

Aplikace vybraných algoritmů řízení na model CE 151 – kulička na ploše

Implementation of selected control algorithms for the ball & plate
apparatus CE 151

Bc. Jitka Míková

Diplomová práce
2012



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Jitka MÍKOVÁ**
Osobní číslo: **A10300**
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Aplikace vybraných algoritmů řízení na model CE 151
– kulička na ploše**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární rešerši na dané téma.
2. Popište laboratorní model CE 151 – kulička na ploše.
3. Uvedte zjednodušený matematický model tohoto systému jak ve stavovém, tak i přenosovém vyjádření.
4. Navrhněte a realizujte vhodné algoritmy mnohorozměrového řízení pro tento systém pomocí stavového i přenosového přístupu.
5. Pro tyto účely vytvořte v prostředí MATLAB/Simulink jednoduché GUI umožňující přehledným způsobem provádět simulační i reálné experimenty s uvedeným modelem.
6. Dosažené výsledky řízení přehledně srovnajte a zhodnoťte.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. CE 151 Ball and Plate Apparatus. Technical & Educational manual. Praha: Humusoft s.r.o., 2006.
2. ŠTOLFA, Michal. Návrh a realizace vybraných algoritmů řízení pro laboratorní model kulička na ploše. Ostrava, 2005. Diplomová práce na FS VŠB Technické Univerzity Ostrava.
3. KIRCHNER, Miroslav. Laboratorní model CE 151 – kulička na ploše. Zlín, 2011. Diplomová práce na Fakultě aplikované informatiky UTB ve Zlíně.
4. DOSTÁL, Petr; MATUŠŮ, Radek. Stavová a algebraická teorie řízení. Zlín: UTB ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, 2010. ISBN 978-80-7318-991-4.
5. BALÁTĚ, Jaroslav. Automatické řízení. Praha: BEN-technická literatura, 2003. ISBN 80-7300-020-2.
6. SKOGESTAD, Sigurd; POSTLETHWAITE, Ian. Multivariable Feedback Control: Analysis and Design. Chichester: Wiley, 2005. ISBN 0-470-01168-8.
7. ZAPLATÍLEK, Karel; DOŇAR, Bohuslav. MATLAB – tvorba uživatelských aplikací. Praha: BEN – Technická literatura, 2004. ISBN 80-7300-133-0.

Vedoucí diplomové práce:

Ing. František Gazdoš, Ph.D.

Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce:

24. února 2012

Termín odevzdání diplomové práce:

6. června 2012

Ve Zlíně dne 24. února 2012



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.

děkan



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.

ředitel ústavu

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá identifikací laboratorního modelu CE 151 – kulička na ploše a implementací vybraných algoritmů řízení. Pro regulaci polohy kuličky je použito stavové řízení, konkrétně metoda přiřazení pólů a LQ řízení. Za tímto účelem byl aplikován Luenbergerův rekonstruktor stavu. Dále jsou využívány polynomiální metody pro 2 základní konfigurace řízení – 1DoF a 2DoF. Poslední část práce je věnována tvorbě grafického uživatelského rozhraní v programu MATLAB, které umožňuje jednoduše a přehledně experimentovat s uvedeným modelem a to jak simulačně, tak v reálném čase.

Klíčová slova: kulička na ploše, CE 151, identifikace, řízení, stavový přístup, polynomiální přístup, metoda přiřazení pólů, LQ řízení, Luenbergerův pozorovatel stavu, MATLAB.

ABSTRACT

This thesis deals with identification of the Ball & Plate apparatus CE 151 and implementation of selected control algorithms. For the control of ball position state feedback control is used, namely the pole placement method and LQ control. For this purpose Luenberger observer was utilized. Further, polynomial methods in the 1DoF and 2DoF control configurations are also exploited. The last part is dedicated to the development of simple graphical user interface in MATLAB to enable easy and user-friendly environment for both simulation and real-time experiments with the apparatus.

Keywords: Ball & Plate apparatus, CE 151, identification, control, state-space approach, polynomial methods, pole placement, LQ control, Luenberger observer, MATLAB.

Děkuji vedoucímu mé diplomové práce Ing. Františku Gazdošovi, Ph.D. za cenné rady, připomínky a odborné vedení.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	8
I TEORETICKÁ ČÁST	9
1 LITERÁRNÍ REŠERŠE	10
2 MODEL CE 151	12
2.1 TECHNICKÝ POPIS.....	13
2.2 PROGRAMOVÁ PODPORA	13
2.3 MATEMATICKÝ MODEL	15
2.4 STAVOVÝ POPIS A PŘENOS SYSTÉMU	19
3 STAVOVÉ ŘÍZENÍ	20
3.1 PŘÍRAZENÍ PÓLŮ LINEÁRNÍM STAVOVÝM REGULÁTOREM.....	20
3.2 OPTIMÁLNÍ ŘÍZENÍ.....	21
4 LUENBERGERŮV REKONSTRUKTOR STAVU	23
5 POLYNOMIÁLNÍ METODY NÁVRHU ŘÍZENÍ	25
5.1 KONFIGURACE SYSTÉMU ŘÍZENÍ 1 DOF.....	26
5.2 KONFIGURACE SYSTÉMU ŘÍZENÍ 2 DOF.....	27
II PRAKTICKÁ ČÁST	30
6 SEZNÁMENÍ S MODELEM	31
7 IDENTIFIKACE	35
7.1 IDENTIFIKACE V OSE X.....	36
7.2 IDENTIFIKACE V OSE Y.....	40
8 SIMULACE ŘÍZENÍ POLOHY	43
8.1.1 Luenbergerův pozorovatel stavu	43
8.1.2 Metoda přiřazení pólů	45
8.1.3 LQ řízení	47
8.1.4 Konfigurace 1DoF.....	51
8.1.5 Konfigurace 2DoF.....	53
9 POROVNÁNÍ POUŽITÝCH METOD	56
10 APLIKACE NA REÁLNÝ MODEL	57
11 GRAFICKÉ UŽIVATELSKÉ ROZHRANÍ	58
ZÁVĚR	59
ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ	60
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	61
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	63
SEZNAM OBRÁZKŮ	65
SEZNAM TABULEK	67
SEZNAM PŘÍLOH	68

ÚVOD

V dnešní době je považováno za jeden z největších nedostatků absolventů vysokých škol nedostatečné získání praktických zkušeností. Mnoho škol tento nedostatek kompenzuje využitím reálných modelů ve výuce. Při práci s těmito modely mohou studenti uplatnit své teoretické znalosti přímo na experimentech se skutečnými dynamickými systémy. Tento způsob práce je také důležitý pro rozvoj inženýrského citu studentů. Jednou z firem, které se zabývají výrobou modelů pro výuku teorie řízení a souvisejících předmětů, je firma Humusoft.

Tato diplomová práce využívá model CE 151 – kulička na ploše právě od firmy Humusoft. Jedná se o nestabilní systém s astatismem druhého řádu, se dvěma vstupy a dvěma výstupy. S modelem lze provádět rozsáhlou řadu experimentů jako například LQ řízení založené na stavovém nebo I/O modelu, fuzzy řízení, adaptivní řízení, dále řízení polohy míčku nebo jeho dráhy pomocí PID regulátoru a v neposlední řadě řízení pohybu kuličky mezi překážkami.

Diplomová práce je zaměřena na identifikaci laboratorního modelu CE 151 – kulička na ploše a implementaci vybraných algoritmů řízení. Pro regulaci polohy kuličky je použito stavové řízení, konkrétně metoda přiřazení pólů a LQ řízení. Dále jsou využity polynomiální metody návrhu regulátoru ve dvou základních konfiguracích – 1DoF a 2DoF. Součástí je také literární rešerše na dané téma. Poslední část práce je věnována tvorbě grafického uživatelského rozhraní v programu MATLAB, které umožňuje jednoduchou formou provádět simulační i reálné experimenty se zmíněným modelem.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 LITERÁRNÍ REŠERŠE

Pro model CE 151 bylo vytvořeno mnoho závěrečných prací na českých i slovenských vysokých školách. Práce se zabývají identifikací modelu a různými metodami řízení. V této kapitole je uvedena rešerše několika prací, které se podařilo získat nebo o nich vyhledat informace.

Ing. Michal Štolfa na základě matematického modelu navrhl ve své diplomové práci robustní a nerobustní algoritmy řízení vycházející z metody agregace stavových proměnných. Pisatel uvádí, že nejpřesněji a nejrychleji dosáhl žádané polohy pomocí robustního řízení v klouzavém režimu. U nerobustního řízení nedosáhl uspokojivého výsledku ani po mnoha experimentech kvůli silné nelinearitě systému. [10]

Ing. Miroslav Kirchner se ve své diplomové práci zabýval návrhem regulátoru pomocí Naslinovy metody, která se podle něj ukázala jako neefektivní. Dále použil metodu geometrického místa kořenů. Nejprve navrhl PD regulátor a poté PD regulátor s filtrací. Podle simulací vycházel PD regulátor nejlépe. V reálném nasazení však vůbec nebyl schopen dosáhnout žádané polohy. Při reálném řízení se podle autora osvědčil navržený regulátor s označením PID.1, který dosahoval nejmenšího překmitu i nejkratší doby ustálení. Metoda podle Naslina regulovala s vysokým překmitem a dlouhou dobou ustálení. [7]

Bc. Josef Zakucia ve své bakalářské práci použil pro návrh regulátoru frekvenční metody a metodu geometrického místa kořenů. Autor uvádí, že se jako nejlepší ukázalo navrhovat PD regulátory. Použitý model CE 151 však nefungoval správně při rychlých změnách vstupu. Chybu zdůvodnil vadným driverem. Tato skutečnost byla potvrzena výrobcem. Jeho praktická část tedy byla omezena na identifikaci a navržené regulátory nemohly být vyzkoušeny. [11]

Bc. Michal Debre se ve své bakalářské práci věnoval návrhu řízení pomocí PSD regulátoru a LQ řízením. PSD regulátor byl navržen metodou zpětné diference, ale z neznámých důvodů nebyl otestován na reálném modelu. Navržený LQ regulátor na skutečném systému

nefungoval. To autor odůvodňuje působením nelinearit a ztrácením kroků motoru, což mělo za následek nesprávný odhad stavu. [2]

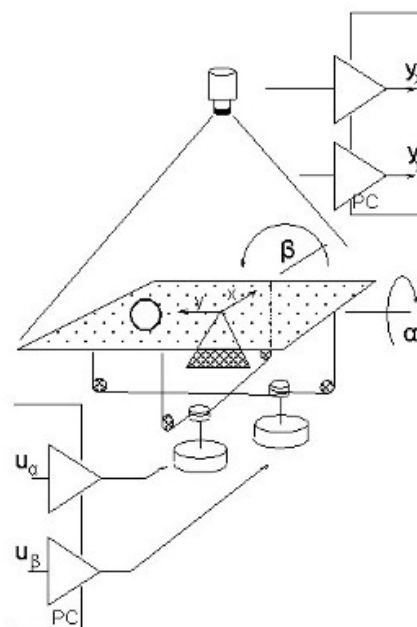
Dále byl nalezen článek skupiny L. Popoviče, V. Hladkého a J. Sarnovského. Ti poukazují na možnost využití laboratorního modelu kulička na ploše a MPT Toolboxu jako volně dostupného rozšíření funkcí programového balíku MATLAB/SIMULINK pro modelování a řízení dynamických systémů s cílem vytvoření nelineárního simulačního modelu a návrhu stavového optimálního algoritmu řízení pro sledování zvolené referenční trajektorie. [9]

Článek A. Jadlovské, Š. Jajčičina a R. Lonščáka se zabývá návrhem PID/PSD regulátorů pro nelineární dynamický systém kulička na ploše, jejich ověřením na simulačním i reálném modelu. Pro návrh regulátorů byla použita Naslinova metoda, metoda Butterworth a Graham-Lathropova. [6]

Dále nebyla nalezena žádná práce, která by se zabývala stavovým nebo polynomiálním řízením uplatněným v této diplomové práci. Proto nemohl být výsledek práce objektivně porovnán s jinou.

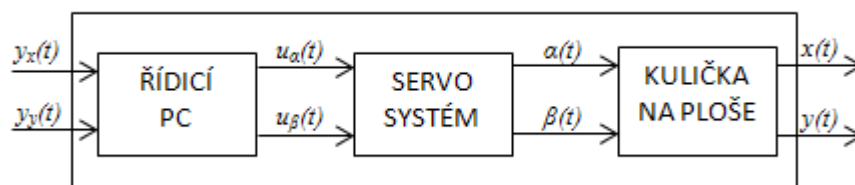
2 MODEL CE 151

Model CE 151 od firmy Humusoft byl navržen pro studijní účely spojené s dynamickým modelováním, identifikací, analýzou a návrhem řízení. Jedná se o nestabilní systém s astatismem druhého řádu, se dvěma vstupy a výstupy. Na obr. 1 je schématické znázornění modelu. Skládá se z kuličky pohybující se po ploše, která se může naklánět ve směru osy x a y . Plocha je řízená dvojicí krokových motorů a poloha kuličky je snímána kamerou. Obraz z kamery je zpracován počítačem a výsledkem je aktuální poloha kuličky na ploše. Na základě informace o poloze kuličky řídící počítač vyšle odpovídající hodnoty napětí na krokové motory, které nakloní plochu o takový úhel, aby se kulička dostala do požadované pozice. [1]



Obr. 1: Schéma modelu

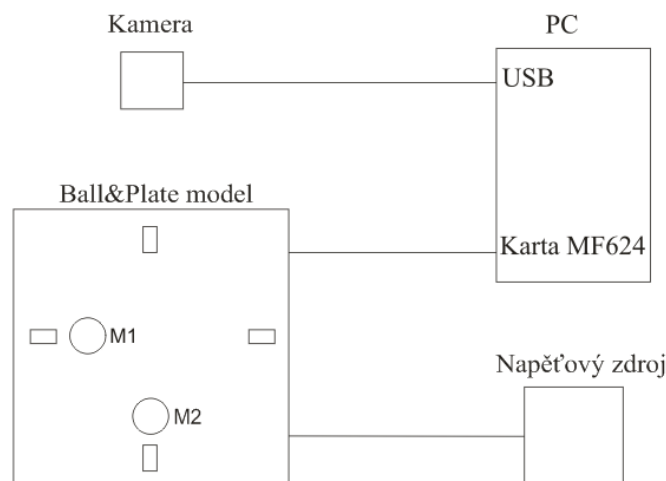
Obě osy mohou být řízeny nezávisle, protože jejich vzájemné interakce jsou zanedbatelné vzhledem k nízké rychlosti a zrychlení pohybu míče. Proto v praktické části této práce nejsou využity algoritmy MIMO řízení, ale celý systém se řídí dvěma nezávislými regulátory pro jednotlivé osy. Princip řízení modelu je uveden na obr. 2.



Obr. 2: Princip řízení

2.1 Technický popis

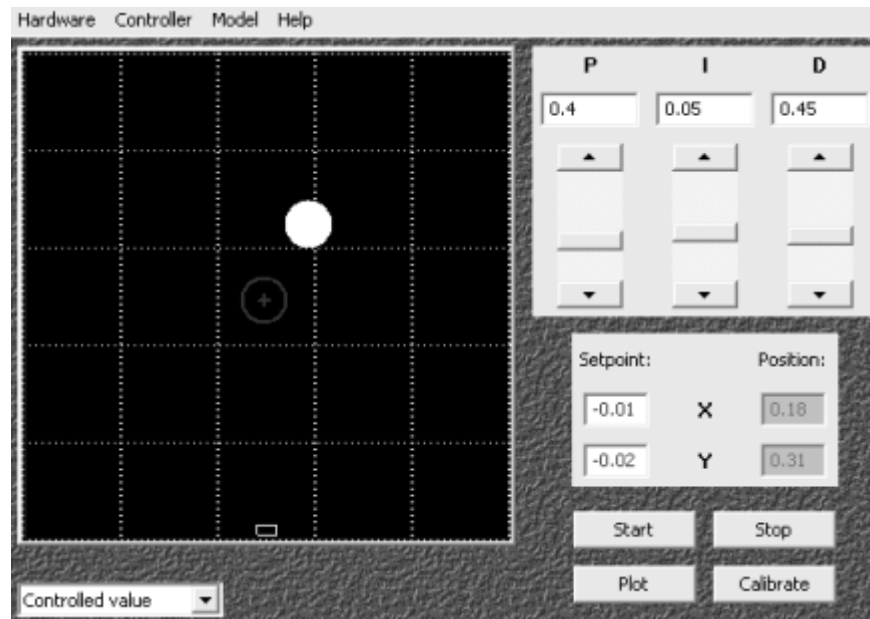
Celý výukový model se skládá z hlavní části tvořené naklápěcí plošinou se servomechanismem, napěťového zdroje, řídicí karty MF624 a webové kamery. Jednotlivé části jsou mezi sebou propojeny podle obr. 3. Tělo modelu má rozměry 430 mm x 430 mm x 200 mm. K němu je připevněna tyč o délce 1100 mm, na níž je umístěna webová kamera ve vzdálenosti 730 mm nad výkyvnou plochou o rozměrech 400 mm x 400 mm. Plocha se může naklápět ve dvou kolmých směrech v rozmezí $\pm 10^\circ$. O její naklápění se stará soustava dvou krokových motorů. Jeden krok motoru odpovídá 0,001 stupně. Model je napájen 240 V/50 Hz. Webová kamera od firmy Logitech disponuje rozlišením 640 px x 400 px. Simulinkový model však pracuje s rozlišením 160 px x 120 px, které je dostačující pro správné fungování a nezatěžuje PC. [5]



Obr. 3: Blokové schéma modelu

2.2 Programová podpora

Model CE 151 je dodáván s demonstračním programem, který je určen pro základní experimenty a pro rychlé seznámení se s modelem. Jeho úvodní okno je na obr. 4. V programu se mohou měnit parametry PID regulátoru a nastavovat žádaná poloha kuličky. Program umožňuje i nezbytnou kalibraci náklonu plochy. Uživatel si může zobrazit průběh regulace v obou osách a také měnit nastavení kamery.



Obr. 4: Dodávaný demo program

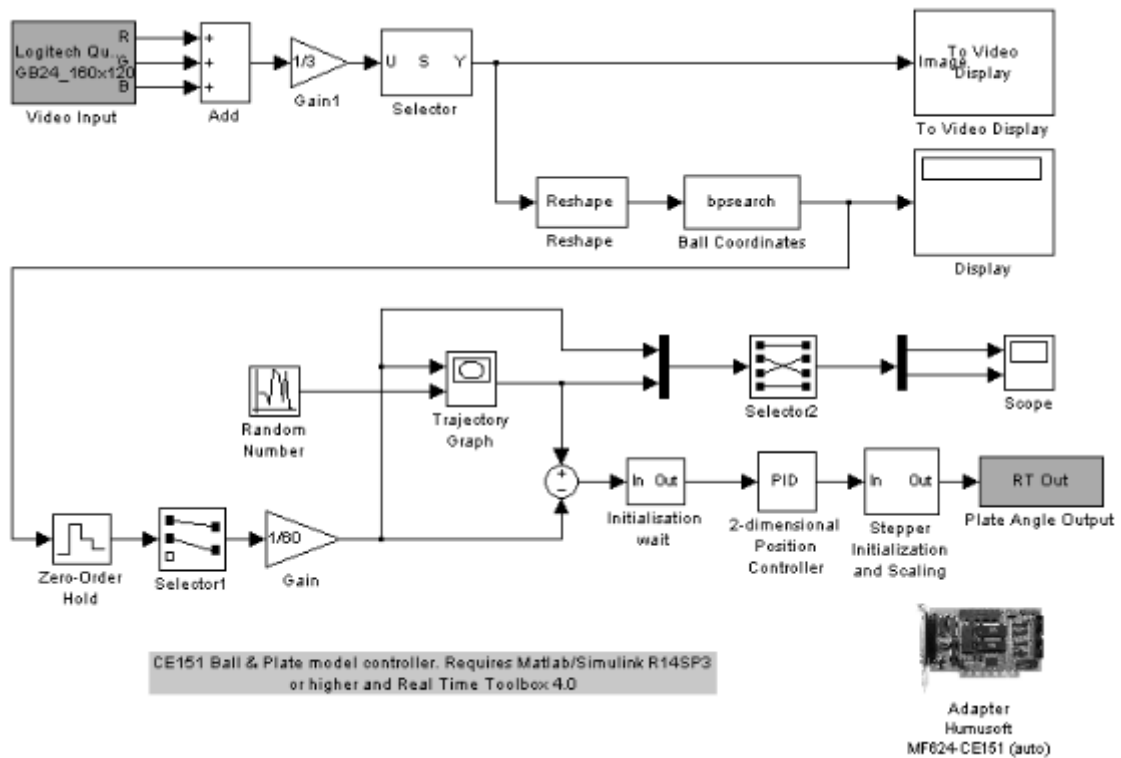
Model je ovládán programem MATLAB/SIMULINK. Toto prostředí je určené pro vědeckotechnické účely, simulace, paralelní výpočty apod. Běžně se používá pro inženýrské výpočty, tvorbu algoritmů, modelování a simulaci, analýzu dat i tvorbu aplikací (včetně grafického rozhraní). Důležitou částí programu MATLAB jsou knihovny funkcí - toolboxy. Mezi nejdůležitější toolboxy pro model CE 151 patří Real Time Toolbox, který obstarává komunikaci s modelem a Image Acquisition Toolbox, který zajišťuje získávání obrazových dat a videa z kamery.

Pro seznámení s modelem je následně popsána funkce několika nejdůležitějších bloků ze základního simulačního schématu (obr. 5).

Blok *Video Input* (Image Acquisition Toolbox) – zajišťuje snímání videa.

Blok *Ball Coordinates* – s-funkce obsahující m-file `bpsearch.m`, který vyhledá míček na ploše a vrátí jeho souřadnice.

Blok *Plate Angle Output* – posílá informace o náklonu na výstup komunikační karty.



Obr. 5: Základní schéma řízení v programu MATLAB/SIMULINK

2.3 Matematický model

Matematický popis dynamiky systému kuličky volně se pohybující po ploše vychází ze základní nelineární Euler-Lagrangeovy diferenciální rovnice, jejíž obecný tvar je

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial W_k}{\partial q_i} - \frac{\partial W_p}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

kde q_i – i -tá obecná souřadnice, \dot{q}_i – první derivace i -té obecné souřadnice podle času, W_k – kinetická energie systému, W_p – potenciální energie systému, Q_i – i -tá obecná síla. [4]

Tento systém má čtyři stupně volnosti, dva v pohybu kuličky a dva ve sklonu plochy. Náklon roviny je dán krouticími momenty τ_α a τ_β působícími na plochu v odpovídajícím směru. Tedy, obecnými souřadnicemi budou tyto proměnné

q_1 - souřadnice x , q_2 - souřadnice y , q_3 – úhel náklonu α , q_4 – úhel náklonu β .

Pro další výpočty byly zavedeny následující proměnné

x, y	poloha kuličky na ploše [m]
r	polohový vektor kuličky [m]
v	vektor rychlosti [m/s]
r_b	poloměr kuličky [m]
ω	vektor úhlové rychlosti rotující kuličky [rad/s]
Ω	vektor úhlové rychlosti otáčející se plochy [rad/s]
α, β	úhly náklonu plochy [rad]
I_b	setrvačnost kuličky [kg.m ²]
I_p	setrvačnost roviny [kg.m ²]
m	hmotnost kuličky [kg].

Pro zjednodušení derivování uvažujeme následující předpoklady:

- kulička za žádných okolností neztratí kontakt s plochou,
- kulička po ploše neklouže,
- všechny třecí síly a kroutící momenty jsou zanedbány,
- plocha ani úhly náklonu nejsou omezeny.

Kinetická energie kuličky je dána součtem rotační energie vzhledem k jejímu středu otáčení a pohybovou energií.

$$W_b = \frac{1}{2} \left[m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{I_b}{r_b^2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \right] = \frac{1}{2} \left(m + \frac{I_b}{r_b^2} \right) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad (2)$$

Kinetická energie plochy otáčející se kolem svého středu, včetně kuličky na pozici (x, y) , je vyjádřena rovnicí

$$W_p = \frac{1}{2} \left[(I_p + I_b)(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + m|\Omega \times r|^2 \right] \quad (3)$$

kde výraz $|\Omega \times r|^2$ může být vyjádřen jako

$$(\dot{\alpha}x + \dot{\beta}y)^2 = \dot{\beta}^2 y^2 + 2\dot{\alpha}\dot{\beta}xy + \alpha^2 x^2 \quad (4)$$

Po dosazení (4) do rovnice (3) získáme

$$W_p = \frac{1}{2} \left[(I_p + I_b)(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + m(\dot{\beta}^2 y^2 + 2\dot{\alpha}\dot{\beta}xy + \alpha^2 x^2) \right] \quad (5)$$

Celková kinetická energie je tedy dána součtem

$$W = W_p + W_b = \frac{1}{2} \left[(I_p + I_b)(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + m(\dot{\beta}^2 y^2 + 2\dot{\alpha}\dot{\beta}xy + \alpha^2 x^2) + \left(m + \frac{I_b}{r_b^2} \right) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \right] \quad (6)$$

Potenciální energie kuličky je vztažena ke středu naklánějící se plochy

$$V = mgh = mg(xsina + ysin\beta). \quad (7)$$

Obecná síla je dána krouticím momentem vyvolaným krokovým motorem

$$Q_\alpha = F_\alpha \cos\alpha, \quad Q_\beta = F_\beta \cos\beta. \quad (8)$$

Parametr d je vzdálenost mezi středem roviny a místem, kde servosystém působí na plochu.

Po derivacích, které jsou potřebné pro získání výše uvedené formy Euler-Lagrangeovy rovnice (1), dostaneme následující soustavu nelineárních diferenciálních rovnic

$$x: \left(m + \frac{I_b}{r_b^2} \right) \ddot{x} - m(\dot{\alpha}\dot{\beta}y + \dot{\alpha}^2 x) + mg \sin\alpha = 0 \quad (9)$$

$$y: \left(m + \frac{I_b}{r_b^2} \right) \ddot{y} - m(\dot{\alpha}\dot{\beta}x + \dot{\beta}^2 y) + mg \sin\beta = 0 \quad (10)$$

$$(I_p + I_b + mx^2)\ddot{\alpha} + m(\dot{\beta}\dot{x}y + \dot{\beta}\dot{x}y + \dot{\beta}\dot{x}y + 2\dot{\alpha}\dot{x}x) + mgx \cos\alpha = F \quad (11)$$

$$(I_p + I_b + my^2)\ddot{\beta} + m(\dot{\alpha}\dot{x}y + \dot{\alpha}\dot{x}y + \dot{\alpha}\dot{x}y + 2\dot{\beta}\dot{x}x) + mgy \cos\beta = F. \quad (12)$$

Rovnice (9) a (10) popisují, jak zrychlení pohybu kuličky závisí na úhlu a úhlové rychlosti naklonění plochy. Rovnice (11) a (12) popisují, jak je dynamika naklánění plochy ovlivňována externí řídicí silou, pozicí a rychlostí kuličky. Přesný význam jednotlivých částí uvedených rovnic můžeme najít v [4]. Získanou množinu nelineárních rovnic je možné převést na nelineární stavový model, ten by však byl velmi složitý a těžko

použitelný. Proto je nutné tento model zjednodušit. Ve skutečnosti nejsou výstupy systému síly F_α a F_β , ale přímo úhly α , β . To je z toho důvodu, že frekvence krokových motorů je mnohem menší než akcelerační limit, z čehož vyplývá, že nedojde ke ztrátě žádného kroku a velikost zátěžového momentu tedy nemůže ovlivnit aktuální pozici krokového motoru. Tento předpoklad má za následek zanedbání rovnic (11) a (12). [4]

Poměr mezi nelineárním členem, který je reprezentován odstředivou a gravitační silou zastupující odpovídající směr pohybu, závisí na maximální úhlové rychlosti naklápějící se plochy. V modelu CE 151 může být očekávána konstantní úhlová rychlost s rozsahem závislejícím na řídicí frekvenci krokového motoru. Tento poměr je zhruba 1:25 pro běžně používanou frekvenci 400 Hz a proto odstředivé síly mohou být zanedbány. V horizontální poloze se plocha nachází v ustáleném stavu, pokud jsou oba úhly nulové. Setrvačnost kuličky může být počítána jako

$$I_b = \frac{5}{2}mr^2. \quad (13)$$

Pro zbytek analýzy se potom předpokládá následující model:

$$x = \frac{5}{7}gsin\alpha = K_b\alpha \quad \ddot{y} = \frac{5}{7}gsin\alpha = K_b\beta. \quad (14)$$

Druhou nezávislou částí celého modelu je servosystém, jehož úlohou je naklánění plochy ve směru osy x a y . Krokový motor je obecně reprezentován jako ideální integrátor, který má konstantní otáčky. Jeho rychlost závisí na frekvenci pulsů z řídicí karty krokového motoru. Frekvence je programovatelná a uživatel ji může změnit pomocí ovladače řídicí karty. Více informací lze nalézt v [4].

2.4 Stavový popis a přenos systému

Ve výukovém manuálu [4] je uveden následující přenos systému získaný identifikací při náklonu 0,3 MU:

$$G(s) = \frac{K}{s^2(T_m s + 1)} = \frac{4.803}{s^2(0.187s + 1)}, \quad (15)$$

kde K je zesílení a T_m časová konstanta servopohonu.

Pokud zavedeme stavové proměnné jako

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_x \\ \dot{y}_x \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{pozice míčku [-]} \\ \text{rychlost míčku [s}^{-1}\text{]} \\ \text{náklon plochy [-]} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

má stavový popis tvar

$$\dot{x} = Ax + Bu_\alpha = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & K \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_m} \end{bmatrix} u_\alpha \quad (17)$$

$$y_x = Cx = [1 \quad 0 \quad 0]x, \quad (18)$$

kde u_α je požadovaný náklon plochy o rozsahu $\langle -1; 1 \rangle$ a y_x představuje pozici míčku získanou z kamery o stejném rozsahu.

Po dosazení uvedených hodnot je získán výsledný stavový popis jako:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4,803 \\ 0 & 0 & -5,35 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5,35 \end{bmatrix} u_\alpha \quad (19)$$

$$y_x = [1 \quad 0 \quad 0]x. \quad (20)$$

3 STAVOVÉ ŘÍZENÍ

Tato kapitola obsahuje teoretický přehled metod stavového řízení, které byly použity pro návrh řízení polohy kuličky.

3.1 Přiřazení pólů lineárním stavovým regulátorem

Je uvažován t-invariantní lineární spojité dynamický systém s jedním vstupem, popsany stavovou rovnicí

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (21)$$

kde $x(t) \in \mathcal{R}^n$ (\mathcal{R}^n je podprostor n -rozměrného Euklidova prostoru) a matice A ($n \times n$), B ($n \times 1$) jsou reálné matice konstant. Úlohou je převést systém z počátečního nenulového stavu $x(0) = x_0 \neq 0$ do koncového nulového stavu tak, aby stavová zpětná vazba měla předepsané póly λ_i , $i = 1, \dots, n$. Tyto póly mohou být reálné i komplexní, jednoduché i vícenásobné.

Lineární stavová zpětná vazba je dána

$$u(t) = -Rx(t). \quad (22)$$

Dosazením do rovnice (21) získáme

$$\dot{x}(t) = (A - BR)x(t). \quad (23)$$

Vlastní čísla matice $(A - BR)$ jsou póly stavové zpětné vazby. Zpětnovazební řádková matice R ($1 \times n$) je definována Ackermannovou formulí

$$R = eQ_R^{-1}P_n(A), \quad (24)$$

kde e ($1 \times n$) je řádkový vektor ve tvaru $e = (0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1)$ a Q_R je matice říditelnosti.

Charakteristický polynom n -tého stupně s kořeny λ_i má tvar

$$P_n(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_n) = \lambda^n + c_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + c_1\lambda + c_0. \quad (25)$$

Pak platí

$$P_n(A) = A^n + c_{n-1}A^{n-1} + \dots + c_1A + c_0I. \quad (26)$$

a všechny členy v rovnici (24) jsou určeny. [3]

3.2 Optimální řízení

Je uvažován lineární, obecně t-variantní systém, popsany stavovou rovnicí

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (27)$$

kde $x(t) = (x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t))^T$ je vektor stavu, $u(t) = (u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_m(t))^T$ vektor výstupu, $A(t)$ matice systému rozměru $(n \times n)$ a $B(t)$ je váhová matice vstupu o rozměru $(n \times m)$. Stav systému je říditelný. V úloze regulátoru výstupu (pro pozorovatelný systém) je cílem najít takové řízení $u(t)$, které minimalizuje funkcionál

$$J_y = \frac{1}{2}y^T(t_1)\Phi_y y(t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1}[y^T(t)M_y(t)y(t) + u^T(t)R(t)u(t)]dt \quad (28)$$

pro výstup $y(t)$, kde kladně semidefinitní váhové matice Φ_y a M_y mají rozměr $(r \times r)$ a R je symetrická kladně definitní matice. Váhové matice se zpravidla volí jako diagonální s kladnými prvky, jednotlivé členy ve funkcionálu (28) představují vážené součty čtverců prvků příslušných vektorů.

Úloha se řeší pomocí (Pontrjaginova) principu minima. Po všech matematických úpravách (více viz. [3]) je získána maticová diferenciální rovnice Riccatiho typu

$$\frac{dK(t)}{dt} = -M(t) - A^T(t)K(t) - K(t)A(t) + K(t)S(t)K(t), \quad (29)$$

$$\text{kde } S(t) = B(t)R^{-1}(t)B^T(t). \quad (30)$$

Úloha optimálního řízení na konečném časovém horizontu je však vzácnou výjimkou. Mnohem častěji se používá řízení na nekonečném časovém horizontu. V tomto případě jsou uvažovány pouze systémy t-invariantní, tzn., že matice A , B i C jsou matice konstant. Funkcionál (28) je tedy ve tvaru

$$J_y = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}[y^T(t)M_y(t)y(t) + u^T(t)R(t)u(t)]dt, \quad (31)$$

kde váhové matice M a R jsou konstantní. Předintegrální člen nyní neexistuje. Aby funkcionál (31) měl konečnou hodnotu, musí se stav systému pro $t \rightarrow \infty$ asymptoticky blížit k nule, tzn. $x(t_1 \rightarrow \infty) = 0$. Řešení vychází z odvozené rovnice (29). Je zřejmé, že pro statický regulátor musí být prvky matice K konstantní. Platí $\frac{dK(t)}{dt} = 0$ a K je dána řešením maticové algebraické rovnice Riccatiho typu

$$-M - A^T K - KA + KSK = 0, \quad (32)$$

kde $S = BR^{-1}B^T$ a výsledný zákon řízení je popsán jako

$$u(t) = -R^{-1}B^T Kx(t). \quad (33)$$

V úloze regulátoru výstupu je matice M ve (32) dána jako

$$M = C^T M_y C. \quad (34)$$

Podrobnější odvození lze nalézt v [3].

4 LUENBERGERŮV REKONSTRUKTOR STAVU

Metody řízení popsané ve třetí kapitole předpokládají znalost stavu řízeného systému. Tento požadavek je však často nereálný, protože není možné měřit všechny stavové veličiny a je tedy nutné určit stavy na základě znalosti stavového modelu řízeného systému a měření vstupních a výstupních veličin na reálném systému. To znamená, že stav systému se musí odhadovat, resp. pozorovat. Člen zajišťující odhad stavu se nazývá rekonstruktor stavu (estimátor nebo pozorovatel stavu).

Je uvažován pozorovatelný lineární t-invariantní systém popsaný stavovou rovnicí a rovnicí výstupu

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (35)$$

$$y(t) = Cx(t). \quad (36)$$

Rozměry matic jsou A ($n \times n$), B ($n \times m$), C ($r \times n$). Vektor odhadů stavových veličin je dán rovnicí

$$\hat{x}(t) = A'\hat{x}(t) + B'u(t) + Ly(t), \quad (37)$$

kde matice A' , B' jsou stejného rozměru jako A , B v rovnici (35) a matice L má rozměr ($n \times r$). Úlohou je navrhnout matici L tak, aby se chyba odhadu

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (38)$$

při počáteční chybě $e(0) = x_0 - \hat{x}_0$ asymptoticky blížila k nule, tj. aby platilo

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - \hat{x}(t)\| = 0 \quad (39)$$

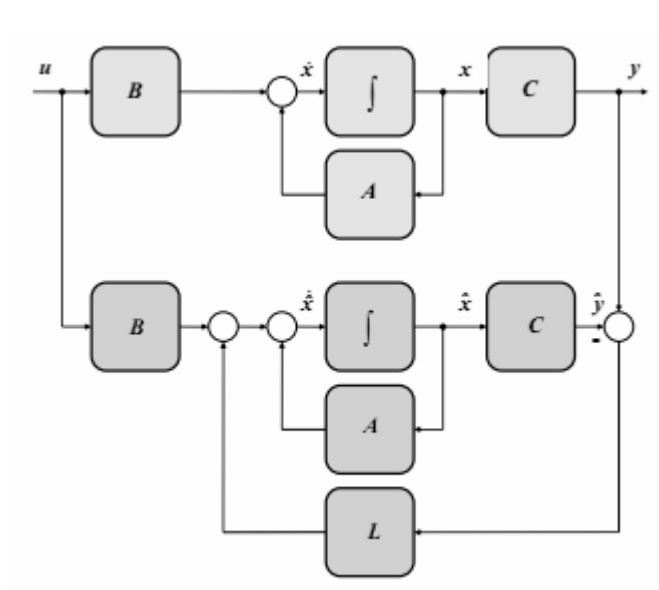
Tato podmínka bude splněna a vektor odhadu se bude asymptoticky blížit skutečnému stavu jen tehdy, jestliže matice $(A - LC)$ bude stabilní.

Rekonstruktor stavu je tedy popsán rovnicí

$$\hat{\dot{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ly(t) \quad (40)$$

resp.

$$\hat{\dot{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[y(t) - C\hat{x}(t)]. \quad (41)$$



Obr. 6: Luenbergerův rekonstruktor stavu

Z obr. 6 je zřejmé, že veličina $\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)$ je odhadem výstupu z rekonstruktoru. Obvod pak pracuje s odchylkou $y(t) - \hat{y}(t)$ a matice L představuje zesílení pro tuto odchylku. Při řízení ve stavovém prostoru musí být rekonstruktor částí systému řízení. Stavové veličiny průběžně odhadované z měřených výstupů pak vstupují do zákona řízení. [3]

5 POLYNOMIÁLNÍ METODY NÁVRHU ŘÍZENÍ

Polynomiální přístup k syntéze systémů řízení je významnou součástí teorie automatického řízení. Na rozdíl od stavových metod řízení je založen na vstupně-výstupních relacích na lineárním časově invariantním řízeném systému. Polynomiální metoda vychází z racionálních přenosů pro lineární systémy, které chápe jako podíly dvou polynomů. Návrh regulátorů je pak realizován řešením polynomiálních rovnic. Polynomiální metoda může být použita jak pro systémy jednorozměrné, tak i pro systémy mnohorozměrné.

Při použití konvenčních metod syntézy se většinou volí určitý typ regulátoru (zpravidla ze třídy PID regulátorů) a poté podle pravidel daných zvolenou metodou se počítají jeho parametry. Na rozdíl od těchto metod, polynomiální metoda syntézy systému řízení určuje jak strukturu vhodného regulátoru, tak vztahy pro výpočet jeho parametrů. Postup při aplikaci polynomiální metody vychází ze základních požadavků na systém řízení. Tyto požadavky mohou být formulovány následovně:

- stabilita systému řízení,
- vnitřní ryzost systému řízení
- asymptotické sledování referenčního signálu,
- úplná kompenzace poruchy vstupující do systému řízení,
- požadovaná kvalita řízení, vedoucí k úloze přiřazení pólů.

Jak již bylo uvedeno, přenosy jednotlivých prvků v regulačním obvodu jsou chápány jako podíly polynomů. Přenosy akční veličiny a poruchy v řízeném systému jsou uvažovány v následujících tvarech

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)}, \quad G_v(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{c(s)}{a(s)}, \quad (42)$$

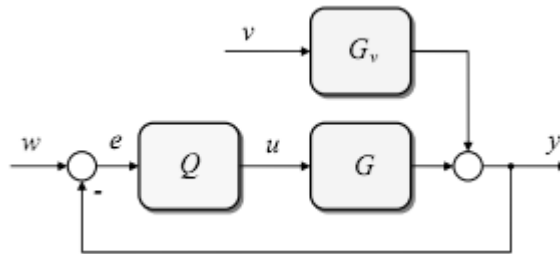
kde $b(s)$, $c(s)$ a $a(s)$ jsou polynomy v s . Předpokládá se, že polynomy b , a a c , a jsou nesoudělné. Podmínky ryzosti obou přenosů jsou vyjádřeny nerovnostmi

$$\deg b(s) \leq \deg a(s), \quad \deg c(s) \leq \deg a(s). \quad (43)$$

Dále bude uvažováno se dvěma základními konfiguracemi systému řízení. [3]

5.1 Konfigurace systému řízení 1 DoF

Jedná se o "klasickou" konfiguraci se zpětnovazebním regulátorem. Schéma je znázorněné na obr. 7.



Obr. 7: Konfigurace systému řízení 1DOF

Na obrázku G a G_v představují řízený systém a přenos poruchy s odpovídajícími přenosy (42), Q je zpětnovazební regulátor, y řízený výstup, u akční veličina, w referenční signál (žádaná hodnota výstupu), e regulační odchylka a v porucha vstupující do řízeného systému.

Přenos regulátoru je uvažován ve tvaru podílu nesoudělných polynomů q a p

$$Q(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (44)$$

s podmínkou ryzosti (fyzikální realizovatelnosti regulátoru)

$$\deg q(s) \leq \deg p(s). \quad (45)$$

Obrazy obou vstupních signálů (referenčního signálu a poruchy) jsou rovněž chápány jako podíly polynomů ve tvaru

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)}, V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)}. \quad (46)$$

Lze snadno odvodit [3], že systém řízení je stabilní tehdy, jestliže polynomy q a p v přenosu zpětnovazebního regulátoru (44) jsou řešením polynomiální (diofantické) rovnice

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (47)$$

se stabilním polynomem d na pravé straně. Rovnicí (47) je tedy zajištěna první ze základních podmínek kladených na systém řízení. Podmínka vnitřní ryzosti systému řízení je splněna nerovnostmi (43), (45).

Aby současně byly splněny požadavky asymptotického sledování a kompenzace poruchy, je nutné, aby trvalá regulační odchylka byla nulová, tj. aby platilo

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (48)$$

Za předpokladu, že polynomy f_w a a , f_v a c jsou nesoudělné, budou f_w a f_v eliminovány, jestliže polynom p bude současně dělitelný oběma těmito polynomy. To bude splněno tehdy, jestliže bude existovat polynom f jako jejich nejmenší společný násobek a pro polynom p bude platit

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s). \quad (49)$$

Dosazením rovnice (49) do (47) je získána polynomiální rovnice ve tvaru

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s). \quad (50)$$

Stupně polynomů v rovnici (50) se určí podle následujících vztahů, jejichž odvození je možné najít v [3]:

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1, \quad (51)$$

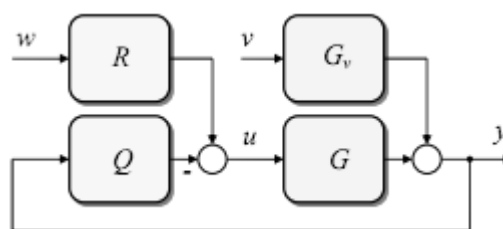
$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1, \quad (52)$$

$$\deg d \geq 2 \deg a + \deg f - 1. \quad (53)$$

Odvozené vztahy (51) až (53) umožňují velmi rychlé určení struktury regulátoru a sestavení polynomiální rovnice pro daný přenos řízeného signálu a definované vstupní signály. Znaménko rovnosti v (52) a (53) povede na nestriktně ryzí regulátor, ostré nerovnosti na regulátor striktně ryzí. [3]

5.2 Konfigurace systému řízení 2 DoF

Regulátor v tomto případě obsahuje vedle zpětnovazební části i přímovazební část R . Schéma je uvedeno na obr. 8.



Obr. 8: Konfigurace systému řízení 2DOF

Přenosy obou částí regulátoru jsou opět ve tvaru podílu nesoudělných polynomů q , p a r , p

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)}, R(s) = \frac{r(s)}{p(s)}. \quad (54)$$

Podmínka ryzosti (fyzikální realizovatelnosti regulátoru) musí být zde splněna i pro přímovazební část regulátoru, takže platí

$$\deg r(s) \leq \deg p(s). \quad (55)$$

Postačující podmínkou pro úplnou kompenzaci poruchy nyní je, aby polynom f_v dělil polynom p , tzn., aby polynom p byl ve tvaru

$$p(s) = f_v(s)\tilde{p}(s). \quad (56)$$

Postačující podmínkou asymptotického sledování je, aby polynom f_w dělil polynom $(d-br)$, což bude splněno, jestliže $(d-br)$ bude součinem nějakého polynomu t a polynomu f_w , tj.

$$d - br = tf_w. \quad (57)$$

Výsledný regulátor je dán řešením dvojice polynomiálních rovnic, které jsou získány dosazením (56) do (47) a úpravou (57) ve tvaru

$$a(s)f_v(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (58)$$

$$t(s)f_w(s) + b(s)r(s) = d(s). \quad (59)$$

Řešení rovnice (58) zajišťuje stabilitu systému řízení a úplnou kompenzaci poruchy, rovnice (59) asymptotické sledování referenčního signálu. Polynom t je nutný pro řešení rovnice (59), do přenosu regulátoru však nevstupuje.

Stupně polynomů v rovnicích (58), (59) se určí podle následujících vztahů, jejichž odvození je možné najít v [3]:

$$\deg q = \deg a + \deg f_v - 1, \quad (60)$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 + k, \quad (61)$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f_v - 1 + k, \quad (62)$$

$$\deg r = \deg f_w - 1. \quad (63)$$

Číslo k může být pouze nulové nebo kladné. Tzn., že pokud na pravé straně této nerovnosti je obdrženo záporné číslo nebo nula, může se k v rovnicích (61), (62) volit nulové a použít

se musí pouze tehdy, jestliže pravá strana nerovnosti bude větší než nula. Lze postupovat tak, že číslo k_0 se vypočítá jako

$$k_0 = \deg f_w - \deg f_v - \deg a \quad (64)$$

a pak pro k platí

$$k \geq \begin{cases} 0 & \text{pro } k_0 \leq 0 \\ k_0 & \text{pro } k_0 > 0 \end{cases} \quad (65)$$

Stupeň polynomu t se nakonec určí jako

$$\deg t = \deg d - \deg f_w = 2 \deg a + \deg f_v - \deg f_w - 1 + k. \quad (66)$$

Odvozené vztahy pro výpočet stupňů polynomů v přenosech regulátoru opět umožňují velmi rychlé určení jeho struktury. Nyní nestriktní nebo striktní ryzost regulátoru závisí na rovnosti nebo ostré nerovnosti v rovnici (65). [3]

II. PRAKTICKÁ ČÁST

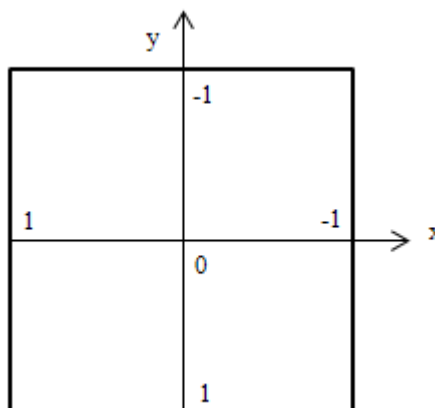
6 SEZNÁMENÍ S MODELEM

Souřadnice míčku jsou získávány z bloku *Ball Coordinates*, což je s-funkce obsahující m-file *bpsearch.m*. Tyto souřadnice se musí dále převést na rozsah $(-1; 1)$, se kterým pracuje ovladač karty. Pomocí bloku *To Video Display* je možné zobrazit obraz, který snímá kamera (obr. 9). Zapojení těchto bloků je možné vidět v příloze P I. Při počátečních pokusech bylo zjištěno, že v krajních pozicích plochy kamera vidí jen část míčku a tím m-file *bpsearch.m* nebyl schopný vyhodnotit jeho souřadnice. Proto musela být kamera umístěna výše.



Obr. 9: Obraz snímáný kamerou

Na obr. 10 je znázorněn souřadnicový systém polohy míčku. Oproti klasickému souřadnicovému systému je otočen o 180° . Na tuto skutečnost je důležité brát zřetel při nastavování žádané polohy míčku.



Obr. 10: Souřadnicový systém polohy míčku

Rovněž bylo experimentováno s hmotností a materiálem míčku. Vyzkoušena byla ocelová kulička o průměru 2,86 cm s hmotností 95 g, dále čirá skleněná kulička o průměru 2,84 cm s hmotností 30 g a bílý pingpongový míček s hmotností 2,7 g o průměru 3,77 cm. Nejlepších výsledků bylo dosaženo s pingpongovým míčkem. Míček je na černé ploše velmi kontrastní a díky jeho hmotnosti je regulace tichá. Naopak čirá skleněná kulička nebyla dostatečně kontrastní a docházelo ke ztrátě její polohy. Ocelová kulička byla při regulaci velmi hlučná. Pro další práci byl tedy vybrán pingpongový míček.

Jak již bylo řečeno, o naklání plochy se stará dvojice krokových motorů. Přirozeně vyvstala otázka, jak vstupní napětí ovlivňuje náklon. Za tímto účelem bylo vytvořeno v programu MATLAB/SIMULIK podle [4] schéma *prevod_u.mdl* převádějící vstupní napětí o rozsahu $\langle -1; 1 \rangle$ na hodnotu náklonu v radiánech i ve stupních. Získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.

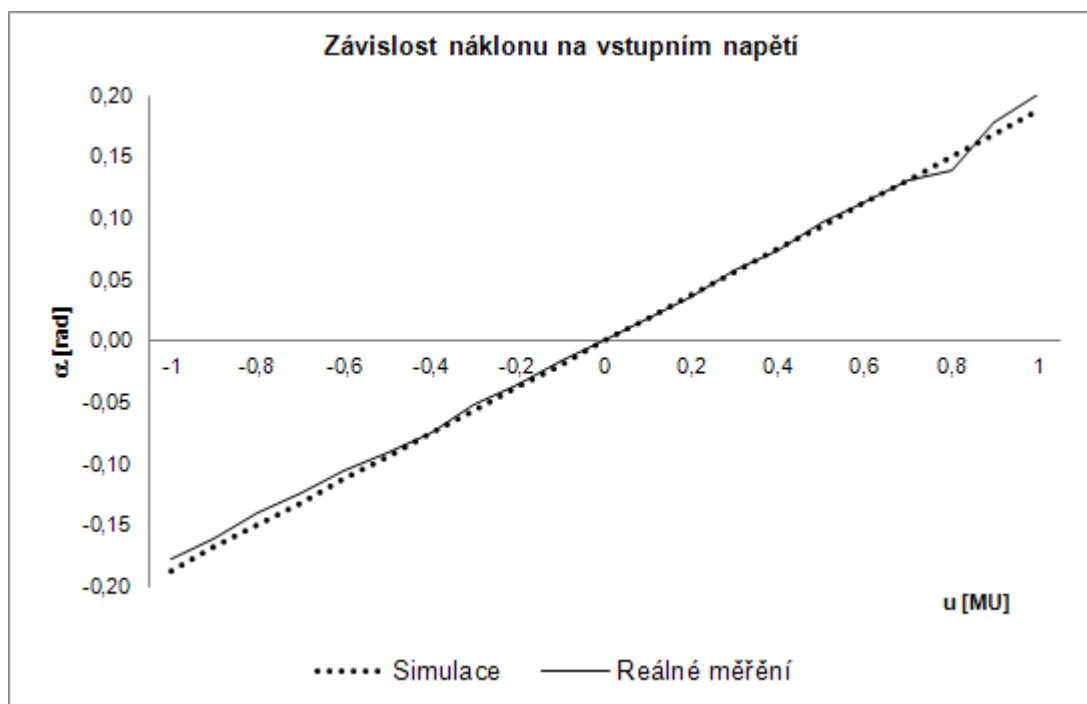
Tabulka 1: Simulovaná závislost náklonu na změně vstupního napětí pro osu x

u [MU]	α [°]	α [rad]	y_x [cm]
-1,00	-10,76	-0,19	-3,73
-0,90	-9,65	-0,17	-3,35
-0,80	-8,61	-0,15	-2,99
-0,70	-7,53	-0,13	-2,62
-0,60	-6,46	-0,11	-2,25
-0,50	-5,38	-0,09	-1,88
-0,40	-4,30	-0,08	-1,50
-0,30	-3,23	-0,06	-1,13
-0,20	-2,15	-0,04	-0,75
-0,10	-1,08	-0,02	-0,38
0,10	1,08	0,02	0,38
0,20	2,15	0,04	0,75
0,30	3,23	0,06	1,13
0,40	4,30	0,08	1,50
0,50	5,38	0,09	1,88
0,60	6,46	0,11	2,25
0,70	7,53	0,13	2,62
0,80	8,61	0,15	2,99
0,90	9,68	0,17	3,36
1,00	10,76	0,19	3,73

Pro kontrolu byl náklon plochy přeměřen ručně pomocí úhlooměru. Získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2.

Tabulka 2: Reálná závislost náklonu na změně vstupního napětí pro osu x

u [MU]	α [°]	α [rad]	y_x [cm]
-1,00	-10,20	-0,18	-3,54
-0,90	-9,20	-0,16	-3,20
-0,80	-8,00	-0,14	-2,78
-0,70	-7,10	-0,12	-2,47
-0,60	-6,10	-0,11	-2,13
-0,50	-5,20	-0,09	-1,81
-0,40	-4,30	-0,08	-1,50
-0,30	-3,00	-0,05	-1,05
-0,20	-2,00	-0,03	-0,70
-0,10	-0,90	-0,02	-0,31
0,10	1,00	0,02	0,35
0,20	2,10	0,04	0,73
0,30	3,30	0,06	1,15
0,40	4,20	0,07	1,46
0,50	5,50	0,10	1,92
0,60	6,50	0,11	2,26
0,70	7,50	0,13	2,61
0,80	8,00	0,14	2,78
0,90	10,20	0,18	3,54
1,00	11,50	0,20	3,99



Obr. 11: Závislost náklonu α [rad] na změně vstupního napětí u [MU] pro osu x

Převodní tabulky jsou téměř stejné i pro osu y, proto je není nutné uvádět. Z grafu na obr. 11 je zřejmé, že zkoumaná závislost je lineární a rozdíl mezi simulací a reálným měřením je minimální. Podle rovnice (68) lze tedy snadno dopočítat převodní konstantu k .

$$\alpha = k \cdot u_\alpha \quad (67)$$

$$k = \frac{\alpha}{u_\alpha} = 0,2 \quad (68)$$

Před zahájením práce s modelem, je nutné provést jeho kalibraci. Proto bylo vytvořeno simulační schéma *kalibrace.mdl*, které tuto činnost obstarává. Po jeho spuštění se plocha nakloní do levého dolního rohu a poté se vrátí do vodorovné polohy. Díky tomu lze zahájit práci s modelem vždy za stejných podmínek.

7 IDENTIFIKACE

Identifikace byla provedena podle postupu ve výukovém manuálu [4]. Plocha modelu se naklonila a postupně zafixovala na náklonech 0,25 MU, 0,5 MU, 0,75 MU a 1 MU, což odpovídá 25%, 50%, 75% a 100% maximálního náklonu. Značení MU představuje bezrozměrnou jednotku programu MATLAB. Míček byl odrážen proti nakloněné ploše a jeho poloha byla snímána a ukládána. Za tímto účelem bylo upraveno dodávané schéma *bp_demo.mdl* (viz. příloha P I). Z uložených dat se pro další zpracování vybraly ty hodnoty, které charakterizovaly klesání míčku po ploše. Tomu odpovídá situace, kdy se odražený míček zastaví a znovu klesá po nakloněné ploše, dokud se nedotkne okraje.

Během identifikace se však vyskytlo několik problémů. Při odrážení proti nakloněné ploše přecházel míček z jedné osy do druhé a nasnímaná dráha nebyla přesná. Tento problém byl vyřešen použitím elektrickářské krycí lišty, která vytvořila míčku kolejnici. Nápad byl převzat od Ing. Kirchnera [7].

Další problémy vznikaly při nedostatečném denním osvětlení nebo odleskům na ploše, kdy docházelo ke ztrátám informace o poloze míčku. Největším problémem bylo pomalé získávání informací z kamery. Blok *Video Input* nepracoval dostatečně rychle, takže identifikace nebyla přesná. Tyto problémy byly odstraněny záměnou bloku *Video Input* za blok *From Video Device* z *Image Acquisition Toolboxu*, který umožňuje měnit nastavení snímání videa.

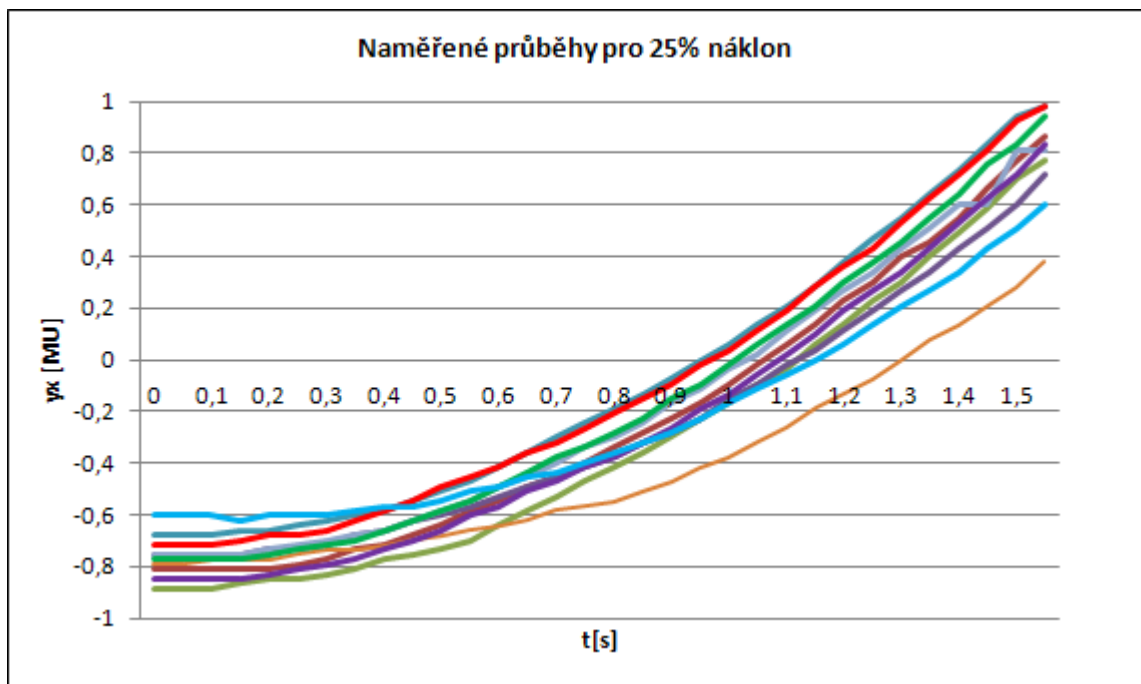
Pro vyhodnocení naměřených dat byl vytvořen program *identifikace.m*, který aproximuje průběh nasnímané dráhy míčku pomocí funkce *fminsearch* a vypíše přenosovou funkci pro zvolený náklon. Ukázka práce s programem je na obr. 12.

```
Vyberte osu pro identifikaci (x nebo y):  
x  
Zadejte náklon plochy v jednotkách MU (0.25, 0.5, 0.75, 1):  
0.25  
  
Transfer function:  
5.304  
-----  
0.004659 s^3 + s^2
```

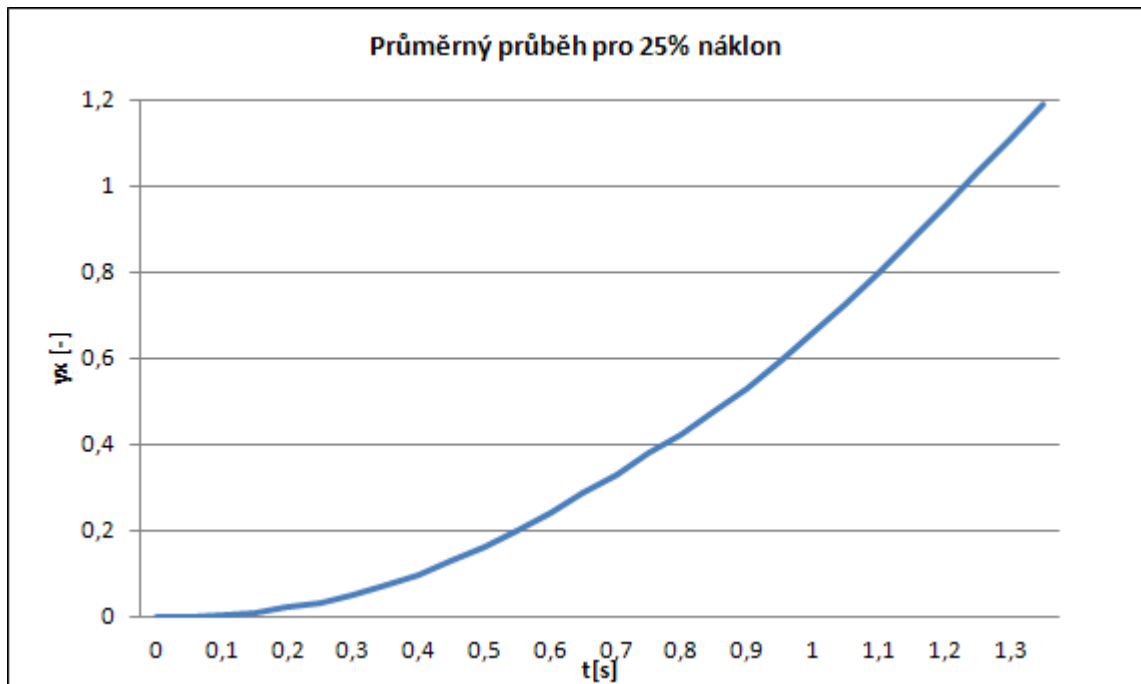
Obr. 12: Ukázka programu *identifikace.m*

7.1 Identifikace v ose x

Míček byl proti nakloněné ploše odrážen vždy desetkrát pro daný náklon. Zaznamenané průběhy náklonu jsou zobrazeny na obr. 13.

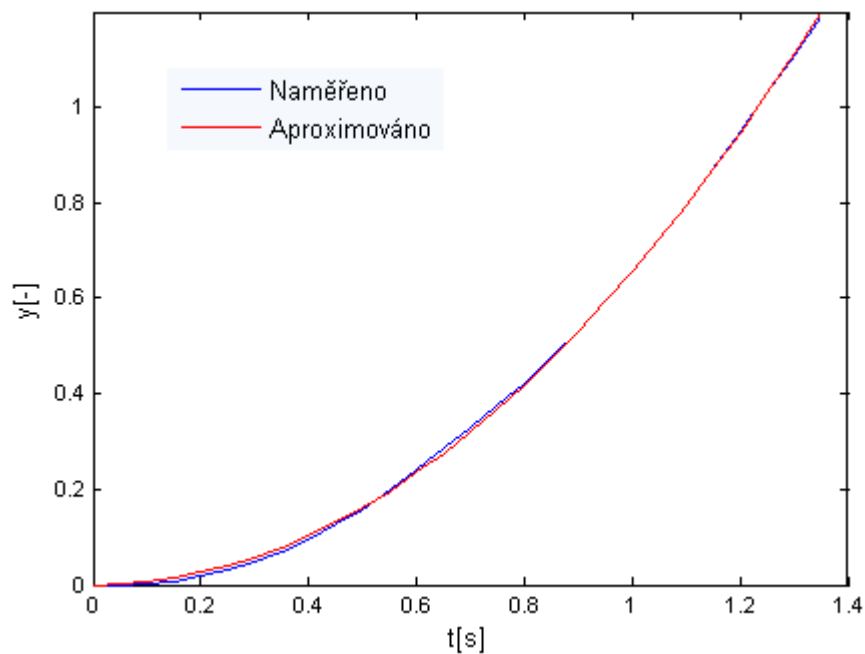
Obr. 13: Zaznamenané průběhy pro náklon 0,25 MU v ose x

Obr. 14 znázorňuje zprůměrovaný průběh posunutý do nuly.



Obr. 14: Průměrný průběh pro náklon 0,25 MU v ose x

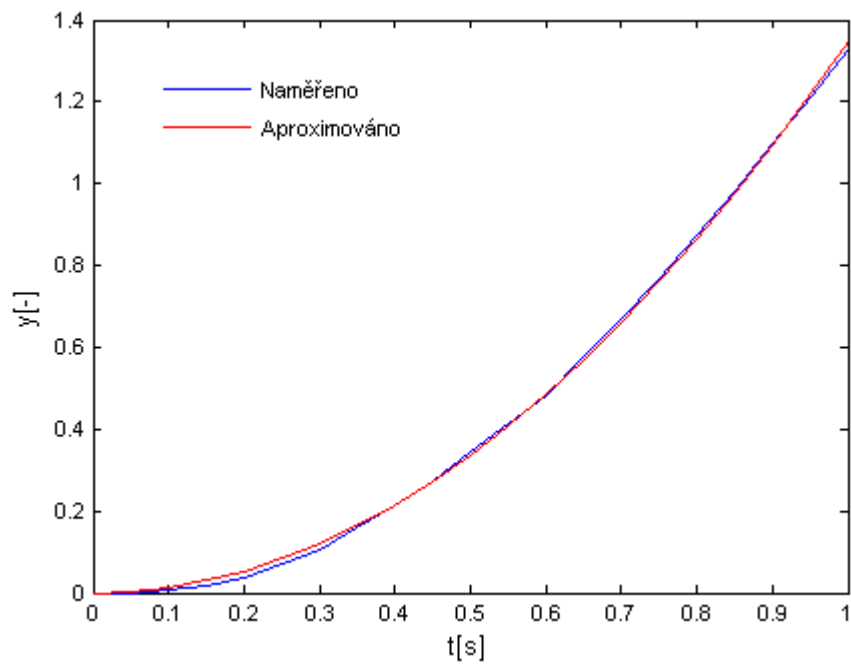
S takto upravenými hodnotami pracuje program *identifice.m*. Aproximovaný průběh je na obr. 15.



Obr. 15: Aproximovaný průběh pro náklon 0,25 MU v ose x

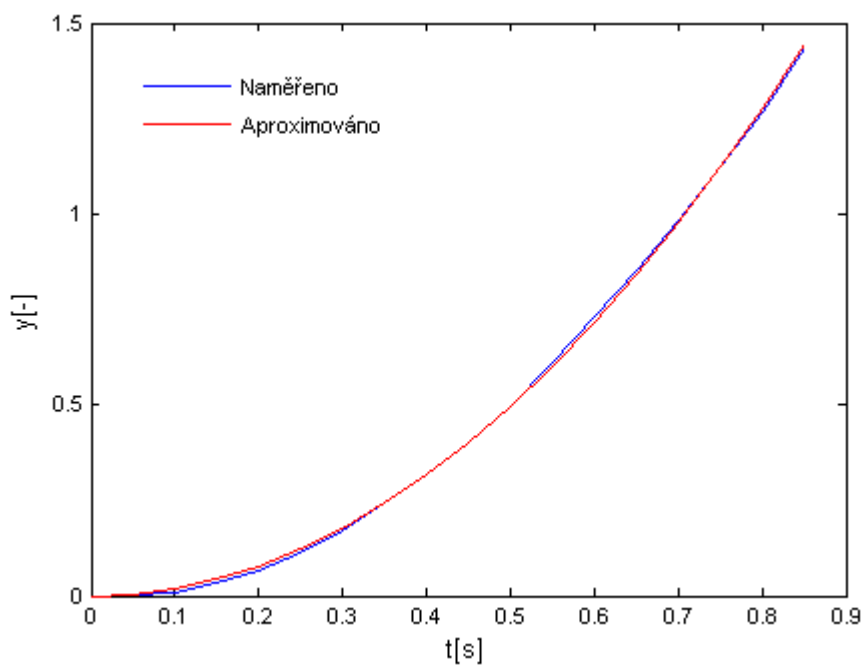
Přenos získaný aproximací má tvar $G_{x_{0,25}}(s) = \frac{5,304}{0,0047s^3 + s^2}$.

Pro ostatní náklony v ose x budou uvedeny jen aproximované průběhy obr. 16 – obr. 18 a jejich přenosy.



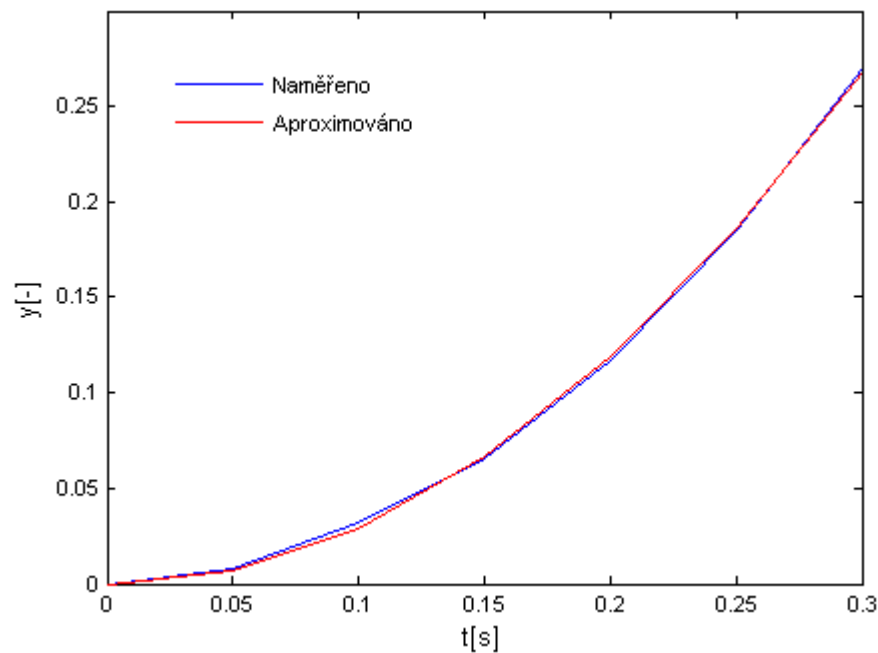
Obr. 16: Aproximovaný průběh pro náklon 0,5 MU v ose x

Přenos získaný aproximací má tvar $G_{x_{0,5}}(s) = \frac{5,428}{0,0023s^3 + s^2}$.



Obr. 17: Aproximovaný průběh pro náklon 0,75 MU v ose x

Přenos získaný aproximací má tvar $G_{x_{0,75}}(s) = \frac{5,367}{0,0029s^3 + s^2}$.



Obr. 18: Aproximovaný průběh pro náklon 1 MU v ose x

Přenos získaný aproximací má tvar $G_{x_1}(s) = \frac{6,02}{0,0014s^3 + s^2}$.

Výsledný přenos $G_x(s)$ byl získán zprůměrováním přenosů $G_{x_{0,25}}(s)$, $G_{x_{0,5}}(s)$, $G_{x_{0,75}}(s)$ a $G_{x_1}(s)$.

$$G_x(s) = \frac{5,53}{0,0028s^3 + s^2} = \frac{5,53}{s^2(0,0028s + 1)}$$

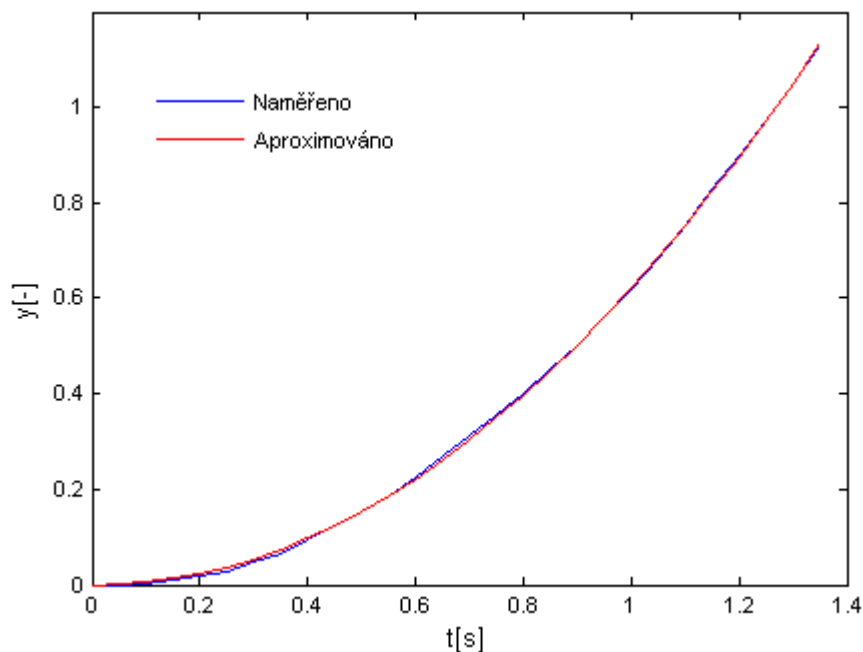
Tvar stavového popisu bude zachován podle (17), (18).

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5,53 \\ 0 & 0 & -357,14 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 357,14 \end{bmatrix} u_\alpha$$

$$y_x = [1 \quad 0 \quad 0]x$$

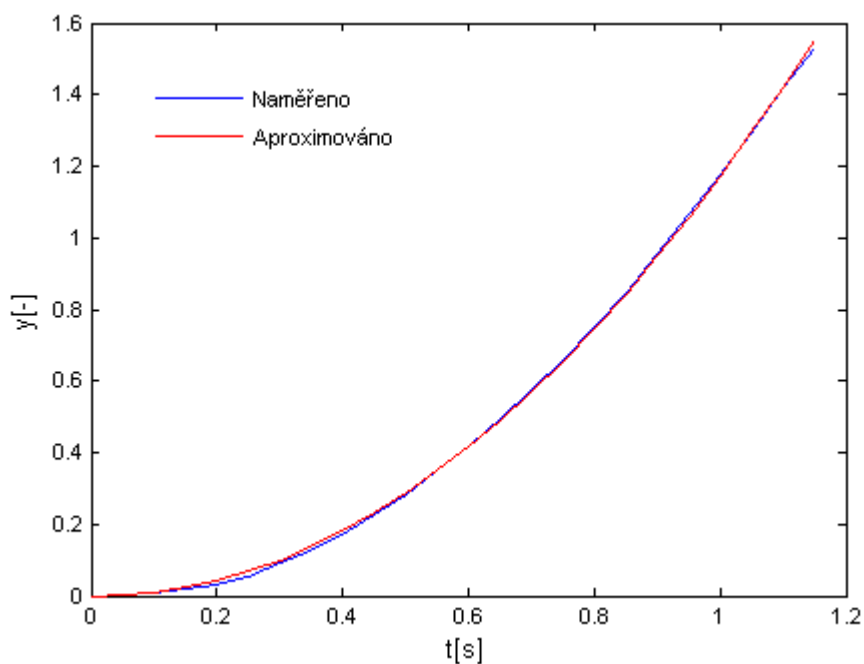
7.2 Identifikace v ose y

Stejným způsobem byla provedena identifikace v ose y. Opět budou uvedeny jen aproximované průběhy pro jednotlivé náklony obr. 19 – obr. 22 a jejich přenosy.



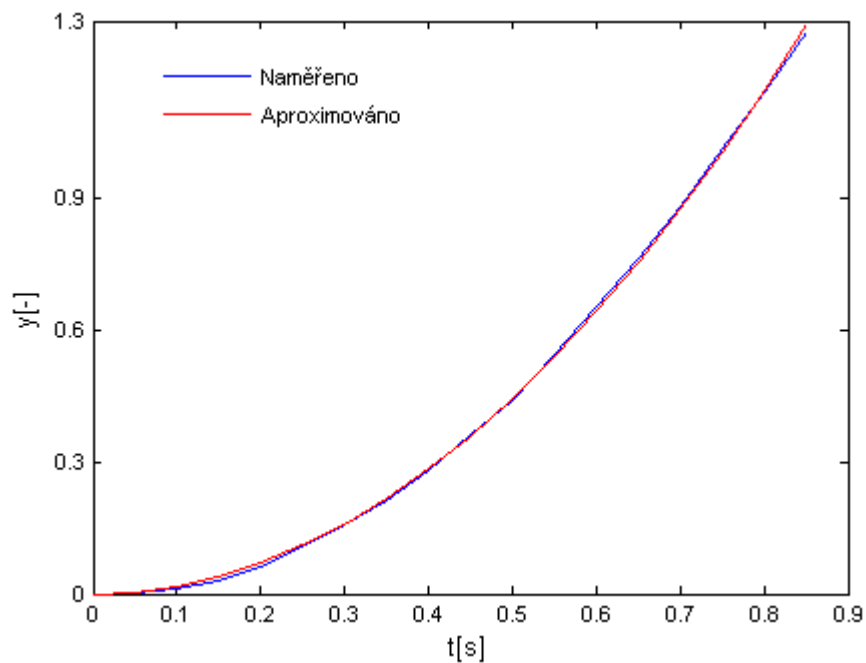
Obr. 19: Aproximovaný průběh pro náklon 0,25 MU v ose y

Přenos získaný aproximací má tvar $G_{y_{0,25}}(s) = \frac{5,027}{0,0055s^3 + s^2}$.



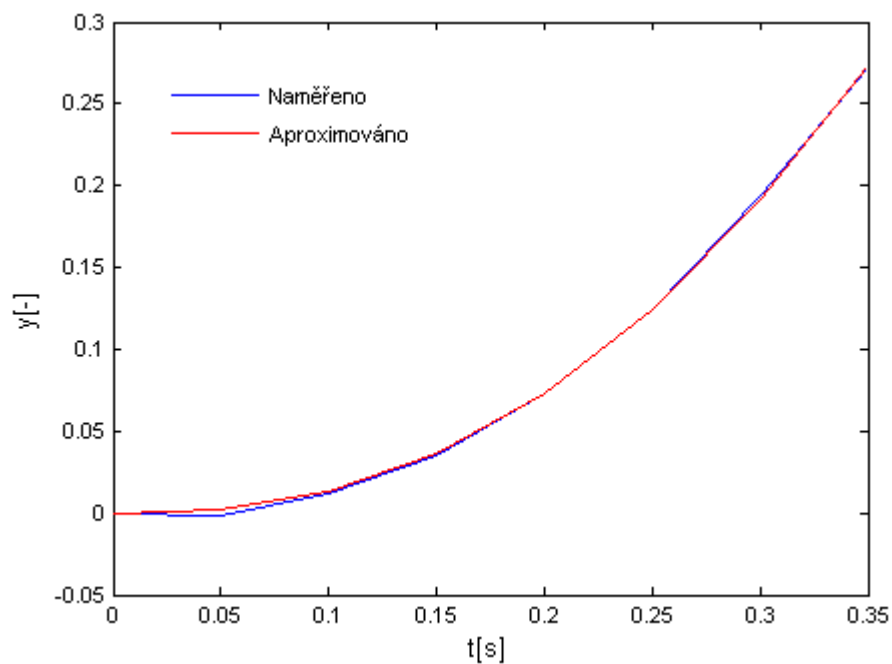
Obr. 20: Aproximovaný průběh pro náklon 0,5 MU v ose y

Přenos získaný aproximací má tvar $G_{y_{0,5}}(s) = \frac{4,799}{0,012s^3+s^2}$.



Obr. 21: Aproximovaný průběh pro náklon 0,75 MU v ose y

Přenos získaný aproximací má tvar $G_{y_{0,75}}(s) = \frac{4,811}{0,0039s^3+s^2}$.



Obr. 22: Aproximovaný průběh pro náklon 1 MU v ose y

Přenos získaný aproximací má tvar $G_{y_1}(s) = \frac{5,942}{0,051s^3+s^2}$.

Výsledný přenos $G_y(s)$ byl získán zprůměrováním přenosů $G_{y_{0,25}}(s)$, $G_{y_{0,5}}(s)$, $G_{y_{0,75}}(s)$ a $G_{y_1}(s)$.

$$G_y(s) = \frac{5,15}{0,0181s^3 + s^2} = \frac{5,15}{s^2(0,0181s + 1)}$$

Tvar stavového popisu bude zachován podle (17), (18).

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5,15 \\ 0 & 0 & -55,25 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 55,25 \end{bmatrix} u_\alpha$$

$$y_x = [1 \quad 0 \quad 0]x$$

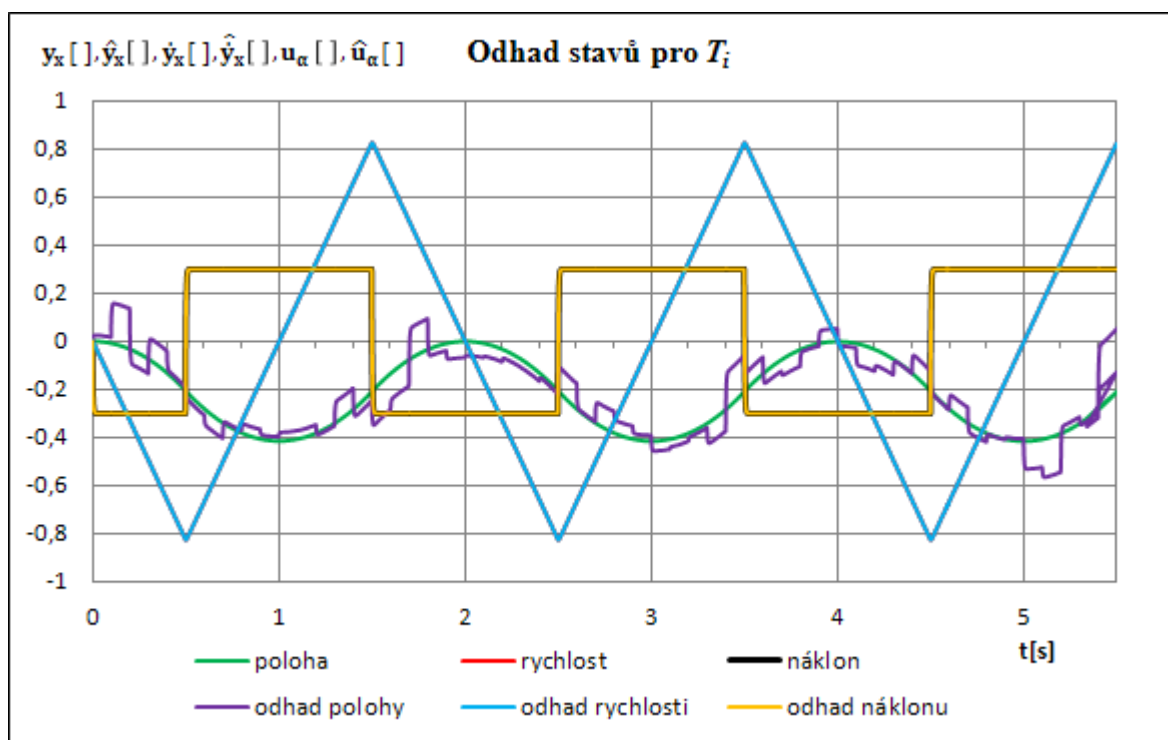
8 SIMULACE ŘÍZENÍ POLOHY

8.1.1 Luenbergerův pozorovatel stavu

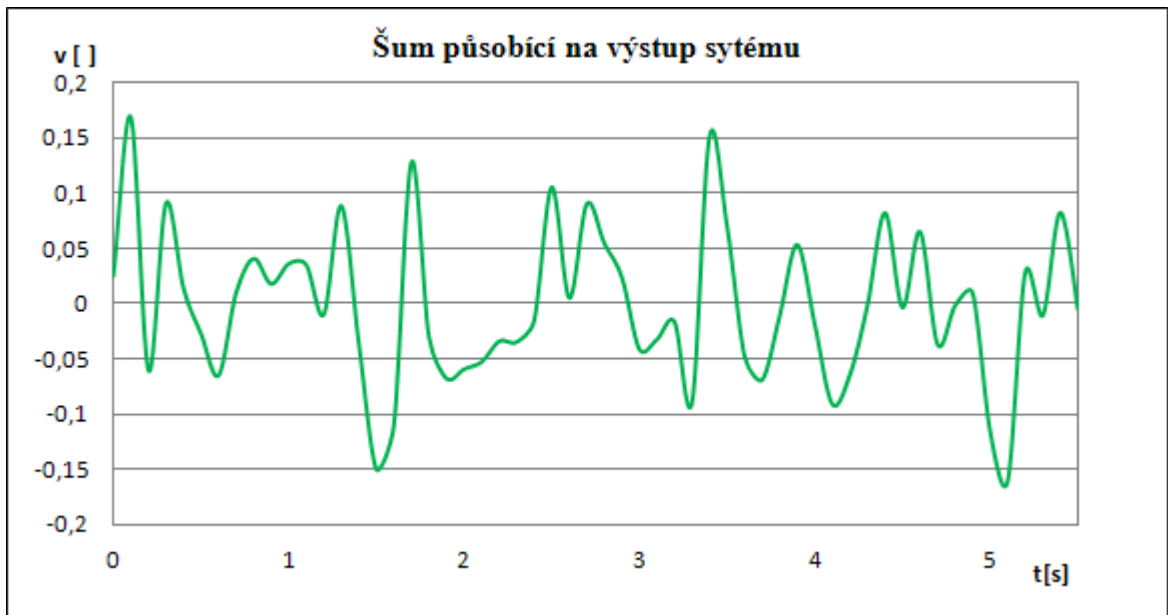
Jak metoda přiřazení pólů, tak LQ řízení ve stavovém prostoru předpokládají znalost stavu řízeného systému. Tedy znalost pozice míčku, jeho rychlost a náklon plochy. Tento požadavek je však nereálný, protože není možné měřit všechny stavové veličiny. Bylo tedy nutné stav odhadovat, resp. pozorovat. Pro tento účel byl použit Luenbergerův pozorovatel stavu.

Póly rekonstruktoru mají být voleny tak, aby vystihovaly dynamiku daného systému. Během návrhu rekonstruktoru se však vyskytl v simulacích následující problém. Pokud je třetí pól volen nenulový, rekonstruktor špatně odhaduje rychlost kuličky. Čím vyšší je jeho hodnota, tím jsou získány horší výsledky.

Na obr. 23 je znázorněna situace pro zvolené póly rekonstruktoru $p = [-358 \ -357 \ 0]$ pro identifikovanou časovou konstantu T_i . Matice L má potom tvar $L = [357,8571; -0,1224; 7,9081]$. Výstup systému je zašuměn ve snaze napodobit reálné podmínky. Z obr. 23 je zřejmé, že rekonstruktor téměř přesně odhaduje náklon plochy i rychlost kuličky a též zvládne odhadnout polohu kuličky při působení šumu. Charakter bílého šumu je znázorněn na obr. 24.

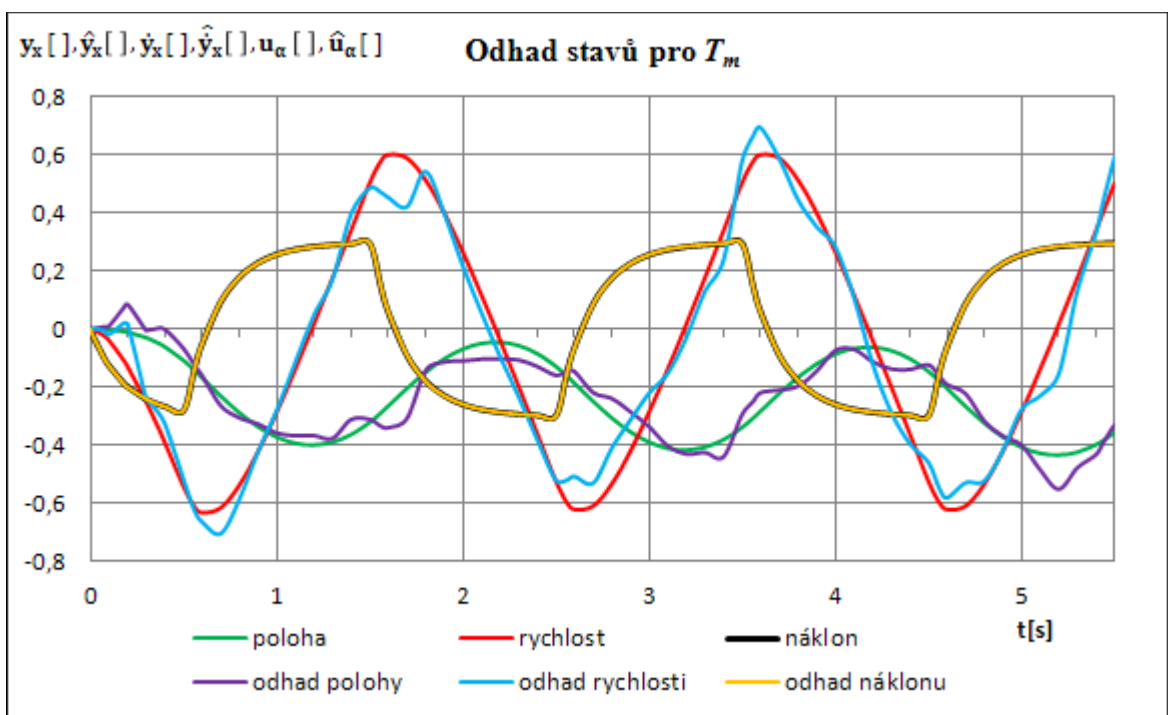


Obr. 23: Simulace odhadů stavů pro časovou konstantu T_i



Obr. 24: Šum ovlivňující výstup systému

Pokud je pro návrh rekonstruktoru použita časová konstanta $T_m = 0,187$ uvedená v manuálu, dá se navrhnout stabilní rekonstruktor se třemi nenulovými póly. Obr. 25 znázorňuje situaci, kdy jsou póly rekonstruktoru zvoleny jako $p = [-3 \ -4 \ -5]$. Matice L má tvar $L = [6.6524; 11.4256; -0.1989]$. Na výstup systému působí stejný šum, jako v předchozím případě. Tato konstanta však neodpovídá reálnému modelu. Proto ji nelze prakticky použít.

Obr. 25: Simulace odhadů stavů pro časovou konstantu T_m

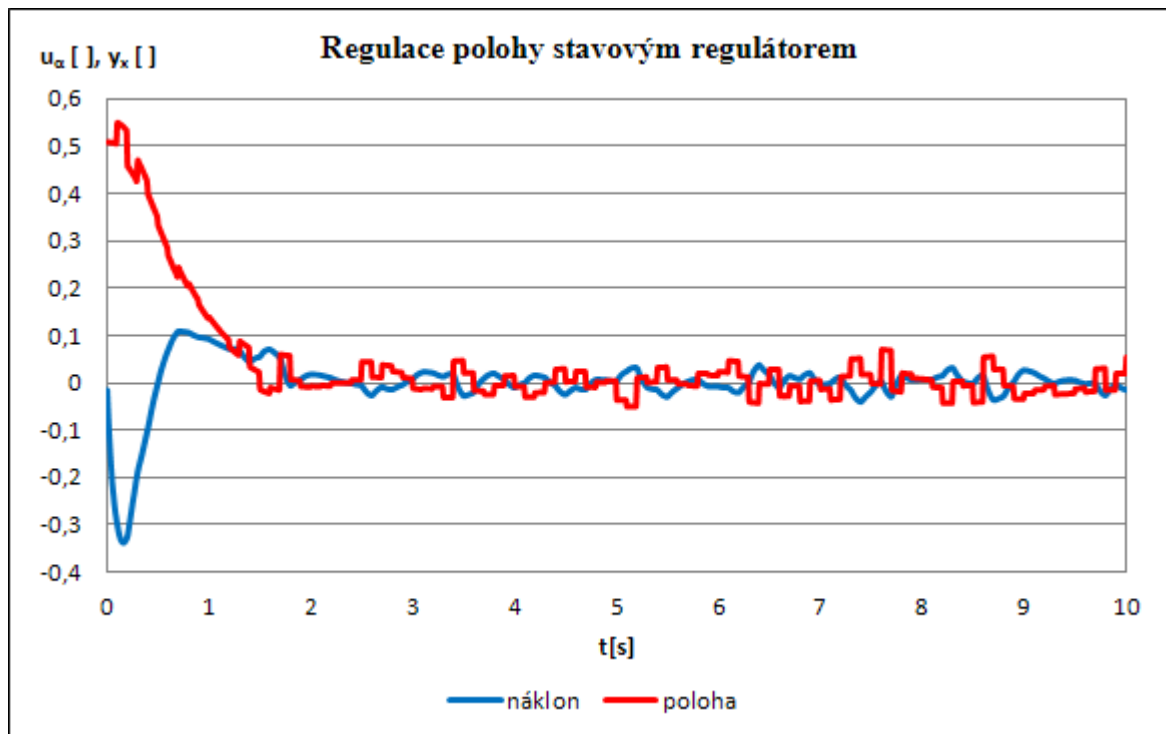
8.1.2 Metoda přiřazení pólů

Počáteční poloha míčku je nastavena na $y_x = 0,5$ MU a výstup systému je opět zašuměn. Cílem je uregulovat polohu míčku do nulové hodnoty. Za těchto podmínek byly se zvolenými póly vypočítány stavové regulátory pomocí Ackermannovy formule (24). Dosažené výsledky byly zkontrolovány příkazem *place* programu MATLAB.

Tabulka 3: Typy regulátorů podle zvolených pólů

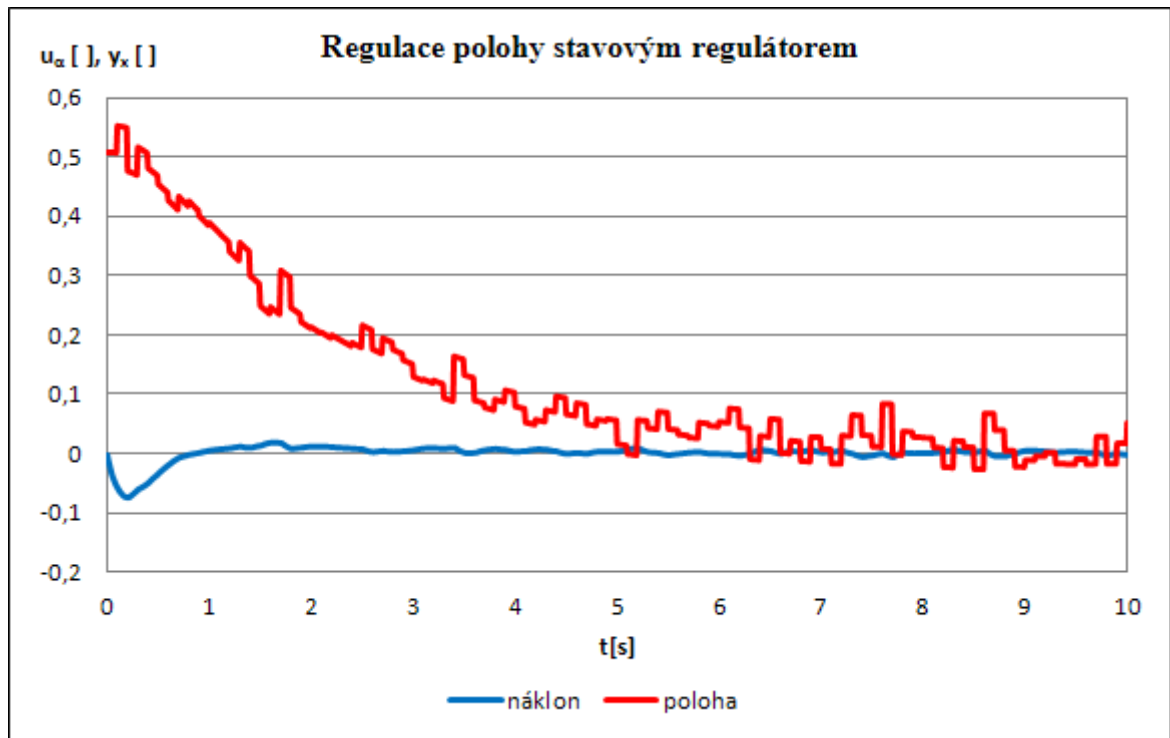
Typ	Zvolené póly			Stavový regulátor		
I	-3	-4	-5	0,0304	0,0238	-0,9664
II	-0,5	-4	-5	0,0051	0,0124	-0,9734
III	-3	-0,5	-5	0,0038	0,0096	-0,9762
IV	-3	-4	-0,5	0,0030	0,0078	-0,9790

Je-li hodnota zvoleného pólu větší než deset, dochází k překročení povoleného rozsahu $\langle -1; 1 \rangle$ akčního zásahu.



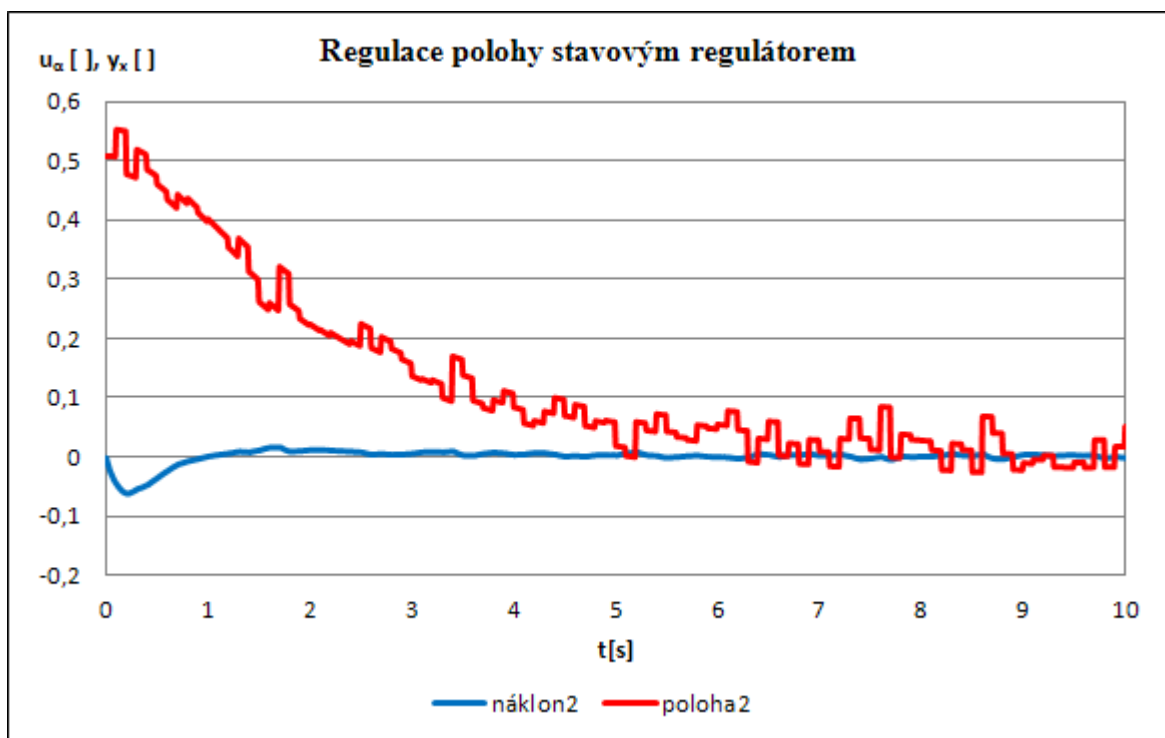
Obr. 26: Regulace polohy stavovým regulátorem – typ I

Regulátor typu I byl označen jako referenční, aby bylo možné zhodnotit, jak změna pólu ovlivní parametry vypočteného regulátoru a výsledný průběh regulace.



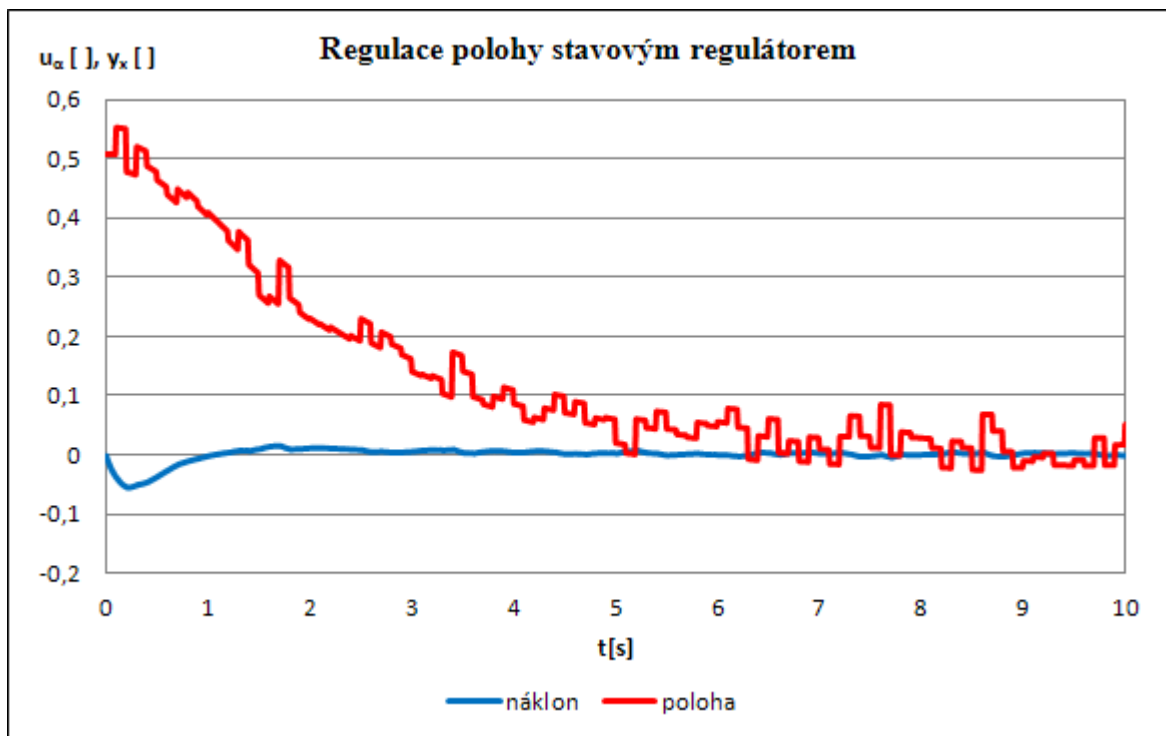
Obr. 27: Regulace polohy stavovým regulátorem – typ II

Porovnáním průběhů na obr. 26 a obr. 27 je zřejmé, že snížením prvního pólu se prodlouží doba regulace, ale počáteční náklon se zmenší.



Obr. 28: Regulace polohy stavovým regulátorem – typ III

Snížením druhého pólu dojde ještě k nižšímu poklesu počátečního náklonu než u typu II, ale lehce se prodlouží doba regulace, jak znázorňuje obr. 28.



Obr. 29: Regulace polohy stavovým regulátorem – typ IV

Změna třetího pólu obr. 29 má za následek opět snížení počátečního náklonu, avšak více než u typu III.

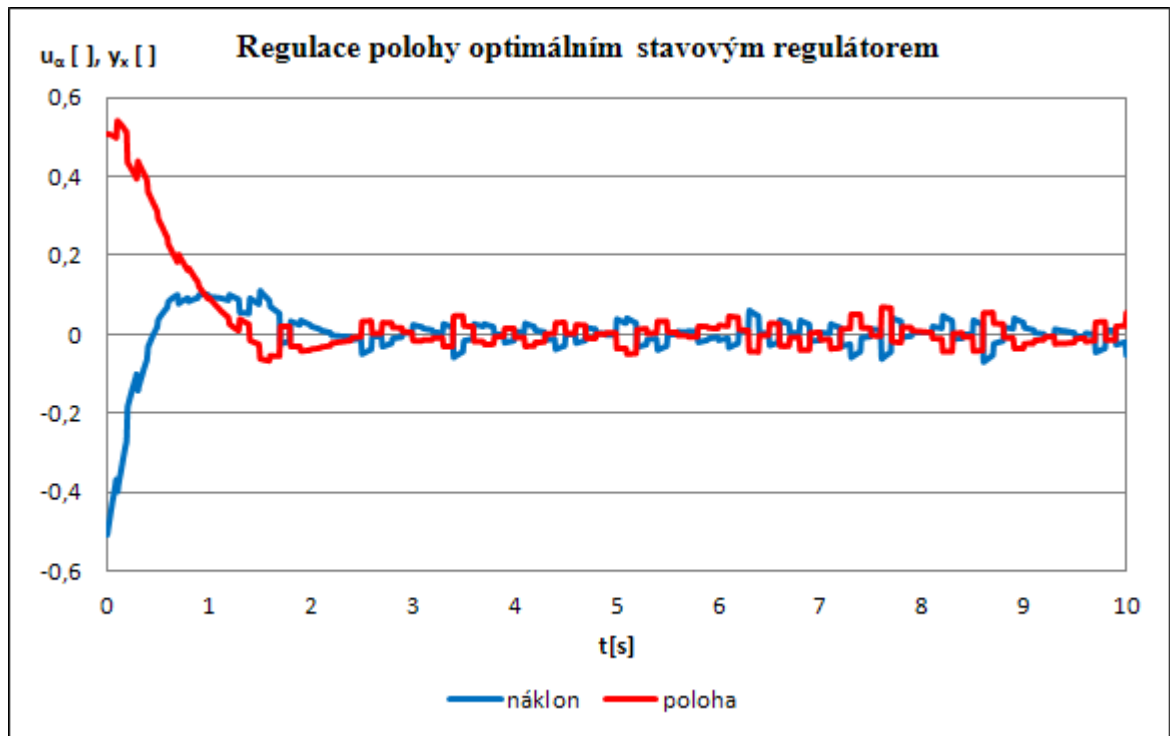
8.1.3 LQ řízení

Pro optimální řízení byly nastaveny stejné podmínky jako pro metodu přiřazení pólů, aby bylo možné na závěr porovnat kvalitu regulace. Cílem optimálního řízení je uregulovat polohu do nulové hodnoty tak, aby optimalizované kritérium (31) bylo co nejnižší. Jedinými parametry, kterými se dá měnit stavový regulátor, je váhová matice optimality výstupu M_y a váhová matice optimality akčního zásahu R . V tomto případě jsou obě matice jen konstanty. Regulátor typu I byl opět označen jako referenční. Jeho průběh je na obr. 30.

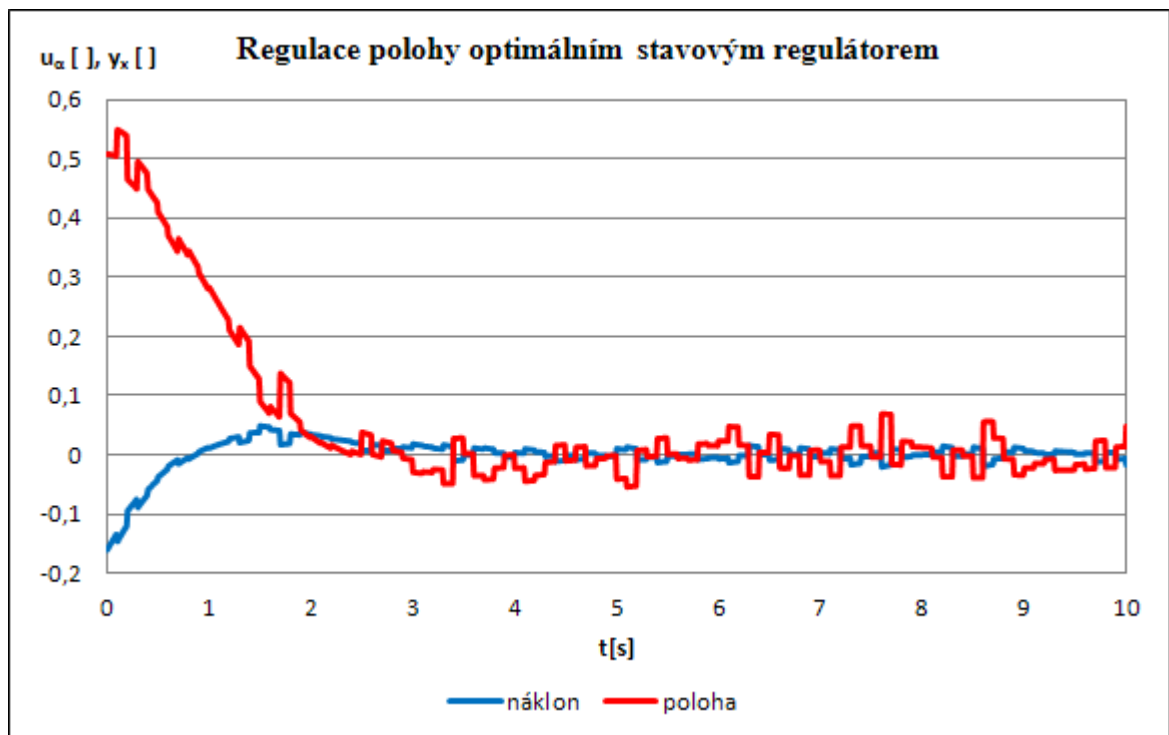
Tabulka 4: Typy regulátorů podle zvolených matic M_y a R

Typ	M_y	R	Stavový regulátor			Optim. kritérium
I	1	1	1	0,6042	0,0093	0,2138
II	0,1	1	0,3162	0,3391	0,0052	0,1712
III	1	0,3	3,1623	1,0782	0,0166	0,3098

IV	0,1	0,8	0,3536	0,3586	0,0055	0,1707
----	-----	-----	--------	--------	--------	--------

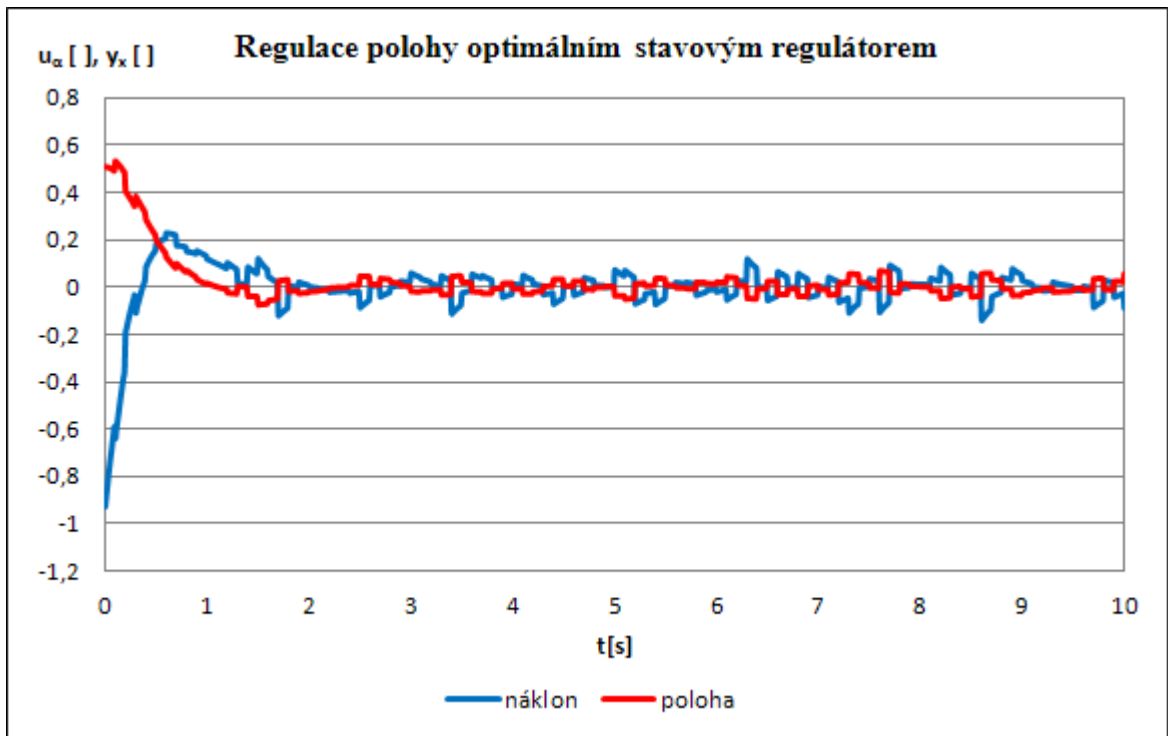


Obr. 30: Regulace polohy optimálním stavovým regulátorem – typ I



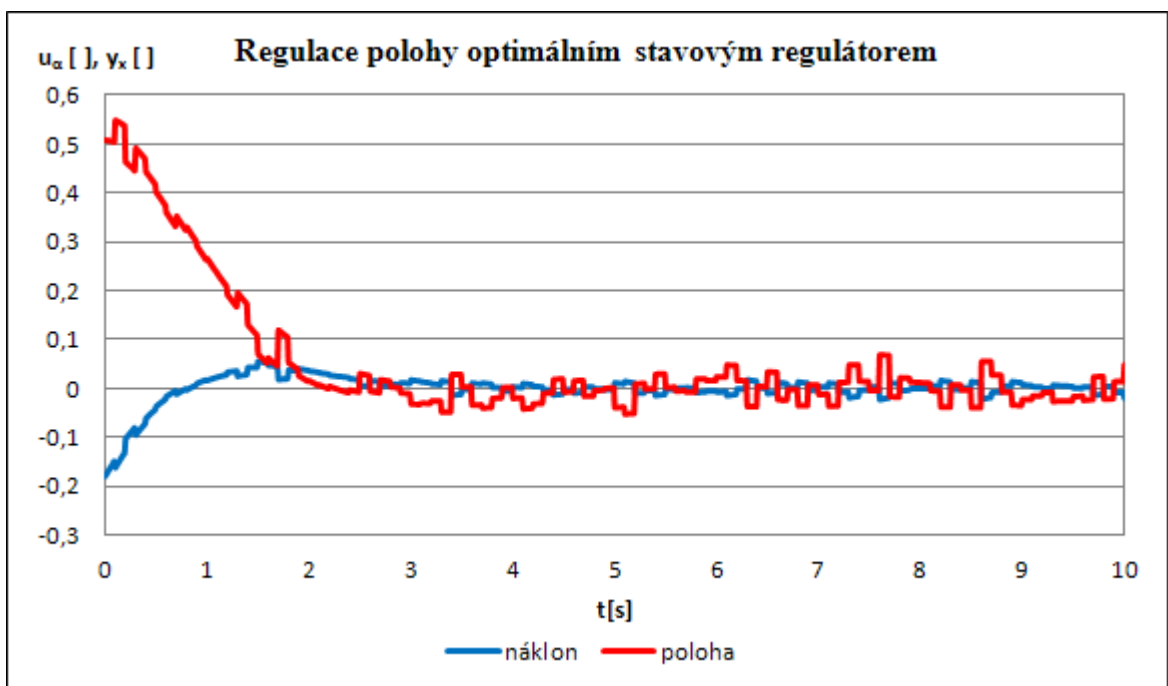
Obr. 31: Regulace polohy optimálním stavovým regulátorem – typ II

Snížení parametru M_y (obr. 31) má sice za následek poklesnutí počátečního náklonu, ale doba regulace se prodlouží.



Obr. 32: Regulace polohy optimálním stavovým regulátorem – typ III

Snížením parametru R (obr. 32) dojde ke zkrácení doby regulace, ale počáteční náklon dosahuje téměř maximálního rozsahu. Pokud by byla zvolena hodnota menší než 0,3, došlo by k překročení tohoto rozsahu. Nejlepších výsledků bylo dosaženo regulátorem typu IV. Jeho průběh je na obr. 33.

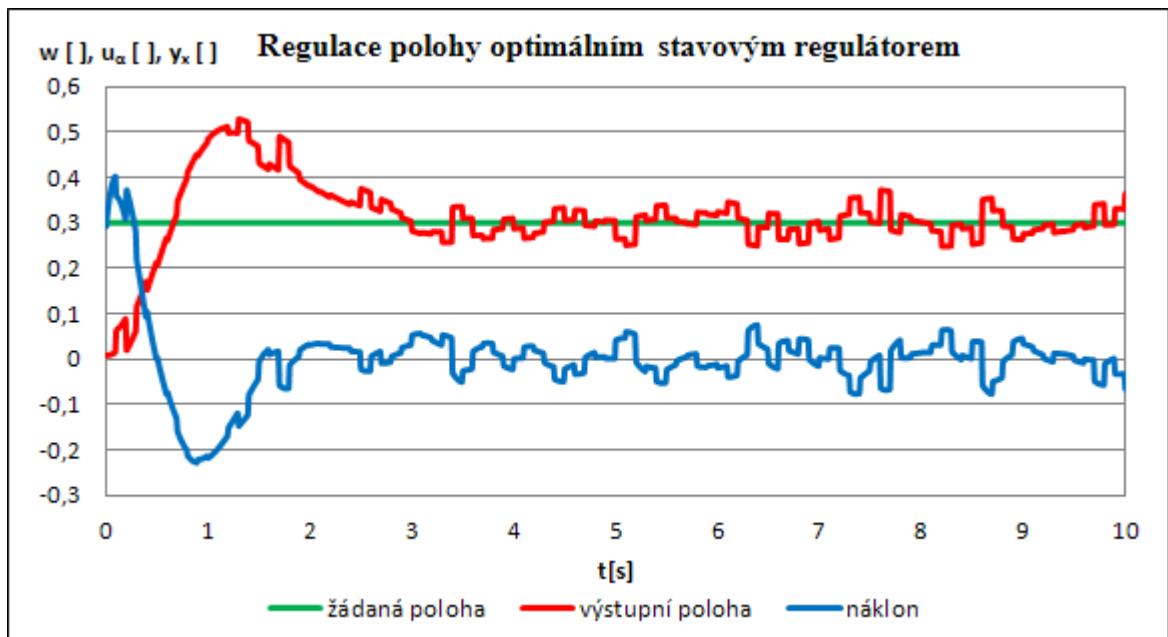


Obr. 33: Regulace polohy optimálním stavovým regulátorem – typ IV

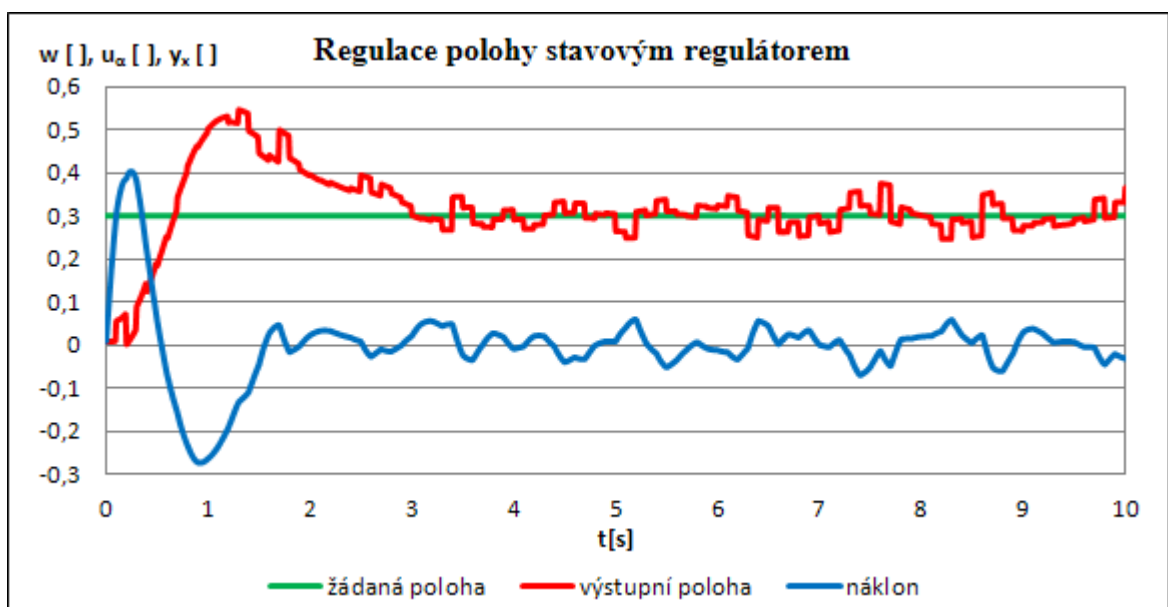
Metoda přiřazení pólů i optimální řízení ve stavovém prostoru regulují polohu kuličky vždy na nulovou hodnotu. Regulaci na uživatelem zvolenou polohu je možné řešit zavedením tzv. odchylkových veličin

$$\bar{y}_x(t) = y_x(t) - y_x^w(t), \quad (69)$$

kde $y_x^w(t)$ představuje žádanou polohu kuličky v ose x, $y_x(t)$ pak její aktuální polohu a $\bar{y}_x(t)$ je rozdíl těchto poloh. Obr. 34 a obr. 35 popisují průběh regulace z počáteční nulové polohy na hodnotu $y_x^w = 0,3$. Pro regulaci byly použity stavové regulátory typu I.



Obr. 34: Regulace na žádanou polohu pomocí odchylkových veličin



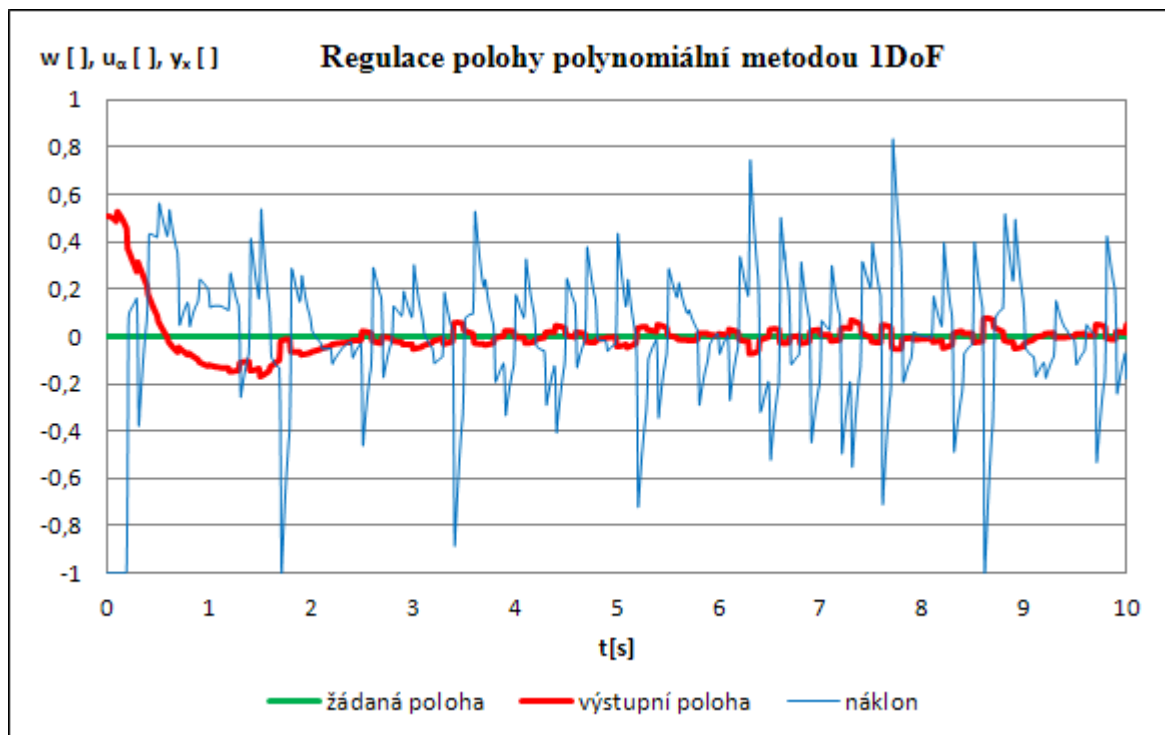
Obr. 35: Regulace na žádanou polohu pomocí odchylkových veličin

8.1.4 Konfigurace 1DoF

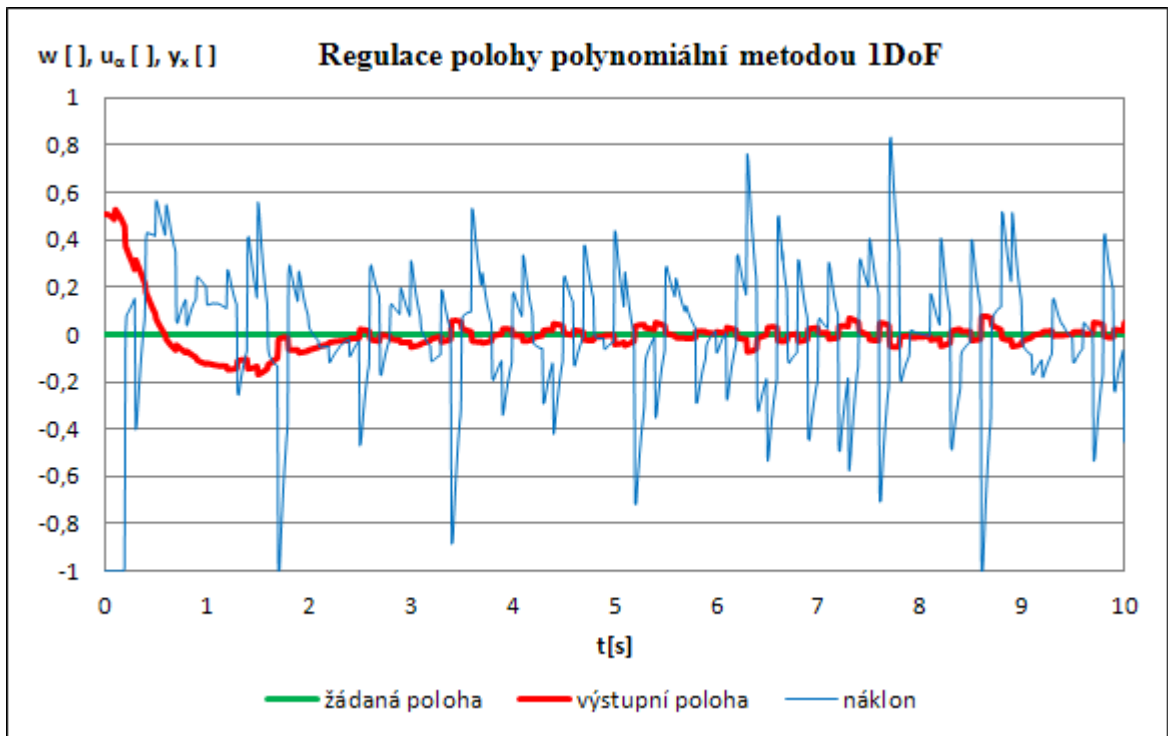
Při návrhu regulátoru pro přenos systému $G_x(s) = \frac{5,53}{s^2(0,0028s+1)}$ bylo uvažováno se žádanou hodnotou a poruchovou veličinou ve tvaru jednotkového skoku. Pomocí rovnic (51), (52) a (53) byl získán tvar regulátoru $Q(s) = \frac{q_3s^3+q_2s^2+q_1s+q_0}{(p_2s^2+p_1s+p_0)s}$. Charakteristický polynom byl zvolen ve tvaru $d = (s + 5)(s + 4)(s + 3)(s + 2)(s + \alpha)^2$. Řešením diofantické rovnice (50), která zajišťuje stabilitu řízení a kompenzaci poruchy, byly v závislosti na zvoleném parametru α získány parametry regulátoru, které jsou uvedeny v tabulce 5. Obr. 36 – obr. 39 pak popisují průběhy regulace pro konkrétní typ regulátoru.

Tabulka 5: Typy regulátorů podle zvoleného pólu α pro 1DoF řízení

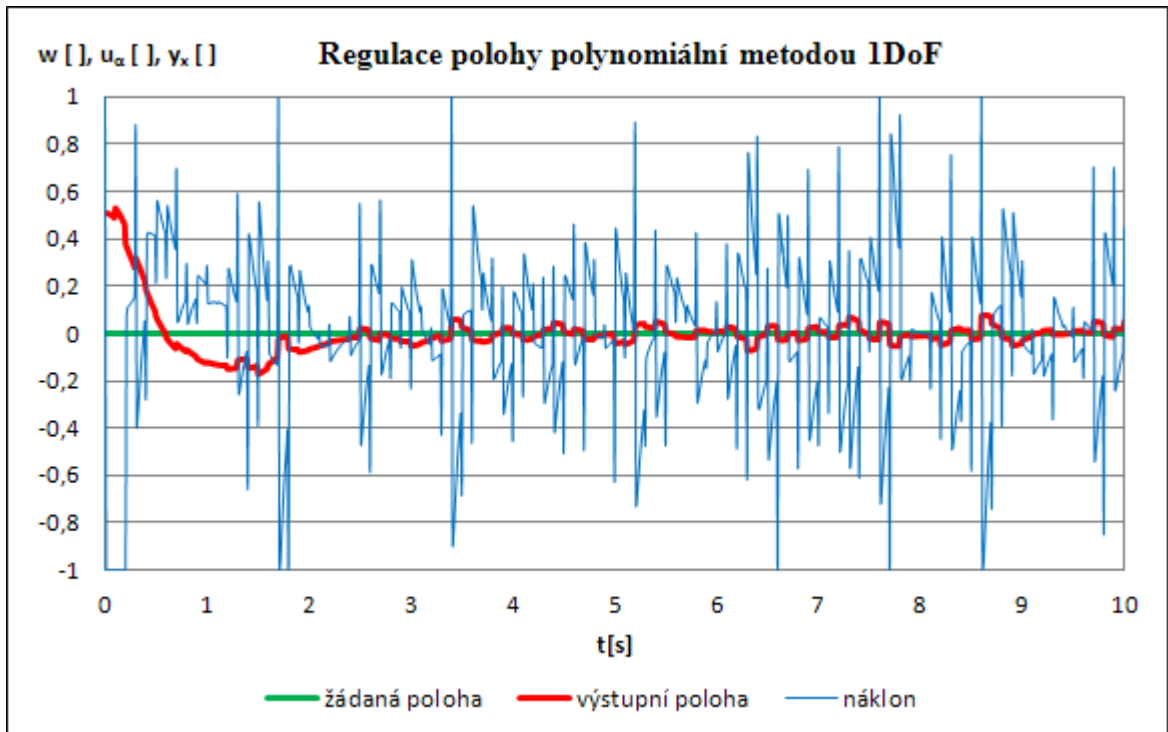
Typ regulátoru	Zvolený pól α	Parametry regulátoru						
		p_2	p_1	p_0	q_3	q_2	q_1	q_0
I	350	1	356,9	4922,0	3,5	4458,4	9594,4	7443,0
II	360	1	376,9	5159,2	11,7	4715,2	10149,0	7874,4
III	370	1	396,9	5596,4	-14,9	4979,2	10720,0	8318,0
IV	380	1	416,9	6233,0	-76,2	5250,2	11306,0	8773,7



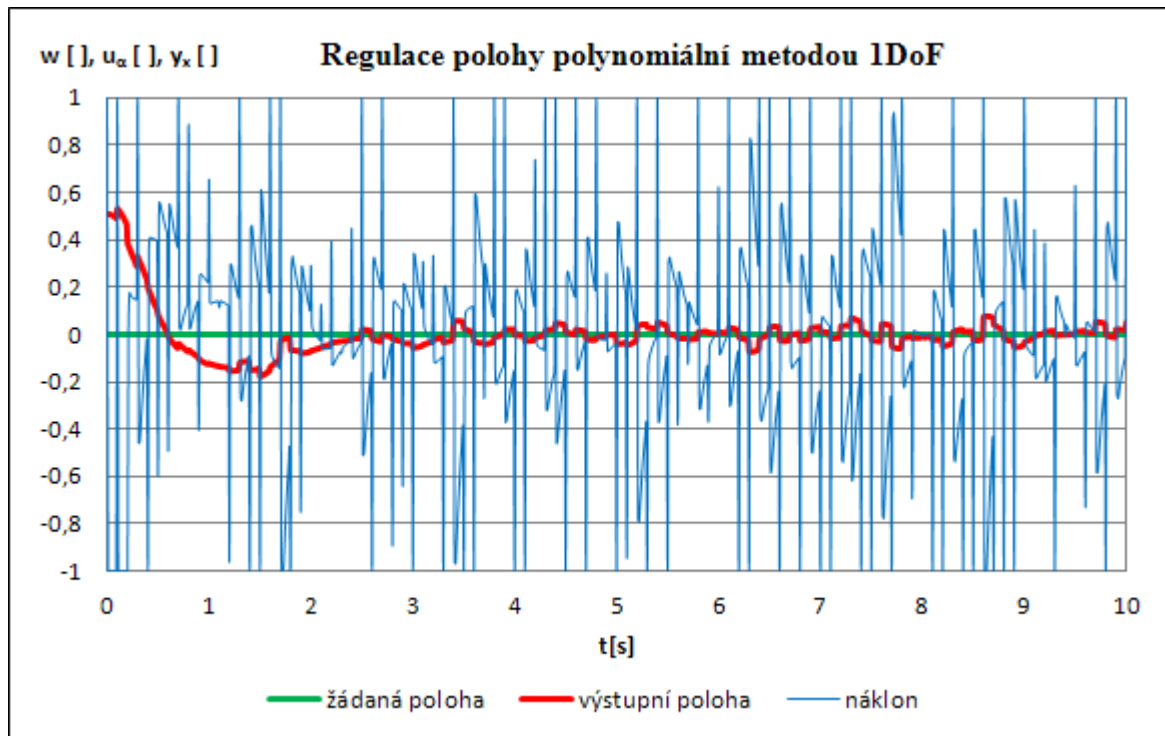
Obr. 36: Regulace polohy polynomiálním 1DoF řízením – typ I



Obr. 37: Regulace polohy polynomiálním 1DoF řízením – typ II



Obr. 38: Regulace polohy polynomiálním 1DoF řízením – typ III



Obr. 39: Regulace polohy polynomiálním 1DoF řízením – typ IV

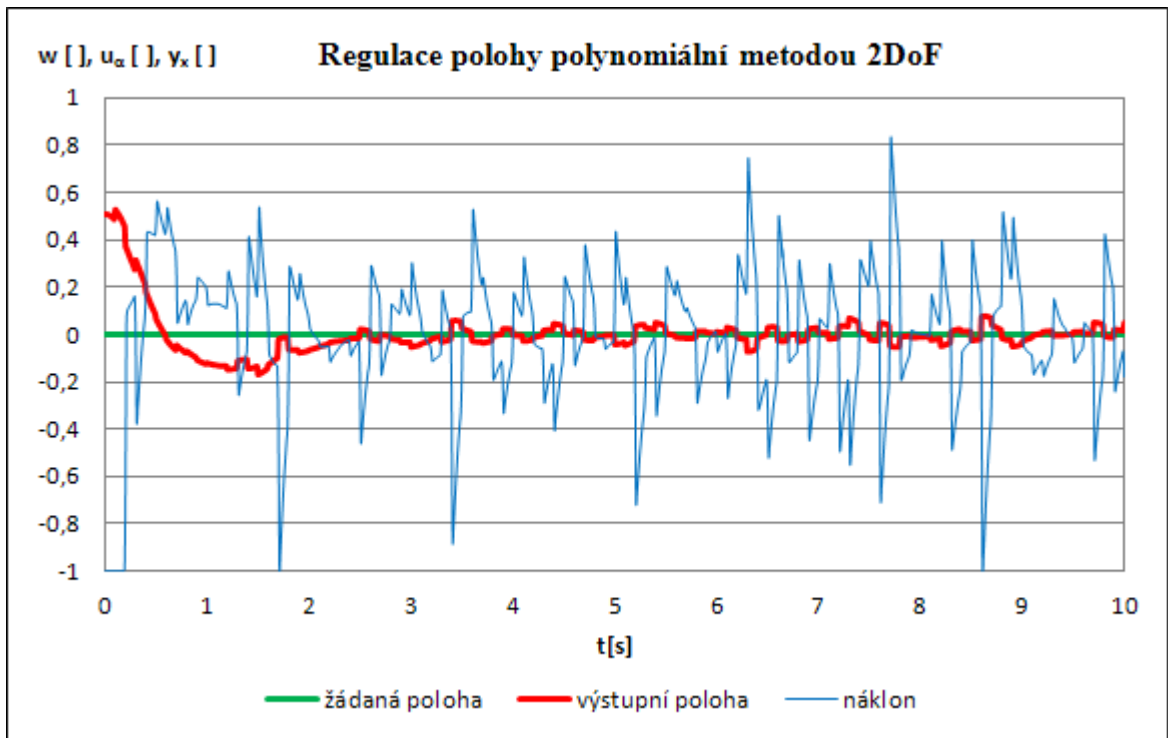
8.1.5 Konfigurace 2DoF

Při návrhu regulátorů bylo opět uvažováno se žádanou hodnotou a poruchovou veličinou ve tvaru jednotkového skoku. Pomocí rovnic (60), (61), (62) a (63) byla získána přímovazební část regulátoru $Q(s) = \frac{q_3s^3 + q_2s^2 + q_1s + q_0}{(p_2s^2 + p_1s + p_0)s}$ a zpětnovazební část regulátoru $R(s) = \frac{r_0}{(p_2s^2 + p_1s + p_0)s}$. Charakteristický polynom má stejný tvar jako pro konfiguraci řízení 1DoF. Řešením diofantických rovnic (58) a (59), které zajišťují stabilitu řízení, kompenzaci poruchy a asymptotické sledování referenční hodnoty, byly v závislosti na zvoleném parametru α získány parametry regulátorů, které jsou uvedeny v tabulce 6.

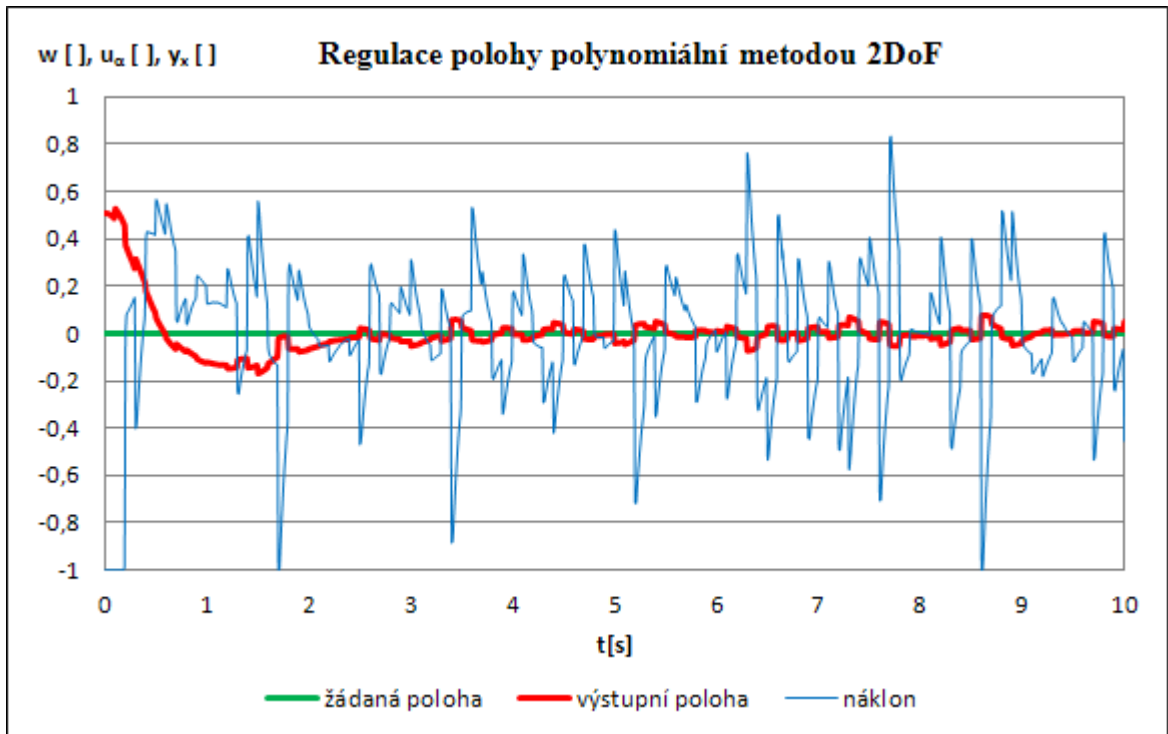
Obr. 40 – obr. 43 pak popisují průběhy regulace pro konkrétní typ regulátoru.

Tabulka 6: Typy regulátorů podle zvoleného pólu α pro 2DoF řízení

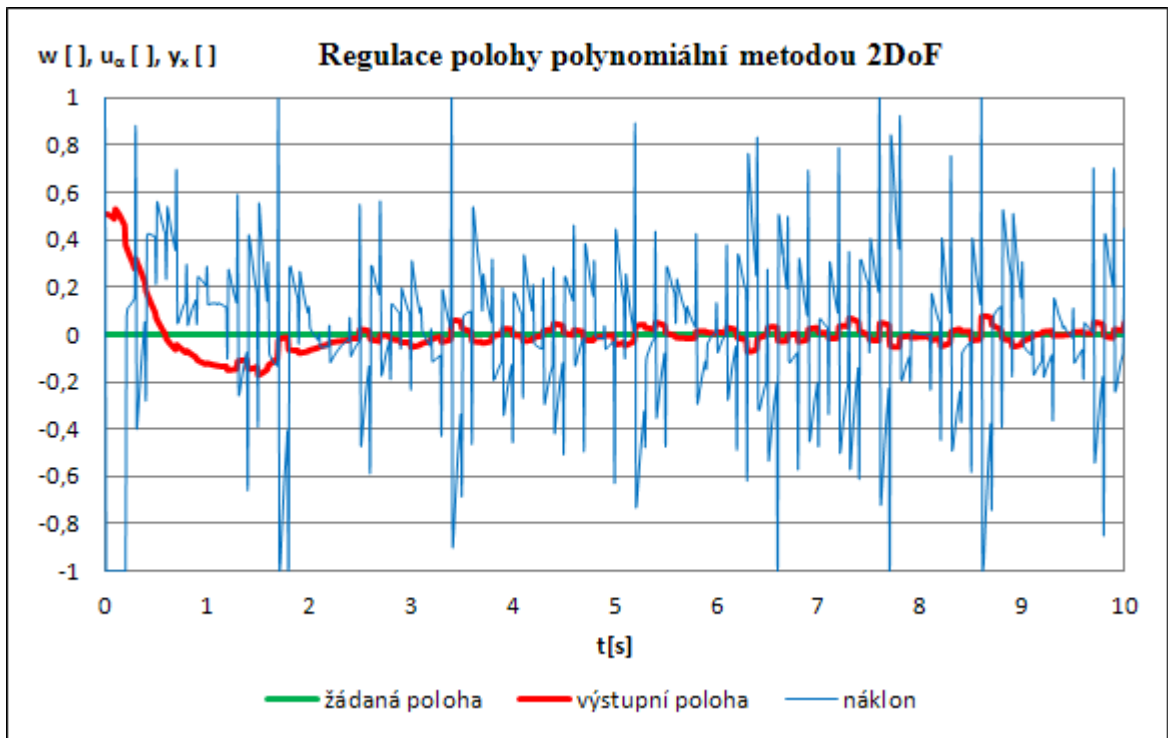
Typ regulátoru	Zvolený pól α	Parametry regulátoru							
		p_2	p_1	p_0	q_3	q_2	q_1	q_0	r_0
I	350	1	356,9	4922,0	3,5	4458,4	9594,4	7443,0	7443,0
II	360	1	376,9	5159,2	11,7	4715,2	10149,0	7874,4	7874,4
III	370	1	396,9	5596,4	-14,9	4979,2	10720,0	8318,0	8318,0
IV	380	1	416,9	6233,0	-76,2	5250,2	11306,0	8773,7	8773,7



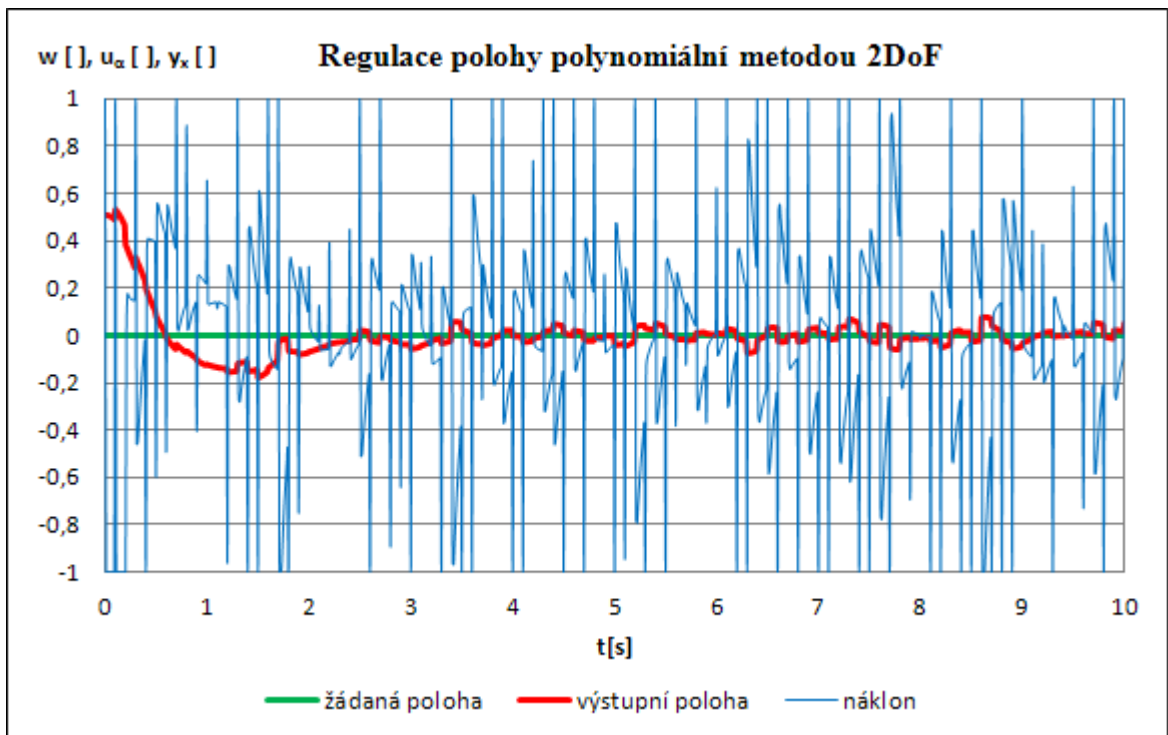
Obr. 40: Regulace polohy polynomiálním 2DoF řízením – typ I



Obr. 41: Regulace polohy polynomiálním 2DoF řízením – typ II



Obr. 42: Regulace polohy polynomiálním 2DoF řízením – typ III



Obr. 43: Regulace polohy polynomiálním 2DoF řízením – typ IV

Všechny doposud uvedené simulace se vázaly k jedné ose. Vytvořená simulační schémata se nacházejí na příloženém CD.

9 POROVNÁNÍ POUŽITÝCH METOD

Tabulka 7 podává přehledné porovnání kvality jednotlivých regulací bez působení poruchy šumu. Pro vyhodnocení kvality byla použita kritéria založená na sumě kvadrátů regulační odchylky $e(k)$ a sumě přírůstků akční veličiny $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ (70). Dále byl vyhodnocen maximální akční zásah, maximální překmit a doba dosažení 95 % žádané polohy.

$$S_e = \sum_{k=1}^n e^2(k), \quad S_u = \sum_{k=1}^n \Delta u^2(k), \quad (70)$$

Tabulka 7: Porovnání kvality regulace

Metoda řízení	Typ regulátoru	S_e	S_u	Max. $ u $	Max. překmit [%]	t_{95} [s]
Metoda přiřazení pólů stavovým regulátorem	I	13,4881	0,0131	0,3140	0	1,66
	II	35,8127	0,0004	0,0688	0	6,47
	III	37,6541	0,0003	0,0579	0	6,57
	IV	38,7921	0,0002	0,0521	0	6,62
LQ řízení ve stavovém prostoru	I	11,4708	0,2562	0,5000	4,3215	1,25
	II	20,2467	0,0254	0,1581	4,3214	2,22
	III	8,5399	0,8614	0,9129	4,3217	0,92
	IV	19,1587	0,0317	0,1768	4,3215	2,1
Polynomiální 1DoF řízení	I	7,6793	1,0990	1,0000	26,6155	0,54
	II	7,6828	1,0982	1,0000	26,6100	0,54
	III	7,8165	5,1005	1,0000	26,8776	0,55
	IV	7,9850	5,0964	1,0000	27,2233	0,55
Polynomiální 2DoF řízení	I	7,6793	1,0990	1,0000	26,6155	0,54
	II	7,6828	1,0982	1,0000	26,6100	0,54
	III	7,8166	5,0998	1,0000	26,8777	0,55
	IV	7,9847	5,0965	1,0000	27,2230	0,55

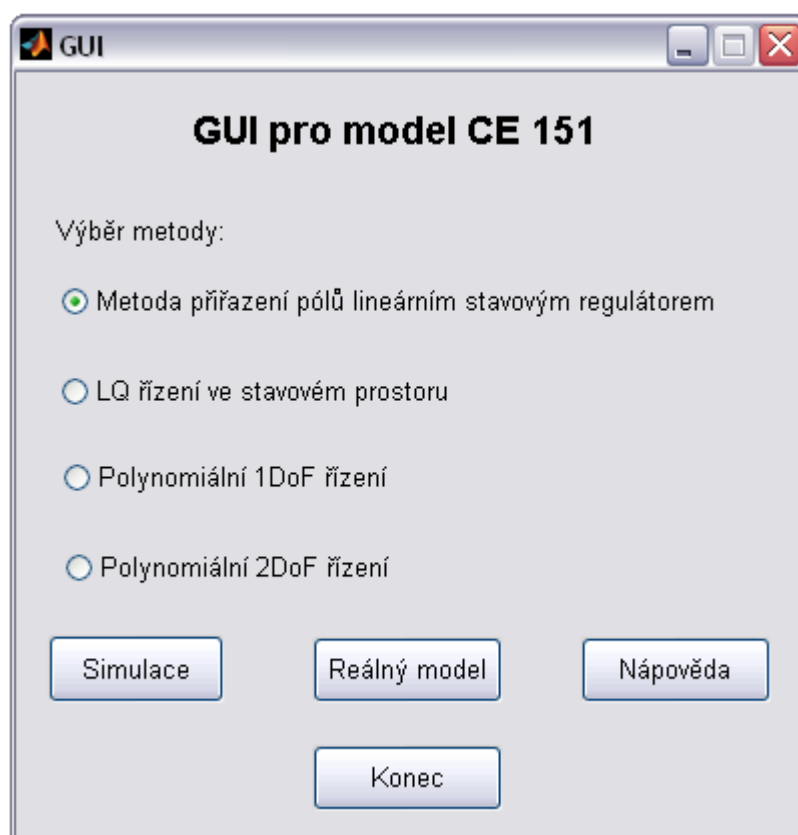
10 APLIKACE NA REÁLNÝ MODEL

Model CE 151 - kulička na ploše je systém třetího řádu s astatismem druhého řádu a je charakteristický silnými nelinearitami, mezi které patří omezení rozsahu náklonu plochy a omezení polohy kuličky. Hodnota časové konstanty navíc závisí na amplitudě i frekvenci vstupního signálu. Mezi další vlastnosti negativně ovlivňující polohu kuličky patří její povrchové vady, okolní proudění vzduchu, tření, sklon základny modelu a vady povrchu plochy.

Pro všechny metody návrhu řízení používané v osmé kapitole byla vytvořena schémata pro aplikaci na reálný model, nacházející se na příloženém CD. Vlivem výše uvedených poruch a nelinearit však nebylo možné zrealizovat měření pro navržené regulátory. Navíc docházelo ke ztrátám kroků motorů.

11 GRAFICKÉ UŽIVATELSKÉ ROZHRAŇÍ

V programu MATLAB bylo vytvořeno jednoduché grafické uživatelské rozhraní (GUI). To umožňuje jednoduchou formou provádět simulační i reálné experimenty s modelem CE 151. Rozhraní lze otevřít spuštěním skriptu *GUI.m*. Hlavní okno grafického uživatelského rozhraní je na obr. 44. Postup práce s rozhraním je uveden v jeho nápovědě. Ukončení se provádí kliknutím na tlačítko KONEC.



Obr. 44: Grafické uživatelské rozhraní

ZÁVĚR

Tato diplomová práce je zaměřena na identifikaci laboratorního modelu CE 151 – kulička na ploše a implementaci vybraných algoritmů řízení. V teoretické části byla vypracována literární rešerše pro tento výukový model, dále je zde uveden matematický model a technický popis systému. Další kapitoly pojednávají o teorii použitých metod řízení.

Identifikací modelu byl získán přenos systému pro osu x $G_x(s) = \frac{5,53}{s^2(0,0028s+1)}$ a pro osu y $G_y(s) = \frac{5,15}{s^2(0,0181s+1)}$. Pro simulaci regulace polohy kuličky je použito stavové řízení, konkrétně metoda přiřazení pólů a LQ řízení. Za tímto účelem byl aplikován Luenbergerův rekonstruktor stavu. Dále jsou využívány polynomiální metody pro 2 základní konfigurace řízení – 1DoF a 2DoF. Všechny uvedené simulace se vázaly k jedné ose.

Přehledné porovnání kvality jednotlivých regulací podává tabulka 7. Podle kritéria sumy kvadrátů regulačních odchylek nejlepších výsledků dosahují regulátory typu I navržené polynomiálními metodami 1DoF a 2DoF, ale za cenu vysokých překmitů. Naopak nejhorších výsledků bylo dosaženo použitím stavových regulátorů navržených metodou přiřazení pólů. Regulace je typická i nejdelším časem pro dosažení 95 % žádané polohy.

Pro všechny používané metody návrhu řízení byla vytvořena schémata pro aplikaci na reálný model, nacházející se na přiloženém CD. Vlivem výše uvedených poruch a nelinearit však nebylo možné zrealizovat měření pro navržené regulátory. Navíc docházelo ke ztrátám kroků motoru.

V poslední části práce bylo vytvořeno grafické uživatelské rozhraní v programu MATLAB, které umožňuje jednoduše a přehledně experimentovat s uvedeným modelem a to jak simulačně, tak v reálném čase.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

This thesis deals with identification of the Ball & Plate apparatus CE 151 and implementation of selected control algorithms. In the theoretical part was prepared the literature search for this teaching model, there is also provided a mathematical model and a technical description of the system. Other chapters deal with the theory of used methods.

Identification of the model was obtained the transfer function of x-axis $G_x(s) = \frac{5,53}{s^2(0,0028s+1)}$ and of y-axis $G_y(s) = \frac{5,15}{s^2(0,0181s+1)}$.

For the control of ball position state feedback control is used, namely the pole placement method and LQ control. For this purpose Luenberger observer was utilized. Further, polynomial methods in the 1DoF and 2DoF control configurations are also exploited. All these simulations are attached to one axis.

Summarized comparison of the quality control given in table 7. According to the criteria S_e the best results is given by regulators type I, which are designed polynomial methods 1DoF 2DoF, but a high overshoot is there. The worst results are given by regulators using state regulators designed by pole placement method. The regulation is typical of the longest time to achieve 95% of the desired position.

For all used control methods was created schemes for application to a real model, located on the CD. Due to the above defects and nonlinearities, however, was impossible to measure the proposed controllers. Moreover, there was loss of motor steps.

The last part is dedicated to the development of simple graphical user interface in MATLAB to enable easy and user-friendly environment for both simulation and real-time experiments with the apparatus.

The last part is dedicated to the development of simple graphical user interface in MATLAB to enable easy and user-friendly environment for both simulation and real-time experiments with the apparatus.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] CE 151 kulička na ploše. *HUMUSOFT s.r.o.* [online]. 2000 [cit. 2012-04-19]. Dostupné z: <http://www.humusoft.cz/produkty/models/ce151/>
- [2] DEBRE, Michal. *Identifikace a návrh řízení pro model kulička na ploše*. Praha, 2010. Bakalářská práce. ČVUT v Praze. Vedoucí práce Ing. Jiří Řehoř.
- [3] DOSTÁL, Petr a Radek MATUŠŮ. *Stavová a algebraická teorie řízení*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2010. ISBN 978-80-7318-991-4.
- [4] HUMUSOFT S.R.O. *CE 151 Ball & Plate Apparatus: Education manual*. Praha, 2006.
- [5] HUMUSOFT S.R.O. *CE 151 Ball & Plate Apparatus: Technical manual*. Praha, 2006.
- [6] JADLOVSKÁ A., JAJČIŠIN, Š. a LONŠČÁK, R.: *Modelling and PID Control Design of Nonlinear Educational Model Ball & Plate*. Editors: Fikar, M., Kvasnica, M., In: Proceedings of the 17th International Conference on Process Control '09, Štrbské Pleso, High Tatras, Slovakia, 2009, pp. 475–483, ISBN 978-80-227-3081-5.
- [7] KIRCHNER, Miroslav. *Laboratorní model CE 151 - kulička na ploše*. Zlín, 2011. Diplomová práce. UTB ve Zlíně. Vedoucí práce Ing. František Gazdoš, Ph.D.
- [8] PERŮTKA, Karel. *MATLAB - základy pro studenty automatizace a informačních technologií*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2005, 303 s. ISBN 80-731-8355-2.

- [9] POPOVIČ, Ľuboš, Vratislav HLADKÝ a Ján SARNOVSKÝ. *Modelovanie a riadenie výukového modelu guľička na ploche s využitím MPT Toolboxu*. Košice, 2010. Článek pro International Conference Cybernetics and Informatics. Technická univerzita v Košiciach.
- [10] ŠTOLFA, Michal. *Návrh a realizace vybraných algoritmů řízení pro laboratorní model kulička na ploše*. Ostrava, 2005. Diplomová práce. VŠB - Technická univerzita Ostrava. Vedoucí práce Ing. Renata Wagnerová, Ph.D.
- [11] ZAKUCIA, Jozef. *Prezentácia činnosti dynamických systémov Guľička na rovine*. Praha, 2006. Bakalářská práce. ČVUT v Praze. Vedoucí práce Ing. František Vaněk.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Φ, M, M_y	váhové matice
λ_i	kořeny charakteristického polynomu
\hat{x}	odhad stavových veličin
A	matice systému
B	váhová matice vstupu
$e(t)$	regulační odchylka
$G(s)$	přenos systému
$G_S(s)$	přenos regulované soustavy pro polynomiální metody
G_v	přenos poruchy
I_b	setrvačnost kuličky [kg.m ²]
I_p	setrvačnost roviny [kg.m ²]
m	hmotnost kuličky [kg]
M_y	váhová matice optimality výstupu
$n(t)$	porucha na výstupu
px	pixel
$Q(s)$	přenos zpětnovazební části regulátoru
Q_R	matice říditelnosti
r	polohový vektor kuličky [m]
R	váhová matice optimality výstupu
$R(s)$	přenos přímovazební části regulátoru
r_b	poloměr kuličky [m]
T_i	časová konstanta získaná identifikací
T_m	časová konstanta z výukového manuálu
$u(t)$	akční veličina

u_α, u_β	ovládací napětí krokových motorů [V]
v	rychlost [m/s]
$v(t)$	porucha na vstupu
$w(t)$	referenční signál
$x(t)$	vektor stavu
y_x, y_y	pozice kuličky na ploše v ose x a y získaná z kamery [m]
α, β	úhly reprezentující náklon roviny [rad]
ω	vektor úhlové rychlosti rotující kuličky [rad/s]
Ω	vektor úhlové rychlosti otáčející se plochy [rad/s]

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1: Schéma modelu</i>	12
<i>Obr. 2: Princip řízení</i>	12
<i>Obr. 3: Blokové schéma modelu</i>	13
<i>Obr. 4: Dodávaný demo program</i>	14
<i>Obr. 5: Základní schéma řízení v programu MATLAB/SIMULINK</i>	15
<i>Obr. 6: Luenbergerův rekonstruktor stavu</i>	24
<i>Obr. 7: Konfigurace systému řízení 1DOF</i>	26
<i>Obr. 8: Konfigurace systému řízení 2DOF</i>	27
<i>Obr. 9: Obraz snímáný kamerou</i>	31
<i>Obr. 10: Souřadnicový systém</i>	31
<i>Obr. 11: Závislost náklonu α [rad] na změně vstupního napětí u [MU] pro osu x</i>	33
<i>Obr. 12: Ukázka programu identifikace.m</i>	36
<i>Obr. 13: Zaznamenané průběhy pro náklon 0,25 MU v ose x</i>	36
<i>Obr. 14: Průměrný průběh pro náklon 0,25 MU v ose x</i>	37
<i>Obr. 15: Aproximovaný průběh pro náklon 0,25 MU v ose x</i>	37
<i>Obr. 16: Aproximovaný průběh pro náklon 0,5 MU v ose x</i>	38
<i>Obr. 17: Aproximovaný průběh pro náklon 0,75 MU v ose x</i>	38
<i>Obr. 18: Aproximovaný průběh pro náklon 1 MU v ose x</i>	39
<i>Obr. 19: Aproximovaný průběh pro náklon 0,25 MU v ose y</i>	40
<i>Obr. 20: Aproximovaný průběh pro náklon 0,5 MU v ose y</i>	40
<i>Obr. 21: Aproximovaný průběh pro náklon 0,75 MU v ose y</i>	41
<i>Obr. 22: Aproximovaný průběh pro náklon 1 MU v ose y</i>	41
<i>Obr. 23: Simulace odhadů stavů pro časovou konstantu T_i</i>	43
<i>Obr. 24: Šum ovlivňující výstup systému</i>	44
<i>Obr. 25: Simulace odhadů stavů pro časovou konstantu T_m</i>	44
<i>Obr. 26: Regulace polohy stavovým regulátorem – typ I</i>	45
<i>Obr. 27: Regulace polohy stavovým regulátorem – typ II</i>	46
<i>Obr. 28: Regulace polohy stavovým regulátorem – typ III</i>	46
<i>Obr. 29: Regulace polohy stavovým regulátorem – typ IV</i>	47
<i>Obr. 30: Regulace polohy optimálním stavovým regulátorem – typ I</i>	48
<i>Obr. 31: Regulace polohy optimálním stavovým regulátorem – typ II</i>	48
<i>Obr. 32: Regulace polohy optimálním stavovým regulátorem – typ III</i>	49

<i>Obr. 33: Regulace polohy optimálním stavovým regulátorem – typ IV</i>	49
<i>Obr. 34: Regulace na žádanou polohu pomocí odchytkových veličin</i>	50
<i>Obr. 35: Regulace na žádanou polohu pomocí odchytkových veličin</i>	50
<i>Obr. 36: Regulace polohy polynomiálním 1DoF řízením – typ I</i>	51
<i>Obr. 37: Regulace polohy polynomiálním 1DoF řízením – typ II</i>	52
<i>Obr. 38: Regulace polohy polynomiálním 1DoF řízením – typ III</i>	52
<i>Obr. 39: Regulace polohy polynomiálním 1DoF řízením – typ IV</i>	53
<i>Obr. 40: Regulace polohy polynomiálním 2DoF řízením – typ I</i>	54
<i>Obr. 41: Regulace polohy polynomiálním 2DoF řízením – typ II</i>	54
<i>Obr. 42: Regulace polohy polynomiálním 2DoF řízením – typ III</i>	55
<i>Obr. 43: Regulace polohy polynomiálním 2DoF řízením – typ IV</i>	55
<i>Obr. 44: Grafické uživatelské rozhraní</i>	58

SEZNAM TABULEK

<i>Tabulka 1: Simulovaná závislost náklonu</i>	<i>32</i>
<i>Tabulka 2: Reálná závislost náklonu</i>	<i>33</i>
<i>Tabulka 3: Typy regulátorů podle zvolených pólů</i>	<i>45</i>
<i>Tabulka 4: Typy regulátorů podle zvolených matic M_y a R</i>	<i>47</i>
<i>Tabulka 5: Typy regulátorů podle zvoleného pólu α pro 1DoF řízení</i>	<i>51</i>
<i>Tabulka 6: Typy regulátorů podle zvoleného pólu α pro 2DoF řízení</i>	<i>53</i>
<i>Tabulka 7: Porovnání kvality regulace</i>	<i>56</i>

SEZNAM PŘÍLOH

P I Simulační schéma pro identifikaci.

PŘÍLOHA P I: SIMULAČNÍ SCHEMA PRO IDENTIFIKACI

