journal of Control* [online]. 2002, roč. 75, č. 18, s. 1449-1456 [cit. 2012-05-30]. ISSN 0020-7179. DOI: 10.1080/0020717021000025986. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020717021000025986>
- [13] KOOHMASKAN, Yousof. Convex optimization in Model Predictive Control. In: *Department of Electrical Engineering* [online]. 25.8.2010 [cit. 2012-04-25]. Dostupné z: [http://ele.aut.ac.ir/~bsamadi/docs/cvx10/mpc\\_cvx.pdf](http://ele.aut.ac.ir/~bsamadi/docs/cvx10/mpc_cvx.pdf)
- [14] KWON, Bo Kyu, Soohye HAN, Oh Kyu KWON a Wook Hyun KWON. Minimum Variance FIR Smoothers for Discrete-Time State Space Models. *IEEE Signal Processing Letters* [online]. 2007, roč. 14, č. 8, s. 557-560 [cit. 2012-05-30]. ISSN 1070-9908. DOI: 10.1109/LSP.2007.891840. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4276736>
- [15] KWON, W a S HAN. *Receding horizon control: model predictive control for state models*. London: Springer, 2005, 380 s. ISBN 18-462-8017-6.
- [16] MACIEJOWSKI, Jan Marian. *Predictive control: with constraints*. New York: Prentice Hall, 2002, xviii, 331 p. ISBN 0201398230.
- [17] MIKLEŠ, Ján a Miroslav FIKAR. *Modelovanie, identi\_kácia a riadenie procesov II*. Bratislava: STU Press, 2004. ISBN 80-227-2134-4.
- [18] MUSKE, Kenneth R. a James B. RAWLINGS. Model predictive control with linear models. *AIChE Journal* [online]. 1993, roč. 39, č. 2, s. 262-287 [cit. 2012-05-30]. ISSN 0001-1541. DOI: 10.1002/aic.690390208. Dostupné z: <http://doi.wiley.com/10.1002/aic.690390208>
- [19] NEVISTIC a PRIMBS. Finite Receding Horizon Linear Quadratic Control: A Unifying Theory for Stability and Performance Analysis. In: HETÉNYI, M. *Stanford University* [online]. California Institute of Technology, Pasadena, 1997 [cit. 2012-05-30]. Dostupné z: [http://www.stanford.edu/~japrimbs/Publications/NePr97\\_001.pdf](http://www.stanford.edu/~japrimbs/Publications/NePr97_001.pdf)
- [20] OVERSCHEE, Peter van a Bart L MOOR. *Subspace identification for linear systems: theory, implementation, applications* [online]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996, 254 s. [cit. 2012-04-25]. ISBN 07-923-9717-7. Dostupné z: [http://www.shadmehrlab.org/Courses/learningtheory\\_files/subspace\\_book\\_96.pdf](http://www.shadmehrlab.org/Courses/learningtheory_files/subspace_book_96.pdf)

- [21] PARK, J.H., S. HAN a W.H. KWON. Finite Memory Generalized Predictive Controls for Discrete-time State Space Models. In: *IEEE Xplore* [online]. 2008 [cit. 2012-04-25]. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4694359&tag=1>
- [22] PARK, Jung Hun, Soohee HAN a Wook Hyun KWON. Finite Memory Generalized Predictive Controls for Discrete-time State Space Models. *2008 International Conference on Control, Automation and Systems*. IEEE, 2009, č. 7, s. 6. ISSN 978-89-950038-9-3. DOI: 10.1109/ICCAS.2008.4694359.
- [23] PLANDOR, Milan. *Adaptivní prediktivní řízení*. Zlín, 2006. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati, Fakulta aplikované informatiky.
- [24] SONG, I.Y., D.Y. KIM, V. SHIN a M. JEON. Receding horizon filtering for discrete-time linear systems with state and observation delays. *IET Radar, Sonar* [online]. 2012, roč. 6, č. 4, s. 263-271 [cit. 2012-05-30]. ISSN 17518784. DOI: 10.1049/iet-rsn.2011.0094. Dostupné z: <http://link.aip.org/link/IRSNBX/v6/i4/p263/s1>

**ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A ZKRATIEK**

$x_k^r$	referenčná hodnota stavu systému.
$\bar{Q}_N, \bar{R}_N$	váhové matice optimalizačného kritéria pre horizont $N$ .
$X_k^r$	matica predikcií referenčných hodnôt stavov systému.
$y_k^r$	referenčná hodnota systému.
$\hat{x}_k$	odhad stavu systému.
$A, B, B_w, G, C_z, D,$ $D_w$	matice stavového popisu systému pre jednotlivé oblasti použitia.
ARX	Autoregressive model with external input.
$e_k$	odchýlka skutočného a odhadnutého stavu.
FIR	Finite Impulse Response.
FMC	Finite Memory Control.
FMGPC	Finite Memory Generalized Predictive Control.
GPC	Generalized Predictive Control.
$H, L$	ziskové matice FIR filtra.
IIR	Infinite Impulse Response.
$J$	optimalizačné kritérium.
$K_u, K_v$	zosilnenia identifikovaného systému.
LQFMC	Linear Quadratic Finite Memory Control.
LQGC	Linear Quadratic Gaussian Control.
MPC	Model Predictive Control.
MVFIR	Minimum Variance Finite Impulse Response.
$N$	dĺžky horizontov.

ot/min	otáčky za minútu.
$Q, R, R_w, Q_f$	váhové matice optimalizačného kritéria.
QP	Quadratic Programming.
$Q_w, R_v$	kovariančné matice šumov.
RH $H_\infty$ C	Receding Horizon H-infinite Control.
RHC	Receding Horizon Control.
RHF	Receding Horizon Filter.
RHLQC	Receding Horizon Linear Quadratic Control.
SDP	Semidefinite Programming.
$S_e$	kritérium vyhodnotenia kvality regulácie.
$s_k$	smer otáčania motora.
$S_{xx}$	kritérium vyhodnotenia kvality odhadu stavu.
$T$	perióda vzorkovania, prípadne časová konštanta systému.
$u_k$	akčný zásah.
$U_k$	matica predikcií akčných zásahov.
$W_k$	matica predikcií porúch.
$w_k, v_k$	poruchy systému.
$x_k$	stav systému.
$X_k$	matica predikcií stavov systému.
$y_k$	meraný výstup systému.
$Y_k$	matica predikcií výstupov systému.
$Y_{k-1}, U_{k-1}, W_{k-1}, V_{k-1}$	matice predošlých hodnôt veličín na horizonte filtra.
$Y_r$	matica predikcií referenčných hodnôt.
$z_k$	riadený výstup systému.

**ZOZNAM OBRÁZKOV**

<i>Obr. 1. Stratégia pohyblivého horizontu .....</i>	13
<i>Obr. 2. Model AMIRA DR300 [23] .....</i>	34
<i>Obr. 3. Náhradná schéma jednosmerného motora .....</i>	34
<i>Obr. 4. Statická charakteristika motora pre kladné otáčky .....</i>	36
<i>Obr. 5. Statická charakteristika motora pre záporné otáčky .....</i>	37
<i>Obr. 6. Spriemerovaná statická charakteristika .....</i>	37
<i>Obr. 7. Štruktúra modelu systému .....</i>	38
<i>Obr. 8. Ukážka prvého testovacieho šumu .....</i>	41
<i>Obr. 9. Ukážka druhého testovacieho šumu .....</i>	41
<i>Obr. 10. Ukážka tretieho testovacieho šumu .....</i>	42
<i>Obr. 11. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom .....</i>	43
<i>Obr. 12. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom .....</i>	44
<i>Obr. 13. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom .....</i>	46
<i>Obr. 14. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom .....</i>	47
<i>Obr. 15. Porovnanie odhadnutého stavu s vypočítaným stavom .....</i>	48
<i>Obr. 16. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 0,1 na diagonále R .....</i>	53
<i>Obr. 17. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 1 na diagonále R .....</i>	54
<i>Obr. 18. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 10 na diagonále R .....</i>	54
<i>Obr. 19. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 0,1 na diagonále R .....</i>	55
<i>Obr. 20. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 1 na diagonále R .....</i>	55
<i>Obr. 21. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 10 na diagonále R .....</i>	56
<i>Obr. 22. Pozorovanie zmien parametrov systému .....</i>	57
<i>Obr. 23. Pozorovanie vplyvu poruchy .....</i>	57
<i>Obr. 24. Detail regulačného priebehu .....</i>	58
<i>Obr. 25. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 0,1 na diagonále R .....</i>	61
<i>Obr. 26. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 1 na diagonále R .....</i>	62
<i>Obr. 27. Regulačný priebeh simulácie s hodnotami 10 na diagonále R .....</i>	62
<i>Obr. 28. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 0,1 na diagonále R .....</i>	63
<i>Obr. 29. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 1 na diagonále R .....</i>	63
<i>Obr. 30. Regulačný priebeh reálneho merania s hodnotami 10 na diagonále R .....</i>	64
<i>Obr. 31. Pozorovanie nedokonalostí modelu .....</i>	65

---

*Obr. 32. Pozorovanie vplyvu poruchy* ..... 66

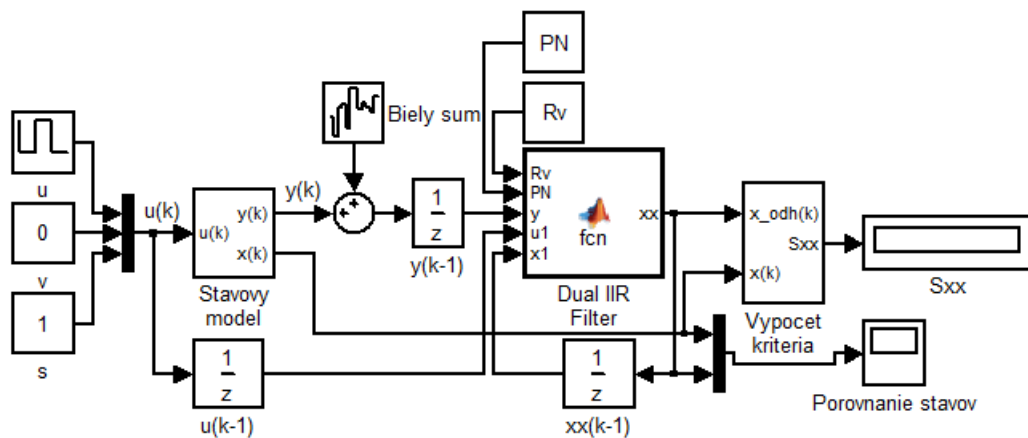
**ZOZNAM TABULIEK**

<i>Tab. 1. Prehľad kritérií kvality .....</i>	43
<i>Tab. 2. Prehľad kritérií kvality .....</i>	44
<i>Tab. 3. Prehľad kritérií kvality .....</i>	45
<i>Tab. 4. Prehľad kritérií kvality .....</i>	46
<i>Tab. 5. Prehľad kritérií kvality .....</i>	47
<i>Tab. 6. Prehľad kritérií kvality .....</i>	48
<i>Tab. 7. Prehľad dĺžky cyklov.....</i>	49
<i>Tab. 8. Súhrnný prehľad kritérií kvality filtrov.....</i>	49

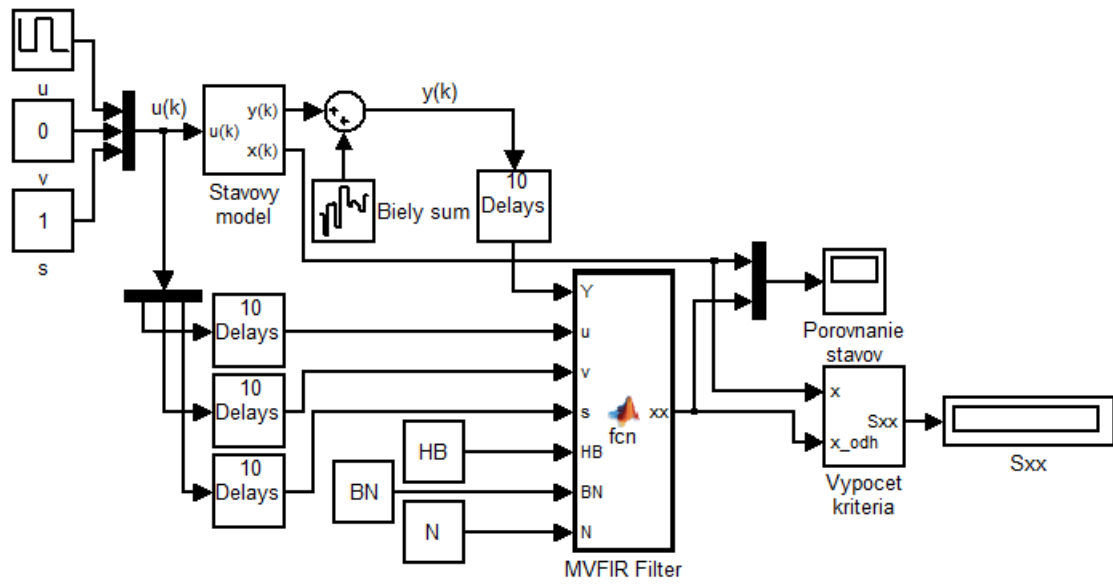
## ZOZNAM PRÍLOH

- P I Simulačná schéma duálneho IIR filtra.
- P II Simulačná schéma MVFIR filtra.
- P III Schéma regulácií.
- P IV Schéma simulácií regulácií.

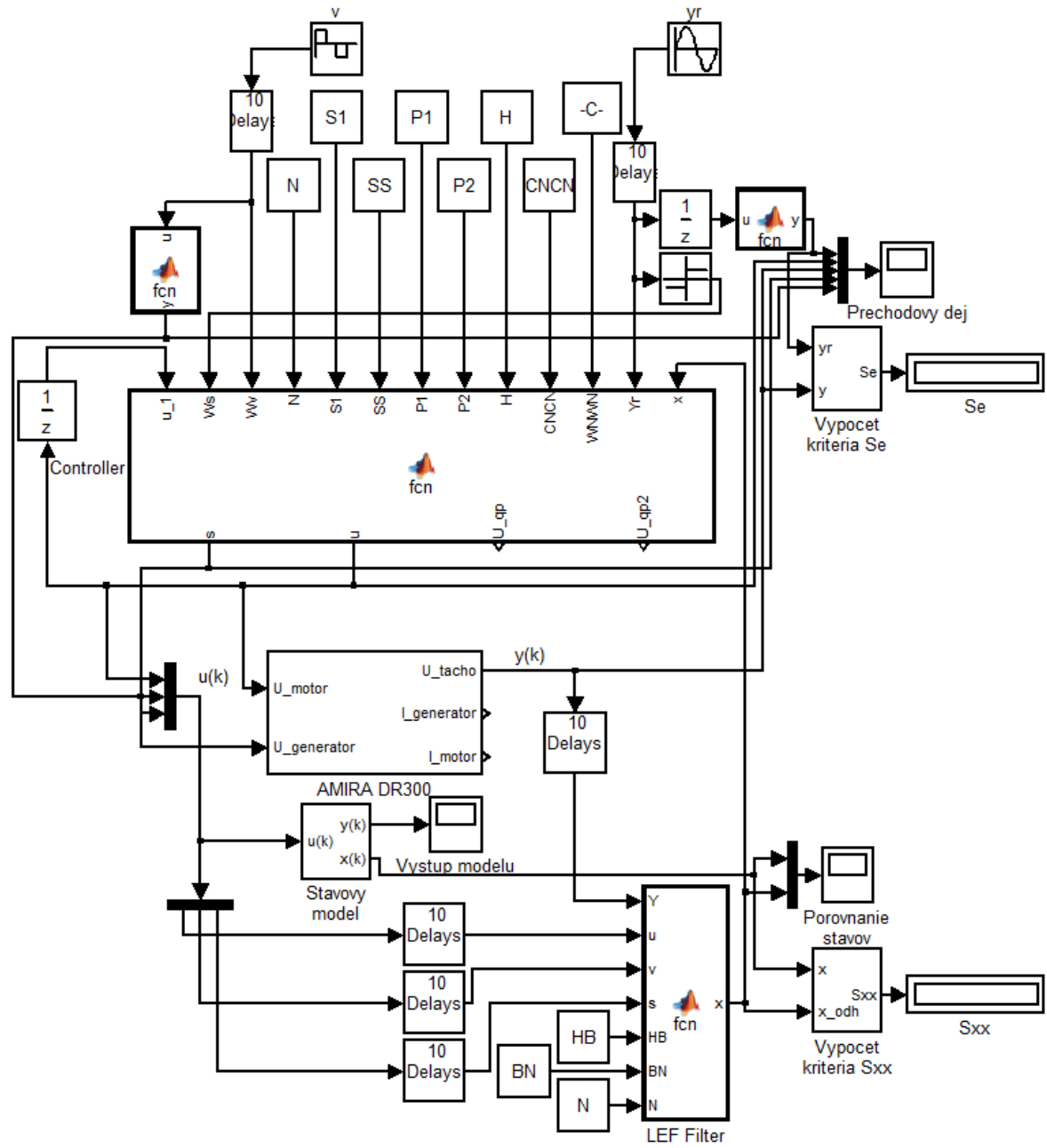
# PRÍLOHA P I: SIMULAČNÁ SCHÉMA DUÁLNEHO IIR FILTRA



## PRÍLOHA P II: SIMULAČNÁ SCHÉMA MVFIR FILTRA



# PRÍLOHA P III: SCHÉMA REGULÁCIÍ



# PRÍLOHA P IV: SCHÉMA SIMULÁCIÍ REGULÁCIÍ

