

Návrh plávajícího objektu s diaľkovým RC riadením

Hudec Vladislav

Bakalárska práca
2015



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Vladislav Hudec**
Osobní číslo: **A12021**
Studijní program: **B3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Návrh plovoucího objektu s dálkovým RC řízením**
Téma anglicky: **Project of Swimming Object with Remote RC Control**

Zásady pro vypracování:

1. **Nakreslete v 3D (SolidWorks) reálné uspořádání navrhovaného zařízení.**
2. **Vytvořte fyzikální simulační model uspořádání řízení pohybu při plavbě.**
3. **Na základě simulačních experimentů provedte analýzu a návrh řízení pohybu s ohledem na navrhovanou technologii použití.**
4. **Realizujte zjednodušenou variantu navrhovaného zařízení s RC řízením.**
5. **Ověřte v praktickém prostředí.**

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **FREIBAUER, Martin, Hana VLÁČILOVÁ a Milena VILÍMKOVÁ. Základy práce v CAD systému SolidWorks. 2., aktualiz. vyd. Brno: Computer Press, 2010, 326 s. ISBN 978-80-251-2504-5.**
2. **Úředníček, Z.: Elektromechanické akční členy, Univerzita T. Bati ve Zlíně, Zlín 2009, ISBN 978-80-7318-835-1**
3. **Mann, H.,. Modelling and Simulation, DynLab, Course on Dynamics of multidisciplinary and controlled System, Computing and Information Centre Czech Technical University in Prague. 2006**
4. **Sojka, E., Gaura, J., Krumnikl, M.: Matematické základy digitálního zpracování obrazu, Skripta VŠB-TU Ostrava a ZU Plzeň 2012**
5. **Castleman, K.R.. Digital Image Processing. Prentice-Hall, 1996, (ISBN 0-13-211467-4)**

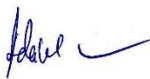
Vedoucí bakalářské práce: **doc. RNDr. Ing. Zdeněk Úředníček, CSc.**

Ústav automatizace a řídicí techniky

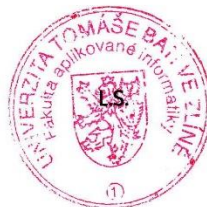
Datum zadání bakalářské práce: **24. července 2015**

Termín odevzdání bakalářské práce: **26. srpna 2015**

Ve Zlíně dne 24. července 2015



doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D.
děkan



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové/bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve



Zlíně

24.8.2015

podpis diplomanta

ABSTRAKT

Táto práca sa zaoberá návrhom a realizáciou reálnej lode určenej na zavážanie krmnej zmesi. Teoretická časť obsahuje popis mechaniky plávajúceho objektu vo vodnom prostredí, RC diaľkového riadenia a dynamiky j.s. motoru. Ďalej obsahuje odvodenie pohybových rovníc a síl vplývajúcich na pohyb objektu pre tvorbu zjednodušeného fyzikálneho simulačného modelu. Praktická časť obsahuje analýzu simulačného modelu v SW Dynast, pre reálnu predstavu chovania diferenciálneho riadenia smeru pohybu pomocou paralelnej dvojice motorov s propelermi a návrh riadenia pohybu pomocou mikropočítača (Atmega 88), ktorý komunikuje s ovládačom pomocou komunikačných modulov a reguláciu otáčok modulom pre PWM signál z mikropočítača. V 3D prostredí Solidworks je nakreslený tvar trupu, konštrukcia pohonu a ich uloženie v lodi. Ďalej popisuje postup výroby trupu a realizáciu celej práce.

Kľúčové slová: ťažisko, kinematická analýza, fyzikálny model, simulácia, j.s. motor, MCU, PWM riadenie, RC diaľkové riadenie, návrh plavidla

ABSTRACT

This work deals with projecting and realization of real ship intended for transportation of fodder plants. Theoretical part describes mechanics of floating object in water environment, RC remote controller and dynamics of dc. motor. Furthermore it contains derivation of movement equations and forces influencing ships motion for creating simplified physical simulation model. Practical part contains analysis of simulation model in Dynast software, for real conception of performance of differential steering control with couple of parallel engines with propellers, draft of movement control by microcomputer Atmega 88, which communicates with remote controller via communication modules and regulation of revolutions by module for PWM signal from microcomputer. In 3D environment Solidworks is drawn shape of the hull, construction of propulsion and its emplacement in ship. Work also contains hull making process and its whole realization.

Keywords: center of mass, kinematic analysis, physical model, simulation, d.c.motor, MCU, PWM control, RC remote control, project of ketch

Týmto by som chcel vyjadriť obrovskú vďaku za konzultácie, rady, obetavý prístup, ochotu a poskytnuté materiály vedúcemu práce doc. RNDr. Ing. Zdeňkovi Úředníčkovi, CSc. Ďalej doc. Ing. Soni Rusnákovéj, Ph.D. za rady ohľadom výroby a použitého materiálu plavidla . Moja vďaka patrí aj Ing. Ondřejovi Bílekovi, Ph.D. za aktívnu pomoc pri frézovaní formy.

Prehlasujem, že odovzdaná verzia bakalárskej práce a verzia elektronická nahraná do IS/STAG sú identické.

OBSAH

ÚVOD	10
TEORETICKÁ ČASŤ	11
A. Teória plavby lode po hladine	12
A.1 Katamarán.....	12
A.2 Mechanika hmotného bodu	12
A.2.1 Základné pojmy.....	13
A.2.2 Poloha hmotného bodu (trajektória , rýchlosť, zrýchlenie)	16
A.3 Matematický aparát pre kinematickú analýzu pohybového systému.	18
A.3.1 Homogénne súradnice	19
A.3.2 Transformácia súradníc	20
A.3.2.1 Transformačná matica translačného pohybu.....	20
A.3.2.2 Transformačná matica rotačného pohybu	20
A.3.3 Modelovanie kinematického reťazca	21
A.3.4 Denavit-Hartenbergerova notácia	22
A.3.5 Priama úloha kinematiky.....	24
A.3.6 Priama úloha dynamiky.....	24
A.4 Mechanika plávajúceho objektu vo vodnom prostredí.....	25
A.4.1 Archimedov zákon	25
A.4.2 Sily pôsobiace na loď	25
A.4.3 Ťažisko	26
A.4.4 Stabilita	27
A.4.5 Moment zotrvačnosti.....	30
A.4.5.1 Moment zotrvačnosti kváдру.....	34
A.4.6 Vlastnosti pohybu plávajúceho objektu na vodnej hladine.....	39
A.4.7 Veľkosť sily odporu pri pohybe lodi danou rýchlosťou vo vode danej hustoty	45
A.4.8 Veľkosť tlakovej sily od rotujúcej skrutky (propeleru) vo vode danej hustoty	47

A.5	Elektrický rotačný jednosmerný komutátorový stroj	49
A.5.1	Jednosmerný rotačný elektrický stroj.....	50
A.5.1.1	Riadenie otáčok jednosmerného stroja.....	52
A.5.1.2	PWM modulácia.....	55
A.6	RC riadenie vzdialeného objektu typovým spôsobom	58
A.6.1	Prenos dát.....	58
A.6.2	Rádiový prenos dát.....	59
A.6.2.1	Amplitúdová modulácia elektromagnetickej vlny	60
A.6.2.2	Frekvenčná modulácia elektromagnetickej vlny.....	61
A.6.3	Pravidlá používania frekvenčných pásiem v Českej republike	62
	PRAKTICKÁ ČASŤ	63
B.	Návrh plávajúceho objektu (Lod'e) s diaľkovým RC riadením s využitím teórie plávajúceho objektu	64
B.1	Fyzikálne Modely	64
B.1.1	Fyzikálne schémy.....	65
B.1.2	Dvoj póly.....	66
B.1.3	Orientácia veličín prvkov	68
B.1.4	Typy fyzikálnych prvkov	68
B.1.5	Postuláty kontinuity a kompatibility	72
B.2	Fyzikálny simulačný model pohybu lode pri plavbe.....	73
B.2.1	Pod-model zanárانيا	73
B.2.2	Pod-model trupu lode v rovine.....	75
B.2.3	Pod-model pohonného systému	76
B.2.3.1	Elektrický rotačný jednosmerný komutátorový stroj	76
B.2.3.2	Vplyv propeleru	77
B.2.4	Pohyb lode v rovine vplyvom diferenciálneho riadenia otáčok dvojice propelerov	78
B.3	Analýza simulačných experimentov.....	80
B.4	Návrh plavidla	85

B.4.1	Uloženie komponentov	86
B.5	Elektronika plavidla.....	88
B.5.1	Použité komponenty.....	89
B.5.1.1	Pohon.....	89
B.5.1.2	Riadenie.....	90
B.5.1.3	Napájanie.....	92
B.5.2	Celkové zapojenie elektroniky na plavidle	92
B.5.3	Celkové zapojenie elektroniky mimo plavidla.....	93
B.6	Realizácia objektu	94
B.6.1	Výroba formy	94
B.6.2	Výroba trupu	96
B.6.3	Zostavenie elektroniky	97
Záver		98
Zoznam použitej literatúry.....		99
Zoznam použitých symbolov a skratiek		101
Zoznam obrázkov		102
Zoznam tabuliek		105
Zoznam Príloh.....		106
Zoznam elektronických Príloh.....		107

ÚVOD

Predložená bakalárska práca sa zaoberá analýzou chovania, dimenzovaním a návrhom reálnej lode určenej pre športové rybárske účely, konkrétne pre zavážanie krmnej zmesi na predom určené miesto lovu určené typovým spôsobom .

Vybraný tvar konštrukcie trupu lode je katamarán, zaisťujúci relatívne veľmi stabilné plavebné podmienky. Trup je nakreslený v 3D modelovacom prostredí, ktoré poslúžilo nielen na lepšiu priestorovú predstavu daného problému ale aj ako podklad pre výrobný proces. Bežné problémy s náhlou stratou priečnej stability katamaránu s plachtovým pohonom sú v tomto prípade zanedbateľné, až nulové .

Pre daný typ trupu je cieľom

- Navrhnuť v 3D konštrukčnom grafickom prostredí trup lode.
- Vyrobiť tento trup technológiou laminovania.
- Navrhnuť pohonný systém pohybu lode na hladine s diferenciálnym systémom riadenia smeru pomocí RC riadenia.
- Vytvoriť kompletný fyzikálny simulačný model pohybu lode na hladine.
- Vykonať inštaláciu elektrického pohonného systému do lode a vykonať skúšky funkčnosti.

Teoretická časť práce je venovaná popisu mechanických vlastností uvažovaného objektu vo vodnom prostredí . To zahŕňa rozloženie hmoty plavidla vzhľadom na navrhovaný pohonný systém. Skúmanie vplyvu jednotlivých vonkajších síl spôsobujúcich jej pohyb poskytne znalosti na vytvorenie zjednodušeného fyzikálneho simulačného modelu pre analýzu chovania navrhovaného pohonného systému typovým spôsobom.

V praktickej časti práce je obsiahnutý ako návrh trupu plavidla, tak aj návrh pohonného a zjednodušeného riadiaceho systému. Analýza simulácie trajektórie poskytne cenné informácie o dynamike pohybu plavidla . Ďalej obsahuje návrh elektroniky a RC prenosu informácie z ovládača plavidla ako aj program pre riadiaci MCU.

Cieľom práce je dosiahnutie takého stavu reálneho objektu, ktorý by v ďalšej časti štúdia umožňoval návrh a realizáciu autonómneho pohybu lode podľa kompasu a GPS systému.

I. TEORETICKÁ ČASŤ

A. TEÓRIA PLAVBY LODE PO HLADINE

A.1 Katamarán

Katamarán je typ viac trupovej lodnej konštrukcie, ktorá je zložená z dvojice geometricky zrkadlovo identických paralelných plavákov (kvôli lepším hydrodynamickým vlastnostiam) a vrchnej časti, ktorá ich spojuje. Slovo katamarán je odvodené z tamilského slova kattumaran a jeho doslovný preklad znamená zviazané drevo [1].

Jeho konštrukcia je v bežných podmienkach stabilnejšia ako kýlový typ (hlavne ak ide o priečnu stabilitu). Hlavnou výhodou je lepšie rozloženie váhy plavidla prejavujúce sa minimálnym bočným náklonom pri zmene trajektórie [2].

A.2 Mechanika hmotného bodu

„Úlohou **Mechaniky** je vyšetrovať pohyby, ktoré sa vyskytujú v prírode, teda vyjadrovať tieto pohyby rečou matematiky, ku ktorej počítame aj geometriu, a to prostredníctvom fyzikálnych veličín, priamo alebo nepriamo merateľných.“ [3]

Mechanika je najstaršia časť fyziky, ktorú skúmali ľudia túžiaci po poznaní, pokúšali sa určiť zákony pohybu (klúd telesa je tiež pohyb s nulovou hybnosťou) [3].

Túto oblasť fyziky možno rozdeliť na dve veľké časti

1. Kinematika

Kinematika sa zaoberá časovým a priestorovým znázornením pohybu telesa, či jeho bodu.

2. Dynamika

Dynamika sa zaoberá skúmaním príčin pohybov hmotných objektov. Zaoberá sa veličinami ako napr. hybnosť a energia. Delí sa na dve základné časti

a. Kinetika

Jej úlohou je určenie pohybu telesa vzniknutého účinkom daných síl na hmotný objekt.

b. Statika

Statika je náuka o rovnováhe. Zaoberá sa vyšetrovaním podmienok (vzhľadom k silám), pri ktorých je teleso v klúde [3].

A.2.1 Základné pojmy

Hmotný bod (HM) nazývame teleso s nekonečne malými geometrickými rozmermi, ale nenulovou hmotnosťou. Podľa definície je bezrozmerným útvarom a preto je nemožné hovoriť o jeho otáčaní či deformácii (zmena tvaru), ale iba o jeho pohybe. Jeho abstraktnosť je iba zdanlivá. Reálne telesá môžeme prezentovať ako sústavu hmotných bodov. Postupný (translačný) pohyb telesa možno zobrazit' ako pohyb hmotného bodu (ťažiska), v ktorom je sústredená všetka hmotnosť daného telesa[4].

„Ustálený (normou daný) termín hmotný bod nie je v mechanike najvhodnejší. V mechanike sa jedná iba o jeho hmotnosť skoncentrovanú do bodu, preto by bolo vhodnejšie hovoriť o bodovej hmotnosti obdobne ako sa v elektrodynamike hovorí o bodovom náboji.“[4]

Prvá impulzná veta

„Časová zmena celkovej hybnosti sústavy hmotných bodov je rovná výslednici všetkých vonkajších síl na sústavu pôsobiacich“[5].

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{v}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad (1.1)$$

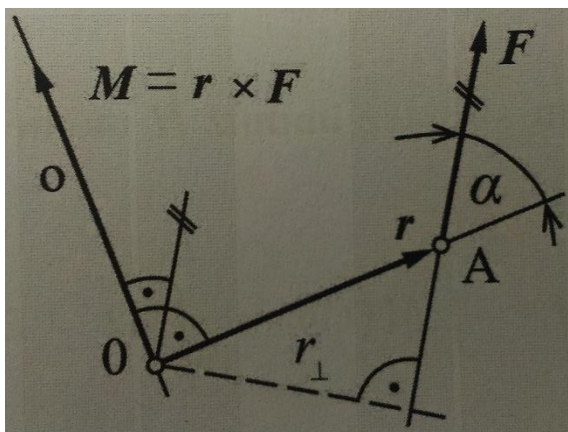
Kde $\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{v}_i$ je vektor celkovej hybnosti sústavy hmotných bodov o hmote m_i a vektoru rýchlosti \vec{v}_i . \vec{F} predstavuje výslednicu všetkých vonkajších síl pôsobiacich na sústavu. Rovnica (1.1) vyjadruje pohyb hmotného stredu (\approx ťažiska) sústavy hmotných bodov [5].

Veta (zákon) zachovania hybnosti „Celková hybnosť izolovanej sústavy hmotných bodov je stála aj do veľkosti aj smeru [5].“

Ak na sústavu nepôsobia žiadne vonkajšie sily hovoríme, že sústava hmotných bodov je **izolovaná**. Časová zmena vektorového súčtu hybnosti všetkých bodov sústavy je rovná nule [5].

Moment M sily F je definovaný vektorovým súčtom polohového vektoru \vec{r} pôsobiska **O** silou \vec{F} vzhľadom k bodu pôsobenia tejto sily [5].

$$M = \vec{r} \times \vec{F} \quad (1.2)$$



Obr. A.1 Moment sily

A jeho veľkosť :

$$M = |M| = \vec{F} \cdot \vec{r} \cdot \sin \alpha \quad (1.3)$$

Pri zadaní v kartézskej sústave platí pre jednotlivé zložky vzťah :

$$M = \vec{F} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \quad (1.4)$$

$$M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k} = (yF_z - zF_y) \vec{i} + (zF_x - xF_z) \vec{j} + (xF_y - yF_x) \vec{k} \quad (1.5)$$

Moment jednotlivých smerov.[5]

$$M_x = yF_z - zF_y ; M_y = zF_x - xF_z ; M_z = xF_y - yF_x \quad (1.6)$$

Pohybová rovnica predstavuje matematickú formuláciu fyzikálnych vzťahov vektorovej dynamiky, ktoré popisujú pohyb telesa v určitom prostredí . Túto formuláciu popisuje sir.Isaac Newton svojim II. Pohybovým zákonom, ktorý znie[5]:

„Ak začne na teleso v inerciálnej sústave pôsobiť silou iné teleso, zmení sa pohybový stav daného telesa. Teleso sa bude pohybovať so zrýchlením[5]“.

Pri predpoklade konštantnosti hmotnosti koncentrovanej v jeho hmotnom strede a teda hovoríme o hmotnom bode, Výslednica sily \vec{F} je úmerná hmote m a vektoru zrýchlenia \vec{a}

Pohybová rovnica tuhého telesa rotujúceho okolo pevnej osi je v Newtonovej mechanike daná vzťahom :

$$M = J \cdot \varepsilon = J \cdot \frac{d\omega}{dt} = J \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (1.7)$$

Kde ε je uhlové zrýchlenie telesa a J jeho moment zotrvačnosti vzhľadom k ose otáčania a M výsledný moment všetkých síl [5].

Moment zotrvačnosti vzhľadom k danej ose je :

$$J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 \quad (1.8)$$

Kde r_i je vzdialenosť i -teho hmotného bodu od osi otáčania .

Moment zotrvačnosti telesa so spojitou rozloženou hmotnosťou vzhľadom k danej ose[5] :

$$J = \int_m r^2 \cdot dm = \int_V r^2 \cdot \rho \cdot dV \quad (1.9)$$

Dostaneme integráciu celej hmoty m telesa cez jeho celkový objem V [5].

Tento moment sa rovnako nazýva centrifugálny moment a v ortogonálnom kartézskom systéme ho predstavuje matica 3x3 (zotrvačnosť v každom smere) a teda :[6]

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Diagonálne prvky sa nazývajú polárne momenty zotrvačnosti :

$$I_{xx} = \iiint [\rho(x, y, z) \cdot (y^2 + z^2)] dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.11)$$

$$I_{yy} = \iiint [\rho(x, y, z) \cdot (x^2 + z^2)] dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.12)$$

$$I_{zz} = \iiint [\rho(x, y, z) \cdot (x^2 + y^2)] dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.13)$$

Kinetická energia elementu telesa s nenulovou čas. zmenou hybnosti $|\vec{v}|$:[6]

$$dE_K = \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 \cdot dm \quad (1.14)$$

D'Alembertov princíp predstavuje ekvivalenciu II. Newtonového zákona a tento princíp tvorí základ Lagrangeovej mechaniky, ktorý uviedol Jean le Rond d'Alembert[4] .

„Ak sa ku vtlačeným silám pripočítajú (vonkajšie sily aj reaktívne sily väzieb) sily zotrvačné, budú sily mechanického systému v rovnováhe.[4]“.

Lagrangeova diferenciálna rovnica II. druhu je alternatívou Newtonových pohybových rovníc a umožňuje určiť sústavu pohybových rovníc popisujúcich mechanickú sústavu tvorenú m telesami v konzervatívnom poli [6].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i \quad \{pre i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1.15)$$

Kde L je **Lagrangeova funkcia** $L = E_k - E_p$

E_k je celková kinetická energia

E_p je celková potenciálna energia

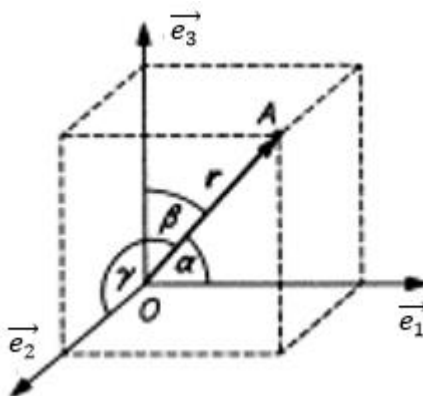
q_i je zovšeobecnená súradnica systému , ktorá popisuje všetky možné polohy HB

\dot{q}_i je čas. derivácia súradnice \approx rýchlosť (translačná , rotačná)

F_i je zovšeobecnená sila spojená s q_i

A.2.2 Poloha hmotného bodu (trajektória , rýchlosť, zrýchlenie)

Poloha hmotného bodu predstavuje vzdialenosti s_1, s_2, s_3 (v danej ose) v zvolenej súradnej sústave, ktorá je popísaná tromi nekomplanárnymi (neležiacie v jednej rovine) jednotkovými vektormi $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Veľkosti vzdialeností polohy HB určuje tzv. **polohový vektor** \vec{r} , ktorý má počiatok v počiatku súradnej sústavy pomyselným bodom O a ľubovoľne vzdialený bodom A [7].



Obr. A.2 Kartézska sústava polohového vektoru

$$\vec{r} = s_1 \cdot \vec{e}_1 + s_2 \cdot \vec{e}_2 + s_3 \cdot \vec{e}_3 \quad (1.16)$$

Vektory $s_1 \cdot \vec{e}_1, s_2 \cdot \vec{e}_2, s_3 \cdot \vec{e}_3$ sú nazývame komponenty a koeficienty s_1, s_2, s_3 koordinátori polohového vektoru . Ak bázové vektory $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ budeme považovať za ortogonálne, dostávame známu kartézsku sústavu súradníc popísanú jednotkovými vektormi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$,kde x, y, z sú súradnice polohového vektoru kartézskej sústavy má tvar :

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k} \quad (1.17)$$

Ak uvažujeme uhly α, β, γ ,ktoré zvierá polohový vektor \vec{r} s kladnými smermi súradnicových ôs potom pre ich vzdialenosti platí :

$$x = |\vec{r}| \cdot \cos \alpha \quad (1.18)$$

$$y = |\vec{r}| \cdot \cos \beta \quad (1.19)$$

$$z = |\vec{r}| \cdot \cos \gamma \quad (1.20)$$

Kde $|\vec{r}| \equiv \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Smerové kosínusy spĺňajú normováciu podmienku $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ [7].

Trajektória

Vplyvom účinku vonkajších síl na HB sa mení (v závislosti na čase) jeho polohový vektor \vec{r} , teda trajektória je pohybová krivka zaznamenávajúca jeho polohu v danom čase [7].

Pohyb HB v určitom časovom okamžiku je jednoznačne určený ak existuje polohový vektor k danému časovému okamžiku . Ak vezmeme v úvahu dva body A,B v kartézskej sústave, tak ich vzdialenosť ds je určená rovnicou [7]:

$$(ds)^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \approx ds = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} \quad (1.21)$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \left(\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} \right) \cdot dt \quad (1.22)$$

Kde t_1 a t_2 predstavujú čas začiatku a koncu pohybu, ktorým prislúchajú polohové vektory \vec{r}_1 a \vec{r}_2 . Podiel ich difrencií určuje priemernú rýchlosť v časovom intervale $\langle t_1; t_2 \rangle$.

Zmenšovaním intervalu $\Delta t \rightarrow 0$ dostávame okamžitú rýchlosť \vec{v} v podobe časovej derivácie polohového vektoru [7].

$$\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \equiv \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} \approx \vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{r}}{dt} \equiv \dot{\vec{r}} \quad (1.23)$$

A.3 Matematický aparát pre kinematickú analýzu pohybového systému.

Tuhé teleso je vymedzená časť priestoru vyplnená látkou o nenulovej hustote hmoty, ktorá je pevne spojená so sústavou súradníc v ktorej jednotlivé body nemenia svoju polohu [4].

Premiestnenie tuhého telesa je zložené s translácie (postupný pohyb) a rotácie (pohyb popisuje kružnica so stredom v ose rotácie). Translácia je určená vektorom posunutia referenčného bodu. Ak sa jedná o otočenie tuhého telesa je možné ho určiť na základe d'Alembertovej-Eulerovej vety. Tá je však matematicky náročná a neudáva žiadne „pravidlá“ pre skladanie otočení, ktoré nie je komutatívne [4].

Hlavnou úlohou kinematickej analýzy je úplný (resp. zjednodušený) kinematický model systému, ktorý poskytuje potrebné veličiny pre :

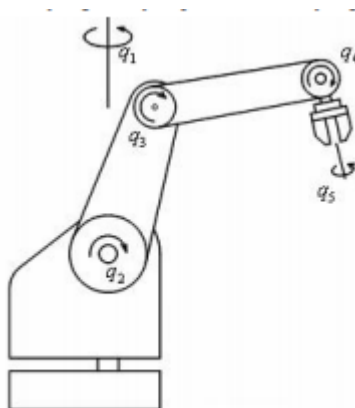
a. Dynamický model

-silové pôsobenie, zaťažovanie článkov a ich dimenzovanie

b. Potreby riadenia

-syntéza regulátorov polohy a rýchlosti[3].

V skutočnosti sa jedná o priebeh polohy a orientácie koncového bodu v závislosti na čase a tým aj priebeh polôh článkov mechanizmu. Poloha článku je všeobecne popísaná zovšeobecnenými súradnicami (v robotike = kĺbové premenné – joint axes). Tie udávajú natočenie či posunutie jednotlivých pohybových ôs[8].



Obr. A.3 Kĺbové parametre manipulátoru

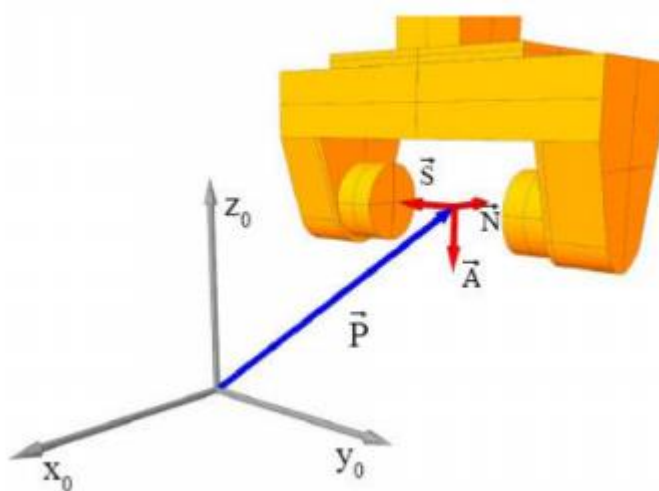
Obrázok (Obr. A.3) popisuje priemyselného robota s piatimi stupňami voľnosti a ich zovšeobecnené súradnice q_1 až q_5 udávajúce natočenie jednotlivých článkov [8].

A.3.1 Homogénne súradnice

V obore Kinematiky mechanizmov sa okrem trojrozmerných súradníc s výhodou využívajú štvorrozmerné homogénne súradnice. Posledná súradnica je zavedená z formálnych dôvodov identifikácie súradnice v podobe vektoru alebo bodu. Pre súradnice bodu nadobúda hodnotu 1 a naopak pre vektor 0. Prvé tri sú totožné s trojrozmerným ortogonálnym systémom. Súradnice bodu \mathbf{P} a vektoru \vec{v} sú vyjadrené stĺpcovými maticami nasledovne[9]:

$$P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}; \vec{v} = \begin{bmatrix} \vec{v}_x \\ \vec{v}_y \\ \vec{v}_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Pre informáciu natočenia môžeme tento bod popísať maticou 4x4 obsahujúcu tri vektory, ktoré tvoria súradný systém a určujú natočenie bodu. Štvrtý potom určuje vzájomnú polohu od vzťažného súradného systému a pre koncový bod manipulátoru je táto matica značená NSAP[9].



Obr. A.4 Koncový efektor

$$T = \begin{bmatrix} N_x & S_x & A_x & P_x \\ N_y & S_y & A_y & P_y \\ N_z & S_z & A_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Kde \vec{N} je normálový vektor, \vec{S} vektor stisku, \vec{A} približovací vektor a polohový vektor \vec{P} určujúci vzdialenosť od počiatku súradného systému [9].

A.3.2 Transformácia súradníc

Na vyjadrenie (transformácie) súradníc medzi lokálnymi systémami spojené daným článkom a globálnym súradným systémom (spojený s pracovným priestorom) je využívaný jednoduchší maticový počet. Poskytuje výhodné rozdelenie na viac elementárnych transformácií. Výsledná matica je výsledkom súčinu jednotlivých matic. Obecné a translačné matice sú značené písmenom **T** a rotačné prislúchajúcim písmenom **R** [8].

$$T = T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_n \quad (1.26)$$

Obecný pohyb je zložený s translácie a rotácie a rovnako sa rozdeľuje aj transformácia súradníc [8].

A.3.2.1 Transformačná matica translačného pohybu

Translačný pohyb neobsahuje žiadne natočenie, čo spôsobuje identickosť vektorov natočenia v ľubovoľnom smere. Pre ortogonálne súradnice **x,y,z** sú [9]:

$$T_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

$$T_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

$$T_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

A.3.2.2 Transformačná matica rotačného pohybu

Rotačný pohyb je inverziou translačného pretože nedochádza ku zmene vektoru polohy, ale mení sa len natočenie. Rotácia okolo jednotlivých ôs **x,y,z** je [9] :

Rotácia okolo osy **x** :

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_x & -\sin \varphi_x & 0 \\ 0 & \sin \varphi_x & \cos \varphi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Rotácia okolo osy y :

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \varphi_y & 0 & \sin \varphi_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_y & 0 & \cos \varphi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

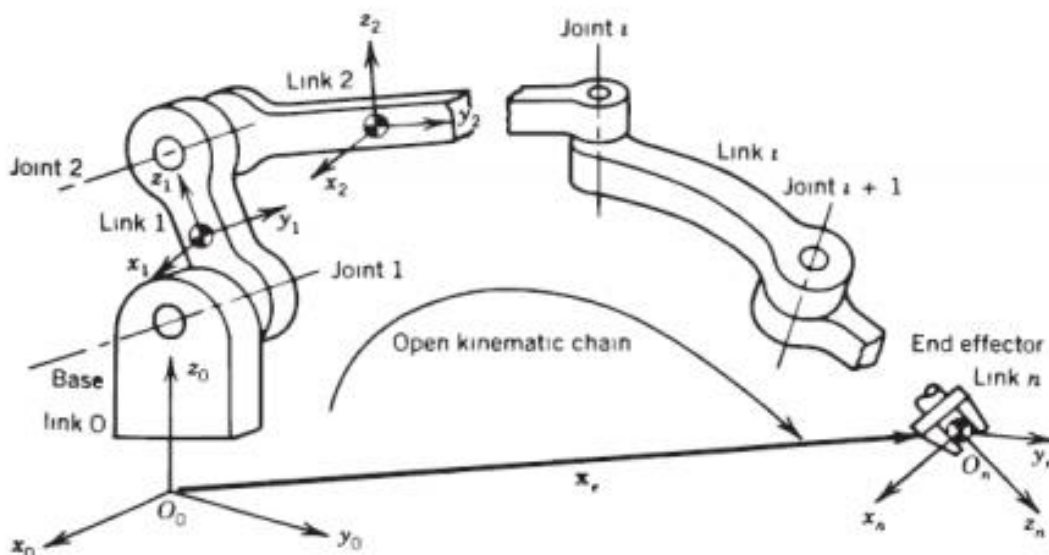
Rotácia okolo osy z:

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \varphi_z & -\sin \varphi_z & 0 & 0 \\ \sin \varphi_z & \cos \varphi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Rotácia okolo všeobecnej osy $r[r_x, r_y, r_z]^T$ o uhol φ [9].

$$R_r = \begin{bmatrix} r_x^2 \cdot (1 - \cos \varphi) + \cos \varphi & r_x \cdot r_y \cdot (1 - \cos \varphi) - r_z \cdot \sin \varphi & r_x \cdot r_z \cdot (1 - \cos \varphi) - r_y \cdot \sin \varphi \\ r_x \cdot r_y \cdot (1 - \cos \varphi) - r_z \cdot \sin \varphi & r_y^2 \cdot (1 - \cos \varphi) + \cos \varphi & r_y \cdot r_z \cdot (1 - \cos \varphi) - r_x \cdot \sin \varphi \\ r_x \cdot r_z \cdot (1 - \cos \varphi) - r_y \cdot \sin \varphi & r_y \cdot r_z \cdot (1 - \cos \varphi) - r_x \cdot \sin \varphi & r_z^2 \cdot (1 - \cos \varphi) + \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

A.3.3 Modelovanie kinematického reťazca



Obr. A.5 Otvorený kinematický reťazec

Obrázok (Obr. A.5) predstavuje otvorený kinematický reťazec kde:

Ramenom (link) voláme pevnú časť robota .

Kĺb (joint) je časť robota umožňujúca pohyb dvoch ramien, ktoré spája.

Chápadlo (end effector) je časť manipulátora slúžiaca na uchopenie, manipuláciu alebo nastavbu ďalších nástrojov (napr. zvracia hlavica, vrtacia hlavica a pod.)

Základňa (rám ,base) je časť manipulátora pevne spojeného so zemou.

Kinematická dvojica je dvojica ramien spojená spoločným kĺbom.

Kinematický reťazec je definovaný ako množina ramien spojených jedným kĺbom (kinematická dvojica) a môže byť prezentovaný grafom, kde uzly grafu predstavujú ramená a hrany jednotlivé kĺby.

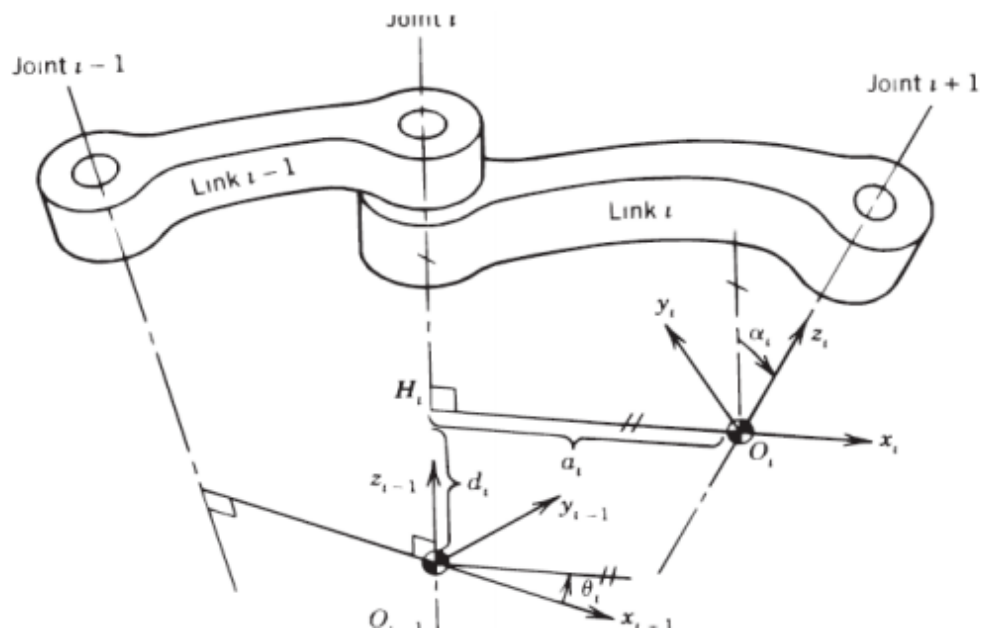
Otvorený kinematický reťazec predstavuje reťazec popísaný acyklickým grafom [10] .

A.3.4 Denavit-Hartenbergerova notácia

Na modelovanie zložitejších kinematických reťazcov je výhodné priradzovať súradnicové systémy jednotlivým článkom tohto reťazca nejakým systémom. V roku 1995 Denavit a Harteberg navrhli maticovú metódu systematického priradzovania súradnicových systémov každému článku kinematického systému. Využíva homogénnu transformáciu pomocou matice 4x4 pre každý článok. Postup určenia je nasledovný :

1. Nájdeme osy otáčania kĺbov $i-1$, $i+1$
2. Nájdeme priečku (spoločnú normálu) os kĺbov $i-1$ a $i+1$
3. Nájdeme body O_{i-1} , H_i , O_i
4. Osu z_i položíme do osy kĺbu $i+1$
5. Osu x_i pložíme do predĺženia priečky $H_i O_i$
6. Osa y_i tvorí samostatnú pravotočivú sústavu
7. Označme vzdialenosť $|O_{i-1}, H_i| = d_i$
8. Označme vzdialenosť $|H_i, O_i| = a_i$
9. Označme uhol medzi priečkami θ_i
10. Označme uhol α_i ako uhol medzi osami i , $i+1$
11. Pre rám je možné bod O_0 zvoliť kdekoľvek na ose kĺbu a nasledovne osu x_0 taktiež ľubovoľne. Napr tak. Aby bol parameter $d_1 = 0$
12. Pre chápadlo je možné zvoliť bod O_n a orientáciu osy z_n v závislosti na predošlých podmienkach .
13. Aj sú osy dvoch po sebe nasledujúcich kĺbov rovnobežné , polohu priečky volíme tak, že $d_i = 0$

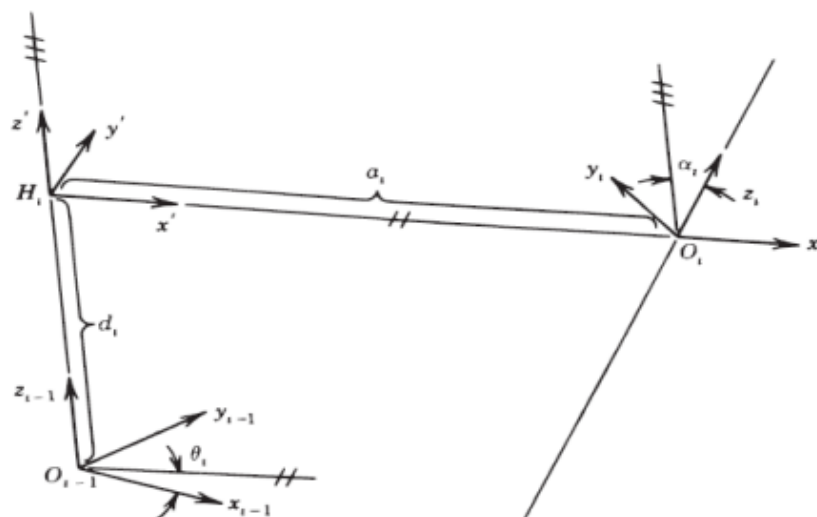
Transformácia v kĺbe je popísaná štvoricou parametrov a_i , d_i , θ_i , α_i Kde a_i , α_i sú konštanty a jeden s parametrov d_i , θ_i v závislosti na pohybe kĺbu[8].



Obr. A.6 Dvojica susedných linkov

Jednotlivé parametre \mathbf{a}_i , \mathbf{d}_i , θ_i , α_i majú význam podľa Obrázku (Obr. A.6)

- θ_i -uhol kľbu medzi osami x_{i-1} a x_i okolo osi z_{i-1}
- d_i - vzdialenosť počiatku (i-1)- tej sústavy a priesečníku osí z_{i-1} a x_i pozdĺž z_1
- a_i – offset- vzdialenosť počiatkov teda vzdialenosť priesečníku z_{i-1} a x_i pozdĺž x_i (najmenší rozdiel medzi osami z_{i-1} a z_i)[8]



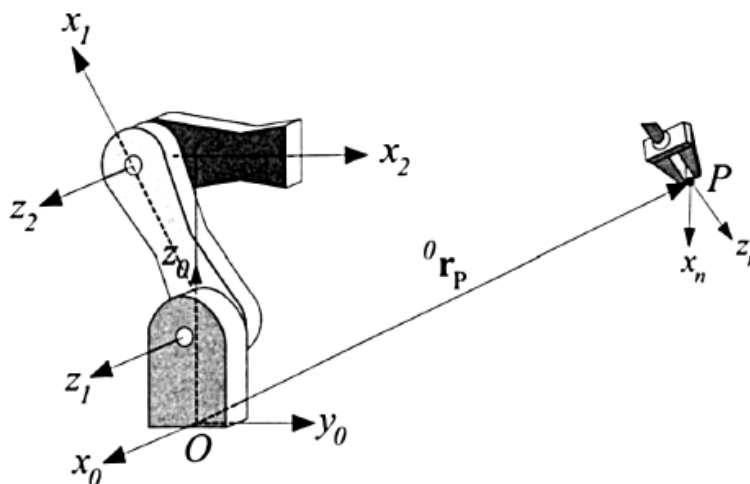
Obr. A.7 Susedné súradné systémy

Výsledkom je vytvorenie transformačnej matice voči dvom susedným súradným sústavám v univerzálnom tvare pre výpočet **priamej úlohy kinematiky**. [8]

A.3.5 Priama úloha kinematiky

Priamou úlohou kinematiky rozumieme transformáciu kinematických informácií z kĺbových premenných do kartézskej koncovej sústavy súradníc. Teda nájdenie polohy a orientácie koncového efektoru. Riešením je určenie transformačnej matice 0T_i pre transformáciu článku(i) v jeho súradnej sústave. Poloha a orientácia koncového efektoru je jednoznačnou funkciou kĺbových súradníc. Všeobecne sa kinematika spája s analýzou polohy. Ekvivalenciou je priama kinematika určujúca kombinované matice transformácie [11]:

$${}^0T_n = {}^0T_1 {}^0T_2 {}^0T_3 \dots {}^{n-1}T_n \quad (1.34)$$



Obr. A.8 Poloha koncového ss v základnej ss.

Vstupné parametre predstavujú natočenie alebo posun (translácia-rotácia) v jednotlivých väzbách. Jej výstupom je transformačná matica transformujúca polohu a natočenie súradného systému koncového efektoru. Podľa obrázku (Obr. A.8). Hľadáme súradnice bodu \mathbf{P} v základnej sústave súradníc ak poznáme jeho polohu v koncovej sústave [12].

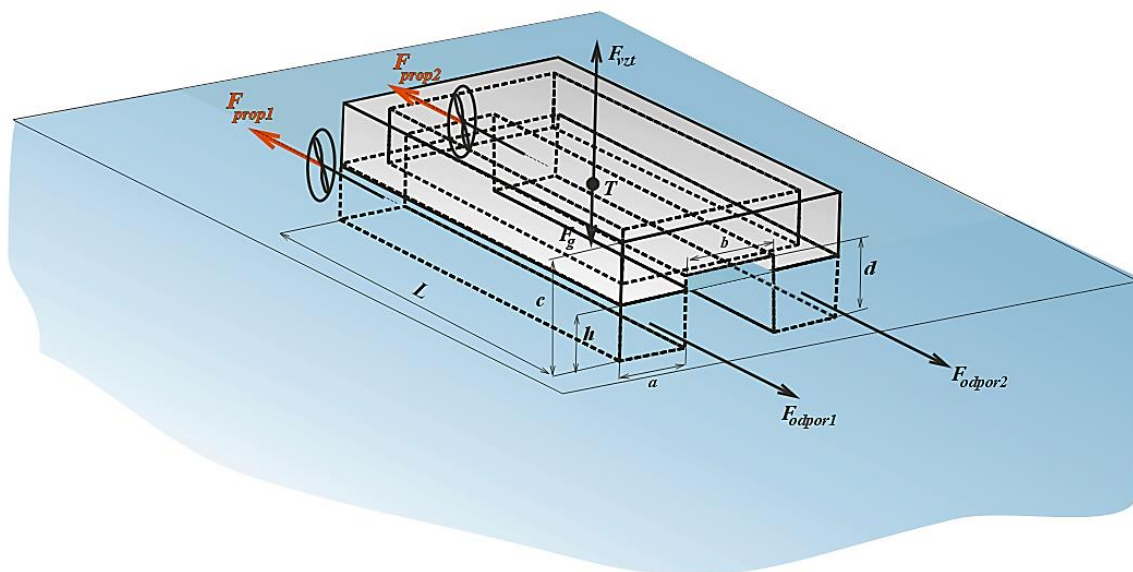
$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_n \cdot \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

A.3.6 Priama úloha dynamiky

„Ak poznáme silu, spočítame podľa zákona sily zrýchlenie a odtiaľ podľa zákonov kinematiky aj rýchlosť a polohu telesa“. To je úlohou tzv. **priamej úlohy dynamiky**[13].

Ide o matematický aparát formulácie kapitoly (A.2.2) rovnice (1.23).

A.4 Mechanika plávajícího objektu vo vodnom prostredí



Obr. A.9 Zjednodušený trup lode a uvažované silové účinky

A.4.1 Archimedov zákon

„Telo ponorené do kvapaliny je nadľahčované hydrostatickou vztlakovou silou, ktorej veľkosť sa rovná veľkosti tiaže kvapaliny vytlačenej ponorenou časťou telesa“ [14].

Tento fyzikálny zákon z prostredia hydrostatiky sformuloval grécky učenec Archimedes [15].

A.4.2 Sily pôsobiace na loď

Na uvažované telo v kvapaline pri vybranej pozorovacej úrovni pôsobia sily (vid' Obr.A.9):

1. V ťažisku T

- a. Váha lode

$$F_g = m \cdot g \quad (1.36)$$

Kde m je celková hmotnosť lode aj s nákladom a $g=9.81 \text{ m/s}^2$ je gravitačné zrýchlenie [16].

- b. Vztlaková hydrostatická sila

$$F_{vzt} = \rho_{voda} \cdot g \cdot V_{vnor} \quad (1.37)$$

Kde ρ_{voda} je hustota sladkej vody pri uvažovanej teplote prostredia.

Pri 20°C je $\rho_{voda}=997.69 \text{ kg/m}^3$ [3].

V_{vnor} predstavuje objem lode ponorenej do vody. Pri usporiadaní podľa Obr.A.9 je rovné

$$V_{vnor} = \begin{cases} 2 \cdot a \cdot L \cdot h & \text{pre } h \leq d \\ 2 \cdot a \cdot L \cdot d + (2 \cdot a + b) \cdot L \cdot (h - d) & \text{pre } h > d \end{cases} \quad (1.38)$$

2. Sily pôsobiace na plávajúce dvojrozmerné teleso v rovine plavby

a. Sily odporu vodného prostredia $F_{odpor 1,2}$

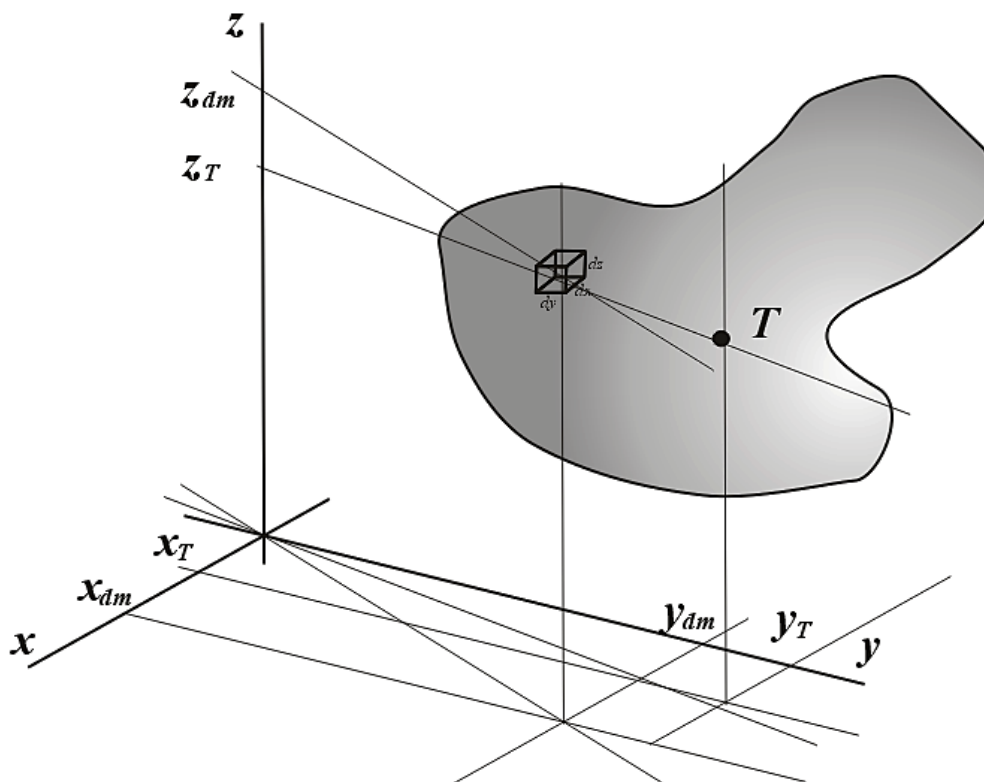
Tieto sily vznikajú pri turbulentnom prúdení pôsobia symetricky proti doprednému pohybu lode. Podrobnejšie neskôr.

b. Tlačné sily pôsobenia propelerov $F_{prop 1,2}$

Táto sila zaisťuje dopredný pohyb lode. Ich dvojica v určitej rovnobežnej vzdialenosti spôsobuje diferenčný spôsob riadenia smeru (zatačanie). Podrobnejšie neskôr.

A.4.3 Ťažisko

Ťažisko je definované ako bod, ktorým prechádza výslednica gravitačných síl jednotlivých elementov telesa. Celá hmota telesa, umiestnená do ťažiska má rovnaké silové účinky ako všeobecné nehomogénne teleso[7].



Obr. A.10 Definícia ťažiska

Hmota hmotného elementu v ľubovoľnom mieste telesa je :

$$dm = \rho(x, y, z) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.39)$$

Celková hmota telesa je :

$$m = \iiint_V \rho(x, y, z) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.40)$$

Silový účinok celého telesa vzhľadom k ose x je

$$dm \cdot x = \rho(x, y, z) \cdot g \cdot x \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.41)$$

Výsledný silový účinok celého telesa vzhľadom k ose x je „súčet“ jednotlivých silových účinkov .

$$F_x = \iiint_V \rho(x, y, z) \cdot g \cdot x \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.42)$$

Tento účinok je rovnaký ako pôsobenie celej hmoty v ťažisku, teda

$$F_x = \iiint_V \rho(x, y, z) \cdot g \cdot x \cdot dx \cdot dy \cdot dz = x_T \cdot g \cdot m \quad (1.43)$$

\Rightarrow

$$x_T = \frac{\iiint_V \rho(x, y, z) \cdot g \cdot x \cdot dx \cdot dy \cdot dz}{m} = \frac{\iiint_V \rho(x, y, z) \cdot x \cdot dx \cdot dy \cdot dz}{\iiint_V \rho(x, y, z) \cdot dx \cdot dy \cdot dz} \quad (1.44)$$

A podobne aj pre súradnice y_T a z_T platí :

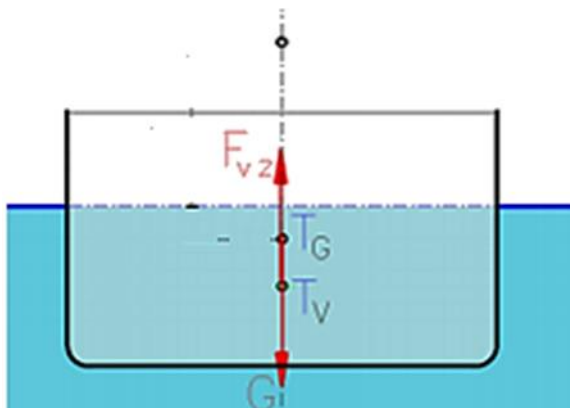
$$y_T = \frac{\iiint_V \rho(x, y, z) \cdot y \cdot dx \cdot dy \cdot dz}{\iiint_V \rho(x, y, z) \cdot dx \cdot dy \cdot dz} ; z_T = \frac{\iiint_V \rho(x, y, z) \cdot z \cdot dx \cdot dy \cdot dz}{\iiint_V \rho(x, y, z) \cdot dx \cdot dy \cdot dz} \quad (1.45)$$

(1.46)

A.4.4 Stabilita

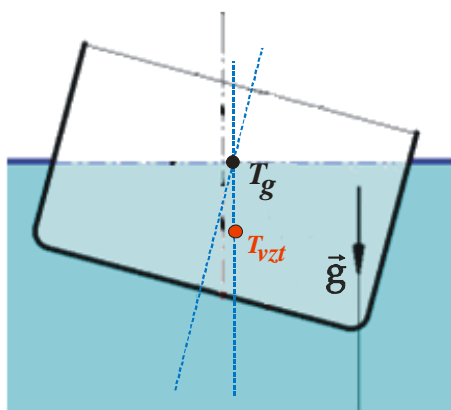
Podľa Obr.A.9, vzhľadom na predpokladané umiestnenie hmôt lode s ťažiskom na zvislej ose, teda nenaklonenú loď pri uvažovanom pôsobisku vztlakovej a gravitačnej sily.

Predpokladajme, že hmota lode je rozložená homogénne pozdĺž pozdĺžnej osy a bez pohybu je loď bez pozdĺžneho sklonu. Potom v skutočnosti tieto oba uvažované body ležia na spoločnej priamke (Obr.A.11), ktorá sa nazýva plavebná osa[2] .

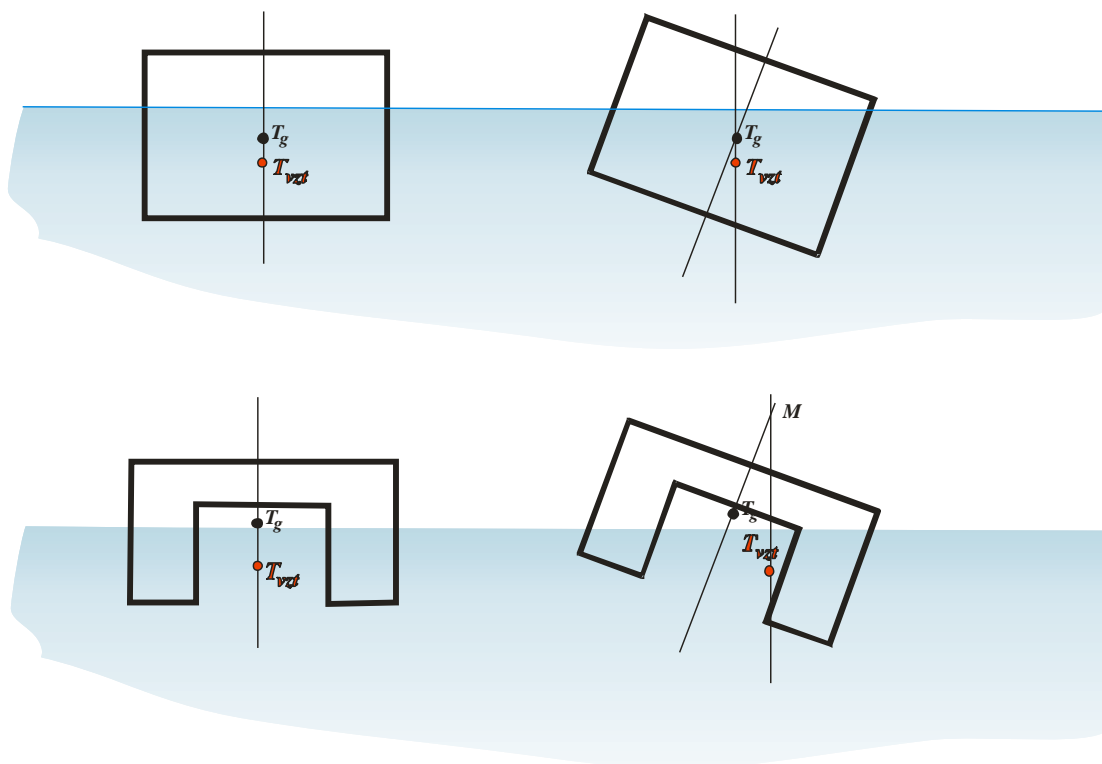


*Obr. A.11 Pôsobisko gravitačnej a vztlakovej sily
pri nenaklonenej lodi*

Vyšetrime čo sa stane ak rozloženie hmoty spôsobí vychýlenie ťažiska hmoty lode zo zvislej osy. Loď sa nakloní tak, že pôsobisko gravitačných a vztlakových síl bude opäť na spoločnej priamke (Obr. A.11). Teda náklon lode spôsobí posun ťažiska váhy kvapaliny telesom vytlačenej. V tomto okamihu je súčet klopných momentov pôsobiacich na trup lode rovný nule. Ak by táto dynamická stabilita nenastala, tak klopné momenty bysposobili nastavenie do tohto stabilného stavu (singulárny bod sústavy) [2].



*Obr. A.12 Pôsobisko gravitačnej a vztlakovej sily
pri naklonenej lodi*



Obr. A.13 Pôsobisko gravitačnej a vztlakovej sily naklonenej lodi

(kylová loď vs. katamarán)

Obrázok (Obr. A.13) ukazuje na základe uvedeného zdôvodnenia väčšiu priečnu stabilitu lodného typu katamarán. Pri náklone o rovnaký uhol ($\approx 20^\circ$) dôjde pri katamaráne k výraznejšiemu posunu ťažiska kvapaliny vytlačenej loďou (pôsobisko vztlakových síl) .

Dvojica klopných momentov okolo tzv. **metacentra** M (priesečník plavebnej osy a vztlakovej sily) spôsobujú zmenšenie náklonu tak, aby sa ťažisko lode dostalo na priamku pôsobenia vztlakových síl[2].

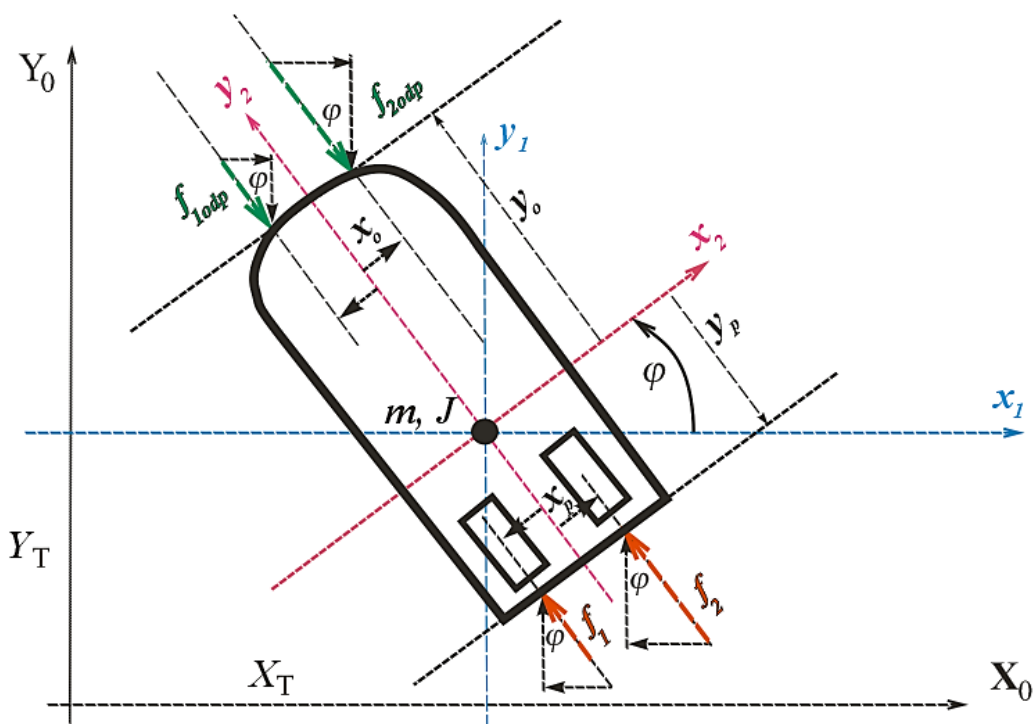
S tým súvisí aj definícia stability, ktorá popisuje chovanie pri pôsobení vonkajších poruchových síl[2].

„Stabilita je schopnosť plavidla vrátiť sa do pôvodnej rovnovážnej polohy, po ukončení pôsobenia vonkajších síl, ktoré spôsobili jeho vychýlenie“ .

Vzhľadom na uvažovanú rozpoznávaciu úroveň popisu a modelu nebudú brané v úvahu ďalšie typy stability (pozdĺžna) [2].

A.4.5 Moment zotrvačnosti

Ďalej bude uvažovaná rozpoznávací úroveň v rovine podľa obrázku(Obr.A.14):



Obr. A.14 Uvažované usporiadanie modelu lodi

1. Budeme zanedbávať priečny aj pozdĺžny náklon lode. Ťažisko a výslednica vztlakových síl leží na jednej priamke. Trup lode bude ponorený vo vode vzhľadom na rovnováhu váhy a vztlakových síl .
2. Teleso lode bude rovinný hmotný útvar s danou polohou ťažiska s tromi stupňami voľnosti :
 - a. Súradnice ťažiska $[x_T, y_T]$
 - b. Uhol otočenia φ lokálnej súradnej sústavy telesa lode (pevne s ňou spojené) v globálnej nepohyblivej sústave súradníc („pevne spojené s rámom“).

Pre určenie súradníc $[x_T, y_T]$ stačí uvažovať hmotu lodi m sústredenu v ťažisku. Avšak pre rotačný pohyb telesa lode okolo osy $z_1 \equiv z_2$ je potrebné určiť ďalší parameter vyjadrujúci mieru zotrvačnosti pri rotačnom pohybe, ktorá sa nazýva **moment zotrvačnosti** .

Zotrvačnosť pri všeobecnom pohybe telesa v priestore spôsobujúcu len zmenu jeho orientácie vyjadrená pomocou matice 3x3 nad telesom reálnych čísel, ktorá sa nazýva

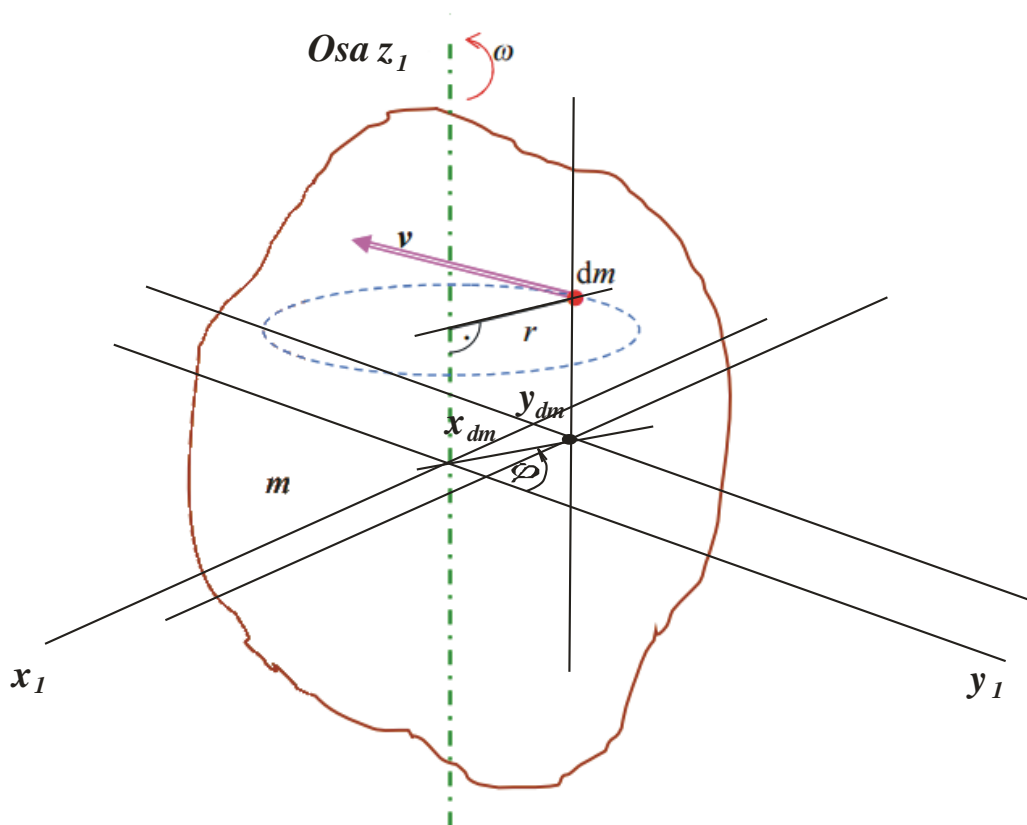
matica zotrvačnosti I , ktorá priamo súvisí so zvolenou polohou lokálnej súradnej sústavy spojenej s ťažiskom. V uvažovanom modeli je diagonálny prvok I_{zz} tejto matice hlavným momentom zotrvačnosti vzhľadom k ose $\mathbf{z}_1 \equiv \mathbf{z}_2$, ktorý možno určiť (obdobne 1.9) ako :

$$I_{zz} = \iiint_V [\rho(x, y, z) \cdot (x^2 + y^2)] dx dy dz \quad (1.47)$$

Kde

$\rho(x, y, z)$ je hustota telesa (všeobecne premenná – teleso nemusí byť homogénne).

V je celkový objem telesa



Obr. A.15 Určenie momentu zotrvačnosti

Uvedme určenie momentu I_{zz} vzhľadom ku obrázku (Obr.A.15). Hmotu dm diferenciálne malého elementu hmoty dm je (obdobne 1.39) :

$$dm = \rho(x, y, z) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.48)$$

Daný element hmotnosti dm má kinetickú energiu (obdobne 1.10) :

$$dE_K = \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 \cdot dm = \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 \cdot \rho(x, y, z) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (1.49)$$

$|\vec{v}|^2$ je veľkosť vektoru rýchlosti \vec{v} pre $\omega = \text{konšt}$ (všetky body rotujú rovnakou rýchlosťou)

Akú veľkosť má táto rýchlosť? Súradnice elementu $d\mathbf{m}$ v uvažovanej kartézstej sústave súradníc sú (obdobne 1.18):

$$\begin{aligned} x_{dm} &= r \cdot \sin \varphi \approx x_{dm} = \frac{x_{dm}}{dt} = r \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi \\ y_{dm} &= r \cdot \cos \varphi \approx y_{dm} = \frac{y_{dm}}{dt} = r \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi \end{aligned} \quad (1.50)$$

V kartézstej sústave súradníc platí (obdobne 1.21) :

$$\begin{aligned} |\vec{v}|^2 &= \\ &= \left(\frac{x_{dm}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{y_{dm}}{dt}\right)^2 = (r \cdot \dot{\varphi})^2 \cdot (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = r^2 \cdot \dot{\varphi}^2 = r^2 \cdot \omega^2 \end{aligned} \quad (1.51)$$

A teda :

$$dE_K = \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 \cdot dm = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot dm \quad (1.52)$$

Celková kinetická energia je :

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \iiint_V r^2 \cdot dm \quad (1.53)$$

$\omega = \text{konšt}$. (všetky body rotujú rovnakou rýchlosťou)

Uvažovaná sústava súradníc má počiatok umiestnený v ťažisku, celková potenciálna energia telesa vzhľadom na uvažovanú sústavu je nulová.

Vyšetríme moment zotrvačnosti pomocou Lagrangeovej formulácii mechaniky :

Lagrangián L je :

$$L = E_k - E_p = E_k = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \iiint_V r^2 \cdot dm \quad (1.54)$$

Z Lagrangeových rovnic II. typu vyplývá :

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E_p}{\partial \varphi} \\
 &= \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}} \left(\frac{1}{2} \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \iiint_V r^2 \cdot dm \right) \right] - \overbrace{\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{2} \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \iiint_V r^2 \cdot dm \right)}^0 \\
 &= \frac{d}{dt} \left(\dot{\varphi} \cdot \iiint_V r^2 \cdot dm \right) = \ddot{\varphi} \cdot \iiint_V r^2 \cdot dm \quad (1.55)
 \end{aligned}$$

Kde

Q je vonkajší mechanický moment spôsobujúci rotáciu telesa okolo osy z ,
 $\ddot{\varphi}$ je uhlové zrýchlenie rotačného pohybu.

Pohybová rovnica telesa je teda :

$$Q = \ddot{\varphi} \cdot \iiint_V r^2 \cdot dm \quad (1.56)$$

Výraz $\iiint_V r^2 \cdot dm$ má fyzikálny význam koeficientu úmery medzi výslednicou vonkajšieho momentu (zovšeobecnené súradnice φ) a zrýchlením tejto zovšeobecnenej súradnice, teda momentu zotrvačnosti telesa.

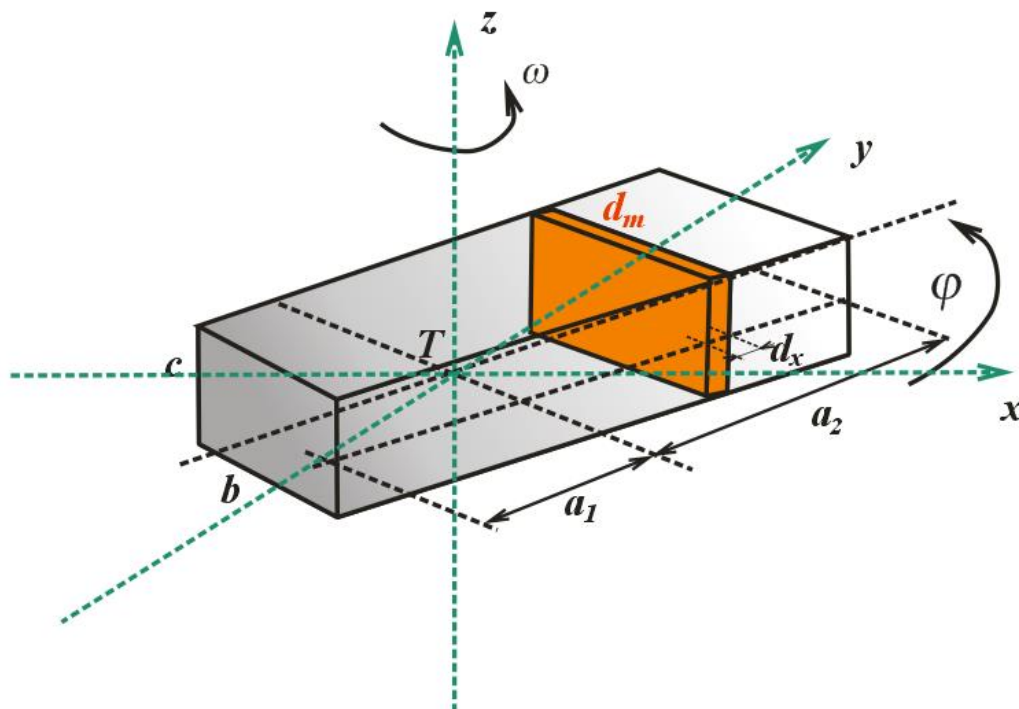
Pri porovnaní výsledku získaného pomocou Lagrangeových rovnic popisujúcich dynamiku pohybu hmotných objektov so vzťahom (1.42):

$$I_{zz} = \iiint_V [\rho(x, y, z) \cdot (x^2 + y^2)] dx dy dz = \iiint_V (x^2 + y^2) dm \quad (1.57)$$

Podľa obrázku (Obr.1.15) a aj z rovníc(1.45) plynie , že $x^2 + y^2 = r^2$.

Pre ozrejmienie aplikujeme poznatky na zjednodušenú predstavu lodi v rovine - moment zotrvačnosti kvádru.

A.4.5.1 Moment zotrvačnosti kvádru



Obr. A.16 Určenie momentu zotrvačnosti kvádru

Pri predstave trupu lode o hmote \mathbf{m} ako hmotu v podobe kvádru podľa Obr.A.16 , pričom osa rotácie \mathbf{z} je spoločná $\mathbf{z}_1 \equiv \mathbf{z}_2$ podľa rovinatej predstavy objektu (Obr.A.14). Rozmery $\mathbf{a.b.c}$ predstavujú rozmery kvádru, avšak vďaka pohonnému systému umiestnenému v zadnej časti lode nastáva posun ťažiska len v smere osy x a teda zjednodušene pozdĺžne rozdelenie vzdialenosti \mathbf{L} predstavujúci rozmer \mathbf{a} vzhľadom ku aktuálnej polohe ťažiska. Ťažisko \mathbf{T} sa v dôsledku pôsobenia vonkajších síl mení a preto hustota hmoty je premenná (jedná sa o nehomogénnu hmotu \mathbf{m}) a platí $\rho = \rho(x)$.

Pri spomínanom rozdelí vzdialenosti \mathbf{L} platí :

$$L = a_1 + a_2 \quad (1.58)$$

A poloha stredu trupu v uvažovanej s.s. spojenej s ťažiskom ($\mathbf{z}_1 \equiv \mathbf{z}_2$) je daná súradnicou x_{trup} ako :

$$x_{trup} = \frac{a_1 + a_2}{2} - a_1 = \frac{a_2 - a_1}{2} \quad (1.59)$$

Pri predstave hmotného elementu ako nekonečne tenkého červeného obdĺžniku podľa Obr.A.16 je jeho hmota :

$$dm = \rho(x) \cdot b \cdot c \cdot dx \quad (1.60)$$

Celková hmota trupu je potom :

$$m = b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} \rho(x) \cdot dx \quad (1.61)$$

Element hmoty dm má kinetickú energiu

$$dE_K = \frac{1}{2} \cdot |\vec{v}|^2 \cdot dm = \frac{1}{2} \cdot |\vec{v}|^2 \cdot \rho(x) \cdot dx \quad (1.62)$$

$|\vec{v}|^2$ je veľkosť vektoru rýchlosti \vec{v} pre $\omega = \text{konšt}$ (všetky body rotujú rovnakou rýchlosťou)

Akú veľkosť má táto rýchlosť? Súradnice elementu dm v uvažovanej kartézstej sústave súradníc sú :

$$x_{dm} = x \cdot \sin \varphi \approx \frac{dx_{dm}}{dt} = x \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi \quad (1.63)$$

$$y_{dm} = x \cdot \cos \varphi \approx \frac{dy_{dm}}{dt} = x \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi$$

V kartézstej sústave súradníc platí :

$$|\vec{v}|^2 = \left(\frac{dx_{dm}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_{dm}}{dt}\right)^2 = (x \cdot \dot{\varphi})^2 \cdot (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = x^2 \cdot \dot{\varphi}^2 = x^2 \cdot \omega^2 \quad (1.64)$$

A teda :

$$dE_K = \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 \cdot dm = \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \omega^2 \cdot dm \quad (1.65)$$

Celková kinetická energia je :

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x^2 \cdot dm = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x^2 \cdot \rho(x) \cdot dx \quad (1.66)$$

$\omega = \text{konšt}$. (všetky body rotujú rovnakou rýchlosťou)

Uvažovaná sústava súradníc má počiatok umiestnený v ťažisku, celková potenciálna energia telesa vzhľadom na uvažovanú sústavu je nulová.

Vyšetříme moment zotrvačnosti pomocou Lagrangeovej formulácie mechaniky :

Lagrangián L je :

$$L = E_k - E_p = E_k = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x^2 \cdot \rho(x) \cdot dx \quad (1.67)$$

Z Lagrangeových rovnic II. typu vyplývá :

$$\begin{aligned} Q &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial \varphi} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}} \left(\frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x^2 \cdot \right. \right. \\ &\left. \left. \rho(x) \cdot dx \right) \right] - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x^2 \cdot \rho(x) \cdot dx \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \cdot \dot{\varphi} \cdot \omega^2 \cdot b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x^2 \cdot \right. \\ &\left. \rho(x) \cdot dx \right) = \\ &= \ddot{\varphi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x^2 \cdot \rho(x) \cdot dx \quad (1.68) \end{aligned}$$

Kde

Q je vonkajší mechanický moment spôsobujúci rotáciu telesa okolo osy z ,

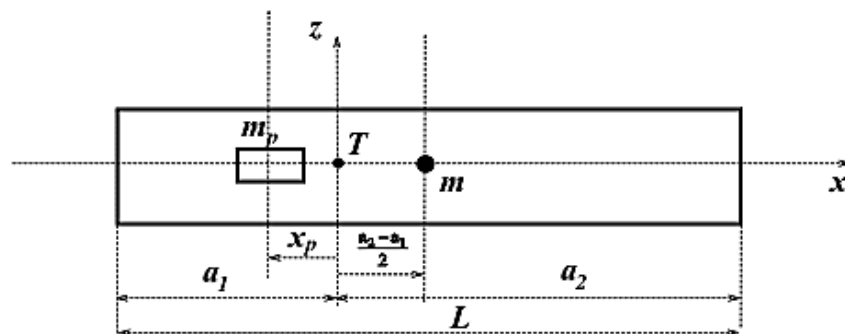
$\ddot{\varphi}$ je uhlové zrýchlenie rotačného pohybu.

Následne určíme polohu ťažiska podľa rovnice (1.4).

$$\begin{aligned} x_T &= \frac{b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x \cdot \rho(x) \cdot dx}{m} = \frac{b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x \cdot \rho(x) \cdot dx}{b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} \rho(x) \cdot dx} = \frac{\int_{-a_1}^{a_2} x \cdot \rho(x) \cdot dx}{\int_{-a_1}^{a_2} \rho(x) \cdot dx} \\ &\approx m \cdot x_T = b \cdot c \cdot \int_{-a_1}^{a_2} x \cdot \rho(x) \cdot dx \quad (1.69) \end{aligned}$$

Nasledujúca možnosť' pozdĺžneho rozloženia hmoty :

1. Hmota trupu a nákladu je rozložená tak, že ťažisko tejto časti (bez vplyvu pohonu) je v strede dĺžky trupu – hmota m na Obr.A.17
2. Hmota pohonného systému m_p má súradnicu x_p (pozdĺžna vzdialenosť ťažiska od pohonnej dvojice)



Obr. A.17 Poloha ťažiska s diskrétnym rozložením hmoty

Ťažisko hmoty pohonu plynie z definície ťažiska (súradná sústava leží v ťažisku).

$$-m_p \cdot x_p + m \cdot \frac{a_2 - a_1}{2} = 0 \approx x_p = \frac{m}{m_p} \cdot \frac{a_2 - a_1}{2} \quad (1.70)$$

A pri známej polohe ťažiska hmoty pohonu x'_p (napr. od stredu) platí pre polohu ťažiska celého trupu x'_T (od stredu trupu).

$$m_p \cdot x'_p + m \cdot 0 = (m + m_p) \cdot x'_T \approx x'_T = \frac{m_p}{m + m_p} \cdot x'_p \quad (1.71)$$

A z predchádzajúceho platí :

$$x'_T = \frac{m_p}{m + m_p} \cdot x'_p = \frac{a_2 - a_1}{2} \quad (1.72)$$

Potom celková kinetická energia telesa rotujúceho okolo osy prechádzajúcej ťažiskom je

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{a_2 - a_1}{2}\right)^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot x_p^2 \cdot \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{a_2 - a_1}{2}\right)^2 \cdot \omega^2 + \frac{m^2}{m_p} \cdot \omega^2 \left(\frac{a_2 - a_1}{2}\right)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{a_2 - a_1}{2}\right)^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \left(1 + \frac{m}{m_p}\right) \end{aligned} \quad (1.73)$$

$\omega = \dot{\varphi} = \text{konšt.}$ (všetky body rotujú rovnakou rýchlosťou).

Celková potenciálna energia telesa vzhľadom na uvažovanú sústavu konštantná.

Lagrangián L teda je :

$$L = E_k - E_p = E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{a_2 - a_1}{2} \right)^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \left(1 + \frac{m}{m_p} \right) \quad (1.74)$$

Z Lagrangeových rovníc II. typu vyplýva :

$$\begin{aligned} Q &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial \varphi} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}} \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{a_2 - a_1}{2} \right)^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \left(1 + \frac{m}{m_p} \right) \right) \right] - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{a_2 - a_1}{2} \right)^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \left(1 + \frac{m}{m_p} \right) \right) = \frac{d}{dt} \left[m \cdot \left(1 + \frac{m}{m_p} \right) \left(\frac{a_2 - a_1}{2} \right)^2 \cdot \dot{\varphi} \right] \\ &\approx Q = m \cdot \left(1 + \frac{m}{m_p} \right) \left(\frac{a_2 - a_1}{2} \right)^2 \cdot \ddot{\varphi} \end{aligned} \quad (1.75)$$

Kde

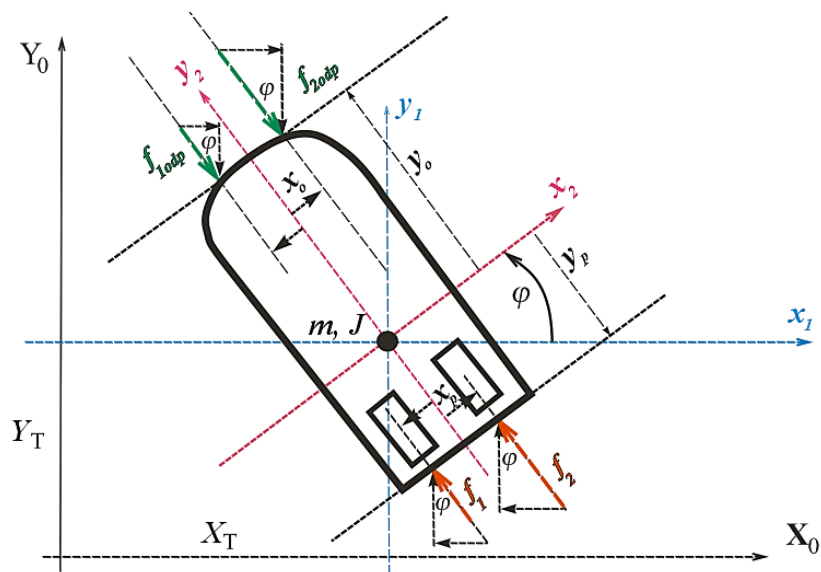
Q je vonkajší mechanický moment spôsobujúci rotáciu telesa okolo osi z ,
 $\ddot{\varphi}$ je uhlové zrýchlenie rotačného pohybu.

Moment zotrvačnosti telesa pre daný prípad je :

$$J = m \cdot \left(1 + \frac{m}{m_p} \right) \left(\frac{a_2 - a_1}{2} \right)^2 \quad (1.76)$$

A.4.6 Vlastnosti pohybu plávajícího objektu na vodnej hladine

Pre odvodenie kinematických rovníc nám poslouží Obr.6 uvedeného telesa v rovine



Obr. A.18 Model plávajúcej lodi v rovine

Loď vzhľadom na pôsobenie vonkajších síl (odpor, silový účinok pohonu), ale zmenou stavu vodného prostredia posúva svoje ťažisko spôsobom popísaným v kapitole 1.4.4.

Pre vyjadrenie súradnicových systémov s využitím Denavit-Hartenbergovej teórie pre daný prípad je potrebné najprv zostaviť tabuľku parametrov. Model predstavuje jeden kĺb s dvomi článkami v identickej pozícii voči osi z a vzdialené v danej ose o (X_T, Y_T) . Prvý systém (x_1, y_1) predstavuje len vzdialenosť ťažiska od počiatku a je s ňou rovnobežne identický. Naopak druhý systém (x_2, y_2) je pevne vzopätý osou y_2 s plavebnou osou objektu. Osa rotácie článku je zhodná s osou z a jej veľkosť predstavuje už spomínaný uhol φ . Teda vlastne vzájomné otočenie týchto dvoch súradnicových systémov.

Dĺžka článku a_i medzi rovnobežnými osami i a $i-1$ článku v podobe tretej osy z , ktorá je kolmá na rovinu plavby a teda je to vzdialenosť medzi osami z_i a z_{i-1} v rovine x_i . Pre identické osy z_1 a z_2 predstavuje nulovú vzdialenosť. Uhol skrútenia α_i teda uhol medzi osami z_i a z_{i-1} v priestorovej rovine z pozdĺž x_i určuje uhol medzi danými osami. Pre identické priamky v rovine z nadobúda nulovú hodnotu. Vzdialenosť kĺbov T_i a T_{i-1} v rovine z a teda prislúchajúcich os x_i a x_{i-1} znázorňuje parameter d_i . Táto vzdialenosť medzi ťažiskom plávajúceho objektu je rozdiel výšky bodov ťažiska s nulovým a nenulovým uhlom voči počiatkovej sústave a je nulová. Uhol ϑ_i medzi osami x_i a x_{i-1} v rovine osi x predstavuje uhol φ medzi osami x_1 a x_2 .

a_i	α_i	d_i	ϑ_i
$z_1 \rightarrow z_2$ pozdĺž $x_2=0$	$z_1 \rightarrow z_2$ pozdĺž $x_2 = 0^\circ$	$x_1 \rightarrow x_2$ pozdĺž $z_1 \Rightarrow 0$	$x_1 \rightarrow x_2$ okolo $z_1 = \varphi$

Tab. A.1 Denavit-Hartenbergove parametre súradných sústav

Podľa tabuľky (Tab.1.1) s využitím Denavit-Hartenbergovej notácie transformačnej matice udávajúce transformáciu medzi jednotlivými súradnicovými systémami sú:

Systém (x_i, y_i) resp. súradnice článku $i-1$ voči počiatočným predstavuje maticu :

$${}^{(i-1)}T_i = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_i) & -\cos(\alpha_i)\sin(\vartheta_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\vartheta_i) & a_i\cos(\vartheta_i) \\ \sin(\vartheta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\vartheta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\vartheta_i) & a_i\sin(\vartheta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.77)$$

a pre konkrétne body s využitím transformačnej matice rotácie v smere osy \mathbf{x} a využitím rovnice (1.30) :

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_T \\ 0 & 1 & 0 & y_T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.78)$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.79)$$

$${}^0T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & x_T \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & y_T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.80)$$

A pre ľubovoľný bod obrazu „lode“ o homogénnych súradniciach popísaných v kapitole (A.3.1) a majú tvar rovnice (1.24) sú jeho globálne súradnice nasledujúce :

$$\begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & x_T \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & y_T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \quad (1.81)$$

$$\begin{bmatrix} x_T + x \cdot \cos(\varphi) - y \cdot \sin(\varphi) \\ y_T + x \cdot \sin(\varphi) + y \cdot \cos(\varphi) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.82)$$

Ak sú rozmery lode podľa obrázku (Obr.A.18), tak všeobecné globálne súradnice bodu pôsobenia sily \mathbf{f}_1 sú pri všeobecnej polohe hmoty \mathbf{m} (posun ťažiska o $\mathbf{X}_T, \mathbf{Y}_T$ a o otočenia o uhol φ okolo globálnej osi \mathbf{z}) nasledujúce :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} x_{f_1} \\ y_{f_1} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & x_T \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & y_T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -x_p \\ -y_p \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_T - x_p \cos(\varphi) + y_p \sin(\varphi) \\ y_T - x_p \sin(\varphi) - y_p \cos(\varphi) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.83)$$

Podobne pre silu \mathbf{f}_2 :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} x_{f_2} \\ y_{f_2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & x_T \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & y_T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ -y_p \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_T + x_p \cos(\varphi) + y_p \sin(\varphi) \\ y_T + x_p \sin(\varphi) - y_p \cos(\varphi) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.84)$$

Globálne súradnice pre odporové sily \mathbf{f}_{1odp} a \mathbf{f}_{2odp} vzdialené o $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0$:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} x_{f_{1odp}} \\ y_{f_{1odp}} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & x_T \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & y_T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -x_0 \\ y_0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_T - x_0 \cos(\varphi) - y_0 \sin(\varphi) \\ y_T - x_0 \sin(\varphi) + y_0 \cos(\varphi) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.85)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} x_{f_{2odp}} \\ y_{f_{2odp}} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & x_T \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & y_T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_T + x_0 \cos(\varphi) - y_0 \sin(\varphi) \\ y_T + x_0 \sin(\varphi) + y_0 \cos(\varphi) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.86)$$

Pre zložky absolútnej rýchlosti bodov silového pôsobenia propelerov s využitím časovej derivácie podľa rovnice (1.23) :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \dot{x}_{f_1} \\ \dot{y}_{f_1} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ & = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_T - x_p \cos(\varphi) + y_p \sin(\varphi) \\ y_T - x_p \sin(\varphi) - y_p \cos(\varphi) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dx_T}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} [x_p \cos(\varphi) + y_p \sin(\varphi)] \\ \frac{dy_T}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} [-x_p \sin(\varphi) - y_p \cos(\varphi)] \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.87)$$

Podobne pre silu f_2 :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \dot{x}_{f_2} \\ \dot{y}_{f_2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ & = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_T + x_p \cos(\varphi) + y_p \sin(\varphi) \\ y_T + x_p \sin(\varphi) - y_p \cos(\varphi) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dx_T}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} [-x_p \cos(\varphi) + y_p \sin(\varphi)] \\ \frac{dy_T}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} [x_p \sin(\varphi) - y_p \cos(\varphi)] \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.88)$$

Je známe, že časová derivácia uhlu je rovná veľkosti uhlovej rýchlosti .

$$\omega_{lod} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.89)$$

Pre absolútne rýchlosti bodov silového pôsobenia odporu f_{1odp} a f_{2odp}

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \dot{x}_{f_{1odp}} \\ \dot{y}_{f_{1odp}} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ & = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_T - x_0 \cos(\varphi) - y_0 \sin(\varphi) \\ y_T - x_0 \sin(\varphi) + y_0 \cos(\varphi) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dx_T}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} [x_0 \cos(\varphi) - y_0 \sin(\varphi)] \\ \frac{dy_T}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} [-x_0 \sin(\varphi) + y_0 \cos(\varphi)] \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.90)$$

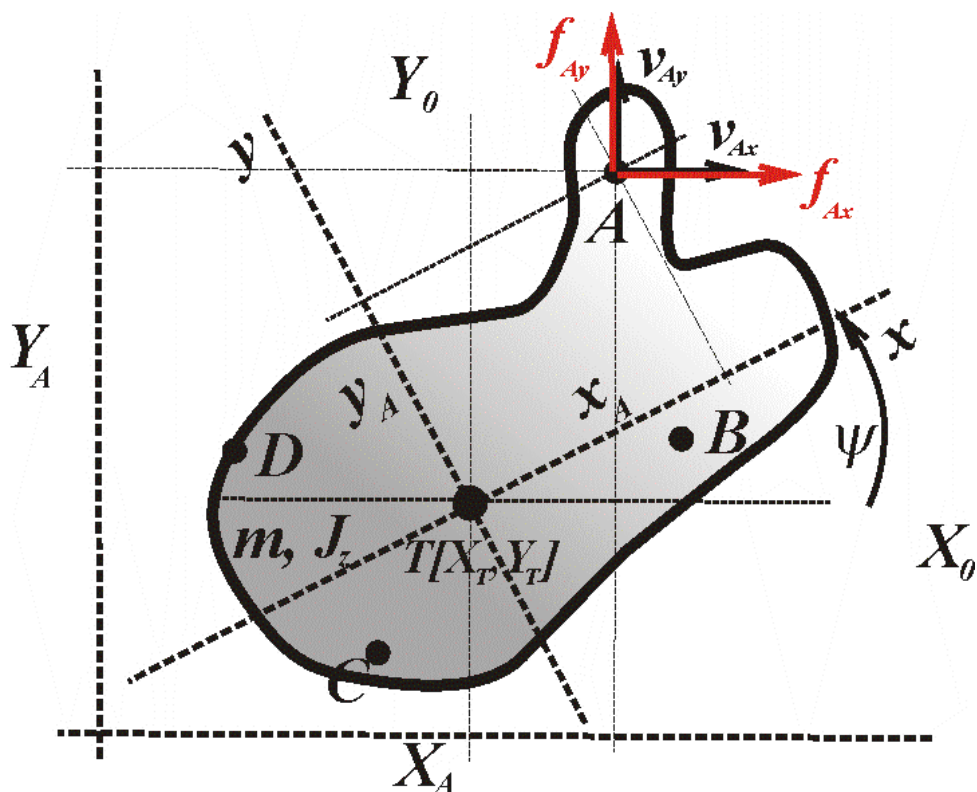
$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \dot{x}_{f_{2odp}} \\ \dot{y}_{f_{2odp}} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ & = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_T + x_0 \cos(\varphi) - y_0 \sin(\varphi) \\ y_T + x_0 \sin(\varphi) + y_0 \cos(\varphi) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dx_T}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} [-x_0 \cos(\varphi) - y_0 \sin(\varphi)] \\ \frac{dy_T}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} [x_0 \cos(\varphi) - y_0 \sin(\varphi)] \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.91)$$

Veľkosť rýchlosti povrchu v mieste bodu silového pôsobenia f_{1odp} a f_{2odp}

$$\begin{aligned} |\vec{v}|_{odp1} &= \sqrt{(\dot{x}_{f_{1odp}})^2 + (\dot{y}_{f_{1odp}})^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{dx_T}{dt} + \omega_{lod} [x_0 \sin(\varphi) - y_0 \cos(\varphi)]\right)^2 + \left(\frac{dy_T}{dt} + \omega_{lod} [-x_0 \cos(\varphi) - y_0 \sin(\varphi)]\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(v_{xT}^2 + 2 \cdot \omega_{lod} \cdot v_{xT} \cdot [x_0 \sin(\varphi) - y_0 \cos(\varphi)] + \omega_{lod}^2 \cdot \begin{bmatrix} x_0^2 \sin^2(\varphi) + y_0^2 \cos^2(\varphi) \\ -2x_0 y_0 \sin(\varphi) \cos(\varphi) \end{bmatrix}\right) + \left(v_{yT}^2 - 2 \cdot \omega_{lod} \cdot v_{yT} \cdot [x_0 \sin(\varphi) + y_0 \cos(\varphi)] + \omega_{lod}^2 \cdot \begin{bmatrix} x_0^2 \cos^2(\varphi) + y_0^2 \sin^2(\varphi) \\ +2x_0 y_0 \sin(\varphi) \cos(\varphi) \end{bmatrix}\right)} = \\ |\vec{v}|_{odp1} &= \sqrt{\begin{aligned} & v_{xT}^2 - v_{yT}^2 + \omega_{lod}^2 [x_0^2 + y_0^2] \\ & + 2 \cdot \omega_{lod} [\sin(\varphi)(v_{xT} \cdot x_0 - v_{yT} \cdot y_0) + \cos(\varphi)(v_{yT} \cdot x_0 - v_{xT} \cdot y_0)] \end{aligned}} \quad (1.92) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\vec{v}|_{odp2} &= \sqrt{(\dot{x}_{f_{2odp}})^2 + (\dot{y}_{f_{2odp}})^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{dx_T}{dt} + \omega_{lod} [-x_0 \sin(\varphi) - y_0 \cos(\varphi)]\right)^2 + \left(\frac{dy_T}{dt} + \omega_{lod} [x_0 \cos(\varphi) - y_0 \sin(\varphi)]\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(v_{xT}^2 - 2 \cdot \omega_{lod} \cdot v_{xT} \cdot [x_0 \sin(\varphi) + y_0 \cos(\varphi)] + \omega_{lod}^2 \cdot \begin{bmatrix} x_0^2 \sin^2(\varphi) + y_0^2 \cos^2(\varphi) \\ +2x_0 y_0 \sin(\varphi) \cos(\varphi) \end{bmatrix}\right) + \left(v_{yT}^2 + 2 \cdot \omega_{lod} \cdot v_{yT} \cdot [x_0 \sin(\varphi) - y_0 \cos(\varphi)] + \omega_{lod}^2 \cdot \begin{bmatrix} x_0^2 \cos^2(\varphi) + y_0^2 \sin^2(\varphi) \\ -2x_0 y_0 \sin(\varphi) \cos(\varphi) \end{bmatrix}\right)} = \\ |\vec{v}|_{odp2} &= \sqrt{\begin{aligned} & v_{xT}^2 + v_{yT}^2 + \omega_{lod}^2 [x_0^2 + y_0^2] \\ & - 2 \cdot \omega_{lod} [\sin(\varphi)(v_{xT} \cdot x_0 + v_{yT} \cdot y_0) - \cos(\varphi)(v_{yT} \cdot x_0 + v_{xT} \cdot y_0)] \end{aligned}} \quad (1.93) \end{aligned}$$

Všeobecne teda platí :



Obr. A.19 Tuhé teleso s štyrmi rotačnými kinematickými dvojicami v rovine

Absolútna rýchlosť pohybu ľubovoľného bodu **A** je určená dvomi zložkami spádovej veličiny (rýchlosti) $\vec{v}_A = v_{Ax} \cdot \vec{i} + v_{Ay} \cdot \vec{j}$ (\vec{i}, \vec{j} tvoria jednotkové vektory globálnych os X_0, Y_0) Podobne pre ostatné body B,C,D

K spádovým veličinám prislúchajú aj prietokové veličiny (zovšeobecnené sily $\vec{F}_A = F_{Ax} \cdot \vec{i} + F_{Ay} \cdot \vec{j}$) podľa obrázku (Obr.A.19)

Sily uvedené v obrázku (Obr.A.18) a ich pôsobisko a rýchlosti ich pohybov už spomenuté umožňujú vytvoriť pohybové rovnice popisujúce dynamické chovanie uvažovaného objektu pri ich pôsobení (priama úloha dynamiky).

Pre znalosť všetkých síl potrebných pre zostavenie pohybových rovníc zmýšľaného objektu je potrebné tie sily ešte preskúmať jednotlivo .

A.4.7 Veľkosť sily odporu pri pohybe lodi danou rýchlosťou vo vode danej hustoty

Veľkosť odporovej sily pri pohybe telesa daného tvaru vyvolávajúce turbulentné prúdenie okolitej vody okolo trupu lodi je daná vzťahom [17]:

$$f_{odp} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot S \cdot \rho \cdot |\vec{v}|_k^2 \quad (1.94)$$

Kde

S je čelná plocha priečna k smeru vektoru rýchlosti pohybu.

ρ je hustota okolitej vody pri danej teplote

$|\vec{v}|_k^2$ je zložka veľkosti vektoru rýchlosti pohybu kolmá na čelnú plochu telesa.

C je súčiniteľ odporu

V skutočnosti kvadratická závislosť odporu prostredia na vzájomnej rýchlosti prostredia a obtekaného telesa platí v pomerne úzkom obore rýchlostí. Pri podrobnejšom skúmaní tvaru závislosti odporu na vzájomnej rýchlosti chápeme súčiniteľ odporu C ako funkciu Reynoldsového čísla a odpor teda vyjadrujeme v závislosti $C = (Re)$, pričom funkcia sa pre telesá význačných tvarov (napr. obtekanie gule a valca) určuje experimentálne [18].

$$Re = \frac{v_s \cdot R}{\nu} \quad (1.95)$$

v_s predstavuje strednú rýchlosť prúdenia v trubici, R hydraulický priemer pohybujúceho sa telesa a ν je kinematická viskozita tekutiny.

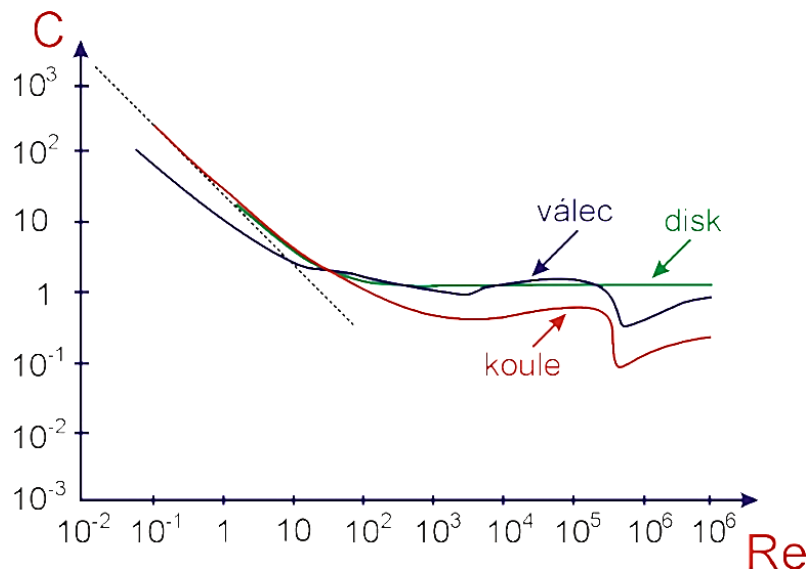
Kinematická viskozita (vazkosť) je podiel dynamickej viskozity η a hustoty kvapliny

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (1.96)$$

Závislosť kinematickej viskozity na teplote možno vyjadriť vzťahom :

$$\nu = \frac{1.79 \cdot 10^{-6}}{1 + 0.0337 + 0.000221 \cdot T^2} \quad (1.97)$$

Kde T je teplota vody v °C[18].



Obr. A.20 Závislost' súčiniteľa odporu na Reynoldsovom čísle

Pri zvolenom zjednodušení podľa obrázku (Obr.A.11)

1. Uvažujeme tvar čela trupu ako guľu
2. Rozdelili sme odporovú silu na dve identické zložky

Je výsledný vzťah pre jednotlivé odporové sily pôsobiace proti pohybu v smere podľa rovnice(1.89) nasledovne

$$f_{iodp} = \frac{1}{4} \cdot C \cdot S \cdot \rho \cdot |\vec{v}|_k^2 = \frac{1}{4} \cdot 0,48 \cdot S \cdot 997,69 \cdot |\vec{v}|_k^2 \quad \{pre\ i = 1,2\} \quad (1.98)$$

Zostáva už len určiť veľkosť rýchlosti $|\vec{v}|_k$:

Podľa obrázku (Obr.A.11) je vidno, že veľkosť rýchlosti povrchu v mieste bodu silového pôsobenia odporu f_{iodp} vo smere pozdĺžnej osi (pohyb ťažiska) je $|\vec{v}| \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha + \varphi)$

Kde $|\vec{v}|$ je veľkosť vektoru obecnej rýchlosti ťažiska trupu lodi :

$$|\vec{v}| = \sqrt{x\dot{T}^2 + y\dot{T}^2} \quad (1.99)$$

$$\alpha = atan(\frac{y\dot{T}}{x\dot{T}}) \quad (1.100)$$

Veľkosť odporovej sily teda je :

$$f_{iodp} = \frac{1}{4} \cdot C \cdot S \cdot \rho \cdot (|\vec{v}| \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha + \varphi))^2 = \frac{1}{4} \cdot 0,48 \cdot S \cdot 997,69 \cdot (|\vec{v}| \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha + \varphi))^2 \quad \{pre\ i = 1,2\} \quad (1.101)$$

K určení ich veľkostí potrebujeme poznať vektor okamžitej rýchlosti pohybu ťažiska trupu lodi a uhol odklonenia lokálnej sústavy súradníc O_{x_2, y_2} φ od globálnej (stojacej) sústavy súradníc O_{x_0, y_0} .

A.4.8 Veľkosť tlakovej sily od rotujúcej skrutky (propeleru) vo vode danej hustoty

Základnou zložkou vytvorenia aktívnej sily pri uvažovanom usporiadaní je vrtuľa (propeler). Predstava pôsobenia propeleru vychádza s predstavy skrutky, kde maticu skrutky tvorí voda. Ak zabránime matici v otáčavom pohybe (nie v pohybe translačnom) a otáčame teda translačne nepohyblivou skrutkou, matica sa pri každej otáčke skrutky posunie o tzv. stúpanie h proti pôvodnej polohe [19].

Pri predstave náhrady skrutky propelerom a matice vodou propeler na mieste spôsobuje pohyb vody podobne ako skrutka v nepohyblivej matici. Rýchlosť pohybu vody je:

$$v^1 = \frac{h \cdot n}{60} \quad (1.102)$$

Propeler sa do vody „skrutkuje“. Ak nie je propeler v kľude, ale postúpi za jednu otáčku o vzdialenosť $p < h$, teda pohybuje sa doprednou rýchlosťou:

$$v = \frac{p \cdot n}{60} \quad (1.103)$$

Voda za propelerom sa pohybuje rýchlosťou $h \cdot n$. Propeler vytvára tlak. Teda propeler stojí na mieste a voda prechádza rýchlosťou v , a odchádza od propeleru rýchlosťou $v^1 < v$. Rýchlosť vody sa teda zväčší o $\Delta v = (v^1 - v)$. Relatívna zmena rýchlosti vody :[19].

$$\frac{v^1 - v}{v^1} = \frac{\frac{h \cdot N}{60} - \frac{p \cdot N}{60}}{\frac{h \cdot N}{60}} = \frac{h - p}{h} = \sigma \quad (1.104)$$

sa nazýva **sklz** alebo **slip**.

Veľkosť ťahu spôsobuje zmena hybnosti prostredia, ktoré prechádza rotujúcou vrtuľou. Prírastok hybnosti za určitú dobu je daný impulzom sily v danom momente. Pri priemere D a ak hmota prostredia prechádza za t sekúnd[19].

$$m = \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot v^1 \cdot t \quad (1.105)$$

Rýchlosť hmoty sa zväčší o $(v^1 - v)$ a teda hybnosť

$$m(v^1 - v) = \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot v^1 \cdot t \cdot (v^1 - v) \quad (1.106)$$

Zmena je spôsobená impulzom $F \cdot t$ pretekajúcou hmotou .

$$\rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot v^1 \cdot t \cdot (v^1 - v) = F \cdot t \quad (1.107)$$

Silový účinok propeleru na prostredie a reakcia prostredia na propeler je :

$$\rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot v^1 \cdot (v^1 - v) = F \quad (1.108)$$

Dosadením výrazov (1.97-1.99)dostaneme

$$F = \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{h \cdot n}{60} \cdot \left(\frac{h \cdot n}{60} - \frac{p \cdot n}{60} \right) = \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{h^2 \cdot n^2}{60^2} \cdot \sigma \quad (1.109)$$

ρ = merná váha prostredia [voda]=998 $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ [19].

Pre veľkosť silových účinkov propelerov tak dostávame :

$$f_i = \frac{\rho \cdot \pi}{4} \cdot \left(\frac{n_i}{60} \right)^2 \cdot D^2 \cdot h^2 \cdot \sigma = \frac{\rho \cdot \pi}{4 \cdot 60^2} \cdot \frac{30^2 \cdot \omega_i^2}{\pi^2} \cdot D^2 \cdot h^2 \cdot \sigma = \frac{\rho}{4 \cdot 4 \cdot \pi} \cdot \omega_i^2 \cdot D^2 \cdot h^2 \cdot \sigma$$

$$f_i = \frac{\rho}{16 \cdot \pi} \cdot \omega_i^2 \cdot D^2 \cdot h^2 \cdot \sigma \quad (1.110)$$

Teda silový účinok propeleru je úmerný druhej mocnine jeho priemeru a stúpania a druhej mocnine jeho uhlovej rýchlosti otáčania. Ďalej je úmerný sklzu , teda pomernému rozdielu rýchlostí vody za loďou vzhľadom k jej rýchlosti pohybu.

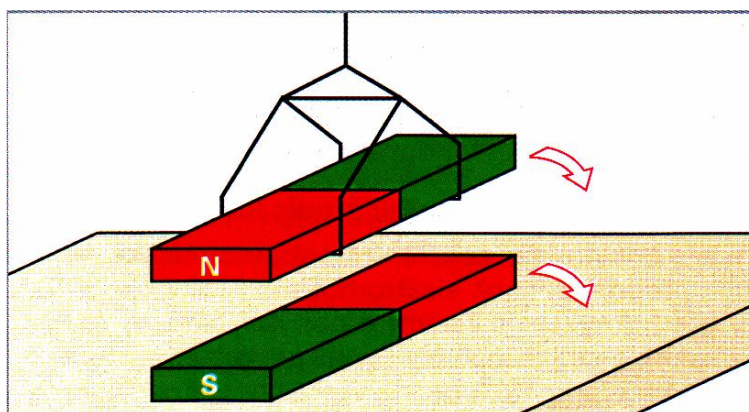
Je zrejmé, že doprednú rýchlosť trupu lodi (rýchlosť jeho ťažiska) a ako určovanie smeru tejto rýchlosti (diferenciálne riadenie uhlu φ) je možné riadiť zmenou rýchlosti otáčania propelerov.

Ako zdroj riadeného mechanického momentu zaisťujúci riadenie otáčok propelerov bol zvolený jednosmerný komutátorový stroj s permanentným magnetom na statore riadený pomocou PWM riadeného napätia na rotore.

A.5 Elektrický rotačný jednosmerný komutátorový stroj

V elektrickom rotačnom stroji dochádza k priamej premene elektromagnetickej energie na rotačnú energiu mechanickú. Princípom ich použitia je riadenie mechanického momentu pomocou elektrických veličín. [6]

Vznik mechanického momentu si môžeme predstaviť pomocou dvoch permanentných magnetov umiestnených podľa obrázku (Obr. A.21)



Obr. A.21 Princíp vzájomného pôsobenia dvoch magnetov

Ak horný magnet bude vychýlený z osy spodného pevného magnetu môže sa voľne hýbať tak sa pootočí do nakreslenej polohy a zastaví sa. Vznikne krátkodobý moment otáčania horným magnetom[6].

Pre ich trvalé pôsobenie je potrebné zaistiť, aby :

- Elektromagnetické účinky (osa vektoru magnetického poľa) horného magnetu bola stále vychýlená od osy spodného magnetu, ktorý sa nepohybuje aj keď sa horný magnet mechanicky otáča do súhlasnej polohy . Z toho plynie:
 - a. Horný magnet musí byť elektromagnet s rozloženým vinutím .
 - b. Musíme mať možnosť meniť jeho magnetické pole (smer) napájania elektrickým prúdom

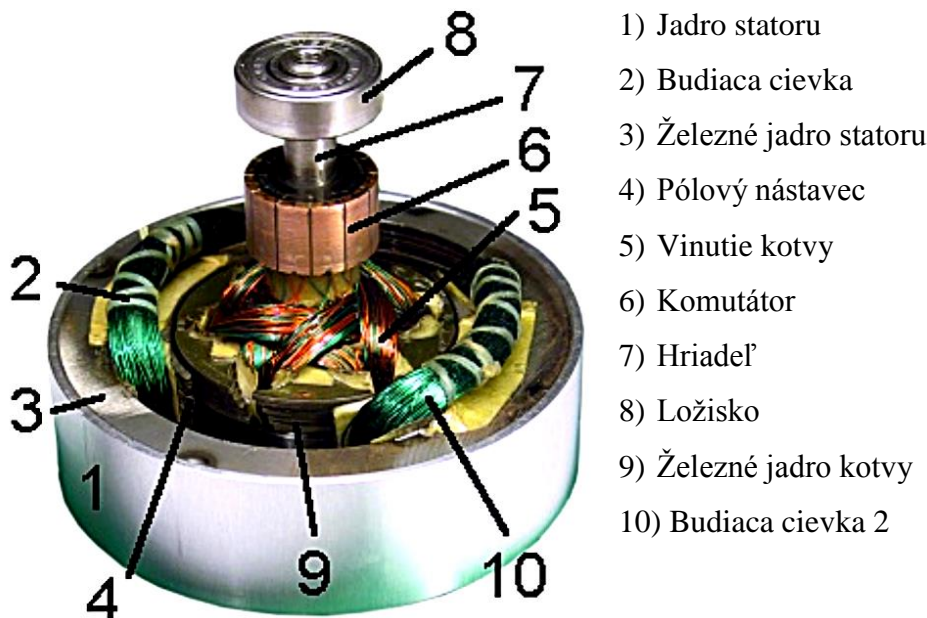
Toto riešenie predstavuje princíp jednosmerného stroja.

- Elektromagnetické účinky (osa vektoru magnetického poľa) dolného magnetu bude rotovať okolo mechanickej osi sústavy.
 - a. Dolný magnet musí byť elektromagnet s rozloženým vinutím.
 - b. Musíme meniť jeho napájanie elektrickým prúdom[6].

Toto riešenie predstavuje princíp striedavých strojov. Popíšme teda jednosmerný stroj.

A.5.1 Jednosmerný rotačný elektrický stroj

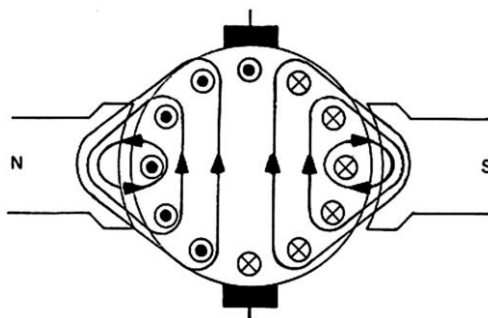
Bolo historicky prvý stroj slúžiaci na premenu elektrickej energie na mechanickú, rotačnú a naopak. Jeho princíp objavil Zénobe Gramme v roku 1873. [20]



Obr. A.22 Typové usporiadanie jednosmerného elektrického stroja

Obrázok (Obr.A.22) ukazuje typové usporiadanie jednosmerného stroja zloženého z magneticky vodivého dutého valca, ktorý nazývame **stator** (konštrukčne nehybný voči trupu lode) a magneticky vodivého valca s rozloženým vinutím, na ktorý pôsobí vzájomný moment medzi ním a stojacim statorom. Táto časť sa nazýva **rotor** [6].

Vplyvom mechanického usmerňovača vytvoreného lamelami a uhlíkovými kefami-**komutátoru** dochádza k prepínaniu prúdu v cievkach rotoru vytvárajúce výsledné magnetické pole rotoru, ktoré stojí v globálnej sústave súradníc kolmo na pole statoru[6].



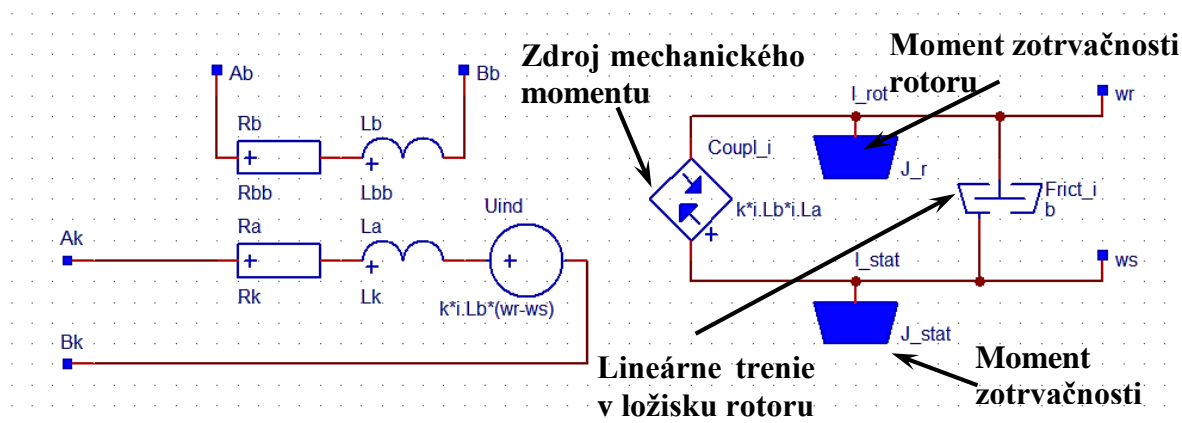
Obr. A.23 Usporiadanie magnetických polí j.s.
s permanentným magnetom na statore

Pri nekonečnom počte lamiel komutátoru možno získať dynamický popis chovania tohto priameho meniča elektromagnetickej energie na mechanickú[6].

$$u_s(t) = R_s \cdot i_s(t) \cdot L_s \cdot \frac{di_s(t)}{dt} \tag{1.111}$$

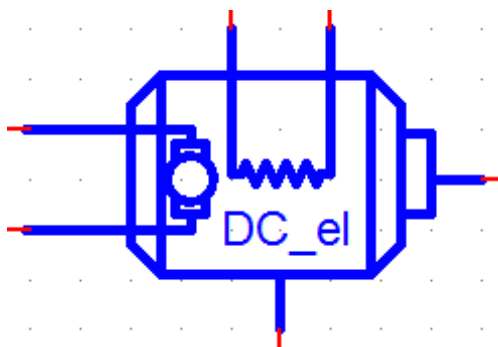
$$u_r(t) = R_r \cdot i_r(t) + L_r \cdot \frac{di_r(t)}{dt} + K \cdot i_s(t) \cdot [\omega_r(t) - \omega_s(t)] \tag{1.112}$$

$$m_i(t) = K \cdot i_s(t) \cdot i_r(t) \tag{1.113}$$



Obr. A.24 Náhradná výpočtová schéma jednosmerného stroja s cudzím budením

Obrázok (Obr. A.24) ukazuje náhradnú schému zodpovedajúcu rovniciam(1.111-1.113)



Obr. A.25 Piktogram jednosmerného elektrického stroja s cudzím budením

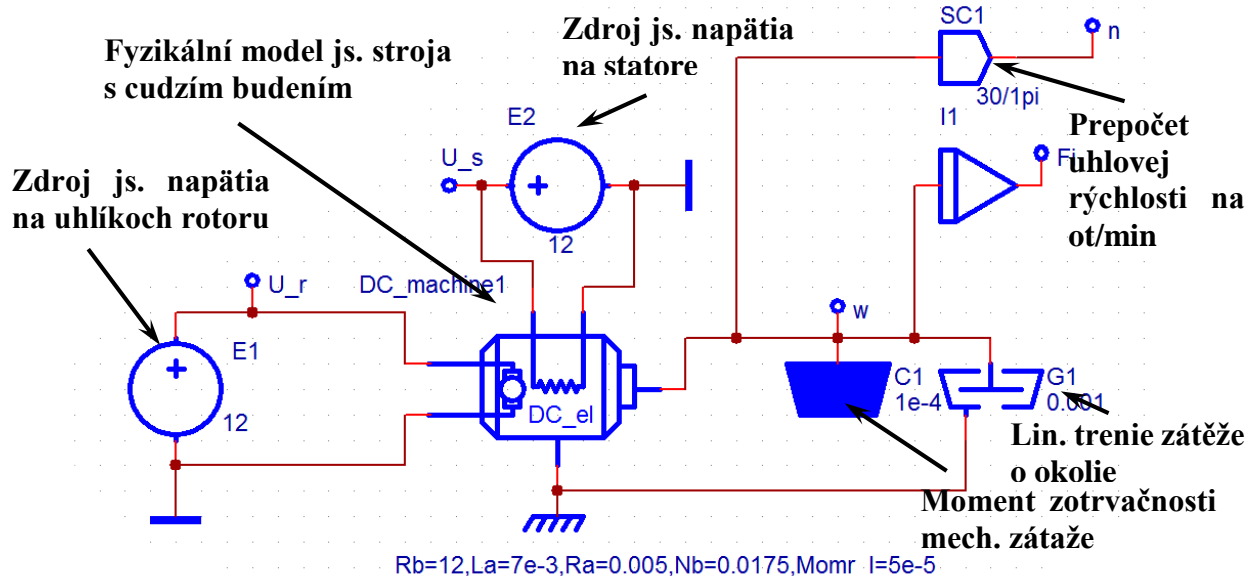
Obrázok (Obr.A.25) je piktogram (grafický symbol), ktorý symbolizuje elektrický stroj. Z obrázku plynie, že sa jedná o dynamický trojbran s dvoma elektrickými bránami (stator a rotor) a jednou bránou mechanickou predstavujúcu vnútorný mechanický výkon vo vzduchovej medzere stroja daný podľa rovnice (1.114) [21]:

$$P_i(t) = m_i(t) \cdot [\omega_r(t) - \omega_s(t)] \tag{1.114}$$

A.5.1.1 Riadenie otáčok jednosmerného stroja

Uvažujeme js. stroj s nasledujúcimi parametrami odpovedajúcimi motorom použitých pre pohon lode :

$$U_r=12V; K=0.0175 \text{ Vs (Nm/A)}; i_s=1A; R_r=0.005 \Omega, L_r=7e-3H, J_r=5e-5\text{kgm}^2$$



Obr. A.26 Schéma fyzikálneho modelu jednosmerného elektrického stroja s cudzím budením

Obrázok (Obr.A.26) predstavuje mechanickú záťaž danú momentom zotrvačnosti $1e-4 \text{ kgm}^2$ (Moment zotrvačnosti propeleru) a lineárnym trením $m_{tr}(t) = 1e - 3 \cdot \omega(t)$. Pre pohon je potrebné priviesť napätie na uhlíky rotorového komutátoru napr. 12V.

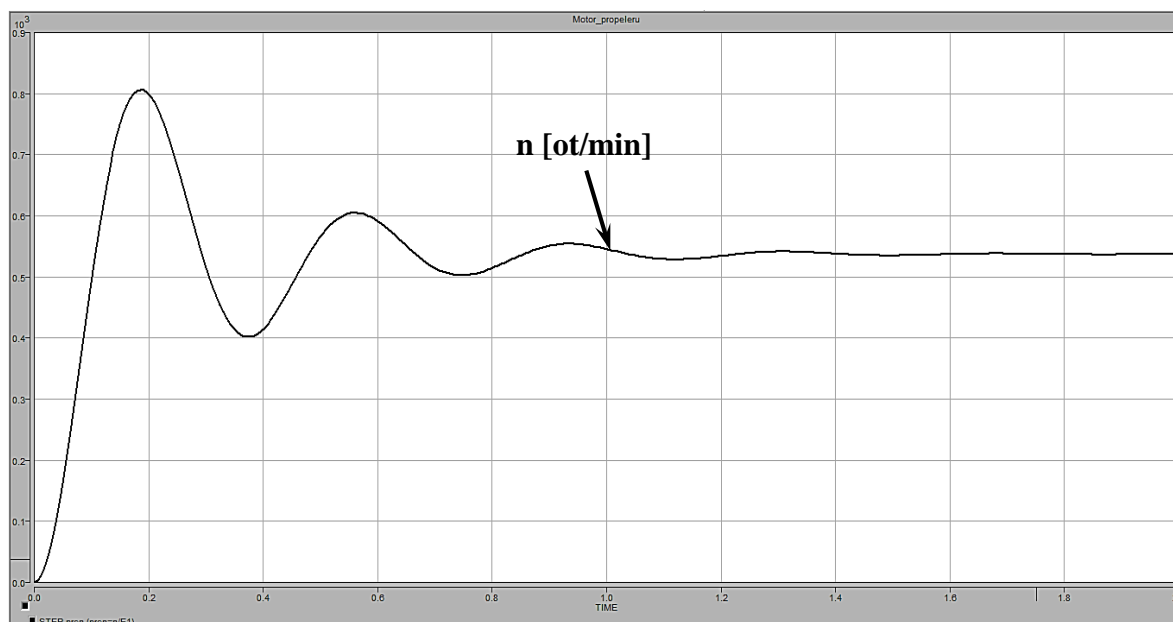
Z piktogramu uvažovaného problému sme zistili prenos sústavy pri vstupnej veličine napätia na uhlíkoch rotoru.

$$G(s) = \frac{n(s)}{U_r(s)} = \frac{1.591549 \cdot 10^5}{s^2 + 7.381 \cdot s + 296.4286} \quad (1.115)$$

Prenos predstavuje sústavu druhého rádu. Spätnou laplaceovou transformáciou dostaneme podobu diferenciálnej rovnice sústavy :

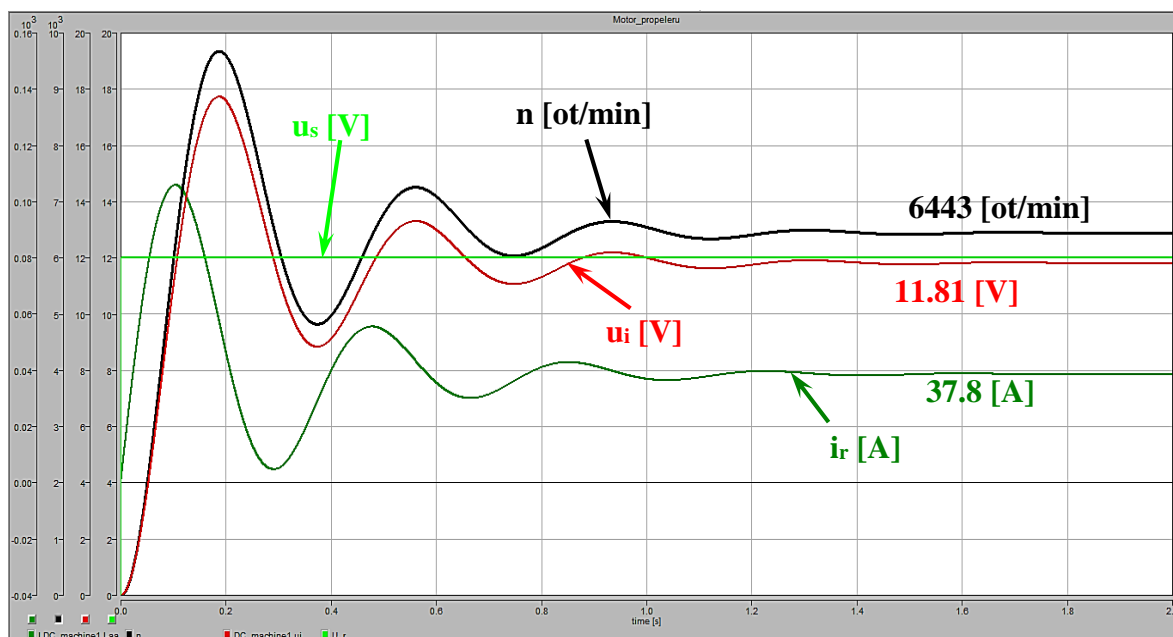
$$y''(t) + 7.381y''(t) + 296.4286y(t) = 1.591549 \cdot 10^5u(t) \quad (1.116)$$

Prechodová charakteristika odpovedá charakteristickým črtám odozvy na skok $u_r=1V$



Obr. A.27 Prechodová charakteristika jednosmerného elektrického stroja s cudzím budením a záťažou pri skoku napätia na rotore

Prenos obsahuje komplexne združené póly $(-3.6905 \pm 16.8172i)$, ktoré sú zobrazené v Ghaussovej komplexnej rovine a z definície stability systému je tento systém stabilný, lebo póly v tejto rovine ležia v stabilnej oblasti (záporná imaginárna).



Obr. A.28 Odozva fyzikálneho modelu jednosmerného elektrického stroja s cudzím budením

Obrázok (Obr.A.28) ukazuje odozvu tohto systému na skok $u_r=12V$. A v ustálenom stave je [6]:

$$\begin{aligned} u_r(\infty) &= R_r \cdot i_r(\infty) + K \cdot i_s(\infty) \cdot [\omega_r(\infty)] \approx \omega_r(\infty) \\ &= \frac{u_r(\infty) - R_r \cdot i_r(\infty)}{K \cdot i_s(\infty)} \end{aligned} \quad (1.117)$$

$$\begin{aligned} &\frac{u_r(\infty)}{K \cdot i_s(\infty)} - \frac{R_r}{[K \cdot i_s(\infty)]^2} m_{tr}(\infty) \\ &= \frac{u_r(\infty)}{K \cdot i_s(\infty)} - \frac{R_r}{[K \cdot i_s(\infty)]^2} \cdot le - 3 \cdot u_r(\infty) \end{aligned} \quad (1.118)$$

$$\omega_r(\infty) \cdot \left[1 + \frac{R_r \cdot le - 3}{[K \cdot i_s(\infty)]^2} \right] = \frac{u_r(\infty)}{K \cdot i_s(\infty)} \quad (1.119)$$

$$\begin{aligned} \omega_r(\infty) &= \frac{u_r(\infty)}{K \cdot i_s(\infty)} \frac{[K \cdot i_s(\infty)]^2}{[K \cdot i_s(\infty)]^2 + le - 3 \cdot R_r} \\ &= u_r(\infty) \frac{K \cdot i_s(\infty)}{[K \cdot i_s(\infty)]^2 + le - 3 \cdot R_r} \end{aligned} \quad (1.120)$$

A pre zadané hodnoty dostávame

$$\begin{aligned} \omega_r(\infty) &= u_r(\infty) \frac{K \cdot i_s(\infty)}{[K \cdot i_s(\infty)]^2 + le - 3 \cdot R_r} = \\ &= u_r(\infty) \cdot 56.224 = 12 \cdot 56.224 = 6442.8 \text{ [ot/min]} \end{aligned} \quad (1.121)$$

Rovnakú hodnotu by sme dostali z prenosu preskúmaním limitou blížiacou sa nule, kde akčná veličina bude skok napätia rotorom 12 V.

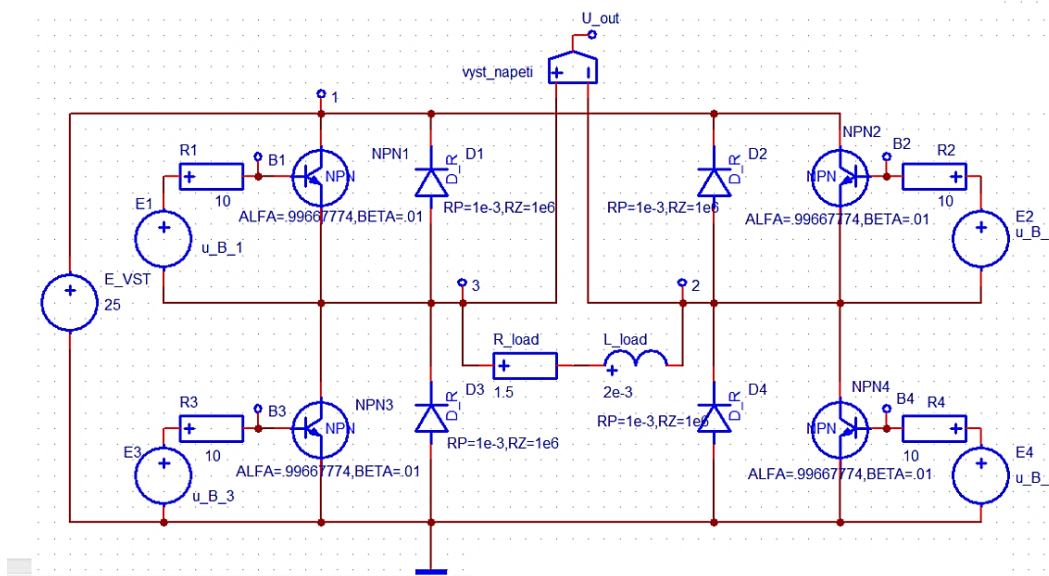
$$n(\infty) = u_r(\infty) \cdot \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = 12 \cdot \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1.591549 \cdot 10^5}{s^2 + 7.381 \cdot s + 296.4286} = \quad (1.122)$$

$$= 12 \cdot \frac{1.591549 \cdot 10^5}{296.4286} = 6442.9 \text{ [ot/min]} \quad (1.123)$$

A akým spôsobom budeme riadiť napätie na uhlíkoch rotoru, aby sme dokázali riadiť otáčky? Tie je potrebné riadiť pre riadenie tlaku jednotlivých propelerov pohonnej sústavy.

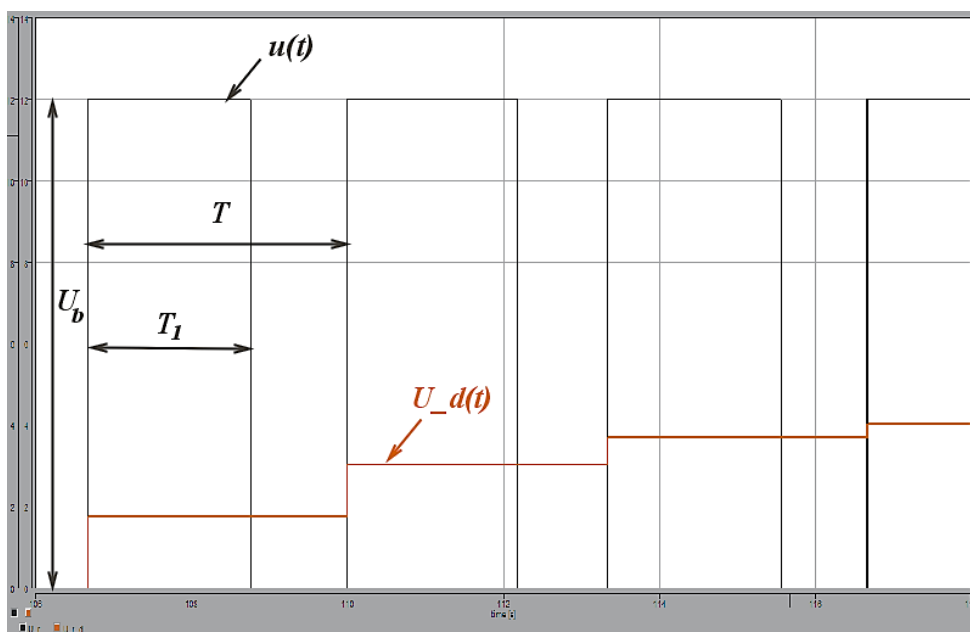
A.5.1.2 PWM modulácia

Pre reguláciu napätia využijeme šírko impulznej regulácie plávajúcej strednej hodnoty napätia – teda PWM regulácia s konštantnou periódou a riadené tzv. **striedou**.



Obr. A.29 Štvor kvadrantový tranzistorový mostík pre PWM reguláciu

Obrázok(Obr.A.29) znázorňuje štvor kvadrantový tranzistorový (bipolárne tranzistory NPN) mostík pre šírko impulzné riadenie napätia. Pri bipolárnom spínaní je priebeh napätia na záťaži U_{load} za jednu periódu podľa obrázku (Obr. A.30) (striedanie kladnej a zápornej hodnoty)[6].



Obr. A.30 Šírko impulzná regulácia napätia s pevnou frekvenciou

Ak je po celý čas periódy (zmena je možná len v jej začiatku) rozloženia napätia podľa obrázku (Obr.A.30) tak platí :

$$U_{d(nT)} = \frac{U_b}{T} \cdot \left[\int_0^{T_1} dt - \int_{T_1}^T dt \right] = \frac{U_b}{T} \cdot [T_1 - (T - T_1)] = \frac{U_b}{T} \cdot (2 \cdot T_1 - T) \quad (1.124)$$

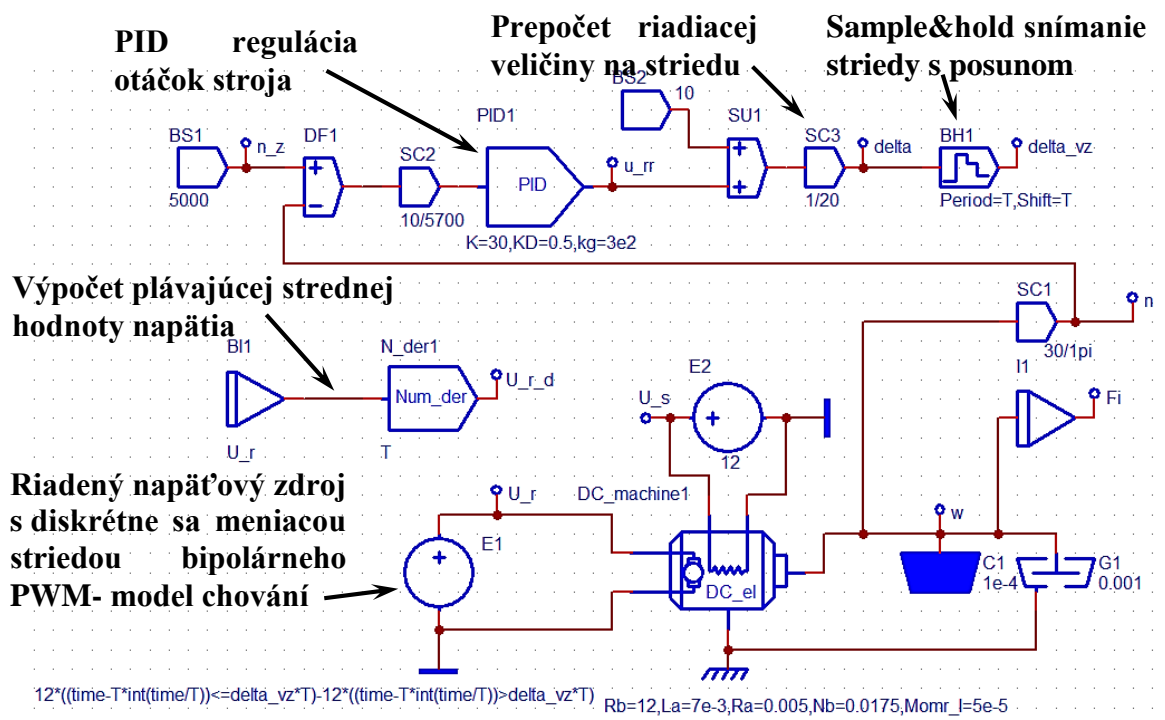
Kde T_1 predstavuje čas kladnej periódy napätia v n-1 perióde. Teda pre striedu δ platí :

$$\delta = \frac{T_1}{T} \quad (1.125)$$

Potom pre plávajúcu strednú hodnotu napätia platí :

$$U_{d(nT)} = \frac{U_b}{T} \cdot (2 \cdot T_1 - T) = U_b \cdot 2 \cdot (2 \cdot \delta_{n-1} - 1) \quad (1.126)$$

Teda zmenou striedy je možné na začiatku každej periódy postupne meniť plávajúcu strednú hodnotu napätia. A bude ako záťaž pripojený komutátor jednosmerného stroja, tak máme k dispozícii riadenie napätia na rotore a teda podľa predchádzajúceho možnosť regulovať otáčky .

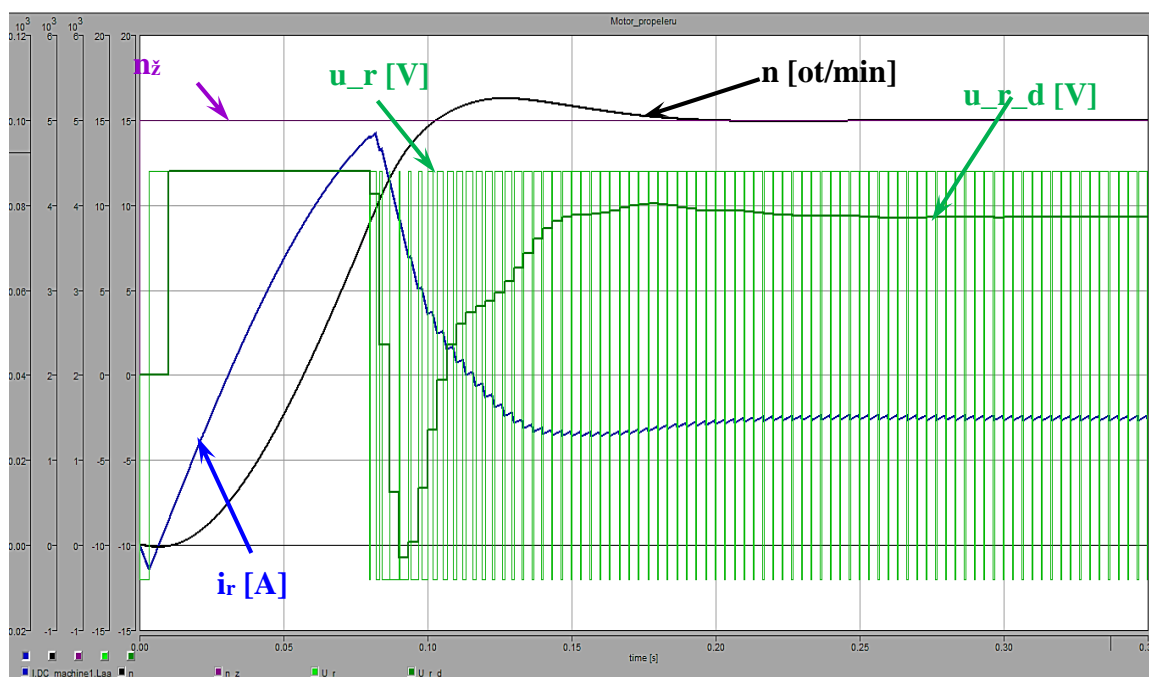


Obr. A.31 Šírkovo impulzné riadenie napätia s pevnou frekvenciou.

Výstupný Obrázok (Obr. A.31) predstavuje štruktúru riadenia striedy a tým reguláciu napätia na uhlíkoch a tým otáčok js. stroja. Výstupná akčná veličina z regulátoru u_{rr} je prepočítaná na striedu pomocou vzťahu :

$$\delta = \frac{1}{20} \cdot (u_{rr} + 10) \quad (1.127)$$

Zaisťujúci lineárny vzťah medzi výstupom z PID regulátoru $u_{rr} \in \langle -10, 10 \rangle$ a striedou $\delta \in \langle -1, 1 \rangle$.



Obr. A.32 Šírkoimpulzné riadenie napätia s pevnou frekvenciou

Na obrázku (Obr.A.32) je odozva systému na skok žiadanej hodnoty otáčok stroja na 5000[ot/min]. Je vidno ako regulátor mení postupne striedu spínania tranzistorov a tým plávajúcu strednú hodnotu napätia na keľách tak, aby otáčky s miernym prekmitom dosiahli žiadanej hodnoty. Prúd rotorom (podľa rovnice 1.17) a vnútorný moment stroja je vďaka dynamickému operátoru 1.rádu medzi napätím na uhlíkoch a prúdom tvoreným sekvenciou rastúcich a klesajúcich exponenciál [6].

Pre uvažovaný systém regulácie PWM moduláciou a uvažovaného štvor kvadrantového zapojenia jednosmerného rotačného elektrického stroja s cudzím budením a jeho reguláciou napätia na rotore a tým ich pripevnených tlačných propelerov a ich dvojice tvoriacej pohonný systém zostáva zaoberať sa prenosom informácie žiadanej veličiny uvažovaných otáčok.

Pre typový príklad tvoriaci systém regulátoru v podobe modulu primajúci striedu v podobe digitálnej informácie pre pracujúci mikroprocesor požadovaného predom definovaného úkonu. Je potreba na uvažovaný objekt v reálnom prostredí, teda žiadanú hodnotu žiada užívateľ ovládača na brehu vodnej plochy a žiada typovým príkazom určitú zmenu pohybu vplyvom spomínaného pohonu. Teda túto informáciu treba dodať spravujúcemu systému bez drôtovo. Teda napr. po stlačení definovaného tlačidla zadá elektrický signál, ktorý v sa v reálnom čase musí objaviť na vstupe žiadaných otáčok pohonu. Tento problém popisuje **RC(Remote Control) prenos informácie**

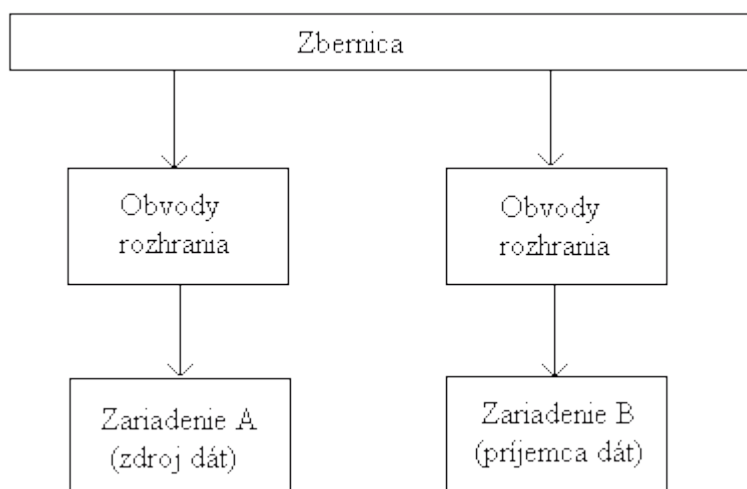
A.6 RC riadenie vzdialeného objektu typovým spôsobom

Informácia zahŕňa v sebe správu aj s jej významom pre príjemcu . Je to správa, ktorá vyvoláva nejakú akciu (zmena pohybových vlastností riadeného objektu). [23]

A.6.1 Prenos dát

Prenos dát predstavuje jednu zo základných funkcií riadiacich systémov .

„Centrálne jednotka riadiaceho systému musí mať pre zabezpečovanie svojej funkcie neustály prísun aktuálnych informácií z vonkajšieho prostredia o riadenom deji a výsledok rozhodnutia musí byť včas dopravený na správne miesto do riadiaceho deja. Riadiaci systém dostáva informácie o deji svojimi vstupnými obvodmi, výsledky riadenia predáva riadenému deju prostredníctvom výstupných obvodov. Súbor technických prostriedkov zabezpečujúcich prenos dát medzi vonkajším prostredím a vnútornými obvodmi počítača sa nazýva rozhranie (interface)“[24]



Obr. A.33 Prenos dát medzi dvomi zariadeniami

Obrázok (Obr. A.33) predstavuje prenos dát medzi dvomi zariadeniami A a B . Prenos prebieha podľa definovaných pravidiel nazývaných **komunikačný protokol** . Pre obe strany prenosu musia platiť rovnaké pravidlá o formáte správy a fyzikálne obmedzenia prenosu [24].

Množina technických a programových prostriedkov tvorí **prenosový kanál**. Najčastejšie v diskretnom prenose sa stretávame s pojmom zbernica .

Prenosová rýchlosť (priepustnosť kanálu) je počet bitov prenesených za sekundu(bit/s).

Modulačná rýchlosť predstavuje prevrátenú hodnotu najkratšieho časového intervalu, ktorý je prenosový kanál schopný preniesť. Jednotkou je **1Bd(Baud)**. Udáva počet znakov prenesených za sekundu[24].

Prenosové médiá

Prenos informácií v praxi prebieha nasledujúcimi prenosovými médiami:

- dvojlinka – analógový prenos , veľmi krátke digitálne spojenie
- krútená dvojlinka-vyššia odolnosť voči šumu, prenos do 1km rýchlosťou 1Mib/s
- koaxiálny kábel-(axiálny medený vodič + tieniaca vrstva). Prenos až 10 Mbit/s.
- optické vlákna –modulácia vlnovej dĺžky lúču. Prenos v jednotkách Gbit/s
- infračervené zariadenia (impulzy) prenos do 30 Mbit/s vlnovou dĺžkou 880-950 μ m
- rádiový prenos – založený na identickom frekvenčnom pásme užívateľov
- družicový prenos-prenos informácií (Tv, navigácia lietadiel) družicou vo vesmíre

Teda vzdialený objekt na vodnej hladine (rádovo desiatky až stovky metrov) bude najvýhodnejšie riadiť rádiovou .

A.6.2 Rádiový prenos dát

Prenos dát na diaľku prebieha v podobe elektromagnetického vlnenia. Informácia je modulovaná nosnou vlnou, ktorej frekvencia je omnoho väčšia (stovky KHz) a šírená priestorom až do prijímaču (ak v danej vzdialenosti je z úrovne intenzity informácia rozpoznateľná) a po demodulovaní získavame originál informácie. [25]

Modulácia je proces ovplyvňovania nosného signálu popísaného harmonickou funkciou. Nosný signál je ovplyvňovaný modulačným signálom istým kódom definovania informácie pre jej zakódovanie do harmonického signálu (elektromagnetické vlnenie) [26].

Základné dve modulácie (amplitúdová, frekvenčná) predstavujú základ analógového vysielania[26].

A.6.2.1 Amplitúdová modulácia elektromagnetickej vlny

Priebeh prúdu v anténe je charakterizovaný rovnicou

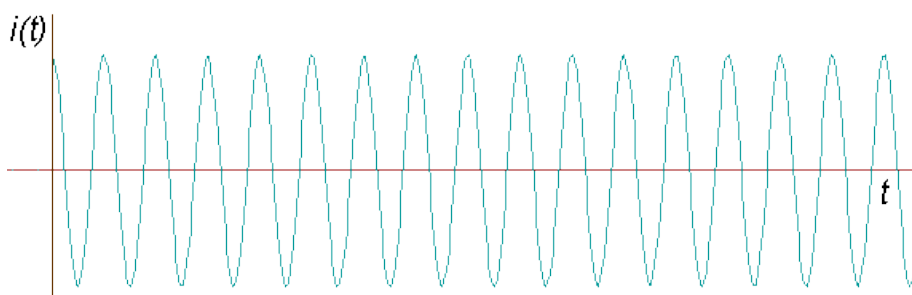
$$i(t) = A \cdot \cos(\omega_N \cdot t) \quad (1.128)$$

kde ω_N je uhlová rýchlosť modulovanej vlny. A predstavuje amplitúdu (frekvenčne závislé zosilnenie). Z názvu amplitúdová modulácia plynie, že budeme modulovať amplitúdu harmonickej zložky funkcie prúdu meničom elektromagnetickej vlny. Modulačná frekvencia ω_M je konštantná a mení sa amplitúda, ktorá je nositeľom informácie v závislosti na čase. Amplitúda je rovná

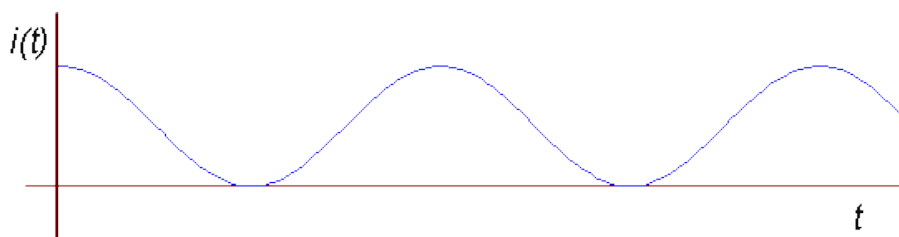
$$A = A_0 \cdot (1 + a \cdot \cos(\omega_M \cdot t)) \quad (1.129)$$

Kde A je tzv. hĺbka modulácie. Výsledný amplitúdovo fázovo modulovaný prúd vysielача :

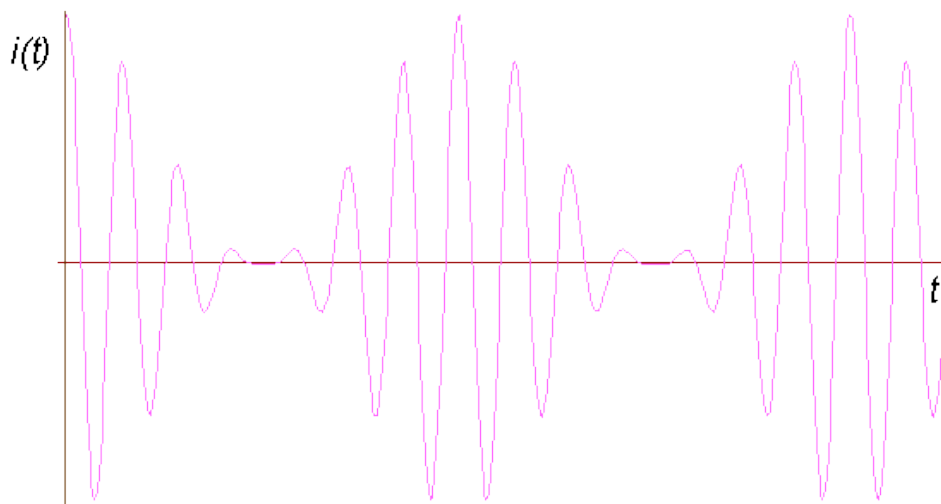
$$i(t) = A_0 \cdot (1 + a \cdot \cos(\omega_M \cdot t)) \cdot \cos(\omega_N \cdot t) \quad (1.130)$$



Obr. A.34 Priebeh nemedulovanej nosnej vlny



Obr. A.35 Časová zmena amplitúdy nosnej vlny pre $a=1$



Obr. A.36 Modulovaná nosná vlna

A.6.2.2 Frekvenčná modulácia elektromagnetickej vlny

Prenášaná informácia je kódovaná (modulovaná) do okamžitého kmitočtu (frekvencie) nosnej vlny. Signál má premennú frekvenciu a teda už nie je periodický [25].

Rovnica nemodulovaného prúdu nosnej vlny je obdobná AM modulácii :

$$i(t) = i_0 \cdot \cos(\omega_N \cdot t) \quad (1.131)$$

Ak zavedieme okamžitú frekvenciu

$$\omega_i = \omega_N + k_m \cdot v_m(t) \quad (1.132)$$

Kde $v_m(t)$ je prenášaný signál a k_m predstavuje konštantu úmery. Modulačný signál je obmedzený $|v_m(t)| < v_{max}$ a kmitočet nosnej vlny nadobúda rozsah $(\omega_N \pm k_m \cdot v_{max})$.

Člen $(2 \cdot k_m \cdot v_{max})$ predstavuje rozdiel medzi maximálnou a minimálnou frekvenciou nosnej vlny nazývanej **frekvenčný zdvih** a jeho polovicu **frekvenčná odchylka**. Teda maximálny frekvenčný zdvih predstavuje veličinu potrebnú pre „naladenie“ intervalu (kanálu) prenosu. Frekvenčná modulácia prevádza konštantnú amplitúdu modulačného napätia na premenný kmitočet nosnej vlny [25].

Prenos určitých frekvenčných pásiem podlieha licenčným pravidlám (komerčného, na vedecké účely, rádio amatérskeho atď.) .

A.6.3 Pravidlá používania frekvenčných pásiem v Českej republike.

„Ministerstvo priemyslu a obchodu podľa § 150 ods. 2 zákona č. 127/2005 Zb., O elektronických komunikáciách a o zmene niektorých súvisiacich zákonov (zákon o elektronických komunikáciách), v znení zákona č. 110/2007 Zb., o niektorých opatreniach v sústave ústredných orgánov štátnej správy, súvisiacich so zrušením Ministerstva informatiky a o zmene niektorých zákonov, na vykonanie § 16 ods. 1 zákona o elektronických komunikáciách.“[27]

Spektrum rádiového signálu je rozdelené na 9 frekvenčných pásiem s daným rozsahom.

Číslo pásma N	Symboly	Rozsah kmitočtů (dolní mez mimo, horní mez včetně)	Odpovídající názvy pásem	Metrické zkratky pro pásma
4	VLF	3 až 30 kHz	myriametrové	Mam
5	LF	30 až 300 kHz	kilometrové	km
6	MF	300 až 3000 kHz	hektometrové	hm
7	HF	3 až 30 MHz	dekametrové	Dm
8	VHF	30 až 300 MHz	metrové	m
9	UHF	300 až 3000 MHz	decimetrové	dm
10	SHF	3 až 30 GHz	centimetrové	cm
11	EHF	30 až 300 GHz	milimetrové	mm
12	---	300 až 3000 GHz	decimilimetrové	----

Obr. A.37 Tabuľka frekvenčných pásiem v zmysle zákona

Kapitola 5.138 definuje pásma pre vedecké, priemyselné a lekárske účely (ISM) ako voľne používateľné. Využívanie týchto pásiem na účely ISM podlieha zvláštnemu opatreniu príslušnej správy v súhlase s ostatnými správami, ktorých rádiokomunikačné služby by mohli byť dotknuté. Uplatnenie tohoto ustanovenia podlieha ITU-R (Medzinárodná telekomunikačná únia).[27]

Rozsah frekvencie	Stredný kmitočet
6765-6795 kHz	6780kHz
433,05-434,79MHz	433,92MHz
61-61,5 GHz	61,25GHz
122-123GHz	122,5GHz
244-246GHz	245GHz

Tab. A.2 Rozsah komerčne využívateľných frekvencií

II. PRAKTICKÁ ČASŤ

B. NÁVRH PLÁVAJÚCEHO OBJEKTU (LOĎE) S DIAĽKOVÝM RC RIADENÍM S VYUŽITÍM TEÓRIE PLÁVAJÚCEHO OBJEKTU

B.1 Fyzikálne Modely

Cieľom počítačovej simulácie dynamických sústav je napodobňovanie chovania týchto sústav. Chovaním dynamických sústav rozumieme priebehy veličín týchto sústav v závislosti na čase a vonkajších podnetoch. Žiaducim výsledkom simulácie sú teda časové (prípadne frekvenčné) priebehy rôznych veličín sústav podobné priebehom sústav reálnych [21].

Fyzikálne modelovanie predstavuje modelovanie, ktorého výsledkom sú modely typológie sústav uvažujúcich interakcie medzi jednotlivými časťami v podobe toku energie alebo hmoty. Tieto modely je možné veľmi ľahko znázorňovať pomocou fyzikálnych schém. Tieto schémy možno jednoducho poskladať stavebnicovým spôsobom z grafických značiek jednotlivých častí sústav obdobným spôsobom, akým sú tieto sústavy zostavené z reálnych častí [21].

V tejto práci sme použili simulačné prostredie DYNAST. Dokáže simulovať a analyzovať nelineárne dynamické sústavy zadané pomocou grafických modelov kompartmentov s vzájomnou výkonovou interakciou. V našom prípade chovanie modelu pohybu lode riadeného diferenciálnym spôsobom včítane jeho zanárana.

DYNAST Shell je voľne šíriteľný program umožňujúci pohodlné využívanie simulačného systému DYNAST pre OS MS Windows. Je navrhnutý tak, aby vyhovoval začiatočníkom, tak aj skúseným používateľom. DYNAST Shell je určený ako pre prípravu simulačných úloh a ich odoslanie do riešiteľa DYNAST Solver aj k interpretácii výsledkov riešení. Umožňuje systematickú správu súborov, s ktorými pracuje systém DYNAST. [21]

B.1.1 Fyzikálne schémy

Fyzikálne schémy predstavujú grafické zobrazenie mnohopólových modelov. Tieto modely reprezentujú chovanie reálnych sústav podmienené :

- tokom energie a hmoty medzi sústavami a ich okolím
- akumulácii energie či hmoty a zmenou ich formy vo vnútri sústavy

Mnohopólové modely vychádzajú z predstavy, že modelovaná reálna sústava je rozdelená myslenými uzavretými plochami na disjunktné časti takým spôsobom, že ani energia, ani hmota sa v priestore medzi týmito časťami neakumuluje a ani nemení svoju formu. Tvar a poloha uvedených plôch sa však meniť môže. Vo vnútri jednotlivých častí sústavy energie aj hmota môže svoju formu meniť, alebo tu môže byť akumulovaná a neskôr vrátená nazad do sústavy. Energia môže byť odtiaľto tiež rozptýľovaná mimo sústavu v podobe tepla [21].

Modelovanie pomocou mnohopólových modelov je založené na nasledujúcich aproximačných predpokladoch:

- K toku energie alebo hmoty do alebo z jednotlivých častí sústavy dochádza v **konečnom počte miest** (tvorenom napríklad elektrickými alebo tekutinovými prívodmi, mechanickými prírubami a podobne).
- Navzájom priliehajúce miesta interakcie rôznych častí sústavy, medzi ktorými dochádza k energetickej interakcii, vytvárajú styk podsystemov.
- Tok energie alebo hmoty medzi jednotlivými podsystemami sústavy možno vyjadriť ako súčin dvojice komplementárnych výkonových veličín.
- Mnohopólový model častí má toľko pólov, koľko dvojica výkonových veličín je treba k vyjadreniu ich interakcií s inými časťami alebo s okolím sústavy.
- Výkonové veličiny v sústave vyhovujú postulátom continuity a kompatibility [21].

Elektrická doména	Výkonové veličiny		Energetické veličiny	
	Prietok i	Spád v	Prietok $q = \int idt$	Spád $\lambda = \int vdt$
Elektrická	Elektrický prúd[A]	Elektrické Napätie [V]	Elektrický Náboj [C]	Spriahnutý tok [V·s]
Magnetická	Čas. zmena mag.toku[Wb/s]	Magnetické napätie [A]	Magnetický tok [Wb]	
Tekutinová či akustická	objemový prietok [m ³ /s]	tlak [N/m ²]	objem [m ³]	impulz tlaku [N·s/m ²]
Mechanická priamočiara	sila [N]	rýchlosť [m/s]	impulz sily [N·s]	výchylka [m]
Mechanická rotačná	moment sily [N·m]	uhlová rýchlosť[rad/s]	impulz momentu [N·m·s]	uhlová výchylka [rad]

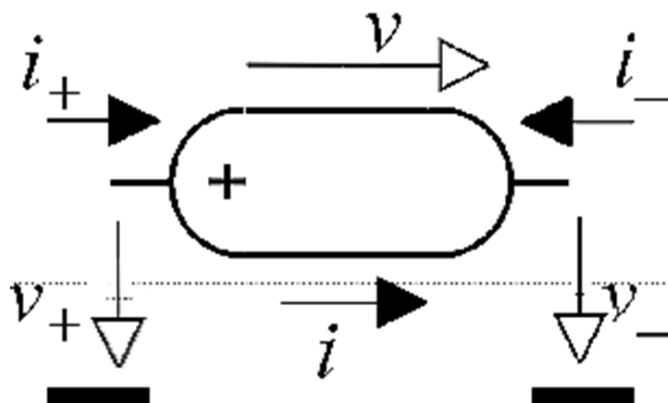
Tab. B.1 Príklady dvojíc výkonových fyzikálnych veličín

Prietokové a spádové veličiny vytvárajúce páry výkonových veličín uvedené v tabuľke (Tab.B.1) sa navzájom líšia spôsobom svojho merania [21].

Ak chceme merať priamym spôsobom určitú prietokovú veličinu medzi niektorou časťou a sústavou, musíme medzi stykový bod časti a stykový bod sústavy zapojiť príslušný merací prístroj. Spádové veličiny sa merajú medzi dvoma rôznymi stykmi sústavy bez zásahu do sústavy. Spomínaná tabuľka uvádza tiež páry energetických veličín, tzn. časové integrály výkonových veličín[21].

B.1.2 Dvoj póly

Dvoj póly sú modely charakterizujúce chovanie reálnych častí, pričom k ich modelovaniu stačí uvažovať iba dva vtoky výkonu a dve dvojice výkonových veličín. Vo fyzikálnej schéme predstavujúcej model sústavy sú jednotlivé dvoj póly graficky znázornené grafickými značkami. Každý z vtokov modelovanej časti predstavujúcej pól príslušného modelu, je v schéme reprezentovaný úsečkou vyčnievajúcou z obrysu značky modelu [21].



Obr. B.1 Univerzálna značka všeobecného dvojpólu

Miesta v ktorých dochádza k vzájomným energetickým interakciám medzi časťami, predstavujú uzly mnohopólového modelu sústavy. Aby zo schémy bolo vidieť, medzi ktorými vtokmi v určitom styku dochádza k interakcii, uzol predstavujúci tento styk je prepojený s pólmi odpovedajúcim príslušným vtokom čiarami. Tieto spojovacie čiary predstavujú ideálne spoje, ktoré môžu prenášať energiu oboma smermi, bez toho aby pritom dochádzalo k jej strate či akumulácii alebo k jej akejkoľvek premene [21].

Každému uzlu prislúcha spádová veličina uzlu. Jeden z uzlov sústavy je vždy považovaný za vzťažný uzol a jeho spádová veličina za nulovú.

Vzťažný uzol v

- elektrickej doméne obvykle predstavuje uzemnenie,
- v tekutinovej doméne voľné prostredie,
- v mechanickej doméne bod alebo rám považovaný za pevný.

Energetická doména	Vzťažný uzol	Značka
elektrická	elektrické uzemnenie	
tekutinová či akustická	voľná atmosféra	
mechanická	vzťažný systém	

Tab. B.2 Príklady značiek vzťažných uzlov

Tabuľka (Tab. B.2) obsahuje prvky značiek vzťažných uzlov používaných vo fyzikálnych schémach [21].

B.1.3 Orientácia veličín prvkov

Pre jednoznačné určenie orientácie veličín dvoj pólu (Obr.B.1), jeho polarita je tu vyznačená znamienkom + v blízkosti jedného z pólov. Tento pól budeme označovať ako + pól a druhý ako – pól[21].

Spádové veličiny pólov $v+$ a $v-$ sú uvažované vzhľadom k vzťažnému uzlu modelu sústavy, $i+$ a $i-$ sú prietokové veličiny pólov. Šípky na obrázku ukazujú predpokladanú kladnú orientáciu týchto veličín. Ďalej zavedieme pojem prietokovej veličiny dvoj pólu:

$$i = i+ = -i- \quad (2.1)$$

a spádové veličiny dvoj pólu sú:

$$v = v+ = -v- \quad (2.2)$$

Príkion dvoj pólu je definovaný vzťahom :

$$P(t) = i(t) \cdot v(t) \quad (2.3)$$

Na ideálny spoj môžeme pozeráť ako na zvláštny prípad dvoj pólu , pre ktorý platí :

$$v+ = -v- = 0 \approx P(t) = 0 \quad (2.4)$$

V nemechanických doménach ideálne spoje predstavujú

















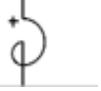
- ideálne elektrické vodiče,
- ideálne potrubie s nestlačiteľnou tekutinou a podobne [21].

V mechanickej translačnej doméne ideálny spoj predstavuje **absolútne pevnú nehmotnú tyč** o konštantnej dĺžke, ktorá prenáša silu z jedného konca na druhý bez akejkoľvek zmeny. Oba konce tejto tyče majú rovnakú rýchlosť, ale dĺžka tyče nie je definovaná [21].

V prípade mechanickej rotačnej domény ideálny spoj predstavuje **absolútne pevný nehmotný hriadel**, ktorý prenáša bez zmeny moment sily, oba jeho konce majú rovnakú uhlovú rýchlosť, ale jeho konce sú navzájom pootočené o konštantný, avšak nedefinovaný uhol [21].

B.1.4 Typy fyzikálnych prvkov

Fyzikálne prvky (Tab.B.3) tvoria ucelenú stavebnicu dvojpólových modelov, z ktorých je možné zostavovať širokú triedu modelov chovania najrôznejších fyzikálnych sústav. Sú označované za rýdže modely v tom zmysle, že každý z nich predstavuje základy fyzikálny jav charakterizovaný jedinou vlastnosťou [21].

Typ	G	R	C	L
nemechanické	Konduktor	Rezistor	Kapacitor	Induktor
elektrické				
magnetické				
tekutinové či akustické				
mechanické	tlmič		inertor	pružina
priamočiare				
rotačné				
Konštitučný vzťah	$i = p \cdot v$	$v = p \cdot i$	$i = p \cdot \frac{dv}{dt}$	$v = p \cdot \frac{di}{dt}$







Tab. B.3 Fyzikálne prvky

Tieto vlastnosti sú uvedené v nasledujúcej tabuľke (Tab.B.4) aj s ich fyzikálnymi rozmermi. Fyzikálne prvky sa týmito svojimi vlastnosťami navzájom dopĺňujú. Len dvojice rezistora a konduktora zo zhodnej domény predstavuje ten istý fyzikálny jav, napriek tomu sú oba tieto prvky pri modelovaní užitočné [21].

Energetická doména	konduktor či tlmič	rezistor	kapacitor či inertor	induktor či pružina
	$p = \frac{i}{v}$	$p = \frac{v}{i}$	$p = \frac{i}{dv/dt}$	$p = \frac{v}{di/dt}$
elektrická	elektrická vodivosť [S]	elektrický odpor [Ω]	elektrická kapacita [F]	elektrická indukčnosť [H]
magnetická	magnetická vodivosť [Ω]	reluktancia [S]	permeanencia [H]	
tekutinová či akustická	tekutinová vodivosť [m ³ /(Pa·s)]	tekutinový odpor [Pa·s/ m ³]	tekutinová kapacita [m ³ /Pa]	inertácia [Pa·s ² /m ³]
mechanická translačná	tlmenie [N·s/m]		hmotnosť [kg]	poddajnosť [m/N]
mechanická rotačná	torzné tlmenie [N·m·s/rad]		moment zotrvačnosti [m ² ·kg/rad]	torzná poddajnosť [rad/(N·m)]

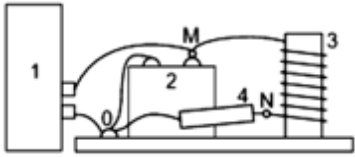
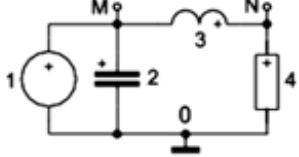
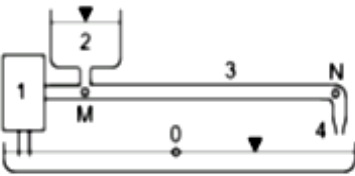
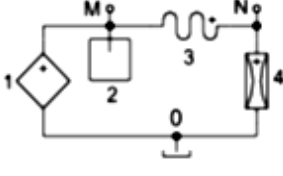
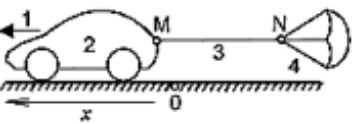

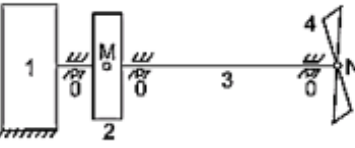
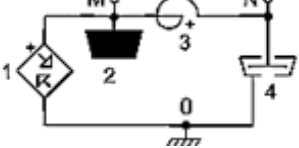
Tab. B.4 Vlastnosti fyzikálnych prvkov

K mnohopólovému modelovaniu chovania sústav sú rovnako dôležité fyzikálne prvky predstavujúce zdroje energie (Tab.B.5).

Typ	J	E
Univerzálne	zdroj prietokovej veľičiny 	zdroj spádovej veľičiny 
Mechanické translačné	zdroj sily 	zdroj rýchlosti 
Mechanické rotačné	zdroj momentu sily 	zdroj uhlovej rýchlosti 
Konštitučný vzťah	$i=p$	$v=p$

Tab. B.5 Zdroje energie

Uvedme niekoľko príkladov použitia týchto modelov z rôznych fyzikálnych domén:

Reálna sústava		model sústavy
		
číslo	Reálne časti	Fyzikálne prvky
1	elektrická batéria	zdroj elektrického napätia
2	elektrický kondenzátor	elektrický kapacitor
3	cievka	elektrický induktor
4	elektrický odpor	elektrický rezistor
		
číslo	Reálne časti	Fyzikálne prvky
1	pumpa poháňaná motorom	zdroj objemového prietoku
2	otvorená nádrž	tekutinový kapacitor
3	dlhé potrubie	tekutinový induktor
4	výpust	tekutinový rezistor
		
číslo	Reálne časti	Fyzikálne prvky
1	motor auta	zdroj sily
2	hmota auta	inertor
3	dlhé lano	pružina
4	padák	tlmič
		
číslo	Reálne časti	Fyzikálne prvky
1	motor	zdroj momentu sily
2	zotrvačník	rotačný inertor
3	dlhý hriadeľ	torzná pružina
4	ventilátor	rotačný tlmič

Tab. B.6 Príklady jednoduchých sústav aj s fyzikálnymi schémami s dvoj pólmi

B.1.5 Postuláty kontinuity a kompatibility

Mnohopólové modelovanie je založené na predpoklade, že veličiny zúčastňujúce sa vzájomnej energetickej interakcie reálnych častí sú navzájom viazané postulátmi kontinuity a kompatibility.

Interpretáciu týchto postulátov v podobe fyzikálnych zákonov uplatňovaných v jednotlivých energetických doménach ukazuje nasledujúca tabuľka (Tab.B.7)[21].

Energetická doména	Postulát kontinuity	postulát kompatibility
elektrická	Kirchoffov zákon prúdov	Kirchoffov zákon napätia
magnetická	kontinuita magn. toku	Ampérov zákon slučiek
tekutinová a akustická	princíp zachovania hmoty	princíp skladania tlakov
mechanická priamočiara	dynamická rovnováha síl	princíp skladania pohybov
mechanická rotačná	dynamická rovnováha momentov síl	princíp skladania rotačných pohybov

Tab. B.7 Fyzikálne zákony uplatňované v jednotlivých energetických doménach

Uvedené postuláty nemožno dokázať, ale v obore klasickej nerelativistickej fyziky neboli pozorované žiadne kvazistatické javy, ktoré by im odporovali [21].

Podľa postulátu kontinuity platí vzťah :

$$\sum i_k = 0 \quad (2.5)$$

kde i_k sú prietokové veličiny „vtekajúce“ do uzlu.

Podľa postulátu kompatibility platí :

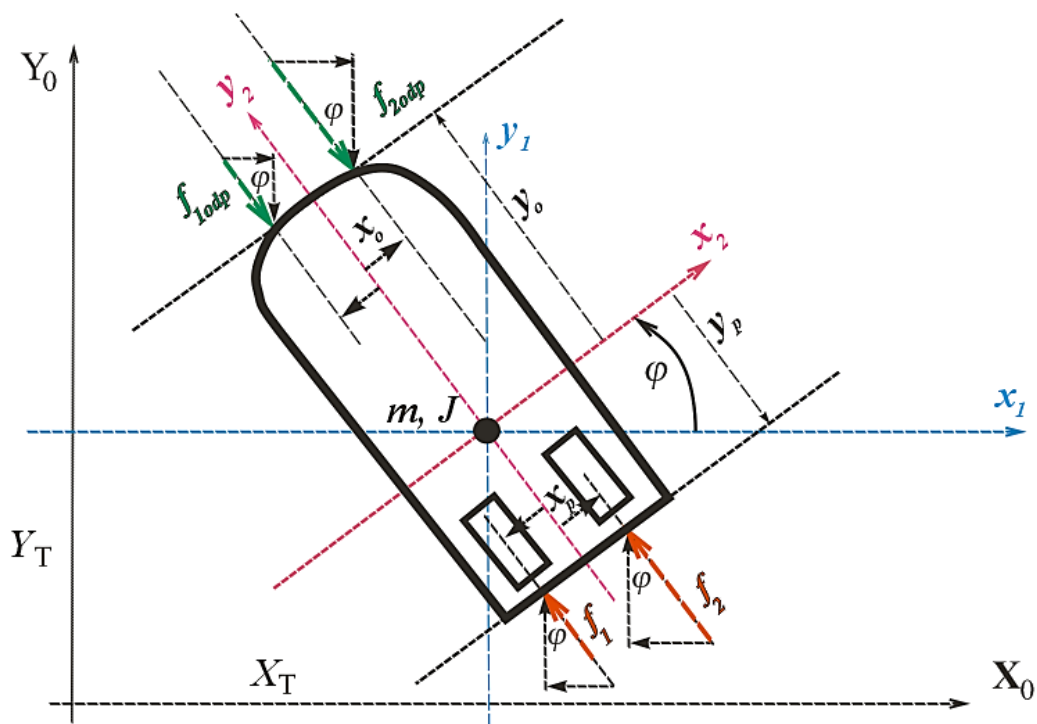
$$v_{jk} = v_j - v_k \quad (2.6)$$

Kde v_j a v_k sú absolútne spádové veličiny dvoch uzlov schémy a v_{jk} je relatívna spádová veličina medzi týmito uzlami.

Pritom v_j , v_k i v_{jk} patria do tej istej energetickej domény[21].

B.2 Fyzikálny simulačný model pohybu lode pri plavbe

Predstavuje simulačnú interpretáciu vzťahov popísaných v kapitole (1.4.6) popisujúcich vlastnosti plávajúceho objektu v rovine (teda v 2D priestore) podľa obrázku (Obr.2.2). Zovšeobecnenie týchto vzťahov popisuje kompletný model pohybu lode vrátane jej zanárania .

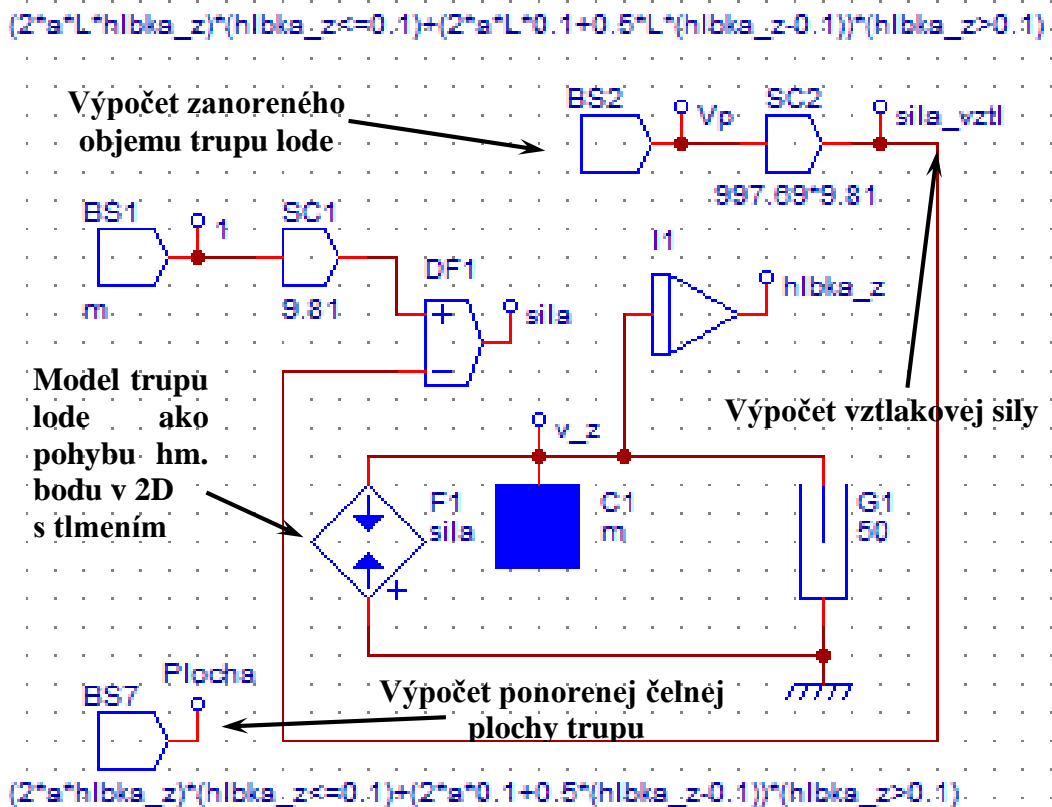


Obr. B.2 Model plávajúcej lode v rovine

Úplný výpočtový simulačný model vychádzajúci z priamej úlohy dynamiky je spojením pod-modelov. Podľa kapitoly (1.3.6) ak poznáme sily pôsobiace na hmotný bod (objemová hmotnosť sústredná v ťažisku objektu) vieme spočítať rýchlosť a zrýchlenie. A teda spomínaný model predstavuje pôsobenie síl (odpor pohybu ,tlaková sila propelerov). Popíšme jednotlivé simulačné pod modely.

B.2.1 Pod-model zanárania

Popisuje jednoduchú interpretáciu Archimedovho zákona pôsobenia vztlakovej a hydrostatickej sily pôsobiacej na hmotný bod (trup lode) bez pozdĺžneho a priečneho náklonu . Podľa vzťahov (1.31-1.34) umožňujúcich výpočet rýchlosti pohybu trupu pri určitom zanorení . Tento pod model predstavuje výpočet zanorenia pri postupnom „odsýpaní“ záťaže .

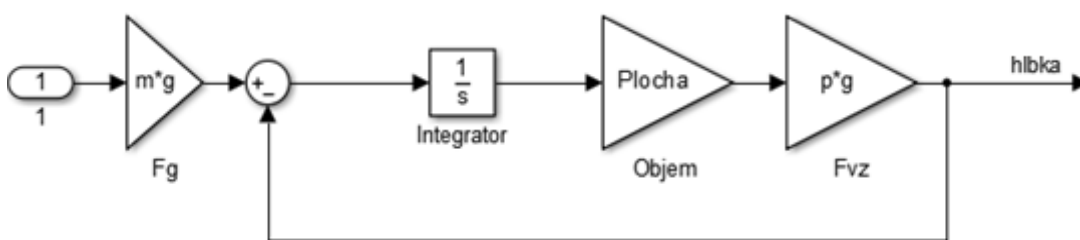


Obr. B.3 Multiportový fyzikálny pod-model zanárania lode

Vstupné sily rozdielového člena DF1 reprezentujú tiažovú silu a vztlakovú silu. Tiažová sila má konštantný charakter, avšak vztlaková sa mení vzhľadom na hĺbku ponoru. Výstup tohto člena je celková sila pôsobiaca na hmotný objekt o váhe **m**. Získaná rýchlosť ponoru **v_z** je následne zintegrovaná. Integráciu rýchlosti je dráha. V tomto prípade hĺbka ponoru **hlbka_z**.

Blok B2 slúži na výpočet objemu ponorenej časti, ktorý spätnou väzbou priamo závisí na hĺbke. Ak je hĺbka menšia ako výška dvojice plavákov objem je súčtom objemov ponorenej časti dvojice plavákov. Ak je väčšia, tak k maximálnemu objemu plavákov sa pripočíta objem hornej časti konštrukcie.

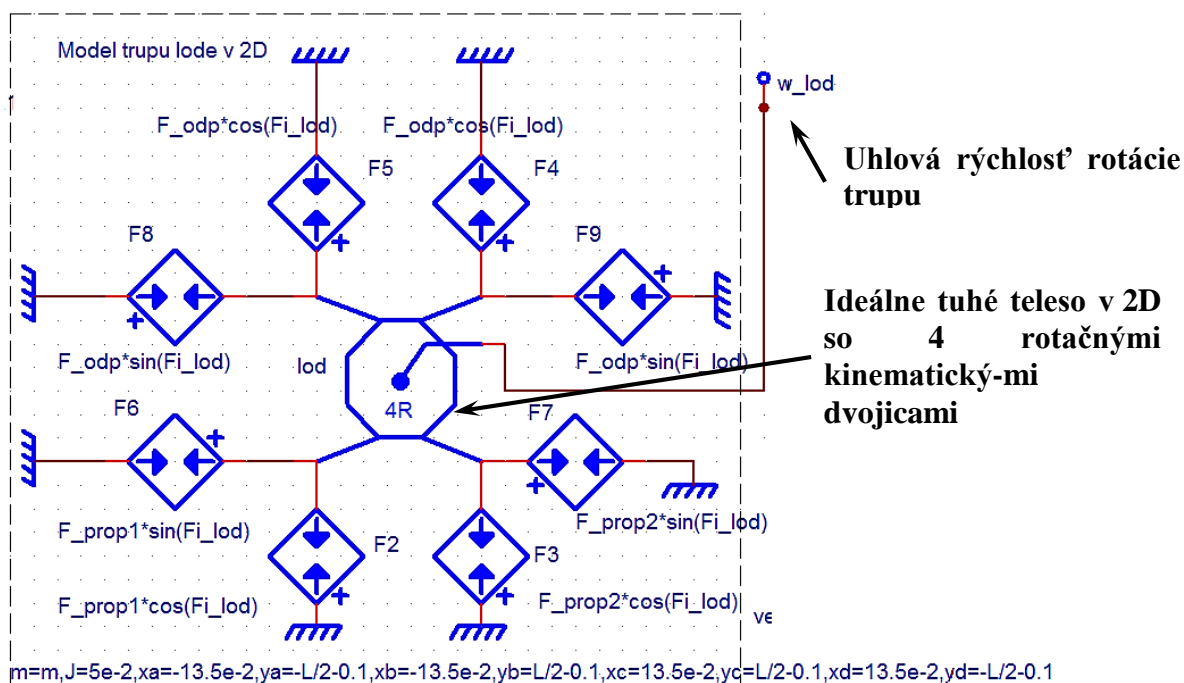
Zjednodušie ho popisuje systém podľa obrázku (Obr.B.4)



Obr. B.4 Systém pod-modelu zanárania

B.2.2 Pod-model trupu lode v rovine

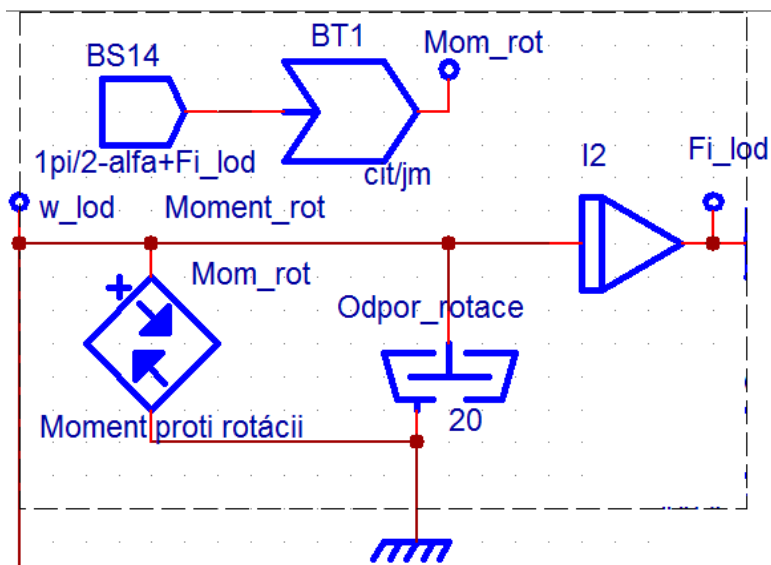
Obrázok (Obr. 2.5) ukazuje použitie piktoqramu kompartmentntu ideálne tuhého telesa v rovine popisujúceho dynamiku chovania podľa obrázkov (Obr. A.19) a (Obr. B.2)



Obr. B.5 Multiporotvový fyzikálny model trupu lode v rovine

Základom je kvadratický člen, hmotný bod s štyrmi rotačnými kinematickými dvojicami, ktorý vyhodnocuje uhlovú rýchlosť zmeny smeru trajektórie tohto objektu voči počiatkovej sústave. Pôsobenie v jeho ťažisku je definované pomocou Denavit-Hartenber parametrov určenia pôsobenia síl v bázovom bode (ťažisko) vzhľadom na pôsobenie sily vzdialeného bodu v rovine danej kinematickej dvojice. Predstavuje zovšeobecnenie parametrov trupu lode vrátane vplyvu pohonu a odporu voči jeho pohybu. Zostáva už len zakomponovať tieto sily do spomínaného modelu .

Na túto rotáciu pôsobí odpor v podobe bloku **Odpor_rotace** . Po integrácii ω_{lod} získam okamžitý uhol lode φ [rad]. Vplyvom rýchlosti a tvaru trupu lode pohybujúcej sa vo vodnom prostredí vzniká direkčný moment (moment rotácie voči globálnej sústave). Teda moment vzniknutý pri zmene trajektórie pohybu telesa spolu s jeho odporom predstavuje obrázok (Obr.B.6).



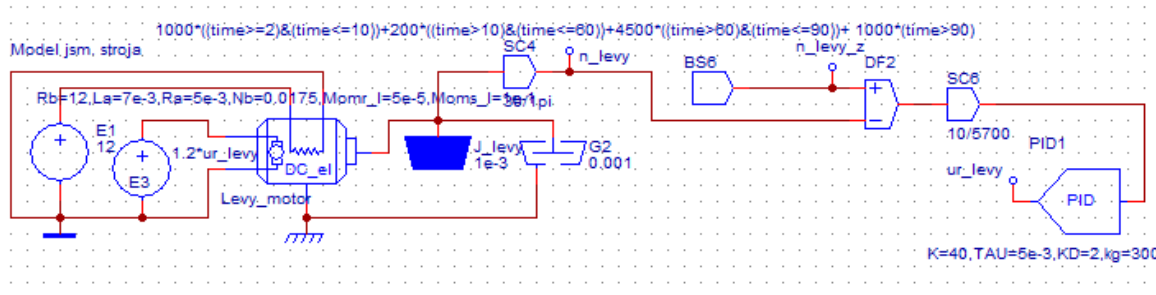
Obr. B.6 Multiportový fyzikálny model direkčného momentu

B.2.3 Pod-model pohonného systému

Predstavuje usporiadanie pohonnej dvojice podľa obrázku (Obr. B.2) tvorenú propelerom pevne spojeným s hriadeľom elektrického rotačného jednosmerného komutátorového stroja s cudzím budením.

B.2.3.1 Elektrický rotačný jednosmerný komutátorový stroj

Tento podel popisuje chovanie elektrického rotačného jednosmerného komutátorového stroja s cudzím budením. Stroj pôsobí na rotačnú hmotu J_{levy} , na ktorú vplýva ešte odpor voči jej pohybu v podobe $G2$. Výstupom tohto pôsobenia sú otáčky hriadeľa stroja v $[\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]$. Scalator $S4$ vynásobením hodnotou $30/\pi$ konvertuje otáčky do hodnoty otáčok za minútu $[\text{ot}\cdot\text{min}^{-1}]$.



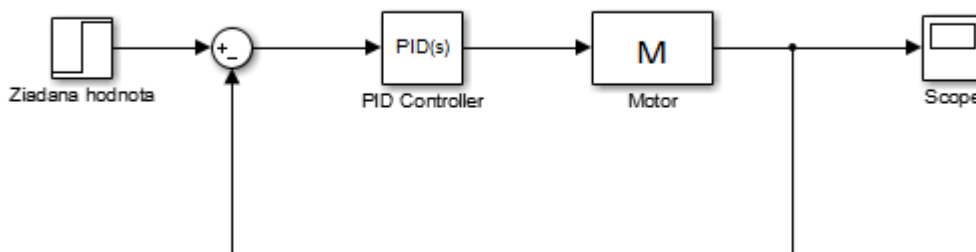
Obr. B.7 Multiportový fyzikálny model elektrického rotačného jednosmerného komutátorového stroja s cudzím budením

Požadovaná hodnota otáčok je prezentovaná blokom BS6. Žiadaná hodnota je diferenciálnym členom DF2 odčítaná od skutočnej hodnoty otáčok. Táto hodnota je vynásobená hodnotou $10/5700$. Napätie rotorom U_{rot} pri maximálnych otáčkach $5700[\text{ot.min}^{-1}]$ je 12V pre reguláciu otáčok stroja s nominálnym napätím 12V pomocou PID regulátoru PID1.

$$U_{rot} = 1,2 * ur \quad (2.7)$$

$$ur = U_{zasah} * \frac{10}{5700} \quad (2.8)$$

Regulácia prebieha spätne-väzobne. Zjednodušene ju predstavuje obrázok (Obr. B.8) .



Obr. B.8 Systém pod-modelu elektrického rotačného jednosmerného komutátorového stroja s cudzím budením

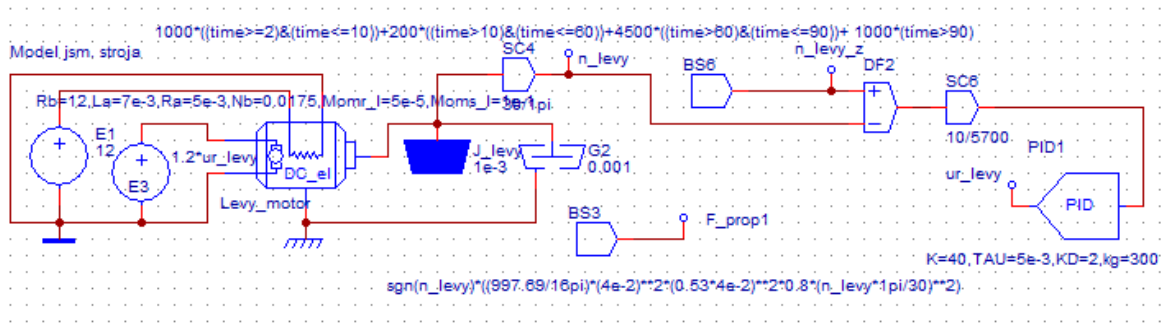
Žiadaná hodnota je Heavisideova funkcia resp. odozva na jednotkový skok. Následne je skutočná hodnota odčítaná od požadovanej. Tento rozdiel spracuje PID regulátor a jeho výstupom je akčný zásah do regulovaného stroja (motora) .

B.2.3.2 Vplyv propeleru

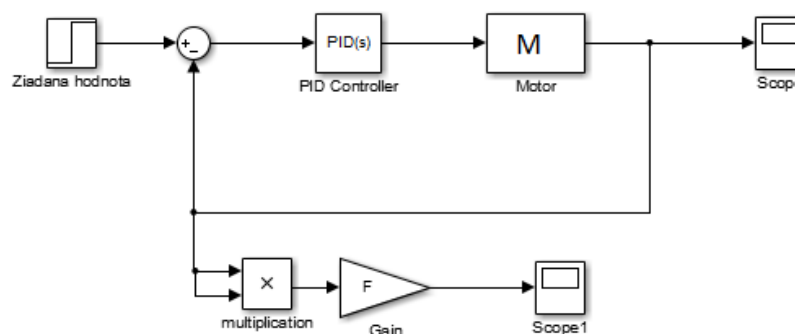
Tento model popisuje chovanie propeleru vo vodnom prostredí.

Propeler pri rotačnom pohybe v určitom prostredí vytvára pohybovú silu ,pre ktorú platí vzťah , popísaní v kapitole (A.4.8) vzťahom (1.105).

Otáčky sú výsledkom predošlej simulácie elektrického stroja. Výslednú silu pôsobenia na prostredie predstavuje blok BS4. Jeho výstupom je podľa daného vzťahu sila pre skutočné otáčky motoru n_levy .



Obr. B.9 Multiportový fyzikálny model vplyvu propelleru

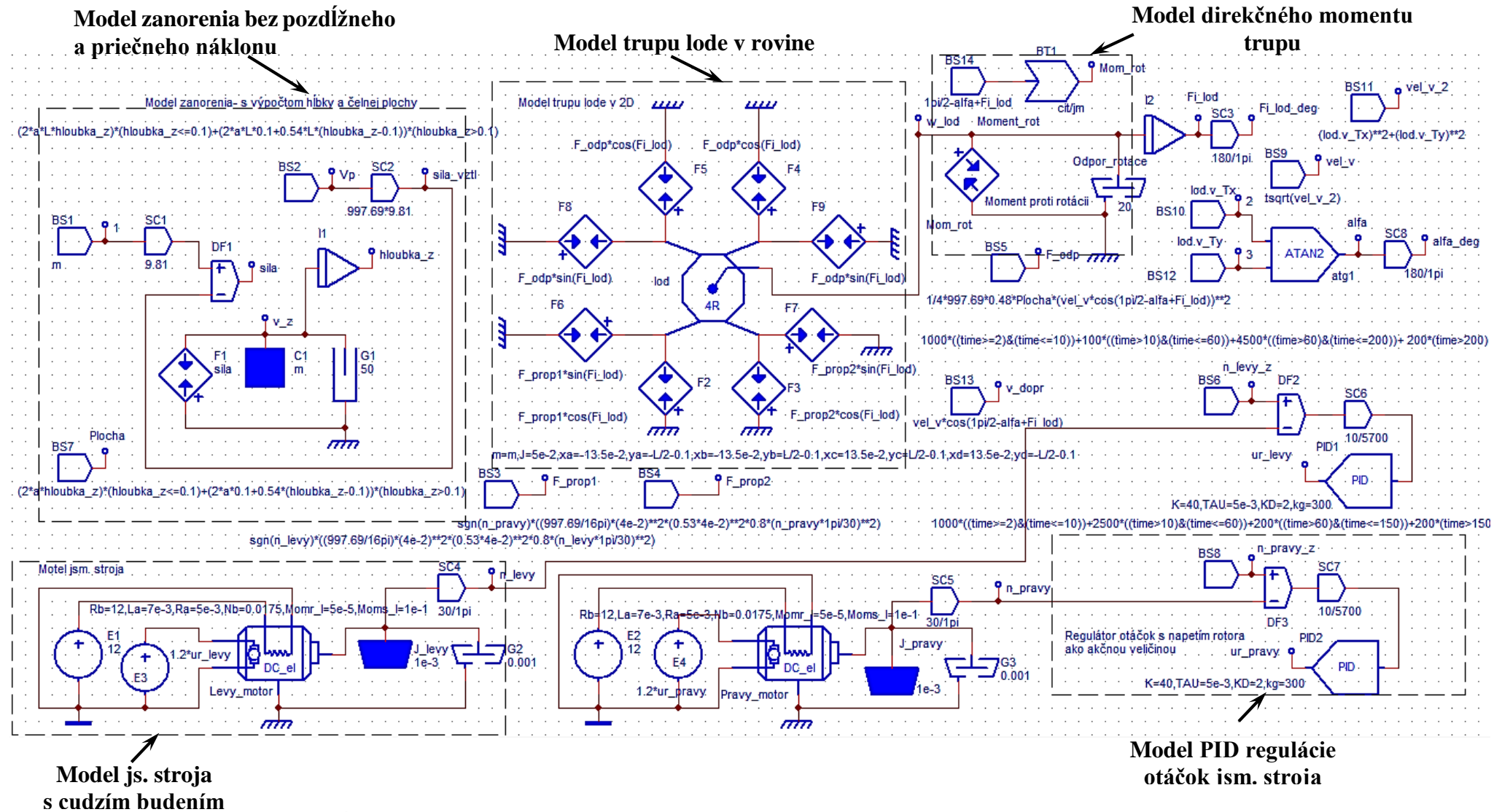


Zjednodušený model predstavuje umocnenie otáčok motoru blokom multiplication a vynásobením konštantou Gain.

B.2.4 Pohyb lode v rovine vplyvom diferenciálneho riadenia otáčok dvojice propelerov

Spojením popísaných častí fyzikálneho modelu plávajúcej lode v rovine s jeho zanorením vzniká úplný multiportový model. Hĺbka zanorenia priamo vplyva plochou ponorenej časti odporom proti vektoru absolútnej rýchlosti . Na veľkosť vektoru rýchlosti priamo vplyva pohonný systém zložený s dvojice propelerov pevne spojených s hriadeľmi elektrických js. strojov.

Cieľom simulácie je napodobenie dynamiky pohybových vlastností modelu lode . Teda vyhodnotenie trajektórie vplyvom vonkajších síl a momentu zotrvačnosti objektu .

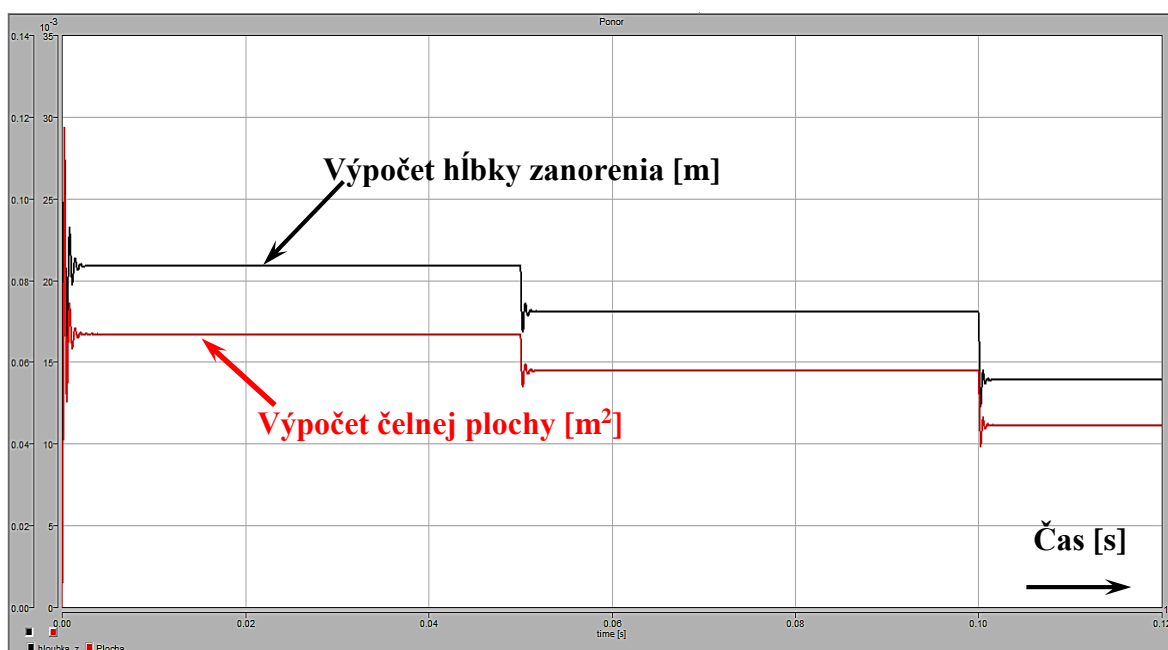


Obr. B.10 Úplný multiportový model lode so zanorením a diferenciálnym riadením smeru pohybu

B.3 Analýza simulačných experimentov

Skúmanie simulačného modelu z predchádzajúcej kapitoly poskytuje informácie o pohybových vlastnostiach lode potrebných pre kinematickú analýzu. Hmota trupu lode nadobúda tri hodnoty v závislosti na čase nasledovne

$$m = \begin{cases} 15kg & t \in (0,50) \\ 13kg & t \in (50,100) \\ 10kg & t \in (100,200) \end{cases}$$

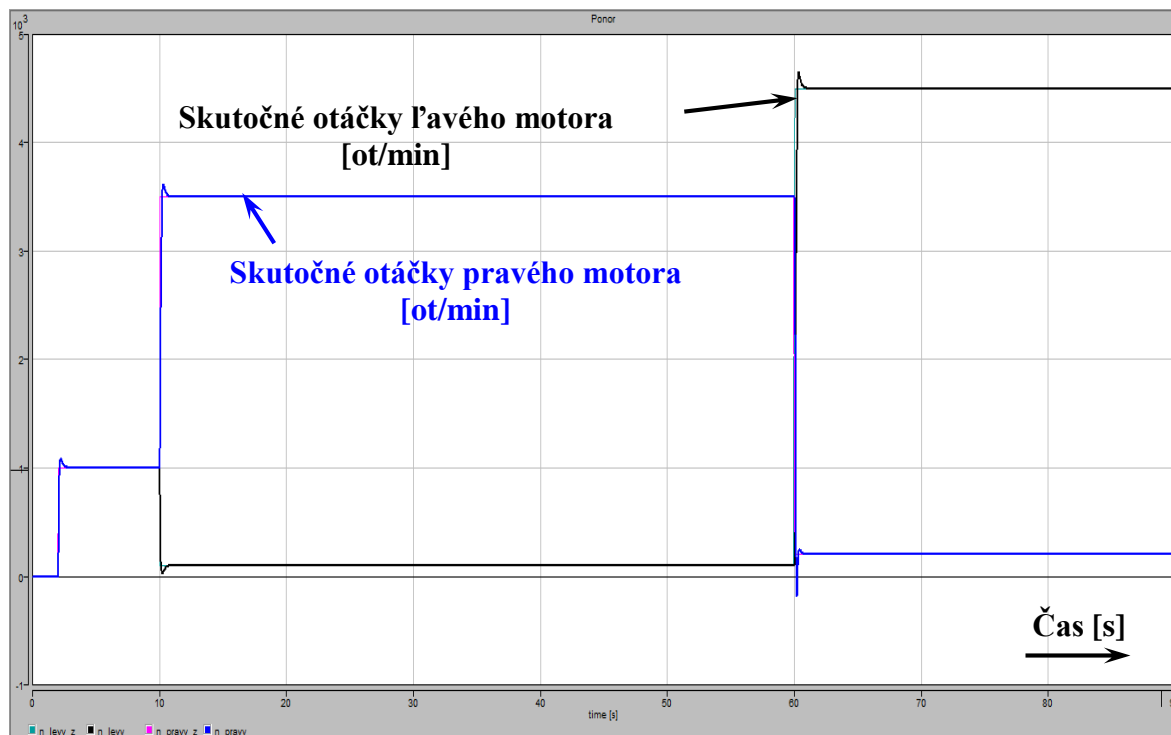


Obr. B.11 Veľkosť zanorenia a čelnej plochy zanorenej vo vode

Z obrázku (Obr.B.11) vidno reakciu na zmenu hmoty. Konštantné zanorenie a teda aj čelná plocha nastane až po vyrovnaní vztlakovej a gravitačnej sily pôsobiacej na trup lode. Pre simuláciu vplyvu hĺbky zanorenia na trup lode preskúmame najprv reakciu pohonných strojov na žiadanú veličinu .

Pre žiadané otáčky dvojice motorov v tejto simulácii platia nasledujúce hodnoty:

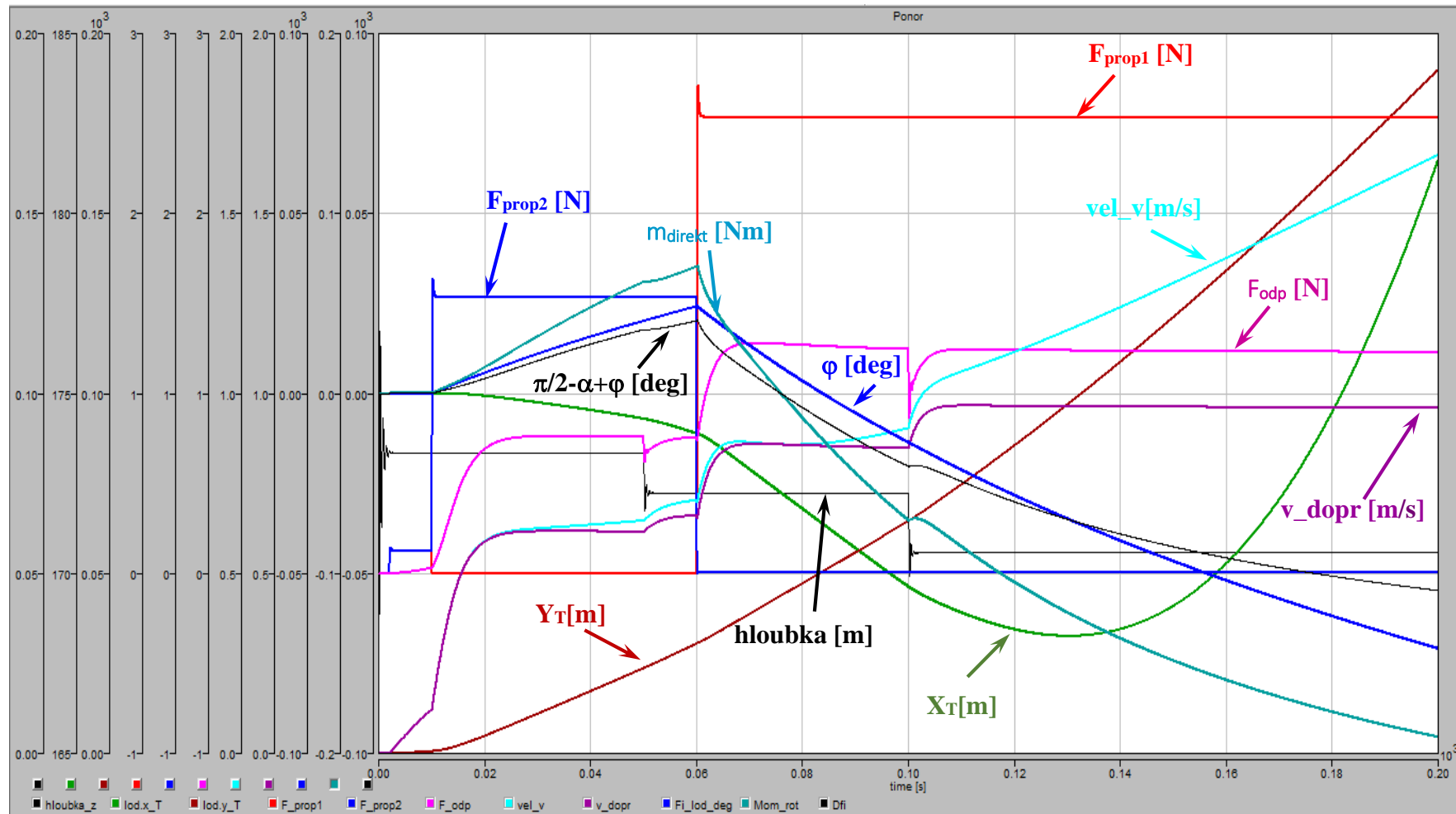
$$n_{levy} = \begin{cases} 1000 \text{ ot/min} & t \in (2,10) \\ 200 \text{ ot/min} & t \in (10,60) \\ 4500 \text{ ot/min} & t \in (60,90) \end{cases} ; n_{pravy} = \begin{cases} 1000 \text{ ot/min} & t \in (2,10) \\ 5000 \text{ ot/min} & t \in (10,60) \\ 300 \text{ ot/min} & t \in (60,90) \end{cases}$$



Obr. B.12 Časový priebeh otáčok j.s.. Motorov

Pohonný systém reaguje na žiadané otáčky podľa očakávania. PID regulátor pracuje správne a skutočná hodnota takmer kopíruje žiadanú. Rýchle ustálenie s minimálnym prekonom značí optimálnu reguláciu.

Zostáva skúmať vplyv pohonu a pohybových vlastností spojením pod-modelov podľa obrázku (Obr. B.10).



Obr. B.13 Časový priebeh správania trupu lode

Preskúmame obrázok (Obr. B.13).

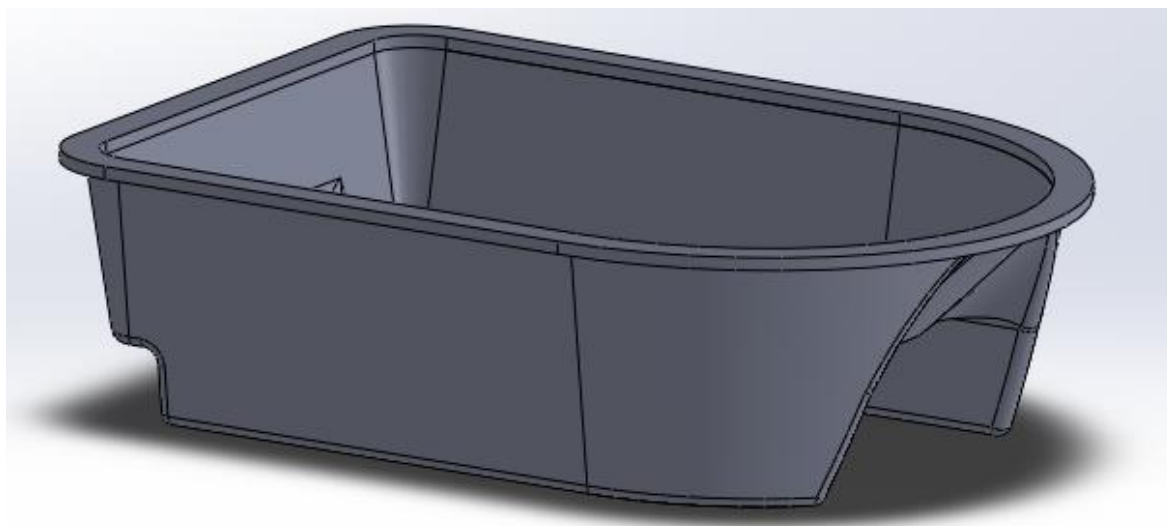
V počiatocnom stave (bez pôsobenia vonkajších síl) sa trup najprv zanorí do hĺbky **0.085 m** pri pôsobení hmoty 15 kg. Pripomeňme, že pozdĺžna osa (plavebná) y_2 je totožná s globálnou osou y_g a vzdialenosť v ose x je nulová. Teda v počiatocnom stave všetky osi splývajú. Rovnako aj veličiny ovplyvňujúce pohyb sú nulové.

Najzaujímavejšie je správanie otáčania trupu a dopredný pohyb (veľkosť a smer vektoru rýchlosti ťažiska) pri takto realizovanom diferenciálnom pôsobení propelerov. Požadované rýchlosti otáčania propelerov boli zadané nezávisle na pohybu lode (systém je v otvorenej slučke). Veličina $\Delta\varphi=\pi/2-\alpha+\varphi$ udáva rozdiel smeru medzi rýchlosťou ťažiska lode a pozdĺžnou osou trupu. Priebeh otáčok pohonných motorov predstavuje obrázok (Obr.B.12).

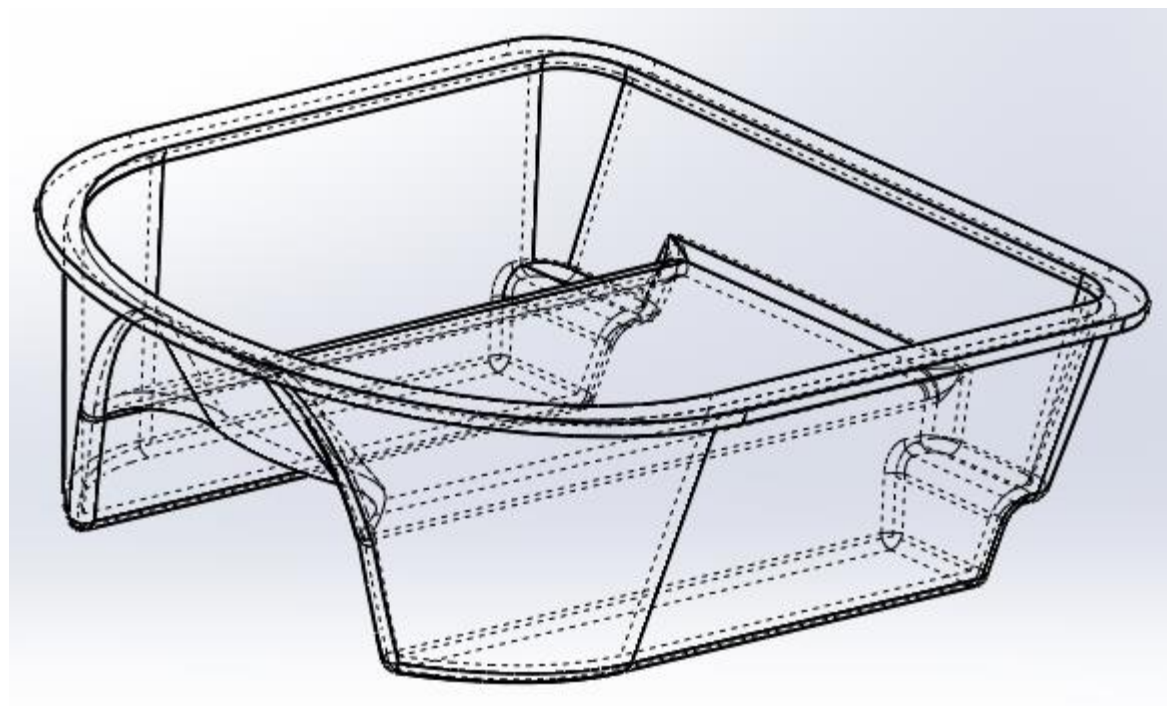
V čase $t=10s$ nastáva ich zmena. Ich zmena spôsobí zmenu rýchlosti lode a rozdiel otáčok zase zmenu trajektórie. Pravý motor zaberá evidentne väčšou silou ako ľavý podľa žiadaných otáčok. Uhol φ stúpa v kladnom smere, čo pri definovanej orientácii znamená zatáčanie smerom vľavo. Keďže loď stále zatáča, stúpa s veľkosťou rýchlosti vel_v aj direkčný moment m_{direkt} (sila vracajúca vychýlené teleso späť do rovnovážnej polohy). Pôsobením direkčného momentu loď spočiatku pláva "bokom" až do dosiahnutia rovnovážnej polohy (splynutie pôsobiacich síl s plavebnou osou lode). V čase $t=50s$ sa hmota lode zmenší o 2kg. Zmena pohybových veličín je nepatrná, čo značí bezpečné odsýpanie nákladu. V čase $t=60s$ nastala zmena otáčok motorov. Táto zmena je oveľa ostrejšia ako predošlá, čo sa prejaví strmšou zmenou uhlu φ avšak v opačnom smere (otáčanie vpravo). Jazda bokom sa prejaví výraznejšie. Uhol φ síce klesá, ale loď pokračuje akoby otáčky motorov zostali nezmenené. Loď síce svoju orientáciu mení, ale tvar trupu a diferenciálne riadenie spôsobuje, že zmena trajektórie nastane pôsobením direkčného momentu, ktorý loď vyrovná do pozdĺžneho smeru, čo je vidno na nasledujúcich obrázkoch .

B.4 Návrh plavidla

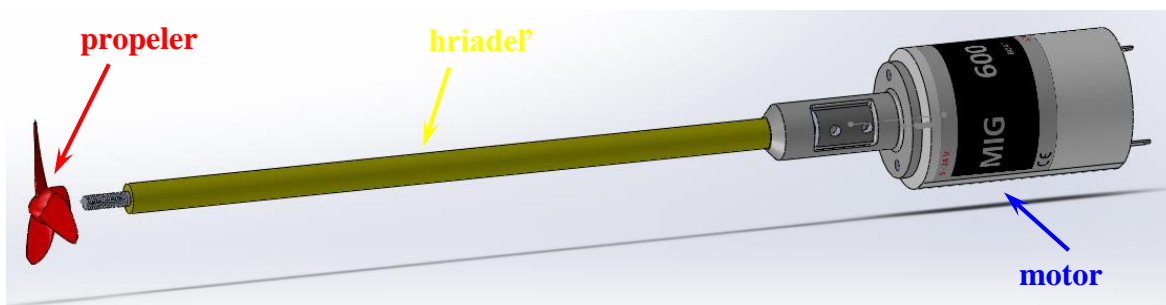
Táto časť práce je venovaná reálnemu návrhu plávajúceho objektu (lode) s diferenciálnym riadením pohybu. V 3D modelovacom prostredí SOLIDWORKS bude navrhnutý reálny trup plavidla vychádzajúci zo zjednodušeného modelu lode použitého na simuláciu jeho pohybu. Taktiež aj návrh reálneho uloženia komponentov (elektronika, pohon).



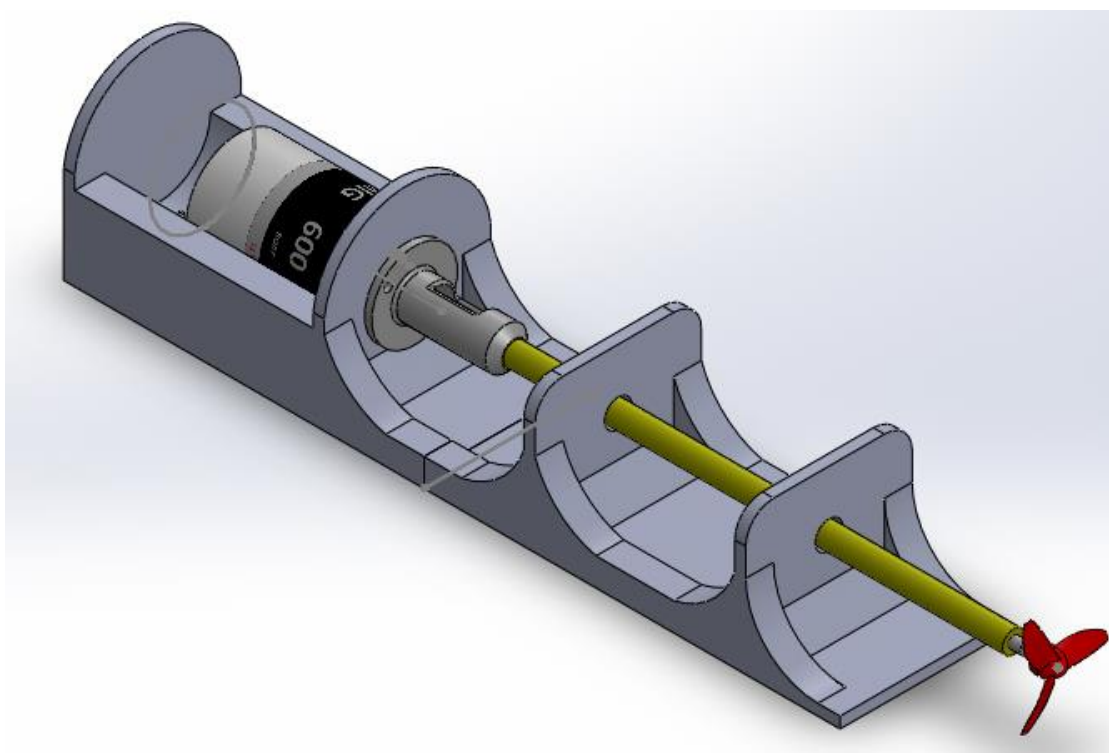
Obr. B.16 3D model plavidla(nepriehľadný pohľad)



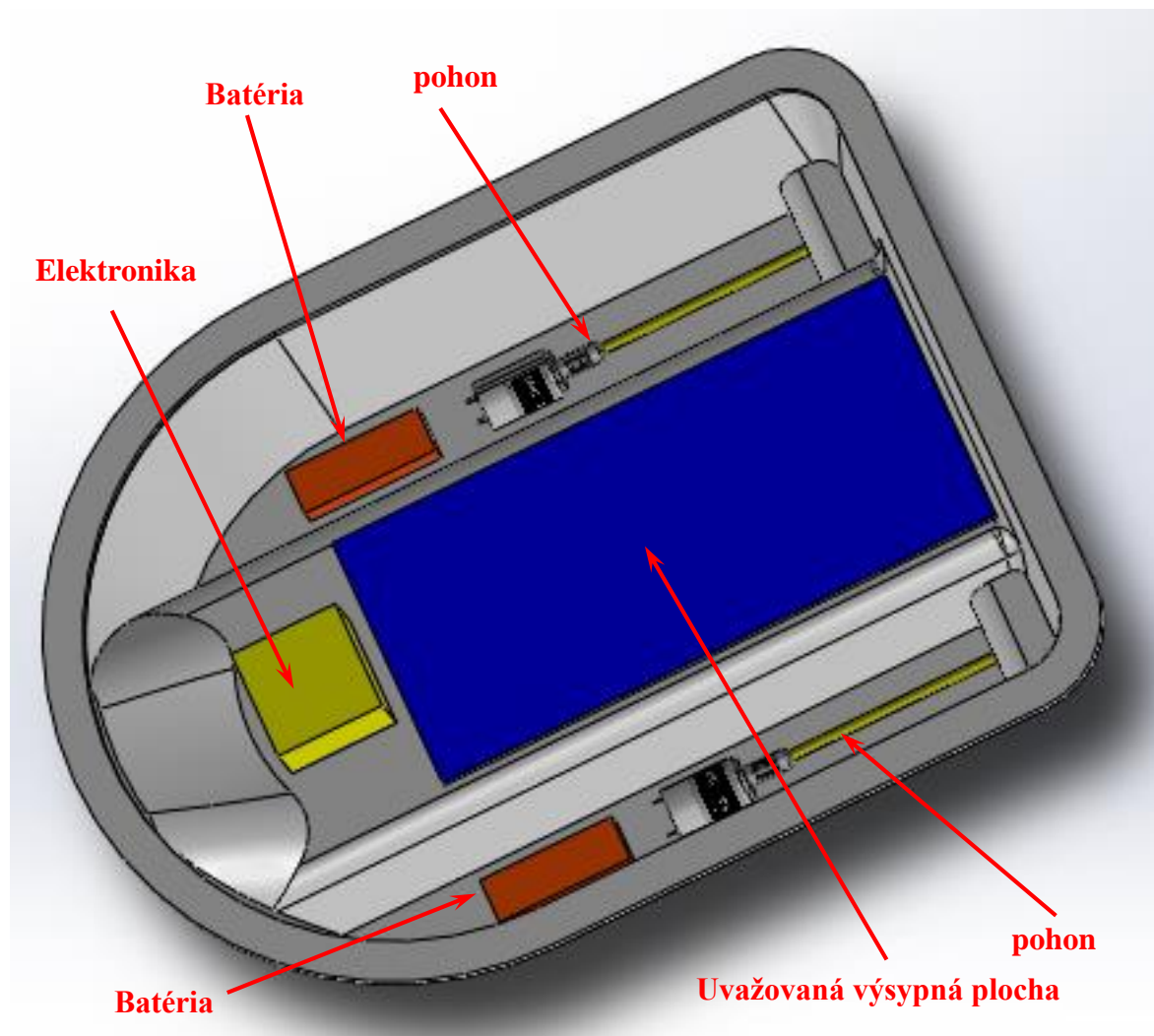
Obr. B.17 3D model plavidla(priehľadný pohľad)

B.4.1 Uloženie komponentov

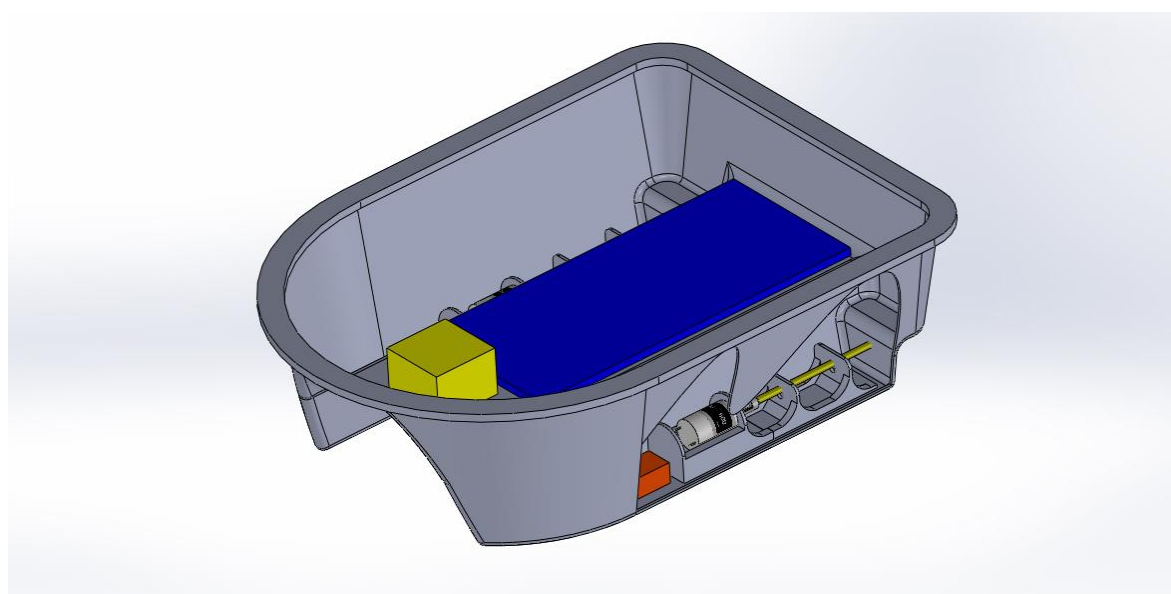
Obr. B.18 3D model uloženia pohonu



Obr. B.19 3D osadenie pohonu v konštrukcii



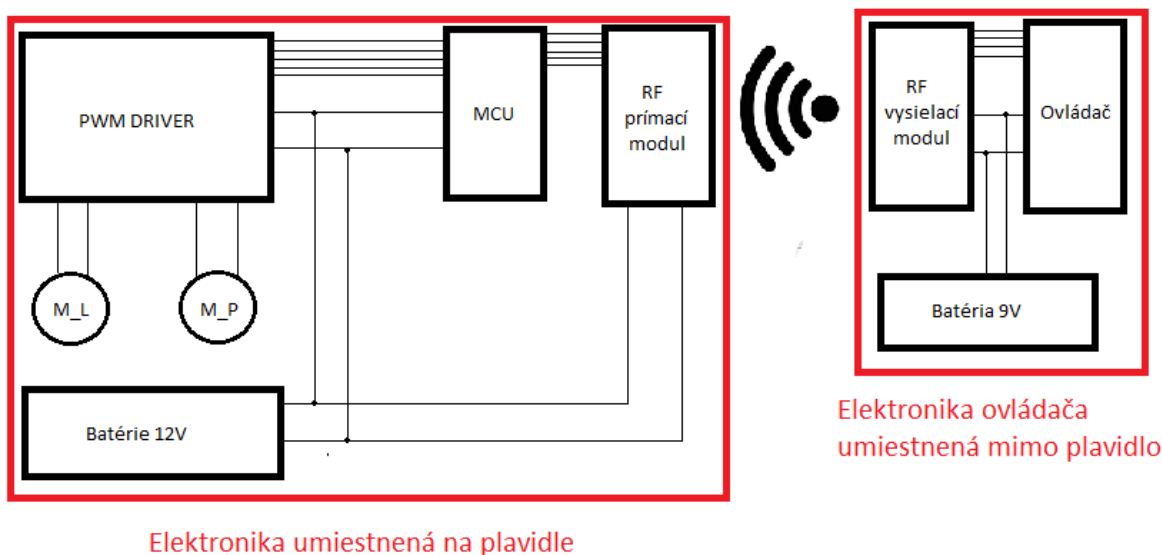
Obr. B.20 3D model uloženia komponentov plavidla



Obr. B.21 3D model uloženia konštrukcie pohonu plavidla

B.5 Elektronika plavidla

Účelom tohto návrhu je overenie pohybových vlastností plavidla a príprava na plánované rozšírenie. Riadenie lode je realizované pomocou štvorice tlačidiel umiestnených na kontaktnom poli predstavujúce pomyselný smer plavby v základnom ortogonálnom rozložení. De facto regulátor pohybu je človek, ktorý podľa vizuálneho odhadu vyhodnotí a realizuje pomocou tlačidiel zmenu tohto pohybu, aby dopravil plavidlo na určené miesto. Z dôvodu nutnosti použitia rádiovkej komunikácie je elektronika rozdelená na 2 časti. Prvá časť predstavuje elektroniku umiestnenú na plavidle a druhá ovládač riadený človekom na brehu vodnej plochy. Tento spôsob riadenia bližšie popisuje bloková schéma na obrázku (Obr.B.20).



Obr. B.22 Bloková schéma elektroniky plavidla

B.5.1 Použité komponenty

B.5.1.1 Pohon

Motor Mig 600 12V Boat



Obr. B.23 Motor

Menovité napätie	12VDC
Otáčky	5700 RPM
Prúd naprázdno:	0,3 A
Prúd pri max účinnosti:	1,6 A
Hmotnosť:	220g
Priemer:	37 mm
Dĺžka:	57mm
Priemer hriadeľa	3,175 mm
Voľná dĺžka hriadeľa	10 mm

Tab. B.8 Parametre motoru

Propeler



Obr. B.24 Propeler

Priemer	4mm
Stúpanie	2,12mm
Závit	M4

Tab. B.9 Parametre propeleru

Hriadeľ COMPACT pre elektromotor "600"



Obr. B.25 Hriadeľ pre motor MIG 600

B.5.1.2 Riadenie

Dvojica komunikačných modulov

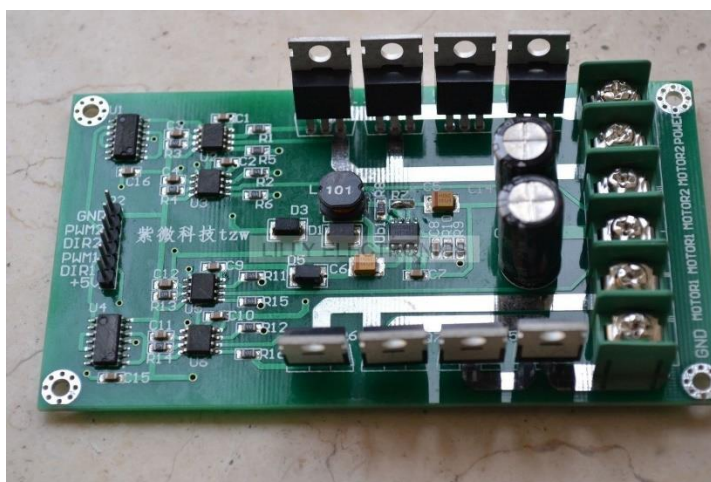


Obr. B.26 Dvojica komunikačných modulov

Napájacie napätie	Príjmač (3-5V) , Vysielač (3-9V)
Prúd	: $\leq 2.5\text{mA}(5.0\text{VDC})$
Princíp činnosti	Superhet (VCO, PLL)
Modulácia	OOK/ASK
Frekvencia	433.92MHz
Citlivosť	-105dBm (50 Ω)
Dekódovanie	PT2272
Rýchlosť prenosu	< 5Kbps
Výška antény	18cm
Maximálna vzdialenosť	2km

Tab. B.10 Parametre dvojice komunikačných modulov

Modul H-most driver pre dvojicu DC motorov



Obr. B.27 PWM driver pre dvojicu motorov

Menovité napätie	3V-36V
Menovitý prúd	10A
Špičkový prúd	30A
Rozmery	11 cm x 5,8 cm

Tab. B.11 Parametre driveru motorov

Motor v smere	DIR = 1 = PWM PWM
Motor Reverzne	DIR = 0 PWM = PWM
Parkovacia brzda	DIR = X PWM = 0

Tab. B.12 Spôsob riadenia smeru a otáčok pomocou PWM signálu z MCU

B.5.1.3 Napájanie

Batéria Gens ECO Lipo 2200mAh 11,1V 3S1P 20C

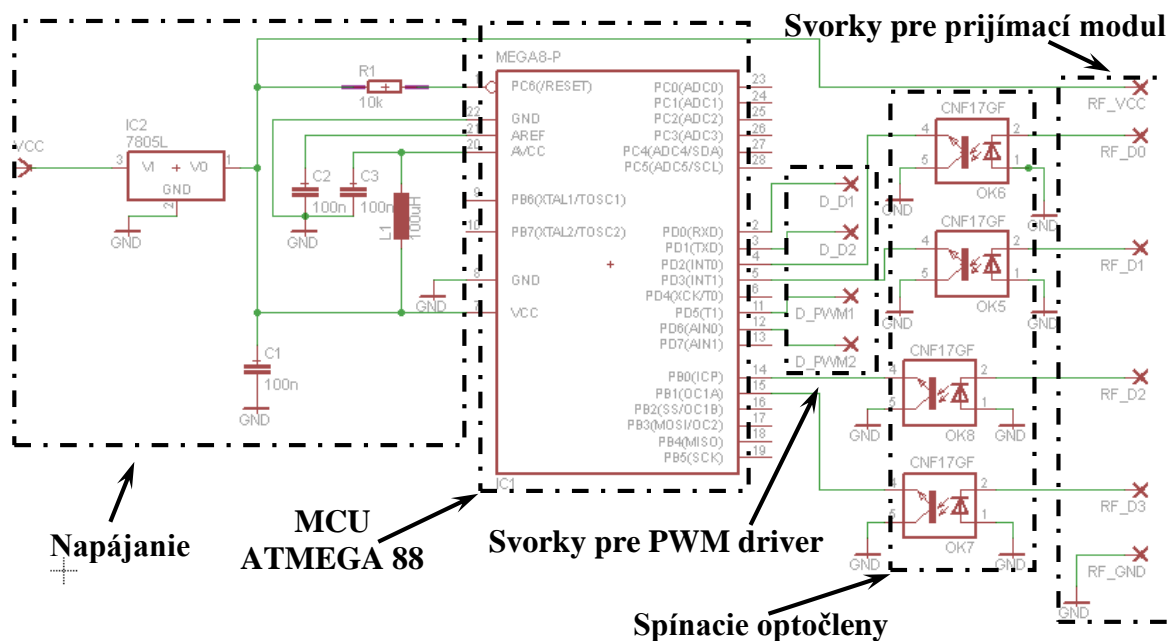


Obr. B.28 Batéria

Typ	2200-3S (11,1 V)
Rozmery	107x35x26.5mm
Hmotnosť	181,8 g
Max. prúdové zaťaženie	20C trvale
Max. nabíjací prúd	5C
Typ servisného konektora	JST-XH

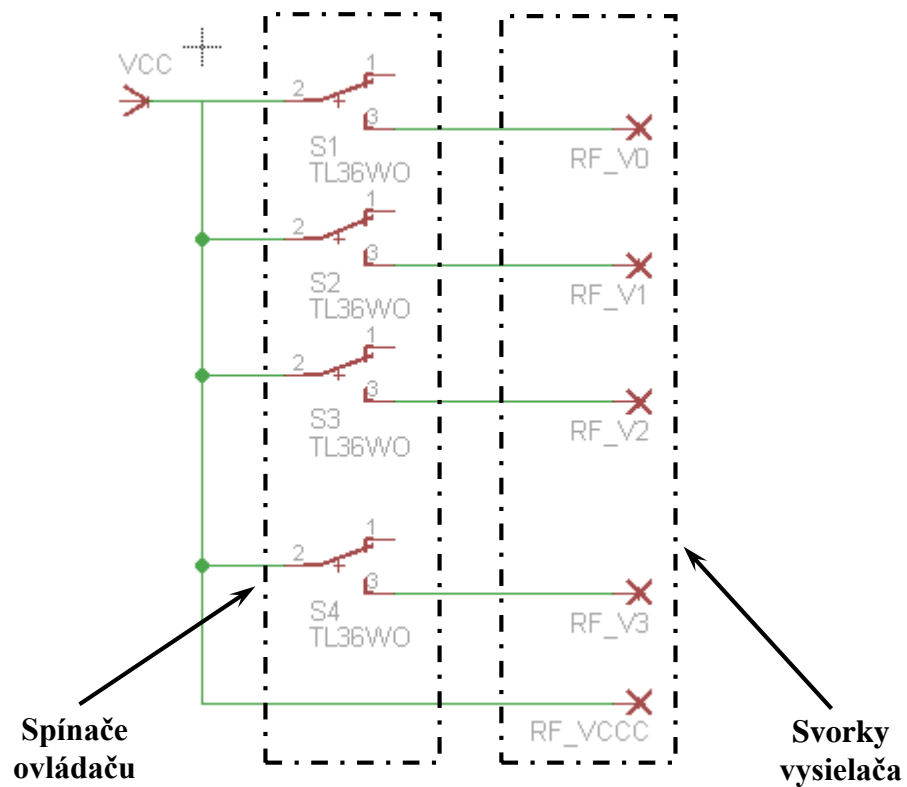
Tab. B.13 Parametre batérie

B.5.2 Celkové zapojenie elektroniky na plavidle



Obr. B.29 Zapojenie elektroniky na plavidle

B.5.3 Celkové zapojenie elektroniky mimo plavidla



Obr. B.30 Zapojenie elektroniky

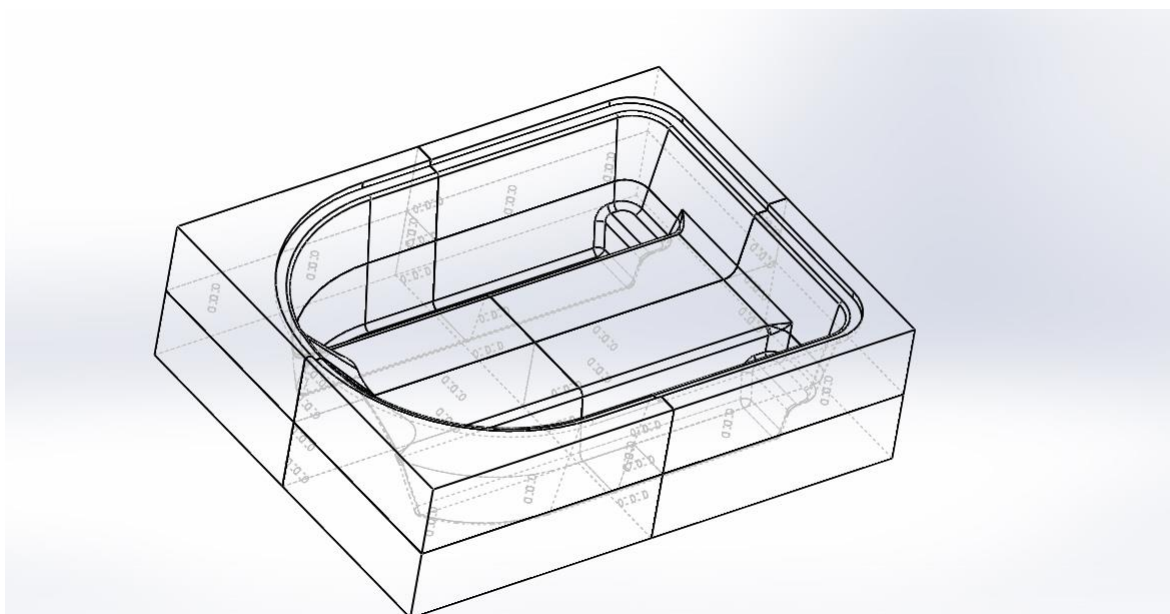
mimo plavidlo

B.6 Realizácia objektu

Táto kapitola obsahuje postup výroby trupu lode a osadenie komponentov. Tvar formy a použitý materiál boli prekonzultované s doc. Rusákovou (FT,UVI). Pri výrobe formy pomáhal Ing. Bílek ,PhD (FT,UVI) vytvorením programov pre frézu a počas celej výroby osobnou asistenciou.

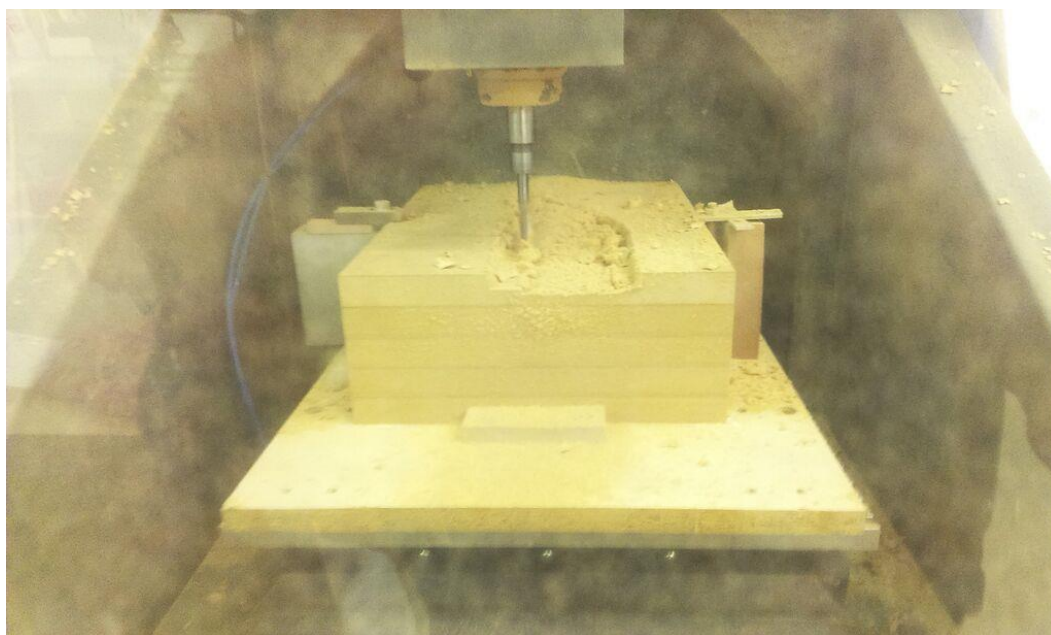
B.6.1 Výroba formy

Proces výroby formy pre laminátovanie prebiehal v školskej dielni C107 na CNC fréze pod dohľadom Ing. Bíleka , PhD . Materiál formy je MDF doska, teda viacero dosiek zlepených dohromady. Vzhľadom na moje školské povinnosti a časové možnosti p. Bíleka výroba formy trvala takmer 3 týždne.



Obr. B.31 3D Model formy trupu

Kvôli parametrom frézy musela byť forma rozdelená na 8 samostatných častí, ktoré boli následne zlepené do navrhovaného tvaru .



Obr. B.32 Fotografia z výroby formy



Obr. B.33 Fotografia zhotovenej formy trupu

B.6.2 Výroba trupu

Tento proces prebiehal vo firme FORM s.r.o. technológiou vákuového laminovania. Kombinácia sklo-textilnej tkaniny a epoxidovej živice tvorí materiál trupu.



Obr. B.34 Fotografia trupu lode



Obr. B.35 Fotografia zanorenia nevyváženého plavidla

B.6.3 Zostavenie elektroniky

V tomto čase je elektronika pripravená na použitie mimo plavidla avšak do trupu sa už osadiť nestihla. V čase obhajoby by už osadená mala byť.



Obr. B.36 Fotografia Testovanie elektroniky mimo plavidla

ZÁVER

Cieľom tejto práce bol návrh typového trupu lode, návrh pohonu, návrh diaľkovej RC komunikácie a samotná realizácia týchto prvkov. Nosnú časť práce tvorí fyzikálny simulačný model pohybu lode pri plavbe. Na riešenie týchto problémov boli použité softwarové nástroje : SolidWorks, DYNAST, MatLab, Atmel Studio, Prog ISP.

Pre uvažované využitie plavidla a pri voľbe lodného trupu katamarán bol v prostredí SolidWroks nakreslený tvar trupu. Z neho bola zistená poloha ťažiska pre tvorbu simulačného modelu. Následne z tohto trupu bol vytvorený model formy rozdelenej na 8 častí a vyfrézovanej v školskej dielni C107. Táto forma tvorená zo zlepených MDF dosiek poslúžila na výrobu samotného trupu vo firme FORM s.r.o. technológiou vákuového laminovania. Tento proces sa však natoľko skomplikoval, že nebolo možné prácu dokončiť a odovzdať v riadnom termíne.

Pre tvorbu fyzikálneho simulačného modelu danej rozpoznávacej úrovne boli najprv rozobrané jednotlivé sily pôsobiace na toto plavidlo (gravitačná, vztlaková, odpor voči pohybu, tlaková sila propelerov). Po ich definovaní bolo možné tento model vytvoriť v SW DYNAST, kde prvé dve sily pôsobili v ťažisku. Ostatné dve sily bolo nutné rozmiestniť do určitých vzdialeností na čo bol použitý model HM so 4 rotačnými kinematickými dvojicami .

Analýzou tohto modelu bola získaná trajektória pohybu plavidla pri konkrétnom spôsobe riadenia. Tá poskytla reálnu predstavu chovania trupu vo vodnom prostredí .

Spôsob zjednodušenej varianty regulácie spočíva v 4 smerových tlačidlách ovládača, ktorý cez komunikačný modul odošle žiadosť na vykonanie danej akcie, ktorú prijme modul na plavidle a následne sa táto informácia objaví na svorkách riadiaceho MCU (Atmega-88). Ten ju spracuje a danú akciu realizuje pomocou PWM driveru pre j.s. dvojicu hnacích motorov spojených s propelermi vo vode .

Výsledkom tejto práce je prototyp plávajúceho objektu s overením dynamiky pohybových vlastností .

V práci sa plánuje pokračovať v nadväzujúcom štúdiu oboru Automatické riadenie a informatika. Konkrétne návrhom autonómneho regulátoru pohybu s využitím kompasu a systému GPS a systémom vysýpania kfmnej zmesi. To znamená napr. voľbou presného bodu na vodnej ploche systém plavidlo dopraví na toto miesto, vykoná akciu (vysypanie kfmnej zmesi) a vráti sa späť do bodu z ktorého štartovalo.

ZOZNAM POUŽITÉJ LITERATURY

- [1] Catamaran. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-04-18]. Dostupné z: <http://en.wikipedia.org/wiki/Catamaran>
- [2] OPPL, Zdeněk. ALFA. *Postavte si motorový čln*. Bratislava: Alfa, 1972.
- [3] *Mechanika tuhých těles a kapalin*. PRAHA: SNTL, 1967.
- [4] *Teoretická Mechanika*. PRAHA: ACADEMIA PRAHA, 1987.
- [5] SAMEK, Ladislav a František ČERNÝ. *Fyzika v příkladech*. Vyd. 1. Praha: Academia, 2014, 202 s. Gerstner. ISBN 978-80-200-2319-3.
- [6] Úředníček, Z.: *Elektromechanické akční členy*, Univerzita T. Bati ve Zlíně, Zlín 2009, ISBN 978-80-7318-835-1
- [7] SAMEK, Ladislav a František ČERNÝ. *Mechanika*. Vyd. 2. Praha: Academia, 2004, 476 s. Gerstner. ISBN 80-200-1268-0.
- [8] SKAŘUPA, Jiří. *Průmyslové roboty a manipulátory*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita, 2007, 1 CD-R. ISBN 978-80-248-1522-0.
- [9]]Mostýn, V., Skařupa, J.: *Teorie průmyslových robotů*, 2000, <http://robot.vsb.cz/elekskripta/Teorie%20prumyslovych%20robotu.pdf>
- [10] *BAKALÁŘSKÁ PRÁCE: Stabilizovaná senzorová plošina* [online]. 2009 [cit. 2015-06-20]. Dostupné z: https://support.dce.felk.cvut.cz/mediawiki/images/2/25/Bp_2009_pcolka_matej.pdf
- [11] ÚŘEDNÍČEK, Zdeněk. UNIVERZITA TOMÁŠE BATI VE ZLÍNĚ. *ROBOTIKA* [online]. 1. vyd. 2012 [cit. 2015-03-5]. ISBN 978-80-7454- 223-7. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10563/18589>
- [12] *DIPLOMOVÁ PRÁCE: SOFTWARE PRO ŘÍZENÍ HUMANOIDNÍHO ROBOTU* [online]. 2007 [cit. 2015-06-20]. Dostupné z: http://autnt.fme.vutbr.cz/szz/2007/DP_Stastny.pdf
- [13] *Mechanika 1*. Olomouc: VUP, 2015. ISBN 978-80-903958-8-6
- [14] *Archimedov zákon* [online]. [cit. 2015-06-16]. Dostupné z: <http://physedu.science.upjs.sk/kvapaliny/archimed.htm>
- [15] ŠTOLL, Ivan. *Dějiny fyziky*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2009, 582 s., [16] s. barev. obr. příl. ISBN 978-80-7196-375-2.
- [16] *Hustota - pevné látky* [online]. 2001 [cit. 2015-08-22]. Dostupné z: <http://www.converter.cz/tabulky/hustota-pevne.htm>
- [17] *Odpor prostředí* [online]. 2003 [cit. 2015-08-22]. Dostupné z: http://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/4_6
- [18] *Reynoldsovo číslo* [online]. 2006 [cit. 2015-08-22]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/555-reynoldsovo-cislo>

- [19] Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, Vol. 62 (1933), No. 1, R10--R14,R15--R18
- [20] Stejnoseměrný motor. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-04-16]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Stejnosem%C4%9Brn%C3%BD_motor
- [21] Mann, H., Ševčenko, M., Příručka k internetovému kurzu a simulačnímu systému DYNAST, Praha 2008
- [22] Úředníček, Z.: Elektromechanické akční členy, Univerzita T. Bati ve Zlíně, Zlín 2009, ISBN 978-80-7318-835-1
- [23] Informácia. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-06-22]. Dostupné z: <https://sk.wikipedia.org/wiki/Inform%C3%A1cia>
- [24] *Prenos dát* [online]. 2004 [cit. 2015-06-22]. Dostupné z: http://www.spslevice.sk/ucebnice/SOC/SOC%20-%20PRI/116-Prenos_dat.htm
- [25] *Rádiové vysílání* [online]. 2004 [cit. 2015-06-22]. Dostupné z: <http://elektross.gjn.cz/aplikace/radio.html>
- [26] *Modulácia (elektronika)* [online]. 2004 [cit. 2015-06-22]. Dostupné z: [https://sk.wikipedia.org/wiki/Modul%C3%A1cia_\(elektronika\)](https://sk.wikipedia.org/wiki/Modul%C3%A1cia_(elektronika))
- [27] Sběrka zákonů Česká republika. Břeclav: Moraviapress, 2010. ISBN 1211-1244.

ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK

3D	Trojrozmerný
D-H	Denavit-Hartenbergerova notácia
HM	Hmotný bod
j.s.	Jednosmerný
L	Lagrangián
MCU	MicroController Unit, mikrokontrolér
NSAP	Matica súradných systémov koncového efektoru
PWM	Pulse Width Modulation, pulzne šírková modulácia
R	Rotačná matica
RC	Remote Control, diaľkové riadenie
SW	Softvér
T	Translačná matica

ZOZNAM OBRÁZKOV

Obr. A.1 Moment sily	14
Obr. A.2 Kartézska sústava polohového vektoru	16
Obr. A.3 Kľbové parametre manipulátoru	18
Obr. A.4 Koncový efektor	19
Obr. A.5 Otvorený kinematický reťazec.....	21
Obr. A.6 Dvojica susedných linkov	23
Obr. A.7 Susedné súradné systémy	23
Obr. A.8 Poloha koncového ss v základnej ss.	24
Obr. A.9 Zjednodušený trup lode a uvažované silové účinky	25
Obr. A.10 Definícia ťažiska.....	26
Obr. A.11 Pôsobisko gravitačnej a vztlakovej sily	28
Obr. A.12 Pôsobisko gravitačnej a vztlakovej sily	28
Obr. A.13 Pôsobisko gravitačnej a vztlakovej sily naklonenej lodi	29
Obr. A.14 Uvažované usporiadanie modelu lodi.....	30
Obr. A.15 Určenie momentu zotrvačnosti	31
Obr. A.16 Určenie momentu zotrvačnosti kváдру.....	34
Obr. A.17 Poloha ťažiska s diskretným rozložením hmoty.....	37
Obr. A.18 Model plávajúcej lodi v rovine	39
Obr. A.19 Tuhé teleso s štyrmi rotačnými kinematickými dvojicami v rovine.....	44
Obr. A.20 Závislosť súčiniteľa odporu na Reynoldsovom čísle.....	46
Obr. A.21 Princíp vzájomného pôsobenia dvoch magnetov	49
Obr. A.22 Typové usporiadanie jednosmerného elektrického stroja.....	50
Obr. A.23 Usporiadanie magnetických polí j.s.....	50
Obr. A.24 Náhradná výpočtová schéma jednosmerného stroja s cudzím buđením	51
Obr. A.25 Piktogram jednosmerného	51
Obr. A.26 Schéma fyzikálneho modelu jednosmerného elektrického stroja s cudzím buđením	52
Obr. A.27 Prechodová charakteristika jednosmerného elektrického stroja s cudzím buđením a záťažou pri skoku napätia na rotore	53
Obr. A.28 Odozva fyzikálneho modelu jednosmerného elektrického stroja s cudzím buđením	53
Obr. A.29 Štvor kvadrátový tranzistorový mostík pre PWM reguláciu	55

Obr. A.30 Šírkovo impulzná regulácia napätia s pevnou frekvenciou	55
Obr. A.31 Šírkovo impulzné riadenie napätia s pevnou frekvenciou	56
Obr. A.32 Šírkovo impulzné riadenie napätia s pevnou frekvenciou	57
Obr. A.33 Prenos dát medzi dvomi zariadeniami	58
Obr. A.34 Priebeh nemodulovanej nosnej vlny	60
Obr. A.35 Časová zmena amplitúdy nosnej vlny pre $a=1$	60
Obr. A.36 Modulovaná nosná vlna	61
Obr. A.37 Tabuľka frekvenčných pásiem v zmysle zákona	62
Obr. B.1 Univerzálna značka všeobecného dvoj pólu	67
Obr. B.2 Model plávajúcej lode v rovine	73
Obr. B.3 Multiportový fyzikálny pod-model zanárania lode	74
Obr. B.4 Systém pod-modelu zanárania	74
Obr. B.5 Multiportový fyzikálny model trupu lode v rovine	75
Obr. B.6 Multiportový fyzikálny model direkčného momentu	76
Obr. B.7 Multiportový fyzikálny model elektrického rotačného jednosmerného komutátorového stroja s cudzím buđením	76
Obr. B.8 Systém pod-modelu elektrického rotačného jednosmerného komutátorového stroja s cudzím buđením	77
Obr. B.9 Multiportový fyzikálny model vplyvu propeleru	78
Obr. B.10 Úplný multiportový model lode so zanorením a diferenciálnym riadením smeru pohybu	79
Obr. B.11 Veľkosť zanorenia a čelnej plochy zanorenej vo vode	80
Obr. B.12 Časový priebeh otáčok j.s.. Motorov	81
Obr. B.13 Časový priebeh správania trupu lode	82
Obr. B.14 Trajektória ťažiska trupu lodi a polohy trupu	84
Obr. B.15 Trajektória ťažiska trupu lodi a polohy trupu	84
Obr. B.16 3D model plavidla(nepriehľadný pohľad)	85
Obr. B.17 3D model plavidla(priehľadný pohľad)	85
Obr. B.18 3D model uloženia pohonu	86
Obr. B.19 3D osadenie pohonu v konštrukcii	86
Obr. B.20 3D model uloženia komponentov plavidla	87
Obr. B.21 3D model uloženia konštrukcie pohonu plavidla	87
Obr. B.22 Bloková schéma elektroniky plavidla	88
Obr. B.23 Motor	89

Obr. B.24 Propeler.....	89
Obr. B.25 Hriadel' pre motor MIG 600.....	90
Obr. B.26 Dvojica komunikačných modulov	90
Obr. B.27 PWM driver pre dvojicu motorov	91
Obr. B.28 Batéria	92
Obr. B.29 Zapojenie elektroniky na plavidle.....	92
Obr. B.30 Zapojenie elektroniky	93
Obr. B.31 3D Model formy trupu	94
Obr. B.32 Fotografia z výroby formy	95
Obr. B.33 Fotografia zhotovenej formy trupu	95
Obr. B.34 Fotografia trupu lode.....	96
Obr. B.35 Fotografia zanorenia nevyváženého plavidla.....	96
Obr. B.36 Fotografia Testovanie elektroniky mimo plavidla.....	97

ZOZNAM TABULIEK

Tab. A.1 Denavit-Hartenbergove parametre súradných sústav	40
Tab. A.2 Rozsah komerčne využívatel'ných frekvencií.....	62
Tab. B.1 Príklady dvojíc výkonových fyzikálnych veličín	66
Tab. B.2 Príklady značiek vz'ťažných uzlov	67
Tab. B.3 Fyzikálne prvky	69
Tab. B.4 Vlastnosti fyzikálnych prvkov	70
Tab. B.5 Zdroje energie	70
Tab. B.6 Príklady jednoduchých sústav aj s fyzikálnymi schémami s dvoj pólmi.....	71
Tab. B.7 Fyzikálne zákony uplatňované v jednotlivých energetických doménach.....	72
Tab. B.8 Parametre motoru.....	89
Tab. B.9 Parametre propeleru	90
Tab. B.10 Parametre dvojice komunikačných modulov	91
Tab. B.11 Parametre driveru motorov	91
Tab. B.12 Spôsob riadenia smeru a otáčok pomocou PWM signálu z MCU.....	91
Tab. B.13 Parametre batérie	92

ZOZNAM PRÍLOH

PRÍLOHA P I: TECHNICKÝ VÝKRES TRUPU LODE.....	107
PRÍLOHA P II: ZDROJOVÝ KÓD MCU.....	108

ZOZNAM ELEKTRONICKÝCH PRÍLOH

PRÍLOHA EP I: Atmel studio súbory

PRÍLOHA EP II: Dynast súbory

PRÍLOHA EP III: Solidworks súbory

PRÍLOHA P II: ZDROJOVÝ KÓD MCU

```

#include <avr/io.h>
#include <util/delay.h>

int main(void)
{
    unsigned char dopredu_bool = 0;
    unsigned char dozadu_bool = 0;
    unsigned char vlavo_bool = 0;
    unsigned char vpravo_bool = 0;
    unsigned char motorL=0;
    unsigned char motorP=0;
    unsigned char smerL=0;
    unsigned char smerP=0;

    DDRB |= (0 << PB0); //tlacidlo dopredu
    DDRB |= (0 << PB1); //tlacidlo dozadu
    DDRD |= (0 << PD2); //tlacidlo vlavo
    DDRD |= (0 << PD3); //tlacidlo vpravo
    DDRD |= (1 << PD0); //dir1
    DDRD |= (1 << PD1); //dir2
    PORTB |= (1 << PB0); //pull
    PORTB |= (1 << PB1); //pull
    PORTD |= (1 << PD2); //pull
    PORTD |= (1 << PD3); //pull
    DDRD |= (1 << PD6); // PWM output on PB2
- OC0A
    DDRD |= (1 << PD5); // PWM output on PD5
- OC0B

    // fast PWM mode
    TCCR0A = (1 << COM0A1) | (1 << COM0B1) | (1 << WGM01) | (1
<< WGM00);
    TCCR0B = (1 << CS01); // clock source = CLK/8, start PWM

    OCR0A = 0; // write new PWM value
    OCR0B = 0;
    while(1)
    {
        if((PINB & (1 << PB0)) == 0)
        { //dopredu
            dopredu_bool=1;

            if(motorL==0&&motorP==0)
            {
                smerL=1;
                smerP=1;
            }
        }
    }
}

```

```
        if (smerL==1 && smerP ==1)
        {
            if(motorL<15&&motorP<15)
            {
                motorL++;
                motorP++;
                _delay_ms(200);
            }
        }
    }
    else
    {
        dopredu_bool=0;
    }
}
//dozadu
if((PINB & (1 << PB1)) == 0){//dozadu
    dozadu_bool=1;
    if(motorL==0&&motorP==0){
        smerL=0;
        smerP=0;
    }

    if (smerL==0 && smerP ==0)
    {
        if(motorL<15&&motorP<15){
            motorL++;
            motorP++;
            _delay_ms(200);
        }
    }
}
else
{
    dozadu_bool=0;
}

if((PIND & (1 << PD2)) == 0){//vlavo
    vlavo_bool=1;
    smerL=0;
    smerP=1;
    if(motorP<15 &&motorL <15)
    {
        motorP++;
        motorL++;
        _delay_ms(200);
    }
}
else
{
    vlavo_bool=0;
}
if((PIND & (1 << PD3)) == 0){//vpravo
    vpravo_bool=1;
    smerL=1;
```

```
        smerP=0;
        if(motorL<15&&motorP<15)
        {
            motorL++;
            motorP++;
            _delay_ms(200);
        }
    }
    else
    {
        vpravo_bool=0;
    }

    //////////zapis vykonaneho
    if (smerL==0)
    {
        PORTD &= ~(1 << PD0);
    }
    else{PORTD |= (1 << PD0);}

    if(smerP==0)
    {
        PORTD &= ~(1 << PD1);
    }
    else{PORTD |= (1 << PD1);}
    //
    OCR0A = motorL;        // write new PWM value
    OCR0B = motorP;
    if (dopredu_bool==0 && dozadu_bool==0 && vlavo_bool==0
    && vpravo_bool==0)
    {
        if (motorL!=0)
        {
            motorL--;
            _delay_ms(100);
        }
        if (motorP!=0)
        {
            motorP--;
            _delay_ms(100);
        }
    }
}
```