

Nastavovanie spojitych PID regulátorov

Settings of continuous PID controllers

Martin Mitták

Bakalárska práca
2007



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav automatizace a řídicí techniky
akademický rok: 2006/2007

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Martin MITTÁK**
Studijní program: **B 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Seřizování spojitých PID regulátorů**

Zásady pro vypracování:

1. Zpracujte literární rešerši na dané téma.
2. Vypracujte vzorové úlohy na seřízení spojitých PID regulátorů různými metodami.
3. Proveďte simulaci řízení v prostředí Matlab/Simulink.
4. Regulátory realizujte jako spojitě S -- funkce.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Balátě J.: Automatické řízení, BEN, 2003.
2. Šulc B., Vítečková M.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů, ČVUT, 2004.
3. Dabney J.B., Harman T.L.: Mastering Simulink, Prentice Hall, 2006.
4. Bolton W.: Control Engineering, Loughman, 1998.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Marek Kubalčík, Ph.D.**
Ústav řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce: **13. února 2007**

Termín odevzdání bakalářské práce: **25. května 2007**

Ve Zlíně dne 13. února 2007


prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan




prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Hlavným cieľom práce je vytvorenie knižnice PID regulátorov, kde nastavovanie ich parametrov je vykonané na základe rôznych nižšie popísaných metód. Všetky regulátory sú realizované v systéme Matlab-Simulink pomocí S – funkcií ako maska subsystemu. Takto vytvorený blok môže byť zaradený do schémy uzavretého regulačného obvodu a pred spustením simulácie nie je nutné spustiť žiadnu inicializáciu. Všetky parametre pre jednotlivé metódy sú zadané pomocou masky subsystemu a nastavenie regulátora je prevedené v rámci S – funkcií. Vytvorená knižnica môže slúžiť ako učebná pomôcka pre overenie činnosti PID regulátorov nastavených rôznymi metódami, kedy je možné porovnať regulačný pochod dosiahnutý regulátorom z knižnice študentom navrhnutým a vytvoreným regulátorom.

Kľúčové slová: PID regulátor, metódy návrhu PID regulátorov, Matlab – Simulink, S – funkcie

ABSTRACT

The main aim of this work was creation of a library of PID – like controllers which set up is done by using of further described methods. All the controllers are realized in Matlab / Simulink with use of S – functions as a mask of a subsystem. The created blocks may be inserted into simulink scheme of a closed loop system and it is not necessary to perform any initialization before a simulation start. All the parameters necessary for particular methods are set through the mask of the subsystem using dialog boxes. The library may be used as an educational tool for verification of PID – like controllers set up by various methods. Results achieved by controllers designed by students can be compared with results achieved by controllers from the library.

Keywords: PID regulator, proposition methods for PID regulators, Matlab – Simulink, S – functions.

Rád by som poďakoval pánovi Ing. Marekovi Kubalčíkovi, vedúcemu mojej bakalárskej práce, za jeho cenné rady a podnetné pripomienky pri tvorbe tejto práce. Ďalej by som chcel poďakovať svojej rodine, priateľom a známym za ich podporu počas písania tejto práce.

Prehlasujem, že som na bakalárskej práci pracoval samostatne a použitú literatúru som citoval. V prípade publikácie výsledkov, ak je to uvoľnené na základe licenčnej zmluvy, budem uvedený ako spoluautor.

V Zlíne 22.05.2007

.....
Podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	7
I TEORETICKÁ ČASŤ	8
1 ŠTANDARDNÉ P-I-D REGULÁTORY A NIEKTORÉ ICH CHARAKTERISTICKÉ RYSY PRI REGULÁCI	9
1.1 CIEĽ REGULÁCIE.....	9
2 ZÁKLADNÉ TYPY REGULÁTOROV	11
2.1 PROPORCIONÁLNA REGULÁCIA	11
2.2 INTEGRAČNÁ REGULÁCIA	13
2.3 DERIVAČNÁ REGULÁCIA.....	14
3 NASTAVOVANIE PID REGULÁTOROV RÔZNYMI METÓDAMI	16
3.1 NASLINOVA METÓDA	16
3.2 WHITELEYOVE ŠTANDARDNÉ TVARY	17
3.3 METÓDA NÁVRHU REGULÁTORA POMOCOU KOEFICIENTOV TLMENIA	19
3.4 METÓDA POMOCOU KRITÉRIA OPTIMÁLNEHO MODULU	22
3.5 METÓDA NA ZÁKLADE MINIMA KVADRATICKEJ REGULÁČNEJ PLOCHY	23
4 POPIS S-FUNKCIE	25
4.1 ŠTRUKTÚRA S-FUNKCIE.....	25
II PRAKTICKÁ ČASŤ	27
5 STAVOVÁ ROVNICA PID REGULÁTORA	28
6 POPIS JEDNOTLIVÝCH METÓD NÁVRHU REGULÁTOROV PRE ZVOLENÝ MODEL RIADENÉHO SYSTÉMU	30
6.1 NASLINOVA METÓDA	30
6.2 WHITELEYOVE ŠTANDARDNÉ TVARY	32
6.3 METÓDA NÁVRHU REGULÁTORA POMOCOU KOEFICIENTOV TLMENIA	33
6.4 METÓDA POMOCOU KRITÉRIA OPTIMÁLNEHO MODULU	35
6.5 METÓDA NA ZÁKLADE MINIMA KVADRATICKEJ REGULÁČNEJ PLOCHY	37
7 KNIŽNICA PID REGULÁTOROV	39
ZÁVER	41
ZÁVER V ANGLIČTINE	42
ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY	43
ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK	44
ZOZNAM OBRÁZKOV	45
ZOZNAM TABULIEK	46
ZOZNAM PRÍLOH	47

ÚVOD

Hlavným cieľom práce je vytvorenie knižnice PID regulátorov, kde nastavovanie ich parametrov je vykonané na základe rôznych metód nižšie popísaných v teoretickej časti. Všetky regulátory sú realizované v systéme Matlab-Simulink pomocou S – funkcií ako maska subsystému. Takto vytvorený blok môže byť zaradená do schémy uzavretého regulačného obvodu a pred spustením simulácie nie je nutné spustiť žiadny inicializačný m–file, kde by sa vykonávalo zadanie parametrov potrebných pre jednotlivé metódy návrhu a výpočet parametrov jednotlivých zložiek regulátorov. Všetky parametre pre jednotlivé metódy sú zadané cez masku subsystému a nastavenie regulátora je prevedené v rámci S – funkcií.

Návrh regulátorov vychádza z modelu sústavy druhého rádu, ktorá je zadaná pomocou troch nižšie špecifikovaných parametrov. Model sústavy druhého rádu je vhodným modelom pre radu v praxi sa vyskytujúcich procesov.

Vytvorená knižnica môže slúžiť ako učebná pomôcka pre overenie činnosti PID regulátorov nastavených rôznymi metódami.

Teoretická časť práce popisuje všeobecne jednotlivé zložky PID regulátora a ich vplyv na kvalitu regulačného pochodu. Ďalej popisuje vybrané metódy návrhu PID regulátorov, ktoré sú v práci použité.

V praktickej časti sú pre jednotlivé metódy odvodené vzťahy pre konkrétny zvolený model sústavy druhého rádu. Je uvedený prevod prenosu PID regulátora na stavovú rovnicu, ktorá je veľmi dôležitá pre realizáciu PID regulátora pomocou S – funkcie s využitím spojitých stavov. Ku každej metóde sú taktiež uvedené simulačné príklady.

Jednotlivé regulátory sú implementované v knižnici ako samostatné bloky, čo umožňuje ich jednoduché začlenenie do existujúcej simulinkovej schémy regulačného obvodu jednoduchým skopírovaním. Ich parametre je možné nastaviť pomocou dialógových okien.

Vytvorená knižnica môže slúžiť ako učebná pomôcka pre overenie činnosti PID regulátorov nastavených rôznymi metódami, kedy je možné porovnať regulačný pochod dosiahnutý regulátorom z knižnice študentom navrhnutým a vytvoreným regulátorom.

TEORETICKÁ ČASŤ

1 ŠTANDARDNÉ P-I-D REGULÁTORY A NIEKTORÉ ICH CHARAKTERISTICKÉ RYSY PRI REGULÁCII

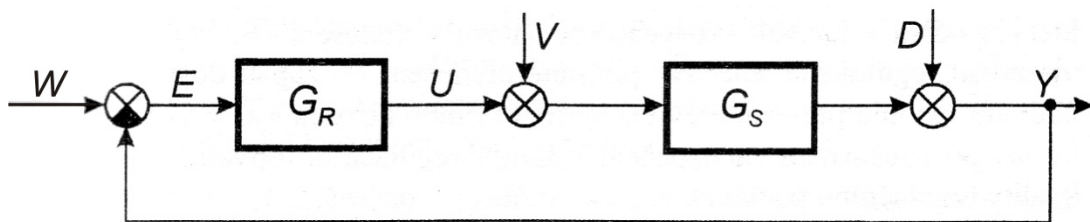
1.1 Cieľ regulácie

Úlohou regulátora v jednuzlovom regulačnom obvode je vytvárať na základe regulačnej odchýlky $e = w - y$ takú akčnú veličinu u , ktorá pôsobením na regulovanú sústavu zaisťuje, aby regulačná odchýlka e bola v každom časovom okamžiku pokiaľ čo najmenšia.

Tento nárok vyjadrujúci tzv. **cieľ regulácie** znamená, že regulovaná veličina y v každom časovom okamžiku by mala byť pokiaľ možno rovnaká ako žiadaná (riadiaca) veličina w . Matematicky sa dá cieľ regulácie zapísať napr. v obrazoch

$$E \rightarrow 0 \quad \Leftrightarrow \quad Y \rightarrow W$$

štandardne označených podľa najčastejšie používanej abstraktnej systémovej predstavy o regulačnom obvode v podobe blokovej schémy na (obr. 1). [1]



Obr. 1 - Bloková schéma uzavretého regulačného obvodu

Je zrejmé, že plnenie cieľa regulácie sa zostavuje z dvoch súčasne regulátorom vykonávaných činností:

- sledovanie žiadanej veličiny w regulovanou veličinou y
- potlačenie vplyvu poruchových veličín v a d na regulovanú veličinu y

Z obrazu regulovanej veličiny sa dá podľa schémy regulačného obvodu na (obr. 1) určiť rovnica

$$Y = G_{w/y} \cdot W + G_{v/y} \cdot V + G_{d/y} \cdot D \quad (1.11)$$

kde

$$G_{w/y} = \frac{G_R \cdot G_S}{1 + G_R \cdot G_S} = \frac{1}{\frac{1}{G_R \cdot G_S} + 1} \quad (1.12)$$

$$G_{d/y} = 1 - G_{w/y} \quad (1.13)$$

Aby bol splnený cieľ regulácie (*obr. 1*), musí byť vo vzťahu (1.11) splnené podmienky

$$G_{w/y} \rightarrow 1, \quad G_{v/y} \rightarrow 0, \quad G_{d/y} \rightarrow 0 \quad (1.14)$$

Je zrejmé, že ak bude splnená prvá podmienka, budú splnené súčasne i zostávajúce dve podmienky, tj.

$$G_{w/y} \rightarrow 1 \quad \Rightarrow \quad G_{v/y} \rightarrow 0, \quad G_{d/y} \rightarrow 0 \quad (1.15)$$

pretože platia vzťahy (1.13) a (1.14).

Splnenie prvej podmienky sa dá zaistiť veľkou hodnotou modulu prenosu otvoreného regulačného obvodu $|G_o| = |G_R \cdot G_S|$, preto, že na základe vzťahu (1.12) sa dá písať

$$|G_R \cdot G_S| \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad G_w \rightarrow 1 \quad (1.16)$$

Vzťah (2.16) vyjadruje v podstate problém návrhu (syntézy) regulátora, ktorý spočíva v hľadaní takéhoto regulátora s prenosom G_R , ktorý pri znalosti vlastností regulovanej sústavy popísanej prenosom G_S zaistí dostatočne veľkú hodnotu modulu prenosu otvoreného regulačného obvodu $|G_o| = |G_R \cdot G_S|$ (teoreticky ∞) pri súčasnom zabezpečení stability regulačného obvodu a požadovanej kvality regulačného pochode.

Veľká hodnota modulu $|G_o| = |G_R \cdot G_S|$ sa dá zaistiť tak, že vhodne zvolený regulátor z ponuky štandardne dodávaných základných regulačných funkcií sa správne nastaví, tj. potrebného zväčšenia sa dosiahne nastavením vhodných hodnôt jeho nastaviteľných parametrov. [1]

2 ZÁKLADNÉ TYPY REGULÁTOROV

Regulátory sa dajú samozrejme členiť podľa najrôznejších hľadísk. Ale už predchádzajúce teoretické vysvetlenie cieľa regulácie viedlo k vydeleniu regulátorov, v ktorých sa využíva nastavovanie parametrov a algoritmus regulácie ktorý je vytvorený zo základných regulačných funkcií (samostatne alebo v kombinácii). Tie sú označované podľa použitých zložiek ako **P-I-D regulátory** alebo tiež ako **štandardné regulátory**. Používa sa tiež označenie **regulátory s pevne danou štruktúrou** kvôli navodeniu kontrastujúcej predstavy obmedzených možností optimalizácie daných tým, že prenos alebo rovnica takéhoto regulátora sú všeobecne dopredu známe a nie je možné ich meniť. V porovnaní so skupinou regulátorov, ktorých regulačná funkcia je daná tak, aby sa optimalizovala funkcia celého regulačného obvodu, nazývanou **regulátory s optimalizovanou štruktúrou**, optimalizácia pri použití regulátora s pevne danou štruktúrou spočíva iba v nájdení hodnôt staviteľných parametrov. [1]

2.1 Proporcionálna regulácia

Proporcionálna spojitá regulácia bude rovnako ako ďalšia regulačná funkcia analyzovaná v obvode regulácie proporcionálnej zotrvačnej sústavy modelovanej prenosom prvého rádu pri odstraňovaní dôsledkov skokovej zmeny poruchovej veličiny. Lineárny popis tohto obvodu v bezrozmernom tvare reprezentujú rovnice (pri konštantnej žiadanej hodnote a pôsobení poruchy v mieste akčnej veličiny)

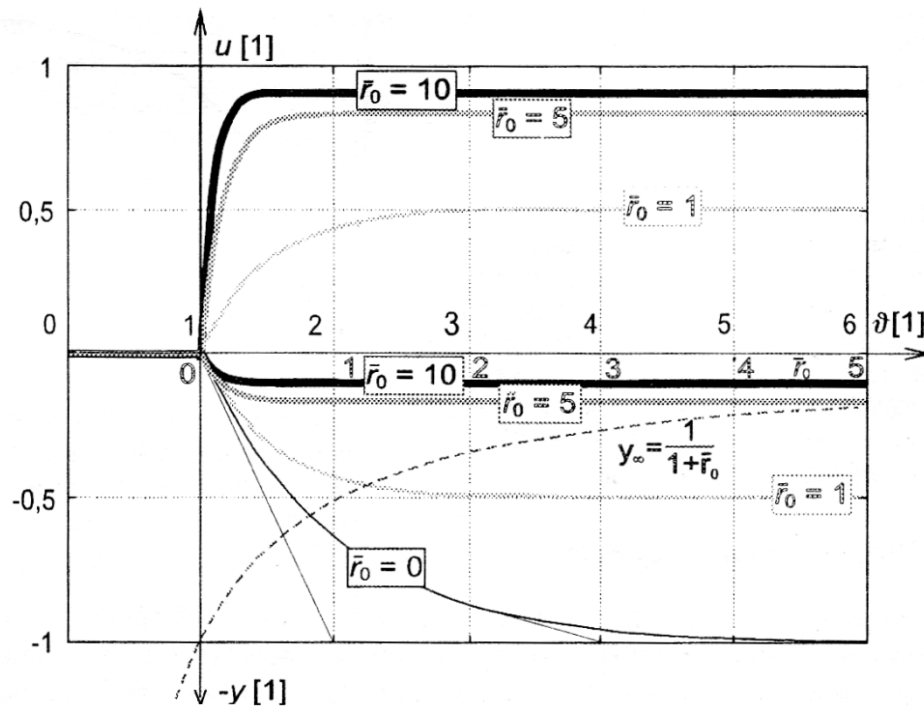
$$\begin{aligned} \dot{y}(\vartheta) + y(\vartheta) &= u(\vartheta) - v(\vartheta) \\ \dot{u}(\vartheta) &= -\bar{r}_0 y(\vartheta) \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{1+\bar{r}_0} \dot{y}(\vartheta) + y(\vartheta) = -\frac{1}{1+\bar{r}_0} v(\vartheta) \quad (2.11)$$

Cennou informáciou o činnosti regulátora poskytuje rovnica popisujúca priebeh akčného zásahu

$$\frac{1}{1+\bar{r}_0} \dot{u}(\vartheta) + u(\vartheta) = -\frac{\bar{r}_0}{1+\bar{r}_0} v(\vartheta) \quad (2.12)$$

Pri skokovej zmene poruchovej veličiny sú priebehy regulovanej veličiny alebo akčnej veličiny všeobecne tvarovo zhodné s prechodovou odozvou proporcionálneho systému prvého rádu, ktorého časová konštanty a zosilnenie v prenose poruchového pôsobenia nepriamo úmerne klesajú s rastúcou hodnotou nastaveného zosilnenia. Na (obr. 2) sa dajú porovnávať regulačné odozvy pri proporcionálnej regulácii s reakciou modelu samotnej sústavy, ktorý má v bezrozmernom vyjadrení jednotkovú časovú konštantu a zosilnenie

v prenosu poruchy rovné jednej. Nevýhodou proporcionálnej zložky je, že zanecháva trvalú regulačnú odchýlku. [1]



Obr. 2 – Odozvy regulovanej a akčnej veličiny pri proporcionálnej zotrvačnej sústavy 1. rádu pri skokovej zmene poruchovej veličiny s grafom závislosti trvalej regulačnej odchýlky na zosilnení

Do (obr. 2) bol zahrnutý tiež graf závislosti trvalej odchýlky na zosilnení, ktorá je pri použití bezrozmerného zápisu vyjadrená vzťahom

$$y_{\infty} = \frac{1}{1+r_0} \quad (2.13)$$

reprezentujúcim hyperbolu. Pomocou tohto grafu sa dá odčítať pre každú nastavenú hodnotu nastaveného zosilnenia odchýlku novej ustálenej hodnoty regulovanej veličiny od požadovanej potom, čo bolo ukončené odstraňovanie dôsledkov pôsobenia poruchy. Dá sa zapamätať, že s hodnotou bezrozmerného zosilnenia jedna dosiahne trvalá odchýlka regulovanej veličiny 50 % hodnoty, čo by dosiahla bez regulácie. S hodnotami 100 a väčšími sa veľkosť trvalá regulačná odchýlka dostáva do pásma 1 %, ktoré sa považuje za bežnú toleranciu v rámci triedy presnosti obvyklého prístrojového vybavenia. [1]

2.2 Integrovaná regulácia

Pretože integračný regulátor podľa slovného vyjadrenia reaguje nenulovou rýchlosťou iba na nenulové hodnoty regulačnej odchýlky, nemôže pri integračnej regulácii samotnej (a samozrejme i pri jej prítomnosti v kombinácii s ostatnými základnými regulačnými funkciami) vzniknúť trvalá odchýlka regulovanej veličiny od požadovanej hodnoty regulovanej veličiny, ako je tomu v prípade proporčionálnej regulácie. [1]

Obvod integračnej regulácie uvažovanej sústavy prvého rádu je popísaný nasledujúcimi rovnicami:

$$\begin{aligned} \dot{y}(\vartheta) + y(\vartheta) &= u(\vartheta) - v(\vartheta) \\ \dot{u}(\vartheta) &= -\bar{r}_1 y(\vartheta) \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \ddot{y}(\vartheta) + \dot{y}(\vartheta) + \bar{r}_1 y(\vartheta) = -\dot{v}(\vartheta) \quad (2.21)$$

Z čoho vyplýva nasledujúca skutočnosť

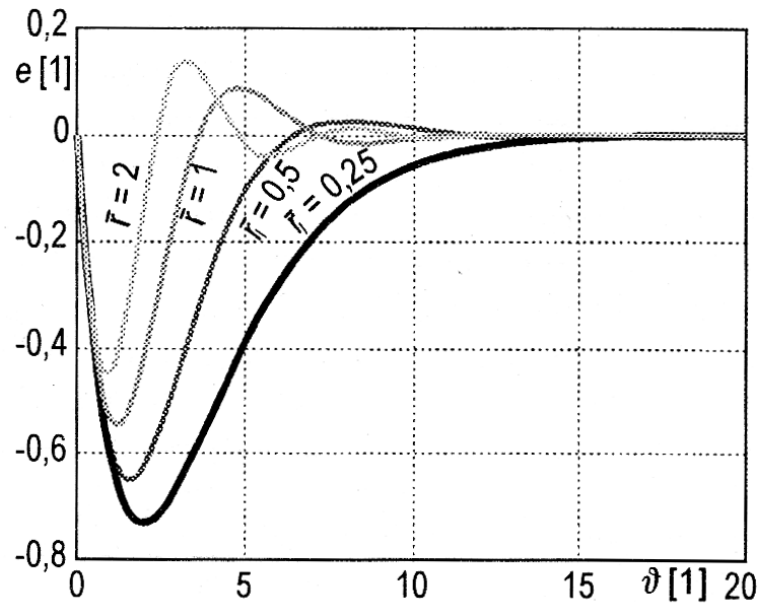
1. Pri konštantnej poruche *I regulácie* vráti regulovanú veličinu na východzu nulovú hodnotu (porucha sa staticky vôbec neprejaví).
2. Korene charakteristickej rovnice sa pri hodnote integračnej konštanty $\bar{r}_1 = \frac{1}{4}$ mení z dvojice reálnych záporných hodnôt na dvojicu komplexne združených koreňov $s_{1,2}$ s fixnou reálnou časťou $\alpha = -\frac{1}{2}$ a s premennou integračnou časťou ω

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm j \sqrt{\bar{r}_1 - \frac{1}{4}} \quad (2.22)$$

Odozvy pre hodnotu $\bar{r}_1 < 0,25$ charakterizuje nekmitavosť, ale i praktická nepoužiteľnosť, lebo maximum regulačnej odchýlky sa blíži hodnote, ktorá vznikla bez regulácie. Rovnako doba regulácie sa prekračuje niekoľkonásobne dobu ustálenia samotnej sústavy rovnako veľkej poruchy. [1]

S hodnotami \bar{r}_1 nad 0,25 sú odozvy kmitavé. Kvalita regulácie sa výrazne mení s veľkosťou nastavenia hodnoty integračnej konštanty \bar{r}_1 .

Ako je vidieť aj na (*obr. 3*), čím je vyššia integračná konštanta tým viac sa znižuje kvalita regulácie a vznikajú veľké prekmity. [1]



Obr. 3 – Regulačné odozvy integračnej regulácie pri kmitavom nastavení

Nevýrazné ovplyvňovanie doby regulácie zmenami nastavenia \bar{r}_1 v oblasti vyšších hodnôt sa dajú vysvetliť vlastnosťami obalovej exponenciály, ktorá násobí v rovnici odozvy funkciu sínus (obr. 3). Táto exponenciála (vlastne dve, jedna pre kladné a druhá pre záporné polovlny) u kmitavých zložiek odoziev lineárnych systémov určuje mieru útlmu kmitov. Číselne miera útlmu je spojená s hodnotou časovej konštanty $1/\alpha$ obalovej exponenciály. Táto je totožná so záporne zobrazenou prevrátenou hodnotou reálnej časti príslušnej dvojice komplexne združených koreňov, ktorá je práve v prípade analyzovanej I regulácie konštantná, na zriadenie regulátora vôbec nezávislá hodnota $\alpha = -0,5$. [1]

2.3 Derivačná regulácia

Derivačnú reguláciu charakterizujú zásahy regulátora, ktoré vznikajú iba pri zmenách regulačnej odchýlky. Derivačný regulátor reaguje iba na rýchlosť zmeny regulačnej odchýlky, ktorá v prípade prítomnosti šumu môže dosahovať značných hodnôt aj pri nepodstatných hodnotách amplitúdy. Vedľa tohto praktického aspektu, ktorý je skôr spojovaný s určitou opatrnosťou používaní derivačnej funkcie s kombináciou s ostatnými regulačnými funkciami, existujú zásadné dôvody, prečo na rozdiel od predchádzajúcich základných regulačných funkcií samostatné použitie derivačnej regulácie v praxi neprichádza v úvahu. [1]

Po prvé, derivačný regulátor nie je schopný inej než dynamickej reakcie, v ustálenom stave bez ohľadu na veľkosť regulačnej odchýlky nezasahuje, a preto nie je schopný odstrániť účinky pôsobenia konštantnej poruchy ani realizovať prechod na novú požadovanú hodnotu.

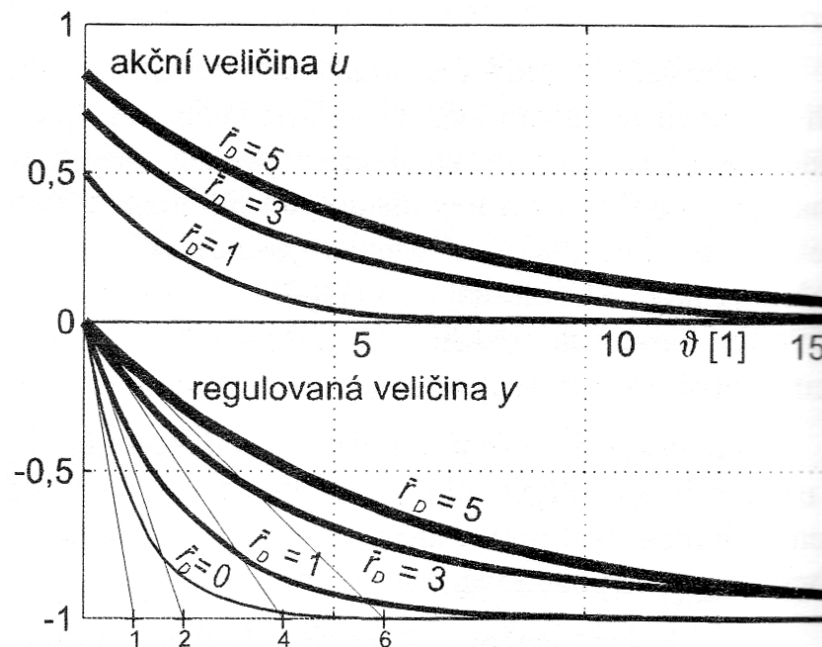
Ale aj cez toto negatívne hodnotenie je zaujímavé analyzovať, v čom môže byť prínos zaradenia derivačnej zložky regulácie. Príklad ideálnej derivačnej regulácie referenčnej proporcionálnej zotrvačnej sústavy popísanej prenosom prvého rádu popisujú v bezrozmernom vyjadrení rovnice

$$\begin{aligned} \dot{y}(\vartheta) + y(\vartheta) &= u(\vartheta) - v(\vartheta) & \Rightarrow (1 + \bar{r}_D)\dot{y}(\vartheta) + y(\vartheta) &= -v(\vartheta) \quad (2.31) \\ u(\vartheta) &= -\bar{r}_D\dot{y}(\vartheta) \end{aligned}$$

ktoré dopĺňa pre simulačné sledovanie priebeh akčnej veličiny dôležitý vzťah

$$u(\vartheta) = \frac{\bar{r}_D}{1 + \bar{r}_D} (v(\vartheta) + y(\vartheta)) \quad (2.32)$$

Priebeh regulovanej veličiny je popísaný rovnakým tvarom rovnice ako odozva samotnej sústavy, avšak časová konštanta v tejto rovnici je lineárne závislá na nastavenej hodnote derivačnej konštanty \bar{r}_D . Pri hodnote $\bar{r}_D = 0$ rovnica i akcia odpovedajú modelu samotnej sústavy. Graficky je to znázornené na (obr. 4)



Obr. 4 – Priebehy regulovanej a akčnej veličiny v regulačnom obvode s D regulátorom vyvolanej jednotkovým skokom poruchovej veličiny

3 NASTAVOVANIE PID REGULÁTOROV RÔZNYMI METÓDAMI

Existuje rada metód pre nastavenie parametrov PID regulátorov, ktoré vychádzajú jak z rôznych požiadavkou na kvalitu regulačného pochodu, tak z vlastností riadeného systému. Jednotlivé metódy využívajú jak parametrické tak neparametrické modely riadených systémov. Regulátory vytvorené v rámci tejto práce sú založené na nasledujúcich metódach:

- Naslinova metóda
- Whiteleyove štandardné tvary
- Metóda návrhu regulátora pomocou koeficientu tlmenia
- Metóda pomocou kritéria optimálneho modulu
- Metóda na základe minima kvadratickej regulačnej plochy

3.1 Naslinova metóda

Naslin dokázal, že keď pre koeficienty charakteristickej rovnice (3.11) uzavretého regulačného obvodu. [3]

$$a_n p^n + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0 \quad (3.11)$$

platí nerovnosť

$$a_i^2 \geq \alpha \cdot a_{i-1} \cdot a_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, (n-1) \quad (3.12)$$

potom maximálne preregulovanie $\Delta y_{max} [\%]$ závisí na hodnote α podľa (tab. 1)

Tab. 1 - Závislosť Δy_{max} na α podľa Naslina:

α	1,75	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4
Δy_{max}	16	12	8	5	3	1

Máme regulovanú sústavu 2. rádu s prenosom $G_S(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$. Priradíme k nej PID - regulátor. Určíme hodnoty nastaviteľných parametrov tak, aby pri jednotkovom skoku riadenia sme si určili hodnotu maximálneho preregulovania Δy_{max} .

Najskôr si vypočítame prenos riadenia ktorý je daný vzťahom:

$$G_W(s) = \frac{G_0}{1+G_0} \quad \text{kde } G_0 = G_R G_S \quad (3.13)$$

Kde po úprave v menovateli dostaneme charakteristickú rovnicu polynómu. Určíme si maximálne preregulovanie Δy_{\max} a priloženej tabuľky si určíme koeficient α .

A teraz môžeme z nerovností (3.12) získať podmienku pre výpočet parametrov regulátora r_0, r_1, r_2 . [2]

3.2 Whiteleyove štandardné tvary

Táto metóda vychádza z určitých vzorových typov prenosových funkcií uzavretého regulačného obvodu, o ktorých vieme, že dávajú výsledný regulačný pochod, a podľa nich upravujeme parametre regulátorov, parametre koeficientov prenosovej funkcie v konkrétnom prípade tak, aby sa koeficienty tejto konkrétnej funkcie a vzorkovej funkcie rovnali. Štandardné tvary zaručujú, že pri dodržaní predpísaných koeficientov charakteristickej rovnice pre daný typ prenosu regulačného obvodu sa neprekročí daná hodnota preregulovania, prípadne 1 dobu ustálenia alebo iné charakteristické veličiny regulačného pochodu. [2]

Takže pre konkrétnu prenosovú funkciu (3.21), tj. prenos nastavenia:

$$w(t) = (t), v(t) = 0 \quad (3.21)$$

Takže pre konkrétnu prenosovú funkciu $G_W(s)$ (3.21), tj. prenos riadenia kedy

$w(t) = (t)$ a $v(t) = 0$ v tvare

$$G_W(s) = \frac{b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0} \quad (3.22)$$

nájdeme predpísané koeficienty \bar{a}_i štandardného tvaru (3.22) pre daný stupeň

$$G_W(s) = \frac{b_0}{\bar{a}_n p^n + \dots + \bar{a}_1 p + \bar{a}_0} \quad (3.23)$$

Tab. 2 - Koeficienty normalizovaných charakteristických polynómov prenosu uzavretého regulačného obvodu podľa Witeleyovej metódy

Čitateľ prenosu riadeného systému						Max. prerégulovanie pre $w(t)=1(t)$
b_0						
n	Koeficienty normalizovaného charakteristického polynómu					(%)
2	1	1,4	1			5
3	1	2,0	2,0	1,0		9
4	1	2,6	3,4	2,6	1	12
Čitateľ prenosu riadeného systému						Max. prerégulovanie pre $w(t)=1(t)$
b_1s+b_0						
n	Koeficienty normalizovaného charakteristického polynómu					(%)
2	1	2,5	1			10
3	1	5,1	6,3	1		10
4	1	7,2	16,0	12,0	1	10
Čitateľ prenosu riadeného systému						Max. prerégulovanie pre $w(t)=1(t)$
$b_2s^2+b_1s+b_0$						
n	Koeficienty normalizovaného charakteristického polynómu					(%)
3	1	6,7	6,7	1		10
4	1	7,9	15,0	7,9	1	15

Sú v nej udané i hodnoty y_{max} , okamžik σ maximálne prerégulovanie.

Konkrétny prenos v tvare (3.21), ktorý má $a_n \neq 1$ i $a_0 \neq 1$, musí tieto koeficienty úpravou prenosu previesť na hodnotu $a_n = 1$ i $a_0 = 1$. Postupujeme tak, že najskôr podelíme čitateľa i menovateľa koeficientom a_0 : [4]

$$G_W(s) = \frac{\frac{b_0}{a_0}}{\frac{a_n}{a_0}p^n + \dots + \frac{a_2}{a_0}p^2 + \frac{a_1}{a_0}p + 1} \tag{3.24}$$

a potom použijeme substitúciu

$$p = \left(\frac{a_0}{a_n}\right)^{\frac{1}{n}} q \tag{3.25}$$

takže dostaneme prenos (3.22) v tvare:

$$G_W(s) = \frac{b_0/a_0}{\frac{a_n(a_n/a_0)^{\frac{n}{n}}}{a_0}q^n + \dots + \frac{a_2(a_0/a_n)^{\frac{2}{n}}}{a_0}q^2 + \frac{a_1(a_0/a_1)^{\frac{1}{n}}}{a_0}q + 1} = \frac{\beta_0}{\alpha_n q^n + \dots + \alpha_1 q + \alpha_0} \tag{3.26}$$

Týmito úpravami sme získali normovaný tvar pôvodného prenosu (3.21).

3.3 Metóda návrhu regulátora pomocou koeficientov tlmenia

Metóda vychádza z tvarovania a charakteru módu výstupnej veličiny v priebehu riadenia. Je požadovaný kmitavý regulačný pochod s predpísaným tlmením. Postup pri návrhu regulátora touto metódou popíšeme pre charakteristický polynóm prenosu uzatvoreného regulačného obvodu 3. stupňa.

Polynóm je v tvare:

$$A(s) = s^3 + A_2s^2 + A_1s + A_0 \quad (3.311)$$

Tento polynóm má tri korene. Ak by mal byť regulačný pochod kmitavý, musí byť jeden koreň reálny, ktorému odpovedá exponenciála s reálnym exponentom a ďalej dvojica koreňov komplexne združených, ktorým odpovedá tlmená kmitavá zložka. Polynóm (3.31) potom budeme hľadať v tvare:

$$A(s) = (s + \alpha_0)(s^2 + \beta_1s + \beta_0) \quad (3.312)$$

jeho korene sú

$$s_1 = -\alpha_0, \quad s_{2,3} = \frac{-\beta_1 \pm \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_0}}{2} \quad (3.313)$$

Aby korene $s_{2,3}$ boli komplexne združené, musí byť výraz pod odmocninou záporný ($\beta_1^2 - 4\beta_0 < 0$) a teda

$$s_{2,3} = -\frac{\beta_1}{2} \pm j\sqrt{\beta_0 - \frac{\beta_1^2}{4}} = -\frac{\beta_1}{2} \pm j\omega \quad (3.314)$$

Odpovedajúce módy výstupnej funkcie sú

$$\bar{y}_1(t) = e^{-\alpha_0 t}, \quad \bar{y}_2(t) = e^{-\frac{\beta_1}{2} t \pm j\omega t} \quad (3.315)$$

V rovnici popisujúci riadenie výstupu sú oba módy konštantami a platí

$$y_1(t) = c_1 \bar{y}_1(t), \quad y_2 = c_2 \bar{y}_2(t) \quad (3.316)$$

Amplitúda kmitov je časovo závislá a je daná vzťahom

$$M = c_2 e^{-\frac{\beta_1}{2} t} \quad (3.317)$$

pričom perióda kmitov je $T = 2\pi/\omega$. Ak má amplitúda v nejakom čase t_1 hodnotu

$$M_1 = c_2 e^{-\frac{\beta_1}{2}t_1} \quad (3.318)$$

potom v nasledujúcej perióde, teda v čase $t_2 = t_1 + 2\pi/\omega$, bude jej hodnota

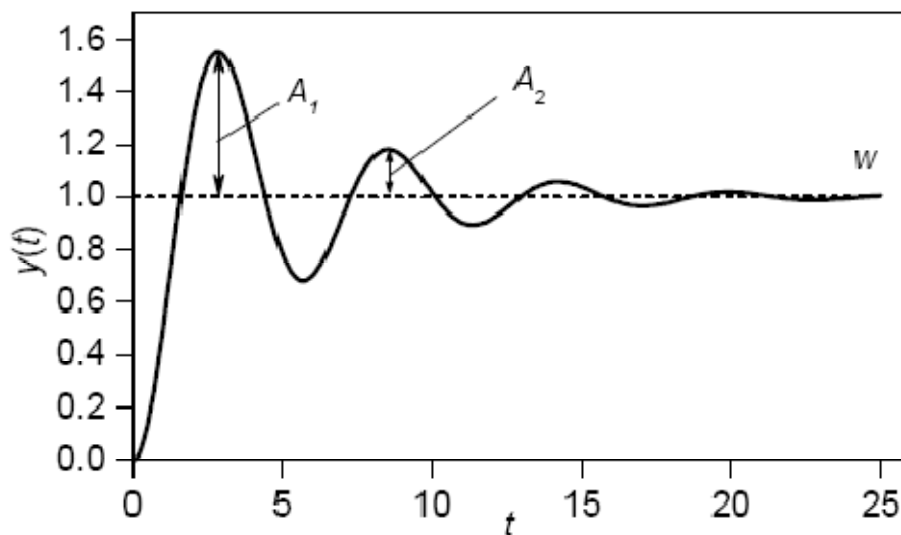
$$M_2 = c_2 e^{-\frac{\beta_1}{2}(t_1 + \frac{2\pi}{\omega})} = c_2 e^{-\frac{\beta_1}{2}t_1} e^{-\frac{\beta_1\pi}{\omega}} = M_1 e^{-\frac{\beta_1\pi}{\omega}} \quad (3.319)$$

Zavedieme koeficient tlmenia ξ ako

$$\xi = \frac{M_1 - M_2}{M_1} = 1 - e^{-\frac{\beta_1\pi}{\omega}}, 0 < \xi < 1 \quad (3.320)$$

kde vlastne M_1 a M_2 sú namerané výšky amplitúd ako je aj zrejmé z (obr. 5)

$$M_1 \equiv A_1, \quad M_2 \equiv A_2$$



Obr. 5 – Tlmený regulačný pochod

(pre $\xi = 0$ by sa jednalo o netlmené kmity, pre $\xi = 1$ o pochod na medzi aperiodicity) a po dosadení za ω z (3.34) a ďalšími úpravami postupne dostaneme

$$\frac{\beta_1\pi}{\sqrt{\beta_0 - \frac{\beta_1^2}{4}}} = -\ln(1 - \xi), \quad \beta_1^2\pi^2 = \left(\beta_0 - \frac{\beta_1^2}{4}\right) \ln^2(1 - \xi) \quad (3.321)$$

a nakoniec

$$\beta_0 = \frac{4\pi^2 + \ln^2(1 - \xi)}{4\ln(1 - \xi)} \beta_1^2 = k_1 \beta_1^2 \quad (3.322)$$

Parameter k_1 je teda závislý na zvolenej hodnote koeficientu tlmenia ξ . V nasledujúcej tabuľke sú uvedené hodnoty k_1 pre niektoré hodnoty ξ .

Tab. 3 - Hodnoty parametra k_1 v závislosti na koeficiente tlmenia:

ξ	0,5	0,8	0,9	0,95	0,98	$\rightarrow 1$
k_1	20,77	4,06	2,11	1,35	0,89	0,25

Nárokem určitého tlmenia regulačného pochodu získame vzájomný vzťah medzi koeficientmi β_0 a β_1 .

$$\alpha_0 = m \frac{\beta_1}{2} \quad (3.323)$$

Je zrejmé, že pre $m=1$ bude exponenciálny pokles oboch zložiek výstupu rovnaký.

Po roznásobení výrazu na pravej strane rovnice (3.32) dostaneme

$$A(s) = s^3 + (\alpha_0 + \beta_1)s^2 + (\alpha_0\beta_1 + \beta_0)s + \alpha_0\beta_0 \quad (3.324)$$

a po dosadení za β_0 a α_0 z (3.42) respektíve (3.43)

$$A(s) = s^3 + \left(\frac{m}{2} + 1\right)\beta_1 s^2 + \left(\frac{m}{2} + k_1\right)\beta_1^2 s + \frac{mk_1}{2}\beta_1^3 \quad (3.325)$$

Charakteristický polynóm 2. rádu (relatívneho rádu 2) a s ideálny PID regulátorom s prenosmi

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}, \quad R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} = \frac{r_1 s^2 + r_0 s + r_{-1}}{s} \quad (3.326)$$

je v tvare

$$A(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s) = s^3 + (a_1 + b_0 r_1)s^2 + (a_0 + b_0 r_0)s + b_0 r_{-1} \quad (3.327)$$

Porovnávaním koeficientov v rovniciach (3.45) a (3.47) získame pre výpočet parametrov regulátora tri rovnice

$$\begin{aligned} a_1 + b_0 r_1 &= \left(\frac{m}{2} + 1\right)\beta_1 \\ a_0 + b_0 r_0 &= \left(\frac{m}{2} + k_1\right)\beta_1^2 \\ b_0 r_{-1} &= \frac{mk_1}{2}\beta_1^3 \end{aligned} \quad (3.328)$$

3.4 Metóda pomocou kritéria optimálneho modulu

Kritérium pre voľbu nastavenia parametrov regulátora, nazvané kritérium optimálneho modulu (odvodené od H. Sartoriom), vychádza zo skutočnosti, že maximum na krivke $|G_W(j\omega)| = f(j\omega)$ signalizuje rezonančný jav, tj. *náchylnosť zavretého regulačného obvodu k málo tlmeným kmitom*.

Kritérium je odvodené z podmienky minima kvadratickej regulačnej plochy. Vychádza z analýzy modulu Laplaceovho obrazu regulačnej odchýlky v tvare: [4]

$$E(p) = Y(p) - \frac{1}{p}y(\infty) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} \quad (3.41)$$

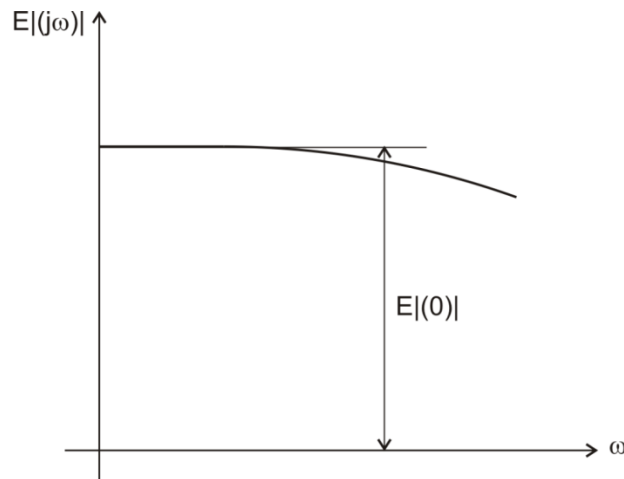
Aby priebeh regulačného obvodu bol vyhovujúci, je nutné, aby

$$E(j\omega) = f(\omega) \quad (3.42)$$

bola funkcia nerastúca, tj. aby platilo

$$\frac{d|E(j\omega)|}{d\omega} \leq 0 \quad (3.43)$$

ako je aj zrejmé z (obr. 6)



Obr. 6 – Priebeh modulu regulačnej odchýlky

Podobný priebeh musí mať i druhá mocnina modulu

$$\frac{d|E(j\omega)|^2}{d\omega} \leq 0 \quad (3.44)$$

Druhá mocnina má potom tvar:

$$|E(j\omega)|^2 = E(j\omega)E(-j\omega) = \frac{B_m \omega^{2m} + B_{m-1} \omega^{2(m-1)} + \dots + B_1 \omega^2 + B_0}{A_n \omega^{2n} + A_{n-1} \omega^{2(n-1)} + \dots + A_1 \omega^2 + A_0} \quad (3.45)$$

kde

$$\begin{array}{ll}
 B_0 = b_0^2 & A_0 = a_0^2 \\
 B_1 = b_1^2 - 2b_0b_2 & A_1 = a_1^2 - 2a_0a_2 \\
 B_2 = b_2^2 - 2b_1b_3 + 2b_0b_4 & A_2 = a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4 \\
 B_3 = b_3^2 - 2b_2b_5 + 2b_1b_5 - 2b_0b_6 & A_3 = a_3^2 - 2a_2a_4 + 2a_1a_5 - 2a_0a_6 \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 B_{m-1} = b_{m-1}^2 - 2b_{m-2}b_m & A_{n-1} = a_{n-1}^2 - 2b_{n-2}a_n \\
 B_m = b_m^2 & A_n = a_n^2
 \end{array} \quad (3.46)$$

3.5 Metóda na základe minima kvadratickej regulačnej plochy

Zatiaľ čo kritérium regulačnej plochy sa obmedzuje väčšinou iba na aperiodické regulačné pochody, kritéria minima kvadratickej regulačnej plochy sa dajú použiť i pre kmitavé regulačné pochody. Môžeme teda zapísať definičný vzťah v tvare:

$$J_k = \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)]^2 dt = J_k(r_0, r_1, r_2) \rightarrow \min \quad (3.51)$$

Výpočet integrálu sa dá previesť priamo alebo sa najskôr prevedie integrál v čase t Fourierovou transformáciou na integrál s premennou frekvenciou ω tj. Parsevalov integrál P :

$$\begin{aligned}
 P(r_0, r_1, r_2) &= \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)]^2 dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} |E(j\omega)|^2 dj\omega = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |E(j\omega)|^2 d\omega
 \end{aligned} \quad (3.52)$$

kde je

$$|E(j\omega)|^2 = E(j\omega)E(-j\omega)$$

$L\{E(j\omega)\} = E(s)$ - Laplaceov obraz regulačnej odchýlky $e(t)$ ktorý je vyjadrený racionálnou funkciou lomenou:

$$L\{E(j\omega)\} = E(s) = Y(s) - \frac{1}{s}y(\infty) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} \quad (3.53)$$

Po prevedení integrácie vzťahu (3.51) dostaneme pre kvadratickú regulačnú plochu všeobecný výraz, ktorý sa dá upraviť na tvar

$$J_k = S = \frac{1}{2a_n} \frac{H_1}{H} \quad (3.54)$$

kde H a H_1 sú determinanty zostavované z koeficientov obrazu regulačnej odchýlky (3.53) upraveného na tvar

$$E(s) = \frac{1}{s} \left(\frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1s + a_0} \right) \quad (3.55)$$

a síce H je Hurwitzov determinant n -tého rádu z koeficientov menovateľa (3.55)

H_1 vznikne z H , ak nahradíme jeho prvý riadok prvkami (3.56)

$$\begin{aligned} q_0 &= (-1)^0 b_{n-1}^2 \\ q_1 &= (-1)^1 [b_{n-2}^2 - 2b_{n-1}b_{n-3}] \\ q_2 &= (-1)^2 [b_{n-3}^2 - 2b_{n-2}b_{n-4} + 2b_{n-1}b_{n-5}] \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ q_{n-3} &= (-1)^{n-3} [b_2^2 - 2b_1b_3 + 2b_0b_4] \\ q_{n-2} &= (-1)^{n-2} [b_1^2 - 2b_0b_2] \\ q_{n-1} &= (-1)^{n-1} b_0 \end{aligned} \quad (3.56)$$

a teda q_0 je prvkom prvého a q_{n-1} prvkom posledného stĺpca determinantu H_1 (3.58), takže

$$H = \det \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & 0 \\ a_n & a_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix} \quad (3.57) \quad H_1 = \det \begin{vmatrix} q_0 & q_1 & q_{n-1} \\ a_n & a_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix} \quad (3.58)$$

4 POPIS S-FUNKCIE

S-funkcia je nástrojom, ktorý výrazným spôsobom rozširuje možnosti Simulinku. Umožňuje predovšetkým implementáciu vlastných blokov do simulinkových modelov. Ide vlastne o popis bloku v programovacom jazyku. S – funkcia využíva špeciálnu syntax, ktorá umožňuje podobnú interakciu s prostredím Simulinku ako u vstavaných blokov. Blok vytvorený prostredníctvom S – funkcie má definované vstupy, výstupy a stavy rovnako ako ostatné vstavané bloky. S – funkcia umožňuje vytvoriť systémy spojité, diskkrétne i hybridné. [5]

4.1 Štruktúra S-funkcie

Každá funkcia musí mať definované nasledujúce parametre

$$[SYS, X0, STR, TS] = SFUNC(T, X, U, FLAG, P1, \dots, Pn)$$

Tab. 4 - Popis základných premenných S-funkcie

Premenná	Popis
SYS	Nastavenie veľkosti parametrov funkcie
X0	Nastavenie počiatočného stavu
STR	Väčšinou špecifikované ako prázdny vektor
TS	Nastavenie periódy vzorkovania
T	Vnútorý čas
X	Vnútorý počet stavov musí odpovedať veľkosti inicializačného vektoru X0
U	Merané vstupní hodnoty
FLAG	Rozhodovací parameter
P1,,Pn	Voliteľné premenné

Je nutné nadefinovať počet jednotlivých stavov a ich počiatočné nastavenie. Ide predovšetkým o premennú SYS, ktorá sa nastavuje pred inicializáciou a je v priebehu nemenná.

Tab. 5 - Jednotlivé možnosti nastavenia premennej SYS

Stav premennej	Popis nastavenia funkcie
sys(1)	Počet spojitých stavov
sys(2)	Počet diskretných stavov
sys(3)	Počet vstupov
sys(4)	Počet výstupov
sys(5)	Rezervovaná premenná musí byť nula
sys(6)	Nastavenie odozvy funkcie
sys(7)	Nastavenie periódy vzorkovania

Beh S-funkcie riadi rozhodovací parameter flag.

Tab. 6 - Nastavenie premennej flag

Stav premennej flag	Popis nastavení funkcie
0	Počiatočné nastavenie parametrov S-funkcie
2	Prepočet diskretných stavov SYS
3	Výstupná časť S-funkcie v premennej SYS

PRAKTICKÁ ČASŤ

5 STAVOVÁ ROVNICA PID REGULÁTORA

Pre potreby realizácie PID regulátora pomocou S - funkcie bolo treba získať jeho stavovú rovnicu.

Prenos ideálneho PID regulátora je možné zapísať ako:

$$G_R = \frac{r_1 s^2 + r_0 s + r_{-1}}{s} \quad (5.1)$$

Tento ideálny PID regulátor je fyzikálne nerealizovateľný (stupeň polynómu v čitateli je vyšší než stupeň polynómu v menovateli). Aby sme mohli tento prenos realizovať, je nutné zvýšiť stupeň polynómu v menovateli vynásobením celého prenosu filtrom v tvare zotrvačného členu $\frac{1}{(0,01s+1)}$ s malou časovou konštantou (v tomto prípade 0,01). Malá časová konštanta je volená preto, aby bola dynamika regulátoru ovplyvnená minimálne. Prenos takto upraveného reálneho PID regulátora vyzerá nasledovne:

$$G_R = \frac{r_1 s^2 + r_0 s + r_{-1}}{s(0,01s+1)} = \frac{r_1 s^2 + r_0 s + r_{-1}}{0,01s^2 + s} \quad (5.2)$$

Ďalej je možno zaviesť pomocnú premennú z a previesť nasledujúcu substitúciu

$$r_1 s^2 + r_0 s + r_{-1} = \frac{u}{z} \quad \frac{1}{0,01s^2 + s} = \frac{z}{e} \quad (5.3)$$

Pomocou premennej z je možné zostaviť diferenciálne rovnice

$$0,01z'' + z' = e \quad (5.4)$$

$$r_1 z'' + r_0 z' + r_{-1} z = u \quad (5.5)$$

Rovnicu (4.4) je možné previesť na sústavu diferenciálnych rovníc prvého rádu (stavových rovníc). Voľba stavových premenných je nasledujúca:

$$\begin{aligned} X_1 &= z \\ X_2 &= \dot{z} \end{aligned} \quad (5.6)$$

A stavové rovnice sú

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= \frac{1}{0,01} e - \frac{1}{0,01} X_2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Po dosadení stavových premenných do diferenciálnej rovnice (4.5) dostávame vzťah pre výpočet akčného zásahu v tvare:

$$u = r_1 \left[\frac{1}{0,01} (e - X_2) \right] + r_0 X_2 + r_{-1} X_1 \quad (5.8)$$

6 POPIS JEDNOTLIVÝCH METÓD NÁVRHU REGULÁTOROV PRE ZVOLENÝ MODEL RIADENÉHO SYSTÉMU

Boli realizované regulátory založené na nasledujúcich metódach:

1. Naslinova metóda
2. Pomocou Whiteleyových štandardných tvarov
3. Metóda návrhu regulátora pomocou koeficientov tlmenia
4. Metóda pomocou kritéria optimálneho modulu
5. Metóda na základe minima kvadratickej regulačnej plochy

Ako už bolo vyššie zmienené, všetky regulátory sú založené na modeli riadeného systému druhého rádu, ktorý je možno zapísať ako:

$$G_S = \frac{k}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \quad (6.1)$$

a po úprave

$$G_S = \frac{\frac{k}{a_2}}{s^2 + \frac{a_1}{a_2} s + \frac{1}{a_2}}$$

$$G_S = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_2} \quad (6.2)$$

Do dialógového okna každého regulátoru sa teda zadávajú parametre b_0 , a_1 a a_2

6.1 Naslinova metóda

$$\text{Prenos systému: } G_S = \frac{k}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} = \frac{\frac{k}{a_2}}{s^2 + \frac{a_1}{a_2} s + \frac{1}{a_2}} \Rightarrow \frac{b_0}{s^2 + a_{00} s + a_{11}} = \frac{b}{a} \quad (6.1.11)$$

$$\text{Regulátor: } G_R = \frac{r_1 s^2 + r_0 s + r_2}{s} = \frac{q}{p}$$

$$A(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s) = (s^2 + a_{00} s + a_{11})s = b_0(r_1 s^2 + r_0 s + r_2)$$

$$= s^3 + s^2(a_{00} + b_0 r_1) + s(a_{11} + b_0 r_0) + b_0 r_2 \quad (6.1.12)$$

$$\text{volím: } r_1 = \frac{1}{2b_0} \quad (6.1.13)$$

$i=1$

$$s^2(a_{11} + b_0 r_0)^2 = \alpha \cdot b_0 r_2 (a_{00} + b_0 r_1) s^2$$

$$r_2 = \frac{(a_{11} + b_0 r_0)^2}{\alpha \cdot b_0 (a_{00} + b_0 r_1)} \quad (6.1.14)$$

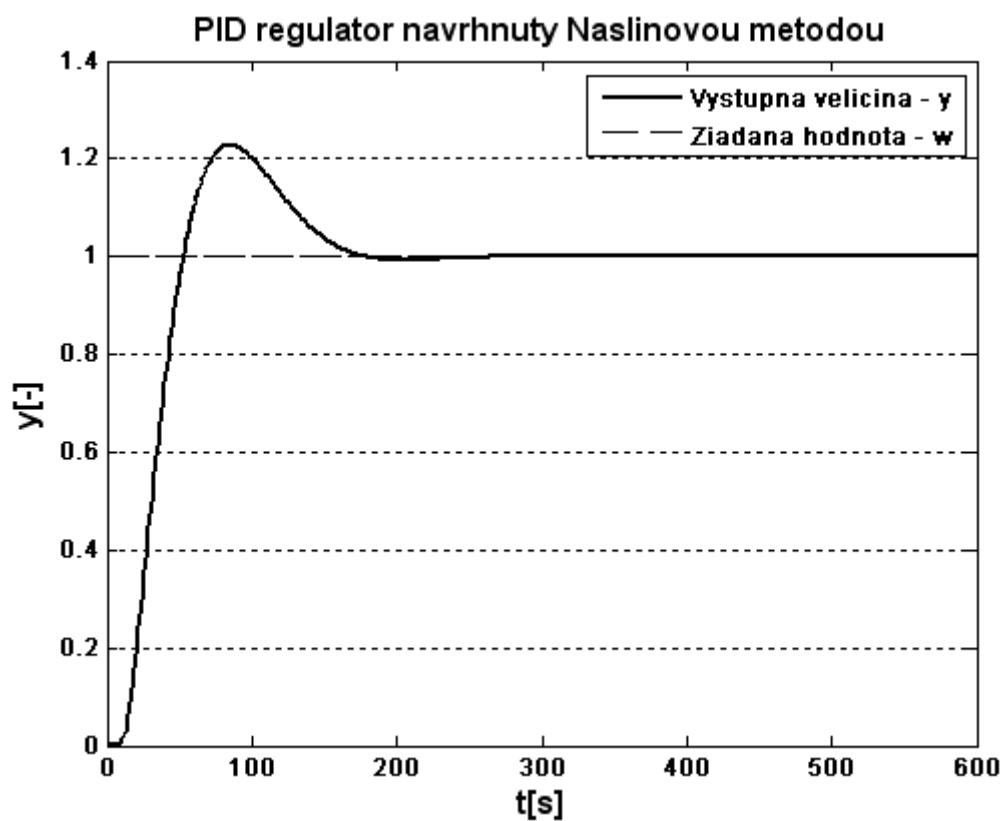
$i=2$

$$(a_{00} + b_0 r_1)^2 = \alpha \cdot (a_{11} + b_0 r_0)$$

$$r_0 = \frac{\left(\left(a_{00} + \frac{1}{2}\right)^2 - \alpha \cdot a_{11}\right)}{\alpha \cdot b_0} \quad (6.1.15)$$

Tieto rovnice sú zapísanej vo výpočtovej časti priloženého m-filu, kde sa pomocou S-Funkcie vypočítajú parametre regulátora pre daný prenos riadenia pomocou Naslinovej metódy.

Simulácia a všetky nižšie prevedené simulácie sú prevedené s prenosom riadeného systému $G_S = \frac{1}{3s^2 + 7s + 1}$



Obr. 7 - PID regulátor navrhnutý Naslinovou metódou

6.2 Whiteleyove štandardné tvary

$$\text{Prenos systému: } G_S = \frac{k}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} = \frac{\frac{k}{a_2}}{s^2 + \frac{a_1}{a_2} s + \frac{1}{a_2}} \Rightarrow \frac{b_0}{s^2 + a_{00} s + a_{11}} = \frac{b}{a} \quad (6.2.11)$$

$$\text{Regulátor: } G_R = \frac{r_1 s^2 + r_0 s + r_2}{s} = \frac{q}{p} \quad (6.2.12)$$

$$\begin{aligned} A(s) &= a(s)p(s) + b(s)q(s) = (s^2 + a_{00}s + a_{11})s = b_0(r_1 s^2 + r_0 s + r_2) \\ &= s^3 + s^2(a_{00} + b_0 r_1) + s(a_{11} + b_0 r_0) + b_0 r_2 \quad / b_0 r_2 \end{aligned} \quad (6.2.13)$$

$$A(s) = \frac{s^3}{b_0 r_2} + \frac{(a_{00} + b_0 r_1)}{b_0 r_2} \cdot s^2 + \frac{(a_{11} + b_0 r_0)}{b_0 r_2} \cdot s + 1 \quad (6.2.14)$$

urobíme substitúciu pre zjednodušenie výpočtov

$$\sigma^3 = \frac{s^3}{b_0 r_2} \Rightarrow s = \sqrt[3]{b_0 r_2 \sigma^3} = \sigma (b_0 r_2)^{\frac{1}{3}} \quad (6.2.15)$$

dosadíme (5.1.25) do rovnice (5.1.23) kde dostaneme tvar:

$$A(\sigma) = \sigma^3 + \sigma^2(a_{00} + b_0 r_1)(b_0 r_2)^{-\frac{1}{3}} + \sigma(a_{11} + b_0 r_0)(b_0 r_2)^{-\frac{2}{3}} + 1 \quad (6.2.16)$$

system je 3. rádu

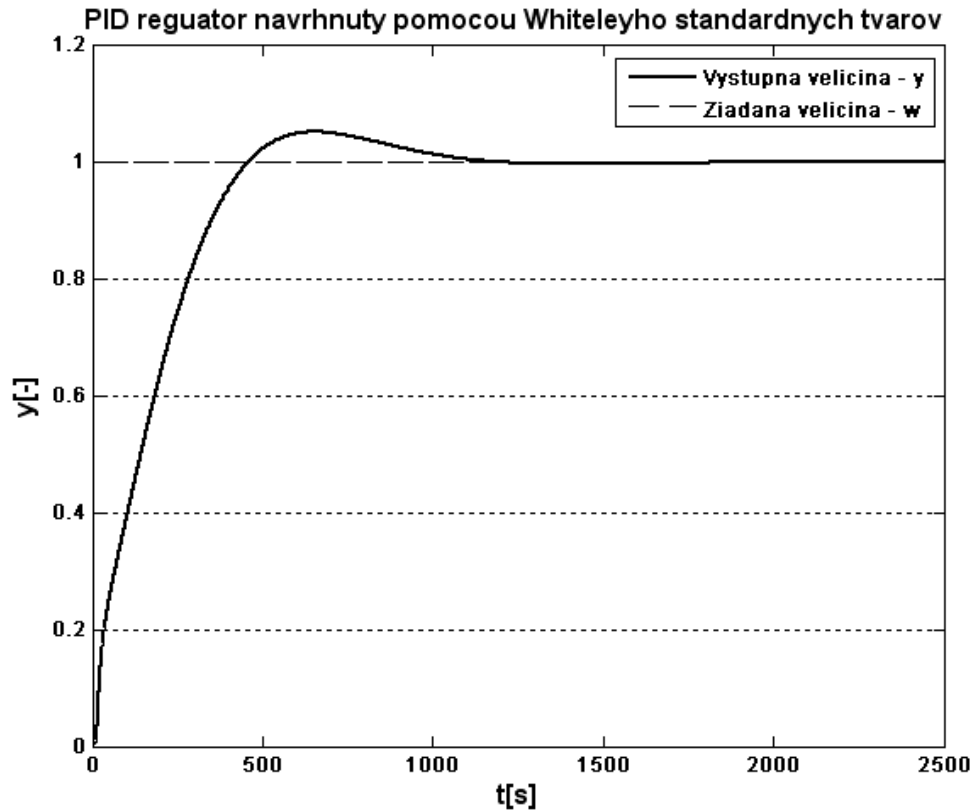
volím $X_1 = X_2 = 6,7$

$$\begin{aligned} r_2 \quad X_2 &= \sigma^2(a_{00} + b_0 r_1)(b_0 r_2)^{-\frac{1}{3}} \\ r_2 &= \frac{(a_{00} + b_0 r_1)^3}{b_0 (X_2)^3} \end{aligned} \quad (6.2.17)$$

$$\begin{aligned} r_1 \quad X_1 &= (a_{11} + b_0 r_0)(b_0 r_2)^{-\frac{2}{3}} \\ r_0 &= \frac{X_1 (b_0 r_2)^{\frac{2}{3}} - a_{11}}{b_0} \end{aligned}$$

$$\text{volím: } r_1 = \frac{1}{2b_0} \quad (6.2.18)$$

Po dosadení do priloženej S - Funkcie, sa prevedie výpočet parametrov regulátora pre daný prenos pomocou metódy Whiteleyových štandardných tvarov.



Obr. 8 - PID regulátor navrhnutý pomocou Whiteleyho štandardných tvarov

6.3 Metóda návrhu regulátora pomocou koeficientov tlmenia

$$\text{Prenos systému: } G_S = \frac{k}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} = \frac{\frac{k}{a_2}}{s^2 + \frac{a_1}{a_2} s + \frac{1}{a_2}} \Rightarrow \frac{b_0}{s^2 + a_{00} s + a_{11}} = \frac{b}{a} \quad (6.3.11)$$

$$\text{Regulátor: } G_R = \frac{r_1 s^2 + r_0 s + r_2}{s} = \frac{q}{p} \quad (6.3.12)$$

$$\begin{aligned} a(s) &= s^2 + a_{00} s + a_{11} & b(s) &= b_0 \\ q(s) &= r_1 s^2 + r_0 s + r_2 & p(s) &= s \end{aligned} \quad (6.3.13)$$

$$A(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s) \quad (6.3.14)$$

$$A(s) = s^3 + s^2(a_{00} b_0 r_1) + s(a_{11} b_0 r_0) + b_0 r_2 \quad (6.3.15)$$

$$A(s) = s^3 + s^2 \left(\frac{m_0}{2} + 1 \right) \beta_1 + s \left(\frac{m_0}{2} + k \right) \beta_1^2 + \frac{m_0 k}{2} \beta_1^3 \quad (6.3.16)$$

$$s^0: \quad b_0 r_2 = \frac{m_0 k}{2} \beta_1^3$$

$$r_2 = \frac{m_0 k}{2b_0} \beta_1^3 \quad (6.3.17)$$

$$s^1: \quad a_{11} + b_0 r_0 = \left(\frac{m_0}{2} + k\right) \beta_1^2$$

$$r_0 = \frac{\left(\frac{m_0}{2} + k\right) \beta_1^2 - a_{11}}{b_0} \quad (6.3.18)$$

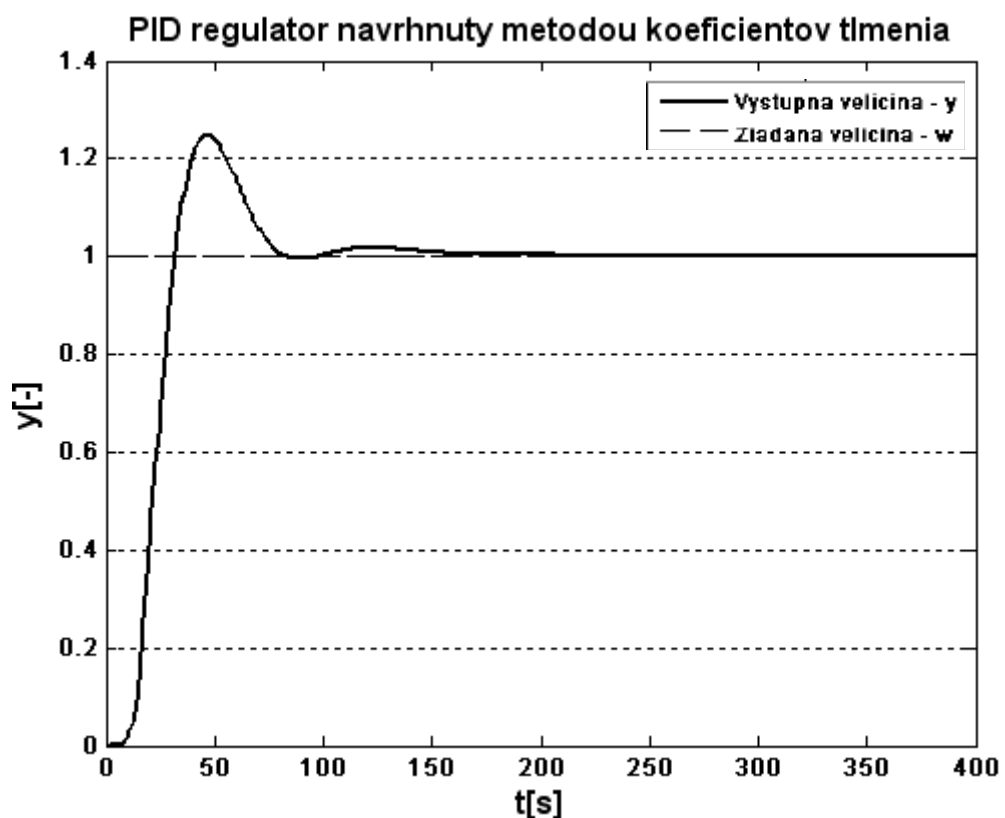
$$\text{volím:} \quad r_1 = \frac{1}{2b_0} \quad (6.3.19)$$

Pri tomto druhu riadenia sa zadáva koeficient tlmenia ξ kde je napr.:

$$\xi = 0,80 \quad \Rightarrow \quad k = 4,06$$

$$m_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \beta_1 = 1$$

Po dosadení do priloženej S - Funkcie, sa prevedie výpočet parametrov regulátora pre daný prenos pomocou metódy koeficientov tlmenia.



Obr. 9 - PID regulátor navrhnutý pomocou koeficientov tlmenia

6.4 Metóda pomocou kritéria optimálneho modulu

Keďže sa jedná o PID regulátor, zdôrazňujem, že počet nastaviteľných parametrov regulátora $\alpha = 3$, tj. r_0, r_1 a r_2 .

$$\text{Prenos systému: } G_S = \frac{k}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} = \frac{\frac{k}{a_2}}{s^2 + \frac{a_1}{a_2} s + \frac{1}{a_2}} \Rightarrow \frac{b_0}{s^2 + a_{00} s + a_{11}} = \frac{b}{a} \quad (6.4.11)$$

$$\text{Regulátor: } G_R = \frac{r_1 s^2 + r_0 s + r_2}{s} = \frac{Q}{P} \quad (6.4.12)$$

$$G_V = \frac{G_S}{1 + G_0} \quad (6.4.13)$$

$$\text{kde } G_0 = G_S G_R \quad (6.4.14)$$

$$G_0 = \frac{b_0(r_1 s^2 + r_0 s + r_2)}{s^3 + a_{00} s^2 + a_{11} s} \quad (6.4.15)$$

kde po dosadení dostaneme tvar rovnice

$$G_V = \frac{b_0 s}{s^3 + s^2(a_{00} + b_0 r_1) + s(a_{11} + b_0 r_0) + b_0 r_2} \quad (6.4.16)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= b_0 r_2 & b_0 &= b_0 \\ a_1 &= a_{11} + b_0 r_0 & b_1 &= b_2 = \dots 0 \\ a_2 &= a_{00} + b_0 r_1 \\ a_3 &= 1 \end{aligned} \quad (6.4.17)$$

$$\begin{aligned} A_0 &= a_0^2 = b_0^2 r_2^2 \\ A_1 &= a_1^2 - 2a_0 a_2 = (a_{11} + b_0 r_0)^2 - 2b_0 r_2 (a_{00} + b_0 r_1) \\ A_2 &= a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_0 a_4 = (a_{00} + b_0 r_1)^2 - 2(a_{11} + b_0 r_0) \\ B_0 &= b_0^2 = b_0^2 b_2^2 \\ B_1 &= b_1^2 = 0 \end{aligned} \quad (6.4.18)$$

$$\frac{B_0}{A_0} = \frac{B_1}{A_1} \Rightarrow \frac{1}{r_2^2} = \frac{0}{(a_{11} + b_0 r_0)^2 - 2b_0 r_2 (a_{00} + b_0 r_1)}$$

$$(a_{11} + b_0 r_0)^2 - 2b_0 r_2 (a_{00} + b_0 r_1) = 0 \quad (6.4.19)$$

$$\frac{B_0}{A_0} = \frac{B_2}{A_2} \Rightarrow \frac{1}{r_2^2} = \frac{0}{(a_{00} + b_0 r_1)^2 - 2b_0 (a_{11} + b_0 r_0)}$$

$$(a_{00} + b_0 r_1)^2 - 2b_0 (a_{11} + b_0 r_0) = 0 \quad (6.4.20)$$

ako aj v predchádzajúcich výpočtoch volíme r_1 :

$$r_1 = \frac{1}{2b_0} \quad (6.4.21)$$

a z rovnice (5.1.419) si vyjadríme r_2 :

$$a_{11}^2 + 2a_{11}b_0r_0 + b_0^2r_0^2 - 2b_0r_2a_{00} - 2b_0^2r_2r_1 = 0$$

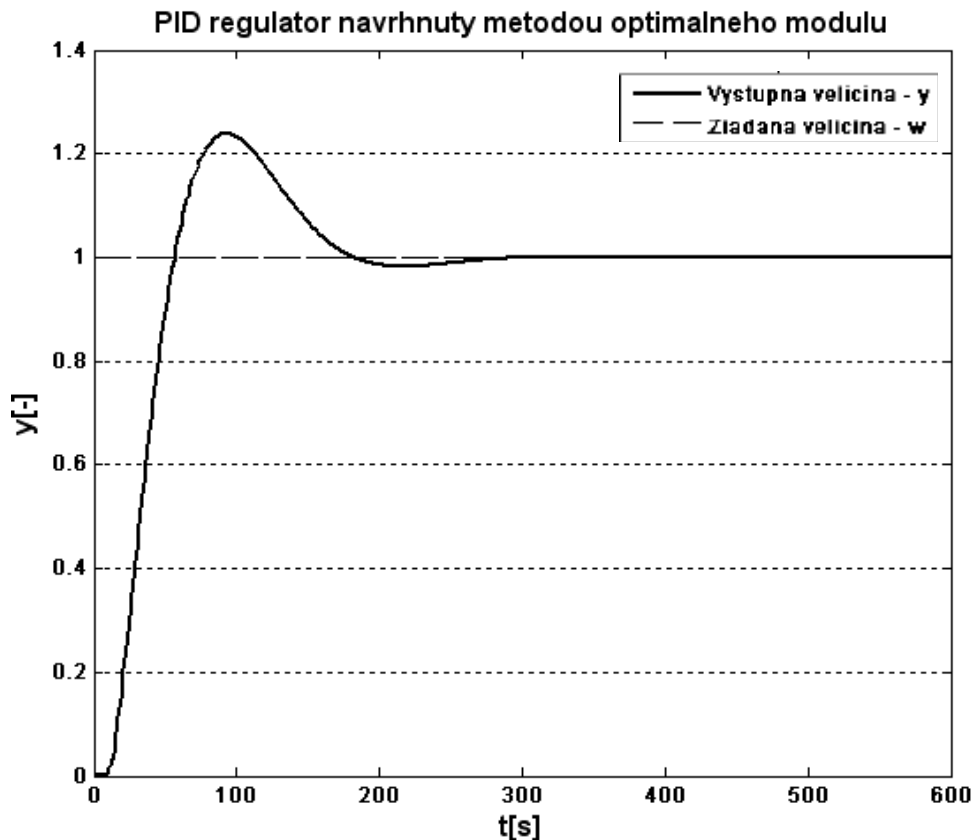
$$r_2 = \frac{a_{11}^2 + 2a_{11}b_0r_0 + b_0^2r_0^2}{2b_0a_{00} + 2b_0^2r_1} \quad (6.4.22)$$

a ďalej z rovnice (5.1.420) vyjadríme r_0 :

$$a_{00}^2 + 2a_{00}b_0r_1 + b_0r_1^2 - 2a_{11} - 2b_0r_0 = 0$$

$$r_0 = \frac{a_{00}^2 + 2a_{00}b_0r_1 + b_0r_1^2 - 2a_{11}}{2b_0} \quad (6.4.23)$$

Po dosadení do priloženej S- Funkcie, sa prevedie výpočet parametrov regulátora pre daný prenos pomocou metódy optimálneho modulu.



Obr. 10 - PID regulátor navrhnutý metódou optimálneho modulu

6.5 Metóda na základe minima kvadratickej regulačnej plochy

Táto metóda je značne komplikovaná na výpočet. A preto si výpočet môžeme oveľa uľahčiť, a to tým spôsobom že si dva parametre regulátora zvolíme ako napr.:

$$r_0 = 3$$

$$r_1 = 1,5$$

a posledný parameter pre PID regulátor si dopočítame

$$\text{Prenos systému: } G_S = \frac{k}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} = \frac{\frac{k}{a_2}}{s^2 + \frac{a_1}{a_2} s + \frac{1}{a_2}} \Rightarrow \frac{b_0}{s^2 + a_{00} s + a_{11}} = \frac{b}{a} \quad (6.5.11)$$

$$\text{Regulátor: } G_R = \frac{r_1 s^2 + r_0 s + r_2}{s} = \frac{q}{p} \quad (6.5.12)$$

$$G_V = \frac{G_S}{1 + G_0} \quad (6.5.13)$$

$$\text{kde } G_0 = G_S G_R \quad (6.5.14)$$

$$G_0 = \frac{b_0(r_1 s^2 + r_0 s + r_2)}{s^3 + a_{00} s^2 + a_{11} s} \quad (6.5.15)$$

kde po dosadení dostaneme tvar rovnice:

$$G_V = \frac{b_0 s}{s^3 + s^2(a_{00} + b_0 r_1) + s(a_{11} + b_0 r_0) + b_0 r_2} \quad (6.5.16)$$

ďalej si určíme determinanty

$$H_1 = b_0^2(a_{11} + b_0 r_1) \quad (6.5.17)$$

$$H = b_0 r_2(a_{11} + b_0 r_1)(a_{00} + b_0 r_0) - b_0^2 r_2^2 \quad (6.5.18)$$

kde po úprave rovni (5.1.57) a (5.1.58) môžeme vyjadriť parameter r_2 :

$$\begin{aligned} 0 &= b_0 r_2(a_{11} + b_0 r_1)(a_{00} + b_0 r_0) - b_0^2 r_2^2 \\ b_0^2 r_2^2 &= b_0 r_2(a_{11} + b_0 r_1)(a_{00} + b_0 r_0) / b_0 r_2 \end{aligned} \quad (6.5.19)$$

dostaneme tvar

$$r_2 = \frac{(a_{11} + b_0 r_1)(a_{00} + b_0 r_0)}{b_0} \quad (6.5.20)$$

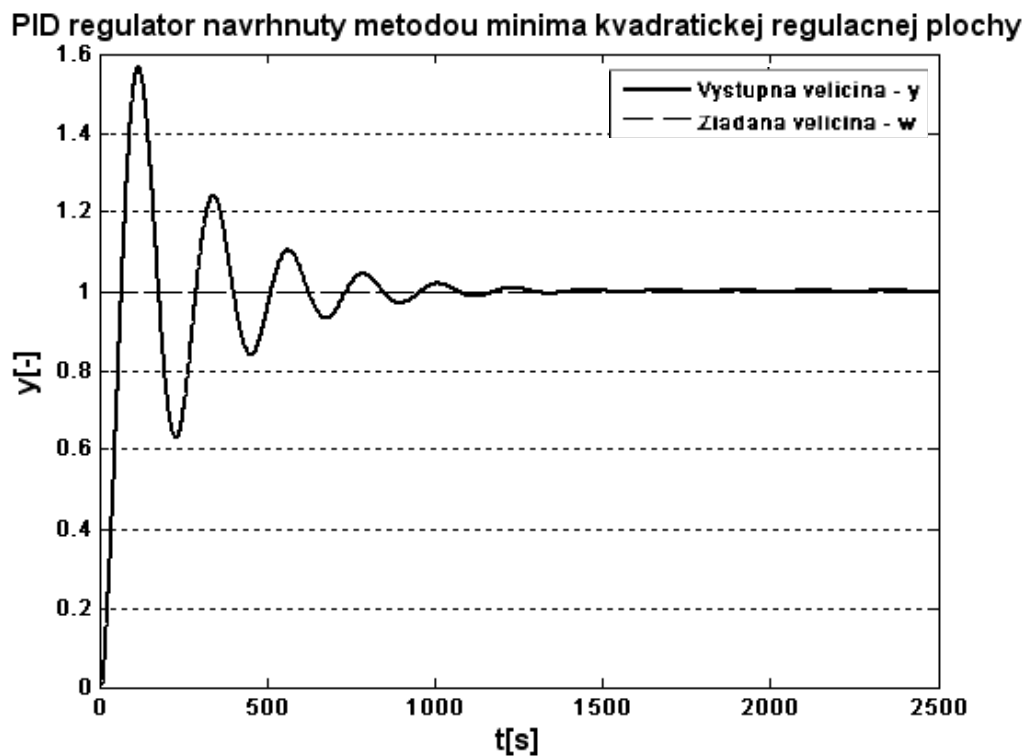
a musí byť dodržaná podmienka

$$s = \frac{H_1}{H} \quad \frac{\partial(2s)}{\partial r_2} = 0 \quad (6.5.21)$$

takže dostaneme konečný vzťah pre výpočet parametra regulátora r_2 :

$$r_2 = \frac{(a_{11} + b_0 r_1)(a_{00} + b_0 r_0)}{2b_0} \quad (6.5.22)$$

Po dosadení do priloženej S- Funkcie, sa prevedie výpočet parametrov regulátora pre daný prenos pomocou metódy minima kvadratickej plochy.

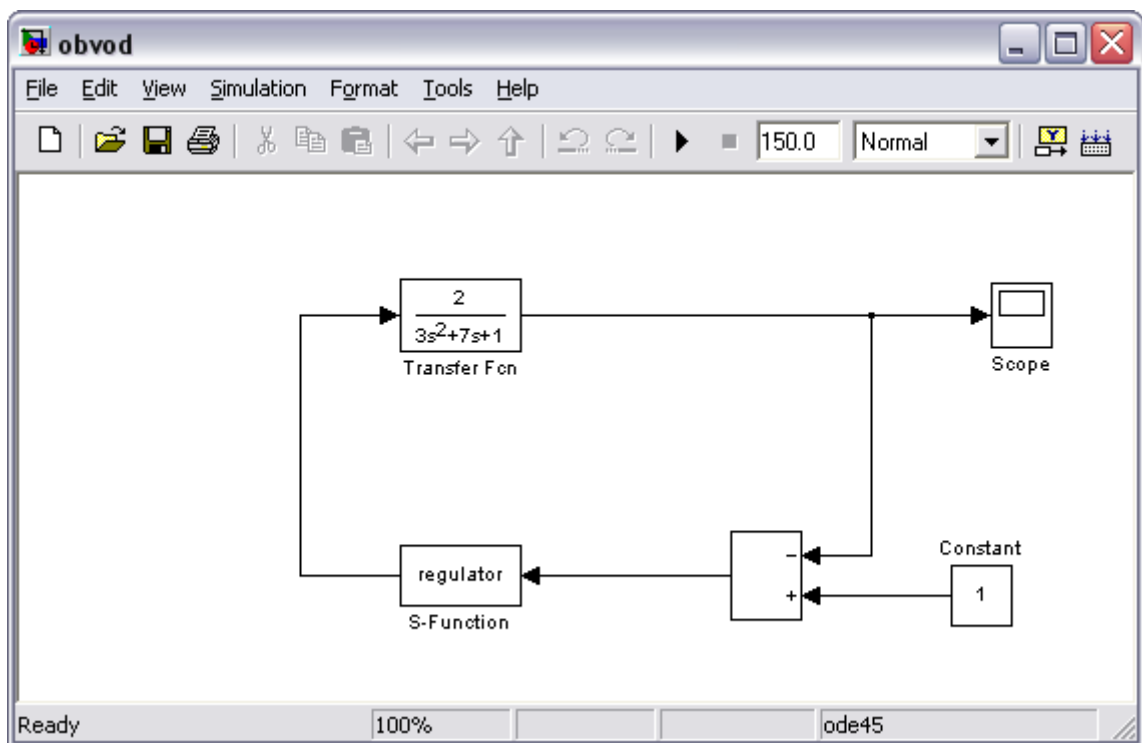


Obr. 11 - PID regulátor navrhnutý metódou minima kvadratickej regulačnej plochy

7 KNIŽNICA PID REGULÁTOROV

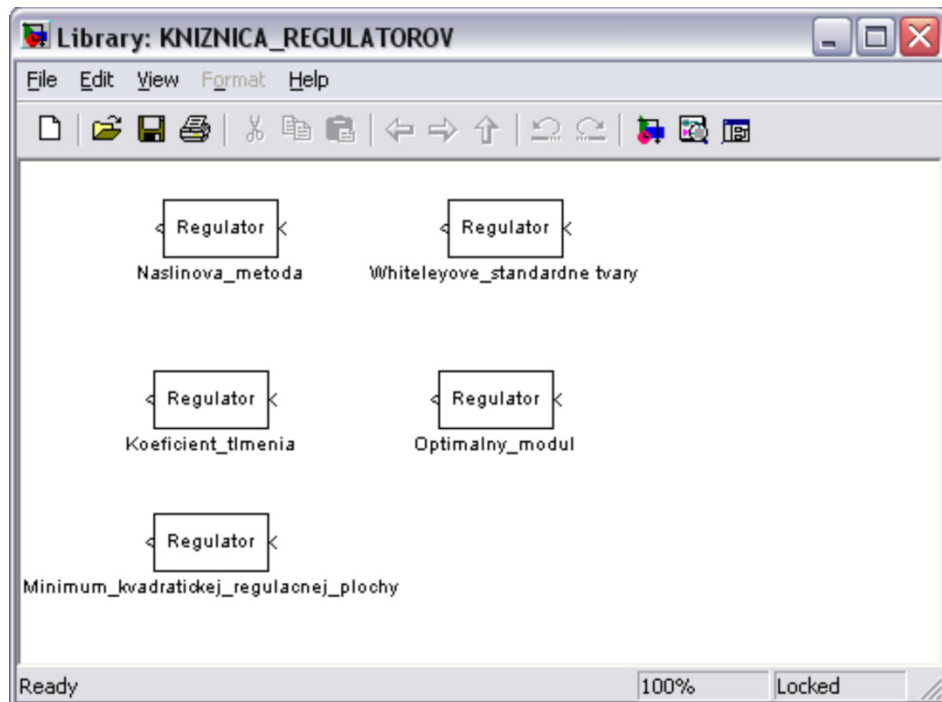
Regulátory boli zaradené do knižnice. Jednotlivé regulátory sú v knižnici implementované ako samostatné bloky, čo umožňuje ich jednoduché začlenenie do existujúcej simulinkovej schémy uzavretého regulačného obvodu.

Schéma regulačného obvodu vytvorená v *Simulinku* aj s regulátorom je zobrazená na (obr. 7).



Obr. 12 – Bloková schéma regulačného obvodu

Knižnicu je možné otvoriť príkazom `kniznica_regulatorov`.



Obr. 13 – Vytvorená knižnica z jednotlivých regulátorov

Každému bloku pripadá samostatný m-file v ktorom je zapísaná S – funkcia realizujúca regulátor.

ZÁVER

Táto bakalárska práca obsahuje popis rôznych metód nastavovania PID regulátorov, ich zostavenie a realizáciu. Je v nej použitých päť rôznych metód nastavovania PID regulátorov a ich podrobný popis, kde sú zahrnuté výpočty prípadne tabuľky. Všetky metódy boli odskúšané a sú plne funkčné. Sú založené na modeli druhého rádu.

Za hlavný prínos tejto práce je možné považovať knižnicu regulátorov vytvorenú v programe MATLAB, ktorá môže byť využitá ako výuková pomôcka.

ZÁVER V ANGLIČTINE

This bachelor thesis deals with various methods for setting of PID – like controllers' parameters and their computation and implementation. Five methods based on a second order model of a controlled process were described in detail and then applied. All the methods were verified by simulation. The main contribution of the work is supposed to be a designed library of the PID – like controllers which can be used as an educational tool.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- [1] Šulc Bohumil, Vítěčková Miluše: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. 2004 [cit. 2007-05-07].
- [2] Balátě, J.: Vybrané statě z automatického řízení. 1996 [cit 2007-05-07].
- [3] Mrva, M. Bakalárska práca: Metodická príručka pre návrh regulátorov [online]. [cit. 2007-05-07]. Dostupný z WWW:
<<http://kaia.mtf.stuba.sk/predmety/prs/mrva.doc>>.
- [4] Dostál, P. RTP-Skripta: Řízení technologických procesů. 26.09.2006 [cit. 2007-05-07].
- [5] Bakošová, M a kol.: Základy automatizácie. 12.03.2006. [cit 2007-05-07]. Dostupný z WWW: <<http://www.kirp.chtf.stuba.sk/lcza/common/zad/lcza.pdf>>.

ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK

P	proporcional (proporcionálna zložka)
I	intergrate (integračná zložka)
D	derivative (derivačná zložka)
s	Laplaceov operátor
G _S	prenos riadeného systému
G _R	prenos regulátora

ZOZNAM OBRÁZKOV

Obr. 1 - Bloková schéma uzavretého regulačného obvodu	9
Obr. 2 – Odozvy regulovanej a akčnej veličiny pri proporcionálnej zotrvačnej sústavy 1. rádu pri skokovej zmene poruchovej veličiny s grafom závislosti trvalej regulačnej odchýlky na zosilnení	12
Obr. 3 – Regulačné odozvy integračnej regulácie pri kmitavom nastavení	14
Obr. 4 – Priebehy regulovanej a akčnej veličiny v regulačnom obvode s D regulátorom vyvolanej jednotkovým skokom poruchovej veličiny	15
Obr. 5 – Tlmený regulačný pochod	20
Obr. 6 – Priebeh modulu regulačnej odchýlky	22
Obr. 7 - PID regulátor navrhnutý Naslinovou metódou	31
Obr. 8 - PID regulátor navrhnutý pomocou Whiteleyho štandardných tvarov.....	33
Obr. 9 - PID regulátor navrhnutý pomocou koeficientov tlmenia.....	34
Obr. 10 - PID regulátor navrhnutý metódou optimálneho modulu.....	36
Obr. 11 - PID regulátor navrhnutý metódou minima kvadratickej regulačnej plochy	38
Obr. 12 – Bloková schéma regulačného obvodu	39
Obr. 13 – Vytvorená knižnica z jednotlivých regulátorov.....	40

ZOZNAM TABULIEK

Tab. 1 - Závislosť Δ_{\max} na α podľa Naslina:	16
Tab. 2 - Koeficienty normalizovaných charakteristických polynómov prenosu uzavretého regulačného obvodu podľa Witeleyovej metódy	18
Tab. 3 - Hodnoty parametra k_1 v závislosti na koeficiente tlmenia:.....	21
Tab. 4 - Popis základných premenných S-funkcie	25
Tab. 5 - Jednotlivé možnosti nastavenia premennej SYS.....	26
Tab. 6 - Nastavenie premennej flag	26

ZOZNAM PRÍLOH

- PI** Dokumentačné CD obsahujúce knižnicu PID regulátorov a použité zdrojové súbory.