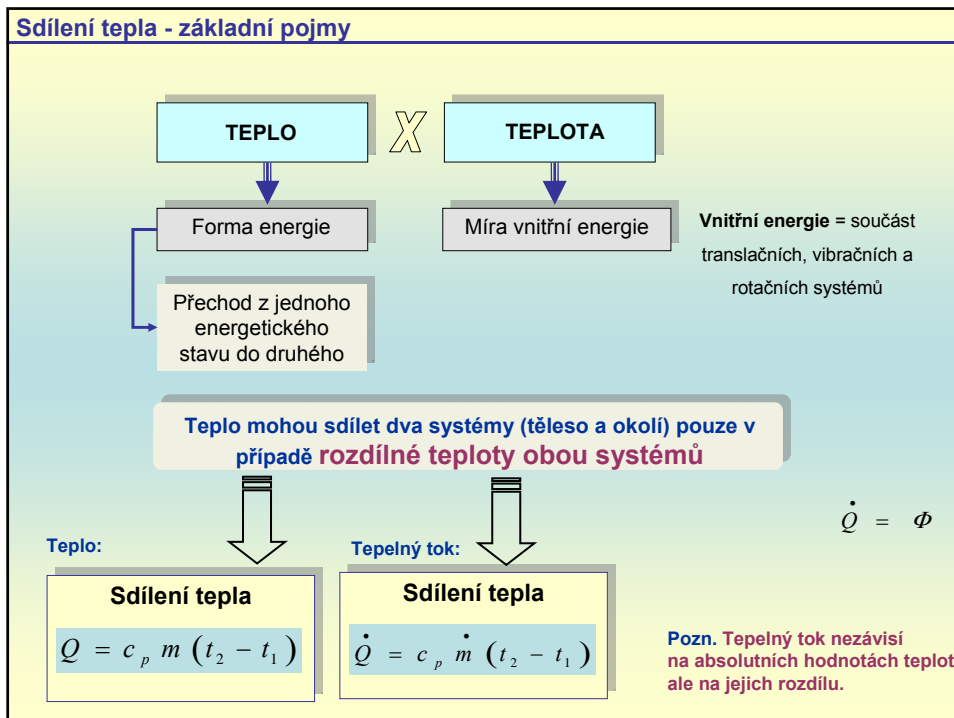
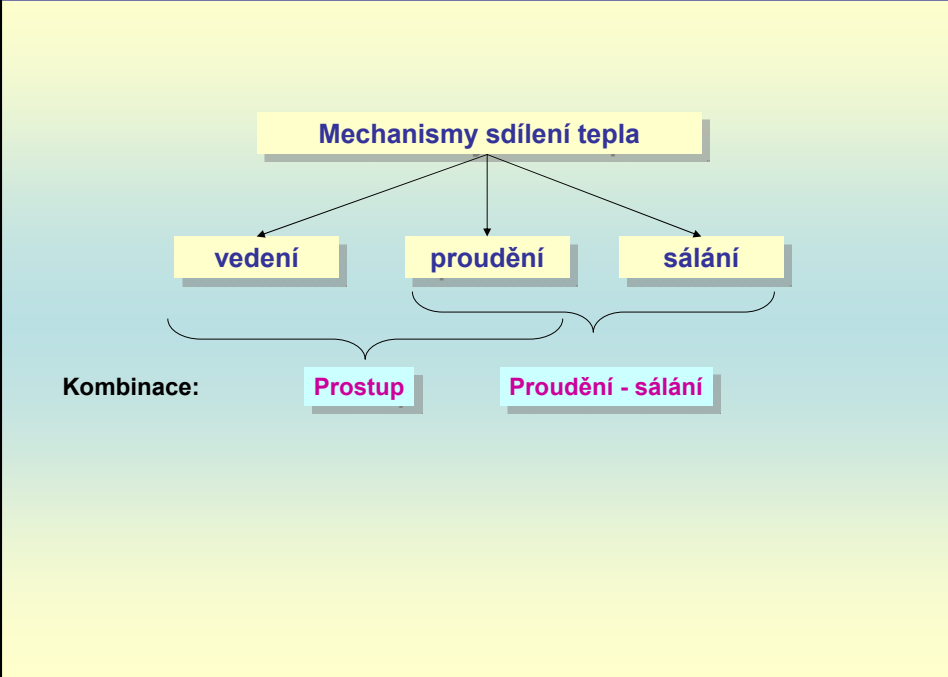


Sdílení tepla



Sdílení tepla - mechanismy



Sdílení tepla – mechanismy sdílení-vedení-deska

Vedení - konduktce = molekulární mechanismus sdílení tepla

- Nastává předáváním kinetické energie mezi molekulami a elektrony vlivem teplotních rozdílů

Fourierův zákon vedení tepla

$$d\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dx} dA$$

(ustálený stav, empirická rovnice)

Intenzita toku tepla:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

$$q = \frac{d\dot{Q}}{dA}$$

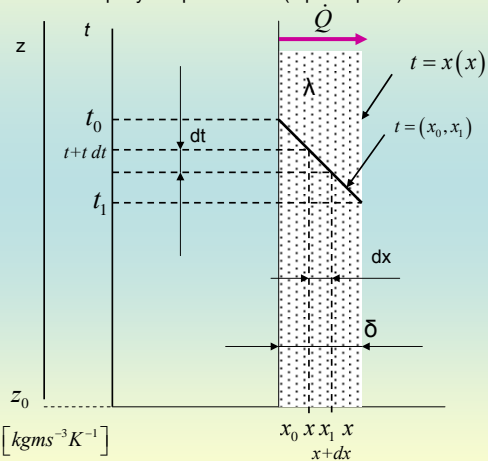
Po integraci (deska):

$$\dot{Q} = \lambda \frac{t_0 - t_1}{\delta} A$$

A – teplosměnná plocha [m²]

λ – součinitel tepelné vodivosti [Wm⁻¹K⁻¹] ≡ [kgms⁻³K⁻¹]

Rozdělení teploty *t* napříč deskou (teplotní profil)



Sdílení tepla – mechanismy sdílení-vedení-deska

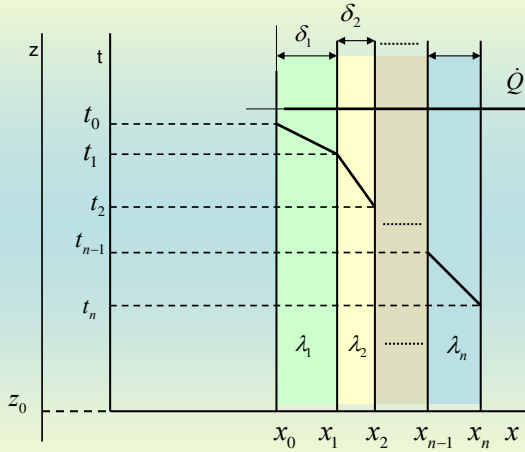
Složená desková stěna

$$\dot{Q} = \lambda_1 \frac{t_0 - t_1}{\delta_1} A$$

$$\dot{Q} = \lambda_2 \frac{t_1 - t_2}{\delta_2} A$$

$$\dot{Q} = \lambda_n \frac{t_{n-1} - t_n}{\delta_n} A$$

$$\dot{Q} = \frac{t_0 - t_n}{\sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{\lambda_j}} A$$



Sdílení tepla – mechanismy sdílení – vedení - válec

Válcová stěna

Fourierův zákon vedení tepla

$$d\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dx} dA$$

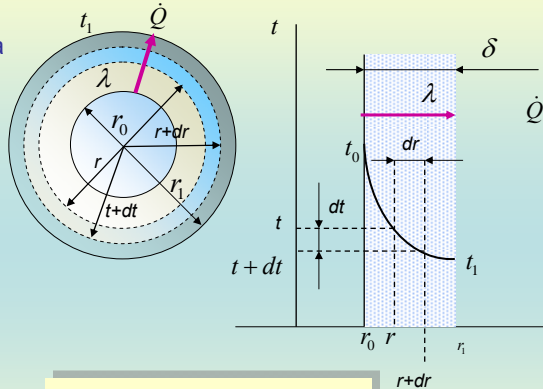
$$A = 2\pi r l$$

$$d\dot{Q} = -2\pi l \lambda \frac{dt}{dr} r$$

po integraci (válec):

$$\dot{Q} = 2\pi l \lambda \frac{t_0 - t_1}{\ln\left(\frac{d_1}{d_0}\right)}$$

Řez válcovou trubkou a teplotní profil



Složená válcová stěna

$$\dot{Q} = 2\pi l \frac{t_0 - t_n}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{\lambda_j}\right) \ln\left(\frac{d_j}{d_{j-1}}\right)}$$

Sdílení tepla – součinitel tepelné vodivosti

Součinitel tepelné vodivosti λ [$Wm^{-1}K^{-1}$]

Je fyzikálním parametrem a vedení tepla látky.

Pro stejný materiál je hodnota λ mění vlivem

Teploty

Vlhkosti

Hustoty

Struktury

atd.

Odpor proti vedení tepla:

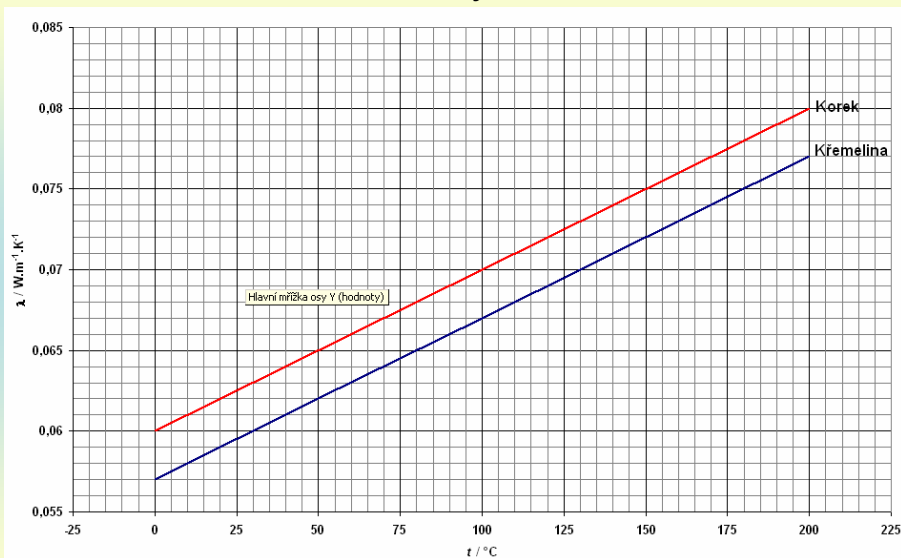
$$R = \frac{\delta}{\lambda}$$

Tab: Vybrané hodnoty λ při teplotě 20°C

Látka	
Měď	395
Mosaz	106
Ocel 0,2 %	50
Beton armovaný	1,5
Cihly	0,28 – 1,2
Tabulové sklo	0,60 – 1,0
Betonový panel	0,46 – 0,74
Tepelně izolační materiály	
Pěnový polystyren	0,04
Plst'	0,04 – 0,09
Korek	0,036
Lehčený polyuretan	0,033
„Puroterm“	0,027
Suchý vzduch	0,6
Voda	

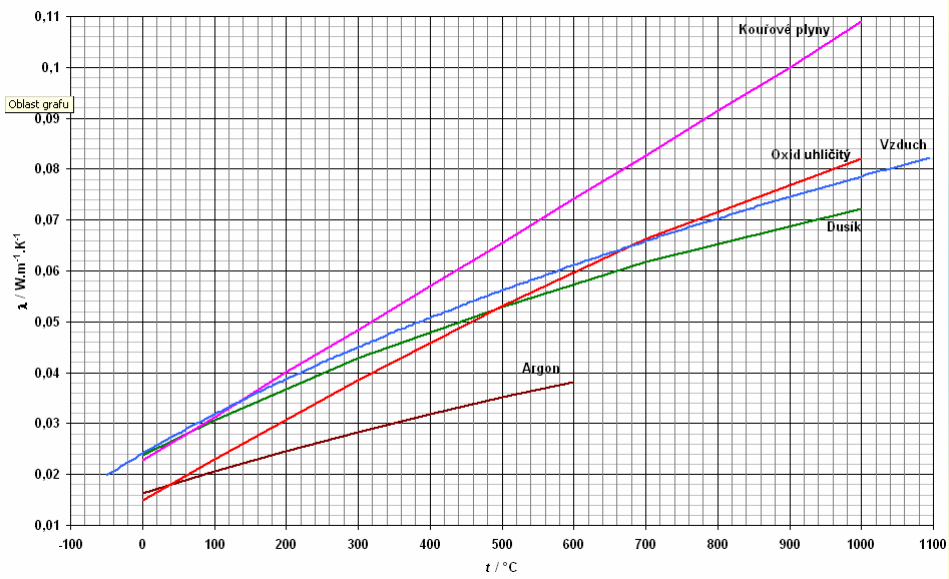
Sdílení tepla – Průběh součinitelů tepelné vodivosti v závislosti na teplotě

Tuhé látky



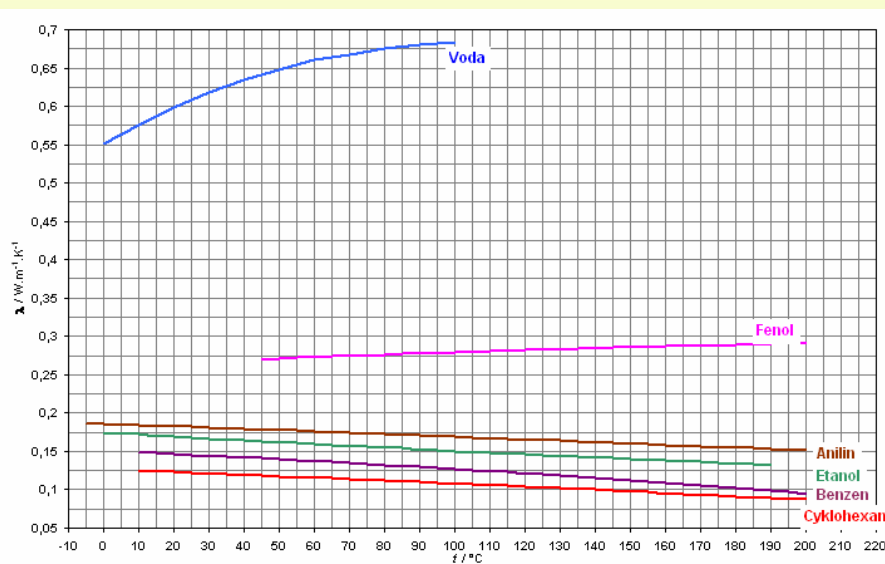
Sdílení tepla – Průběh součinitelů tepelné vodivosti v závislosti na teplotě

Plyny



Sdílení tepla – Průběh součinitelů tepelné vodivosti v závislosti na teplotě

Kapaliny



Sdílení tepla – mechanismy sdílení - proudění

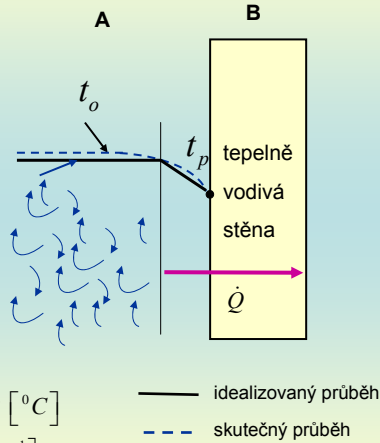
Proudění - konvekce = sdílení tepla mezi povrchem a prostředím z místa o vyšší teplotě na místo s nižší teplotou

Newtonův ochlazovací zákon

$$dQ = \alpha \langle t_o \rangle \cdots t_p dA$$

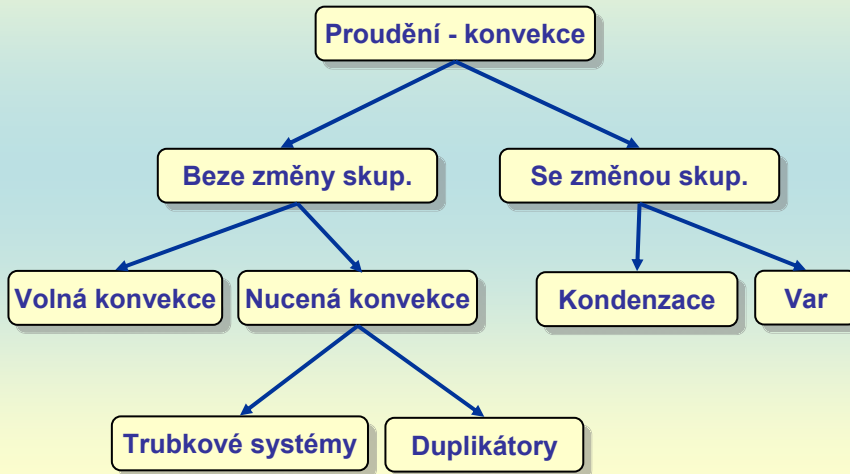
$$\dot{Q} = \alpha (\langle t_o \rangle \cdots t_p) A$$

- A – teplosměnná plocha [m²]
- $\langle t_o \rangle$ - střední teplota tekutiny [°C]
- t_p - teplota povrchu stěny u tekutiny [°C]
- α - součinitel přestupu tepla [Wm⁻²K⁻¹]



Sdílení tepla – konvekce - výpočet součinitele přestupu tepla α

α



Sdílení tepla – teorie podobnosti

PODOBNOST


- umožňuje posoudit, zda jsou dva systémy nebo děje téže fyzikální podstaty podobné.
- současně dává návod, jak vytvořit jako vzor, podobný systém nebo děj, který se nazývá *model* \implies **modelování**.
- pomocí teorie podobnosti lze transformovat množinu rozměrových proměnných na množinu se sníženým počtem bezrozměrových proměnných
- **Snížený počet bezrozměrových proměnných dává možnost zobecňovat výsledky experimentů a zobecněné výsledky potom uplatnit při navrhování průmyslových dějů a zařízení.**

- Podobné jevy mají číselně stejná kritéria podobnosti
- Kritéria odvozená z DR platí i pro IR
- Jevy jsou podobné, jsou-li okrajové podmínky podobné a jsou-li v nich odvozená kritéria číselně stejná

Vyjádření podobnosti systémů a dějů

pomocí

konstant podobnosti,  podobnost **geometrická**

kritérií podobnosti.  podobnost **fyzikální**

Sdílení tepla – mechanismy sdílení – kritériální rovnice

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$$

Nu – Nusseltovo kritérium

$$Pe = Re Pr = \frac{vl}{a}$$

Pe – Pécletovo kritérium

$$Re = \frac{vl}{\nu} = \frac{vl\rho}{\eta}$$

Re – Reynoldsovo kritérium

$$Pr = c_p \frac{\eta}{\lambda}$$

Pr – Prandtlovo kritérium

$$Gr = \frac{g\beta l^3}{\nu^2} \Delta t$$

Gr – Grasshofovo kritérium

α – součinitel přestupu tepla

l – charakteristický rozměr

λ – součinitel tepelné vodivosti tekutiny

ν – charakteristická rychlost proudění kapaliny

a – součinitel teplotní vodivosti

ν – kinematická viskozita

η – dynamická viskozita

c_p – měrná tepelná kapacita při konst. tlaku

g – gravitační zrychlení

β – součinitel objemové roztažnosti

Δt – rozdíl teplot

Sdílení tepla – výpočet součinitele přestupu tepla

Postup při výpočtu součinitele přestupu tepla z empirických rovnic

1. O jaký druh konvekce v daném případě jde.
2. Vybereme vhodný vztah nebo skupinu vztahů.
3. Zjistíme, jak jsou voleny charakteristické veličiny.
4. Pokud tvar vztahů nebo hodnoty konstant ve vybraném vztahu závisí na hodnotách některých nezávisle proměnných (u nucené konvekce je to např. Re)
5. Vypočteme hodnoty všech potřebných bezrozměrných argumentů a zjistíme, zda naše podmínky leží uvnitř oboru platnosti vztahu, který chceme použít.
6. Určíme součinitel přestupu tepla.

Sdílení tepla – mechanismy sdílení- proudění – volná konvekce

Přestup tepla při volném proudění bez fázové přeměny

- proudění je vyvoláno pouze rozdílem teplot

$$Nu = C (Gr Pr)^n$$

$Gr Pr$	C	n
$< 10^{-3}$	0,6	0
$< 1 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^2 >$	1,18	1/8
$< 5 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^7 >$	0,54	1/4
$< 2 \cdot 10^7 \cdot 1 \cdot 10^{13} >$	0,135	1/3

Charakteristický rozměr l :

- koule, vodorovný válec: l = průměr
- svislá rovinná deska, svislý válec: l = výška
- vodorovná obdélníková deska: l = kratší strana

$$\alpha = \frac{Nu \lambda}{l}$$

$$Pr = c_p \frac{\eta}{\lambda}$$

$$Gr = \frac{g l^3}{\nu^2} \beta \Delta t$$

- fyzikálně chemické vlastnosti tekutého média při t_s

$$t_s = 0,5 (\langle t_o \rangle + t_p)$$

Sdílení tepla – mechanismy sdílení- proudění – nucená konvekce

Přestup tepla při nuceném proudění bez fázové přeměny

- teplosměnná plocha tvořená z trubek - podélné obtékání

$$\alpha = \frac{Nu\lambda}{l}$$

Charakteristický rozměr l :

- tok uvnitř trubek: $l =$ vnitřní průměr trubky, d
- tok vně trubek (podélné obtékání): $l = d_{ek}$

Laminární proudění ($Re \leq 2,3 \cdot 10^3$)

$$Nu = 0,17 Re^{0,33} Pr^{0,43} Gr^{0,10} \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,25}$$

Turbulentní a přechodná oblast ($2,3 \cdot 10^3 \leq Re \leq 2 \cdot 10^6$)

$$Nu = 0,116 (Re^{2/3} - 125) Pr^{1/3} \left[1 + \left(\frac{d}{L} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\eta}{\eta_w} \right)^{0,14}$$

Turbulentní proudění ($Re \geq 10^4$)

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} \quad \text{Dittusova - Boelterova rovnice}$$

Sdílení tepla – mechanismy sdílení- proudění – nucená konvekce

Přestup tepla při nuceném proudění bez fázové přeměny

- podél rovinné stěny

Charakteristický rozměr: $l =$ délka stěny

$$\alpha = \frac{Nu\lambda}{l}$$

$$Nu = 0,0356 Re^{0,8} Pr^{0,4}$$

- pro „tlustou“ vrstvu tekutiny

Speciální případ:

rovné stěny v blízké vzdálenosti \Rightarrow výpočet deskových výměníků tepla

Sdílení tepla – mechanismy sdílení- proudění – nucená konvekce

Přestup tepla při nuceném proudění bez fázové přeměny

- teplosměnná plocha tvořená z trubek – příčné obtékání

Charakteristický rozměr l = vnější průměr trubek

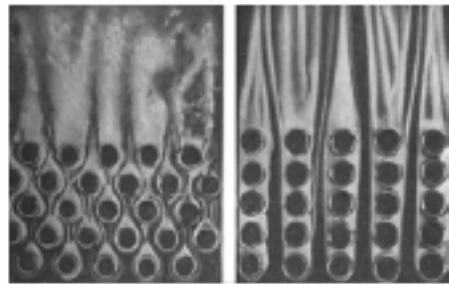
$$\alpha = \frac{Nu \lambda}{l}$$

$$Nu = 0,21 Re^{0,62} Pr^{0,316} \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,25}$$

$$(10 \leq Re \leq 10^3)$$

$$Nu = 0,59 Re^{0,47} Pr^{0,38} \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,23}$$

$$(10^3 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5)$$



Sdílení tepla – mechanismy sdílení – proudění – nucená konvekce

Přestup tepla při nuceném proudění bez fázové přeměny

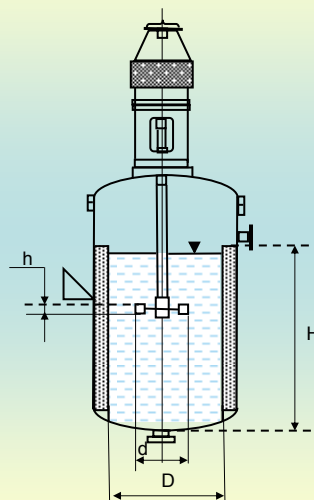
- mechanicky míchané nádoby

Duplikátor

$$Nu = 0,112 Re_M^{0,75} Pr^{0,44} \left(\frac{D}{d} \right)^{0,44} \left(\frac{h}{d} \right)^{0,13} \left(\frac{\eta}{\eta_w} \right)^{0,25}$$

$$Re_M = \frac{f d^2 \rho}{\eta}$$

$$\alpha = \frac{Nu \lambda}{D}$$



Sdílení tepla – mechanismy sdílení – proudění – kondenzace

Přestup tepla při fázové přeměně - kondenzace

$$Re_k = \frac{4\Gamma}{\eta}$$

$$\Gamma = \dot{m} / s$$

• smáčivá stěna: filmová kondenzace

nesmáčivá stěna: kapková kondenzace

Filmová kondenzace



Svislé trubky, deska

$$*C = 1,15$$

*l - výška trubky (desky)

Vodorovná trubka

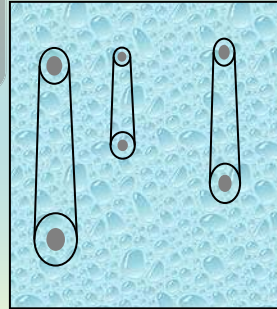
$$*C = 0,725$$

*l - průměr trubky

λ, ρ, η - fyz. vlastn. kondenzátu

$$\alpha = C \left[\frac{\lambda^3 \rho^2 g \Delta h_g}{l \eta (t_p - t_w)} \right]^{0,25}$$

Kapková kondenzace



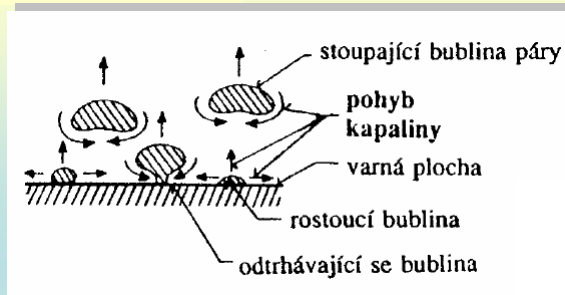
$\alpha(\text{kapková kondenzace}) > \alpha(\text{filmová kondenzace})$

Přítomnost inertu v páře snižuje součinitel přestupu tepla

Sdílení tepla – mechanismy sdílení – proudění – nucená konvekce

Přestup tepla při fázové přeměně - var

$$\alpha = Kq^r p^z$$



K, r, z jsou empiricky zjištěné konstanty charakter. kapalinu a varný povrch
 p - tlak

pro hladké čisté povrchy např. z mědi, mosazi a nerezavějící oceli $r = 0,7; z = 0,4$.

Přechod z bublinového varu na var filmový (blánový) nastává u vody a vodných roztoků tehdy, když rozdíl teplot teplosměnné plochy a vroucí kapaliny překročí asi 25 K.

Sdílení tepla - příklad výpočtu α

Je třeba stanovit součinitel přestupu tepla v chladiči, v němž vzduch se střední teplotou 30°C a tlakem 101 kPa proudí kolmo na trubku vnějšího průměru 20 mm rychlostí 5 m/s.

Vlastnosti vzduchu ($t = 30^\circ\text{C}$):

$$\rho = 1,165 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}, c_p = 1,01 \cdot 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}, \eta = 1,86 \cdot 10^{-2} \text{ mPa}\cdot\text{s}, \lambda = 2,68 \cdot 10^{-2} \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

Reynoldsovo kritérium

$$Re = \frac{v d \rho}{\eta} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 1,165}{1,86 \cdot 10^{-5}} = 6,26 \cdot 10^3 \quad (10^3 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5)$$

Prandtlovo kritérium

$$Pr = c_p \frac{\eta}{\lambda} = 1,01 \cdot 10^3 \frac{1,86 \cdot 10^{-5}}{2,68 \cdot 10^{-2}} = 0,70$$

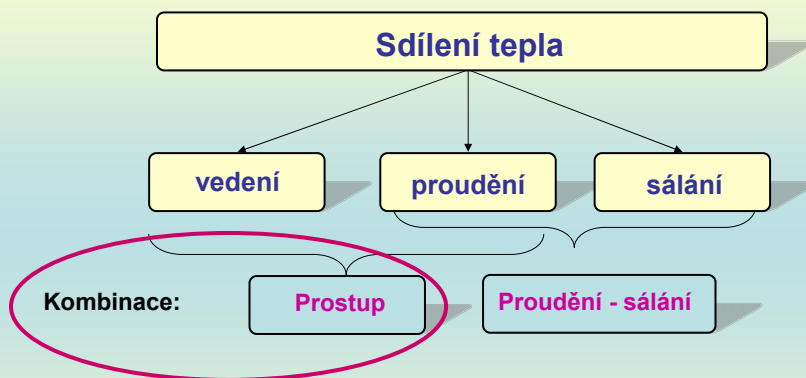
Nusseltovo kritérium

$$Nu = 0,21 Re^{0,62} Pr^{0,38} \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,25} = 0,21 (6,26 \cdot 10^3)^{0,62} \cdot 0,70^{0,38} = 41,4 \quad \text{pro plyny: } Pr \approx Pr_w$$

Střední hodnota součinitele přestupu tepla po obvodu trubky

$$\alpha = \frac{Nu \lambda}{d} = \frac{41,4 \cdot 2,68 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 55,5 \quad [\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}]$$

Sdílení tepla - mechanismy



Sdílení tepla – kombinované sdílení tepla - průstup

Průstup tepla

- sdílení tepla mezi dvěma tekutinami přes pevnou přepážku (tekutiny se vzájemně nemísí)

- deska

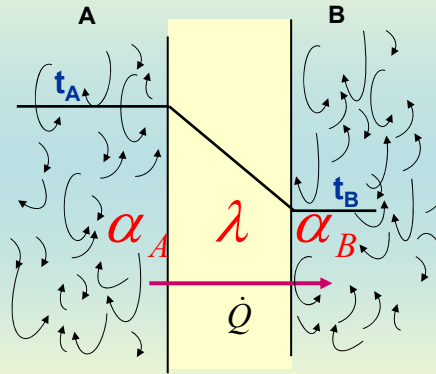
$$\dot{Q} = k(t_A - t_B)A$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_A} + \sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_B}$$

- válec (trubka)

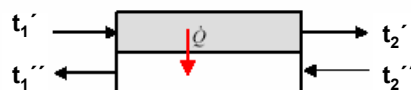
$$\dot{Q} = k_L(t_A - t_B)L$$

$$\frac{\pi}{k_L} = \frac{1}{\alpha_a d_A} + \sum_{j=1}^n \frac{\ln \frac{d_{j+1}}{d_j}}{2\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_b d_B}$$



Výměníky tepla - rozdělení podle toku tekutin

Protiproud

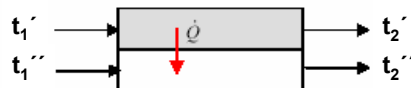


tekutina:

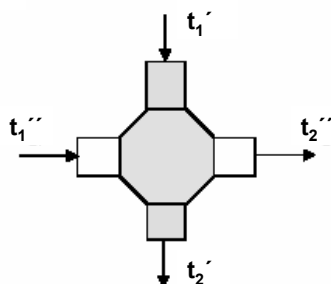
t' - teplejší

t'' - chladnější

Souproud

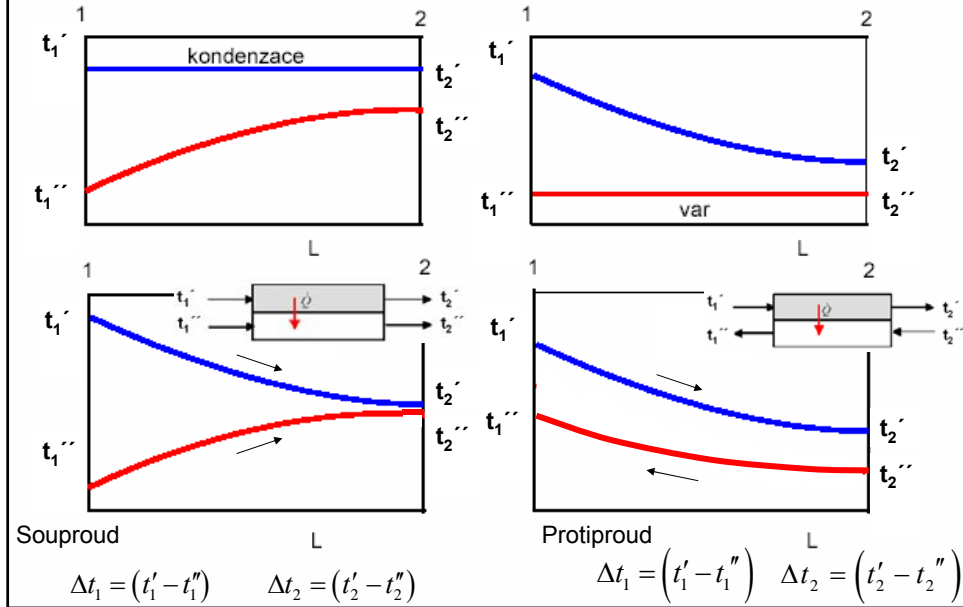


Křížový tok

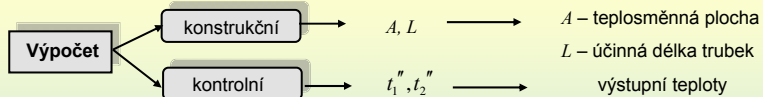


Výměníky tepla - základní pojmy

Průběh teplot ve výměnících tepla



Výměníky tepla – výpočet parametrů výměníku



Základní výpočtové rovnice

(1) $\dot{Q} = \dot{m}' c_p' (t_1' - t_2')$

(2) $\dot{Q} = \dot{m}'' c_p'' (t_1'' - t_2'')$

(3a) $\dot{Q} = k A \Delta t_{1s}$

(3b) $\dot{Q} = k_L L \Delta t_{1s}$

(4) $\Delta t_{1s} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}}$

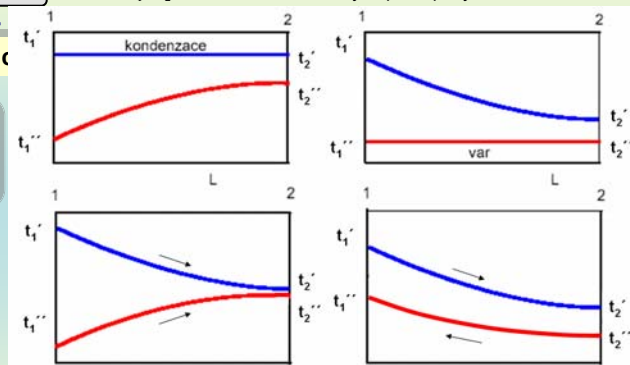
logaritmický střed
rozdílu teplot

$\Delta t_1 = (t_1' - t_1'')$

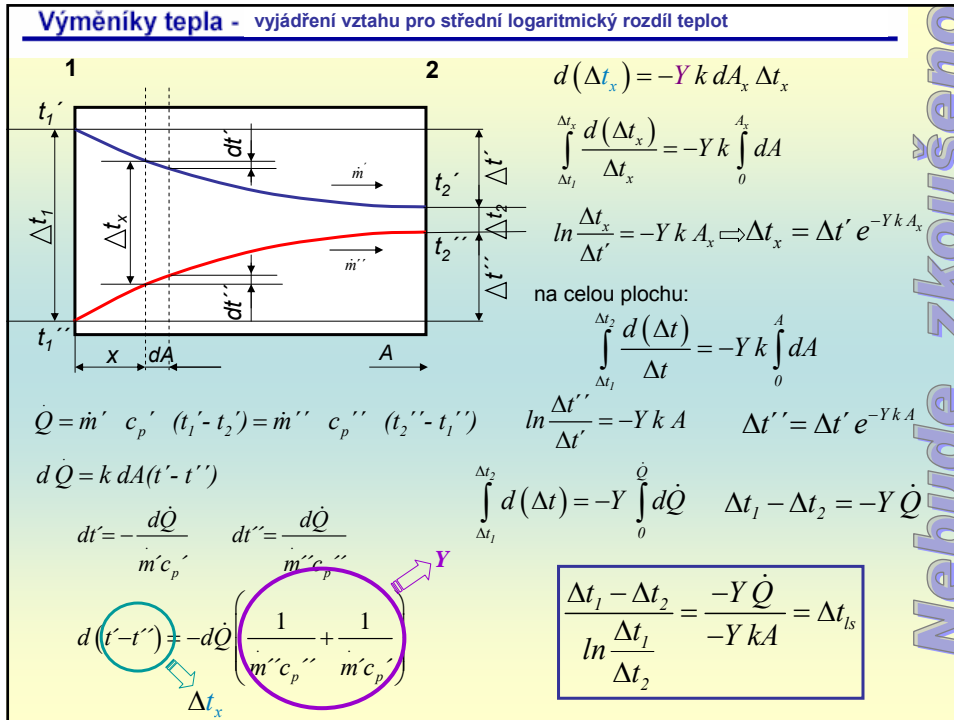
$\Delta t_2 = (t_2' - t_2'')$

$\Delta t_1 = (t_1' - t_1'')$

$\Delta t_2 = (t_2' - t_2'')$



Výměníky tepla - vyjádření vztahu pro střední logaritmický rozdíl teplot



Nebude zkoušeno

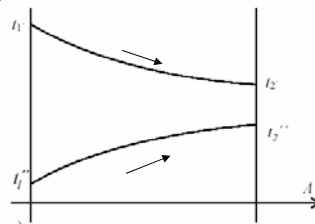
Sdílení tepla - výměníky – příklad

Do výměníku tepla vstupuje $0,25 \text{ m}^3 \text{ hod}^{-1}$ kapaliny o hustotě $1100 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a měrné tepelné kapacitě $3000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Ve výměníku se ochladí ze 120°C na 50°C . Teplo je předáváno vodě o měrné tepelné kapacitě $4187 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, objemovém průtoku $1 \text{ m}^3 \text{ hod}^{-1}$ a počáteční teplotě 10°C . Stanovte velikost teplosměnné plochy pro souprůdné uspořádání (a protiprůdné uspořádání - domácí úloha), je-li v obou případech součinitel prostupu tepla roven $30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

Řešení:

Označení veličin:

$\dot{V}' = 0,25 \text{ m}^3 \text{ hod}^{-1}$	$\dot{V}'' = 1 \text{ m}^3 \text{ hod}^{-1}$
$\rho' = 1100 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\rho'' = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$c_p' = 3000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$c_p'' = 4187 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
$t_1' = 120^\circ\text{C}$	$t_1'' = 10^\circ\text{C}$
$t_2' = 50^\circ\text{C}$	
$k = 30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$	



Z tepelné bilance:

$$\dot{V}' \rho' c_p' (t_1' - t_2') = \dot{V}'' \rho'' c_p'' (t_1'' - t_2'')$$

$$t_2'' = t_1'' + (t_1' - t_2') \frac{\dot{V}' \rho' c_p'}{\dot{V}'' \rho'' c_p''} \Rightarrow 10 + (120 - 50) \frac{0,25 \cdot 1100 \cdot 3000}{1 \cdot 1000 \cdot 4187} = 23,79^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{ls} = \frac{(t_1' - t_1'') - (t_2' - t_2'')}{\ln \frac{t_1' - t_1''}{t_2' - t_2''}} \Rightarrow \frac{(120 - 10) - (50 - 23,79)}{\ln \frac{120 - 10}{50 - 23,79}} = 58,418^\circ\text{C}$$

Plati: $\dot{Q} = k A \Delta t_{ls} = \dot{V}' \rho' c_p' (t_1' - t_2')$

Odtud:

$$A = \frac{\dot{V}' \rho' c_p' (t_1' - t_2')}{k \Delta t_{ls}} \Rightarrow \frac{0,25 \cdot 1100 \cdot 3000 (120 - 50)}{3000 \cdot 30 \cdot 58,418} = 9,15 \text{ m}^2$$

Proudění tekutin - ekvivalentní průměr

Nekruhový průřez

$$l = d_{ek}$$

$$Re = \frac{v d_{ek} \rho}{\eta} = \frac{v d_{ek}}{\nu}$$

$$\alpha = \frac{Nu \lambda}{d_{ek}}$$

Ekvivalentní průměr

$$d_{ek} = \frac{4S}{o}$$

S - průřez naplněný tekutinou [m²]
 o - smočený obvod [m]

Kruhový průřez



Trojúhelníkový průřez



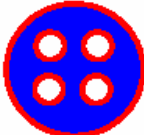
Obdélníkový průřez



Mezikruží



Mezitrubkový průřez



Kruhový průřez (částečně zaplněný)



Proudění tekutin - ekvivalentní průměr

Ekvivalentní průměr

- příklady výpočtu

d - vnější průměr vnitřní trubky [m]

D - vnitřní průměr vnější trubky [m]

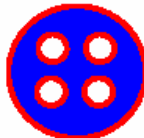
n - počet trubek

Mezikruží



$$d_{ek} = \frac{4S}{o} = \frac{4 \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)}{\pi (D + d)} = \frac{(D - d)(D + d)}{D + d} = D - d$$

Mezitrubkový průřez

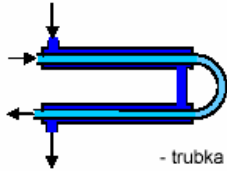


$$d_{ek} = \frac{4S}{o} = \frac{4 \frac{\pi}{4} (D^2 - nd^2)}{\pi (D + nd)} = \frac{D^2 - nd^2}{D + nd}$$

d_{ek} - NELZE použít k výpočtu střední rychlosti tekutiny

Výměníky tepla - rozdělení podle konstrukce

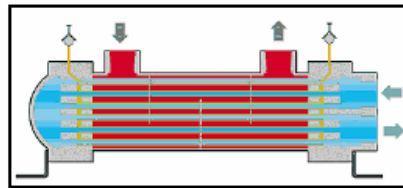
Svazkový výměník



- trubka v trubce



- svazkový výměník



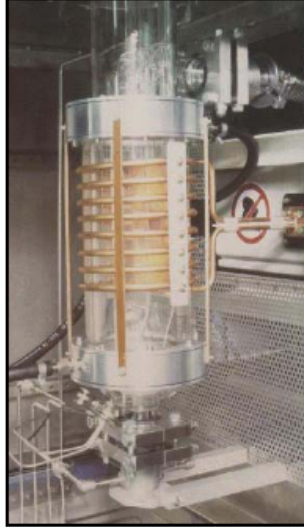
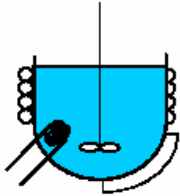
Výměníky tepla - rozdělení podle konstrukce

Svazkový výměník

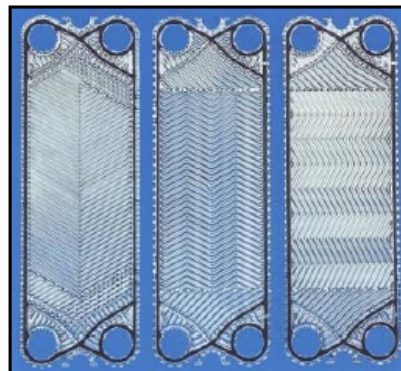
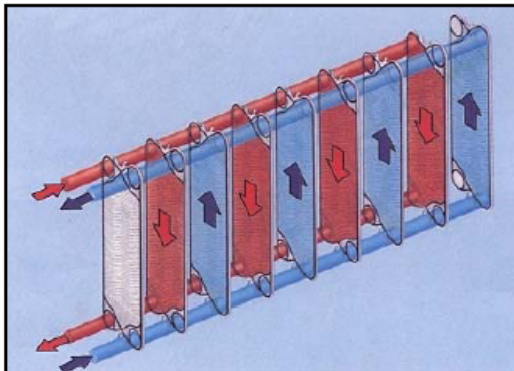


Výměníky tepla - rozdělení podle konstrukce

Duplikátor



Výměníky tepla - deskový výměník tepla



Materiál desek

- nerez ocel
- titan



• **Použitá literatura:**

- Jahoda, M.: Sdílení tepla, VŠCHT Praha, UCHI, 2003
- Kolomazník, K.: Teorie technologických procesů III, VUT Brno, FT Zlín, 1978
- Dvořák, Z.: Sdílení tepla a výměníky, ČVUT Praha, FS, 1992
- Kolat, P.: Přenos tepla a hmoty, FS, VŠB-TU Ostrava, 2001