

# Návrh a ověření řídicích algoritmů s omezením pro laboratorní model tepelné soustavy

Bc. Lukáš Rušar

---

Diplomová práce  
2014



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
akademický rok: 2013/2014

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Lukáš Rušar**  
Osobní číslo: **A12413**  
Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**  
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Návrh a ověření řídicích algoritmů s omezením pro laboratorní model tepelné soustavy**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární rešerši na dané téma.
2. Seznamte se s laboratorním modelem tepelné soustavy a s jeho ovládacím prostředím pro monitorování a řízení procesu.
3. Na základě literární rešerše navrhnete vhodný řídicí prediktivní algoritmus s možností omezení akční veličiny procesu.
4. V programovém prostředí MATLAB/SIMULINK simulačně ověřte navržený prediktivní algoritmus.
5. Na základě experimentální identifikace určete vhodný dynamický model pro návrh prediktivního regulátoru s omezením akční veličiny.
6. Navržený prediktivní regulátor ověřte při řízení laboratorního modelu v reálném čase.
7. Vyhodnoťte výsledky řízení laboratorního modelu v reálném čase.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **BOBÁL, Vladimír. Identifikace systémů. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Akademické centrum, 2009, ISBN 978-80-7318-888-3.**
2. **BOBÁL, Vladimír. Adaptivní a prediktivní řízení. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Akademické centrum, 2008, ISBN 978-80-7318-662-3.**
3. **CAMACHO, E a C BORDONS. Model predictive control. New York: Springer, c2004, xxii, 405 p. ISBN 18-523-3694-3.**
4. **NORMEY-RICO, J a E CAMACHO. Control of dead-time processes. London: Springer, c2007, xxv, 462 p. ISBN 978-184-6288-296.**
5. **HABER, Robert, R BARS a Ulrich SCHMITZ. Predictive control in process engineering: from the basics to the applications. Weinheim: Wiley-VCH, c2011, xxix, 600 p. ISBN 978-3-527-31492-8.**
6. **BOBÁL, V., KUBALČÍK, M., DOSTÁL, P. a MATĚJČEK, J. Adaptive predictive control of time-delay systems, Computers and Mathematics with Applications, 2013, accepted, ISSN 3613-3626.**
7. **MACIEJOWSKI, Jan Marian. Predictive control: with constraints. New York: Prentice Hall, 2002, xviii, 331 p. ISBN 02-013-9823-0.**

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Vladimír Bobál, CSc.**

Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **7. března 2014**

Termín odevzdání diplomové práce: **11. června 2014**

Ve Zlíně dne 7. března 2014

  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*děkan*



  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*

### **Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

### **Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

## **ABSTRAKT**

V průmyslové praxi se vyskytují případy, kdy řízený proces obsahuje dopravní zpoždění a často je třeba omezit jeho vstupní, výstupní, případně stavové veličiny. Cílem této práce je navrhnout a ověřit prediktivní regulátor, který je schopen takové procesy řídit. V teoretické části je obecně popsán postup návrhu prediktivního regulátoru od identifikace parametrů modelu procesu až po metody výpočtu řídicího zákona. Praktická část obsahuje simulační ověření takového návrhu pro různé parametry procesu a reálné ověření návrhu regulátoru na laboratorním modelu tepelné soustavy. Veškeré programy pro simulační ověření i pro řízení laboratorního modelu v reálném čase jsou implementovány v programovém systému MATLAB/SIMULINK.

Klíčová slova: prediktivní řízení, dopravní zpoždění, omezení procesních veličin, řízení v reálném čase, tepelná soustava

## **ABSTRACT**

In an industry practice, it happens that a process which is needed to be controlled includes time delay and it is needed to constrain input, output or state values. The goal of this study is design and verification of predictive controller which is able to control those processes. Theoretical part contains description of general method for design predictive controller from identification of model parameters to methods of calculations of control law. Practical part contains a simulation verification of such proposal for different parameters of process and real verification of designed controller on heat laboratory model. All programs for simulation verification and control of laboratory model in real time are implemented in MATLAB/SIMULINK.

Keywords: predictive control, time-delay, constrains of process variables, real-time control, heat system

Chtěl bych poděkovat především vedoucímu mé diplomové práce prof. Ing. Vladimíru Bobálovi, Csc. za jeho vedení, trpělivost a cenné rady při vytváření této práce.

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>10</b>
<b>1 SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM</b> .....	<b>11</b>
1.1    STATICKÁ CHARAKTERISTIKA SYSTÉMU .....	12
1.2    PŘECHODOVÁ CHARAKTERISTIKA SYSTÉMU .....	12
<b>2 IDENTIFIKACE SYSTÉMU</b> .....	<b>13</b>
2.1    DETERMINISTICKÉ METODY IDENTIFIKACE.....	13
2.1.1    Aproximace přechodové charakteristiky.....	13
2.1.1.1    Aproximace soustavou prvního řádu s dopravním zpožděním.....	14
2.1.1.2    Tříbodová identifikace .....	16
2.2    FUNKCE FMINSEARCH.....	17
2.3    STOCHASTICKÉ METODY IDENTIFIKACE.....	18
2.3.1    Metoda nejmenších čtverců.....	18
2.3.2    Rekurzivní metoda nejmenších čtverců .....	19
<b>3 METODY ŘÍZENÍ SYSTÉMŮ S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM</b> .....	<b>21</b>
3.1    PID REGULÁTORY PRO PROCESY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM .....	21
3.2    SMITHŮV PREDIKTOR .....	22
3.3    DISKRÉTNÍ PID REGULÁTOR SE SMITHOVÝM PREDIKTOREM.....	24
<b>4 PREDIKTIVNÍ ŘÍZENÍ</b> .....	<b>26</b>
4.1    PRINCIP PREDIKTIVNÍHO ŘÍZENÍ.....	26
4.2    MODELÝ PREDIKTIVNÍHO ŘÍZENÍ .....	28
4.2.1    Impulzní funkce .....	28
4.2.2    Přechodová funkce .....	29
4.2.3    Přenosová funkce .....	29
4.2.4    Stavový popis .....	30
4.2.5    Model poruchy .....	30
4.3    GPC.....	30
4.3.1    Predikce výstupu pro $k + 1$ až $k + d$ .....	32
4.3.2    Predikce výstupu pro $k + d + 1$ až $k + d + N$ .....	32
4.4    OMEZENÍ .....	33
4.5    KRITERIÁLNÍ FUNKCE A ODVOZENÍ AKČNÍHO ZÁSAHU.....	36
4.5.1    Výpočet akčního zásahu bez omezení.....	36
4.5.2    Výpočet akčního zásahu s omezením.....	37
<b>5 KVADRATICKE PROGRAMOVÁNÍ</b> .....	<b>38</b>
5.1    METODY ŘEŠENÍ.....	38
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>39</b>
<b>6 SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ</b> .....	<b>40</b>
6.1    POPIS FUNKCÍ REGULÁTORU .....	40
6.2    SIMULACE REGULACE.....	43
<b>7 LABORATORNÍ TEPELNÝ MODEL</b> .....	<b>54</b>

7.1	POPIS MODELU A JEHO OVLÁDÁNÍ .....	54
7.2	STATICÁ A PŘECHODOVÁ CHARAKTERISTIKA MODELU .....	56
7.3	IDENTIFIKACE MODELU .....	57
<b>8</b>	<b>REÁLNÉ OVĚŘENÍ.....</b>	<b>60</b>
8.1	REGULACE BEZ OMEZENÍ, BEZ PRŮBĚŽNÉ IDENTIFIKACE.....	60
8.2	REGULACE BEZ OMEZENÍ, S PRŮBĚŽNOU IDENTIFIKACÍ .....	61
8.3	REGULACE S OMEZENÍM, BEZ PRŮBĚŽNÉ IDENTIFIKACE .....	62
8.4	REGULACE S OMEZENÍM, S PRŮBĚŽNOU IDENTIFIKACÍ .....	63
<b>9</b>	<b>VYHODNOCENÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ.....</b>	<b>65</b>
	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>67</b>
	<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ.....</b>	<b>CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>69</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....</b>	<b>71</b>
	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>72</b>
	<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>74</b>
	<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>	<b>75</b>

## ÚVOD

V praxi se často setkáváme s procesy, které obsahují různě velké dopravní zpoždění. Z hlediska regulace je třeba toto zpoždění eliminovat, aby nedocházelo k nežádoucím výstupním hodnotám. K tomu slouží několik metod jako například Smithův prediktor nebo prediktivní řízení. A právě o využití prediktivního řízení v regulaci procesů s dopravním zpožděním je tato diplomová práce.

Prediktivní řízení je diskrétní metodou řízení procesů. Pro jeho využití je třeba znát dvě věci. První je diskrétní přenos soustavy, kterou chceme řídit, a druhou je znalost budoucích hodnot žádané veličiny. Do znalosti přenosu soustavy patří i počet kroků dopravního zpoždění. Na základě dynamiky procesu se vhodně zvolí časový horizont predikce, na kterém se vypočítávají budoucí odhady sledovaného výstupu procesu. Díky tomuto přístupu se dopravní zpoždění zcela eliminuje.

Výhodou prediktivního řízení také je, že dokáže řídit i nestabilní, kmitavé, neminimálně fázové a mnohorozměrné systémy. Díky schopnosti predikovat výstupní hodnoty až do zvoleného časového horizontu se tato metoda může využít všude tam, kde je velké dopravní zpoždění. Základním charakteristickým rysem prediktivního řízení je schopnost reagovat na změnu žádané hodnoty s předstihem několika kroků.

Kromě dopravního zpoždění procesy podléhají i různým omezením. Ať se jedná o maximální nebo minimální hodnotu akčního zásahu, jeho změny, nebo omezení sledované výstupní veličiny. Prediktivní řízení je schopno v sobě implementovat i tato omezení.

Cílem této práce je navrhnout takovýto prediktivní regulátor a ověřit jeho funkci na reálném laboratorním modelu tepelné soustavy s dopravním zpožděním. Regulátor pak také bude mít možnost omezení akčního zásahu nebo výstupní veličiny. Teoretická část je zaměřena na obecný popis systémů s dopravním zpožděním a jejich identifikaci, obecný návrh prediktivního regulátoru a způsobu řešení zadaných omezení a výpočtu akčního zásahu. Praktická část je pak o konkrétním řešení návrhu prediktivního regulátoru pro soustavu tepelného výměníku s dopravním zpožděním a zpracování naměřených výsledků. Jedná se o identifikaci modelu a jeho řízení. Součástí praktické části jsou i simulační ověření chování prediktivního regulátoru pro různé parametry systému.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM

Systémy s dopravním zpožděním se vyznačují časovou prodlevou mezi uskutečněným akčním zásahem a jemu odpovídajícím naměřenému výstupu. Toto zpoždění může být způsobeno mnoha důvody v závislosti na charakteru procesu a způsobu měření výstupní veličiny. Může se jednat například o čas potřebný k dopravě materiálu, energie nebo informací mezi vzdálenými místy, kumulaci zpoždění mezi systémy zapojenými v sérii za sebou nebo čas potřebný k zpracování informace senzorem nebo jiným kontrolérem [1].

Pokud je dopravní zpoždění velké, je obtížné takovýto proces řídit běžnými zpětnovazebními regulátory. Pro odstranění vlivu dopravního zpoždění je třeba výstupní hodnotu predikovat (vypočítat) až do doby trvání dopravního zpoždění. Abychom mohli tyto odhady výstupu vypočítat, je třeba znát matematický model řízeného procesu. Na základě znalosti tohoto modelu a tedy i dynamiky procesu je možné určit a realizovat akční zásah tak, aby výstupní měřená veličina sledovala požadovanou hodnotu [2].

Spojité přenos systému s dopravním zpožděním se obecně dá vyjádřit jako:

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)} e^{-T_d s} \quad (1.1)$$

kde

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (1.2)$$

$$B(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0$$

a hodnota  $T_d$  určuje dopravní zpoždění v čase [1], [2], [3].

V diskrétní oblasti se přenos systému s dopravním zpožděním zapisuje obecně takto:

$$G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} \quad (1.3)$$

kde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na} \quad (1.4)$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb}$$

a  $d$  označuje počet kroků dopravního zpoždění. Dopravní zpoždění v diskrétní oblasti je vyjádřeno operátorem zpětného posunu  $z^{-i}$ . Tento zápis představuje zpětný posun o  $i$

kroků:  $z^{-i}x(k) = x(k - i)$ . Časová velikost dopravního zpoždění v diskrétní oblasti závisí na periodě vzorkování:

$$T_d = d \cdot T_0 \quad (1.5)$$

kde  $T_0$  je hodnota periody vzorkování.

### 1.1 Statická charakteristika systému

Statická charakteristika je závislost ustálených hodnot vstupní veličiny  $u(t)$  a výstupní veličiny  $y(t)$ . Jelikož se jedná o ustálené hodnoty, velikost dopravního zpoždění na tuto charakteristiku nemá vliv. Statickou charakteristiku vytvoříme tak, že budeme vynášet do grafu na vodorovnou osu  $x$  ustálené vstupní hodnoty systému  $u(t)$  a na svislou osu  $y$  ustálené hodnoty výstupní veličiny  $y(t)$  [4].

### 1.2 Přejchodová charakteristika systému

Přejchodová funkce je reakce výstupní veličiny systému na jednotkový skok vstupní veličiny. Pro přechodovou funkci platí nulové počáteční podmínky. Dopravní zpoždění má na tvar přechodové charakteristiky vliv. Při dopravním zpoždění se přechodová funkce posunuje o čas dopravního zpoždění  $T_d$  doprava. Přejchodová charakteristika je tedy graficky znázorněný časový průběh výstupní veličiny na svislé ose  $y$  v závislosti na čase na vodorovné ose  $x$  při skokové změně vstupní veličiny [4].

## 2 IDENTIFIKACE SYSTÉMU

Abychom mohli proces správně a optimálně řídit, je potřeba nejprve znát jeho matematický model. K tomu slouží různé identifikační metody. Tyto metody můžeme rozdělit do různých skupin jako deterministické a stochastické metody nebo jednorázové a průběžné metody [3].

Cílem metod identifikace je vytvořit takový matematický model, který nejlépe odpovídá chování reálného procesu. Při identifikaci systému je nejčastější metodou minimalizace určitého kritéria. Výsledný model však nikdy neodpovídá naprosto přesně reálnému procesu, neboť na reálný proces vždy působí jeho okolí, které se mění. Tyto změny okolí se nedají nijak předvídat a způsobují odchylky mezi reálným měřením a simulací modelu procesu [1], [3].

### 2.1 Deterministické metody identifikace

Tyto metody patří mezi nejstarší a nejjednodušší. Parametry identifikovaného modelu se získávají z neparametrických forem ve tvaru grafických průběhů nebo tabelárního zápisu výsledků získaných měření. Pro získání takovýchto dat se využívají tzv. standardní testovací signály, mezi které řadíme [3]:

- Jednotkový skok
- Jednotkový (Diracův) impuls
- Harmonický signál
- Obecný signál

Nevýhodou těchto metod je, že vyžadují uskutečňovat aktivní experiment, při kterém je potřeba po celou dobu měření udržovat všechny ostatní vstupní veličiny a činitele ovlivňující odezvu objektu na konstantní úrovni. Experiment začíná z jednoho ustáleného stavu a končí v dalším ustáleném stavu vyvolaném změnou vstupního signálu. Další nevýhodou je i možná časová náročnost experimentu v závislosti na charakteru procesu [3].

#### 2.1.1 Aproximace přechodové charakteristiky

Pro svou jednoduchost se velmi často využívá identifikace modelu z přechodové charakteristiky. Testovacím signálem pro tuto metodu je skoková změna vstupního signálu. Přechodová charakteristika se získá tím způsobem, že se proces nechá ustálit na jedné

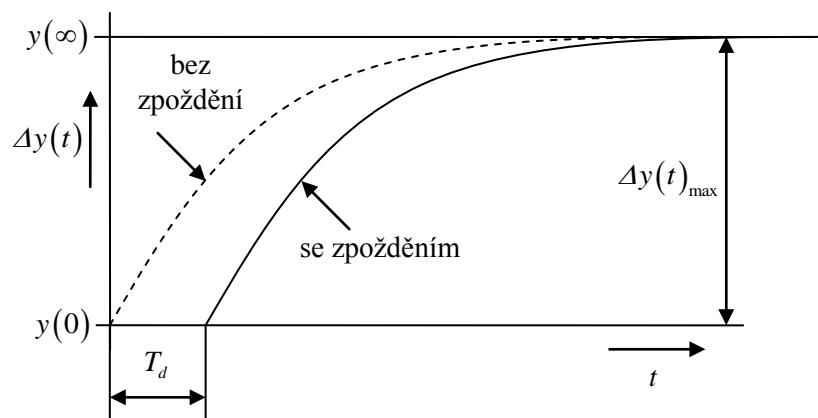
výstupní hodnotě a poté se skokovou změnou vstupního signálu převede do jiné ustálené výstupní hodnoty. Z výsledného časového záznamu tohoto přechodu mezi ustálenými stavy se podle zvolené metody aproximace získají dynamické vlastnosti objektu [3]. V následujících odstavcích budou uvedeny vybrané příklady metod identifikace z přechodové charakteristiky.

### 2.1.1.1 Aproximace soustavou prvního řádu s dopravním zpožděním

Přechodová charakteristika se aproximuje soustavou prvního řádu s dopravním zpožděním, jejíž přenos má tvar:

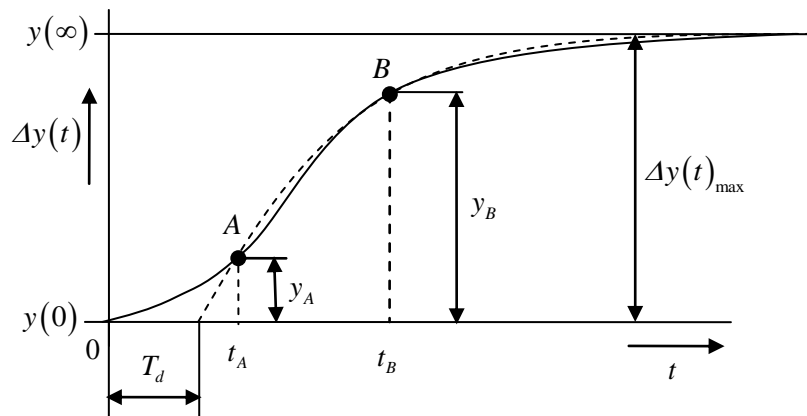
$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1)} e^{-T_d s} \quad (2.1)$$

Přechodová charakteristika takového systému má tvar:



Obrázek 1: Přechodová charakteristika soustavy prvního řádu s dop. zpožděním

Tato metoda je vhodná i pro aproximaci soustav vyšších řádů bez dopravního zpoždění. Využívá se zejména v těch případech, kdy je velký rozdíl mezi časovými konstantami soustavy vyššího řádu. Velikost časových konstant a tedy i kořenů charakteristické rovnice soustavy ( $T_i = \frac{1}{s_i}$ , kde  $s_i$  je kořen charakteristické rovnice) má vliv na tvar přechodové charakteristiky. Dominantní roli přitom hrají větší časové konstanty. V takovém případě se pak přechodová charakteristika soustavy vyššího řádu podobá přechodové charakteristice soustavy prvního řádu s dopravním zpožděním [3].



Obrázek 2: Aproximace soustavy vyššího řádu soustavou prvního řádu s dopravním zpožděním

Pro určení přenosu soustavy prvního řádu s dopravním zpožděním je třeba znát parametry  $K$ ,  $T$  a  $T_d$ . Výpočet zesílení  $K$  se pak provede jako podíl ustálené hodnoty výstupní veličiny a hodnotě vstupního akčního zásahu:

$$K = \frac{y(\infty)}{u(\infty)} \quad (2.2)$$

Konstanty  $T$  a  $T_d$  pak vypočítáme pomocí vhodně zvolených dvou bodů  $A$  a  $B$  na přechodové charakteristice. Pod  $A$  se pak volí před inflexním bodem přechodové charakteristiky a bod  $B$  tak, aby se aproximační křivka shodovala s naměřenou charakteristikou pokud možno v co nejširším rozsahu [3]. Pro zvolené body pak platí rovnice:

$$y_A = \Delta y_{max} \left( 1 - e^{-\frac{t_A - T_d}{T}} \right) \quad (2.3)$$

$$y_B = \Delta y_{max} \left( 1 - e^{-\frac{t_B - T_d}{T}} \right) \quad (2.4)$$

Po úpravách a logaritmováním těchto rovnic pak získáme rovnice pro konstanty  $T$  a  $T_d$ :

$$T_d = \frac{t_B \ln \left( 1 - \frac{y_A}{\Delta y_{max}} \right) - t_A \ln \left( 1 - \frac{y_B}{\Delta y_{max}} \right)}{\ln \left( 1 - \frac{y_A}{\Delta y_{max}} \right) - \ln \left( 1 - \frac{y_B}{\Delta y_{max}} \right)} \quad (2.5)$$

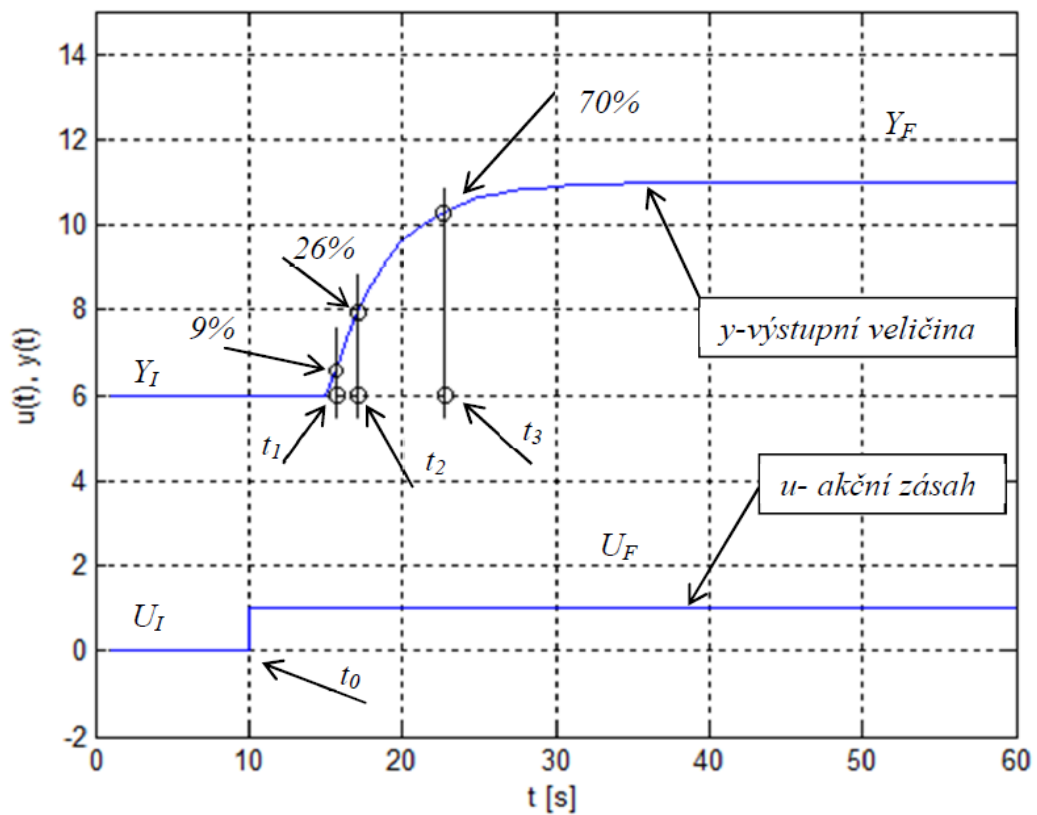
$$T = \frac{T_d - t_A}{\ln \left( 1 - \frac{y_A}{\Delta y_{max}} \right)} \quad (2.6)$$

### 2.1.1.2 Třibodová identifikace

Tato identifikace umožňuje identifikovat soustavu jako spojitý přenos druhého řádu s dopravním zpožděním. Výsledný přenos má tvar:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-T_d s} \quad (2.7)$$

Třibodová identifikace spočívá v určení přenosu soustavy pomocí tří specifických bodů přechodové charakteristiky. Jedná se o body, kdy výstupní veličina dosahuje 9%, 26% a 70% ustálené hodnoty [1].



Obrázek 3: Princip třibodové identifikace [5 ]

Třibodová identifikace má následující postup:

1. Stanoví se časové okamžiky  $t_1, t_2, t_3$  kdy výstupní veličina dosahuje 9%, 26% a 70% ustálené hodnoty.
2. Vypočteme hodnotu dopravního zpoždění podle:

$$T_d = 2t_1 - t_2 \quad (2.8)$$

3. Určíme koeficienty B a C podle vztahu:

$$B = 0,83t_3 - 0,24t_2 + 0,48t_1 - T_d \quad (2.9)$$

$$C = 4(t_2 - t_1)^2 \quad (2.10)$$

4. Vypočteme časové konstanty a zesílení podle vztahů:

$$T_1 = \frac{B + \sqrt{B^2 - 4C}}{2} \quad (2.11)$$

$$T_2 = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4C}}{2} \quad (2.12)$$

$$K = \frac{y(\infty)}{u(\infty)} \quad (2.13)$$

## 2.2 Funkce fminsearch

Funkce `fminsearch` je funkce programu MATLAB, která hledá minimum zadané funkce bez omezujících podmínek. Zadaná funkce může být jedné nebo i více proměnných. Základní syntaxí funkce `fminsearch` je:

$$x = \text{fminsearch}('navez\_funkce', x_0)$$

`Navez_funkce` je vlastní vytvořená funkce, na které chceme hledat minimum,  $x_0$  jsou počáteční hodnoty iterativního vyhledávání a  $x$  jsou výsledné nalezené minimální hodnoty. Hodnoty v  $x_0$  a  $x$  mohou být skalár, vektor nebo matice. Funkce `fminsearch` používá pro hledání minima metodu pružných simplexů Nelder a Meada [6]. Tato metoda funguje na principu iterativního hledání parametrů, jejichž funkční hodnota účelové funkce tvoří  $n+1$  vrcholů simplexu a funkční hodnota těžiště tohoto simplexu tvoří menší rozdíl než stanovená mez  $\varepsilon$ . Toho se docílí tak, že se určuje směr hledání v  $n$ -dimenzionálním prostoru z funkčních hodnot účelové funkce v  $n+1$  bodech, které tvoří vrcholy pravidelného polyedru (simplexu). Pro funkci dvou proměnných, tedy pro  $n = 2$ , tvoří tyto vrcholy rovnostranný trojúhelník. V těchto bodech se vypočítá jejich funkční hodnota a určí se z nich nejvyšší, druhá nejvyšší a nejnižší. Jako další se vypočte těžiště trojúhelníku a čtvrtý bod ve směru těžiště. Na funkční hodnotě tohoto čtvrtého bodu pak záleží, jestli bude vrchol nového trojúhelníku prodloužen, zkrácen nebo ponechán. Tento postup se pak opakuje, dokud není rozdíl mezi funkční hodnotou ve vrcholech a funkční hodnotou v těžišti menší nebo roven hodnotě  $\varepsilon$  [6], [7].

## 2.3 Stochastické metody identifikace

Stochastické metody identifikace používají k určení modelu soustavy pouze údaje získané z provozního měření. To znamená, že na rozdíl od deterministických metod nevyužívají přesně definovaných vstupních testovacích signálů, které se zpravidla liší od skutečných vstupních signálů, které se objevují na objektu při reálném provozu. Díky tomu je možné je aplikovat i na objekt v reálném provozu bez potřeby rozpojení jeho regulačního obvodu. Pro buzení systému se mohou použít také speciální náhodné nebo pseudonáhodné testovací signály. Nevýhodou těchto metod pak jsou náročnější výpočty [3].

### 2.3.1 Metoda nejmenších čtverců

Tato metoda patří mezi regresní metody. Její úlohou je minimalizovat součet kvadrátů chyby. Chybou se rozumí rozdíl mezi naměřenou a modelovou hodnotou výstupu [3].

$$e(k) = y(k) - y_m(k) = y(k) - \sum_{i=1}^r a_i f_i(k) \quad (2.14)$$

Kde  $e(k)$  je chyba modelu,  $y(k)$  je naměřená hodnota a  $y_m(k)$  je modelová hodnota. Parametry  $a_i$  pro  $i = 1 \dots r$  jsou neznámými parametry. Kriteriační funkce pak má tvar:

$$J = \sum_{k=1}^N e^2(k) = \sum_{k=1}^N \left[ y(k) - \sum_{i=1}^r a_i f_i(k) \right]^2 \quad (2.15)$$

Kritérium má minimální hodnotu, jsou-li parciální derivace podle jednotlivých proměnných rovny nule. Tímto postupem získáme  $N$  rovnic o  $r$  neznámých [3]. Tyto rovnice se pak dají zapsat do maticové formy s prvky:

$$\mathbf{y}^T = [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(N)] \quad (2.16)$$

$$\boldsymbol{\theta}^T = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_r] \quad (2.17)$$

$$\mathbf{e}^T = [e(1) \quad e(2) \quad \dots \quad e(N)] \quad (2.18)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1(1) & f_2(1) & \dots & f_r(1) \\ f_1(2) & f_2(2) & \dots & f_r(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_1(N) & f_2(N) & \dots & f_r(N) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Rovnici výstupu lze poté zapsat v maticovém tvaru:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e} \quad (2.20)$$

Z této rovnice pak plyne rovnice pro chybu modelu:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\theta} \quad (2.21)$$

Kriteriální funkce se maticově vyjádří jako:

$$J = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\theta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\theta}) \quad (2.22)$$

Abychom získali minimum kriteriální funkce, položíme její derivaci podle vektoru neznámých parametrů rovnu nule. Tím získáme rovnici:

$$\mathbf{F}^T (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}) = 0 \quad (2.23)$$

Z této rovnice se pak odhad neznámých parametrů vypočítáme jako [1], [3]:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{y} \quad (2.24)$$

Pro identifikaci procesu s  $d$  kroky dopravního zpoždění je pak třeba zvolit model procesu ve tvaru:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k)z^{-d} + e_r(k) \quad (2.25)$$

Potom mají prvky maticového zápisu (2.24) členy:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -y(n+d) & -y(n+d-1) & \cdots & -y(d+1) & u(n) & u(n-1) & \cdots & u(1) \\ -y(n+d+1) & -y(n+d) & \cdots & -y(d+2) & u(n+1) & u(n) & \cdots & u(2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \cdots & -y(N-n) & u(N-d-1) & u(N-d-2) & \cdots & u(N-d-n) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{y}^T = [y(n+d+1) \quad y(n+d+2) \quad \cdots \quad y(N)] \quad (2.27)$$

$$\boldsymbol{\theta}^T = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_n] \quad (2.28)$$

$$\mathbf{e}^T = [e_r(n+1) \quad e_r(n+2) \quad \cdots \quad e_r(N)] \quad (2.29)$$

### 2.3.2 Rekurzivní metoda nejmenších čtverců

Rekurzivní metoda spočívá v průběžném zpřesňování parametrů modelu v každém okamžiku vzorkování oproti předcházejícímu okamžiku. To umožňuje reagovat na změny vlastností procesu v reálném čase. Rekurzivní metody jsou tak součástí samočinně se nastavujících regulátorů. Na rozdíl od jednorázové metody, která potřebuje celý soubor naměřených dat od počátku měření, rekurzivní metody potřebují jen malé množství dat v závislosti na řádu modelu. Nově naměřená data se tak používají jen k zpřesnění odhadu parametrů modelu [3].

Jelikož se jedná také o metodu nejmenších čtverců, principem je opět hledání minima součtu kvadrátů chyby. Kriteriaální funkce má tedy tvar:

$$J_k(\theta) = \sum_{i=k_0}^k e_s^2(i) \quad (2.30)$$

kde

$$e_s(i) = y(i) - \theta^T \phi(i) \quad (2.31)$$

Vektorová diferenciální rovnice pro ARX model  $n$ -tého řádu má pak tvar [1], [3]:

$$y(k) = \theta^T(k) \phi(k) + e_s(k) \quad (2.32)$$

kde vektor parametrů soustavy má tvar:

$$\theta^T(k) = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n] \quad (2.33)$$

a vektor dat (regresor) má tvar:

$$\phi^T(k) = [-y(k-1) \quad -y(k-2) \quad \dots \quad -y(k-n) \quad u(k-d-1) \quad u(k-d-2) \quad \dots \quad u(k-d-n)] \quad (2.34)$$

V každém kroku periody vzorkování probíhá algoritmus pro zpřesnění odhadů parametrů. Rekurzivní algoritmus sestává z následujících kroků [3]:

- 1) Naplníme vektor počátečních odhadů parametrů  $\hat{\theta}(0)$  a počáteční diagonální kovarianční matici  $C_{ii}(0)$ .
- 2) V každé periodě vzorkování se vektor odhadů parametrů zpřesní podle vztahu:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{C(k-1)\phi(k)}{1 + \xi(k)} \hat{e}(k) \quad (2.35)$$

Kde pomocný skalár  $\xi(k)$  se vypočítá jako:

$$\xi(k) = \phi^T(k)C(k-1)\phi(k) \quad (2.36)$$

a  $\hat{e}(k)$  je chyba predikce vypočítána jako rozdíl naměřené a modelové hodnoty výstupu.

- 3) Na konci algoritmu se vypočítá nová kovarianční matice:

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1)\phi(k)\phi^T(k)C(k-1)}{1 + \xi(k)} \quad (2.37)$$

### 3 METODY ŘÍZENÍ SYSTÉMŮ S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM

Procesy s dopravním zpožděním je možné řídit různými metodami. Ve většině metod se ke kompenzaci dopravního zpoždění používá matematický model řízeného procesu, pomocí kterého se počítají odhady výstupní veličiny.

#### 3.1 PID regulátory pro procesy s dopravním zpožděním

Jednou z metod nastavení PID regulátoru pro řízení procesů s dopravním zpožděním je metoda požadovaného modelu. Tato metoda je také známá pod označením metoda inverze dynamiky. Tato metoda vychází z požadovaného modelu uzavřeného regulačního obvodu. Touto metodou mohou být řízeny i procesy bez dopravního zpoždění. Pro řízení soustavy druhého řádu s dopravním zpožděním má tato metoda následující postup [8].

Přenos soustavy má tvar:

$$G_S(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-T_{as}} \quad (3.1)$$

Spojité PID regulátor má přenos:

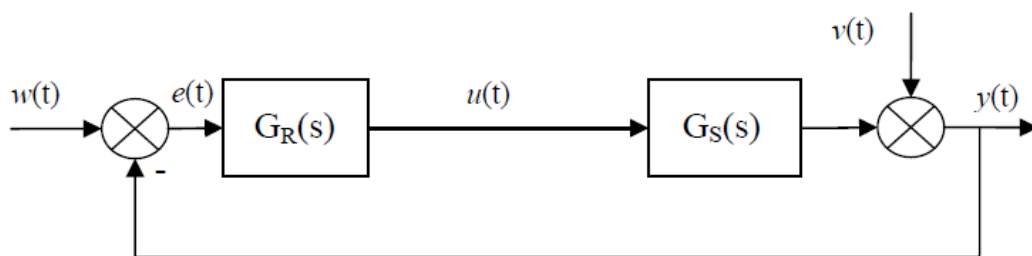
$$G_R(s) = k_p + \frac{1}{T_I s} + T_D s \quad (3.2)$$

Diskrétní PID regulátor potom má přenos:

$$G_R(z) = k_p + \frac{T_0}{T_I} \frac{z}{z - 1} + \frac{T_D}{T_0} \frac{z - 1}{z} \quad (3.3)$$

Kde  $k_p$  je proporcionalní složka,  $T_I$  je integrační časová konstanta a  $T_D$  je derivační časová konstanta PID regulátoru. Hodnota  $T_0$  je vzorkovací perioda [8].

Blokové schéma regulačního obvodu s PID regulátorem má klasickou zpětnovazební strukturu.



Obrázek 4: Blokové schéma uzavřeného regulačního obvodu

Parametry spojitého regulátoru pro soustavu druhého řádu s dopravním zpožděním se vypočítají podle:

$$k_p = \frac{aT_I}{K} \quad (3.4)$$

$$T_I = T_1 + T_2 \quad (3.5)$$

$$T_D = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \quad (3.6)$$

Parametry diskrétního PID regulátoru pro soustavu druhého řádu s dopravním zpožděním se vypočítají podle:

$$k_p = \frac{aT_I}{K} \quad (3.7)$$

$$T_I = T_1 + T_2 - T_0 \quad (3.8)$$

$$T_D = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T_0}{4} \quad (3.9)$$

Parametr  $a$  se vypočítá podle požadovaného relativního překmitu:

$$a = \frac{1}{\alpha T_0 + \beta T_D} \quad (3.10)$$

Kde koeficienty  $\alpha$  a  $\beta$  jsou získány z tabulky [8]:

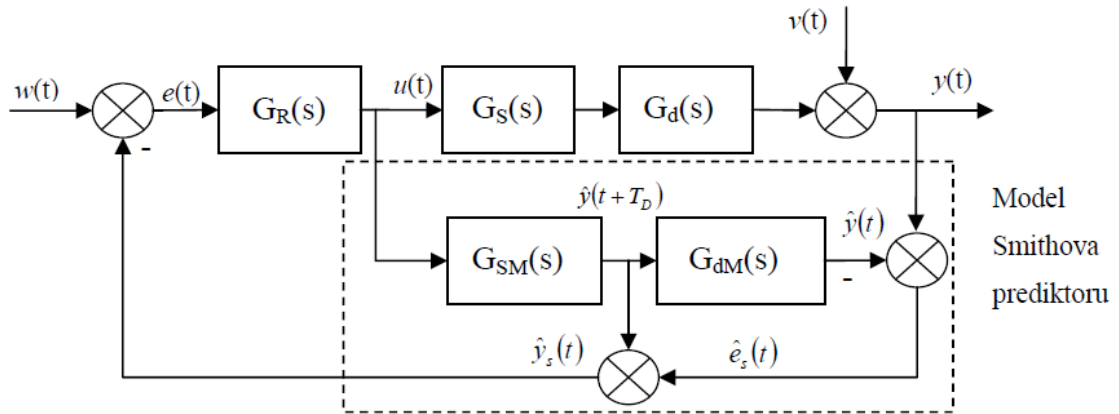
Tabulka 1: Závislost koeficientů  $\alpha$  a  $\beta$  na relativním překmitu  $\kappa$

$\kappa$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\alpha$	1,282	0,984	0,884	0,832	0,763	0,697	0,669	0,640	0,618	0,599	0,577
$\beta$	2,718	1,944	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

### 3.2 Smithův prediktor

Při použití standardních metod návrhu regulátoru pro systémy bez dopravního zpoždění a aplikaci takového regulátoru na systém s dopravním zpožděním dochází ke značnému zhoršení kvality regulace a může dojít až k nestabilitě celého uzavřeného regulačního obvodu. Z takového důvodu se do regulačního obvodu začleňuje Smithův prediktor. Ten slouží ke kompenzaci a odstranění dopravního zpoždění. Smithův prediktor pracuje

s matematickým modelem řízeného procesu, který rozdělujeme na dvě části. První částí je model samotného procesu bez dopravního zpoždění a druhou pak model samotného dopravního zpoždění [9].



Obrázek 5: Blokové schéma regulačního obvodu se Smithovým prediktorem

Princip Smithova prediktoru spočívá v odečtení naměřené výstupní veličiny a odhadu výstupní veličiny na výstupu prediktoru a následném přičtení odhadu výstupní veličiny bez dopravního zpoždění k tomuto rozdílu. Tím se dopravní zpoždění eliminuje a ve zpětné vazbě se vytvoří regulační odchylka pouze žádané hodnoty a odhadu výstupní veličiny bez dopravního zpoždění. Aby byl Smithův prediktor účinný, je třeba dostatečně přesně určit model řízeného procesu a dobu dopravního zpoždění [9].

Obraz výstupní veličiny pro uzavřený regulační obvod se Smithovým prediktorem se vypočítá jako:

$$Y(s) = \frac{G_R(s)G_S(s)e^{-T_d s}}{1 + G_R(s)G_S(s)e^{-T_d s} + G_R(s)G_{SM}(s)(1 - e^{-T_d s})}W(s) + \frac{1}{1 + G_R(s)G_S(s)e^{-T_d s} + G_R(s)G_{SM}(s)(1 - e^{-T_d s})}V(s) \quad (3.11)$$

Je-li model Smithova prediktoru totožný s modelem procesu, můžeme tento obraz upravit jako:

$$Y(s) = \frac{G_R(s)G_S(s)e^{-T_d s}}{1 + G_R(s)G_S(s)}W(s) + \frac{1}{1 + G_R(s)G_S(s)}V(s) \quad (3.12)$$

Chování uzavřeného regulačního obvodu a jeho stabilitu určuje jmenovatel přenosu. Při použití Smithova prediktoru, jehož model se shoduje s modelem soustavy, vidíme, že jmenovatel přenosu neobsahuje část s dopravním zpožděním. Díky tomu je regulační

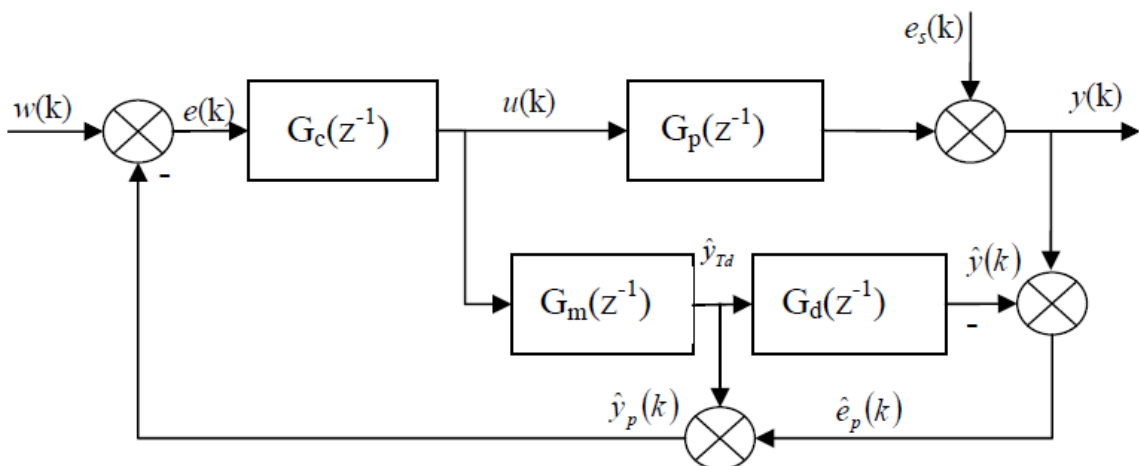
obvod stabilní i při použití regulátoru navrženém metodou pro řízení procesu bez dopravního zpoždění [9].

### 3.3 Diskrétní PID regulátor se Smithovým prediktorem

Jedná se o regulátor navržený metodou požadovaného přenosu uzavřeného regulačního obvodu [10]. Tento přenos má tvar:

$$G(z^{-1}) = \frac{1 - e^{-\alpha}}{1 - z^{-1}} \quad (3.13)$$

Kde  $\alpha = \frac{T_0}{T_m}$  a  $T_m$  je požadovaná časová konstanta odezvy soustavy prvního řádu v uzavřeném regulačním obvodu. Tato časová konstanta se volí s ohledem na akční zásah [11]. Blokové schéma takového uzavřeného regulačního obvodu je znázorněno na obrázku:



Obrázek 6: Blokové schéma regulačního obvodu s diskretním Smithovým prediktorem

Přenos regulátoru má tvar:

$$G_c(z^{-1}) = \frac{1 - e^{-\alpha} \hat{A}(z^{-1})}{1 - z^{-1} \hat{B}(1)} \quad (3.14)$$

kde

$$\hat{B}(1) = \hat{B}(z^{-1})|_{z=1} = \hat{b}_1 + \hat{b}_2 \quad (3.15)$$

Přenos Smithova prediktoru má tvar:

$$G_m(z^{-1}) = \frac{z^{-1}\hat{B}(1)}{\hat{A}(z^{-1})} \quad (3.16)$$

$$G_d(z^{-1}) = \frac{z^{-d}\hat{B}(z^{-1})}{z^{-1}\hat{B}(1)} \quad (3.17)$$

Pro případ soustavy druhého řádu mají tato přenosy tvar:

$$G_m(z^{-1}) = \frac{\hat{b}_1 z^{-1} + \hat{b}_2 z^{-2}}{1 + \hat{a}_1 z^{-1} + \hat{a}_2 z^{-2}} \quad (3.18)$$

$$G_d(z^{-1}) = \frac{\hat{b}_1 z^{-1} z^{-d} + \hat{b}_2 z^{-2} z^{-d}}{\hat{b}_1 z^{-1} + \hat{b}_2 z^{-2}} \quad (3.19)$$

Přenos regulátoru můžeme vyjádřit jako:

$$G_c(z^{-1}) = \frac{U(z^{-1})}{E(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (3.20)$$

Koeficienty  $q_0, q_1$  a  $q_2$  regulátoru se pak vypočítají jako:

$$q_0 = \gamma \quad (3.21)$$

$$q_1 = \gamma \cdot \hat{a}_1 \quad (3.22)$$

$$q_2 = \gamma \cdot \hat{a}_2 \quad (3.23)$$

A parametr  $\gamma$  se vypočítá jako:

$$\gamma = \frac{1 - e^{-\alpha}}{\hat{B}(1)} \quad (3.24)$$

Akční zásah tohoto PID regulátoru se určí jako:

$$u(k) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + u(k-1) \quad (3.25)$$

Diskrétní Smithovy prediktory odvozené na základě polynomiální teorie, včetně jejich adaptivních verzí, jsou uvedeny v [11], [12].

## 4 PREDIKTIVNÍ ŘÍZENÍ

Prediktivní řízení se za posledních pár desetiletí stalo velmi rozšířeným nástrojem pro řízení procesů a neustále se vyvíjí. Tento způsob řízení je založen na matematickém modelu řízeného procesu a řídicí zákon se určuje minimalizací zpravidla kvadratické účelové funkce. Prediktivní řízení si získalo oblibu hlavně díky tomu, že může být použito pro mnoho situací. Mohou se jím řídit systémy jednorozměrné i vícerozměrné, procesy, které obsahují vstupní i výstupní omezující podmínky a v neposlední řadě také procesy s dopravním zpožděním [1], [2].

Ve svých počátcích bylo prediktivní řízení nasazováno hlavně na pomalejší procesy. To bylo kvůli velké výpočetní náročnosti daného problému. V dnešní době však již existují modifikace prediktivního řízení, které dokážou řídit i velmi rychlé procesy v řádech milisekund. Toho mohlo být docíleno neustálým vývojem výpočetní techniky, ale i značným pokrokem v oblasti optimalizace, která je pro prediktivní řízení stěžejní.

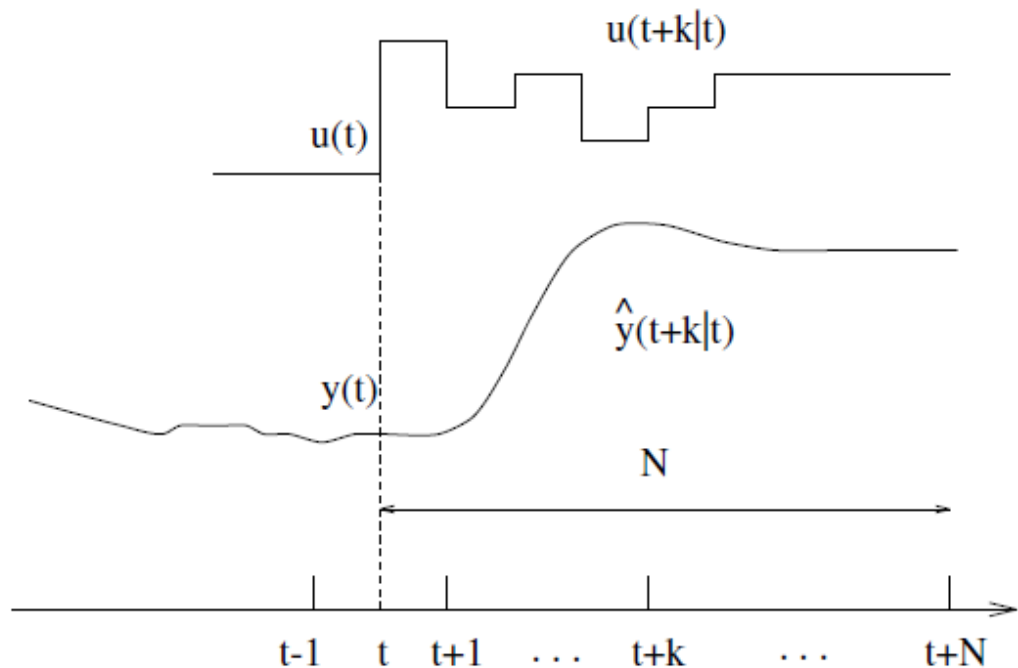
### 4.1 Princip prediktivního řízení

Prediktivní řízení má mnoho modifikací a podob, které jsou vhodné pro různé parametry procesu. Všechny tyto metody ale mají určité věci společné [2]:

- Predikce výstupu procesu je počítána pomocí matematického modelu procesu.
- Trajektorie žádané hodnoty regulované veličiny je známá pro časový horizont predikce.
- Posloupnost budoucích akčních zásahů je počítána na základě minimalizace vhodné, obvykle kvadratické, účelové funkce.
- Pro potřeby řízení je realizován jen první vypočítaný akční zásah z dané posloupnosti a celý postup se opakuje v další periodě vzorkování.

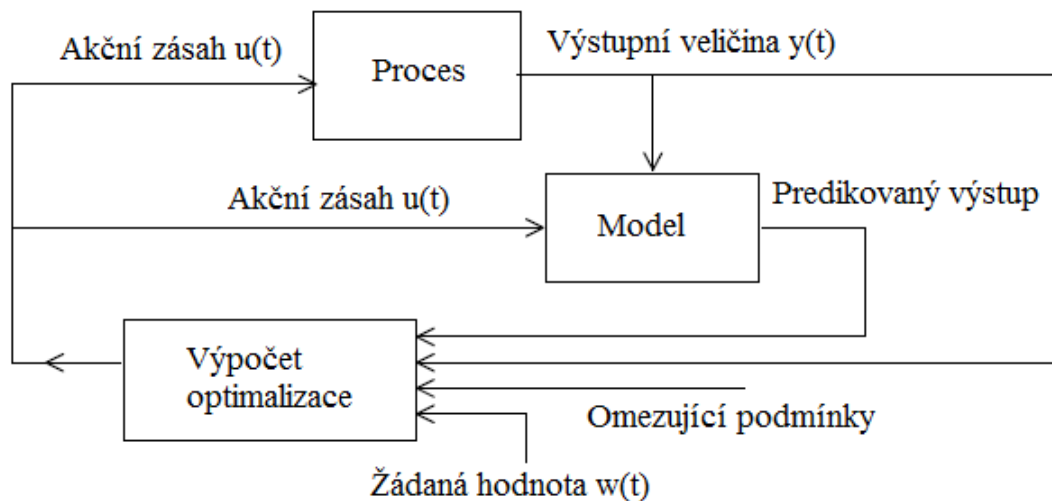
Hlavní rozdíly mezi jednotlivými metodami použitými v prediktivním řízení jsou v modelech procesu, které se používají pro predikci výstupních hodnot a v účelové funkci, kterou je třeba minimalizovat [1], [13].

Princip prediktivního řízení je následující:



Obrázek 7: Princip prediktivního řízení

1. Budoucí výstupní hodnoty se predikují na zvoleném časovém úseku  $N$ , který se nazývá horizont predikce, a jejich přepočítání se provádí v každé nové periodě vzorkování  $t$ . Tyto predikované hodnoty  $\hat{y}(t+k)$  pro  $k = 1 \dots N$  jsou výsledkem minulých naměřených výstupních veličin, již uskutečněných akčních zásahů a budoucích akčních zásahů, z nichž pouze první vypočítaný bude uskutečněn.
2. Posloupnost budoucích akčních zásahů je vypočítávána jako optimalizační problém minimalizace zadané účelové funkce. Tato účelová funkce má většinou kvadratický tvar a její řešení minimalizuje odchylku mezi žádanou hodnotou a výstupní veličinou.
3. Z celé posloupnosti budoucích akčních zásahů se realizuje pouze první. Všechny další až do času  $t+N$  se ignorují, protože celý algoritmus výpočtu se opakuje v každé periodě vzorkování  $t$ , kdy snímáme novou hodnotu výstupní veličiny, která se může vlivem poruch a šumů lišit od predikované výstupní hodnoty [1], [2], [13].



Obrázek 8: Blokový princip prediktivního řízení

## 4.2 Modely prediktivního řízení

Na základě zvoleného modelu pro popis procesu se rozhodujeme, jakou metodu prediktivního řízení použijeme. Zvolený model by měl dostatečně přesně reprezentovat vlastnosti řízeného procesu. Volba modelu je velmi důležitá, neboť na jeho základu se vypočítávají predikce výstupu  $\hat{y}$ . Model pak můžeme rozdělit na dvě části. Jedna popisuje chování procesu samotného a druhá pak vliv poruchy. Z toho se pak rozhodneme, zda budeme vliv poruchy v modelu procesu uvažovat či nikoli [2].

### 4.2.1 Impulzní funkce

Impulzní funkce je posloupnost hodnot, které jsou reakcí výstupu na vstupní jednotkový impulz. Z praktického hlediska se tato posloupnost omezuje jen na prvních několik členů v závislosti na zvoleném časovém horizontu predikce. Takto omezený model se pak označuje jako konečná impulzní odezva FIR (finite impulse response) [2]. Výstup je pak dán vztahem:

$$y(k) = \sum_{i=1}^N h_i u(k-i) = H(z^{-1})u(k) \quad (4.1)$$

Kde  $H(z^{-1}) = h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_N z^{-N}$  je polynom  $N$ -tého stupně a  $z^{-1}$  je operátor zpětného posuvu, pro který platí  $z^{-1}u(k) = u(k-1)$  [2].

### 4.2.2 Přejchodová funkce

Model založený na přechodové funkci je velmi podobný modelu založeném na impulzní funkci. Pro vyjádření výstupní veličiny používá zkrácenou přechodovou funkci, v závislosti na zvoleném horizontu predikce, která je posloupností hodnot výstupu v reakci na vstupní jednotkový skok [2].

$$y(k) = y_0 + \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(k-i) = y_0 + G(z^{-1})(1 - z^{-1})u(k) \quad (4.2)$$

Tento model je využíván v metodě prediktivního řízení DMC a jeho modifikacích. Je-li počáteční hodnota výstupu  $y_0$  brána jako nulová, je predikce výstupu dána jako:

$$\hat{y}(k+t) = \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(k+t-i) \quad (4.3)$$

### 4.2.3 Přenosová funkce

V tomto modelu se využívá přenosové funkce procesu, tedy poměru výstupu a vstupu modelu při nulových počátečních podmínkách [1], [2].

$$G(z^{-1}) = \frac{y(k)}{u(k)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (4.4)$$

Výstup pak může být zapsán jako:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) \quad (4.5)$$

Kde polynomy  $A(z^{-1})$  a  $B(z^{-1})$  mají tvar:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na} \quad (4.6)$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \quad (4.7)$$

Tento model je používán v metodě prediktivního řízení GPC a jeho modifikacích. V praxi jsou metody řízení založené na přenosové funkci procesu velmi často využívány [1], [2]. Predikce výstupu je pak počítána jako:

$$\hat{y}(k+t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k+t-1) \quad (4.8)$$

Výhodou této reprezentace je, že daný model platí i pro nestabilní procesy, avšak je potřeba znát parametry procesu v polynomech  $A(z^{-1})$  a  $B(z^{-1})$ .

#### 4.2.4 Stavový popis

Matematický model procesu může být zapsán také jako model ve stavovém popisu. Při použití stavového modelu se informace potřebné pro predikci stávají stavovými proměnnými [2]. Pro jednorozměrné systémy se stavový popis vyjadřuje jako:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (4.9)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (4.10)$$

#### 4.2.5 Model poruchy

Porucha v systému znamená rozdíl mezi měřenou výstupní veličinou a hodnotou spočítanou pomocí modelu procesu. Pro vyjádření poruchy se může použít několik modelů [1]. Častým vyjádřením je model ARIMA:

$$n(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})(1-z^{-1})} e(k) \quad (4.11)$$

Kde  $e(k)$  je bílý šum a polynomy  $C(z^{-1})$  a  $D(z^{-1})$  popisují charakter poruchy.

Pokud tento model poruchy vyjádříme s modelem přenosové funkce procesu, dostaneme celkový přenos:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})(1-z^{-1})} e(k) \quad (4.12)$$

Tento model se nazývá CARIMA [1].

### 4.3 GPC

Tvar účelové funkce, kterou metoda GPC minimalizuje je:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(k+j) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(k+j-1)]^2 \quad (4.13)$$

Kde  $\hat{y}(k+j)$  je predikce výstupních hodnot systému vzhledem ke kroku  $k$ ,  $N_1$  je minimální časový horizont,  $N_2$  je maximální časový horizont,  $N_u$  je řídicí horizont,  $\delta(j)$  a  $\lambda(j)$  jsou váhové koeficienty a  $w(k+j)$  je sekvence budoucích žádaných hodnot. Hodnoty  $\Delta u(k+j-1)$  jsou hodnoty budoucích akčních zásahů, které je třeba vypočítat [1], [2], [14].

Časové horizonty predikce se volí s ohledem na dopravní zpoždění. Tedy minimální časový horizont  $N_1 = d + 1$ , maximální časový horizont  $N_2 = N + d$  a řídicí horizont  $N_u = N = N_2 - d$ . Jelikož počet kroků dopravního zpoždění  $d$  je při návrhu prediktivního řízení známé, volíme si pouze řídicí horizont  $N_u = N$ . Ten by měl být zvolen s ohledem na dynamiku řízeného procesu, aby pokryl přechodový děj [1], [13], [14].

Matematický model procesu, který se využívá v metodě prediktivního řízení GPC je model CARIMA:

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})\Delta}e(k) \quad (4.14)$$

Kde  $\Delta = (1 - z^{-1})$ ,  $d$  je dopravní zpoždění a  $e(k)$  je bílý šum. Polynomy  $C(z^{-1})$  a  $D(z^{-1})$  popisují charakter šumu. Charakter šumu je však složité určit, a tak se v praxi polynomy  $C(z^{-1})$  a  $D(z^{-1})$  pokládají rovny jedné. V takovém případě se pak model zapisuje ve tvaru [1]:

$$\tilde{A}(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(k-1) + e(k) \quad (4.15)$$

Kde polynom  $\tilde{A}(z^{-1})$  je:

$$\begin{aligned} \tilde{A}(z^{-1}) &= A(z^{-1})(1 - z^{-1}) = 1 - \tilde{a}_1 z^{-1} \dots - \tilde{a}_{na+1} z^{-na-1} \\ &= 1 - (1 - a_1)z^{-1} - (a_1 - a_2)z^{-2} - \dots - a_{na} z^{-na-1} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Pro predikci budoucích hodnot výstupu se pak uvažuje, že šum  $e(k)$  a jeho budoucí hodnoty jsou nulové. Predikce výstupních hodnot pak má tvar [1]:

$$\hat{y}(k+j) = \sum_{i=1}^{na+1} \tilde{a}_i y(k+j-i) + \sum_{i=2}^{nb+1} b_{i-1} \Delta u(k-d-i+j) \quad (4.17)$$

Kvůli dopravnímu zpoždění je vhodné predikci výstupních hodnot rozdělit na dva kroky. V prvním kroku se vypočítají predikce výstupu pro čas  $k+1$  až  $k+d$  a poté se počítá s predikcí pro čas  $k+d+1$  až  $k+N$ . To je z toho důvodu, že výstupní hodnoty až do dopravního zpoždění jsou ovlivněny jen již uskutečněnými akčními zásahy, a proto je můžeme spočítat rovnou. Tyto hodnoty jsou pak důležité pro predikci v dalších časových úsecích [1].

### 4.3.1 Predikce výstupu pro $k + 1$ až $k + d$

Predikce výstupu v tomto časovém rozmezí je ovlivněna pouze již uskutečněnými akčními zásahy a naměřenými výstupními hodnotami. Z toho důvodu se tyto odhady mohou počítat přímo. Odhady výstupu pro čas  $k + 1$  až  $k + d$  jsou důležité pro následující predikce výstupu. Každá predikce výstupu se pak dá spočítat rekurzivně [1]. Získané rovnice predikce výstupu se pak dají zapsat maticově:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \hat{y}(k+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d) \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \Delta u(k-d) \\ \Delta u(k-d+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k-1) \end{bmatrix} + \mathbf{H} \begin{bmatrix} \Delta u(k-d-1) \\ \Delta u(k-d-2) \\ \vdots \\ \Delta u(k-d-nb) \end{bmatrix} + \mathbf{S} \begin{bmatrix} \hat{y}(k) \\ \hat{y}(k-1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k-na) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Maticy  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{H}$  a  $\mathbf{S}$  jsou konstantní matice a jejich rozměry jsou:  $\mathbf{G} = [d \times d]$ ,  $\mathbf{H} = [d \times nb]$  a  $\mathbf{S} = [d \times na + 1]$ .

Vektorový zápis této rovnice bude vypadat:

$$\hat{\mathbf{y}}_d = \mathbf{G}\mathbf{u}_d + \mathbf{H}\mathbf{u}_1 + \mathbf{S}\mathbf{y}_1 \quad (4.19)$$

Kde

$$\mathbf{u}_d = \begin{bmatrix} \Delta u(k-d) \\ \Delta u(k-d+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k-1) \end{bmatrix}, \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} \Delta u(k-d-1) \\ \Delta u(k-d-2) \\ \vdots \\ \Delta u(k-d-nb) \end{bmatrix}, \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} \hat{y}(k) \\ \hat{y}(k-1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k-na) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

### 4.3.2 Predikce výstupu pro $k + d + 1$ až $k + d + N$

Predikce výstupu pro toto časové rozpětí se používá pro minimalizaci účelové funkce. Každá predikce výstupu se pak dá spočítat rekurzivně [1], [13]. Získané rovnice predikce výstupu se pak dají zapsat maticově:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+d+1) \\ \hat{y}(k+d+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d+N) \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N-1) \end{bmatrix} + \mathbf{H} \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \Delta u(k-2) \\ \vdots \\ \Delta u(k-nb) \end{bmatrix} + \mathbf{S} \begin{bmatrix} \hat{y}(k+d) \\ \hat{y}(k+d-1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d-na) \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Maticy  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{H}$  a  $\mathbf{S}$  jsou konstantní matice a jejich rozměry jsou:  $\mathbf{G} = [N \times N]$ ,  $\mathbf{H} = [N \times nb]$  a  $\mathbf{S} = [N \times na + 1]$  [1].

Vektorový zápis této rovnice bude vypadat:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{H}\mathbf{u}_2 + \mathbf{S}\mathbf{y}_2 \quad (4.22)$$

Kde

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N-1) \end{bmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \Delta u(k-2) \\ \vdots \\ \Delta u(k-nb) \end{bmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+d) \\ \hat{y}(k+d-1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d-na) \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Vektor budoucích přírůstků akčních zásahů  $u$  chceme vypočítat a jeho první člen  $\Delta u(k)$  bude realizován [1].

#### 4.4 Omezení

Většina procesů v praxi podléhá nějakému omezení. Může se jednat o omezení absolutní velikosti akčního zásahu, který limitují samotné akční členy nebo senzory. Tyto omezení jsou nejčastější, jelikož určitá zařízení mohou pracovat jen v určitém rozsahu. Například ventil se neotevře na více než 100%, průtok nemůže mít zápornou hodnotu atd. Dalším typem omezení je omezení přírůstku akčního zásahu. Tedy určité akční členy dokážou přenést jen omezenou skokovou změnu, jinak dojde k jejich přetížení a možnému zničení. Omezení se může týkat také výstupní veličiny, která se z různých důvodů musí pohybovat jen v určitém rozsahu [2], [15].

Jednou z možností jak těchto omezení dosáhnout je saturace výsledku analytického řešení optimalizační úlohy bez omezení. Toto je nejjednodušší řešení, avšak nezaručuje optimální výsledky. Při takovémto řešení může docházet také k wind-up efektu. Tato možnost omezení nám však dovolí omezit jen akční zásah, výstupní veličinu jím neomezíme [15].

Účelová funkce prediktivního řízení však dovoluje řešit tato omezení již při výpočtu optimálního řešení. Tento způsob umožní omezit jak akční zásah, tak rovnou samotný výstup soustavy. V případě použití stavového modelu pak můžeme omezit i jednotlivé vnitřní stavy [2], [15].

Nejčastější používaná omezení jsou:

- Omezení změny akčního zásahu:  $\Delta u_{min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{max}$
- Omezení absolutního akčního zásahu:  $u_{min} \leq u(k) \leq u_{max}$
- Omezení výstupní veličiny:  $y_{min} \leq y(k) \leq y_{max}$

Při minimalizaci účelové funkce se vypočítává vektor budoucích změn akčního zásahu. Proto se veškeré omezení musí vyjádřit jako omezení změny akčního zásahu. Všechna tato omezení se pak dají zapsat do jedné nerovnice [2]:

$$\mathbf{A}\mathbf{u} \leq \mathbf{b} \quad (4.24)$$

Kde  $\mathbf{u}$  je vektor budoucích změn akčních zásahů,  $\mathbf{A}$  je omezující matice a  $\mathbf{b}$  je vektor omezení.

Omezení změny akčního zásahu se zapíše jako:

$$\Delta u(k) \leq \Delta u_{max}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} \Delta u_{max} \\ \Delta u_{max} \\ \Delta u_{max} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{I}\mathbf{u} \leq \Delta \mathbf{u}_{max}$$

$$\Delta u(k) \geq \Delta u_{min}$$

$$-\Delta u(k) \leq -\Delta u_{min}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} -\Delta u_{min} \\ -\Delta u_{min} \\ -\Delta u_{min} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$-\mathbf{I}\mathbf{u} \leq -\Delta \mathbf{u}_{min}$$

Omezení absolutní hodnoty akčního zásahu:

$$u(k) \leq u_{max}$$

$$u(k-1) + \Delta u(k) \leq u_{max}$$

$$\Delta u(k) \leq u_{max} - u(k-1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} u_{max} - u(k-1) \\ u_{max} - u(k-1) \\ u_{max} - u(k-1) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\mathbf{T}\mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{max} - \mathbf{u}_{k-1}$$

$$u(k) \geq u_{min}$$

$$-u(k-1) - \Delta u(k) \leq -u_{min} \quad (4.28)$$

$$-\Delta u(k) \leq -u_{min} + u(k-1)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_{min} + \mathbf{u}(k-1) \\ -\mathbf{u}_{min} + \mathbf{u}(k-1) \\ -\mathbf{u}_{min} + \mathbf{u}(k-1) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$-\mathbf{T}\mathbf{u} \leq -\mathbf{u}_{min} + \mathbf{u}_{k-1}$$

Omezení výstupu soustavy:

$$y(k) \leq y_{max}$$

$$\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{y}_0 \leq \mathbf{y}_{max}$$

$$\mathbf{G}\mathbf{u} \leq \mathbf{y}_{max} - \mathbf{y}_0 \quad (4.29)$$

$$\begin{bmatrix} g_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_N & \cdots & g_1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} y_{max} - y_0(k+1) \\ y_{max} - y_0(k+2) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$y(k) \geq y_{min}$$

$$-\mathbf{G}\mathbf{u} - \mathbf{y}_0 \leq -\mathbf{y}_{min}$$

$$-\mathbf{G}\mathbf{u} \leq -\mathbf{y}_{min} + \mathbf{y}_0 \quad (4.30)$$

$$-\begin{bmatrix} g_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_N & \cdots & g_1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} -y_{max} + y_0(k+1) \\ -y_{max} + y_0(k+2) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Všechna tato omezení se pak zapíší do jedné nerovnice, jejíž tvar je:

$$\mathbf{A}\mathbf{u} \leq \mathbf{b}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} \\ \mathbf{T} \\ -\mathbf{T} \\ \mathbf{G} \\ -\mathbf{G} \end{bmatrix} \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{u}_{max} \\ -\Delta\mathbf{u}_{min} \\ \mathbf{u}_{max} - \mathbf{u}_{k-1} \\ -\mathbf{u}_{min} + \mathbf{u}_{k-1} \\ \mathbf{y}_{max} - \mathbf{y}_0 \\ -\mathbf{y}_{min} + \mathbf{y}_0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Kde matice  $\mathbf{I}$  je jednotková, matice  $\mathbf{T}$  je dolní trojúhelníková a matice  $\mathbf{G}$  je čtvercová o rozměru  $[N \times N]$  [2]. Na pravé straně jsou sloupcové vektory délky  $N$ . Vektor  $\mathbf{y}_0$  je volná odezva systému, tedy reakce systému, pokud by nadále již nedocházelo ke změnám akčního zásahu [1].

$$\mathbf{y}_0 = \mathbf{H}\mathbf{u}_2 + \mathbf{S}\mathbf{y}_2 \quad (4.32)$$

## 4.5 Kriteriaální funkce a odvození akčního zásahu

Tvar účelové funkce, kterou metoda GPC minimalizuje je:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(k+j) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(k+j-1)]^2 \quad (4.33)$$

Kde  $\hat{y}(k+j)$  je predikce výstupních hodnot systému vzhledem ke kroku  $k$ ,  $N_1$  je minimální časový horizont,  $N_2$  je maximální časový horizont,  $N_u$  je řídicí horizont,  $\delta(j)$  a  $\lambda(j)$  jsou váhové koeficienty a  $w(k+j)$  je sekvence budoucích žádaných hodnot. Hodnoty  $\Delta u(k+j-1)$  jsou hodnoty budoucích akčních zásahů, které je třeba vypočítat [1], [2], [13].

Jednotlivé sumační prvky účelové funkce můžeme zapsat maticově jako:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+d+1) \\ \hat{y}(k+d+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d+N) \end{bmatrix} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{H}\mathbf{u}_2 + \mathbf{S}\mathbf{y}_2 \quad (4.34)$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w(k+d+1) \\ w(k+d+2) \\ \vdots \\ w(k+d+N) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N-1) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Dosadíme-li tyto matice do účelové funkce, bude její maticový zápis:

$$J = (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{H}\mathbf{u}_2 + \mathbf{S}\mathbf{y}_2 - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{H}\mathbf{u}_2 + \mathbf{S}\mathbf{y}_2 - \mathbf{w}) + \mathbf{u}^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{u} \quad (4.37)$$

Kde  $\mathbf{Q}_\delta$  a  $\mathbf{Q}_\lambda$  jsou diagonální váhové matice o rozměru  $[N \times N]$ , jejichž členy tvoří váhové koeficienty  $\delta(j)$  a  $\lambda(j)$  [1].

### 4.5.1 Výpočet akčního zásahu bez omezení

Po několika úpravách lze účelovou funkci napsat jako:

$$J = \mathbf{u}^T (\mathbf{Q}_\lambda + \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G}) \mathbf{u} + 2(\mathbf{H}\mathbf{u}_2 + \mathbf{S}\mathbf{y}_2 - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} \mathbf{u} + (\mathbf{H}\mathbf{u}_2 + \mathbf{S}\mathbf{y}_2 - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{H}\mathbf{u}_2 + \mathbf{S}\mathbf{y}_2 - \mathbf{w}) \quad (4.38)$$

Minimalizace účelové funkce  $J$  vzhledem k proměnné  $\mathbf{u}$  se pak vypočítá jako [1]:

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}_0\mathbf{y}_2 + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}_1\mathbf{u}_2 + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}_2\mathbf{w} \quad (4.39)$$

kde

$$\mathbf{M} = \mathbf{Q}_\lambda + \mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\delta\mathbf{G} \quad (4.40)$$

$$\mathbf{P}_0 = -\mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\delta\mathbf{S} \quad (4.41)$$

$$\mathbf{P}_1 = -\mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\delta\mathbf{H} \quad (4.42)$$

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\delta \quad (4.43)$$

#### 4.5.2 Výpočet akčního zásahu s omezením

Minimalizace účelové funkce a výpočet akčního zásahu za předpokladu nějakých omezujících podmínek nelze jako v případě bez omezení provést analyticky. K minimalizaci kvadratické účelové funkce se tedy využívá iteračních metod kvadratického programování. Účelovou funkci je třeba nejprve upravit na tvar [2]:

$$J = \frac{1}{2}\mathbf{u}^T\mathbf{H}_c\mathbf{u} + \mathbf{g}^T\mathbf{u} \quad (4.44)$$

kde

$$\mathbf{H}_c = 2(\mathbf{Q}_\lambda + \mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\delta\mathbf{G}) \quad (4.45)$$

$$\mathbf{g}^T = 2(\mathbf{H}\mathbf{u}_2 + \mathbf{S}\mathbf{y}_2 - \mathbf{w})^T\mathbf{Q}_\delta\mathbf{G} \quad (4.46)$$

Zápis omezujících podmínek je popsán v kapitole 4.4.

Pro výpočet optimálního řešení účelové funkce s omezujícími podmínkami je možno použít funkci programu MATLAB/SIMULINK “*quadprog*( $\mathbf{H}_c$ ,  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}$ )”.

## 5 KVADRATICKÉ PROGRAMOVÁNÍ

Metody kvadratického programování se v prediktivním řízení používají k řešení optimalizačního problému hledání minima účelové funkce za určitých omezujících podmínek. Jedná se o iterační metody hledání minima [15].

Účelová funkce, kterou řeší metody kvadratického programování, má obecně tvar:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{g}^T \mathbf{x} \quad (5.1)$$

A omezující podmínky účelové funkce jsou obecně zapsány jako:

$$\mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad (5.2)$$

Pro účely prediktivního řízení existují dvě metody, které řešením kvadratického problému dávají nejlepší výsledky. Jedná se o metody Active set a metoda vnitřního bodu [15].

### 5.1 Metody řešení

Metody kvadratického programování jsou iterační metody. To znamená, že minimalizace účelové funkce se provádí iteračně, tedy po krocích, kdy v každém kroku optimalizace se hledané minimum funkce zpřesňuje, dokud se nedosáhne určité přesnosti. Tedy rozdíl mezi vypočítaným minimem v současném a předcházejícím kroku není menší nebo roven stanovenému číslu.

Tyto metody zahrnují dvě fáze řešení. V první fázi se vypočítá vhodný startovací bod, pokud nějaký existuje. V druhé fázi se pak pomocí iterační sekvence tento bod zpřesňuje, až se dosáhne řešení. Pokud není možné najít vhodný startovací bod, úloha nemá pro zadané podmínky řešení [15].

V každém kroku iterace metoda vylepšuje stávající hodnotu řešení, která splňuje zadané podmínky. Zpřesnění řešení se vypočítá jako:

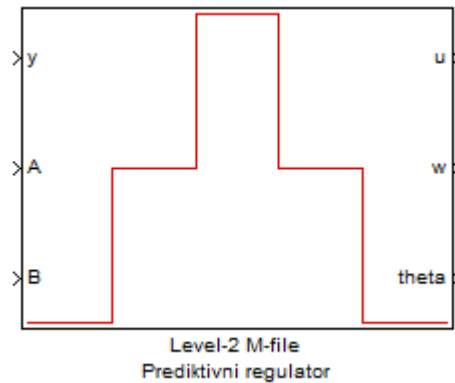
$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \Delta \mathbf{x} \quad (5.3)$$

Kde  $0 < \alpha_k < 1$  je délka kroku, která se vypočítá tak, aby výsledné řešení v kroku  $k + 1$  splňovalo zadané podmínky [15].

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 6 SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ

Pro simulační i reálné ověření navrženého algoritmu regulátoru byl vytvořen blok v prostředí SIMULINK a funkce programu MATLAB, které tento algoritmus realizují.

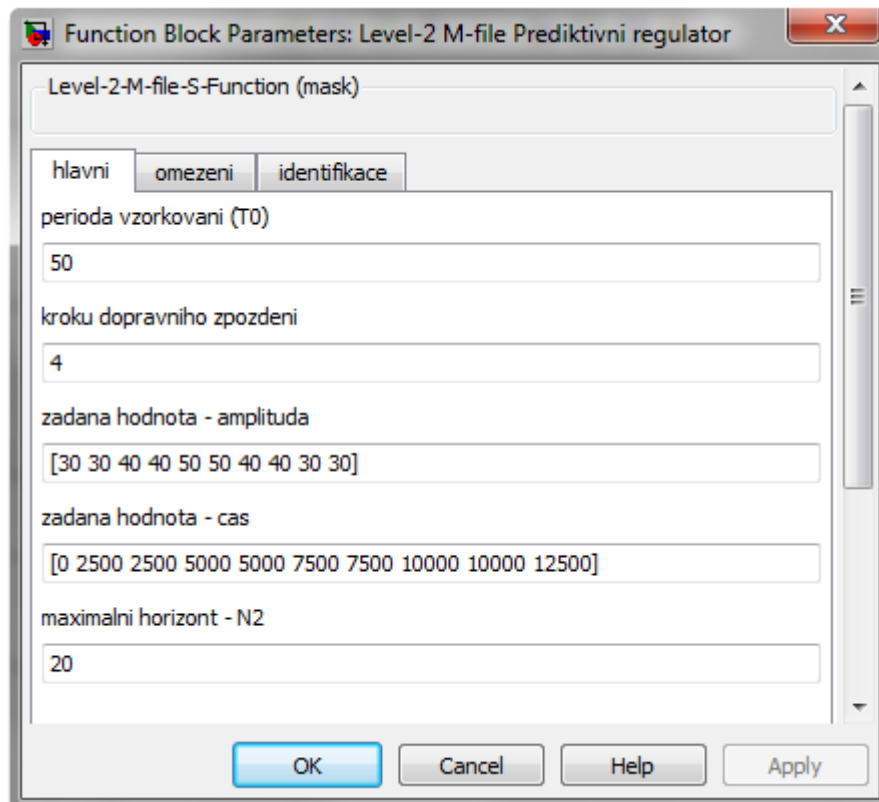


Obrázek 9: Blok regulátoru

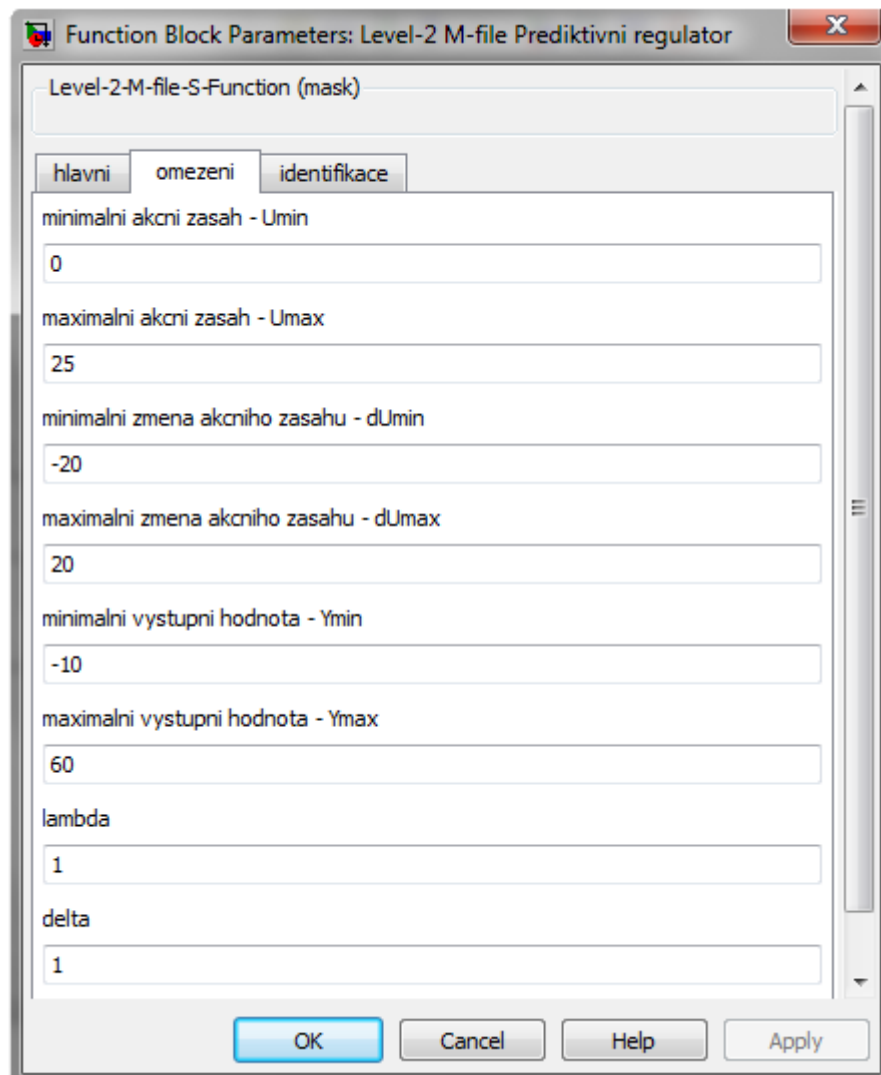
Tento blok regulátoru má tři vstupy a tři výstupy. První vstup označený  $y$  slouží pro řízenou veličinu procesu. Další dva vstupy označené jako  $A$  a  $B$  slouží pro zadání parametrů řízeného procesu ve formě koeficientů polynomů diskrétního přenosu systému. Koeficienty těchto polynomů se zadávají ve formě vektoru  $[a_0, a_1, a_2, \dots, a_{na}]$  a  $[b_0, b_1, b_2, \dots, b_{nb}]$ . Koeficienty polynomů  $A$  a  $B$  jsou zadávány explicitně, tím se uživateli dává volba zdroje těchto koeficientů. Výstup označený jako  $u$  slouží jako hodnota akčního zásahu v současném kroku. Výstup označený jako  $w$  slouží jako žádaná hodnota v současném kroku. Výstup označený jako  $theta$  slouží jako hodnota parametrů řízené soustavy ve formě vektoru  $[a_1, a_2, \dots, a_{na}, b_1, b_2, \dots, b_{nb}]$  v současném kroku. Pro tento výstup se předpokládá, že koeficienty  $a_0 = 1$  a  $b_0 = 0$ . V bloku regulátoru se pak červeně zobrazuje graf průběhu žádané hodnoty.

### 6.1 Popis funkcí regulátoru

Blok regulátoru obsahuje také několik nastavovacích funkcí, které ovlivňují chování regulátoru. Jedná se o nastavení hlavních parametrů regulátoru, nastavení omezujících podmínek a možnost volby průběžné identifikace procesu.

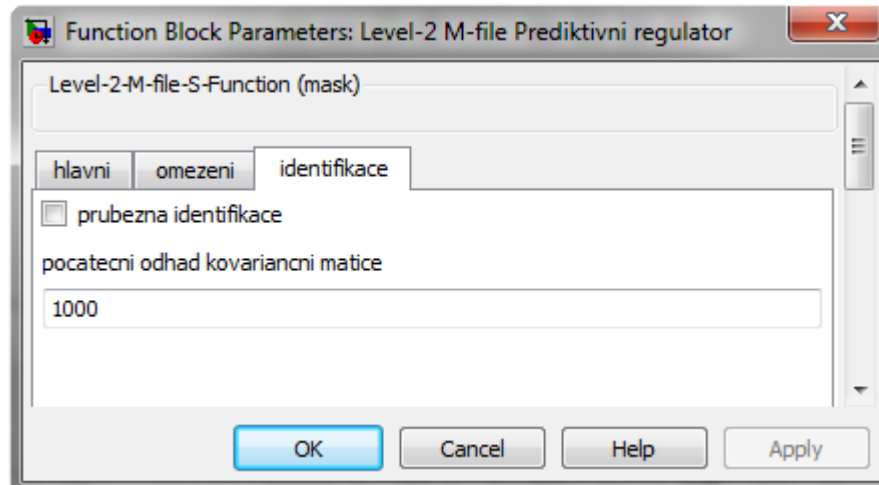
Obrázek 10: *Hlavní nastavení regulátoru*

Mezi hlavní parametry regulátoru, které je třeba nastavit, patří perioda vzorkování v sekundách, počet kroků dopravního zpoždění, žádaná hodnota a maximální časový horizont predikce. Žádaná hodnota se zadává ve formě dvou vektorů. První vektor určuje velikosti žádané hodnoty a druhý vektor pak časy v sekundách, ve kterých tyto žádané hodnoty jsou nastaveny.



Obrázek 11: Nastavení omezení regulátoru

V záložce omezení nastavovacího okna regulátoru se nastavují všechna omezení, se kterými je regulátor schopen pracovat. Jedná se o omezení minimální a maximální hodnoty akčního zásahu, minimální a maximální možnou změnu akčního zásahu v daném kroku a minimální a maximální hodnotu výstupní veličiny. Nastavit také lze váhové koeficienty lambda a delta.



Obrázek 12: Nastavení průběžné identifikace

Poslední nastavovací záložkou regulátoru je nastavení identifikace. Zde si můžeme zvolit, zda chceme parametry řízeného procesu průběžně identifikovat nebo ne. V případě, že chceme parametry procesu průběžně identifikovat, jsou zadané parametry koeficientů polynomů  $A$  a  $B$  brány jako počáteční hodnoty. Metodou pro průběžnou identifikaci je rekurzivní metoda nejmenších čtverců. Kolonka pro počáteční odhad kovarianční matice udává počáteční hodnoty na diagonále matice.

## 6.2 Simulace regulace

Pro simulační ověření navrženého regulátoru bylo zvoleno několik soustav s různým chováním. Jedná se o soustavy: stabilní nekmitavá, stabilní kmitavá a stabilní neminimálně fázová. Pro porovnání byly odzkoušeny také simulace bez omezujících podmínek. Všechny simulace měly stejná nastavení žádané hodnoty i dopravního zpoždění. Pro všechny simulace byly použity stejné omezující podmínky.

### a) Stabilní nekmitavá soustava

Přenos soustavy:

Spojité:

$$G(s) = \frac{0,25}{s^2 + 0,75s + 0,125} e^{-6s}$$

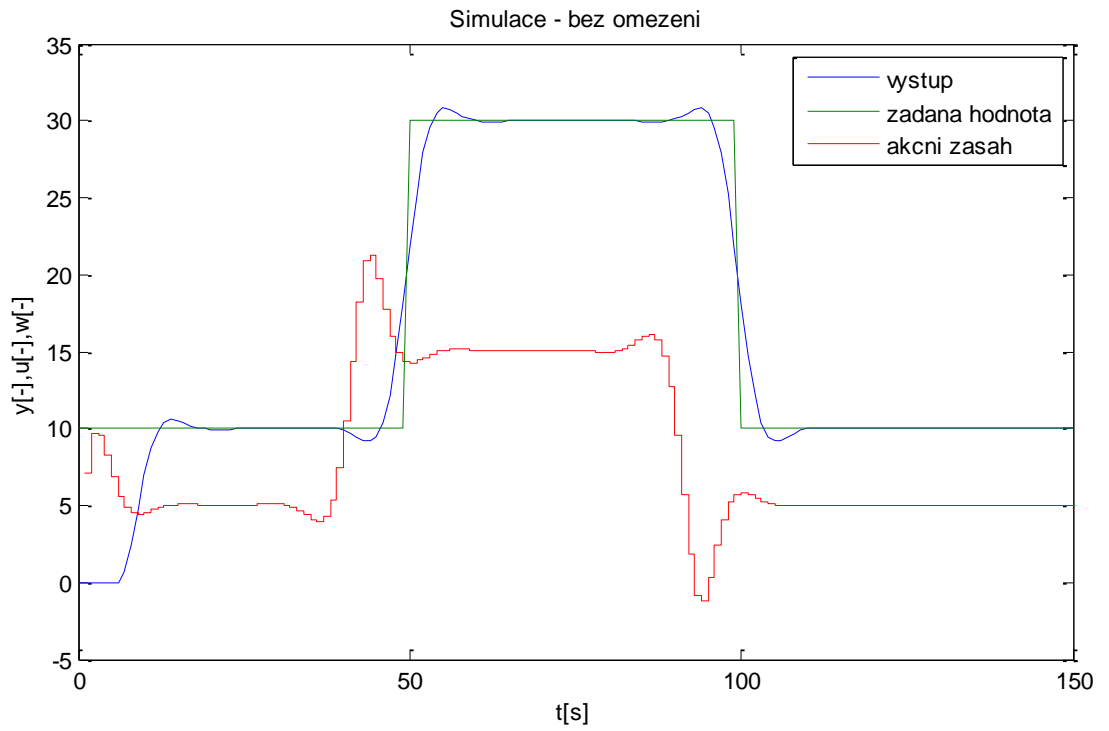
Diskrétní pro  $T_0 = 1s$ :

$$G(z^{-1}) = \frac{0,09786z^{-1} + 0,07621z^{-2}}{1 - 1,385z^{-1} + 0,4724z^{-2}} z^{-6}$$

Počet kroků dopravního zpoždění:  $d = 6$

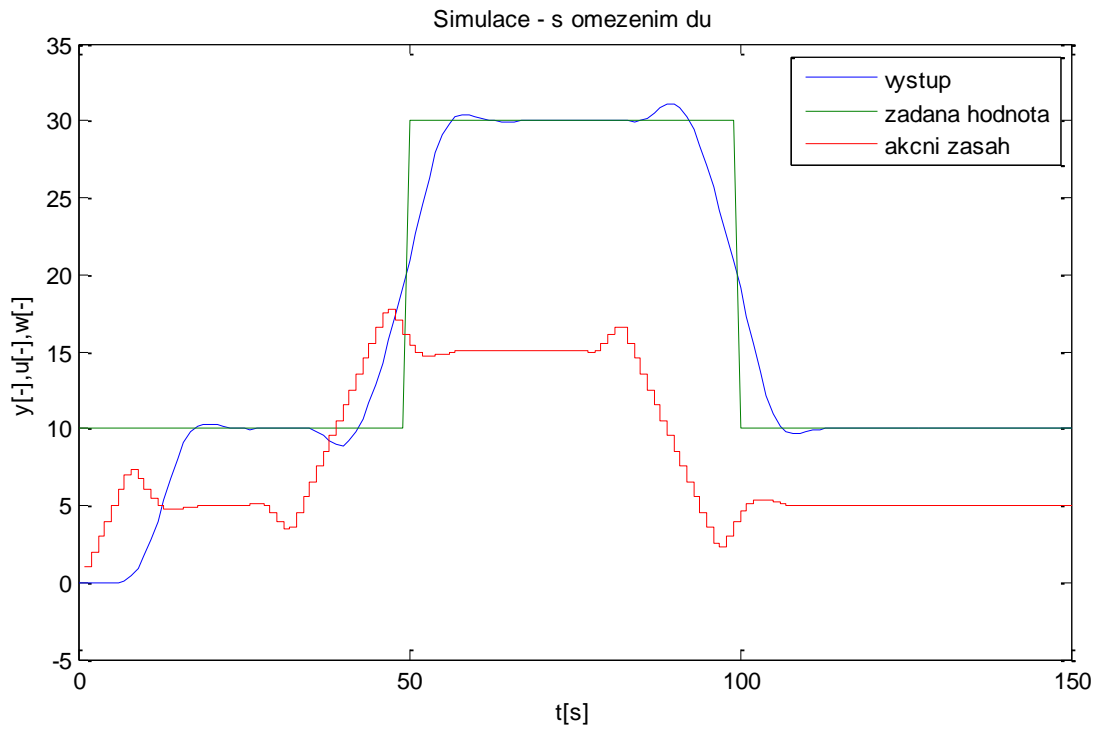
Maximální horizont predikce:  $N_2 = 20$

Simulace bez omezení:



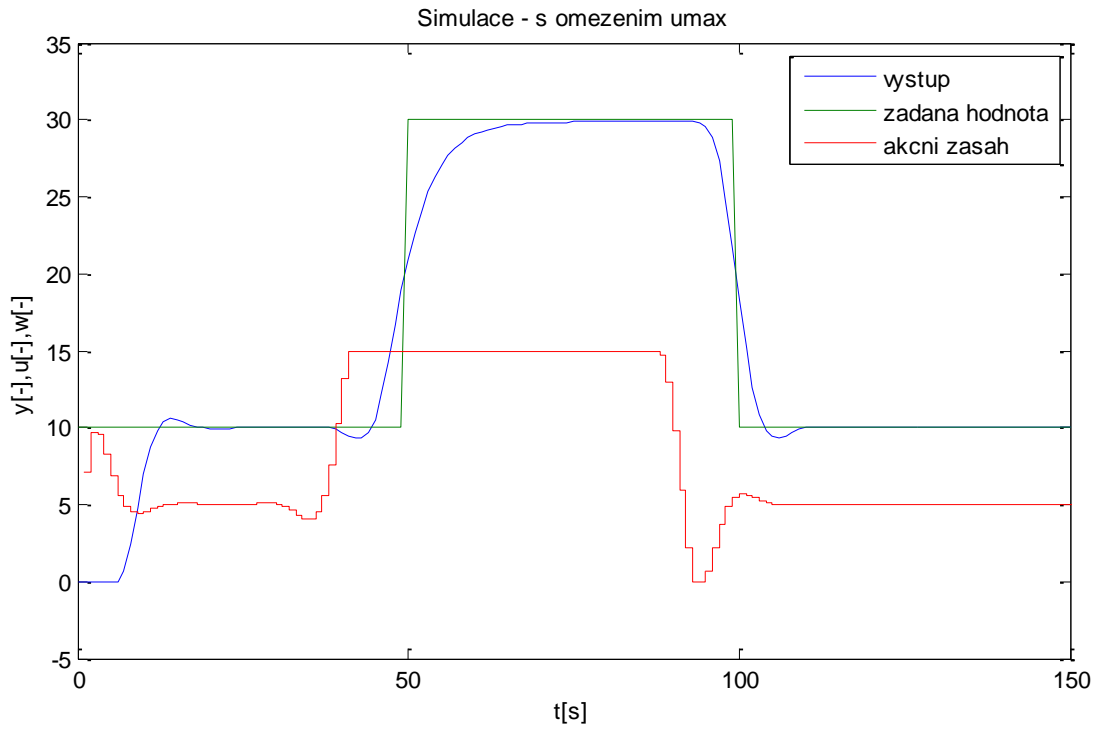
Obrázek 13: *Simulace stabilní soustavy bez omezení*

Simulace s omezením  $\Delta u_{max} = 1, \Delta u_{min} = -1$ :



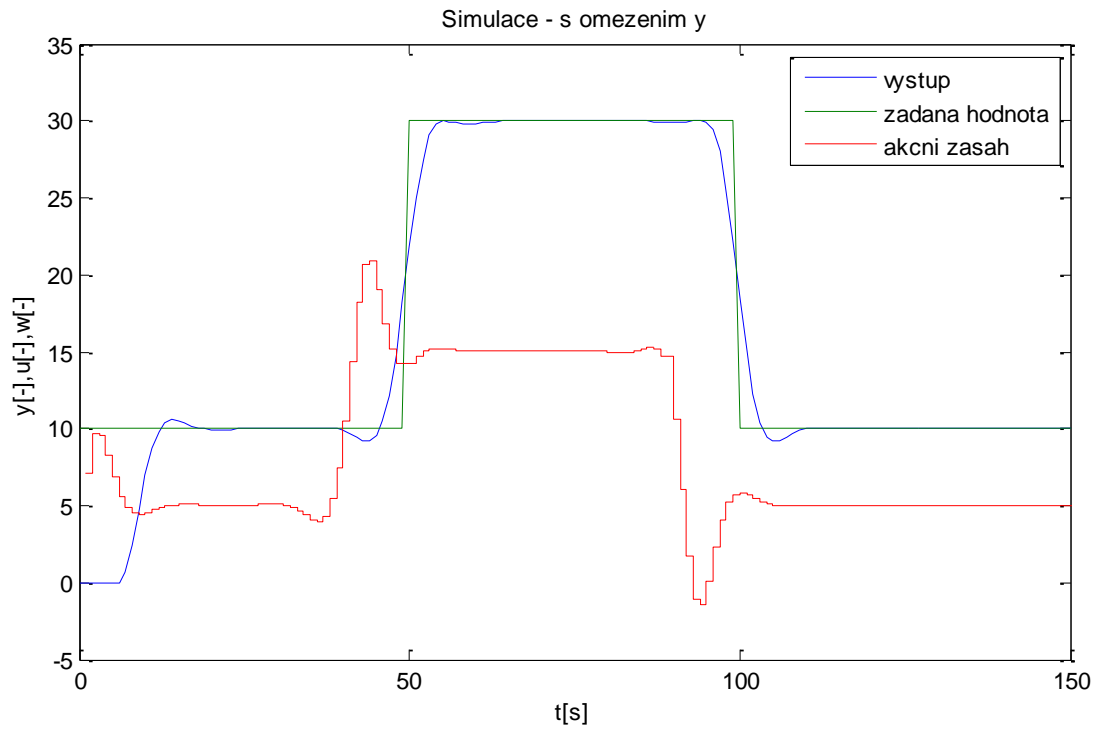
Obrázek 14: *Simulace stabilní soustavy s omezením  $\Delta u_{max} = 1, \Delta u_{min} = -1$*

Simulace s omezením  $u_{max} = 15, u_{min} = 0$ :



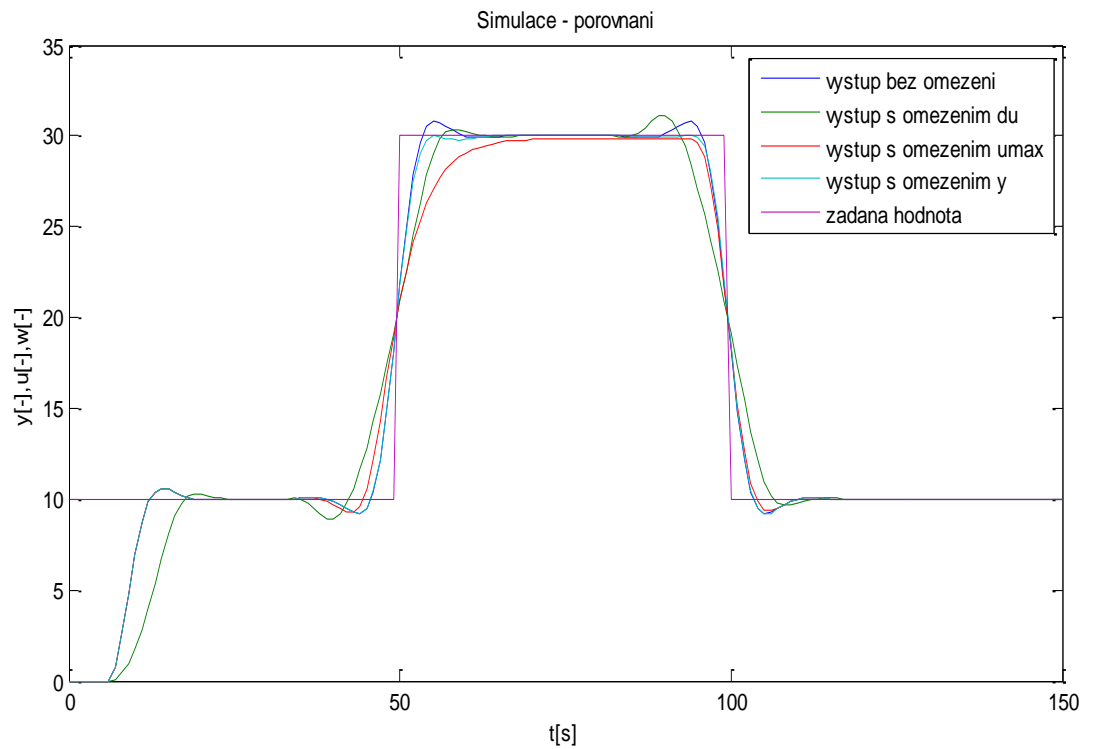
Obrázek 15: Simulace stabilní soustavy s omezením  $u_{max} = 15, u_{min} = 0$

Simulace s omezením  $y_{max} = 30$ :

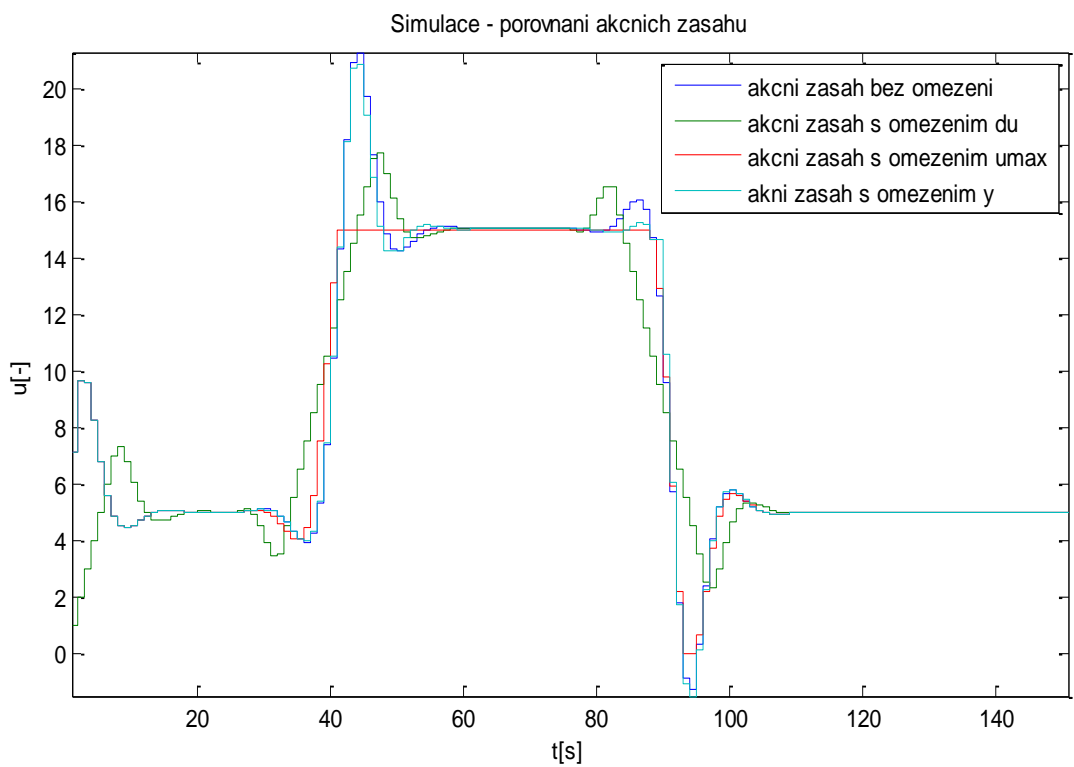


Obrázek 16: Simulace stabilní soustavy s omezením  $y_{max} = 30$

Porovnání simulací:



Obrázek 17: Porovnání simulací stabilní soustavy



Obrázek 18: Porovnání akčních zásahů simulací stabilní soustavy

## b) Stabilní kmitavá soustava

Přenos soustavy:

Spojitý:

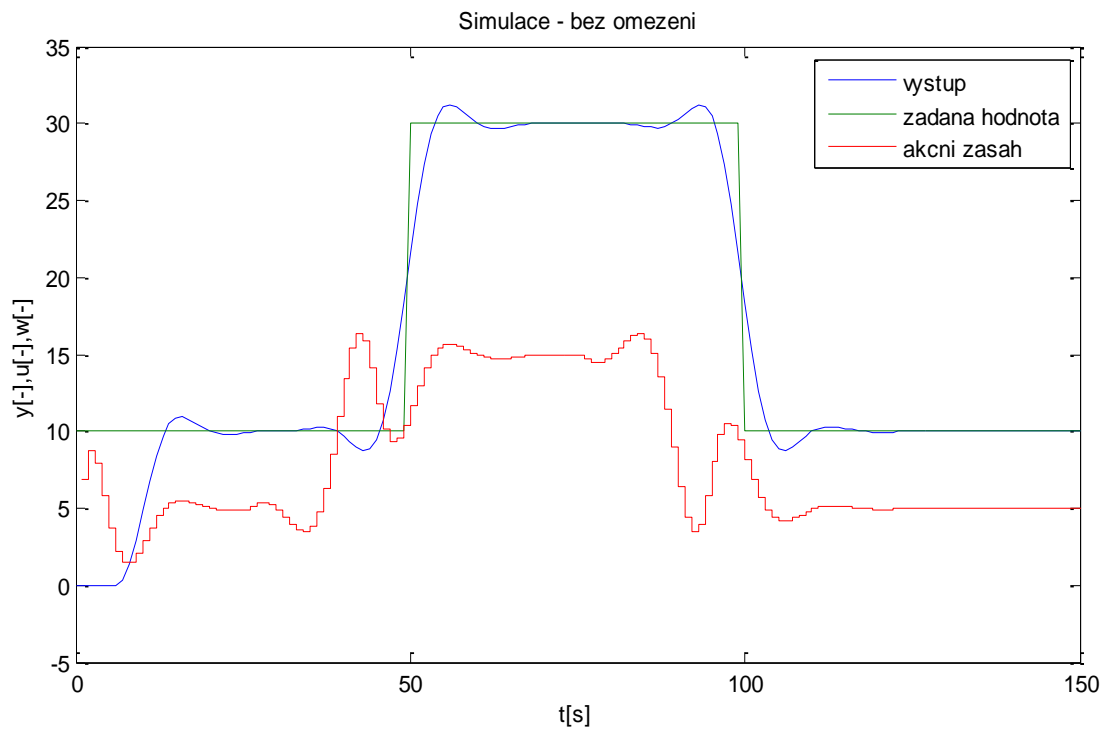
$$G(s) = \frac{0,1}{s^2 + 0,125s + 0,05} e^{-6s}$$

Diskrétní pro  $T_0 = 1s$ :

$$G(z^{-1}) = \frac{0,04778z^{-1} + 0,04583z^{-2}}{1 - 1,836z^{-1} + 0,8825z^{-2}} z^{-6}$$

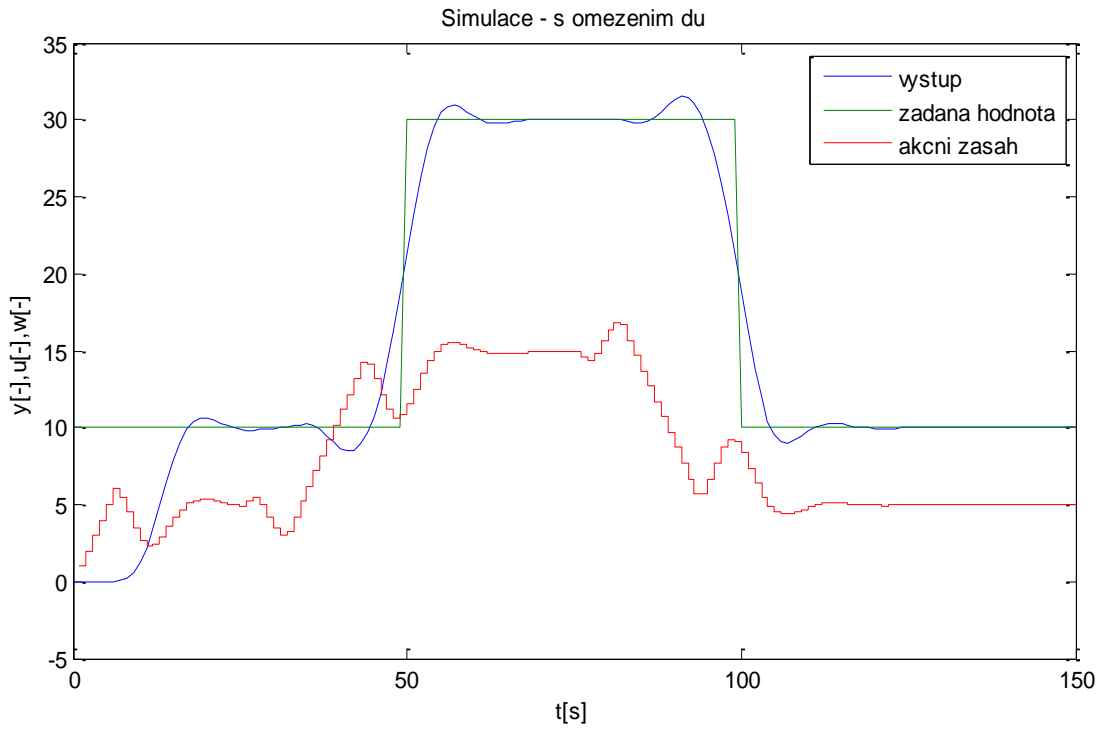
Počet kroků dopravního zpoždění:  $d = 6$ Maximální horizont predikce:  $N_2 = 20$ 

Simulace bez omezení:



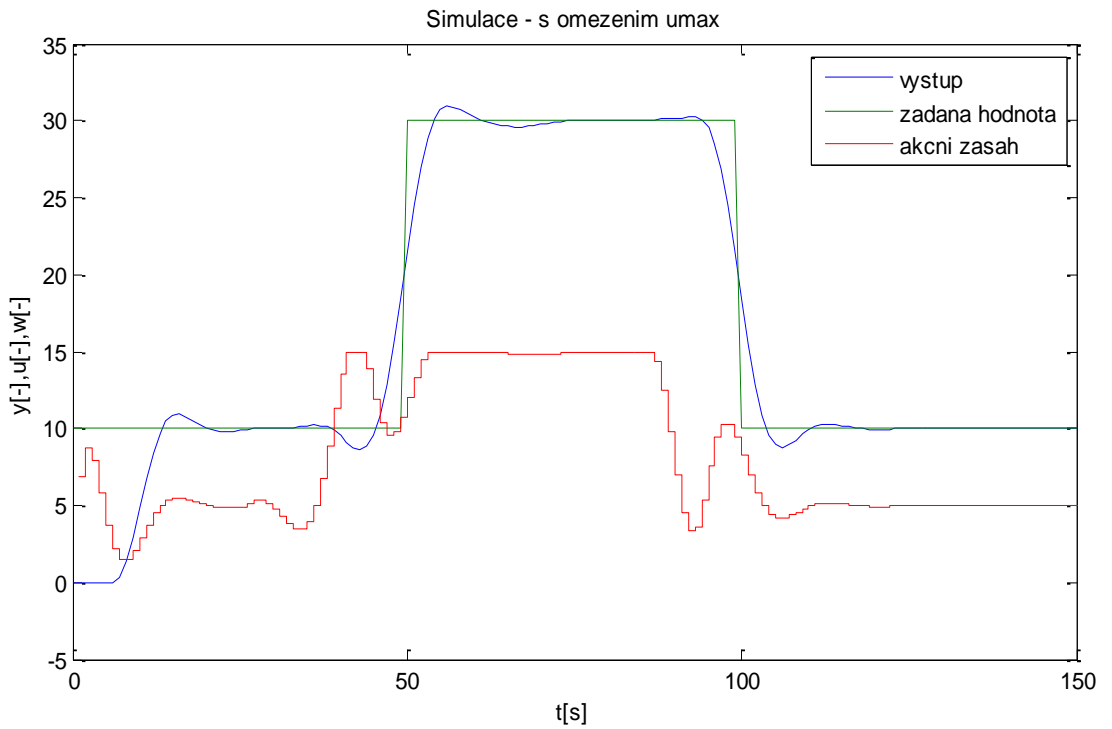
Obrázek 19: Simulace kmitavé soustavy bez omezení

Simulace s omezením  $\Delta u_{max} = 1, \Delta u_{min} = -1$ :



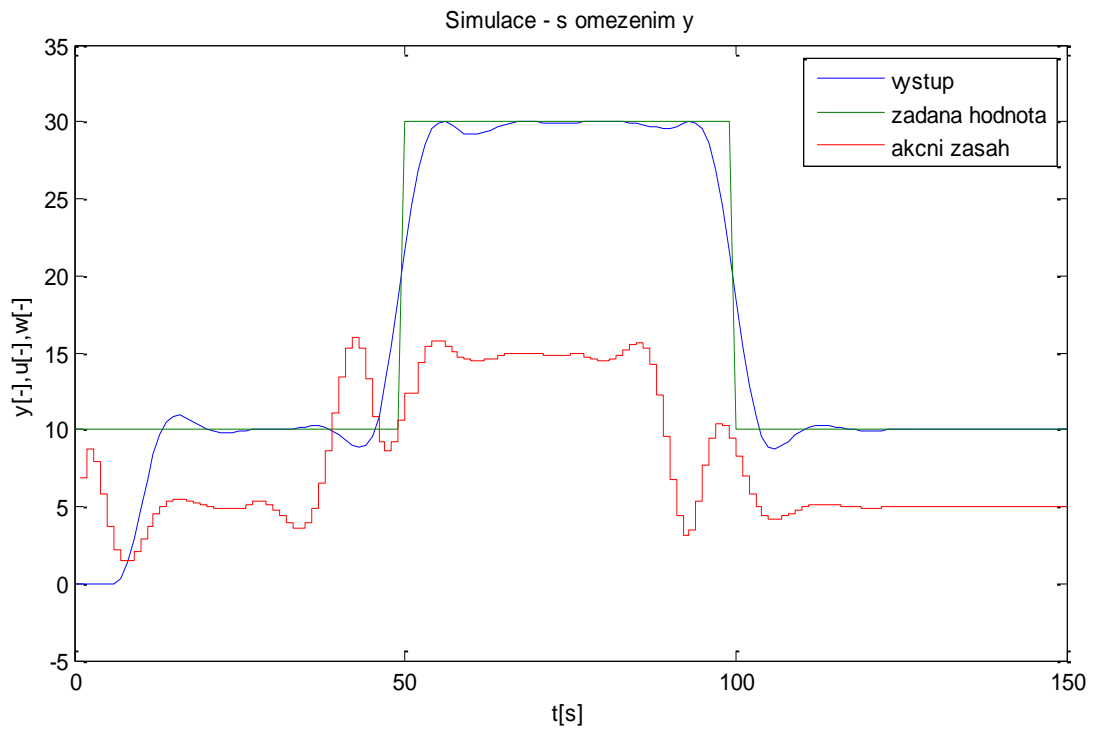
Obrázek 20: Simulace kmitavé soustavy s omezením  $\Delta u_{max} = 1, \Delta u_{min} = -1$

Simulace s omezením  $u_{max} = 15$ :



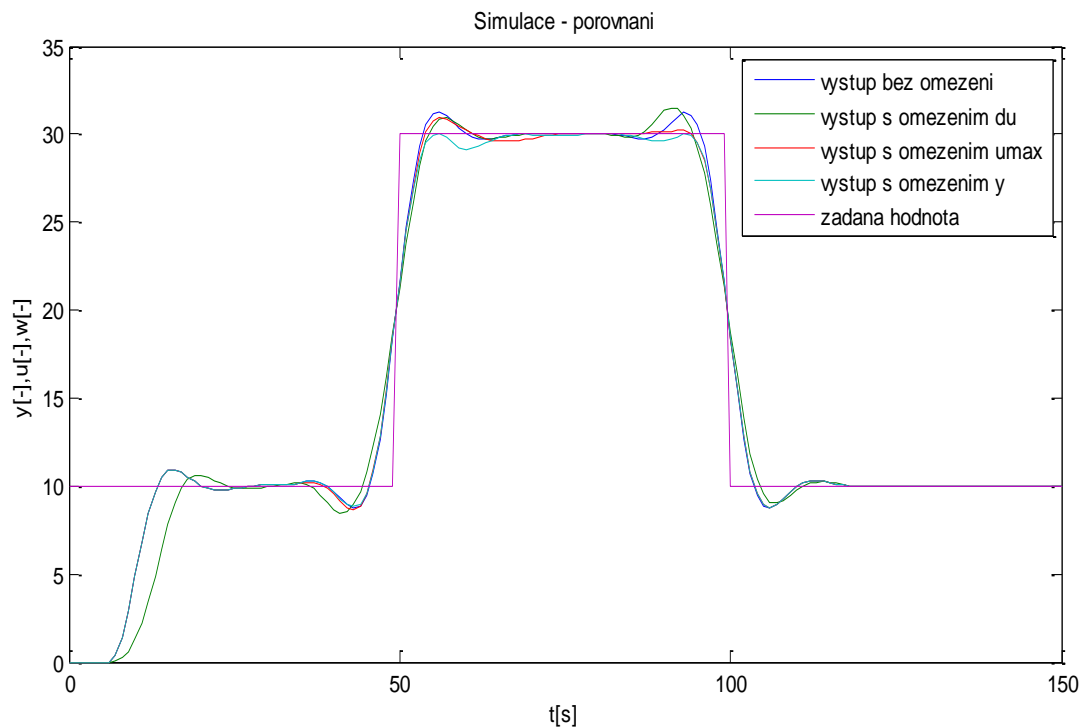
Obrázek 21: Simulace kmitavé soustavy s omezením  $u_{max} = 15$

Simulace s omezením  $y_{max} = 30$ :

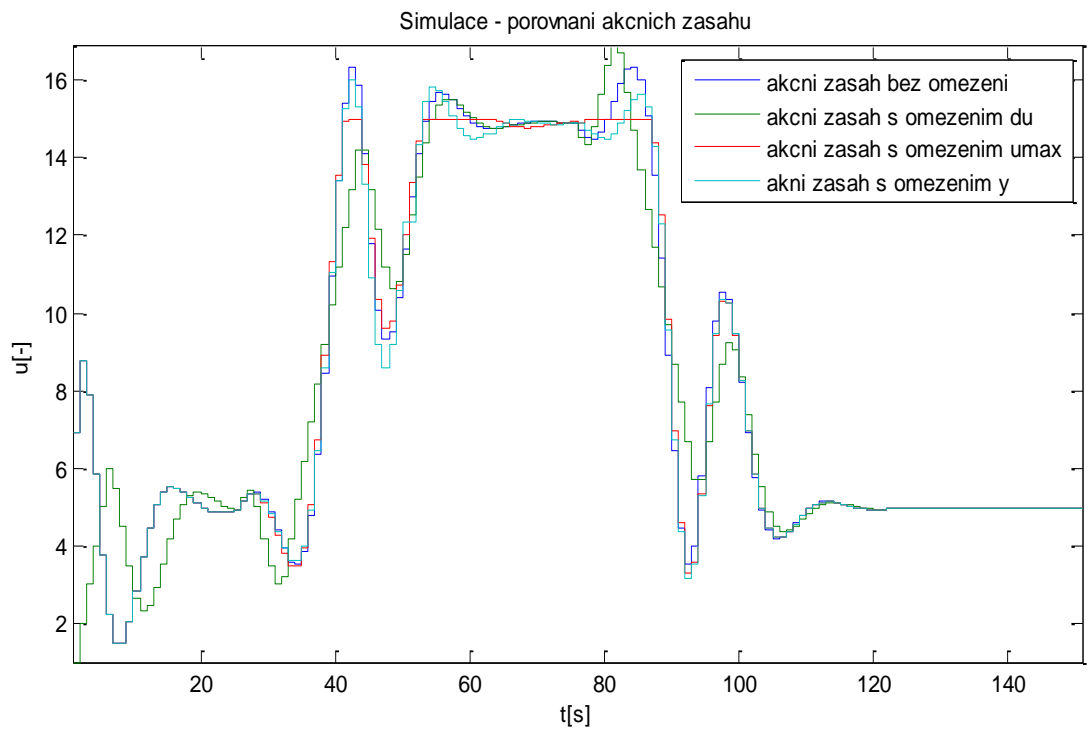


Obrázek 22: Simulace kmitavé soustavy s omezením  $y_{max} = 30$

Porovnání simulací:



Obrázek 23: Porovnání simulací kmitavé soustavy



Obrázek 24: Porovnání akčních zásahů simulací kmitavé soustavy

### c) Stabilní neminimálně fázová soustava

Přenos soustavy:

Spojité:

$$G(s) = \frac{-0,5s + 0,25}{s^2 + 0,75s + 0,125} e^{-6s}$$

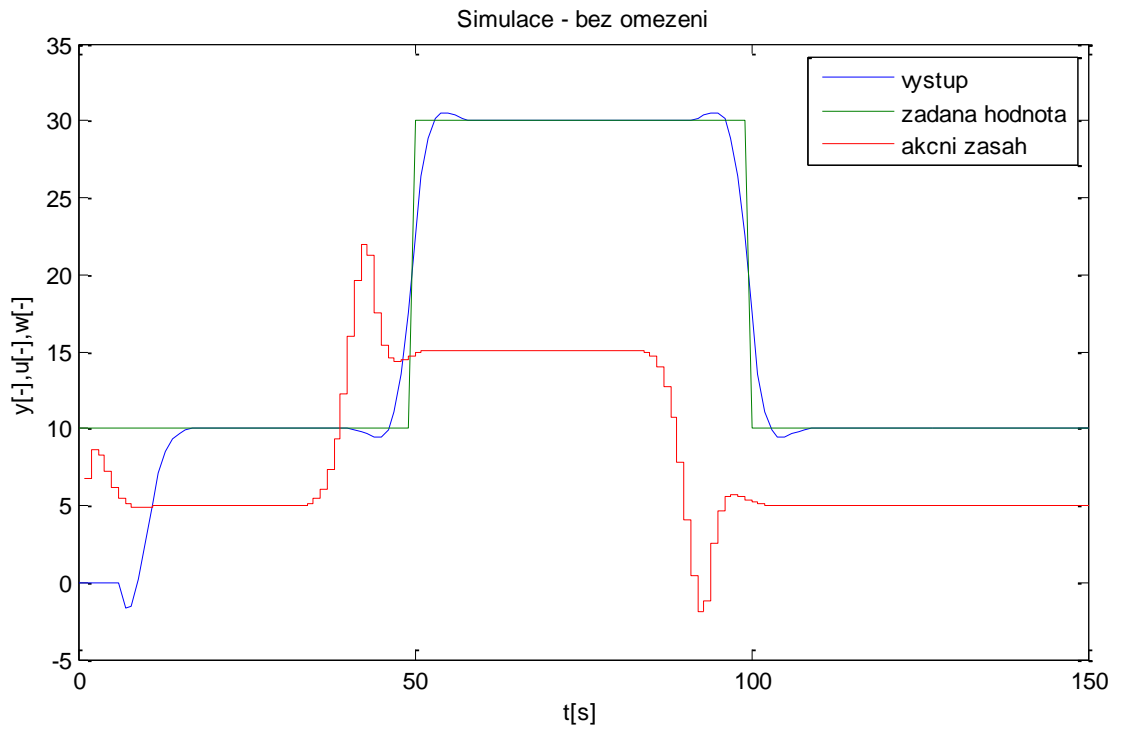
Diskrétní pro  $T_0 = 1s$ :

$$G(z^{-1}) = \frac{-0,2467z^{-1} + 0,4208z^{-2}}{1 - 1,385z^{-1} + 0,4724z^{-2}} z^{-6}$$

Počet kroků dopravního zpoždění:  $d = 6$

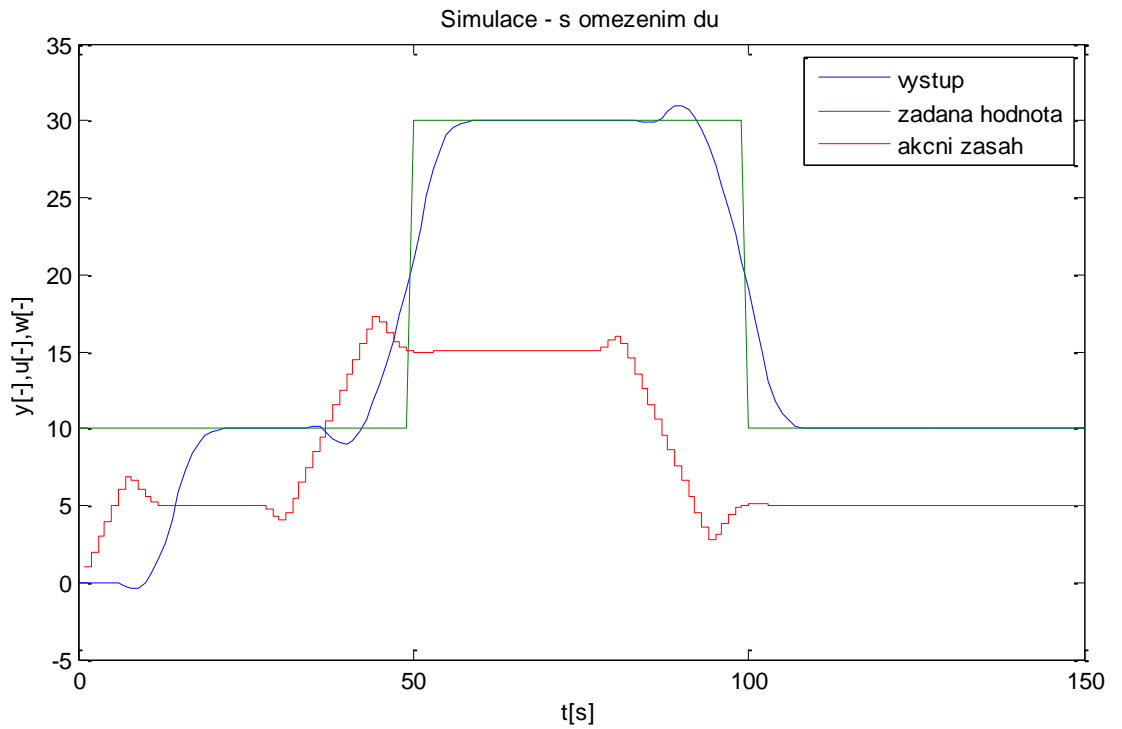
Maximální horizont predikce:  $N_2 = 20$

Simulace bez omezení:



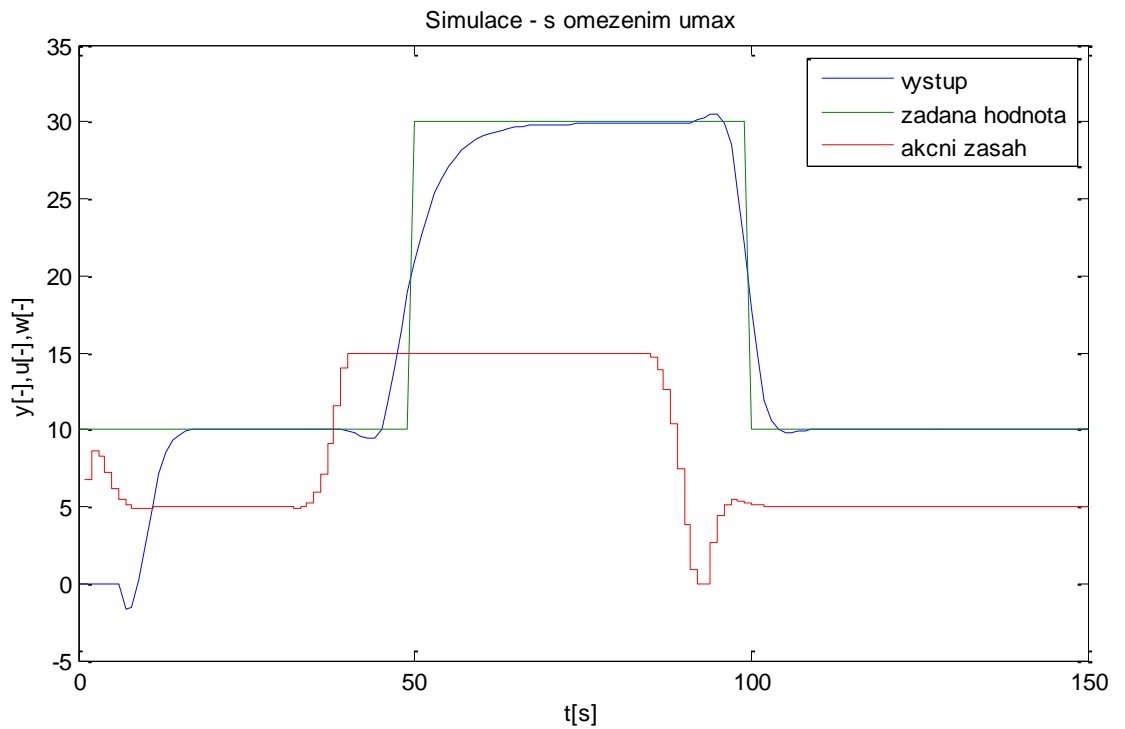
Obrázek 25: Simulace neminimálně fázové soustavy bez omezení

Simulace s omezením  $\Delta u_{max} = 1, \Delta u_{min} = -1$ :



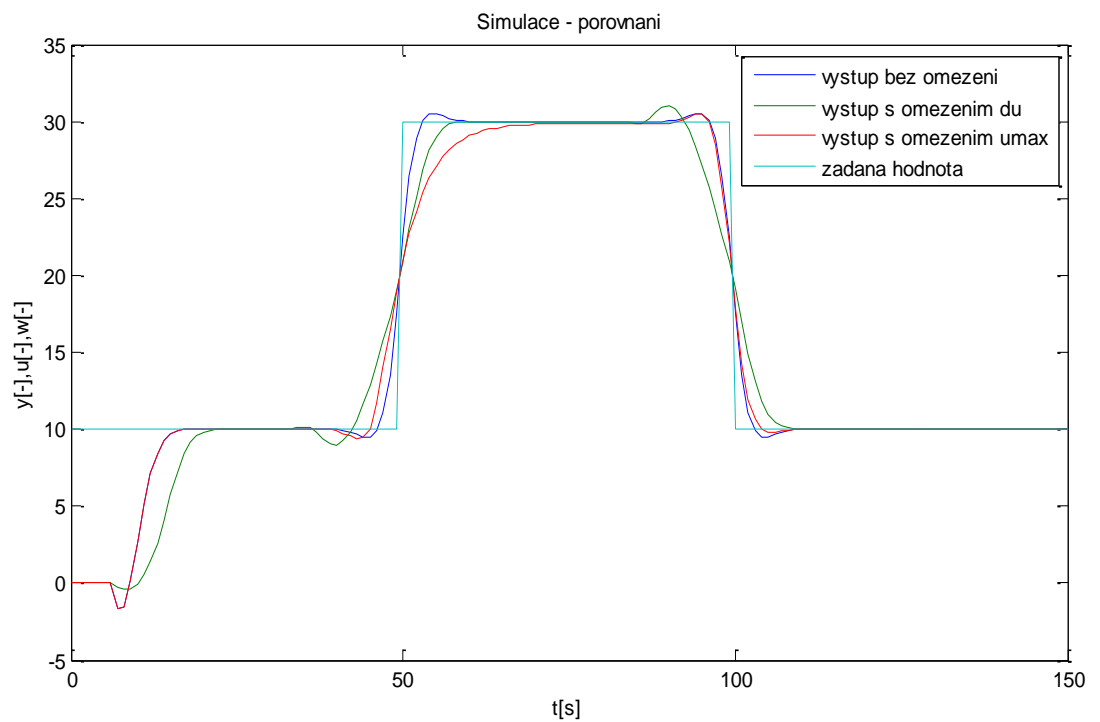
Obrázek 26: Simulace soustavy s omezením  $\Delta u_{max} = 1, \Delta u_{min} = -1$

Simulace s omezením  $u_{max} = 15$ :

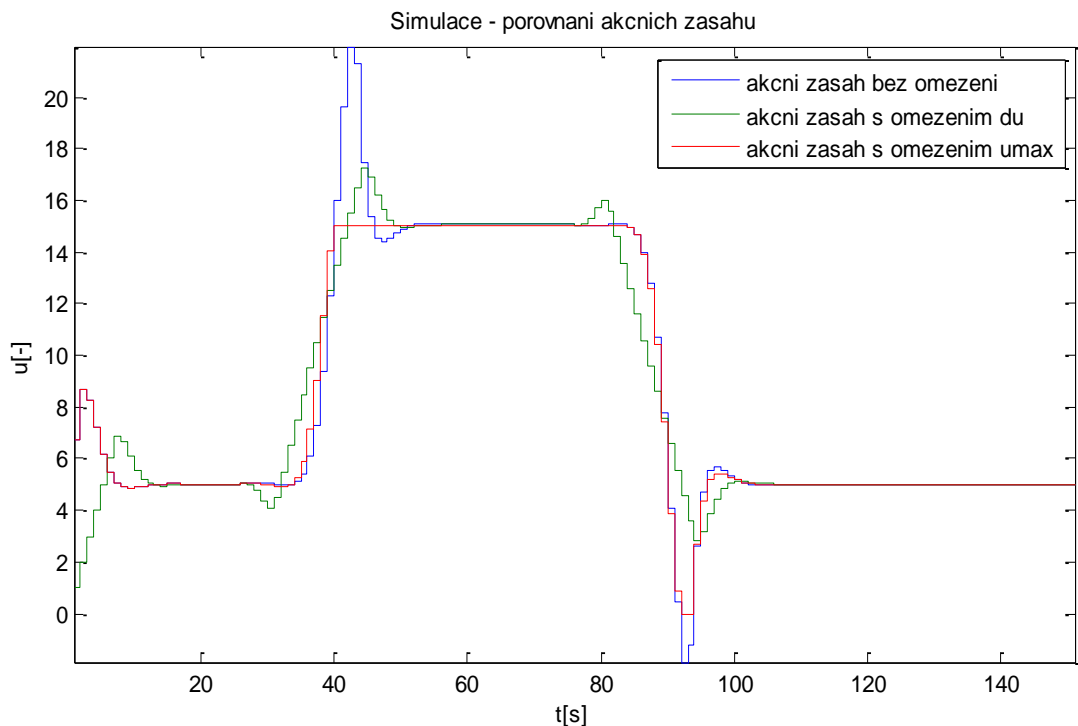


Obrázek 27: Simulace neminimálně fázové soustavy s omezením  $u_{max} = 15$

Porovnání simulací:



Obrázek 28: Porovnání simulací neminimálně fázové soustavy



Obrázek 29: Porovnání akčních zásahů simulace neminimálně fázové soustavy

Simulační ověření představuje ideální stav, kdy parametry regulované soustavy přesně odpovídají parametrům modelu regulované soustavy v regulátoru. Každá simulace byla ověřena za stejných podmínek při nulovém počátečním stavu, stejná doba dopravního zpoždění a na soustavu nepůsobil žádný šum ani porucha. Regulátor je schopen uřídit každou z vybraných modelových situací. Při porovnání jednotlivých průběhů simulací je vidět, že výstupní hodnota  $y$  ve všech případech prochází vlivem prediktivního přístupu při skokové změně žádané hodnoty stejným bodem. Kromě případů, kdy regulátor omezuje změnu akčního zásahu, je také vidět, že výstupní veličiny mají mimo místa, kde působí omezení regulátoru, téměř stejný průběh jako bez omezení. Pro případ, kdy regulátor omezuje změnu akčního zásahu, je z porovnání průběhů akčních zásahů vidět, že regulátor začíná se změnou akčního zásahu dříve než při jiných nastavených hodnotách regulátoru.

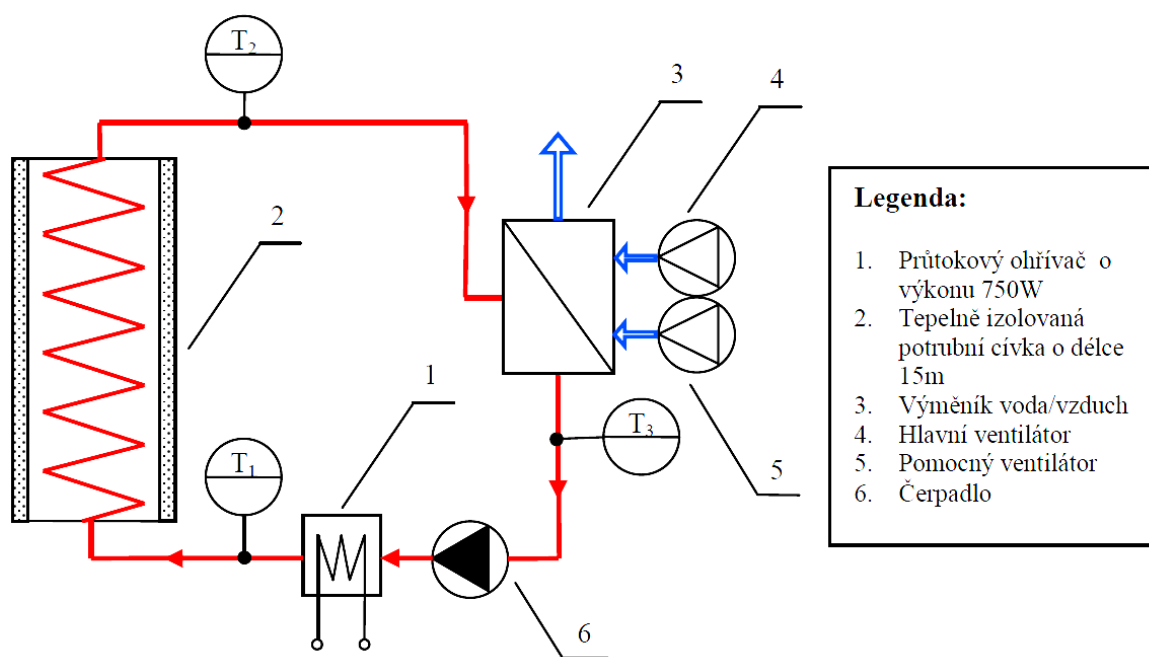
## 7 LABORATORNÍ TEPELNÝ MODEL

Navržený regulátor byl reálně ověřen na laboratorním modelu tepelného výměníku s dopravním zpožděním. Jedná se o systém s jednou vstupní akční veličinou a jednou regulovanou výstupní veličinou.

### 7.1 Popis modelu a jeho ovládání

Laboratorní model tepelného výměníku funguje na principu ohřevu vody průtokovým ohřivačem a transportu této vody pomocí čerpadla potrubím. Dopravní zpoždění je vytvořeno měděným potrubím o délce 15m namotaným v izolované potrubní cívce. Voda se poté ochlazuje ve výměníku voda/vzduch pomocí dvou ventilátorů. Za tímto výměníkem se voda vrací do čerpadla a uzavírá tak okruh.

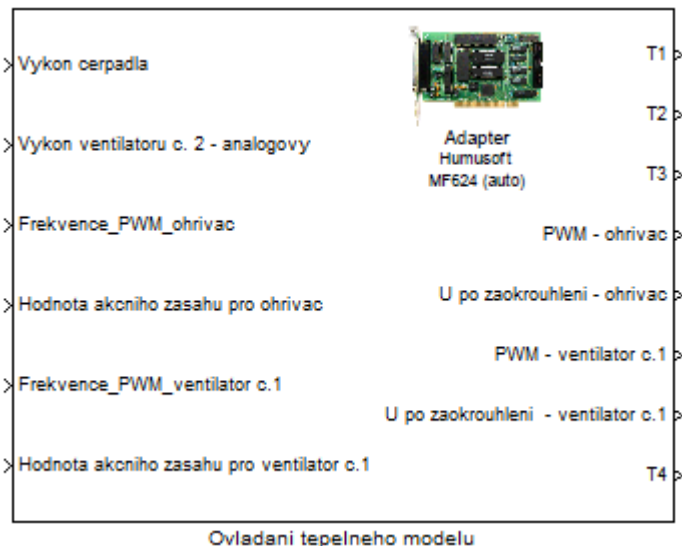
V celém potrubním okruhu se měří teplota pomocí třech platinových teploměrů, které jsou umístěny za ohřivačem, za potrubní cívkou a za tepelným výměníkem. Jako regulovaná veličina je zvolena teplota vody za potrubní cívkou. Jako vstupní akční zásah je zvolen výkon průtokového ohřivače [9].



Obrázek 30: Blokové schéma laboratorního modelu

Obrázek 31: *Laboratorní model*

Model je ovládán z počítače pomocí multifunkční vstupně-výstupní měřicí karty MF624 od firmy Humusoft. K ovládání modelu slouží simulinkový blok.

Obrázek 32: *Simulinkový blok ovládání tepelného modelu*

Simulinkový blok ovládání tepelného modelu obsahuje vstupy pro nastavení modelu a výstupy pro měřené hodnoty teploty. Výkon čerpadla je udáván v procentech maximálního výkonu. Nastavený výkon čerpadla udává velikost dopravního zpoždění a během měření se

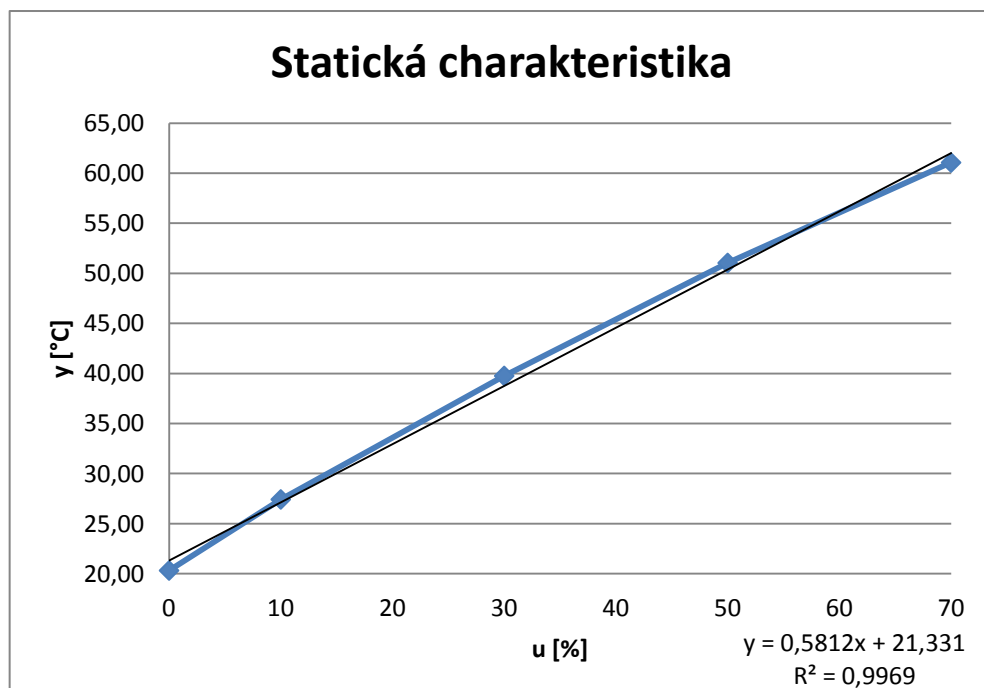
nemění. Dalším prvkem nastavení jsou ventilátory. Výkon ventilátoru číslo 1 je zadáván pomocí PWM. Nastavit lze frekvenci řízení PWM a velikost pulzů v procentech. Ventilátor číslo 2 je řízen dvoustavově (zapnuto/vypnuto). Nastavení ventilátorů se během měření nemění. Jako akční zásah pro řízení systému je zvolen výkon ohřívače. Tento ohřívač je řízen pomocí PWM a je možnost nastavit frekvenci tohoto řízení. Výkon ohřívače je udáván v procentech maximálního výkonu (délka pulzu PWM). Výstup bloku T1 udává teplotu vody za ohřívačem, T2 je teplota vody za potrubní cívkou a T3 je teplota vody za výměníkem. T4 je pak měřená teplota vnější poruchy. Jako výstup bloku lze také kontrolovat výkony ohřívače a ventilátoru číslo 1 [9].

## 7.2 Statická a přechodová charakteristika modelu

Statická charakteristika laboratorního modelu byla naměřena při nastavení modelu: výkon čerpadla = 50%, výkon ventilátoru číslo 1 = 100%, ventilátor číslo 2 zapnut.

Tabulka 2: Tabulka statické charakteristiky

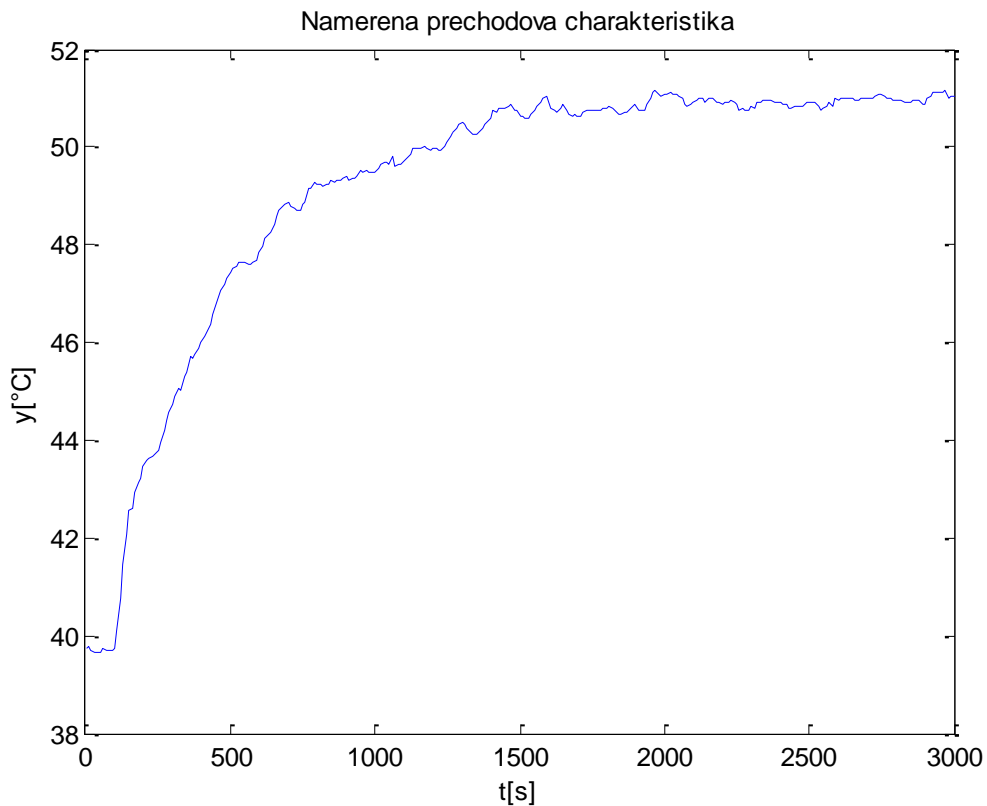
u [%]	0	10	30	50	70
y [°C]	20,33	27,43	39,76	51,05	61,07



Obrázek 33: Statická charakteristika modelu

Statická charakteristika modelu má při zvoleném nastavení téměř lineární průběh. Všechna další měření proběhla při tomto nastavení modelu.

Přechodová charakteristika byla naměřena pro skok vstupního výkonu ohřívače z 30% na 50%.



Obrázek 34: Naměřená přechodová charakteristika modelu

Naměřená přechodová charakteristika modelu při daném nastavení vykazuje dopravní zpoždění o délce trvání 100 vteřin. Z toho důvodu byla perioda vzorkování pro identifikaci i regulaci modelu zvolena 50 vteřin.

### 7.3 Identifikace modelu

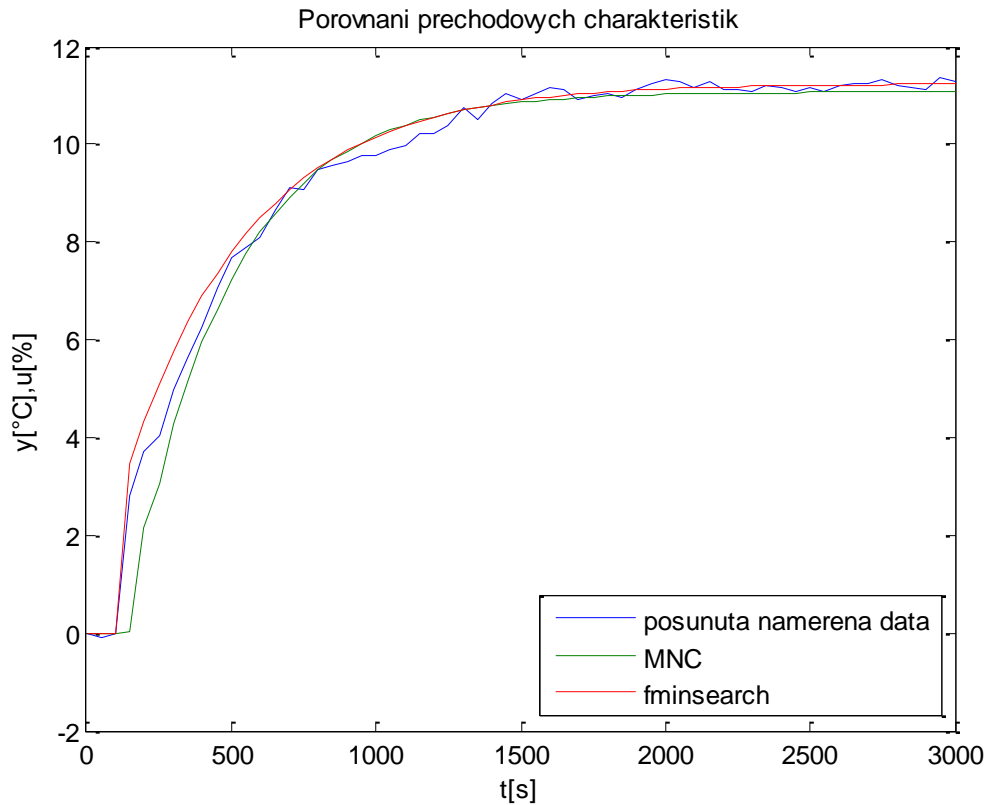
Pro identifikaci modelu byla použita funkce MATLABu *fminsearch()* a jednorázová metoda nejmenších čtverců. Tyto metody identifikace byly použity na naměřenou přechodovou charakteristiku i na schodovitý vstupní signál.

Pro porovnání kvality identifikace bylo zvoleno kvadratické kritérium odchylky naměřené výstupní hodnoty a odhadu výstupní hodnoty. Toto kritérium má tvar:

$$S_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2 \quad (7.1)$$

Kde  $N$  je počet naměřených hodnot.  $y(k)$  je naměřená výstupní hodnota a  $\hat{y}(k)$  je odhad výstupní hodnoty.

Identifikace modelu z přechodové charakteristiky:



Obrázek 35: Porovnání identifikovaných přechodových charakteristik

Identifikované modely:

Metoda *fminsearch*:

$$G(z) = \frac{0,173z^{-1} - 0,1126z^{-2}}{1 - 0,9061z^{-1} + 0,0136z^{-2}} z^{-2}$$

$$S_y = 0,0850$$

MNČ:

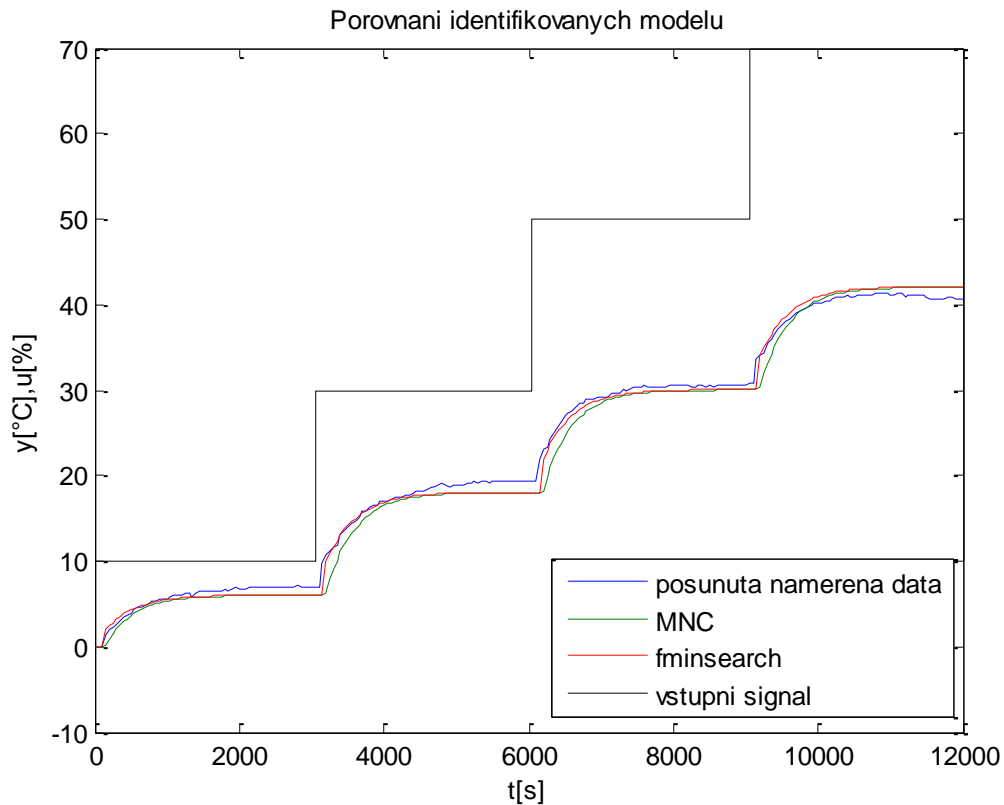
$$G(z) = \frac{0,0006z^{-1} + 0,1063z^{-2}}{1 - 0,4325z^{-1} - 0,3744z^{-2}} z^{-2}$$

$$S_y = 0,2352$$

Z výsledných modelů je vidět, že naměřenou přechodovou charakteristiku lépe aproximuje model soustavy získaný metodou funkce *fminsearch*(.). Uvedené přenosy platí pro periodu vzorkování  $T_0 = 50s$ .

Pro porovnání byl přenos modelu identifikován také z odezvy systému na schodovitý vstupní signál. Naměřená data byla pro identifikaci posunuta do nuly, aby získaný přenos byl pro nulové počáteční podmínky.

Identifikace modelu z odezvy na schodovitý vstupní signál:



Obrázek 36: Porovnání identifikovaných modelů pro schodovitý vstupní signál

Identifikované modely:

Metoda *fminsearch*:

$$G(z) = \frac{0,1974z^{-1} - 0,128z^{-2}}{1 - 0,8833z^{-1} - 0,0012z^{-2}} z^{-2}$$

$$S_y = 0,7480$$

MNČ:

$$G(z) = \frac{0,011z^{-1} + 0,0752z^{-2}}{1 - 0,6771z^{-1} - 0,1795z^{-2}} z^{-2}$$

$$S_y = 1,4757$$

Z výsledných modelů je vidět, že naměřená data lépe kopíruje model získaný metodou funkce *fminsearch*(). Uvedené přenosy platí pro periodu vzorkování  $T_0 = 50s$ .

Takto získané odhady parametrů modelu byly použity jako počáteční odhady pro průběžnou identifikaci rekurzivní metodou nejmenších čtverců.

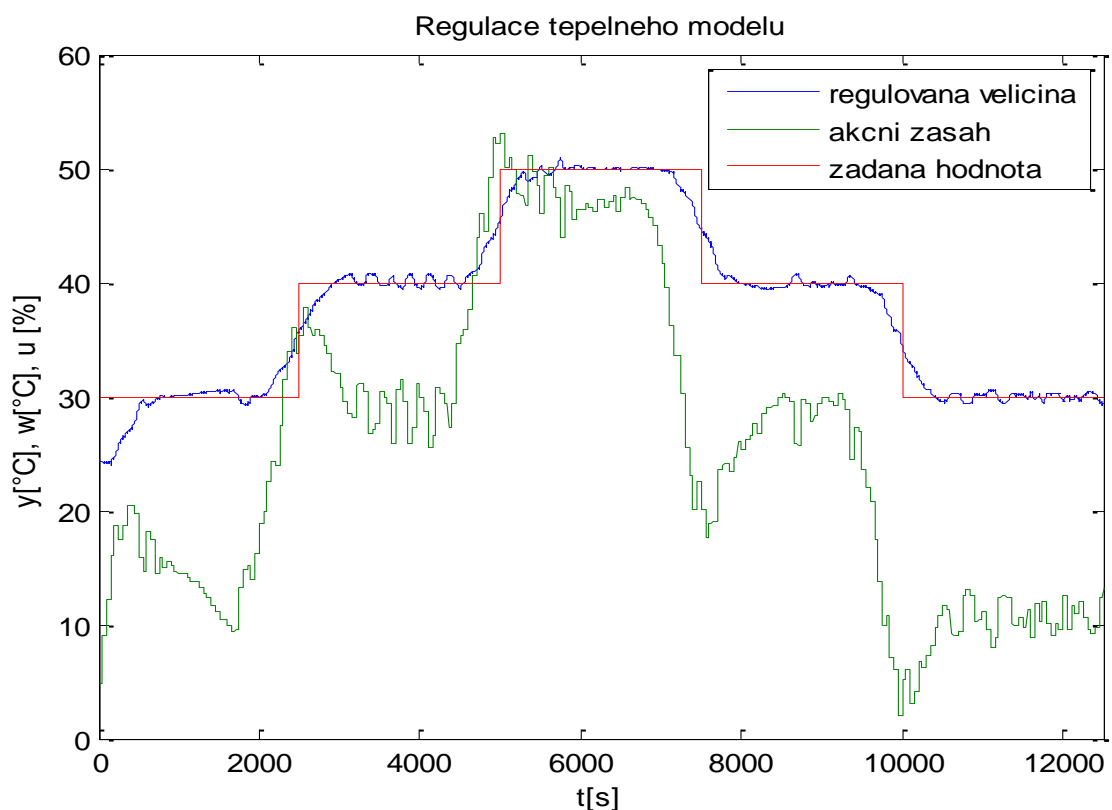
## 8 REÁLNÉ OVĚŘENÍ

Konečné experimentálně získané odhady parametrů přenosu laboratorního modelu, které byly získány průběžnou identifikací metodou nejmenších čtverců, byly použity pro veškeré řídicí experimenty v reálném čase. Při řízení bez průběžné identifikace byly použity jako parametry modelu procesu, při řízení s průběžnou identifikací byly použity jako počáteční odhady parametrů modelu procesu při startu řídicího algoritmu. Experimentálním způsobem bylo zjištěno, že následující parametry dosahují nejlepších výsledků sledování žádané hodnoty:

$$G(z) = \frac{0,1083z^{-1} - 0,0609z^{-2}}{1 - 0,9995z^{-1} + 0,0872z^{-2}}z^{-2}$$

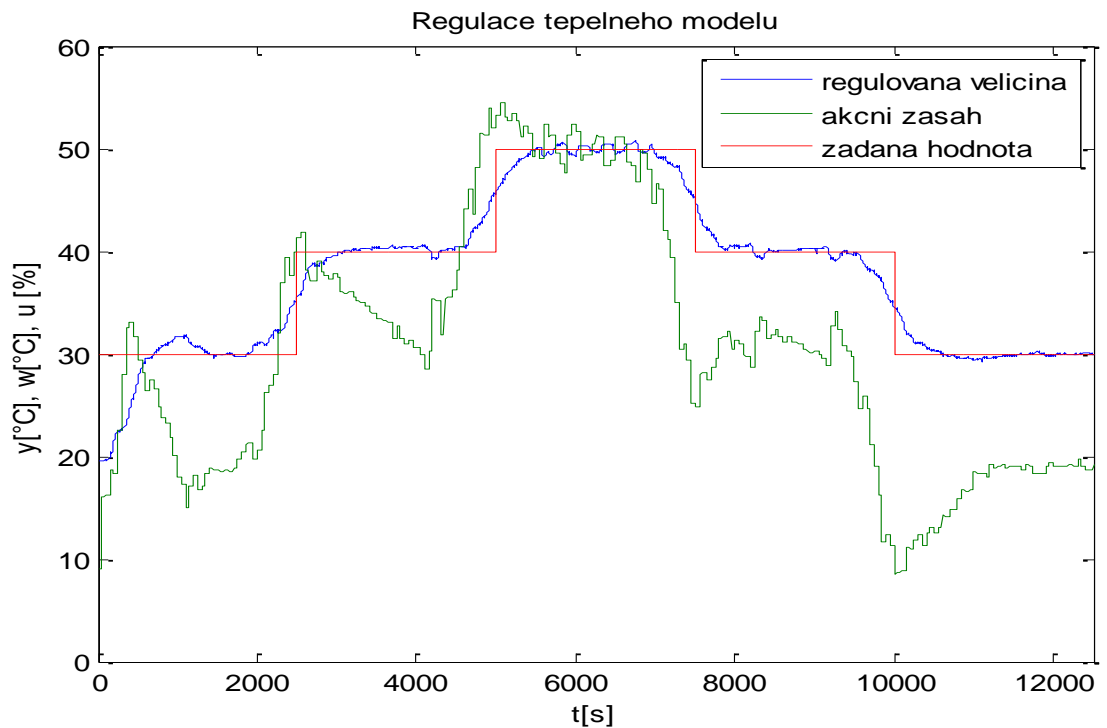
Pro ověření funkce regulátoru a porovnání kvality regulace pro různá nastavení regulátoru bylo provedeno několik měření. Jedná se o regulace bez omezujících podmínek i s omezujícími podmínkami a regulace bez průběžné identifikace a s průběžnou identifikací odhadů parametrů modelu.

### 8.1 Regulace bez omezení, bez průběžné identifikace

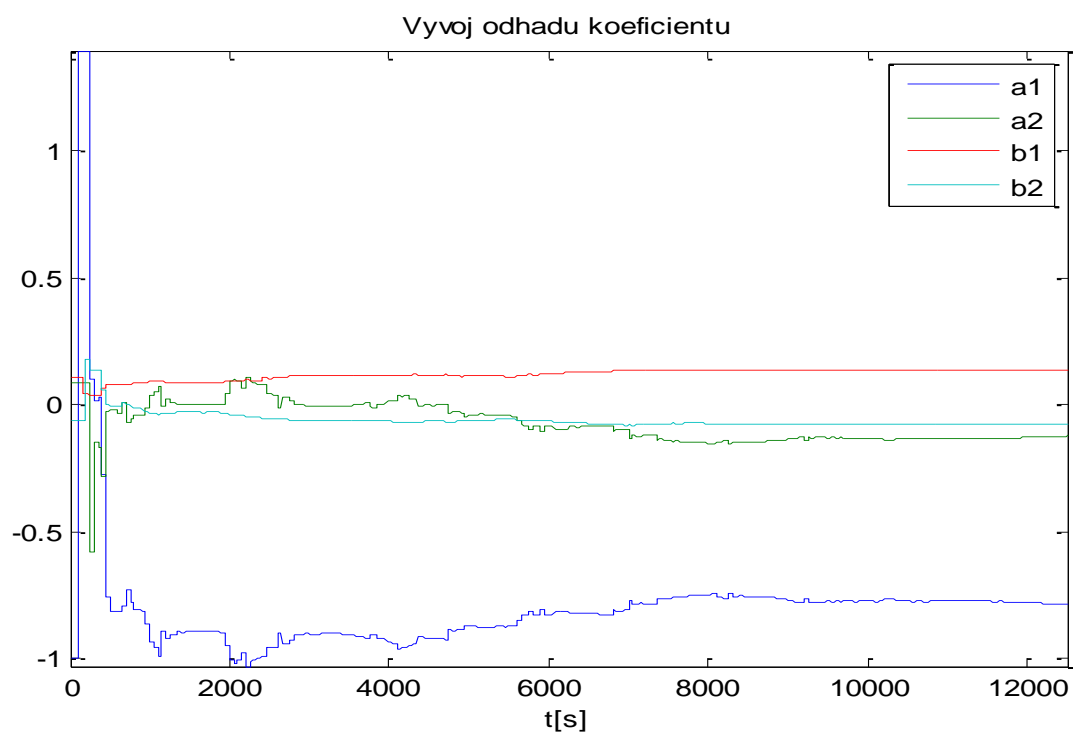


Obrázek 37: Regulace tepelného modelu bez omezení, bez ident.

## 8.2 Regulace bez omezení, s průběžnou identifikací



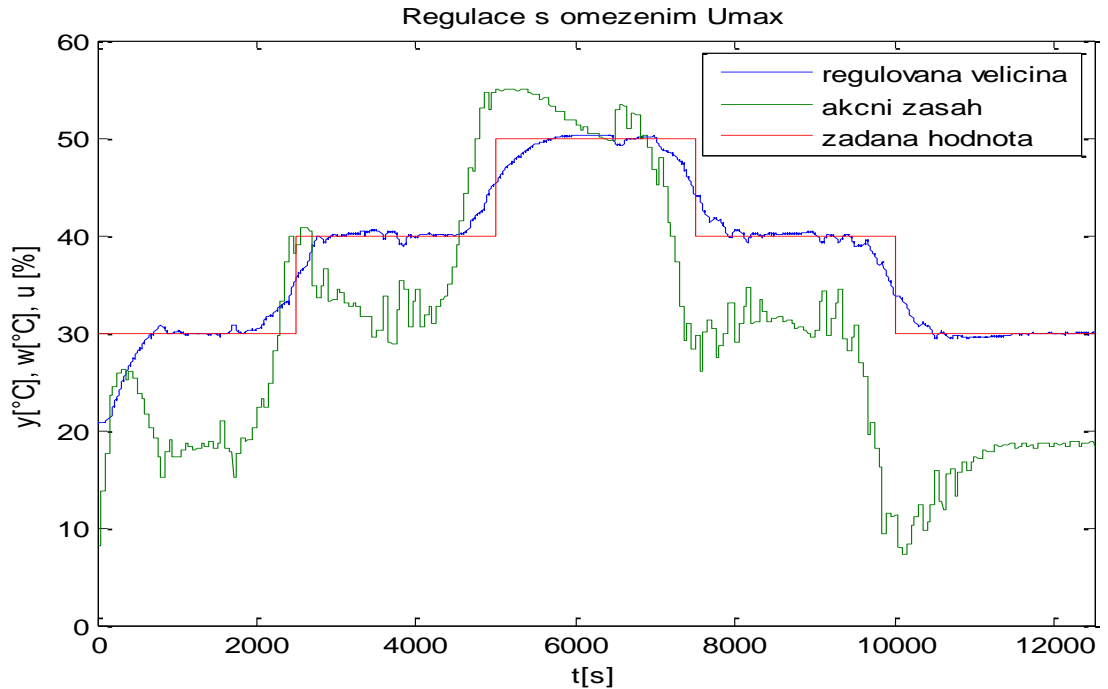
Obrázek 38: Regulace tepelného modelu bez omezení, s ident.



Obrázek 39: Vývoj odhadů koeficientů při průběžné identifikaci

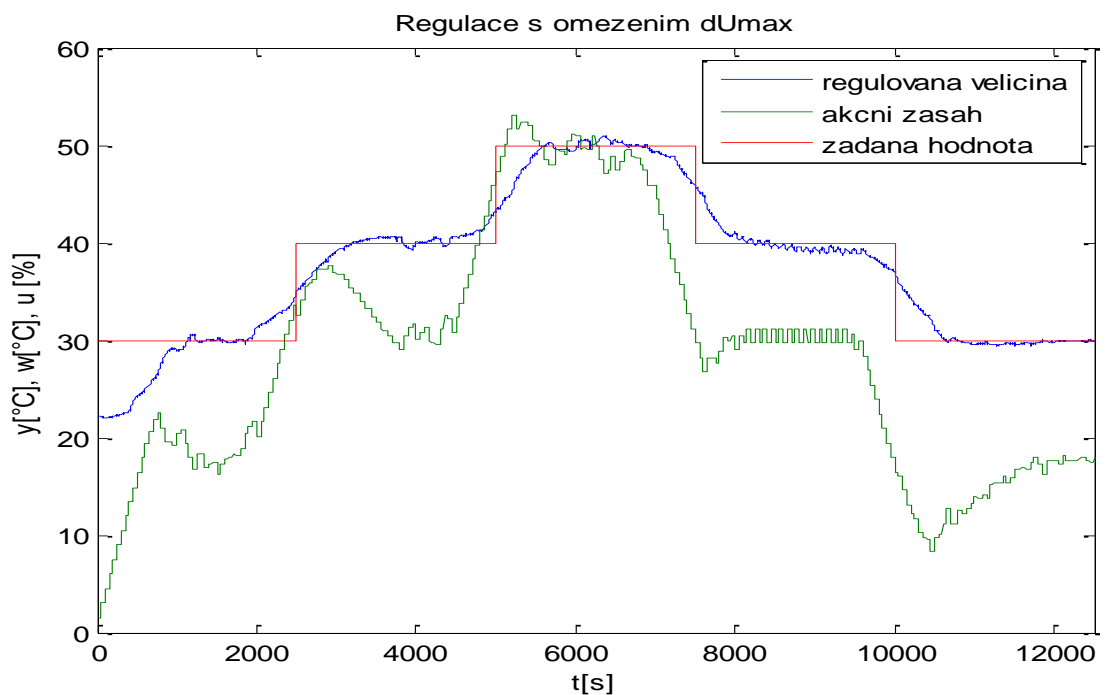
### 8.3 Regulace s omezením, bez průběžné identifikace

Regulace s omezením  $u_{max} = 55\%$ :



Obrázek 40: Regulace tepelného modelu s omezením  $u_{max} = 55\%$ , bez ident.

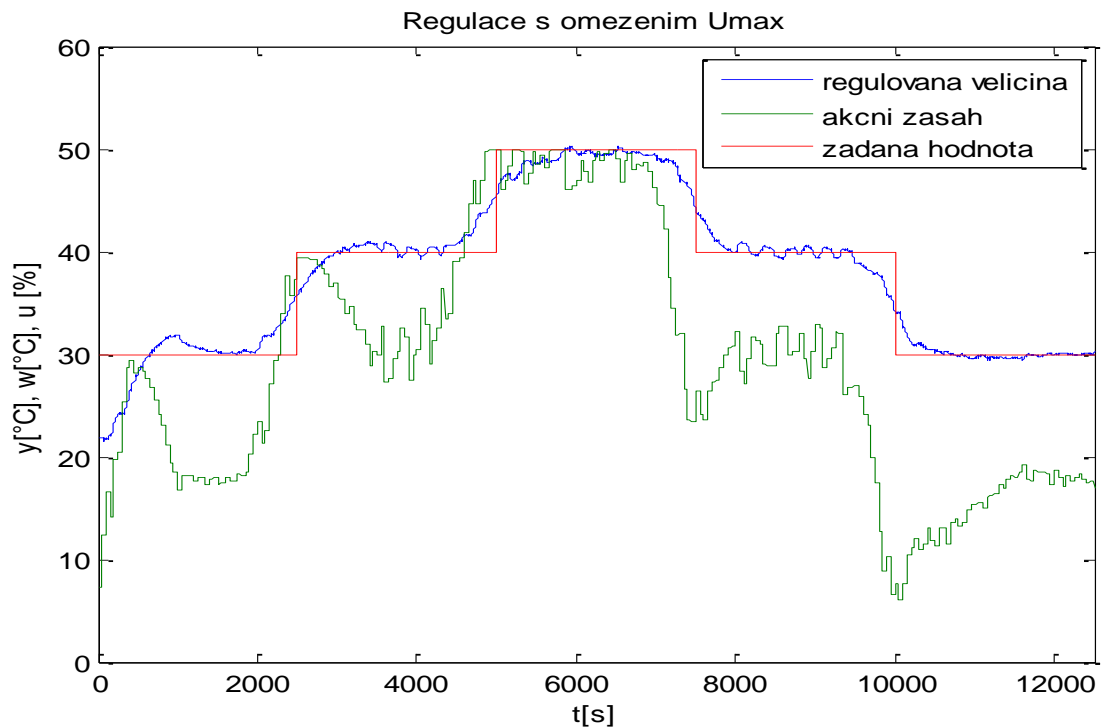
Regulace s omezením  $\Delta u_{max} = 1,5\%$ ,  $\Delta u_{min} = -1,5\%$ :



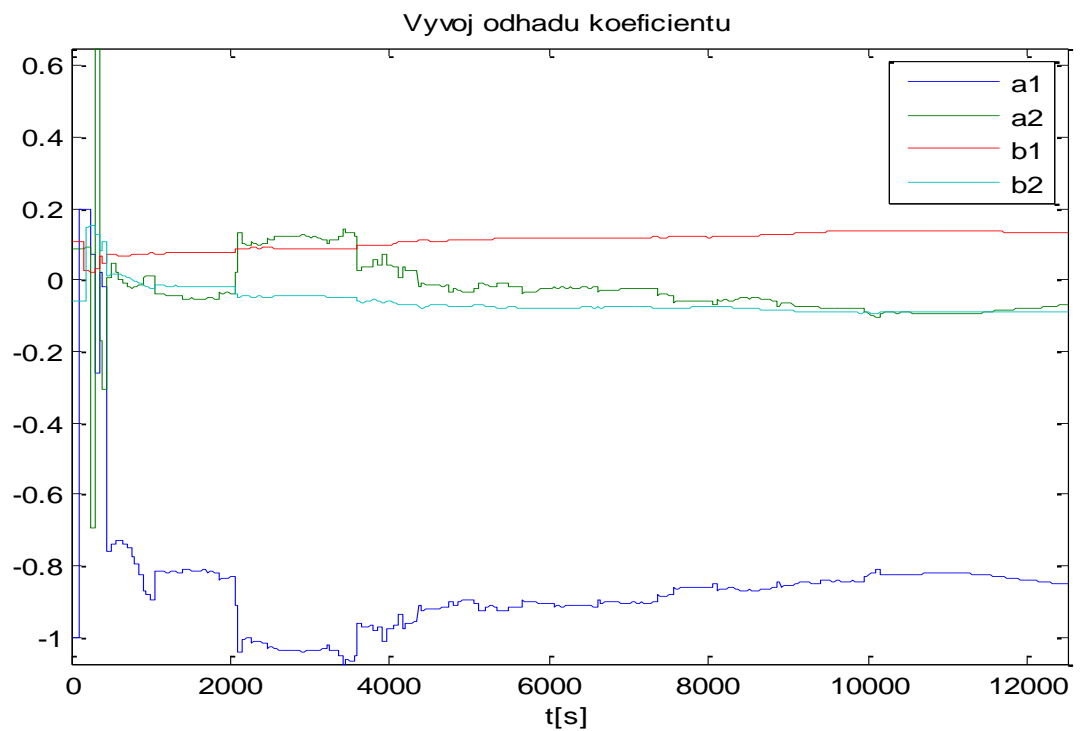
Obrázek 41: Regulace s omezením  $\Delta u_{max} = 1,5\%$ ,  $\Delta u_{min} = -1,5\%$ , bez ident.

## 8.4 Regulace s omezením, s průběžnou identifikací

Regulace s omezením  $u_{max} = 50\%$ :

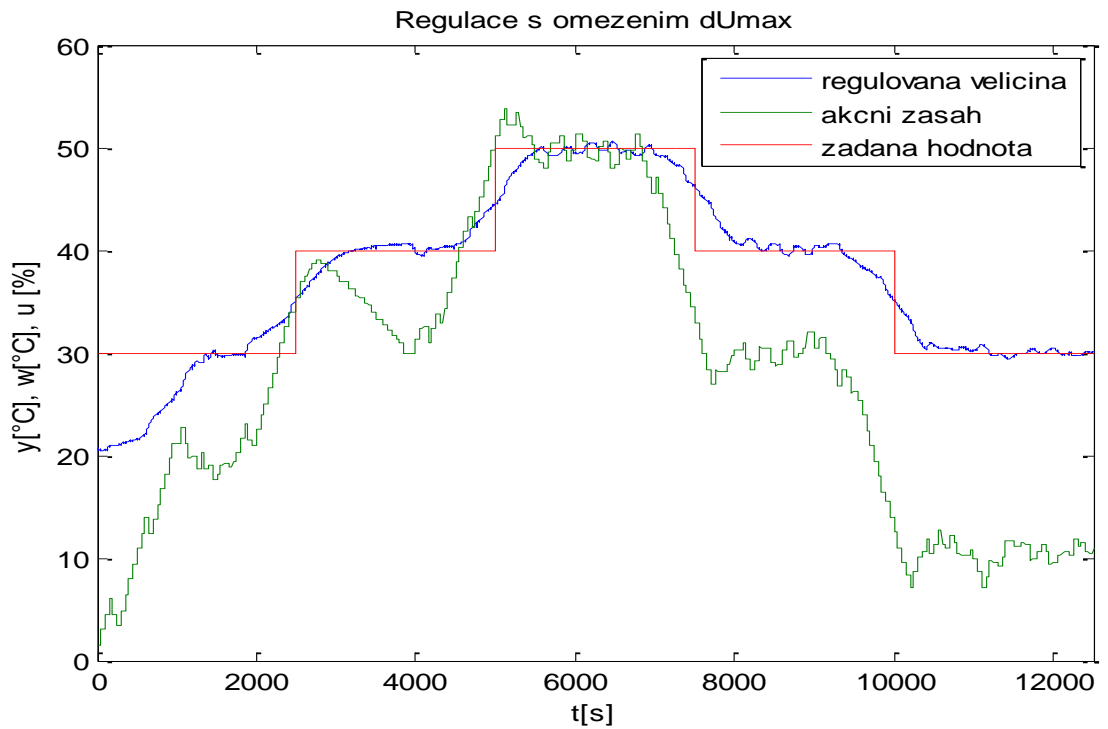


Obrázek 42: Regulace tepelného modelu s omezením  $u_{max} = 50\%$ , s ident.

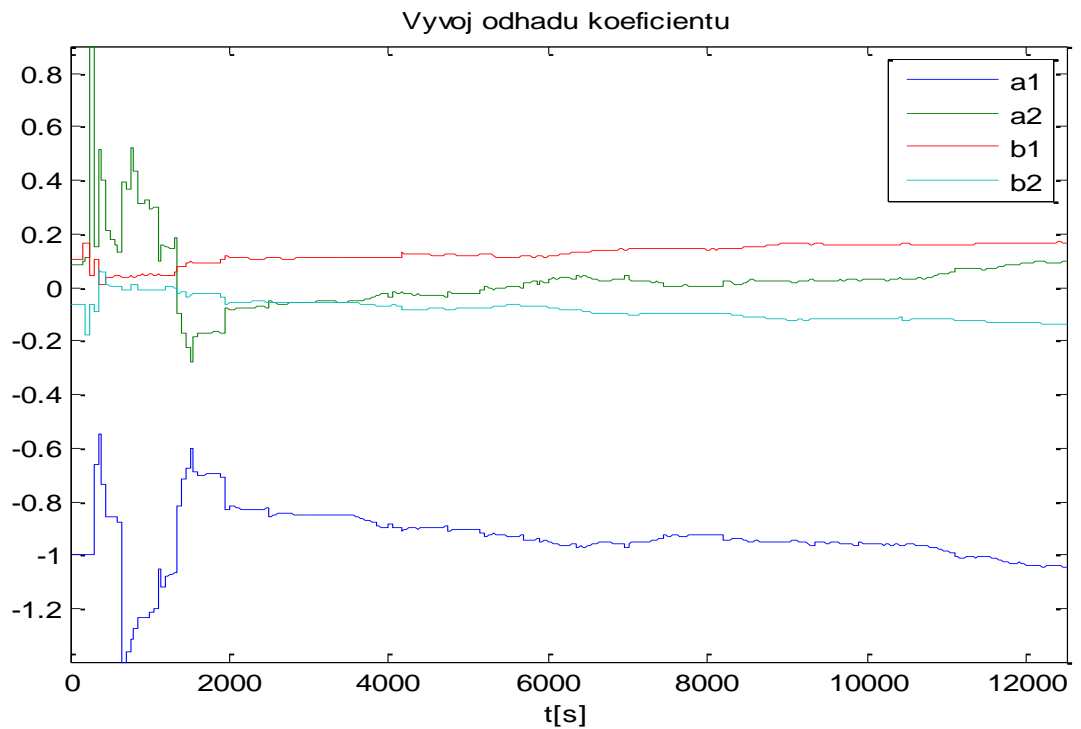


Obrázek 43: Vývoj odhadů koeficientů při průběžné identifikaci

Regulace s omezením  $\Delta u_{max} = 1,5\%$ ,  $\Delta u_{min} = -1,5\%$ :



Obrázek 44: Regulace tepelného modelu s omezením  $\Delta u_{max} = 1,5\%$ ,  $\Delta u_{min} = -1,5\%$ , s ident.



Obrázek 45: Vývoj odhadů koeficientů při průběžné identifikaci

## 9 VYHODNOCENÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ

Pro vyhodnocení kvality regulace bylo zvoleno kvadratické kritérium odchylky výstupní veličiny a žádané hodnoty a kvadratické kritérium změny akčního zásahu.

$$S_u = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \Delta u^2(k) \quad (9.1)$$

$$S_e = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [w(k) - y(k)]^2 \quad (9.2)$$

Simulace stabilní nekmitavé soustavy:

Tabulka 3: Vyhodnocení kvality regulace simulace

	Bez omezení	S omezením		
		$\Delta u_{\max} = 1, \Delta u_{\min} = -1$	$u_{\max} = 15$	$y_{\max} = 30$
Su	1,2676	0,2799	0,9403	1,3448
Se	8,3773	12,8861	9,7261	8,3822

Simulace stabilní kmitavé soustavy:

Tabulka 4: Vyhodnocení kvality regulace simulace

	Bez omezení	S omezením		
		$\Delta u_{\max} = 1, \Delta u_{\min} = -1$	$u_{\max} = 15$	$y_{\max} = 30$
Su	1,0286	0,3360	0,9798	1,0753
Se	9,2703	11,7248	9,4029	9,3781

Simulace stabilní neminimálně fázové soustavy:

Tabulka 5: Vyhodnocení kvality regulace simulace

	Bez omezení	S omezením $\Delta u_{\max} = 1,$	S omezením $u_{\max} = 15$
		$\Delta u_{\min} = -1$	
Su	1,2408	0,2388	0,7994
Se	8,8638	14,2043	11,2089

Reálné měření bez průběžné identifikace:

Tabulka 6: Vyhodnocení kvality regulace bez průběžné identifikace

	Bez omezení	S omezením $\Delta u_{\max} = 1,5\%$ , $\Delta u_{\min} = -1,5\%$	S omezením $u_{\max} = 55\%$
Su	4,0167	1,2941	3,9810
Se	2,6966	5,8821	3,9939

Reálné měření s průběžnou identifikací:

Tabulka 7: Vyhodnocení kvality regulace s průběžnou identifikací

	Bez omezení	S omezením $\Delta u_{\max} = 1,5\%$ , $\Delta u_{\min} = -1,5\%$	S omezením $u_{\max} = 50\%$
Su	3,3377	1,2711	3,7673
Se	4,7527	7,9112	3,9738

## ZÁVĚR

Cílem této práce bylo navrhnout prediktivní regulátor schopný řídit systémy s dopravním zpožděním a začlenit do tohoto regulátoru možnost omezení procesních veličin. Práce popisuje postup návrhu regulátoru od identifikace řízeného procesu po návrh řídicího algoritmu a jeho simulační i reálné ověření.

Teoretická část obsahuje důležité matematické vztahy pro celý postup návrhu prediktivního regulátoru a popis principu identifikace systému a prediktivního řízení. Pro návrh regulátoru byla zvolena metoda GPC. Praktická část pak obsahuje simulační ověření navrženého prediktivního regulátoru na vybraných soustavách s různými parametry chování a konkrétní výsledky identifikace laboratorního modelu tepelné soustavy s dopravním zpožděním a jeho reálné řízení.

Regulátor byl navržen v programu MATLAB/SIMULINK, který byl použit i pro simulační ověření algoritmu a reálné řízení tepelného modelu. Navržený regulátor je schopen řídit soustavy s libovolně velkým dopravním zpožděním. Obsahuje také možnost průběžné identifikace řízeného systému rekurzivní metodou nejmenších čtverců, což z něj dělá adaptivní prediktivní regulátor. Součástí nastavení regulátoru je také možnost omezení procesních veličin. Jedná se o omezení velikosti akčního zásahu, velikosti změny akčního zásahu v každém kroku a omezení výstupní veličiny.

Z provedených simulací pro ověření funkčnosti navrženého regulátoru je zřejmé, že regulátor je schopen řídit soustavy stabilní nekmitavé, kmitavé i neminimálně fázové bez omezení i s omezeními. Provedené simulace představují ideální stav, kdy řízená soustava se přesně shoduje s modelem soustavy použitým pro predikci výstupu v regulátoru a na řízenou soustavu nepůsobí žádný šum ani porucha. Při porovnání výsledků kvadratických kritérií kvality regulace můžeme vidět, že simulace regulace zvolených soustav bez omezení se téměř neliší. To je dáno záměrně podobným charakterem soustav, ale i prediktivním přístupem regulace, který se tato kritéria snaží minimalizovat. Při porovnání simulací jedné soustavy je vidět, že výstupní veličina nejlépe sleduje žádanou hodnotu v případě bez omezujících podmínek. Důkazem toho je nejmenší hodnota kvadratického kritéria  $S_e$ . Cenou toho je ale velká náročnost na změny akčního zásahu, jak ukazuje největší hodnota druhého kritéria  $S_u$ . Naopak nejhůře výstupní veličina sleduje žádanou hodnotu v případě omezení změny akčního zásahu v každém kroku. Výhodou tohoto přístupu pak je nejmenší náročnost na změny akčního zásahu, což má v praxi důsledek

menšího zatížení a opotřebení akčních členů a menší energetickou náročnost řízení procesu.

Pro reálné ověření navrženého regulátoru na laboratorním modelu tepelné soustavy bylo nejprve nutné tuto soustavu identifikovat a tak získat odhady parametrů modelu soustavy. K tomu byly použity metody nejmenších čtverců, rekurzivní metody nejmenších čtverců a funkce *fminsearch* programu MATLAB. Ze získaných přenosů pak byl experimentálním způsobem vybrán ten, který vykazoval nejlepší výsledky regulace. Samotné experimentální řízení v reálném čase probíhalo v laboratoři Ústavu řízení procesů, kde probíhala i standardní výuka. Proto experiment neprobíhal v ideálních podmínkách vzhledem k jeho ovlivňování změnami vnějšího prostředí. Pro porovnání byla realizována regulace bez omezení i s omezujícími podmínkami, bez průběžné identifikace i s průběžnou identifikací parametrů modelu. Výsledky kvadratických kritérií pro určení kvality regulace jsou stejné jako u simulací. Nejlepšího výsledku sledování výstupní veličiny žádané hodnoty dosahuje regulace bez omezení, ovšem je zapotřebí velkých změn akčního zásahu. Naopak nejhůř výstupní veličina sleduje žádanou hodnotu v případě omezení změny akčního zásahu, ale dosahuje nejmenších změn akčního zásahu.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] NORMEY-RICO, J. and E. CAMACHO. *Control of dead-time processes*. London: Springer, 2007, 462 p. ISBN 978-184-6288-296.
- [2] BOBÁL, V. *Adaptivní a prediktivní řízení*. Vyd. 1. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2008, 134 s. ISBN 978-80-7318-662-3.
- [3] BOBÁL, V. *Identifikace systémů*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Akademické centrum, 2009, ISBN 978-80-7318-888-3.
- [4] BALÁTĚ, J. *Automatické řízení*. 2 prepr. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2003, 663 s. ISBN 80-730-0020-2.
- [5] MATĚJÍČEK, J. *Identifikace a číslicové řízení procesů vyšších řádů*. Zlín, 2012. Diplomová práce. FAI UTB ve Zlíně.
- [6] LAGARIAS, J. C., REEDS, J. A., WRIGHT, M. H. and P. E. WRIGHT, *Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions*. *SIAM Journal of Optimization*, Vol. 9, Number 1, pp. 112–147, 1998.
- [7] Optimizing Nonlinear Functions - MATLAB & Simulink. *MathWorks - MATLAB and Simulink for Technical Computing* [online]. 2014 [cit. 2014-05-09]. Dostupné z: <http://www.mathworks.com/help/matlab/math/optimizing-nonlinear-functions.html#bsgpq6p-11>.
- [8] VÍTEČKOVÁ, M. *Základy automatické regulace*. Přeprac. 2. vyd. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2008, 243 s. ISBN 978-80-248-1924-2.
- [9] KRČMÁŘ, J. *Návrh a realizace hardwarového rozhraní mezi modelem tepelné soustavy a multifunkční vstupně – výstupní kartou*. Zlín, 2012. Diplomová práce. FAI UTB ve Zlíně.
- [10] HANG, C. C., TONG H. L. and K. H. WENG. *Adaptive control*. Research Triangle Park, N.C.: Instrument Society of America, 1993, 261 p. ISBN 15-561-7477-2.
- [11] BOBÁL, V., CHALUPA, P., DOSTÁL, P. and M. BRÁZDIL. Digital self-tuning predictor based on pole assignment approach. *ATP Journal PLUS*, 2/2011, pp. 21–27. Available from: <http://www.kirp.chtf.stuba.sk/pc11/data/atp.pdf>.

- 
- [12] BOBÁL, V., CHALUPA, P., DOSTÁL, P. and M. KUBALČÍK . Design and simulation verification of self-tuning Smith predictor, *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 5, no. 4, pp. 342-351, 2011
- [13] ROSSITER, J. *Model-based predictive control: a practical approach*. Boca Raton: CRC Press, 2003, 318 p. CRC Press control series. ISBN 08-493-1291-4.
- [14] MOUDGALYA, K. M. *Digital control*. Chichester: John Wiley, 2007, 543 p. ISBN 978-0-470-03144-5.
- [15] MACIEJOWSKI, J. M. *Predictive control: with constraints*. New York: Prentice Hall, 2002, 331 p. ISBN 02-013-9823-0.

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

ARX	AutoRegressive with eXogenous input.
ARIMA	AutoRegressive and Integrated Moving Average.
CARIMA	Controlled Autoregressive Integrated Moving Average.
DMC	Dynamic Matrix Control
FIR	Finite Impulse Response
GPC	Generalized Predictive Control
PID	Proporcionálně integračně derivační
PWM	Pulse Width Modulation
MNČ	Metoda nejmenších čtverců

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: <i>Přechodová charakteristika soustavy prvního řádu s dop. zpožděním</i> .....	14
Obrázek 2: <i>Aproximace soustavy vyššího řádu soustavou prvního řádu s dopravním zpožděním</i> .....	15
Obrázek 3: <i>Princip tříbodové identifikace</i> .....	16
Obrázek 4: <i>Blokové schéma uzavřeného regulačního obvodu</i> .....	21
Obrázek 5: <i>Blokové schéma regulačního obvodu se Smithovým prediktorem</i> .....	23
Obrázek 6: <i>Blokové schéma regulačního obvodu s diskrétním Smithovým prediktorem</i> .....	24
Obrázek 7: <i>Princip prediktivního řízení</i> .....	27
Obrázek 8: <i>Blokový princip prediktivního řízení</i> .....	28
Obrázek 9: <i>Blok regulátoru</i> .....	40
Obrázek 10: <i>Hlavní nastavení regulátoru</i> .....	41
Obrázek 11: <i>Nastavení omezení regulátoru</i> .....	42
Obrázek 12: <i>Nastavení průběžné identifikace</i> .....	43
Obrázek 13: <i>Simulace stabilní soustavy bez omezení</i> .....	44
Obrázek 14: <i>Simulace stabilní soustavy s omezením <math>\Delta u_{max} = 1, \Delta u_{min} = -1</math></i> .....	44
Obrázek 15: <i>Simulace stabilní soustavy s omezením <math>u_{max} = 15, u_{min} = 0</math></i> .....	45
Obrázek 16: <i>Simulace stabilní soustavy s omezením <math>y_{max} = 30</math></i> .....	45
Obrázek 17: <i>Porovnání simulací stabilní soustavy</i> .....	46
Obrázek 18: <i>Porovnání akčních zásahů simulací stabilní soustavy</i> .....	46
Obrázek 19: <i>Simulace kmitavé soustavy bez omezení</i> .....	47
Obrázek 20: <i>Simulace kmitavé soustavy s omezením <math>\Delta u_{max} = 1, \Delta u_{min} = -1</math></i> .....	48
Obrázek 21: <i>Simulace kmitavé soustavy s omezením <math>u_{max} = 15</math></i> .....	48
Obrázek 22: <i>Simulace kmitavé soustavy s omezením <math>y_{max} = 30</math></i> .....	49
Obrázek 23: <i>Porovnání simulací kmitavé soustavy</i> .....	49
Obrázek 24: <i>Porovnání akčních zásahů simulací kmitavé soustavy</i> .....	50
Obrázek 25: <i>Simulace neminimálně fázové soustavy bez omezení</i> .....	51
Obrázek 26: <i>Simulace soustavy s omezením <math>\Delta u_{max} = 1, \Delta u_{min} = -1</math></i> .....	51
Obrázek 27: <i>Simulace neminimálně fázové soustavy s omezením <math>u_{max} = 15</math></i> .....	52
Obrázek 28: <i>Porovnání simulací neminimálně fázové soustavy</i> .....	52
Obrázek 29: <i>Porovnání akčních zásahů simulace neminimálně fázové soustavy</i> .....	53
Obrázek 30: <i>Blokové schéma laboratorního modelu</i> .....	54

Obrázek 31: <i>Laboratorní model</i> .....	55
Obrázek 32: <i>Simulinkový blok ovládání tepelného modelu</i> .....	55
Obrázek 33: <i>Statická charakteristika modelu</i> .....	56
Obrázek 34: <i>Naměřená přechodová charakteristika modelu</i> .....	57
Obrázek 35: <i>Porovnání identifikovaných přechodových charakteristik</i> .....	58
Obrázek 36: <i>Porovnání identifikovaných modelů pro schodovitý vstupní signál</i> .....	59
Obrázek 37: <i>Regulace tepelného modelu bez omezení, bez ident.</i> .....	60
Obrázek 38: <i>Regulace tepelného modelu bez omezení, s ident.</i> .....	61
Obrázek 39: <i>Vývoj odhadů koeficientů při průběžné identifikaci</i> .....	61
Obrázek 40: <i>Regulace tepelného modelu s omezením <math>u_{max} = 55\%</math>, bez ident.</i> .....	62
Obrázek 41: <i>Regulace s omezením <math>\Delta u_{max} = 1,5\%</math>, <math>\Delta u_{min} = -1,5\%</math>, bez ident.</i> .....	62
Obrázek 42: <i>Regulace tepelného modelu s omezením <math>u_{max} = 50\%</math>, s ident.</i> .....	63
Obrázek 43: <i>Vývoj odhadů koeficientů při průběžné identifikaci</i> .....	63
Obrázek 44: <i>Regulace tepelného modelu s omezením <math>\Delta u_{max} = 1,5\%</math>, <math>\Delta u_{min} = -1,5\%</math>, s ident.</i> .....	64
Obrázek 45: <i>Vývoj odhadů koeficientů při průběžné identifikaci</i> .....	64

**SEZNAM TABULEK**

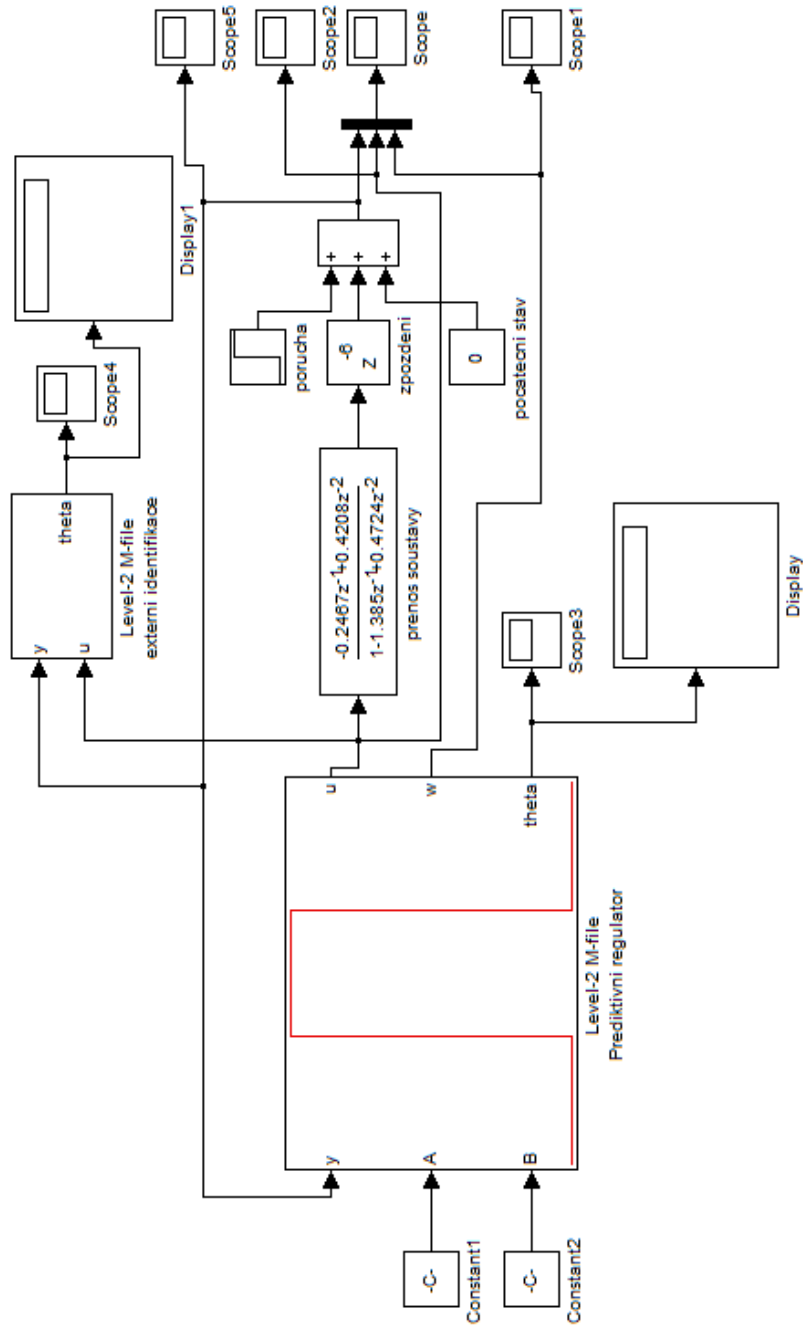
Tabulka 1: Závislost koeficientů $\alpha$ a $\beta$ na relativním překmitu $\kappa$ .....	22
Tabulka 2: Tabulka statické charakteristiky .....	56
Tabulka 3: Vyhodnocení kvality regulace simulace .....	65
Tabulka 4: Vyhodnocení kvality regulace simulace .....	65
Tabulka 5: Vyhodnocení kvality regulace simulace .....	65
Tabulka 6: Vyhodnocení kvality regulace bez průběžné identifikace .....	66
Tabulka 7: Vyhodnocení kvality regulace s průběžnou identifikací .....	66

## SEZNAM PŘÍLOH

P I: Blokové schéma pro simulační ověření regulátoru

P II: Blokové schéma pro reálné ověření regulátoru

# PŘÍLOHA P I: BLOKOVÉ SCHÉMA PRO SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ REGULÁTORU



# PŘÍLOHA P II: BLOKOVÉ SCHÉMA PRO REÁLNÉ OVĚŘENÍ REGULÁTORU

