

# Studijní opory předmětu TAŘ I. v anglickém jazyce

Study support of Automatic Control Theory

David Holzer

---

Bakalářská práce  
2007



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

Ústav aplikované informatiky

akademický rok: 2006/2007

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **David HOLZER**

Studijní program: **B 3902 Inženýrská informatika**

Studijní obor: **Informační technologie**

Téma práce: **Studijní opory předmětu TAŘ v anglickém jazyce**

Zásady pro vypracování:

Práce se bude zabývat vytvořením studijních materiálů pro účely studia zahraničních studentů v předmětu TAŘ-1. Výsledkem budou ppt a www materiály, texty, příklady, vzorové příklady a protokoly z uvedené oblasti. Vhodné prostředí pro simulaci a výpočty je MATLAB, Simulink.

V práci půjde zejména o následující úkoly:

1. Příprava ppt stránek z přednášek předmětu
2. Vizualizace schémat a pojmů v teorii automatického řízení
3. Tvorba www stránek předmětu
4. Příklady simulací a charakteristik lineárních systémů (Matlab, Simulink)
5. Vytvoření vzorových protokolů

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

**Prokop, R. a kol. Teorie automatického řízení. Skriptum FAI UTB, Zlín 2006**

**Balátě, J.: Teorie řízení. BEN, Praha 1982**

**Šulc, B. Vítečková, M.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. ČVÚT Praha**

**Vítečková, M., Víteček, A.: Anglicko-český slovník pojmů AŘ. VŠB Ostrava, 2006**

**Bishop, R.H.: Modern control system using Matlab and Simulink. Adison Wasley, Menlo Park, 1997**

**Moščínski, J., Odonowski, Z.: Advanced Control with Matlab and Simulink, Ellis Horwood, London, 1995**

Vedoucí bakalářské práce: **prof. Ing. Roman Prokop, CSc.**  
Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání bakalářské práce: **13. února 2007**

Termín odevzdání bakalářské práce: **24. května 2007**

Ve Zlíně dne 13. února 2007

  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*děkan*



  
doc. Ing. Ivan Zelinka, Ph.D.  
*ředitel ústavu*

## ABSTRAKT

Tato práce je zaměřena na podporu předmětu Teorie automatického řízení I. Hlavní cíle jsou vypracované studijní opory, návody a protokoly, které jsou tvořeny formou ppt prezentací a pdf dokumentů. Všechny prezentace a texty jsou vypracovány v anglickém jazyce a měli by sloužit pro potřeby zahraničních studentů na naší fakultě. V první teoretické části jsou vysvětleny základní pojmy z předmětu Teorie automatického řízení I, se zaměřením na kapitoly související s vzorovými protokoly. Druhou praktickou část tvoří ukázka z prezentací v prostředí PowerPoint, dále pak vzorové protokoly tvořené v rámci předmětu. Vypracování protokolů je provedeno v prostředí MATLAB/SIMULINK.

Klíčová slova:

Lineární spojité dynamické systémy, přenos, přenosová funkce, kritéria stability, regulace, regulační obvod, stavový popis.

## ABSTRACT

This work is specialized in support of subject Automatic control theory I. Main purposes are elaborated educational support, instructions and proceeding that are formed ppt presentation and pdf documents. All the presentation and texts are elaborated in English language and they should serve for needs external students on ours faculty. In first theoretic part are explained basic concepts from subject Automatic control theory I. Second practical part is formed by samples from presentation in environment PowerPoint, further then exemplary proceeding formed in terms of subject. Elaborated protocols are performed in environment MATLAB/SIMULINK.

Keywords:

Linear continuous dynamic systems, transmission, transfer function, criterions of stability, regulation, control circuit, control system, state description.

Děkuji prof. Ing. Romanu Prokopovi, Csc. za vedení bakalářské práce, za poskytování odborných rad, doporučení a za poskytnutí potřebných materiálů z oblasti automatizace. Dále bych chtěl touto cestou poděkovat Bc. Petru Jurčíčkovi za technické rady ohledně psaní práce.

Prohlašuji, že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků, je-li to uvolněno na základě licenční smlouvy, budu uveden jako spoluautor.

Ve Zlíně

.....  
Podpis

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>7</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>8</b>
<b>1 ZÁKLADNÍ DEFINICE Z OBLASTI AUTOMATIZACE</b> .....	<b>9</b>
<b>2 SYNTÉZA REGULAČNÍHO OBVODU</b> .....	<b>12</b>
2.1 REGULÁTORY S PEVNĚ DANOU STRUKTUROU .....	12
Nastavení z kritického zesílení (1. Ziegler – Nicholsova metoda).....	12
Nastavení z přechodové charakteristiky (2. Ziegler - Nicholsova metoda).....	14
Nastavení z přechodové charakteristiky (Åstrómová úprava).....	15
Chien, Hrones a Reswickova metoda (CHR metoda) .....	16
Cohen-Coonova metoda .....	16
<b>3 URČENÍ VNITŘNÍHO POPISU SYSTÉMU Z POPISU VNĚJŠÍHO</b> .....	<b>18</b>
PŘÍMÁ METODA (FROBENIŮV TVAR).....	19
3.1 ŘIDITELNOST A DOSAŽITELNOST.....	20
3.2 POZOROVATELNOST A REKONSTRUOVATELNOST .....	22
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>24</b>
<b>4 TVORBA PREZENTACÍ</b> .....	<b>25</b>
4.1 UKÁZKA 1.: LAPLACEOVA TRANSFORMACE.....	25
4.2 UKÁZKA 2.: BLOKOVÁ ALGEBRA.....	32
<b>5 VZOROVÉ PROTOKOLY</b> .....	<b>36</b>
5.1 PŘEHLED PROTOKOLŮ .....	36
5.1.1 První protokol.....	36
5.1.2 Druhý protokol .....	36
5.1.3 Třetí protokol .....	36
5.2 VNĚJŠÍ POPIS A ANALÝZA LSDS .....	37
5.3 SYNTÉZA REGULAČNÍHO OBVODU .....	45
5.4 STAVOVÝ POPIS .....	51
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>55</b>
<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ</b> .....	<b>56</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	<b>57</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....	<b>58</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ</b> .....	<b>60</b>
<b>SEZNAM TABULEK</b> .....	<b>62</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH</b> .....	<b>63</b>

## ÚVOD

Význam automatizace v řízení systémů je nesporný. Jen automatizací lze dosáhnout výrazného a trvalého zvýšení produktivity práce a efektivity výroby, lze podstatně zvýšit rychlosti výrobních pochodů, při kterých by člověk svou omezenou reakcí nebyl schopen včas a přesně zasahovat. Mechanizace a automatizace mají ve vědeckotechnické revoluci zcela zvláštní postavení, protože umožňují nahradit lidskou činnost ve výrobním a regulačním procesu. Bez automaticky pracujících strojů a zařízení není možno se obejít ani ve vědě ani v průmyslové praxi. Základní příčinou je rozpor mezi duševními schopnostmi člověka v procesu tvůrčího myšlení, kdy není časově omezen, a mezi relativně velmi pomalou interakcí na své vlastní myšlenkové pochody při opakování úkonů, omezeností smyslového vnímání a fyzického výkonu. Řešení tohoto rozporu se prolíná celým vývojem lidské společnosti.

Předmět si klade za úkol seznámit studenty se základními pojmy z oblasti automatického řízení, jako jsou přenos, regulace, nastavení regulátorů, Laplaceova transformace, stavový popis atd. Tato bakalářská práce se věnuje studijním oporám a návodům pro předmět Teorie automatického řízení I, a to konkrétně podpoře předmětu v anglickém jazyce. Cílem bylo vytvořit podporu pro přednášky a laboratorní úlohy. Pro podporu studia byly vytvořeny prezentace v programu PowerPoint, které jsou v rozsahu cca 200 listů. Druhou část práce tvoří tři vzorové protokoly rozdělené podle obsahu předmětu. První protokol se zabývá analýzou jednorozměrných systémů, druhý syntézou lineární spojitých dynamických systémů s různými metodami nastavení regulátoru a třetí se zabývá určením stavového popisu, říditelností a pozorovatelností systému. Výpočty, simulace a experimenty jsou provedeny v prostředí MATLAB/SIMULINK, některé pro doplnění pomocí programu EXCEL.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**



## 1 ZÁKLADNÍ DEFINICE Z OBLASTI AUTOMATIZACE

**Systém** - je soubor prvků, mezi kterými existují vzájemné vazby a zároveň vazby na okolí.

**LSDS** - jsou lineárně spojité dynamické systémy s jednou vstupní a jednou výstupní veličinou (**SISO** - single output single input).

LSDS je popsán:

- .. 1. Lineární diferenciální rovnicí.
- 2. Přenosovou funkcí.
- 3. Přechodovou funkcí.
- 4. Impulsní funkcí.
- 5. Frekvenčním přenosem.
- 6. Amplitudovou a fázovou logaritmickou charakteristikou.
- 7. Rozložením nul a pólů v komplexní rovině.

### Věty o reziduích:

Pro originál  $f(t)$  platí:

$$f(t) = \sum_i \operatorname{res}_{s=p_i} [F(s)e^{st}]$$

kde  $s = p_i$  jsou kořeny jmenovatele (póly) funkce  $F(s)$  a  $\operatorname{res}[F(s)e^{st}]$  jsou rezidua pro jednotlivé póly  $p_i$ .

Pro  $k$ -násobný pól platí:

$$\operatorname{res}[F(s)e^{st}] = \frac{1}{(k-1)!} \lim_{s \rightarrow p_i} \left\{ \frac{d^{(k-1)}}{ds^{(k-1)}} \left[ (s - p_i)^k F(s) e^{st} \right] \right\}$$

kde  $k$  je násobnost (řád) singulárního bodu (pólu) obrazu  $F(s)$ .

Pro nenásobný pól ( $k=1$ ) platí:

$$\operatorname{res}[F(s)e^{st}] = \lim_{s \rightarrow p_i} \left[ (s - p_i) F(s) e^{st} \right]$$

### Heavisideův rozvoj:

Pokud chceme provést zpětnou Laplaceovu transformaci pro složitější racionální lomenou funkci (s polynomy vyšších řádů v čitateli a jmenovateli), než jakou jsme schopni nalézt ve slovníku, je výhodné ji rozložit na parciální zlomky.

Uvažujme obraz ve tvaru racionální lomené funkce:

$$F(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + b_1 s + b_0}, \quad m < n \quad \text{který chceme zjednodušit rozložením na}$$

parciální zlomky.

Nejprve musíme spočítat kořeny jmenovatele (označíme je jako  $p_1, p_2, \dots, p_n$ ) a poté jej rozložit na součin kořenových činitelů. Podle násobnosti kořenů budeme dále uvažovat dva základní případy:

a.) nenásobné kořeny (jednonásobné)

V tomto případě se snažíme rozkládat funkci na tvar:

$$F(s) = \frac{A_1}{s - p_1} + \frac{A_2}{s - p_2} + \dots + \frac{A_n}{s - p_n}$$

Koeficienty  $A_i$  určíme pomocí vztahu:

$$A_i = \lim_{s \rightarrow p_i} [(s - p_i) F(s)] = [(s - p_i) F(s)]_{s=p_i}$$

b.) jeden kořen je k-násobný, ostatní nenásobné

Výsledný rozklad bude mít tvar:

$$F(s) = \frac{B_1}{s - p_1} + \frac{B_2}{(s - p_1)^2} + \dots + \frac{B_k}{(s - p_1)^k} + \frac{A_2}{s - p_{k+1}} + \frac{A_3}{s - p_{k+2}} + \dots + \frac{A_n}{s - p_n}$$

Konstanty  $A_i$  určíme ze stejného vztahu, jako v případě nenásobných koeficientů a koeficienty  $B_i$  jsou dány:

$$B_k = \left[ (s - p_1)^k F(s) \right]_{s=p_1}$$

$$B_{k-1} = \frac{1}{1!} \left\{ \frac{d}{ds} \left[ (s - p_1)^k F(s) \right] \right\}_{s=p_1}$$

$$B_{k-2} = \frac{1}{2!} \left\{ \frac{d^{(2)}}{ds^{(2)}} \left[ (s - p_1)^k F(s) \right] \right\}_{s=p_1}$$

**M**

$$B_1 = \frac{1}{(k-1)!} \left\{ \frac{d^{(k-1)}}{ds^{(k-1)}} \left[ (s - p_1)^k F(s) \right] \right\}_{s=p_1}$$

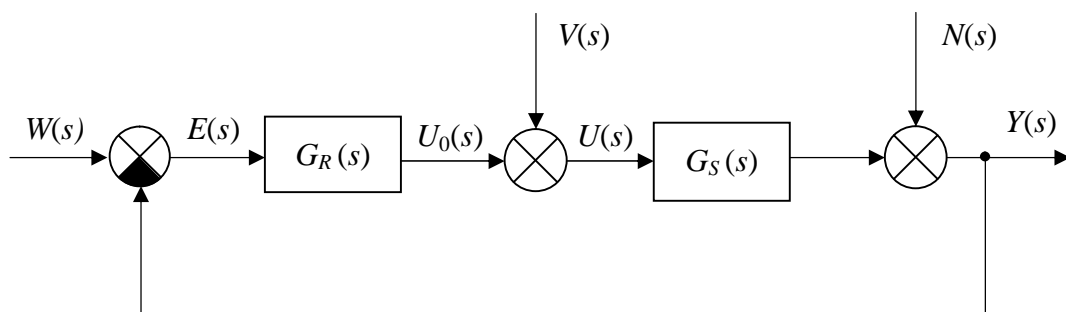
## 2 SYNTÉZA REGULAČNÍHO OBVODU

Tato kapitola se zabývá nastavováním regulátorů, popisuje různé metody způsobu nastavení.

### 2.1 Regulátory s pevně danou strukturou

Regulátory s pevně danou strukturou mají předem známý tvar popsany rovnicí nebo přenosem, např. P, PI, PD, PID regulátor. Úkolem návrhu je výběr vhodného typu regulátoru a nastavení jeho parametrů.

Na následujícím obrázku je zobrazeno schéma uzavřeného regulačního obvodu, kde  $G_R(s)$  - přenos regulátoru,  $G_S(s)$  - přenos soustavy,  $W(s)$  - žádaná hodnota,  $V(s)$  - porucha na vstupu a  $N(s)$  - porucha na výstupu.



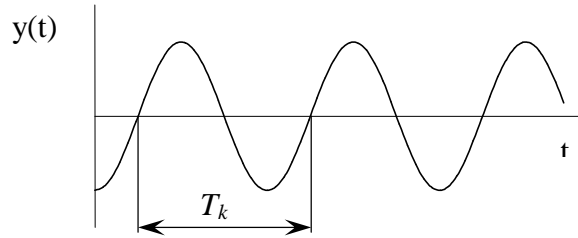
Obr. 1. Schéma regulačního obvodu

Přenos regulátoru  $G_R(s)$  bude uvažován v následujícím tvaru

$$G_R(s) = k_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right), \text{ resp. } G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s$$

#### Nastavení z kritického zesílení (1. Ziegler – Nicholsova metoda)

- Použije se pouze proporcionální složka PID regulátoru ve zpětné vazbě, derivační a integrační složky budou vyřazeny.
- Zvyšuje se zesílení  $k_P$ , resp.  $r_0$  až k hodnotě  $k_{Pk}$ , resp.  $r_{0k}$  tak, aby obvod byl na hranici stability (netlumené kmity na výstupu z řízeného systému).
- Odečte se perioda těchto netlumených kmitů  $T_k$ .
- Z kritických parametrů se z tabulky vypočítají parametry PID regulátoru.

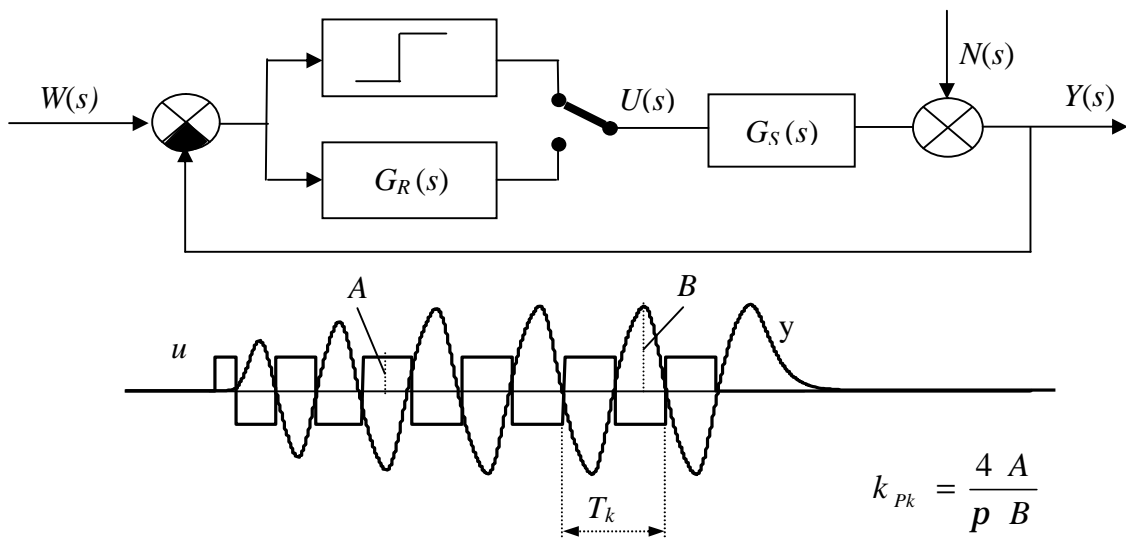


Obr. 2. Určení  $T_k$  při  $r_{0k}$

	$k_P$	$T_I$	$T_D$	$r_0$	$r_{-1}$	$r_1$
<b>P</b>	$0,5 k_{Pk}$	-	-	$0,5 r_{0k}$	-	-
<b>PI</b>	$0,45 k_{Pk}$	$0,85 T_k$	-	$0,45 r_{0k}$	$\frac{0,54 r_{0k}}{T_k}$	-
<b>PD</b>	$0,4 k_{Pk}$	-	$0,05 T_k$	$0,4 r_{0k}$	-	$0,02 r_{0k} T_k$
<b>PID</b>	$0,6 k_{Pk}$	$0,5 T_k$	$0,12 T_k$	$0,6 r_{0k}$	$\frac{1,2 r_{0k}}{T_k}$	$0,075 r_{0k} T_k$

Tab. 1. Nastavení parametrů PID regulátoru metodou Ziegler – Nichols

Kritické zesílení a kritická perioda kmitů, lze určit i jiným způsobem, a to vložním



Obr. 3. Určení  $T_k$  a  $k_{Pk}$  při vložení nelinearity (relé) do zpětné vazby

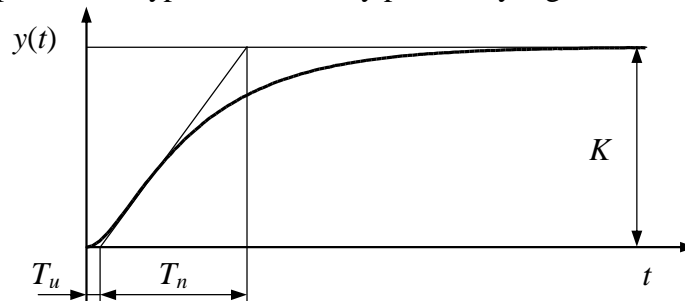
nelinearity (relé) do zpětné vazby. Z kritických hodnot se pak z výše uvedené tabulky určí parametry regulátoru. Schéma regulačního obvodu, viz. následující obrázek.

**Poznámka:**

Kritické parametry se mimo výše uvedeného postupu dají určit, pokud je znám přenos regulované soustavy, i výpočtem s pomocí kritérií stability z charakteristické rovnice a to  $r_{0k}$ , resp.  $k_{Pk}$  - pomocí algebraického kritéria (např. Hurwitzovo kritérium),  $T_k$  - pomocí frekvenčního kritéria (např. kritérium Michajlovovo - Leonardovo).

**Nastavení z přechodové charakteristiky (2. Ziegler - Nicholsova metoda)**

- Naměřit přechodovou charakteristiku regulované soustavy (aperiodického typu).
- Odečíst dobu průtahu  $T_u$ , dobu náběhu  $T_n$  a finální hodnotu  $K$ .
- Vypočítat parametr  $g$ ; platí  $g = T_n / T_u$ .
- Ze získaných parametrů vypočítat z tabulky parametry regulátoru.

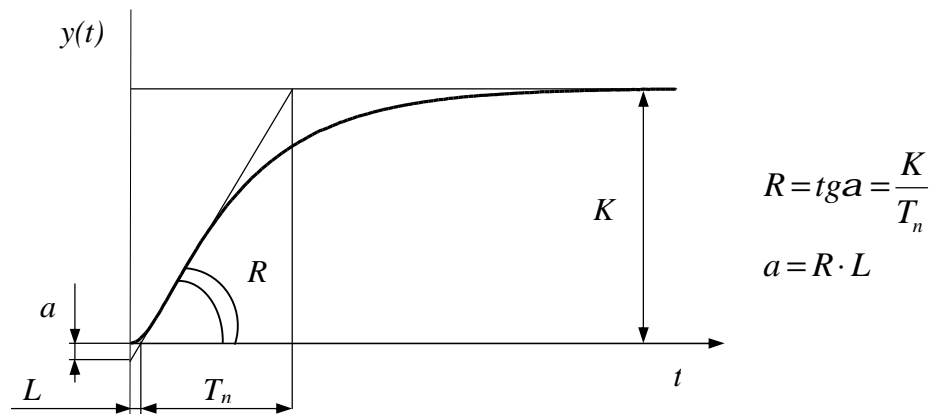
Obr. 4. Určení parametrů  $K$ ,  $T_u$  a  $T_n$  z

	$k_P$	$T_I$	$T_D$
<b>P</b>	$g \frac{1}{K}$	-	-
<b>PI</b>	$0,9g \frac{1}{K}$	$3,5 T_u$	-
<b>PD</b>	$1,2g \frac{1}{K}$	-	$0,25T_u$
<b>PID</b>	$1,25g \frac{1}{K}$	$2 T_u$	$0,5 T_u$

Tab. 2. Nastavení parametrů PID regulátoru ze získaných hodnot z přechodové charakteristiky

**Nastavení z přechodové charakteristiky (Åströмова úprava)**

Jedná se o podobnou metodu jako 0, která používá fiktivní dopravní zpoždění. Je opět



Obr. 5. Určení parametrů  $a$  a  $L$  z přechodové charakteristiky regulované soustavy

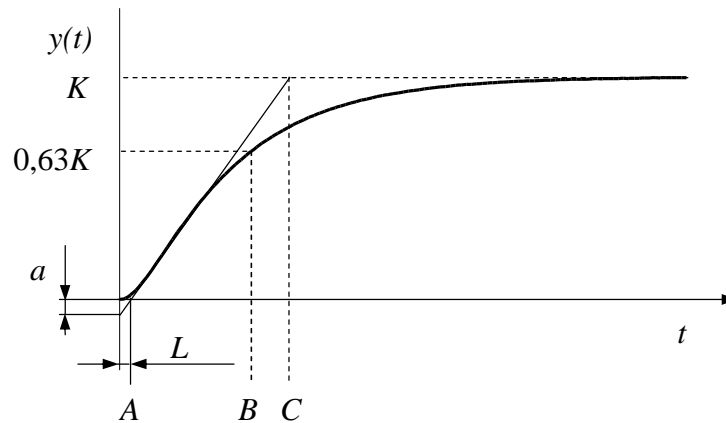
vhodná pro aperiodické přechodové charakteristiky. Postup je obdobný jako v předchozím případě. Pro určení parametrů regulátoru se použije níže uvedená tabulka.

	$k_P$	$T_I$	$T_D$
<b>P</b>	$\frac{1}{a}$	-	-
<b>PI</b>	$0,9 \frac{1}{a}$	$3 L$	-
<b>PID</b>	$1,2 \frac{1}{a}$	$2 L$	$0,5 L$

Tab. 3. Åströмова úprava Ziegler-Nicholsovy metody

**Chien, Hrones a Reswickova metoda (CHR metoda)**

Pro nastavení parametrů regulátoru je nutno určit následující parametry, a to parametr  $a$ ,  $L$  a  $T$ . Parametr  $T$  je časová konstanta, která lze určit dvěma způsoby. První možnost určení  $T$  je taková, že se tento parametr určí jako čas, kdy přechodová charakteristiky regulované soustavy dosáhne hodnoty  $0,63 K$  (vzdálenost  $AB$  - viz. následující obrázek), přičemž  $K$  je



Obr. 6. Určení parametrů  $a$ ,  $L$  a  $T$  z přechodové charakteristiky regulované soustavy zesílení regulované soustavy. Druhou možností získání parametru  $T$  vychází z určení doby náběhu  $T_n$ , pak platí  $T = T_n$  (vzdálenost  $AC$  - viz. následující obrázek).

Překmit	0%			20%		
	$k_P$	$T_I$	$T_D$	$k_P$	$T_I$	$T_D$
<b>P</b>	$\frac{0,3}{a}$			$\frac{0,7}{a}$		
<b>PI</b>	$\frac{0,35}{a}$	$1,2T$		$\frac{0,6}{a}$	$T$	
<b>PID</b>	$\frac{0,6}{a}$	$T$	$0,5L$	$\frac{0,95}{a}$	$1,4T$	$0,47L$

Tab. 4. Parametry regulátoru pro CHR metodu

**Cohen-Coonova metoda**

Vychází se z přenosu tří-parametrového modelu

$$G_S(s) = \frac{K}{1 + sT} e^{-sL}$$

Tato metoda je navržena tak, že dává poměr tlumení  $1/4$ . To znamená, že tato metoda návrhu regulátoru bude mít odezvu u druhého kmitu čtvrtinu první amplitudy.



	$k_P$	$T_I$	$T_D$
<b>P</b>	$\frac{1}{K.r} \left( 1 + \frac{r}{3} \right)$	-	-
<b>PI</b>	$\frac{1}{K.r} \left( 0,9 + \frac{r}{12} \right)$	$\frac{30+3r}{9+20r} L$	-
<b>PID</b>	$\frac{1}{K.r} \left( \frac{4}{3} + \frac{r}{4} \right)$	$\frac{32+6r}{13+8r} L$	$\frac{4}{11+2r} L$

Tab. 5. Parametry regulátoru pro Cohen-Coonovu metodu

kde:  $r = \frac{L}{T}$

Parametry regulátoru mohou být vypočteny i následujícím způsobem, tj. s využitím tzv. normalizovaného dopravního zpoždění  $\tau$ .

	$k_P$	$T_I$	$T_D$
<b>P</b>	$\frac{1}{a} \left( 1 + \frac{0,35t}{1-t} \right)$	-	-
<b>PI</b>	$\frac{0,9}{a} \left( 1 + \frac{0,092t}{1-t} \right)$	$\frac{3,3-3t}{1+1,2t} L$	-
<b>PD</b>	$\frac{1,24}{a} \left( 1 + \frac{0,13t}{1-t} \right)$	-	$\frac{0,27-0,36t}{1-0,87t} L$
<b>PID</b>	$\frac{1,35}{a} \left( 1 + \frac{0,18t}{1-t} \right)$	$\frac{2,5-2t}{1-0,39t} L$	$\frac{0,37-0,37t}{1-0,81t} L$

Tab. 6. Parametry regulátoru pro Cohen-Coonovu metodu (2. způsob výpočtu)

kde:  $a = \frac{KL}{T}$ ,  $t = \frac{L}{L+T}$

### 3 URČENÍ VNITŘNÍHO POPISU SYSTÉMU Z POPISU VNĚJŠÍHO

Vyjdeme z vnějšího popisu spojitého systému určeného diferenciální rovnicí n-tého řádu

$$a_n y^{(n)}(t) + \mathbf{L} + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + \mathbf{L} + b_0(t)$$

nebo z přenosu ve tvaru

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \mathbf{L} + b_0}{a_n s^n + \mathbf{L} + a_0}$$

Pro další výpočet je však vhodnější vycházet z rovnic v normalizovaném tvaru, tzn.  $a_n = 1$ , a musí být splněna podmínka ryzosti systému, tzn.  $\deg(m) \leq \deg(n)$ .

Spojité systém má stavové rovnice ve tvaru

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned}$$

kde  $\mathbf{A}$  - stavová matice,  $\mathbf{B}$  - matice řízení,  $\mathbf{C}$  - matice výstupní,  $\mathbf{D}$  - matice převodová

Diskrétní systém má stavové rovnice ve tvaru

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}u(k) \end{aligned}$$

kde  $\mathbf{M}$  - stavová matice,  $\mathbf{N}$  - matice řízení,  $\mathbf{C}$  - matice výstupní,  $\mathbf{D}$  - matice převodová

U obou těchto systémů uvažujeme, že všechny matice, tzn.  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{N}$  jsou konstantní matice jejichž prvky jsou rovněž konstantní. V tomto případě se jedná o tzv. stacionární systémy, tj. systémy invariantní v čase.

Předpokládáme, že čitatel i jmenovatel přenosu neobsahují žádné nevykrácené nuly a póly. Pokud by přenos systému tyto nevykrácené nuly a póly obsahoval, pak by získaná realizace systému byla vyššího řádu než je řád přenosu. Realizace by pak nebyla minimální.

Je několik tzv. kanonických tvarů stavových rovnic. Kanonické tvary zjednodušují strukturu systému vzhledem k jeho vstupní, výstupní a stavové veličině.

- Kanonický tvar vzhledem k řízení (Frobeniův kanonický tvar) - má jednoduchou matici řízení  $\mathbf{B}$
- Kanonický tvar vzhledem k výstupu - má jednoduchou výstupní matici  $\mathbf{C}$
- Jordanův kanonický tvar - má jednoduchou matici systému  $\mathbf{A}$

**Poznámka:**

V dalším odvozování se vychází ze stavové rovnice pro spojité systémy a předpokládáme, že koeficient u nejvyšší mocniny přenosu (2) ve jmenovateli a diferenciální rovnice (1) je roven jedné, tzn.  $a_n=1$ .

Stejným způsobem jak bude ukázáno dále se postupuje i u diskretních systémů, s tím rozdílem že dostaneme soustavu diferenčních rovnic místo diferenciálních rovnic.

**Přímá metoda (Frobeniův tvar)**

Vyjdeme z přenosu (2) (předpokládáme, že  $\deg(m) < \deg(n)$ ,  $a_n = 1$ )

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Y(s) Z(s)}{Z(s) U(s)} = (b_m s^m + \mathbf{L} + b_0) \cdot \frac{1}{s^n + \mathbf{L} + a_0}$$

První části přenosu (5) odpovídá diferenciální rovnice

$$y = b_m z^{(m)} + \mathbf{L} + b_1 \dot{z} + b_0 z$$

Druhé části přenosu (5) odpovídá diferenciální rovnice

$$z^{(n)} + \mathbf{L} + a_1 \dot{z} + a_0 z = u$$

Z rovnice (7) provedeme volbu stavových proměnných

$$\begin{aligned} x_1 &= z \\ x_2 &= \dot{z} \\ &\mathbf{M} \\ x_n &= z^{(n-1)} \end{aligned}$$

a můžeme sestavit soustavu diferenciální rovnic prvního řádu, které je složkovým tvarem stavové rovnice:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\mathbf{M} \\ \dot{x}_n &= u - a_0 x_1 - a_1 x_2 - \mathbf{L} - a_{n-1} x_n \end{aligned}$$

Do rovnice (6) dosadíme stavové veličiny (8) a dostaneme

$$y = b_0 x_1 + b_1 x_2 + \mathbf{L} + b_m x_{m+1}$$

Ze vztahů (9) a (10) sestavíme stavový model v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \mathbf{M} \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \mathbf{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{L} & 0 & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \mathbf{L} & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \mathbf{L} & a_{n-2} & a_{n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \mathbf{M} \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{M} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [b_0 \quad \mathbf{L} \quad b_m \quad 0 \quad \mathbf{L} \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \mathbf{M} \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + [0] u$$

### 3.1 Řiditelnost a dosažitelnost

Úlohou řízení dynamických systémů je určení řídicí veličiny, která způsobí změnu daného počátečního stavu systému  $\mathbf{x}(t_0)$  ve zvolený koncový stav systému  $\mathbf{x}(t_1)$ .

#### DOSAŽITELNOST

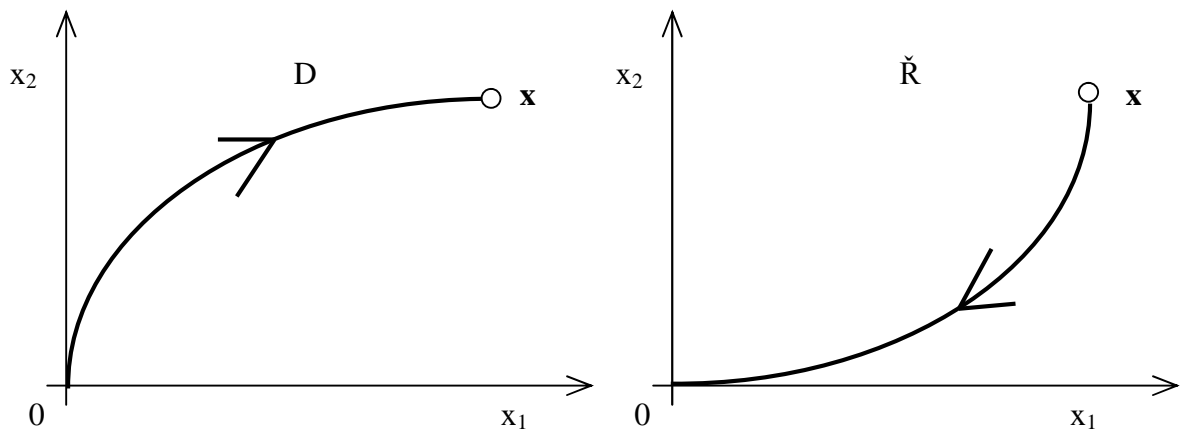
Stav  $\mathbf{x}$  je dosažitelný, existuje-li řízení  $\mathbf{u}(t)$ , které za konečný čas převede počáteční stav  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{0}$  do stavu  $\mathbf{x}$ . Jsou-li všechny stavy systému dosažitelné říkáme, že systém je dosažitelný.

Při dosažitelnosti vycházíme z nulového počátečního stavu a ptáme se na existenci řízení  $\mathbf{u}(t)$  s uvedenými vlastnosti.

#### ŘIDITELNOST

Stav  $\mathbf{x}$  je říditelný, existuje-li řízení  $\mathbf{u}(t)$ , které v konečném čase převede tento stav do počátku (do nulového stavu). Jsou-li všechny stavy systému říditelné říkáme, že systém je říditelný.

Při říditelnosti je stav  $\mathbf{x}$  počátečním stavem. Požadavkem je konečný čas převodu.



Obr. 7. Dosažitelnost a říditelnost stavů systému

U reverzibilních systémů obě vlastnosti splývají, protože obrácením směru času se z říditelnosti stane dosažitelnost a naopak. U systémů nestacionárních, které mění své vlastnosti v čase, je třeba vázat říditelnost i dosažitelnost stavu  $\mathbf{x}$  na čas. Proto u nestacionárních systémů zkoumáme dosažitelnost a říditelnost události  $(t, \mathbf{x}(t))$ .

#### *Matice dosažitelnosti (říditelnosti)*

- Pro spojité systémy:  $\mathbf{R} = [\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \mathbf{L}, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$
- Pro diskrétní systémy:  $\mathbf{R} = [\mathbf{N}, \mathbf{MN}, \mathbf{M}^2\mathbf{N}, \mathbf{L}, \mathbf{M}^{n-1}\mathbf{N}]$

#### **Poznámka:**

#### *Říditelnost výstupu*

Výstup je říditelný existuje-li řízení  $\mathbf{u}(t)$ , které převede výstup systému z libovolné hodnoty  $\mathbf{y}(t_0)$  na libovolnou jinou hodnotu výstupu  $\mathbf{y}(t_1)$  v konečném čase  $t_1 - t_0$

## 3.2 Pozorovatelnost a rekonstruovatelnost

Pozorovatelnost či rekonstruovatelnost má velký význam při určování dynamických vlastností systému měřením jeho vstupu a výstupu, neboť měřením můžeme zjistit pouze pozorovatelnou část systému. Pozorovatelnost a rekonstruovatelnost systému je nutnou podmínkou existence pozorovatele stavu systému.

### POZOROVATELNOST

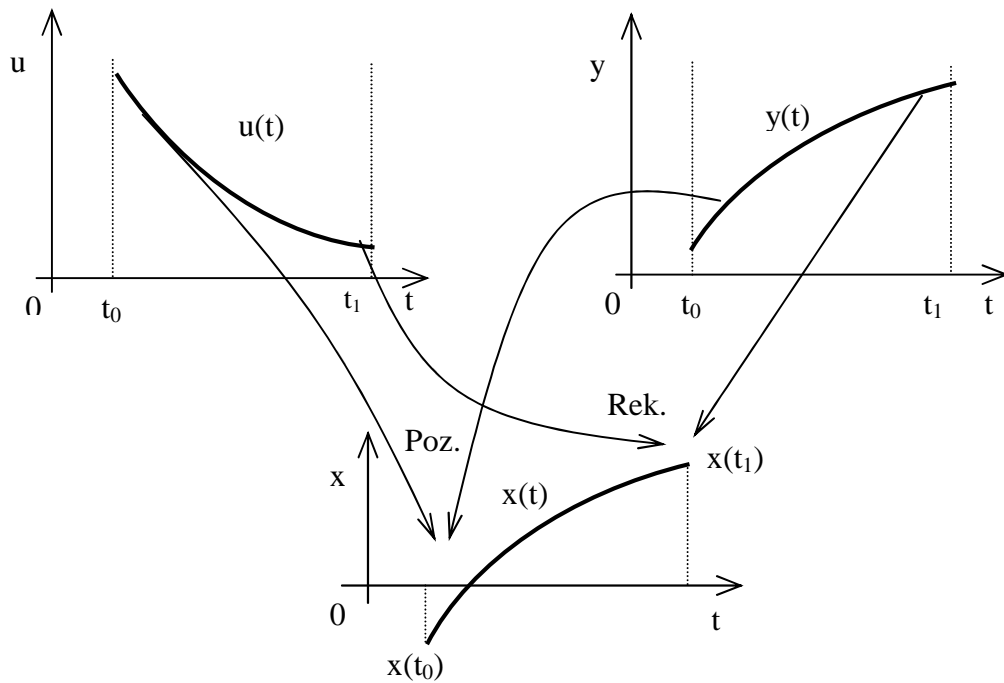
System je pozorovatelný, když změřením vstupu a výstupu na konečném časovém intervalu je možno určit hodnotu stavu systému na počátku měření. Nemůžeme-li rozborem změřených hodnot vstupu a výstupu jednoznačně určit počáteční stav systému, pak systém obsahuje nepozorovatelné stavy, což jsou stavy, které se vůbec neprojeví na výstupu systému.

### REKONSTRUOVATELNOST

System je rekonstruovatelný, když změřením vstupu a výstupu systému na konečném časovém intervalu je možno určit stav systému na konci intervalu měření.

Určíme-li pozorováním vstupu a výstupu počáteční stav systému (systém je pozorovatelný), pak známe počáteční stav systému a průběh vstupu systému. U deterministických systémů můžeme tedy vždy jednoznačně určit také konečný stav systému. Proto je-li systém pozorovatelný, je vždy rekonstruovatelný. Opačné tvrzení však obecně neplatí.

U reverzibilních systémů oba pojmy splývají, neboť odezva u takových systémů je



Obr. 8. Pozorovatelnost a rekonstruovatelnost

jednoznačná nejen ve směru rostoucího času, ale i obráceně.

***Matice pozorovatelnosti (rekonstruovatelnosti)***

- Pro spojité systémy:  $\mathbf{P} = [\mathbf{C}, \mathbf{CA}, \mathbf{CA}^2, \mathbf{L}, \mathbf{CA}^{n-1}]^T$

- Pro diskrétní systémy:  $\mathbf{P} = [\mathbf{C}, \mathbf{CM}, \mathbf{CM}^2, \mathbf{L}, \mathbf{CM}^{n-1}]^T$

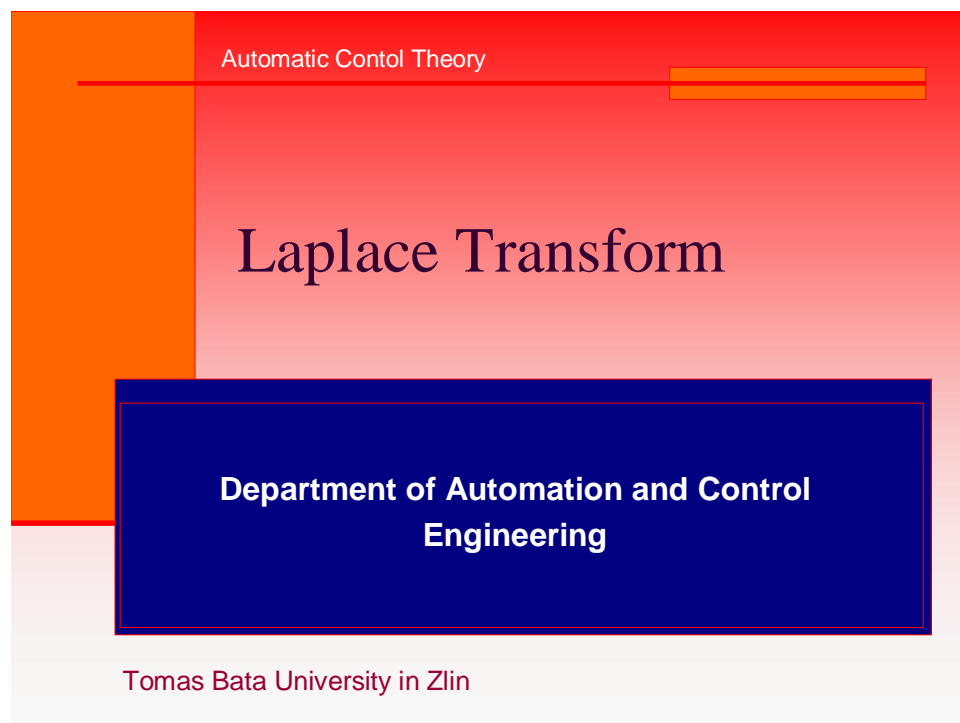
## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**



## 4 TVORBA PREZENTACÍ

Následující kapitola obsahuje ukázky z prezentací, které jsou společně s ostatním materiálem uloženy v příloze. Prezentace jsou rozděleny do patnácti tématických kapitol korespondující s obsahem přednášek v akademickém roce 2007/2008. V každé prezentaci je studentovi stručně vysvětlena daná problematika, k dispozici jsou i obsažené vzorové příklady a ilustrační obrázky. Prezentace mají počet stran v rozsahu 20 až 60, jsou tvořeny jednotným grafickým stylem v různých barevných variantách, kde šlo především o funkčnost a přehlednost.

### 4.1 Ukázka 1.: Laplaceova transformace



Obr. 9. Ukázka z prezentace 2.1

## Laplace Transform

- n **Laplace transform (LT)** is mathematical method which makes it possible to easily solve continuous linear regulation problems
- n Linear continuous dynamic systems (**LCDS**) are described by linear differential equation and main meaning of **LT** consists in description by the help of **transfer function** (instead of differential equation )

Obr. 10. Ukázka z prezentace 2.2

## Laplace Transform

Function  $F(s)$  is called Image of the laplace transform

$$\text{Main relation } f(t) \rightarrow F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

requirement  $f(t)$ : a)  $f(t) = 0$  for  $t < 0$

$$b) |f(t)| \leq Me^{-l_0 t}; \quad M, l_0 \text{ finite}$$

c) *piecewise continuous*

$$\text{Reconversion LT: } f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint F(s)e^{st} ds$$

Obr. 11. Ukázka z prezentace 2.3

## Laplace Transform

n decision procedure

```

graph TD
    DE[differential equation] -- L{ } --> AE[algebraic equation]
    AE --> SA[solution algebr. equation]
    SA -- L^{-1}{ } --> SDE[solution DE]
    DE -.-> SDE
  
```

This procedure will convert **result** back to **time zone** by the help of **inverse** Laplace transform

Department of Automation and Control Engineering 4

Obr. 12. Ukázka z prezentace 2.4

## Laplace Transform

n To direct and backward Laplace Transform is frequently used the LT dictionary

n meaning of the symbol **s** is derivate operator

n Identification :

$f(t), h(t), g(t)$  ..... are time functions

$F(s), H(s), G(s)$  ..... are LT images, complex system

Department of Automation and Control Engineering 5

Obr. 13. Ukázka z prezentace 2.5

## Laplace Transform

**n** most important properties of LT :

1. *Derivation*  $L\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$

$$L\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - \dots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$$

2. *Image of primar function*:  $L\left\{\int_0^t f(t)dt\right\} = \frac{1}{s} F(s)$

3. *Start and ending value*:  $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

$$f(0) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

Obr. 14. Ukázka z prezentace 2.6

## Laplace Transform

**n** most important properties of LT :

4. *Drift theorem* :  $L\{F(t-t)\} = e^{-ts} F(s)$

5. *Definite integral* :  $L\left\{\int_0^\infty f(t)dt\right\} = \lim_{s \rightarrow 0} F(s)$

6. *Convolution theorem* :  $L\left\{\int_0^\infty f(t)g(t-t)dt\right\} = F(s).G(s)$

Obr. 15. Ukázka z prezentace 2.7

## Laplace Transform

n most important properties of LT :

$$7. \text{ Linearity } L\{af(t) + bg(t)\} = aF(s) + bG(s)$$

difference among linear and nonlinear function :

$$y''(t) + 3y'(t) + 5y(t) = 8u(t) \dots \text{ is linear}$$

$$y'(t) + 2[y(t)]^2 = u(t) \dots \text{ is nonlinear}$$

$$y''(t) + 2y'(t) \cdot y(t) = 2u(t) \dots \text{ is nonlinear}$$

Obr. 16. Ukázka z prezentace 2.8

## Laplace Transform

n most often used pattern of LT dictionary :

No.	Original (time function)	Image (complex function)
1	$\delta$ ( Dirac delta function )	1
2	1 ( unit step function )	$\frac{1}{s}$
3	t ( linear ramp )	$\frac{1}{s^2}$
4	$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$
5	$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$

Obr. 17. Ukázka z prezentace 2.9

## Laplace Transform

### n partial fraction expansion

- n if we want to perform backward **LT** for complicated rational fractional function, than of what we're able to find in dictionary **LT**, is profitable lay out this function on **partial fraction**
- n known applicable method :
  - n method of undetermined coefficients
  - n substitution method
  - n Series development(Heaviside)

Obr. 18. Ukázka z prezentace 2.17

## Laplace Transform

### n Theorem of residues

$$F(s) \rightarrow f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint F(s)e^{st} ds = \sum_i \text{res}[F(s_i)e^{st}]$$

### n Calculation of residues

#### n one-multiple pole

$$\text{res}[F(s)_i] = \lim_{s \rightarrow s_i} [(s - s_i) F(s)]$$

#### n n-multiple pole

$$\text{res}[F(s_i)] = \frac{1}{(n-1)!} \lim \left[ \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} (s - s_i)^n F(s) \right]$$

Obr. 19. Ukázka z prezentace 2.18

## Laplace Transform

**n Heaviside** - partial fraction expansion by backward LT

**n Calculation of poles**

**n one-multiple pole**  $A_i = \lim_{s \rightarrow s_i} [(s - s_i) G(s)]$

$$G(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{(s - s_1) \dots (s - s_n)} = \frac{A_1}{s - s_1} + \frac{A_2}{s - s_2} + \dots + \frac{A_n}{s - s_n}$$

**n k-multiple pole**

$$B_k = \left[ (s - s_1)^k G(s) \right]_{s=s_1}$$

$$B_{k-1} = \left[ \frac{1}{1!} \frac{d}{ds} (s - s_1)^k G(s) \right]_{s=s_1} \quad \dots \quad B_1 = \left[ \frac{1}{(k-1)!} \frac{d^{k-1}}{ds^{k-1}} (s - s_1)^k G(s) \right]_{s=s_1}$$

$$G(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{(s - s_1)^k (s - s_2) \dots (s - s_l)} = \frac{B_1}{(s - s_1)} + \frac{B_2}{(s - s_1)^2} + \dots + \frac{B_k}{(s - s_1)^k} + \frac{A_2}{s - s_2} + \dots + \frac{A_l}{s - s_l}$$

Obr. 20. Ukázka z prezentace 2.20

## Laplace Transform

**n Heaviside development** can be used also in case, when some of the roots are complex-conjugate

**n in contrast to method of undetermined coefficients** the function have got different form

*un. coefficients*

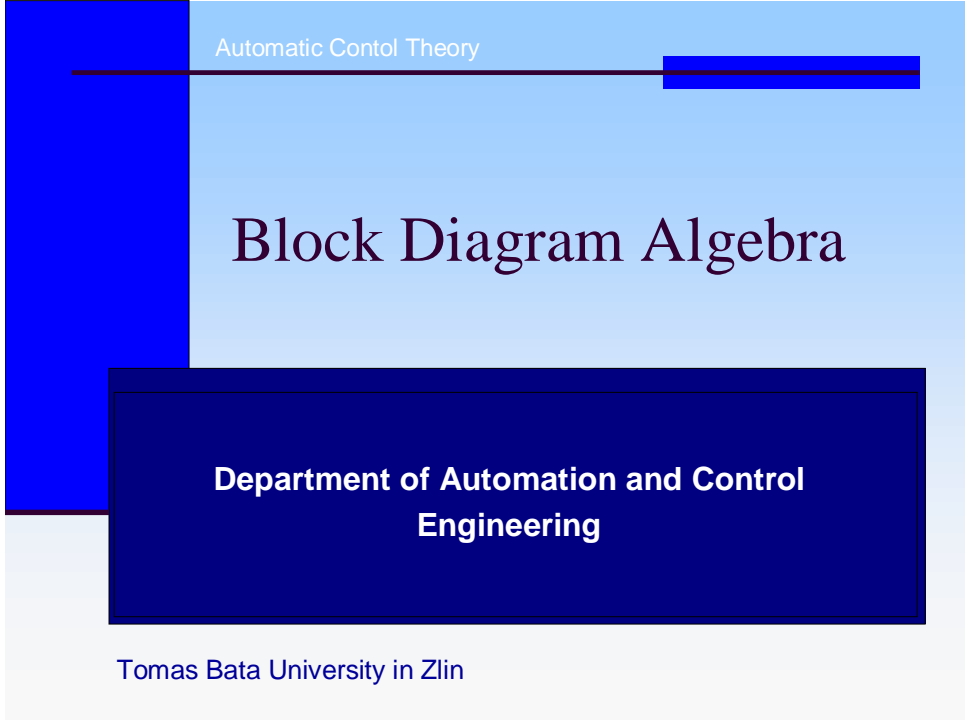
$$F(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+2s+5)} = \frac{A}{(s+1)} + \frac{Bs+C}{s^2+2s+5}$$

*Heaviside*

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+2s+5)} = \frac{A}{(s+1)} + \frac{A_2}{s+1-2i} + \frac{A_3}{s+1+2i}$$

Obr. 21. Ukázka z prezentace 2.21

## 4.2 Ukázka 2.: Blokovaná algebra



Automatic Control Theory

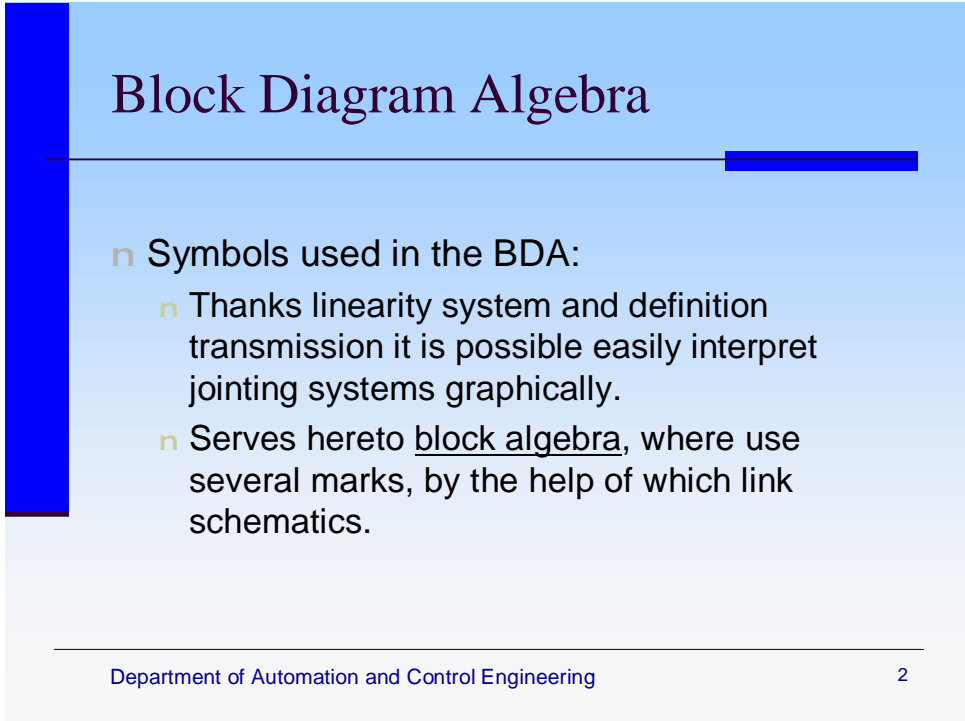
# Block Diagram Algebra

Department of Automation and Control Engineering

Tomas Bata University in Zlin

This slide features a blue gradient background with a dark blue vertical bar on the left. The text 'Automatic Control Theory' is at the top left, and 'Block Diagram Algebra' is the main title in the center. A dark blue box at the bottom contains the department name, and the university name is at the bottom left.

Obr. 22. Ukázka z prezentace 6.1



# Block Diagram Algebra

- n Symbols used in the BDA:
  - n Thanks linearity system and definition transmission it is possible easily interpret joining systems graphically.
  - n Serves hereto block algebra, where use several marks, by the help of which link schematics.

Department of Automation and Control Engineering 2

This slide has a blue gradient background with a dark blue vertical bar on the left. The title 'Block Diagram Algebra' is at the top. Below it is a bulleted list with two items. At the bottom, the department name and the number '2' are displayed.

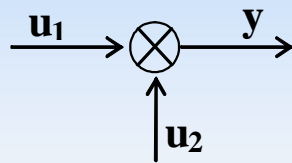
Obr. 23. Ukázka z prezentace 6.2



## Block Diagram Algebra

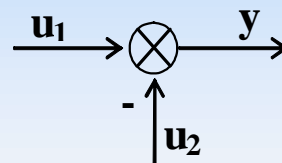
n Symbols used in the BDA:

n Summing element



$$y = u_1 + u_2$$

■ Difference element

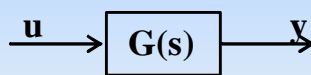


$$y = u_1 - u_2$$

Obr. 24. Ukázka z prezentace 6.3

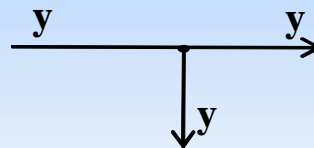
## Block Diagram Algebra

■ Carry (transfer)



$$y = G(s) \cdot u$$

n Partition component



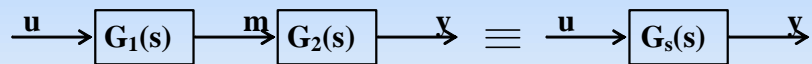
Device for division Y signal into two single Y signals

Obr. 25. Ukázka z prezentace 6.4

## Block Diagram Algebra

n Basic rules for making integration:

n Series connection



$$y = G_2(s) \cdot m = G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot u$$

$$G_s(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

$$y = G_s(s) \cdot u$$

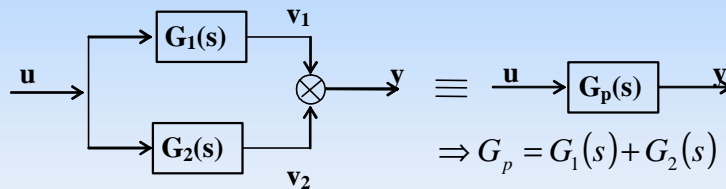
**General transmission equal product single serial ranged transmissions.**

Obr. 26. Ukázka z prezentace 6.5

## Block Diagram Algebra

n Basic rules for making integration:

n Parallel connection



$$\Rightarrow G_p = G_1(s) + G_2(s)$$

$$v_1 = G_1(s) \cdot u ; v_2 = G_2(s) \cdot u \Rightarrow y = [G_1(s) + G_2(s)] \cdot u$$

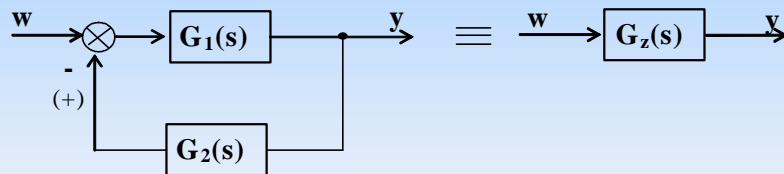
**General transmission equal sum single concurrently ranged transmissions.**

Obr. 27. Ukázka z prezentace 6.6

## Block Diagram Algebra

n Basic rules for making integration:

n Feedback connection (anti-parallel)

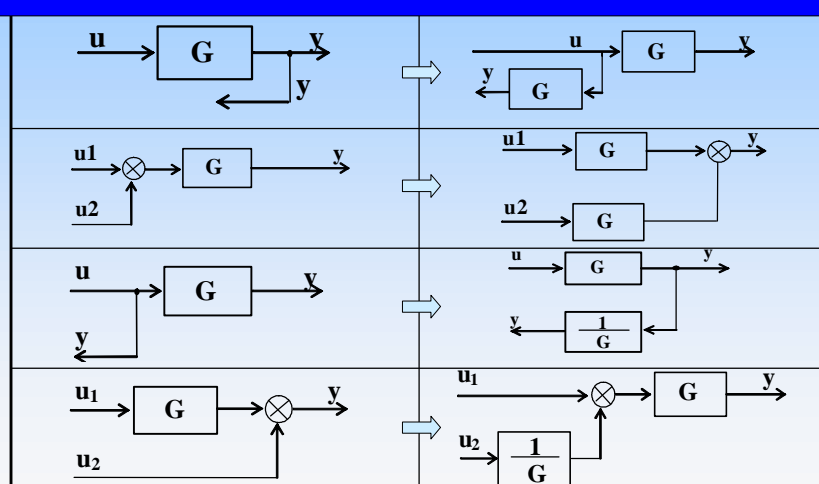


$$Y = G_1(W - G_2 Y) \Rightarrow Y(1 + G_1 G_2) = G_1 W \Rightarrow G_z = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2}$$

Obr. 28. Ukázka z prezentace 6.7

## Block Diagram Algebra

n Equivalence operation table:



Obr. 29. Ukázka z prezentace 6.9

## 5 VZOROVÉ PROTOKOLY

Jedním z úkolů bylo vytvořit vzorové protokoly pro podporu výuky. Tyto protokoly by měli sloužit pro potřebu seminárních cvičení. Výpočty byly prováděny pomocí programu Microsoft EXCEL, grafy jsou vytvořeny většinou pomocí programu MATLAB 6.5 nebo EXCELEM. Veškeré rovnice a výpočty jsou provedeny pomocí programu MathType 6.0 Equation.

### 5.1 Přehled protokolů

Na následujících stránkách se nachází krátké popisy jednotlivých protokolů a v další kapitole jsou zobrazeny celé návody v anglickém jazyce na zhotovení protokolů a jejich vypracování včetně simulací, grafů, výpočtů a závěrů.

#### 5.1.1 První protokol

První protokol se zabývá vnějším popisem a analýzou lineárních spojitých dynamických systémů. Student dostane od svého cvičícího vlastní unikátní zadání koeficientů  $a_2, a_1, a_0, b_0$ , které doplní do obecné diferenciální rovnice dané tvarem  $a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = b_0 u$ . Následně se provede analýza základních vlastností, jako je impulsní a přechodová charakteristika, fázovost, stabilita atd.

#### 5.1.2 Druhý protokol

Druhý protokol se zabývá syntézou regulačního obvodu. Student vypočte parametry regulátoru. Následně se provedou simulace za použití programu MATLAB/SIMULINK, který umožňuje nákres vlastních schémat a jejich simulaci. Výpočty lze zkontrolovat pomocí MATLABu.

#### 5.1.3 Třetí protokol

Třetí protokol se zabývá stanovením vnitřního popisu lineárních spojitých dynamických systémů. Pro zadaný řízený systém určíme matici říditelnosti a pozorovatelnosti a na jejich základě rozhodujeme, zda je zadaný systém říditelný a pozorovatelný.

## 5.2 Vnější popis a analýza LSDS

<p><b>Tomas Bata University in Zlin</b></p> <p><b>Department of Automation and Control</b></p> <p><b>Engineering</b></p>			
<b>Name:</b>		<b>Grade:</b>	II.
<b>Subject:</b>	Automatic control theory	<b>Group:</b>	
<b>Theme:</b>	<u>Outer description and analysis continuous dynamic system</u>		

One - dimensional linear continuous dynamic system is given by differential equation :

$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t)$$

Appoint values in agreement with individual setting and to this system work up next task:

1. Write transfer function. Determine zeroes, pole pair, order and relative order. Further decide about stability, periodicity, amplitude response, phase characteristic.
2. Figure out transfer and pulse function (impulse response) and on their base depict transfer and pulse characteristics. Both characteristics then get also by the help of MATLAB and compare results.
3. Determine frequency transmission and on base analytical calculation depict gain-phase characteristic in complex plane (Nyquist curve). Same characteristics depict with usage commands of MATLAB and compare results.

**Elaboration:****1.**

Setting values :  $a_2 = 1, a_1 = 6, a_0 = 8, b_0 = 6$

Differential equation :  $y''(t) + 6y'(t) + 8y(t) = 6u(t)$

From our differential equation we get transfer function :

$$G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{6}{s^2 + 6s + 8} = \frac{6}{(s+2)(s+4)}$$

Zeroes :  $\emptyset$  ( zeroes are the roots of numerator, this transfer function have no zeroes )

Pole : **-2, -4** ( pole pair are the roots of denominator )

Order : **2** ( is given by degree of denominator )

Relative order :  $2 - 0 = 2$  (degree of denominator – degree of numerator)

It means that transfer function have got two infinite zeroes.

Periodicity : aperiodic system ( poles of transfer function are laying on real axis )

minimum phase (minimum-phase) system

Stability : system is stable ( all of the poles lies in left parts of complex plane )

Step response :

Step function response is answer to unit step function at zero initial conditions.

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{5}{s(s^2 + 6s + 8)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+4} \right\}$$

Calculation by the help of residues :

$$res[F(s)_i] = \lim_{s \rightarrow s_i} [(s - s_i) F(s)]$$

$$A = \frac{6}{(s+2)(s+4)} \Big|_{s=0} = \frac{3}{4} \quad B = \frac{6}{s(s+4)} \Big|_{s=-2} = -\frac{3}{2}$$

$$C = \frac{6}{s(s+2)} \Big|_{s=-4} = \frac{3}{4}$$

also it is possible to count by the help of **partial fraction expansion**

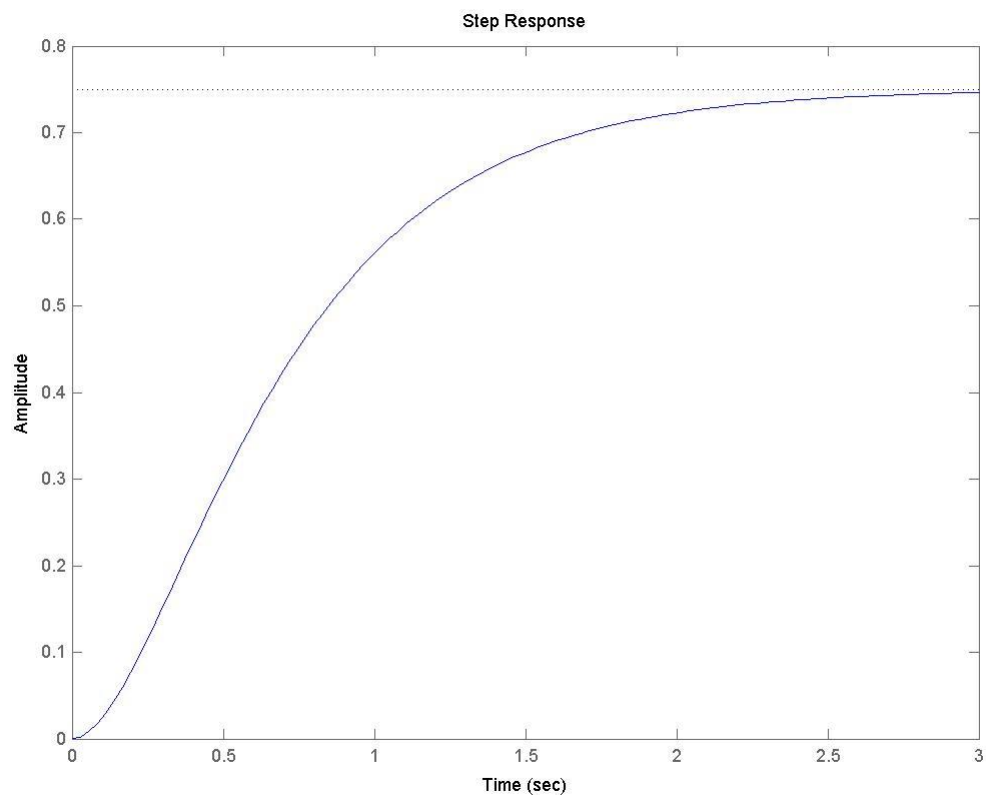
$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{0,75}{s} - \frac{1,5}{s+2} + \frac{0,75}{s+4} \right\}$$

$$\underline{\underline{h(t) = 0,75 - 1,5e^{-2t} + 0,75e^{-4t}}}$$

Determination initial and final values :

$$h(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{G(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{6}{s^2 + 6s + 8} = 0$$

$$h(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{6}{s^2 + 6s + 8} = 0,75$$



Obr. 30. Unit step response, MATLAB

Impulse response :

Impulse function is response to Dirac delta function at zero initial conditions. The plot is called Impulse characteristic. Impulse function is derivation of unit step function.

$$i(t) = h'(t) \quad i(t) = L^{-1}\{G(s)\} = L^{-1}\left\{\frac{5}{s^2 + 6s + 8}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{A}{s+2} + \frac{B}{s+4}\right\}$$

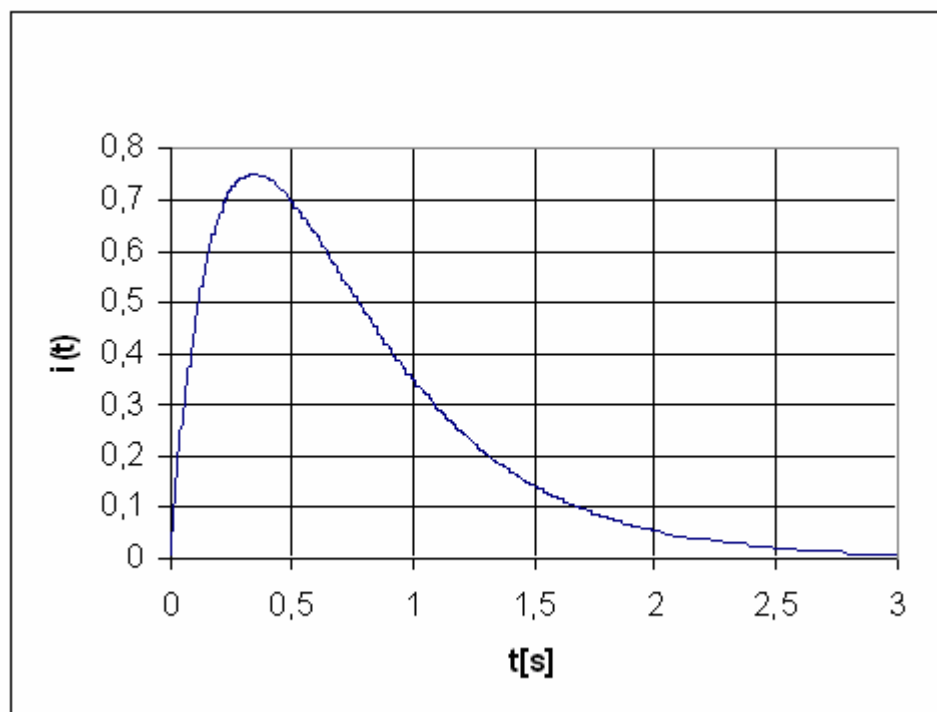
$$A = \frac{6}{s+4}\Big|_{s=-2} = 3 \quad B = \frac{6}{s+2}\Big|_{s=-4} = -3$$

$$i(t) = L^{-1}\left\{\frac{3}{s+2} - \frac{3}{s+4}\right\}$$

$$\underline{\underline{i(t) = 3e^{-2t} - 3e^{-4t}}}$$

$$i(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{6s}{s^2 + 6s + 8} = 0$$

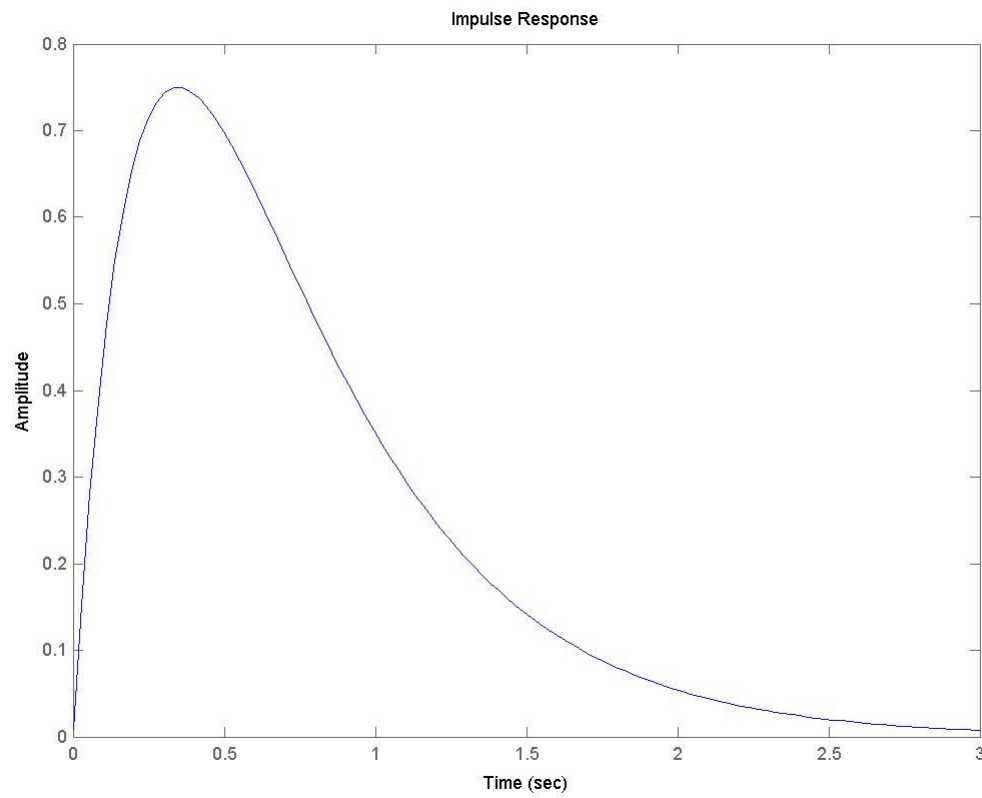
$$i(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{6s}{s^2 + 6s + 8} = 0$$



Obr. 31. Impulse response, EXCEL



Impulse response depicted by the help of MATLAB with command *impz* :



Obr. 32. Impulse response, MATLAB

3.

**Amplitude response :**

- amplitude response is display of frequency transfer in complex plane for  $\nu \in <0, \infty$ )

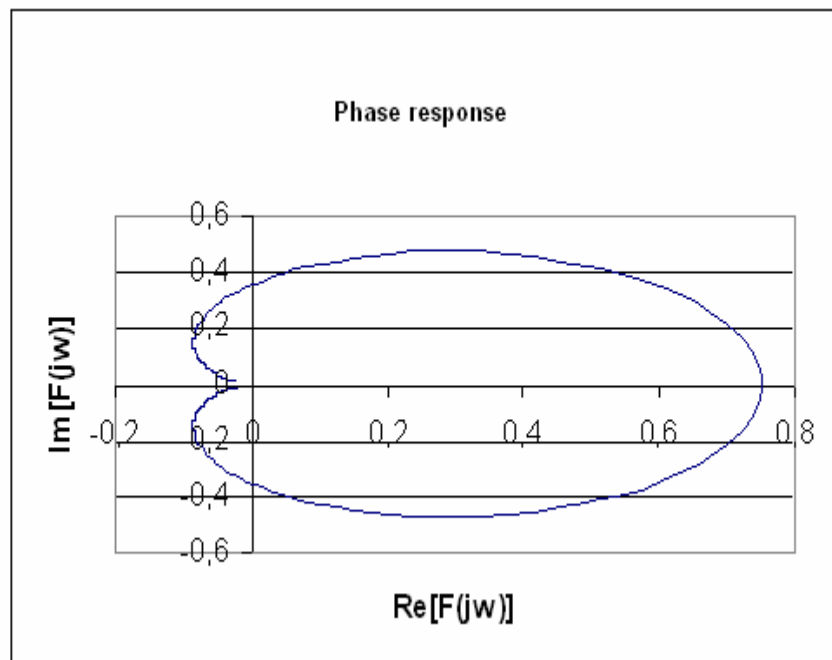
(Nyquist curve).

$$G(j\omega) = \frac{6}{- \omega^2 + 6j\omega + 8} \cdot \frac{(8 - \omega^2) - 6j\omega}{(8 - \omega^2) - 6j\omega} = \frac{48 - 6\omega^2}{\omega^4 + 20\omega^2 + 64} - \frac{36\omega}{\omega^4 + 20\omega^2 + 64} j$$

$$\text{Re}[G(j\omega)] = \frac{48 - 6\omega^2}{\omega^4 + 20\omega^2 + 64}$$

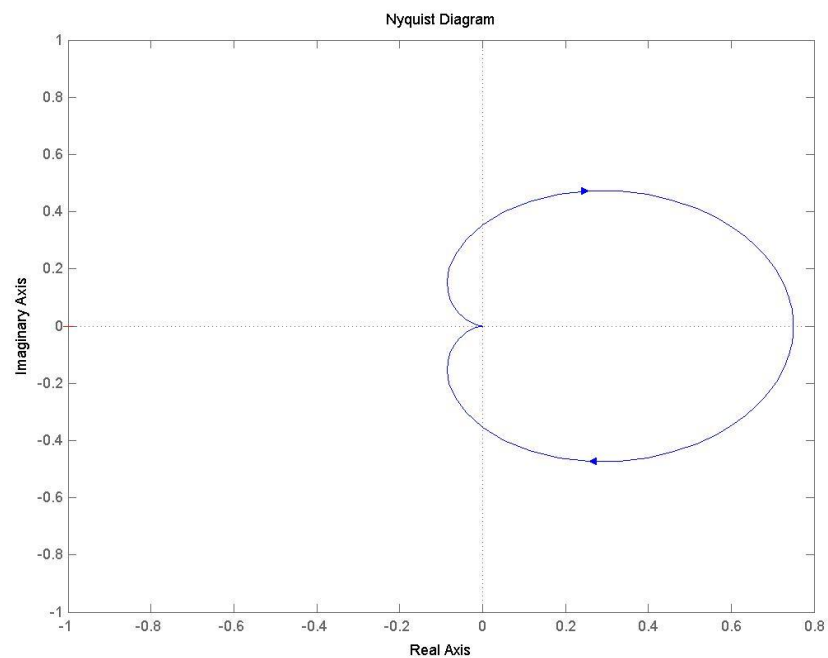
$$\text{Im}[G(j\omega)] = - \frac{36\omega}{\omega^4 + 20\omega^2 + 64}$$

Amplitude-phase frequency response depicted by the help of EXCEL



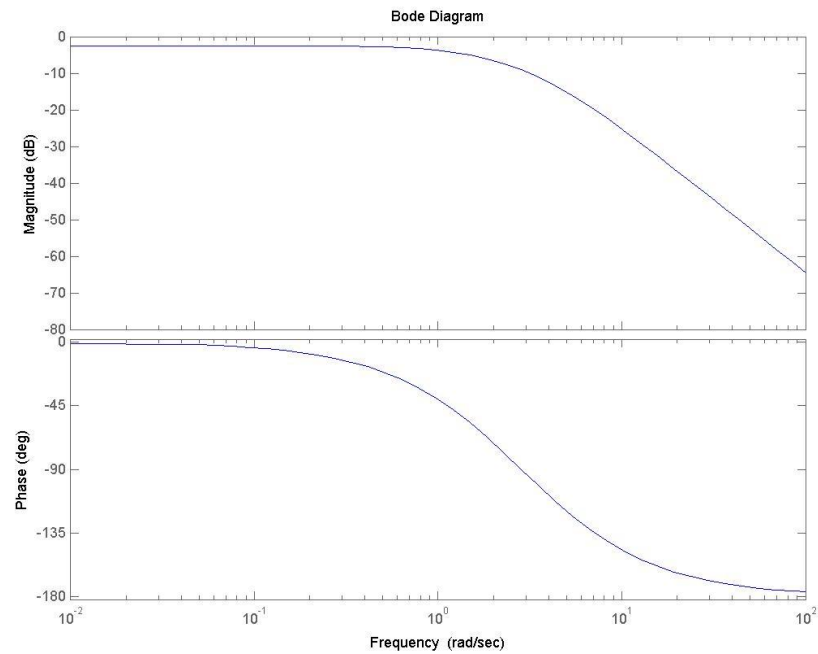
Obr. 33. Phase response ( gain-phase characteristic ), EXCEL

We can compare this same curve depicted by the help of program MATLAB with command *nyquist*



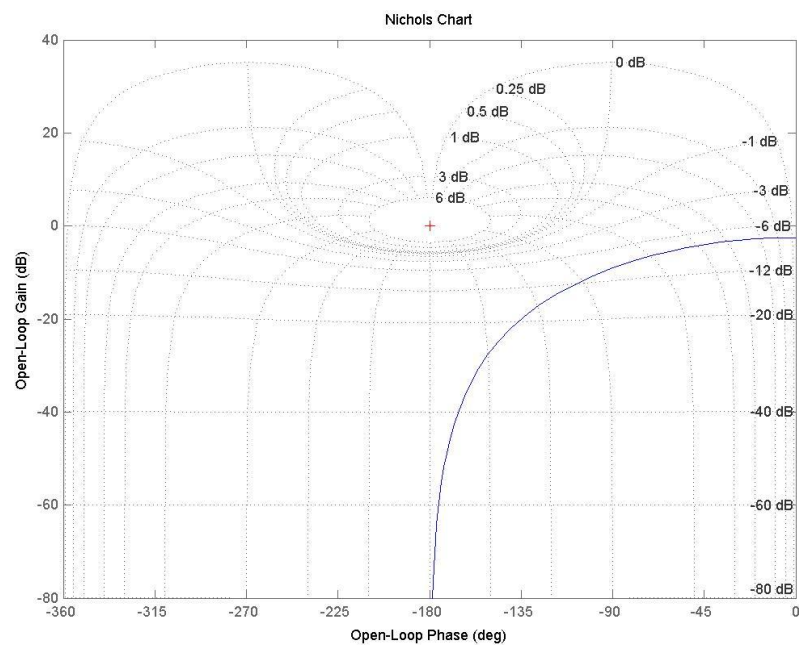
Obr. 34. Nyquist diagram, MATLAB

Bode diagram depicted by the help of program MATLAB with command *bode*



Obr. 35. Bode diagram, MATLAB

Nichols diagram depicted by the help of program MATLAB with command *nichols*,  
*ngrid*



Obr. 36. Nichols chart, MATLAB

**Conclusion:**

Engaged LCDS is one-dimensional, aperiodic, stable and minimum phase. Impulse and unit step response is without oscillation. From differential equation

$$y''(t) + 6y'(t) + 8y(t) = 6u(t) \text{ was determined transfer } G(s) = \frac{6}{s^2 + 6s + 8} = \frac{6}{(s+2)(s+4)} .$$

The roots of denominator this transfer function are -2, -4, order and relative order are 2.

Further was from transfer function intended step response  $h(t) = 0,75 - 1,5e^{-2t} + 0,75e^{-4t}$

and impulse response  $i(t) = 3e^{-2t} - 3e^{-4t}$ . Graphs are displayed by the help of programs

MATLAB and EXCEL.

## 5.3 Syntéza regulačního obvodu

<b>Tomas Bata University in Zlin</b>			
<b>Department of Automation and Control</b>			
<b>Engineering</b>			
<b>Name:</b>		<b>Grade:</b>	II.
<b>Subject:</b>	Automatic control theory	<b>Group:</b>	
<b>Theme:</b>	<u>Continuous dynamic system – Synthesis of control system, description and analysis</u>		

One - dimensional linear continuous dynamic system is given by differential equation :

$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t)$$

Appoint values in agreement with individual setting and to this system work up next task:

1. Propose continuous controller ( any two classical methods ) which will ensure stable control process and monitoring reference tracking ( requested value ). Simulate this system control.
2. Append to this given system transport delay  $\Theta \in \langle 1;10 \rangle$  , drive him by the help of regulator proposed in one's of methods from previous task, first in basic control loop and after by the help of Smith's predictor.
3. Propose continuous action controller ( by the help of polynomial synthesis ) with demand on stability control loop and asymptotic monitoring requested values (setpoint). For 1 DOF and 2 DOF too. Polynomial on the right side of diophantine equations choose in form  $d = (s + m)^{\deg d}$  , so with multiple pole. Simulate control process for several values of multiple pole, evaluate visually their quality and „the best" control process introduce into protocol.

1.

Setting values :  $a_2 = 1, a_1 = 6, a_0 = 8, b_0 = 6$

Differential equation :  $y''(t) + 6y'(t) + 8y(t) = 6u(t)$

From our differential equation we get transfer function :

$$G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{6}{s^2 + 6s + 8} = \frac{6}{(s + 2)(s + 4)}$$

With stability criterion suggest PI regulator and verify his property with using SIMULINK.

characteristic polynomial :

$$G(s) = \frac{6}{s^2 + 6s + 8} = \frac{b}{a} \quad ap + bq \Rightarrow s^3 + 6s^2 + (8 + 6q_1)s + 6q_0$$

PI regulator :

$$C(s) = \frac{q_1s + q_0}{s} = \frac{q}{p}$$

a.) **Naslin method :**

$$ap + bq = 0 \quad \rightarrow \quad s^3 + 6s^2 + (8 + 6q_1)s + 6q_0 = 0$$

$$i=1: \quad c_1^2 \geq \alpha c_0 c_2 \quad (8 + 6q_1)^2 \geq 2,4 \cdot 6q_0 \cdot 6$$

$$i=2: \quad c_2^2 \geq \alpha c_1 c_3 \quad 6^2 \geq 2,4(8 + 6q_1)$$

$\alpha = 2,4$  for max one-percentual over overshoot regulation

$\alpha$	1,75	1,8	1,9	2	2,2	2,4
$\Delta y_{\max} [\%]$	16	12	8	5	3	1

Tab. 7. Naslin, dependence  $\Delta y_{\max}$  on  $\alpha$

$$6^2 \geq 2,4(8+6q_1)$$

$$q_1 \leq 1,1\bar{6} \quad q_1 = 1$$

$$(8+6q_1)^2 \geq 2,4 \cdot 6q_0 \cdot 6$$

$$q_0 \leq 2,269 \quad q_0 = 1 \quad C(s) = \frac{1s + 1}{s}$$

Routh –Shure's criterion

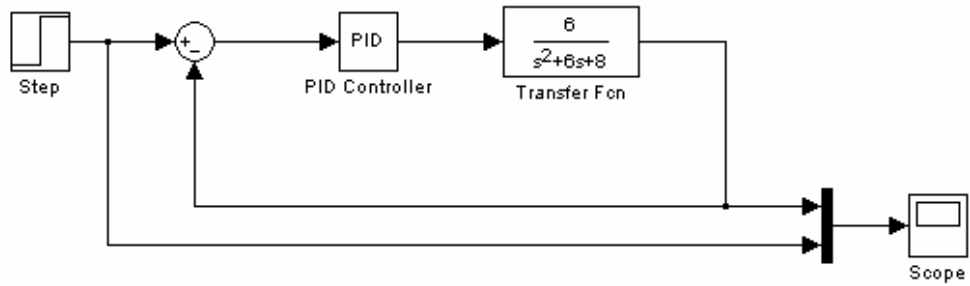
1	<u>6</u>	8+6q <sub>1</sub>	<u>6q<sub>0</sub></u>	
	6                      6q <sub>0</sub>			/ (-1/6)
	6	8+6q <sub>1</sub> -q <sub>0</sub>	6q <sub>0</sub>	

$$6q_0 > 0 \quad 8+6q_1-6q_0 > 0$$

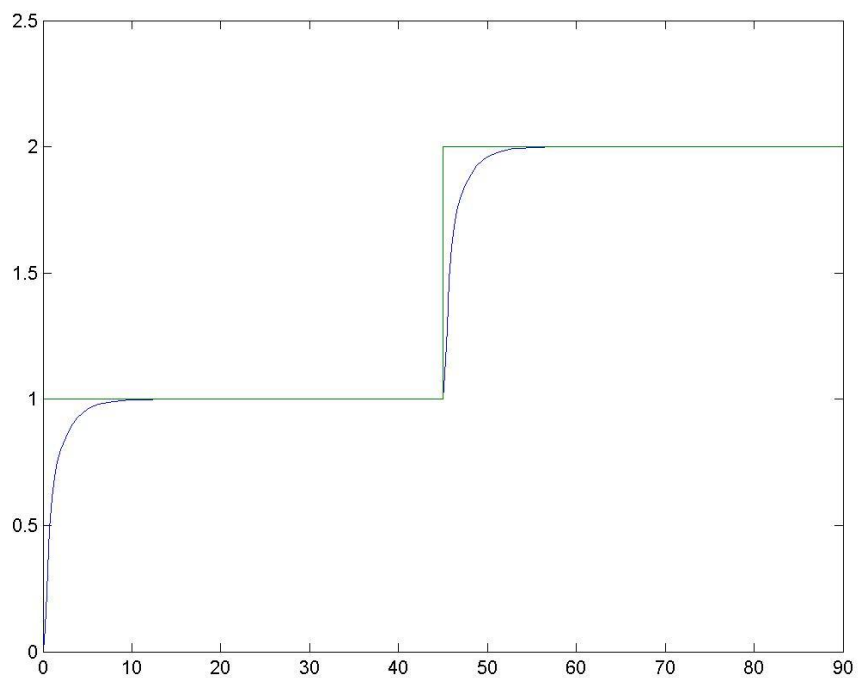
$$q_0 > 0 \quad q_1 > \frac{q_0 - 8}{6}$$

$$C(s) = \frac{1s + 1}{s} \quad q_0 > 0 \quad q_1 > \frac{q_0 - 8}{6}$$

$$1 > 0 \quad 1 > \frac{1 - 8}{6}$$



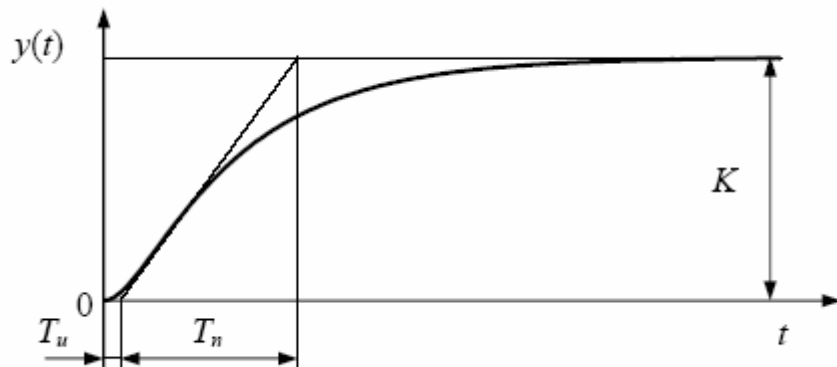
Obr. 37. Scheme of regulation, SIMULINK



Obr. 38. Control system simulation by the help of Naslin Method, MATLAB



**b.) Setting values from unit step response**



Obr. 39. Graphic display of setup from step response, Ziegler-Nichols method

$$G_R(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right), \text{ or } G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s$$

Dates deducted from step function characteristics :

$$T_u=0,1 \quad T_n=1,05$$

$$K=0,75$$

$$g = \frac{T_n}{T_u} = 10,5$$

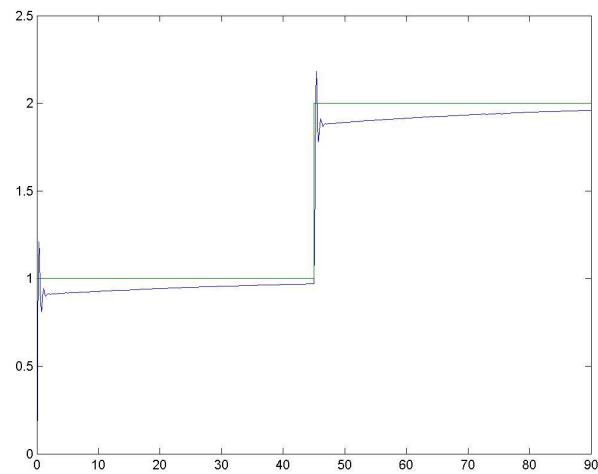
$$\text{PI: } k_r=0,9 \cdot \frac{1}{K} = 12,6 \quad T_I=3,5 \cdot T_u=0,35$$

	$k_p$	$T_I$	$T_D$
<b>P</b>	$g \frac{1}{K}$	-	-
<b>PI</b>	$0,9g \frac{1}{K}$	$3,5 T_u$	-
<b>PD</b>	$1,2g \frac{1}{K}$	-	$0,25T_u$
<b>PID</b>	$1,25g \frac{1}{K}$	$2 T_u$	$0,5 T_u$

Tab. 8. Table of transfer relations for calculation parameters

$$\text{Transfer function } G_R(s) = 12,6 \left( 1 + \frac{1}{0,35s} \right)$$

From the Routh-Shure's criterion is evident that the system will be stable.



Obr. 40. Process of regulation, MATLAB

The rest of method and conclusion are included in CD-ROM insertion.

## 5.4 Stavový popis

<b>Tomas Bata University in Zlin</b>			
<b>Department of Automation and Control</b>			
<b>Engineering</b>			
<b>Name:</b>		<b>Grade:</b>	II.
<b>Subject:</b>	Automatic control theory	<b>Group:</b>	
<b>Theme:</b>	<u>State space description LCDS</u>		

Write any state space description. Retrieve transfer function from state space description. Compile controllability matrix and observability matrix and decide if the system is controllable or observable.

Setting values :  $a_2 = 1, a_1 = 6, a_0 = 8, b_0 = 6$

Differential equation :  $y''(t) + 6y'(t) + 8y(t) = 6u(t)$

From our differential equation we get transfer function :

$$G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{6}{s^2 + 6s + 8} = \frac{6}{(s+2)(s+4)}$$

but we have got an aperiodic system, that's why we will use form

$$G(s) = \frac{s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{s + 6}{s^2 + 6s + 8}$$

State space description means overtyping this differential equation like scale of differential equations of first order.

Chosed state space variable :

$$x_1(t) = y(t) \quad \text{derivated} \rightarrow x_1'(t) = y'(t) = x_2(t)$$

$$x_2(t) = y'(t) \quad x_2'(t) = y''(t)$$

$$G(s) = \frac{s + 6}{s^2 + 6s + 8}$$

$$y'' + 6y' + 8y = 6u + u'$$

$$z'' + 6z' + 8z = u$$

$$y = z' + 6z$$

$$x_1' = x_2$$

$$x_2' = -6x_2 - 8x_1 + u$$

$$y = x_2 + 6x_1$$

$$x_1 = z$$

$$x_2 = z'$$

State space equation :

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot u$$

Output equation  $y(t) = x_1(t)$  :

$$y = (6 \quad 1) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 0 \cdot u$$

$$A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C(6 \quad 1) \quad D(0)$$

application in MATLAB :

$$[A, B, C, D] = \text{tf2ss}([1 \quad 6], [1 \quad 6 \quad 8])$$

Conversion of **state space description** to **transfer function** :

$$G(s) = H (sI - F)^{-1} G + L$$

$$\begin{aligned} G(s) &= (6 \ 1) \cdot \left[ \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{pmatrix} \right]^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (6 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} s & -1 \\ 8 & s+6 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{s^2 + 6s + 8} \cdot (6 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} s+6 & 1 \\ -8 & s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{s+6}{s^2 + 6s + 8} \end{aligned}$$

Make out controllability matrix and observability matrix and decide if the system is controllable or observable :

$$P_c = (G, FG)$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$FG = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$P_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\text{rank}(P_c) = 2 \quad \det = -1 \neq 0$$

- rank of controllability matrix is equal degree of transfer; determinant of controllability matrix is not equal zero  $\rightarrow$  system is **controllable**

$$P_o = \begin{pmatrix} H \\ HF \end{pmatrix}$$

$$H = (6 \ 1)$$

$$FH = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{pmatrix} \cdot (6 \ 1) = (-8 \ 0)$$

$$P_o = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{rank}(P_o) = 2 \quad \det = 8 \neq 0$$

Rank of observability matrix is equal with degree of transfer and determinant of observability matrix is not equal zero  $\rightarrow$  system is **observable**

**Conclusion:**

Engaged system was tested from aspects of state description. Next task was also verify parameters of state description and perform backward transmission from inner description to outer description. We tested transfer function in form  $G(s) = \frac{s+6}{s^2+6s+8}$  and there were rated this matrix  $A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{pmatrix}$   $B \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$   $C(6 \ 1)$   $D(0)$ . Thanks to this matrix it is possible lead over state space description back to transfer function. In the last task we determined, whether or not the system is controllable and observable. By calculation was resolved, that the system is controllable and observable.

## ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo vytvoření multimediální podpory pro předmět Teorie automatického řízení I, a to konkrétně se zaměřením na budoucí potřebu naší fakulty přednášet tento předmět v anglickém jazyce. V teoretické části jsou nejprve vysvětleny vybrané pojmy tohoto předmětu, které souvisí s laboratorními úlohami. V praktické části je ukázka prezentací, které byly vytvořeny v prostředí PowerPoint. Tyto prezentace by měly sloužit jako pomůcka pro zahraniční studenty pro studium tohoto předmětu, dále pak pro zopakování a probrání vzorových příkladů k jednotlivým kapitolám. Prezentace jsou rozděleny do 14 bloků, korespondujících s obsahem přednášek pro akademický rok 2007/2008. Dalším úkolem bylo vypracovat vzorové protokoly, které jsou potřeba k získání zápočtu. Laboratorní úlohy jsou rozděleny na tři části. První část se zabývá vnějším popisem a analýzou lineárních spojitých dynamických systémů, v druhé části jsou rozebírány metody syntézy regulačního obvodu a poslední část se věnuje stavovému popisu. Veškeré materiály jsou volně stažitelné z univerzitního webu. Simulační ověřovací experimenty jsou provedeny v prostředí MATLAB/SIMULINK.

## ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

The aim of my bachelor work was to create support for theme Automatic control theory I. There are a needs to learn this subject in english language. First in the theoretical part are explained choice notions of this subject which are related to laboratory work. In practical part are samples of presentation which were created in environment PowerPoint. These presentations should serve as help for external students for study this subject. Presentation are divided to 14 blocks and corresponding with content lectures for academnic year 2007/2008. Next task was to work up exemplary laboratory protocols which are need to conciliation inclusion. Laboratory exercise are divided on three parts. First part deal with outer description and analysis linear continuous dynamic systems, in second part are construe method of synthesis of control system and the last part attend to state space description. All materials are freely accessible from university web. Simulation testing experiments are performed in enviroment MATLAB/SIMULINK.



**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] Automatizace [online]. 2007 [cit. 2007-8-19]. Dostupný z WWW:  
<<http://www.e-automatizace.cz/default.asp>>.
- [2] Štecha, J., Havlena, V.: Teorie dynamických systémů, Skriptum ČVUT v Praze, Fakulta elektrotechnická, 1996
- [3] Balátě, J.: Vybrané statě z automatického řízení, Skriptum VUT v Brně Fakulty technologické ve Zlíně, Brno, 1996
- [4] UTB [online]. 2007 [cit. 2007-8-17]. Dostupný z WWW :  
<<http://www.vyuka.fai.utb.cz> >.
- [6] Automatizace [online]. 2003 [cit. 2007-8-15]. Dostupný z WWW :  
<<http://skripta.ft.tul.cz/data/2003-10-08/11-17-48.pdf>>.
- [7] Prokop, R. a kol.: Teorie automatického řízení-lineární spojité dynamické systémy, Skriptum FAI UTB, Zlín 2006.
- [8] Automatizace [online]. 2007 [cit. 2007-7-22]. Dostupný z WWW :  
<<http://skripta.ft.tul.cz/data/2003-10-08/11-17-48.pdf>>.
- [9] Feedback control [online]. 2007 [cit. 2007-8-14]. Dostupný z WWW :  
<<http://www.theorem.net/theorem/lewis1.html>>.
- [10] Kailath, Thomas: Linear Systems, New Jersey 1980,  
ISBN 0-13-536961-4
- [11] Levine, William S. at al.: The Control Handbook, 1996,  
ISBN 0-8493-8570-9

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

- LSDS - spojitý dynamický systém,
- SISO - Single Input Single Output ; jednorozměrný systém (jeden vstup jeden výstup),
- LCDS - Linear Continuous Dynamic System
- $y(t)$  - výstupní veličina
- $u(t)$  - vstupní veličina
- $h(t)$  - přechodová funkce
- $i(t)$  - impulsní funkce
- $G(s)$  - přenos systému
- $F(s)$  - obraz Laplaceovy transformace
- $G(j\omega)$  - frekvenční přenos
- P - proporcionální člen regulátoru
- I - integrační člen regulátoru
- D - derivační člen regulátoru
- $T_u$  - doba průtahu
- $T_n$  - doba náběhu
- $T_I$  - integrační časová konstanta
- $T_D$  - derivační časová konstanta
- $\Delta y_{\max} [\%]$  - maximální přeregulování
- $k_p, r_0$  - zesílení proporcionálního regulátoru
- m** - volitelný parametr pro 1DOF a 2DOF řízení
- m - stupeň čitatele přenosu
- n - stupeň jmenovatele přenosu
- $s_i$  - póly(kořeny jmenovatele)

---

$n_i$	- nuly(kořeny čitatele)
$v$	- frekvence
$G_R(s)$	- přenos regulátoru
$G_S(s)$	- přenos soustavy
$G_{WY}(s)$	přenos řízení
$G_{DZ}(s)$	přenos soustavy s dopravním spožděním
$G_{SP}(s)$	přenos soustavy s aproximovaným dopravním spožděním
<b>A</b>	stavová matice
<b>B</b>	řídící matice
<b>C</b>	výstupní matice
<b>D</b>	převodová matice
<b>x</b>	stavové veličiny
<b>G(s)</b>	přenosová matice
<b>R</b>	matice říditelnosti
<b>P</b>	matice pozorovatelnosti

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1. Schéma regulačního obvodu.....	11
Obr. 2. Určení $T_k$ .....	12
Obr. 3. Určení $T_k$ a $k_{PK}$ při vložení nelinearity (relé) do zpětné vazby .....	13
Obr. 4. Určení parametrů .....	14
Obr. 5. Určení parametrů $a$ a $L$ z přechodové charakteristiky .....	15
Obr. 6. Určení parametrů z přechodové charakteristiky .....	15
Obr. 7. Dosažitelnost a říditelnost stavů systému .....	20
Obr. 8. Pozorovatelnost a rekonstruovatelnost .....	22
Obr. 9. Ukázka z prezentace 2.1 .....	25
Obr. 10. Ukázka z prezentace 2.2 .....	26
Obr. 11. Ukázka z prezentace 2.3 .....	26
Obr. 12. Ukázka z prezentace 2.4 .....	27
Obr. 13. Ukázka z prezentace 2.5 .....	27
Obr. 14. Ukázka z prezentace 2.6 .....	28
Obr. 15. Ukázka z prezentace 2.7 .....	28
Obr. 16. Ukázka z prezentace 2.8 .....	29
Obr. 17. Ukázka z prezentace 2.9 .....	29
Obr. 18. Ukázka z prezentace 2.17 .....	30
Obr. 19. Ukázka z prezentace 2.18 .....	30
Obr. 20. Ukázka z prezentace 2.20 .....	31
Obr. 21. Ukázka z prezentace 2.21 .....	31
Obr. 22. Ukázka z prezentace 6.1 .....	32
Obr. 23. Ukázka z prezentace 6.2 .....	32
Obr. 24. Ukázka z prezentace 6.3 .....	33
Obr. 25. Ukázka z prezentace 6.4 .....	33
Obr. 26. Ukázka z prezentace 6.5 .....	34
Obr. 27. Ukázka z prezentace 6.6 .....	34
Obr. 28. Ukázka z prezentace 6.7 .....	35
Obr. 29. Ukázka z prezentace 6.9 .....	35
Obr. 30. Unit step response, MATLAB.....	39
Obr. 31. Impulse response, EXCEL.....	40
Obr. 32. Impulse response, MATLAB.....	41

---

Obr. 33. Phase response ( gain-phase characteristic ), EXCEL.....	42
Obr. 34. Nyquist diagram, MATLAB.....	42
Obr. 35. Bode diagram, MATLAB.....	43
Obr. 36. Nichols chart, MATLAB.....	43
Obr. 37. Scheme of regulation, SIMULINK.....	48
Obr. 38. Control system simulation by the help of Naslin Method, MATLAB.....	48
Obr. 39. Graphic display of setup from step response, Ziegler-Nichols method.....	49
Obr. 40. Process of regulation, MATLAB.....	50

**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1. Nastavení parametrů PID regulátoru metodou Ziegler – Nichols.....	13
Tab. 2. Nastavení parametrů PID regulátoru ze získaných hodnot z přechodové charakteristiky.....	14
Tab. 3. Åströмова úprava Ziegler-Nicholsovy metody.....	15
Tab. 4. Parametry regulátoru pro CHR metodu .....	16
Tab. 5. Parametry regulátoru pro Cohen-Coonovu metodu .....	17
Tab. 6. Parametry regulátoru pro Cohen-Coonovu metodu (2. způsob výpočtu) .....	17
Tab. 7. Naslin, dependence $\Delta y_{\max}$ on $a$ .....	46
Tab. 8. Table of transfer relations for calculation parameters .....	49

## SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1 : 1 ks CD-ROM

## **PŘÍLOHA P I: CD-ROM**

Obsahuje tyto adresáře:

PREZENTACE

VZOROVÉ PROTOKOLY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



