

Deterministický chaos v prostředí WebMathematica

Deterministic chaos in the webMathematica environment

Bc. Radek Vilímek

Diplomová práce
2007



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav aplikované informatiky
akademický rok: 2006/2007

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Radek VILÍMEK**
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Informační technologie**

Téma práce: **Deterministický chaos v prostředí WebMathematica**

Zásady pro vypracování:

Práce bude zaměřena na principy a využití deterministického chaosu. Náplní práce bude vytvoření programového balíku demonstrujícího chaos a umožňujícího ovládní reálného modelu:

1. Vypracovat přehled problematiky deterministického chaosu.
2. Vybrat vhodné již řešené příklady.
3. Vypracovat alternativní řešení pomocí sw WebMathematica.
4. Provést závěr.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- [1] Arrowsmith D.K., Place C.M., An Introduction to Dynamical Systems, Cambridge University Press, UK, ISBN 0-521-316-50, 1990
- [2] Gleick J. 1996, Chaos, Ando publishing, ISBN 80-86047-04-0, 1996
- [3] Hilborn R.C 1994, Chaos and Nonlinear Dynamics, Oxford University Press, ISBN 0-19-508816-8, 1994
- [4] Horák J., Krlín L. 1996, Deterministický chaos, Academia, ISBN 80-200-0416-5, 1996
- [5] Marek M., Schreiber I., Chaotic Behaviour of Deterministic Dissipative Systems, Academia, ISBN 80-200-0186-7
- [6] Nicolis G. 1982, Introduction to Nonlinear Science, Cambridge University Press, ISBN 0-521-46782-9, 1982
- [7] Palis J., Takens F. 1993, Hyberbolicity & sensitive chaotic dynamics at homoclinic biffurcations, Cambridge University Press, ISBN 0-521-47572-4, 1993
- [8] Peitgen H.O., Jurgens H., Saupe D. 1992, Chaos and Fractals, New Frontiers of Science, Springer-Verlag 1992, ISBN 3-540-97903-4

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Ivan Zelinka, Ph.D.**
Ústav aplikované informatiky

Datum zadání diplomové práce: **13. února 2007**

Termín odevzdání diplomové práce: **28. května 2007**

Ve Zlíně dne 13. února 2007


prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan




doc. Ing. Ivan Zelinka, Ph.D.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá problematikou řízení deterministického chaosu. První část je zaměřena na přehlednou rešerši týkající se především historie a současnosti problematiky teorie chaosu. Dále je práce zaměřena na aplikaci deterministického chaosu v praxi a výskyt v odvětvích lidské činnosti. Významným úkolem této práce bylo provést matematický popis deterministického chaosu v programovém prostředí webMathematica. Popisovanými systémy byly jak jednodimenzionální mapy např.: logistická rovnice, sinusovo-kruhová mapa a další, tak i atraktory, jako např.: Lorenzův systém či Rosslerův systém. Výstupem této práce jsou pak webové stránky, určené pro přehlednou vizualizaci celé problematiky deterministického chaosu.

Klíčová slova: deterministický chaos, matematický popis, jednodimenzionální mapy, atraktory.

ABSTRACT

This work deals with problems of control of deterministic chaos. The first section is focused

on transparent retrieval about history and present of problems of chaos theory. Next part is focused on applications of deterministic chaos in practice and occurrence in human activities. Important part of this work was making the mathematic description of deterministic chaos in the webMathematica environment. The described systems were both one dimensional maps, for example: logistic equation, sinus circle map and others, and attractors, for example: Lorenz and Rossler. Output of this work are web pages, intended for visualization all of problems of deterministic chaos.

Keywords: deterministic chaos, mathematic description, one-dimensional maps, attractors.

Děkuji tímto panu Doc. Ing. Ivanu Zelinkovi Ph.D. za poskytnuté cenné praktické a teoretické rady, za odbornou pomoc a vedení při zpracování této diplomové práce

Prohlašuji, že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků, je-li to uvolněno na základě licenční smlouvy, budu uveden jako spoluautor.

Ve Zlíně

.....
Podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	8
I TEORETICKÁ ČÁST	9
1 VZNIK CHAOSU – OSOBNOSTI V HISTORII CHAOSU.....	10
2 DETERMINISTICKÝ CHAOS – VÝSKYT	17
3 PROJEVY DETERMINISTICKÉHO CHAOSU	19
3.1 NEJEDNODUŠŠÍ MODEL DETERMINISTICKÉHO CHAOSU - LOGISTICKÁ ROVNICE.....	19
3.2 BIFURKAČNÍ DIAGRAM	20
4 STAVOVÝ PROSTOR	22
5 ATRAKTOR.....	23
6 APLIKACE DETERMINISTICKÉHO CHAOSU V PRAXI	26
6.1 FYZIKA.....	26
6.1.1 Řízení chaosu v plazmě.....	26
6.2 CHEMIE	27
6.3 LÉKAŘSTVÍ.....	27
6.4 TEORIE CHAOSU V NEUROVĚDÁCH	28
6.5 SRDCE	29
6.6 BIOLOGIE	30
6.7 MECHANICKÉ SYSTÉMY	30
6.8 KOMUNIKAČNÍ SYSTÉMY.....	31
6.8.1 Modulování chaotického signálu	32
6.8.2 Chaotické maskování	32
6.8.3 Chaotické klíčování.....	32
6.9 INFORMATIKA	33
6.9.1 Fraktálová geometrie.....	33
6.9.2 Fraktálová komprese	33
6.10 EKONOMIE.....	33
6.10.1 Kapitálové trhy.....	33
6.10.2 Elliotovy vlny.....	34
6.11 METEOROLOGIE	35
II PRAKTICKÁ ČÁST	36
7 VIZUALIZAČNÍ PROSTŘEDÍ WEBMATHEMATICA.....	37
7.1 CO JE WEBMATHEMATICA?.....	37
7.2 PROČ PRODUKT WEBMATHEMATICA?	37
7.3 O PRODUKTU WEBMATHEMATICA.....	37
7.3.1 Cena softwaru a jeho instalace.....	39

8	VYTVORENÉ PROSTŘEDÍ PRO VIZUALIZACI DETERMINISTICKÉHO CHAOSU	40
8.1	ŘEŠENÉ PŘÍKLADY.....	40
8.2	TVORBA WEBOVÝCH STRÁNEK	40
8.2.1	Logistická rovnice.....	42
8.2.2	Ostatní jednodimenzionální mapy a jejich bifurkační diagramy na webu	47
8.2.3	Ukázka JSP souboru.....	48
8.2.4	Atraktory	49
8.2.4.1	3D flows atraktory	50
8.2.4.2	Dissipativní atraktory.....	52
8.2.4.3	Konservativní atraktory	53
8.2.4.4	Autonomní atraktory	54
	ZÁVĚR.....	55
	ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ	56
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	57
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	58
	SEZNAM OBRÁZKŮ	59
	SEZNAM PŘÍLOH.....	61

ÚVOD

Na pojem chaos můžeme nahlížet z několika úhlů. Jako první se mnoha lidem při vyslovení tohoto slova vybaví chaos, jakožto stav neuspořádanosti, leckdy i temnoty, stav kde vládne nepředvídatelnost, neuchopitelnost jakýchkoli struktur, stav blízký nicotě, stav neexistence řádu.

Chaotické chování nás obklopuje celý život, avšak jen málo lidí ví, že toto leckdy zdánlivě chaotické chování (větrné turbulence, kouř cigarety) skrývá řád. Proto vznikla tato práce, která slouží k objasnění zdánlivě chaotického chování.

Chaos je disciplínou, která dostala své jméno až ve dvacátém století, nicméně jeho kořeny sahají až do 19 století, kdy bylo zjištěno, že už jednoduché problémy generují velmi složité a nepředpověditelné chování.

V poslední době vznikl v souvislosti s deterministickým chaosem směr zvaný „řízení deterministického chaosu“. Je to relativně nový vědecký interdisciplinární směr, v němž dochází k symbióze více oborů jako je např. fyzika, chemie, biologie či elektronika. To vše pak zastřešuje kybernetika, která využívá poznatků přispívajících oborů k syntéze toho, čemu se říká „řízení deterministického chaosu“.

Jeden z hlavních úkolů této práce je přiblížení problematiky deterministického chaosu čtenáři v programovém prostředí webMathematica, kde může najít poměrně přehlednou vizualizaci matematického popisu chaotického chování. Vypracované programy pro demonstraci této problematiky jsou poskytnuty čtenáři na webových stránkách, jejíž internetová adresa je uvedena v úvodních stránkách praktické části. Pokud čtenáře zaujmou v této práci ukázky vytvořených stránek s příklady demonstrujícími chaotické systémy, může webové stránky navštívit a vyzkoušet si velké množství těchto příkladů. Ještě před samotným předváděním příkladů chaotického chování se v teoretické části práce zaměřuje na objasnění principů a závislostí chaotického chování včetně její historie. V teoretické části jsou jen obecně nastíněny některé náležitosti deterministického chaosu, jako například stavový prostor, logistická rovnice, bifurkační diagram, atraktory. Dále je teoretická část zaměřena na aplikaci deterministického chaosu v praxi a výskyt v odvětvích lidské činnosti.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 VZNIK CHAOSU – OSOBNOSTI V HISTORII CHAOSU

Dvacáté století je století v němž prošlo lidstvo mnoha revolučními změnami a to jak v oblasti sociálních, tak vědecké. Ve vědě došlo k mnoha dramatickým zvrátům, které se promítly i do každodenního života běžného občana. Jedním z těchto zvrátů je i vznik „nové vědy“ populárně zvané „Chaos“. Na jejím vzniku se podílelo mnoho lidí a postupně vznikající a sílící podhoubí této disciplíny lze vysledovat až do 19. století. V tomto období vznikaly základní myšlenky, jenž se později ukázaly být velmi přínosné pro chaos jako takový. Cílem této úvodní části není přinést přesný chronologický přehled všech významných osobností, které se významně zapsaly na poli deterministického chaosu, ale zmínit se alespoň stručným způsobem o některých z nich.

Jedním z těchto lidí byl i ruský matematik A. M. Ljapunov, jehož jméno je nejvíce známo z teorie dynamických systémů, konkrétně z oblasti jejich stability. Jeho jméno je spojeno s chaosem přes tzv. Ljapunovovy exponenty. Tyto exponenty, obvykle označované jako „ λ “, vyjadřují u chaotických systémů divergenci nebo-li rozbíhavost blízkých trajektorií. Ta je jedním z charakteristických rysů chaosu.



Obr. 1 A. M. Ljapunov

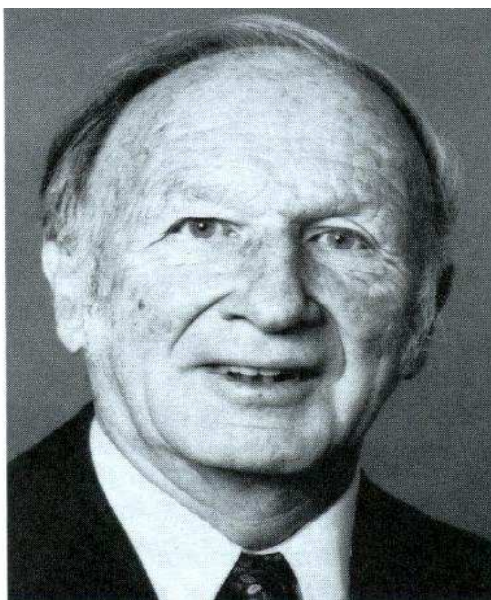


Obr. 2 G. Cantor

Dalším z řady významných lidí byl George Cantor, německý matematik, pracující na univerzitě v Halle. I když jeho objevy patří spíše do oblasti fraktální geometrie je velmi často spojován s chaosem. G. Cantor je objevitel tzv. Cantorovy množiny, která byla poprvé publikována v roce 1883. Tento geometrický útvar patří do fraktální geometrie kde náleží mezi jedny ze základních tvarů. Geometrická struktura chaotických atraktorů se

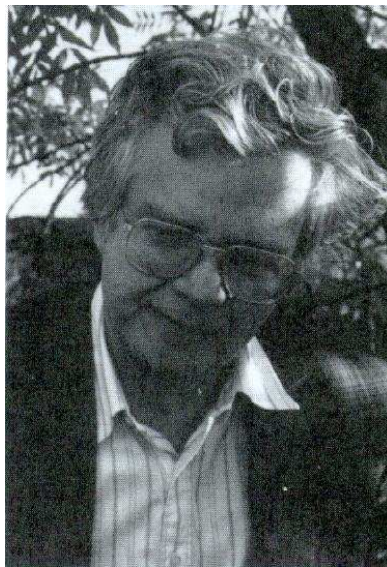
mnohdy projevuje jako Cantorova množina. Konstrukce Cantorovy množiny je v podstatě triviální záležitost. Celá leží v intervalu 0-1 a její konstrukce spočívá ve vynechávání druhé třetiny tohoto intervalu a všech, které tímto vzniknou. To znamená, že v prvním kroku po vynechání zůstanou dva menší intervaly a to 0-1/3 a 2/3-1. Každý z nich podrobíme stejné operaci a dostaneme čtyři menší intervaly 0-1/9, 2/9-3/9, 6/9-7/9, 8/9-9/9, atd.. Cantorovu množinu reprezentují ne koncové body úseků vzniklých během iterací, ale množina bodů, která zůstane po „nekonečně mnoha“ iteracích.

Za otce chaosu se považuje až E. N. Lorenz, který se proslavil objevem tzv. "Motýlího efektu", který prezentoval v 60. letech. Motýlí efekt poukazuje na nemožnost dlouhodobé předpovědi počasí (max. 2-3 dny) a tím na jeho chaotičnost. Základní "myšlenkou" motýlího efektu je, zda nepatrné mávnutí motýlích křídel nad Tokiem může způsobit uragán nad New Yorkem. Lorenzův atraktor (Obr. 5 a.) je spolu s Ljapunovovým exponentem, symbolem pro chaos. Své revoluční výpočty prováděl Lorenz na počítači tehdy střední třídy, který dokázal provést úžasných 17 výpočtů za sekundu. V dnešní době superpočítače používané pro předpověď počasí provedou stovky milionů výpočtů za sekundu.

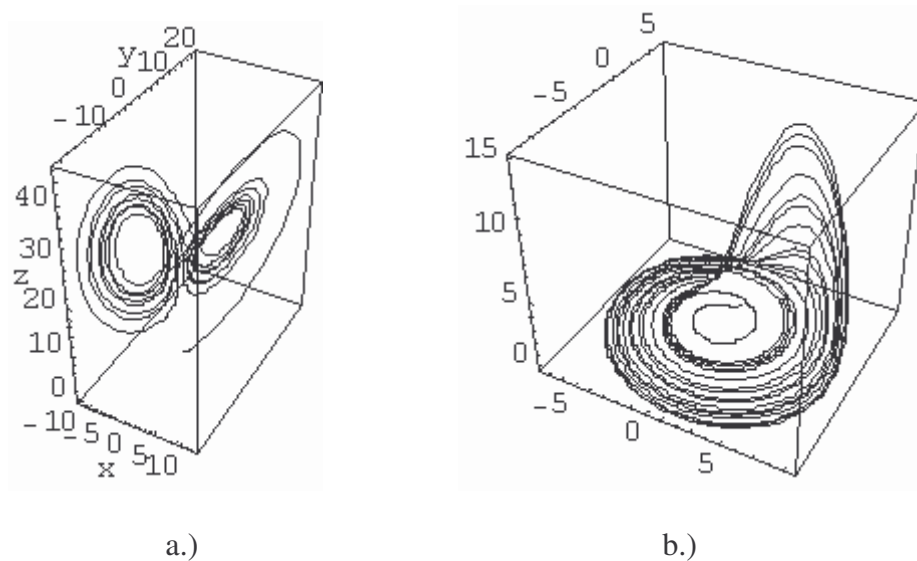


*Obr. 3 Edward N. Lorenz – objevitel
chaosu*

Objev deterministického chaosu byl v podstatě dílem náhody. Lorenz měl jistý model počasí, který produkoval časovou řadu jeho vývoje. Jednou v zimě roku 1961 chtěl zkoumat podrobněji jednu z takovýchto řad a aby si zkrátil výpočet, rozhodl se začít ne od začátku, ale od středu řady. Počáteční podmínky zadal podle staršího výpisu a šel na kávu. Po návratu na něj čekal výsledek, který dal základy nové vědě - chaosu. Obě řady se od sebe po určité době začaly rozcházet bez ohledu na to, jak přesně Lorenz zadal počáteční podmínky. Tak se zrodil termín "citlivost na počáteční podmínky". Lorenz tak poukázal na to, že mnohé systémy jsou citlivé na počáteční podmínky a že mohou díky tomu generovat to, čemu se dnes říká chaos.



Obr. 4 O. Rössler

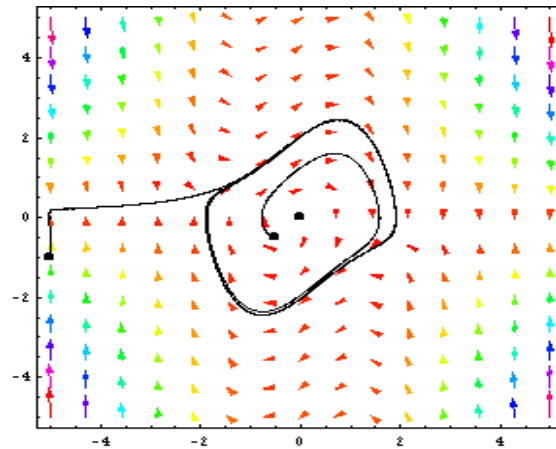


Obr. 5 Lorenzův atraktor (a) a Rösslerův atraktor (b)

Další osobností na poli chaosu byl O. Rössler, který přišel z novým atraktorem podobně jako Lorenz. Rösslerův atraktor je umělý systém generující podivný atraktor, založený na nejjednodušších principech generace chaosu, a to transformaci "rozprostření a ohyb" (stretch and fold). Vychází z atraktoru Lorenzova, který byl publikován 13 roků před Rösslerovým. Rössler byl původním povoláním lékař, který se k chaosu dostal přes chemii a teoretickou biologii. Rösslerovo jméno začalo být spojováno s jednoduchým atraktorem ve tvaru stuh, svinuté do věnečku se záhybem. Rössler si ale také představoval atraktory z vyšších dimenzí jako ohýbání a stlačování stavového prostoru, které se skutečně stalo klíčem ke konstrukci podivných atraktorů. Rössler zastával názor, že tyto tvary představují princip samoorganizace v přírodě (vznik disipativních struktur díky složitým a vzájemně souvisejícím procesům). Představoval si punčochu k měření větru, do které se chytil vítr. Vítr je v pasti a musí "proti své vůli" konat něco užitečného. Podle něj princip samoorganizace spočíval v tom, že příroda dělá něco proti své vůli a díky tomu se zaplétá do sebe a dává tak vzniknout kráse. Ať už však byly jeho filozofické úvahy jakékoliv, neodmyslitelně patří do historie fraktálů a chaosu.

Balthasar Van der Pol (1889 – 1959), který se narodil v Holandsku, je další významnou osobností, která se významně zapsala do problematiky nelineárních dynamik a chaosu. Studoval experimentální fyziku s takovými lidmi jako byli J. A. Fleming a sir J. J. Thompson. Doktorát z fyziky obdržel v Utrechtu v roce 1920. Van der Pol lze považovat za jednoho z otců moderní experimentální dynamiky, kterou inicioval v období 1920 – 1930 svými pracemi na elektrických obvodech, jenž obsahovaly elektronky. Během těchto prací objevil stabilní oscilace, které jsou dnes nazývány „limitní cykly“. Van der Pol zjistil při experimentech, že pokud je takovýto obvod „řízen“ signálem, jehož frekvence je blízká frekvenci limitního cyklu, pak frekvence periodické odezvy tohoto dynamického systému je „strhována“ k frekvenci řídicího signálu. V roce 1927 Van der Pol spolu se svým kolegou Van den Markem v časopise Nature článek o jevu, jenž se zabýval šumem objevujícím se mezi jistými jasně definovanými frekvencemi. Jak z popisu jevu, tak z rekonstrukce jeho obvodu plyne, že za objevitele deterministického chaosu lze považovat už Van der Pola a ne E. N. Lorenze, jak to bývá často uváděno. Jejich článek je samozřejmě jeden z prvních, který pojednává o deterministickém chaosu. Van der Pol postavil mnoho elektronických modelů lidského srdce za účelem studia srdeční dynamiky a stability. Jeho výzkum byl zaměřen na „řízení“ srdeční činnosti externím signálem, což je dnes záležitost kardiostimulátorů. Jeho cílem bylo najít metodu jak stabilizovat srdeční

arytmie. Van der Pol byl oceněn medailí IRE v roce 1935 za významný přínos v oblasti elektronických obvodů a fenoménu šíření elektromagnetických vln.



Obr. 6 Chování Van der Polova systému

Lev Davidovič Landau se narodil v Baku jako syn inženýra a doktorky. Po vystudování fyziky na Leningradské Univerzitě nastoupil na Leningradský technický institut. V letech 1929-1931 byl dočasně v Německu, Švýcarsku, Anglii a v Kodani, kde pracoval spolu s Nielsem Bohrem. V letech 1932-1937 byl vedoucím katedry fyziky na Ukrajinském technickém institutu a od roku 1937 byl vedoucím na katedře fyziky Akademie Věd SSSR v Moskvě. Současně s touto pozicí vyučoval teoretickou fyziku v Charkově a na Moskevské státní univerzitě. Jeho práce pokrývaly všechny oblasti tehdejší teoretické fyziky od mechaniky kapalin až po kvantovou teorii pole. L. D. Landau rovněž přispěl ke studiu chaosu kde se zabýval studii turbulence. V roce 1946 by zvolen členem Akademie Věd SSSR. Mnohokrát dostal Státní cenu SSSR a v roce 1962 dostal Leninovu cenu za přínos ve fyzice. Dále byl členem mnoha dalších zahraničních společností.



Obr. 7 L. D. Landau

*Obr. 8 J. H. Poincare**Obr. 9 R. Tom*

Jules Henri Poincaré (1854-1912) byl jednou z prvních osobností, která přispěla k teorii chaosu. I když žil ještě před oficiálním objevením deterministického chaosu, přispěl k jeho současnému studiu některými myšlenkami. Snad nejužívanějším výrazem je tzv. Poincarého plocha (rovina, řez, sekce) která slouží k vizualizaci chování mnohorozměrových dynamických systémů. J. H. Poincaré byl francouzský matematik který velmi významně přispěl originálním způsobem k nebeské mechanice. Je zakladatelem tzv. „kvalitativní dynamiky“ - matematické teorie dynamických systémů a zabýval se intenzivně studiem pohybu tří těles ve vzájemné gravitační interakci. Své poznatky získané v tomto směru zveřejnil v práci „On The Problem of Three Bodies and the Equations of Equilibrium“. Při práci na tomto problému objevil Poincaré komplexitu chování tohoto, na první pohled jednoduchého, systému. Problém tří těles je jedním ze základních demonstrací deterministického chaosu tzv. Hamiltoniánských systémů. Pozoruhodné je, že i v té době, kdy nebyly počítače, dokázal díky svým matematickým schopnostem a intuici popsat mnoho základních vlastností deterministického chaosu.

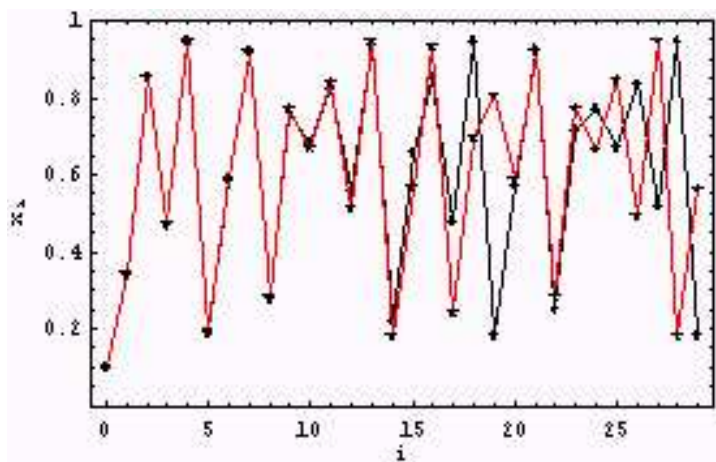
S teorií chaosu dost úzce souvisí i tzv. teorie katastrof [2] – [6], která byla vyvinuta francouzským matematikem Rene Thomem v šedesátých letech 20. století. Tato matematická disciplína byla poprvé publikována v knize „Stabilité Structurelle et Morphogenese“ (Strukturální stabilita a morfogeneze) s podtitulem „Essai d'une theorie générale des modeles“ (Esej o obecné teorii modelů). Kniha v té době vzbudila velmi silný ohlas a poměrně rozsáhlé diskuse, které byly na klasické matematické poměry dosti bouřlivé. Samotný autor tuto knihu pojal jako esej, což matematiky trochu vyvedlo z míry.

Ti jsou totiž zvyklí na jiný způsob vyjadřování, čemuž se tato kniha vymykala. Teorie katastrof je speciálním odvětvím teorie dynamických systémů zabývající se prudkými změnami chování dynamických systémů při kontinuálních a malých změnách tzv. řídicích parametrů. Vlastní teorie katastrof tedy pracuje s modely reálného světa a hledá tzv. katastrofickou množinu, která určuje, za jakých podmínek a kdy dojde v daném systému ke katastrofě. Tato ryze matematická teorie pracuje se speciální množinou topologických objektů, které popisují to, čemu se v hovorovém jazyce říká katastrofa. Lapidárně řečeno, teorie katastrof popisuje prudké změny chování systémů v závislosti na plynulých a malých změnách některých veličin, které na daný systém působí. S katastrofami se lze setkat každý den. Jako příklad lze uvést roztržení papíru (plynulá změna – tah na papír, prudká změna – roztržení), zlomení pravítka, optické jevy pozorovatelné v každém šálku s tekutinou (tzv. kaustika), pevnost a stabilita inženýrských konstrukcí atd.

Michal Feigenbaum je další osobnost, která přispěla významnou měrou k teorii chaosu. Původem je ze smíšeného manželství kde otec pocházel s Polska a matka ze SSSR. Oba rodiče emigrovali do USA. Feigenbaum měl poměrně pestrý studijní život. Svě vysokoškolské studia začal v New Yorku (elektroinženýrství), pokračoval na MIT v doktorátu opět z elektroinženýrství. Toto zaměření však záhy změnil a začal studovat fyziku se zaměřením na obecnou relativitu. Jeho největší přínos v teorii chaosu spočívá ve faktu, že objevil konstanty (nesoucí jeho jméno), které jsou nezávislé na generujícím systému a poukazují na jistou univerzálnost chaosu. Tyto konstanty jsou velmi dobře patrné z tzv. logistické rovnice, která je často používána k demonstraci koexistence druhů typu predátor-kořist. V říjnu 1975 Feigenbaum zjistil, že tato konstanta je stejná pro širokou třídu systémů, v jejichž chování se objevuje tzv. zdvojení periody. Podle jeho vzpomínek hned volal rodičům a sdělil jim, že našel něco, co by z něj mohlo udělat slavného muže. A také udělalo. V dubnu 1976 Feigenbaum poslal první příspěvek k časopiseckému zveřejnění, ten však byl zamítnut (jak typické pro recenzi). Během roku 1977 však byl požádán více jak tisíci vědci o jeho kopii, což asi vedlo k tomu, že v roce 1979 byl tento příspěvek konečně zveřejněn. V roce 1986 přijal Feigenbaum místo profesora na Rockefellerově univerzitě. Dopad Feigenbaumova objevu je fenomenální. Nejen že ukázal, že chaos je de facto univerzální jev, ale také způsobil posun v dalších oblastech vědy. V oblasti deterministického chaosu působilo samozřejmě mnohem více lidí, což je velmi dobře rozebráno v [7].

2 DETERMINISTICKÝ CHAOS – VÝSKYT

S deterministickým chaosem se lze setkat téměř na každém kroku. V podstatě se dá jednoduše říci, že stačí si jen najít jakýkoliv dynamický systém, který je velmi citlivý na počáteční podmínky – tzv. Motýlí efekt [2]. Tedy mávnutí křídýlek motýla například ve Zlíně může způsobit po dostatečně dlouhé době (1 týden) úplně jiný vývoj počasí na jiném místě na zemi, než který by nastal, pokud by nemávnul. Citlivost na počáteční podmínky je názorně zobrazena na *Obr. 10*.



Obr. 10 Ukázka citlivosti na poč. podmínky.

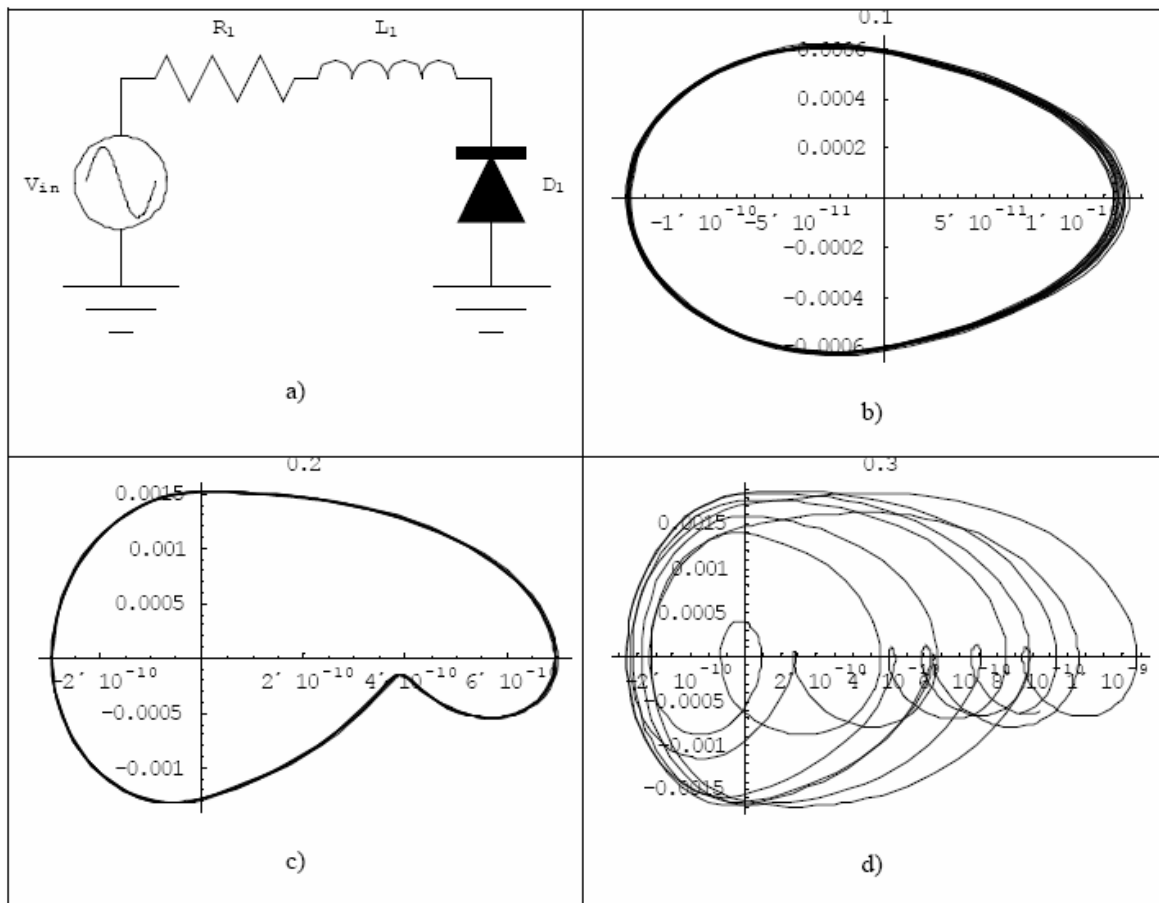
Tedy typickým příkladem chaotického systému je počasí. Jeho základním typickým modelem je soustava tří diferenciálních rovnic (Rov. 1), která generuje známý Lorenzův atraktor. [3]

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= -3(x(t) - y(t)) \\
 \dot{y}(t) &= -x(t)z(t) + 26.5x(t) - y(t) \\
 \dot{z}(t) &= x(t)y(t) - z(t)
 \end{aligned}
 \tag{Rov. 1}$$

Velmi často se pak lze s chaosem setkat v mnoha elektronických obvodech, kde ke vzniku chaosu stačí v podstatě jen pár součástek. Jeden z velmi jednoduchých chaotických obvodů je zobrazen na *Obr. 11*. V části a) je vlastní schéma a v částech b)-d) je změna chování

daného obvodu v závislosti na změnách řídicího napětí.

Dalšími příklady častého výskytu deterministického chaosu jsou plynové lasery, speciální mechanické soustavy a oscilátory [4].



Obr. 11 Jednoduchý elektronický obvod generující chaos.

Výskyt chaosu lze jednoduše očekávat a pozorovat u systémů, které obsahují vhodnou nelinearitu, nebo pokud mezi spolupracujícími systémy existuje nelineární vazba. Samotný výskyt chaosu ještě nemusí znamenat, že se v daném systému děje něco špatného, nebo že systém se nalézá v nevyhovujícím stavu, mnohdy je i využití deterministického chaosu prospěšné pro rychlou a energeticky nenáročnou změnu jeho stavu k lepšímu.

3 PROJEVY DETERMINISTICKÉHO CHAOSU

3.1 Nejjednodušší model deterministického chaosu - logistická rovnice

Jeden z velmi jednoduchých modelů chaotického chování je tzv. logistická rovnice

(Rov. 2). Tato rovnice vznikla jako odezva na potřebu simulace biologických systémů, v jejichž rámci popisuje chování druhu v jeho přirozeném prostředí. Tento popis byl založen na existenci nějakého druhu v "uzavřeném" prostředí (většina druhů má omezené migrační

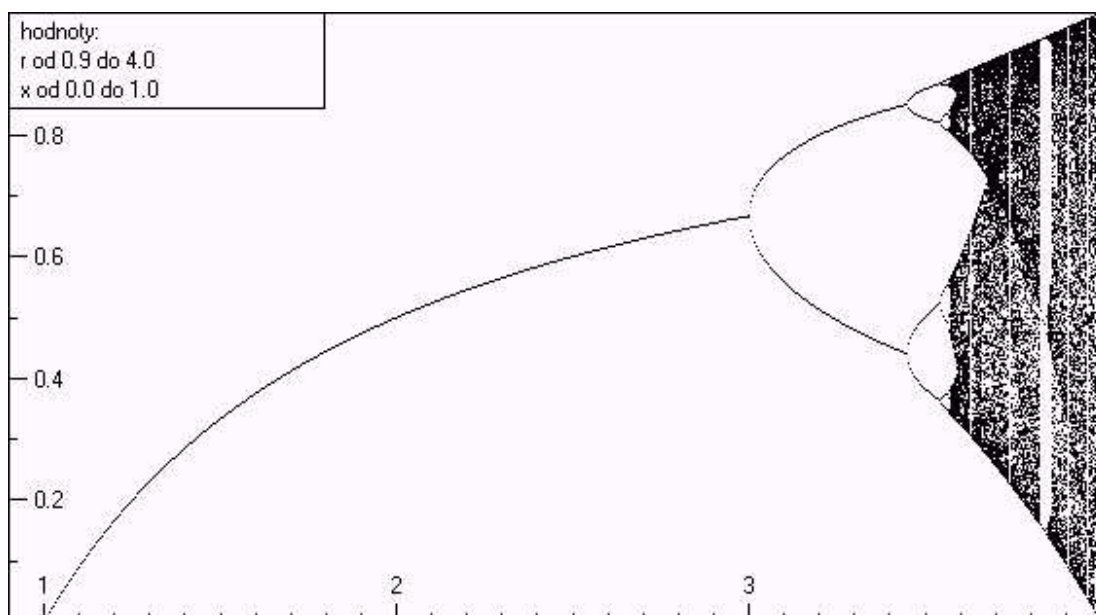
schopnosti), které mu poskytovalo obživu. Nejjednodušším příkladem jsou např. kapři a štiky v rybníku. Pokud se do rybníku nasadí určité množství kaprů a štik, pak samozřejmě dojde k jejich množení a růstu. Ten bude mít nároky na kapacitu potravy (kaprů) v rybníku. Při rostoucím počtu jedinců bude klesat množství potravy v rybníku, což se projeví zpomalením růstu počtu kaprů. Od jisté hranice pro nedostatek potravy začnou štiky vymírat hlady, zatímco díky jejich poklesu se množství kaprů začne zvyšovat. To od určité hranice množství kaprů způsobí jejich opětovný nárůst. Prostým citem tedy lze očekávat, že populace bude asi "periodicky" oscilovat, nebo se ustálí na nějaké hodnotě. Jak již jednoduché simulace ukázaly, může systém popsáný touto rovnicí vykazovat velmi komplikované chování od ustáleného přes periodické až po chaotické. Výzkum logistické rovnice prováděl biolog Robert May. Svůj výzkum vykonával May jen pomocí kalkulačky. Bylo to velmi zdlouhavé, ale i přesto se mu podařilo odhalit všechny důležité vlastnosti na vyvíjející se populaci hmyzu [5].

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n) \quad \text{Rov. 2}$$

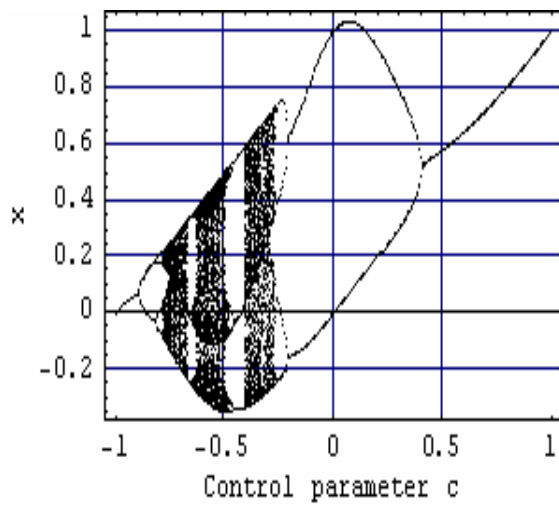
Kde x_n představuje stav populace v n -tém roku, x_{n+1} stav populace v $(n+1)$ roku a r představuje tempo nárůstu populace. Tento vzorec navrhl dávno před Mayem Verhulst, proto se nazývá „Verhulstův vzorec“.

3.2 Bifurkační diagram

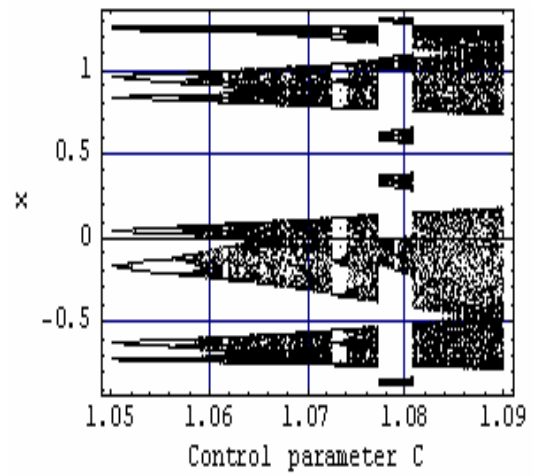
Chování logistické rovnice se znázorňuje pomocí tzv. bifurkačního diagramu viz *Obr. 12*, což je graf, který ukazuje závislost chování modelu systému na řídicím parametru r . Každý bod bifurkačního diagramu křivky představuje ustálený stav systému s různou hodnotou. Soubor těchto hodnot pak v závislosti na parametru r vytváří hladkou křivku. Při dalším nárůstu však může dojít k zajímavému jevu, a to je tzv. zdvojení periody, což znamená, že se stav populace vrací do původního stavu až po dalším stavu. Při dalším nárůstu pak dochází dalšímu zdvojení již zdvojené periody až vývoj přejde do chaotického průběhu. Ukázkou bifurkačního diagramu je možné vidět na *Obr. 12*. Zajímavostí je, že daný průběh vykazuje fraktální charakter (Feigenbaumova konstanta) - daná zdvojení se v přesném měřítku opakují. A to i u jiných rovnic nežli je tato - *Obr. 13*. Podrobněji je o této problematice zmíněno v praktické části, kde je bifurkační diagram vykreslen.



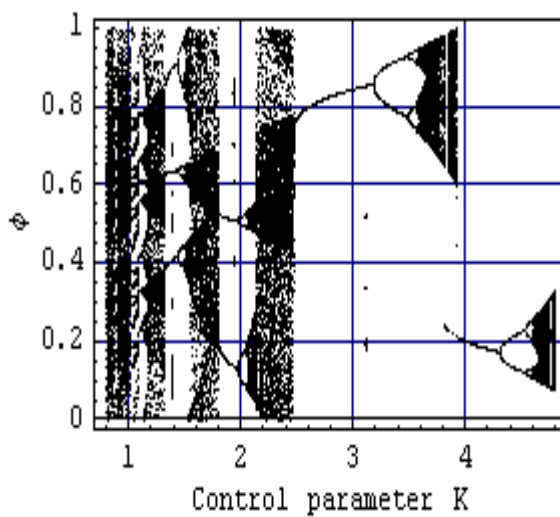
Obr. 12 Bifurkační diagram logistické rovnice.



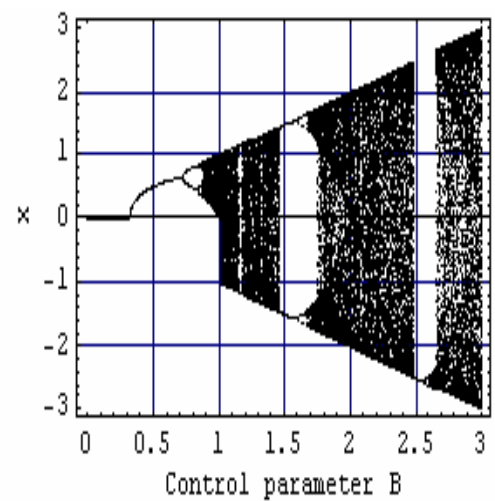
a.)



b.)



c.)



d.)

Obr. 13 Ukazky bifurkačních diagramů – a.) Guassova mapa, b.) Henonova Mapa , c.) Sinusovo-kruhová mapa, d.) Sinusová mapa

4 STAVOVÝ PROSTOR

Stavový prostor určuje, jakých hodnot může nabývat stavový vektor dynamického systému. Stavový vektor je tvořen množinou proměnných, které mohou nabývat hodnot z určitého intervalu. Interval všech těchto hodnot potom určuje celý stavový prostor.

Stavový prostor může být několika typů:

- konečný
- spočitatelný
- nekonečný

Konečný stavový prostor má omezené množství stavů. Například stavový prostor vyhozené koruny má pouze dva stavy - na minci bude při dopadu buďto panna nebo orel. Stavový prostor vržené kostky má šest stavů atd.

Spočitatelný stavový prostor má sice nekonečné množství stavů, ale tyto stavy jsou spočitatelné. To znamená, že každému stavu můžeme přiřadit nějaké přirozené číslo. Například stavový prostor nabitého kondenzátoru má nekonečné množství stavů (kondenzátor může být vybitý, nebo nabitý na teoreticky libovolně vysokou hodnotu), ale vzhledem k tomu, že celkový náboj je kvantován elementárním nábojem elektronu, je tento prostor spočitatelný. Celkový náboj tedy můžeme vyjádřit přirozeným číslem, které udává, kolik elektronů dohromady tvoří celkový náboj v kondenzátoru.

Nekonečný stavový prostor má jako stavové proměnné reálná čísla. To znamená, že je nejen nekonečný, ale není také spočitatelný. Neexistuje tedy takové mapování, aby každému stavu jednoznačně přiřadilo celé číslo. Nekonečný stavový prostor má například planeta obíhající okolo slunce. Stavové proměnné jsou zde souřadnice planety. Tyto proměnné nejsou ničím kvantovány, nejsou tedy spočitatelné.

5 ATRAKTOR

Dynamický systém sestává ze stavového prostoru, jehož souřadnice popisují stav systému v daném čase a z dynamických podmínek, které popisují změnu tohoto systému v čase. Stav systému je potom popsán vektorem, který celý leží ve stavovém prostoru. Dynamické podmínky jsou většinou zadány soustavou diferenciálních rovnic, které popisují změnu stavového vektoru v čase. Změna stavu dynamického systému se děje provedením těchto diferenciálních rovnic a nahrazením starého stavového vektoru vektorem novým.

Atraktor (anglicky attractor) dynamického systému je stav, do kterého systém směřuje. Je to tedy množina, ve které je stavový vektor, když je systém v nekonečném čase [6].

Atraktory rozdělujeme do několika tříd:

- atraktorem jsou pevné body
- atraktorem jsou periodické body
- atraktorem jsou kvaziperiodické body
- atraktor je chaotický
- podivný traktor

Jsou-li *atraktorem* dynamického systému *pevné body*, jde o nejjednodušší případ.

Systém se tedy v nekonečném čase ustálil v nějakém stabilním stavu a v podstatě už nejde o dynamický systém. Příkladem může být kyvadlo, které se vlivem odporu vzduchu a odporu ložisek zastaví v nejnižším bodě své dráhy.

Jsou-li *atraktorem periodické* (resp. *kvaziperiodické*) body, jde také o jednoduchý případ. Systém se ustálil tak, že osciluje mezi několika stavy. Příkladem je těleso, které se na své cestě vesmírem dostane do blízkosti velmi hmotného tělesa. Po určitém čase se pohyb tohoto tělesa ustálí na eliptické dráze.

Je-li *atraktor chaotický*, znamená to, že výsledný atraktor nelze v podstatě nijak

dopředu předpovědět. To je způsobeno tím, že je systém velmi citlivý na počáteční podmínky. Chaotičnost v tomto případě neznamena náhodnost, protože se bavíme o deterministických systémech. Příkladem může být koule postavená na vrcholku jehlanu.

Jakýkoliv vnější podnět způsobí, že koule tento stav opustí a dostane se do některého atraktoru (místo pod jehlanem). Tento atraktor nelze předpovědět, protože nemůžeme bez zásahu do měření zjistit počáteční podmínky. V kvantové fyzice existuje takzvaný *princip neurčitosti*, který má obdobný význam pro kvantové jevy.

Podivný atraktor (anglicky *strange attractor*) je nejzajímavějším případem atraktoru. Termín *strange attractor* poprvé zavedli ve své práci Ruelle a Takens v roce 1970. Tento typ atraktoru vzniká, je-li systém popsán minimálně třemi diferenciálními rovnicemi. Takový systém může mít velmi komplikovaný atraktor, který sice bude chaotický, ale přesto bude vykazovat určité pravidelnosti. Termín *podivný atraktor* není ještě přesně matematicky definován, ale považujeme za něj takový atraktor, který vykazuje stejné vlastnosti, jaké mají fraktály (*podivný atraktor* je tedy fraktálem).

První dynamický systém, který měl *podivný atraktor*, vytvořil Ed Lorenz v roce 1963. Šlo o jednoduchý systém se třemi diferenciálními rovnicemi (Rov. 1), které však ve svém důsledku

vytvořily při simulaci chaotický atraktor, který měl fraktální strukturu. Na těchto rovnicích bylo také vidět velkou citlivost na počátečních podmínkách. I při velmi malé změně počátečních podmínek byl výsledek diametrálně odlišný. Atraktory jsou dále probrány v praktické části této práce.



Obr. 14 Podivný atraktor

6 APLIKACE DETERMINISTICKÉHO CHAOSU V PRAXI

Chaos se objevuje u řady nelineárních systémů. Dokonce systémy jen s několika stupni volnosti, o nichž se domníváme, že jsou jednoduché, mohou projevovat složité chování, které nelze v dlouhých časových intervalech předpovědět. Avšak tento chaos se od náhodnosti zásadním způsobem odlišuje. Chaotické systémy jsou deterministické, zatímco náhodné systémy jsou nedeterministické již ze své vnitřní podstaty. Rozdíly mezi chováním

obou typů systémů lze sledovat ve fázovém prostoru.

6.1 Fyzika

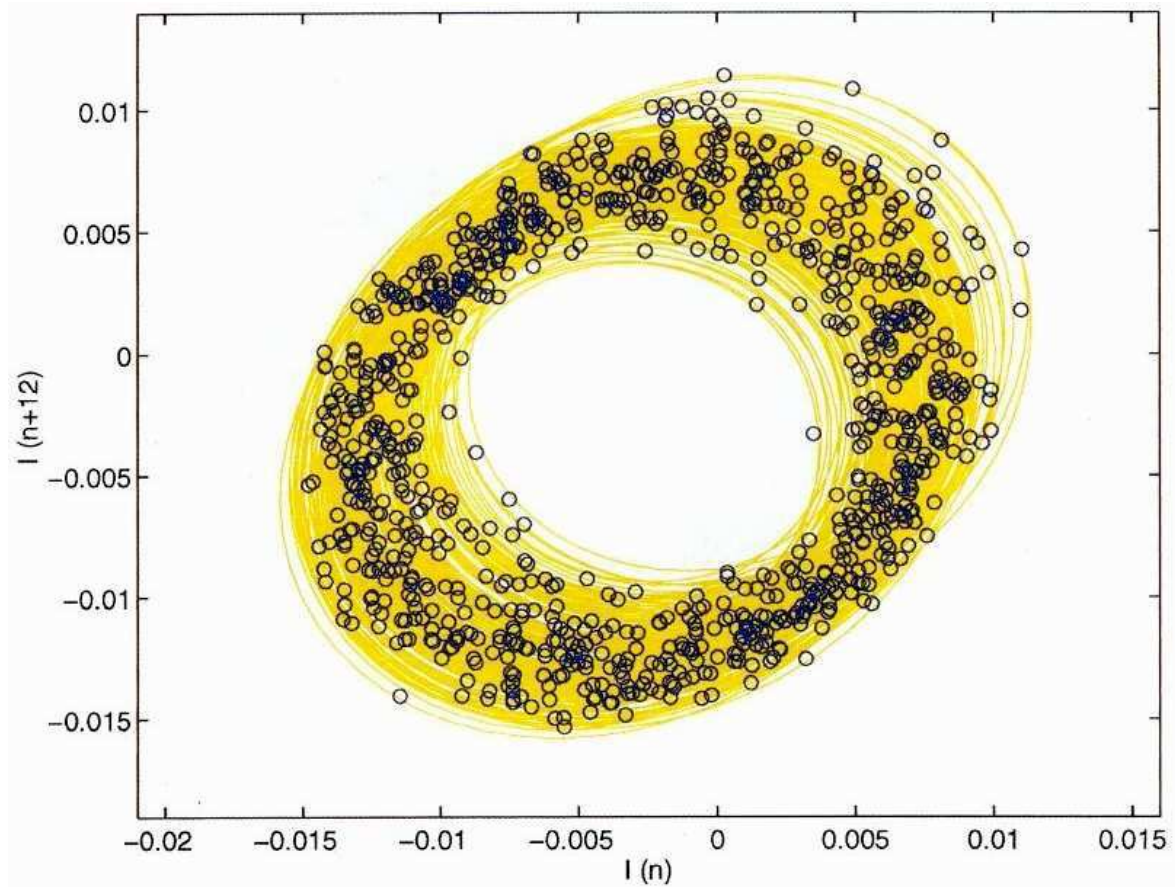
Fyzikální aplikace zahrnují řízení tření, turbulence, laserů a plazmatu. Multimodové lasery byly jednou z prvních aplikací řízení chaosu. Použitím řízení s otevřenou smyčkou (openloop) bylo dosaženo zdokonalení v síle radiačního záření.

6.1.1 Řízení chaosu v plazmě

Plasma je plynný stav hmoty, v níž jsou atomy nebo molekuly silně ionizovány. V plasmě důležitou roli proto hrají vzájemné elektromagnetické síly mezi kladnými ionty a volnými elektrony.

Hannes Alfvén ve 40. letech 20. století ukázal, že v plasmě existuje nový typ kolektivního chování, "magnetohydrodynamické vlny". Tyto vlny hrají rozhodující roli pro chování plasmy jak v laboratoři tak v zemské atmosféře nebo v kosmu.

Plasma diody jsou velmi často používány jako jednoduchý model pro nové generátory silného mikrovlnného záření např. oscilátor virtuální katody. V tomto případě model obsahuje dvě rovinné elektrody, mezi kterými je prostor naplněn nehybnými pozitivními ionty konstantní hustoty. Elektronový paprsek dané proudové hustoty, začne prostupovat konstantní rychlostí systémem přes první polopropustnou elektrodu (Obr.12). Vnitřní nelinearita paprsku/pole vzájemně ovlivňujících proces může vést systém nejen k nestabilitě, ale také k oscilacím a chaosu (Obr. 15).



Obr. 15 Kruhy indikující stroboskopický povrch daného úseku v časovém intervalu $t = 260\mu s$, nezhuštěná plasma. Na pozadí je vidět atraktor.

6.2 Chemie

Chaotické oscilace v chemických reakcích byly objeveny v 70. letech 20. století (Bělousov-Zhabotinského reakce). Cíl řízení je formulován jako dosažení reakce ustálení, což znamená potlačení chaotických oscilací, nebo excitace oscilačního nebo dokonce chaotického režimu. Chaotické chování je žádoucí například pro spalování, protože zvyšuje pohyb směsi paliva a vzduchu, což má za následek zrychlení celého procesu. Protože chaos vede k lepšímu míchání, reakce je často více jednotná a proto je produkt méně znečištěn.

6.3 Lékařství

Dá se říci, že čím má nějaký systém blíže k životu, k živým organismům a lidem, tím spíše na něm nalezneme známky nepravidelnosti, neperiodičnosti a vůbec nepředpověditelnosti.

Hlavním důvodem je fakt, že živý organismus se musí rychle adaptovat na měnící se životní

podmínky a musí maximalizovat schopnost svého přežití. To by nedokázal, kdyby stále setrval ve snaze po jednoduché stabilitě. Ostatně největší stabilitou se vyznačuje stav naprostého klidu - což je v případě živého organismu smrt.

6.4 Teorie chaosu v neurovědách

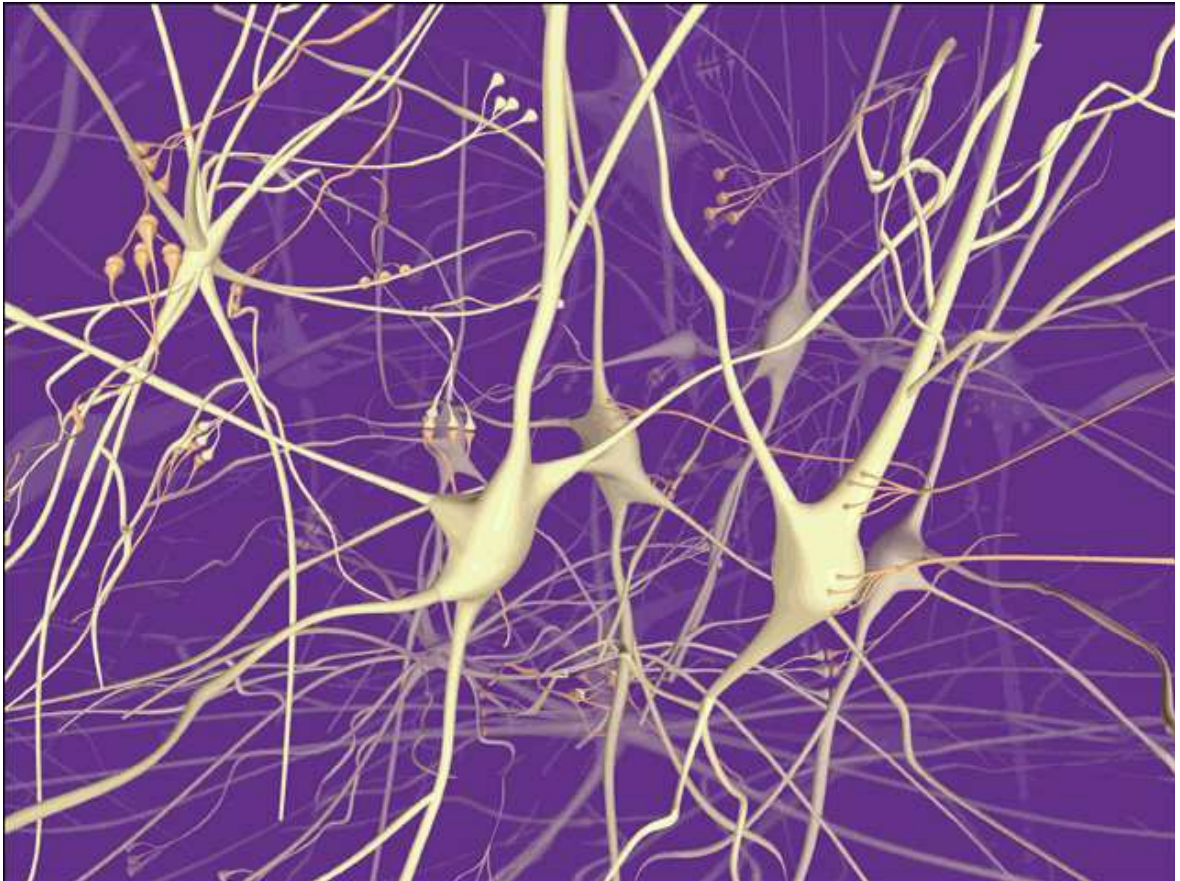
V jednom z vydání *The Journal of Neuroscience* se objevil zajímavý článek s názvem „Adaptivní kontrola epileptických záchvatů elektrickým polem“. Autoři zapojili řezy mozkové tkáně do zpětnovazebného elektrického obvodu, který rozpoznal v řezech uměle vyvolanou epileptiformní aktivitu a dokázal ji zastavit aplikací slabého elektrického pole.

Podobný princip by se dal využít v léčbě lidské epilepsie.

Elektrické chování vzájemně propojených neuronů v mozku je příkladem nelineární dynamiky, stejně jako např. některé elektronické obvody, planetární systémy, ale i kapající kohoutky.

K popisu těchto komplexních jevů nelze použít klasickou matematiku a fyziku. Je třeba se uchýlit k teorii chaosu a nelineární dynamice. Ukazuje se, že komplikované a zdánlivě nesouvisající systémy vykazují velmi podobné vzorce chování, které nejsou ani zcela náhodné, ani zcela pravidelné. Popis chování těchto systémů je významný pro jejich pochopení a možnost ovlivnění. Vědci se pokoušejí získat pravidelnost z chaosu, např. právě elektrickou stimulací mozku, která přerušuje epileptické výboje.

Mozek – nejsložitější a nejorganizovanější hmotu ve známém vesmíru (*Obr. 16*), složenou z miliard neuronů, z nichž každý vytváří tisíce synapsí, rozhodně nepůjde zkrotit a predikovat jednoduchými lineárními vzorci klasické Galileovské a Newtonovské matematiky a fyziky. Teorie chaosu by mohla být výrazným přínosem pro kognitivní neurovědy a zejména psychiatrii, jejímž předmětem zájmu jsou právě nejkomplicovanější, v mozku značně distribuované a vzájemně složitě interagující systémy řídící emoce, myšlení, vnímání.



Obr. 16 Neurony v lidském mozku

6.5 Srdce

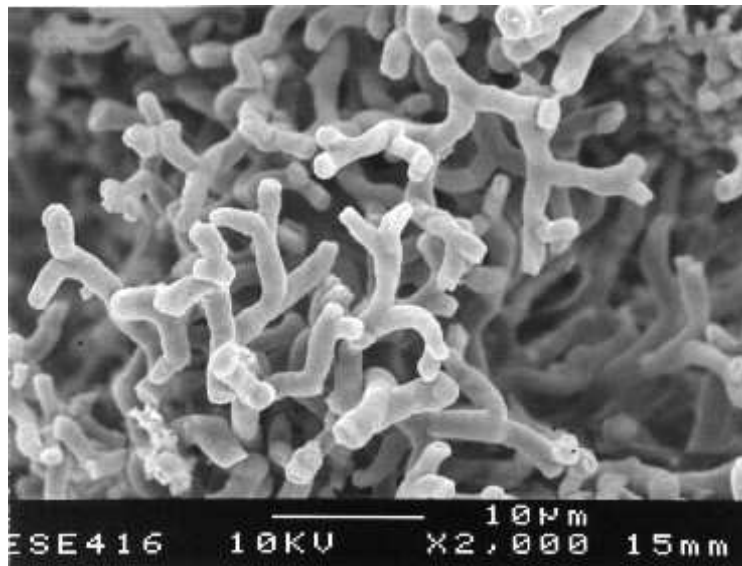
Dynamika srdečního svalu a jeho chaotické pohyby (fibrilace), které byly řešeny povětšinou

metodou pokus-omyl, se nyní zkoumají právě pomocí prostředků teorie chaosu, neboť bylo prokázáno, že nástup chaotických pohybů se děje přesně podle předpovědí Michela Feigenbauma. Nerozlišuje se také tolik druhů poruch srdečního rytmu, ale zahrnují se do různých projevů nástupu chaosu. Proto také odstraňování (a ještě spíše prevence) těchto chaotických stahů srdečních svalů je třeba řešit pomocí teorie chaosu (takže např. EKG se nyní zkoumá prostředky fraktálové geometrie).

6.6 Biologie

Pohyb některých živočišných druhů v hejnu jako například u rybek, není nutné popisovat samostatně, protože každá rybka se řídí třemi jednoduchými lokálními pravidly: soudržnost hejna, zařazení a oddělení. Každé z těchto pravidel má svůj biologický význam, proto je model značně věrohodný. Překvapivé je, jak realistické a komplikované kolektivní chování z těchto tří jednoduchých pravidel vychází. Neexistuje žádný vůdce hejna a neexistuje žádný globální plán pohybu nebo perspektiva (pohyb rybek na počátku není nijak zorganizován). Tento jednoduchý příklad je příkladem samoorganizace. Další příklady lze nalézt v kolektivním chování lidí nebo na akciovém trhu.

Další příklad v biologii vidíme u bakterií. Při pohledu na nějaký snímek kolonie bakterií je možné vidět rozvětvenou strukturu, jejíž každá část při zvětšení vypadá podobně jako celek. Kolonie bakterií je příkladem náhodného fraktálu[10]. Přesné fraktály vypadají zcela stejně při libovolném zvětšení, zatímco náhodné fraktály se při zvětšení statisticky podobají. Fraktální struktura je každá samopodobná struktura v různých měřítcích velikosti.



Obr. 17 Kolonie bakterií

6.7 Mechanické systémy

Jednoduché kyvadlo se skládá z malého těžkého předmětu, připevněného na konec lehké tyče. Pro malé kmity (bez existence tření) se kyvadlo chová jako harmonický oscilátor.

Perioda tohoto pohybu je úměrná druhé mocnině délky kyvadla . Pro velké kmity je pohyb kyvadla sice ještě periodický, ale již neplatí jednoduchý vztah. Pro velké kmity jsou rovnice pohybu kyvadla nelineární na rozdíl od lineárních rovnic pro malé oscilace. Protože

rovnice pro velké kmity jsou nelineární, nelze pohyb kyvadla předpovídat. Dvojitě kyvadlo se skládá ze dvou jednoduchých kyvadel, kdy jedno kyvadlo je připojeno na konec druhého kyvadla. Rovnice pohybu dvojitěho kyvadla pro velké kmity jsou nelineární, a pohyb je zcela nepravidelný a velmi citlivý vůči počátečním podmínkám.

6.8 Komunikační systémy

V poslední době nabývají na významu systémy využívající chaos a různé aplikace využívající

nelineární dynamiky. Chaotické signály se pro přenos informace používají ze dvou hlavních důvodů. Jedním z nich je ukrytí informace v chaosu. Tato aplikace nahrazuje konvenční šifrování. Druhým důvodem je to, že chaotické signály mají velmi široké spektrum, což je velmi výhodné pro víceuživatelské aplikace.

Proč se začalo zkoumat využití chaotických signálu v komunikacích? Původní myšlenka byla namodulovat informaci na chaotický signál, tak aby byla dostupná jen pro autorizovaného uživatele. Přijímač odstraní chaotickou složku a obnoví původní informaci. Kdokoliv, kdo zachytí vysílané signály, uvidí jen šumový, chaotický signál, ze kterého jen obtížně obnoví původní informaci. Zde se rýsuje velký prostor pro různé šifrovací metody, které mohou být vyvinuty. Druhá myšlenka má původ v široko-pásmové komunikaci (Ultrawide Band Communications, UWB), kde se používají pseudonáhodné signály pro zvětšení frekvenčního pásma. Důvodem používání těchto systémů je omezení interference signálů z jednotlivých zdrojů a také omezení vlivu zpožděných signálů v bezdrátové a mobilní komunikaci

6.8.1 Modulování chaotického signálu

Modulování v klasickém komunikačním systému má za úkol sloučit nízkofrekvenční informační

signál s vysokofrekvenčním signálem nosným, který přenese informaci do pásma vhodného pro přenos. Při modulaci využívající chaos můžeme využít dva různé přístupy. V

prvním přístupu je modulátorem samotný chaotický systém, který je vhodným způsobem ovlivňován informačním signálem. Ve druhém přístupu je smíchán chaotický signál s informačním na nízké frekvenci, a pak transformován tradičním modulátorem na vysokou frekvenci. Výhodou je snadná realizace chaotického modulátoru a demodulátoru, ovšem za cenu větší složitosti a energetické náročnosti.

6.8.2 Chaotické maskování

Chaotické maskování spočívá ve smíchání informačního signálu s chaotickým a jeho obnovení synchronizací. Ve vysílači a přijímači jsou umístěny totožné chaotické systémy a synchronizace je dosaženo tak, že přijímač je řízen přijímaným signálem. Synchronizací se produkuje signál, který je podobný čistě chaotickému signálu ve vysílači. Proto můžeme informační signál získat zpět pouhým odečítáním výstupního signálu synchronizace

od přijímaného signálu. Nicméně tento systém pracuje pouze tehdy, když je informační signál vůči chaotickému zanedbatelně malý, takže ho změní jen málo. Je zřejmé, že šum v kanále znemožní obnovení informace, a proto tento způsob není často používán.

6.8.3 Chaotické klíčování

V této metodě moduluje informační signál nějaký parametr chaotického systému. V nejjednodušším případě je informační signál binární a řídí přepínání mezi dvěma vektory parametrů.

Dosud bylo navrženo mnoho metod chaotického klíčování. Nejjednodušší metoda spočívá

ve změně výstupní funkce v závislosti na přenášeném bitu jde o tzv. Chaos antipodal cosiny.

6.9 Informatika

6.9.1 Fraktálová geometrie

Pravděpodobně největší uplatnění má fraktální geometrie a fraktály v počítačové grafice. S rozvojem grafických schopností počítačů se stále více ukazovalo, že je zapotřebí objevit nové postupy, jak modelovat přírodní objekty. V principu jsou možné tři různé způsoby zadávání dat pro modely. Prvním způsobem je modelování objektů animátorem[19]. Pro tento způsob se dlouhou dobu vytvářely modelovací programy typu CAD a CAM. V případě modelování technických a geometrických předmětů je tento způsob ideální. Problém nastává v případě, že chceme modelovat nějaký složitější přírodní objekt, například hory nebo stromy.

6.9.2 Fraktálová komprese

Kromě snadného definování velmi složitých přírodních útvarů mohou být fraktály využity i v jiných vědeckých disciplínách. V poslední době se stále více využívá fraktální komprese, která je založena na IFS fraktálech[18]. Komprimační program se snaží nalézt v obrázku fraktální strukturu a pomocí ní definovat celý obrázek. Tento způsob komprese je samozřejmě ztrátový a poměrně náročný na nalezení vhodných transformací popisujících daný obrázek. Výhodou je však velmi vysoký stupeň komprese (v příznivém případě je možné popsat celý obrázek pouze pomocí několika funkcí).

6.10 Ekonomie

6.10.1 Kapitálové trhy

Finanční teorie byla samozřejmě rovněž ovlivněna vlnou zájmu o teorii chaosu. Zejména v první polovině devadesátých let se hlavně na americkém knižním trhu objevila řada publikací s tituly jako Vyděláváme pomocí chaosu a podobně. Poté tato vlna zájmu

poněkud opadla, protože se ukázalo, že na těchto knihách vydělali především jejich autoři. Dramatické události na měnových a kapitálových trzích v roce 1997 však představují celou sérii učebnicových příkladů fungování teorie chaosu v praxi[11]. Protože se chaotické jevy na finančních trzích skutečně odehrávají a často mají velký význam, je dobré o nich něco vědět.

Jestliže dokážeme matematicky modelovat burzovní krachy na počítači, přirozeně se naskýtá myšlenka využít počítač pro prognostické účely. Kdy nastane příští Černý pátek?

Bohužel, nic takového nám teorie chaosu neřekne, ani kdybychom předpokládali silně zjednodušené (tj. velmi nerealistické) podmínky dokonalé racionality investorů a dokonalé předvídatelnosti ekonomiky. Jak bychom potom mohli předpovídat vývoj trhu ve skutečnosti, kdy investoři nejsou nikdy dokonale racionální a ekonomické prognózy nejsou spolehlivé?

Jedním z důsledků, které plynou z teorie chaosu pro běžného akciového investora, je poučení: nevěřit žádným prorokům, včetně proroků dobře placených prestižními investičními bankami. Nejspolehlivějším prostředkem, jak předpovědět krach, je mít prostě štěstí.

6.10.2 Elliotovy vlny

R. N. Elliot po dlouholetém zkoumání dat New Yorkské burzy objevil zajímavou zákonitost později nazvanou jako **Elliotovu vlnu**. Popis chování této vlny se datuje do období 1935 – 1947. V tomto období Elliot shromáždil množství znalostí o struktuře a vzájemných souvislostech

mezi jednotlivými fázemi Elliotových vln[12]. Teprve později, v druhé polovině našeho století, bylo zjištěno, že Elliotovy vlny nejsou nic jiného než fraktály.

Ještě později se ukázalo, že celý jev úzce souvisí s chováním na první pohled chaotických systémů, jakým je např. burza. Elliotovy vlny samozřejmě nejsou vázány jen na činnost burzy, ale lze je pozorovat i v chování jiných dynamických systémů (např. sluneční aktivita).

6.11 Meteorologie

Teorie chaosu stojí v první řadě na nedokonalosti lidského měření. Něco podobného je samozřejmě známo i v kvantové fyzice, zde se však celý problém přenáší do zcela jiných měřítek. S naprostou (absolutní) přesností nemůžeme měřit nic, proto se některé jevy vzpírají našim předpovědím. Těmto jevům říkáme jevy chaotické. Nová definice chaosu tedy říká, že neuspořádanost může být jednoduše vyšším řádem složitosti, která vzniká ze zcela deterministických procesů to znamená, že v rámci chaosu (součtu deterministických jevů) existuje současně jakási podivná organizovanost. I tato definice chaosu by ale byla poměrně nudná, kdyby jejím jediným závěrem byl fakt, že něco je náhodné a nic nejde pořádně změřit a už vůbec ne předpovídat.

Teorie chaosu přistupuje ke zkoumání časových řad zcela odlišným způsobem než statistika.

Existuje několik metod, které umožňují rozhodnout, zda data jsou náhodná nebo zda vykazují určitou neviditelnou závislost. Toto zjištění je podstatné pro další analýzu a případnou predikci. Náhodné hodnoty jsou nepředpověditelné a neobsahují žádnou strukturu (rovnoměrně vyplňují prostor o libovolném rozměru). Neexistuje žádná vazba mezi jednotlivými hodnotami časové řady. Naproti tomu data, u kterých se prokáže existence jakési vnitřní struktury, mají zcela odlišný charakter. Existují určité vazby mezi hodnotami - např. předchozí hodnoty určují hodnoty následující. To má veliký význam pro předpovídání dalšího vývoje.

II. PRAKTICKÁ ČÁST

7 VIZUALIZAČNÍ PROSTŘEDÍ WEBMATHEMATICA

7.1 Co je webMathematica?

webMathematica je nový produkt, který prostřednictvím integrace Mathematica s nejnovější technologií webových serverů rozšiřuje možnosti webových stránek o interaktivní výpočty a vizualizace.

7.2 Proč produkt webMathematica?

webMathematica je poměrně jasná volba, chcete-li web obohatit o interaktivní výpočty. Tato unikátní technologie vám umožní vytvářet webové stránky, pomocí kterých mohou uživatelé počítat a vizualizovat výsledky přímo z webového prohlížeče.

webMathematica, vybudovaná na bázi nejlepšího světového software v oblasti technických výpočtů a osvědčené technologie Java Servlet, je plně kompatibilní s Mathematica a s nejmodernějšími dynamickými webovými systémy. webMathematica a Mathematica mají stejný "engine", ale poskytují zásadně rozdílná uživatelská rozhraní a jsou zaměřené na různé typy uživatelů.

webMathematica nabízí přístup ke specifickým aplikacím programu Mathematica prostřednictvím webového prohlížeče nebo jiných webových klientů. Stačí pouze malý zácvik k tomu, abyste standardní rozhraní mohli efektivně používat. Ve většině případů uživatelé nemusí Mathematica znát, dokonce ani nemusí vědět, že ji používají.

V určitém slova smyslu lze Mathematica považovat za vývojové prostředí pro stránky webMathematica. Mathematica je například vhodná pro práci na kódu, který modeluje určitý fyzikální proces - kódu, který se následně dá umístit do stránky webMathematica, aby se lidem umožnilo fungování modelu a využití jeho výsledků při běžné práci.

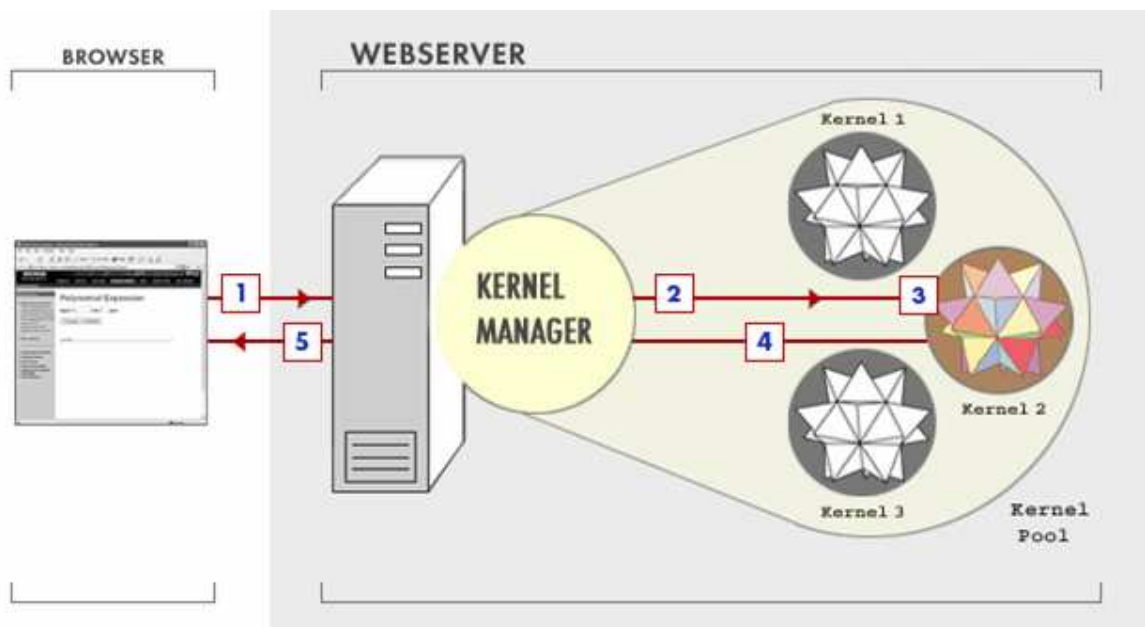
7.3 O produktu webMathematica

webMathematica je založena na dvou standardních Java technologiích

- Java Servlet
 - Servlety jsou speciální programy v Jave, které se pouštějí v přes webový server, obvykle se nazývají "servlet container" někdy "servlet engine".

- Java Server Pages (JSP)
 - Při použití JSP se podobně jako v ASP nebo v PHP přímo do HTML kódu zapisují příkazy. Ty jsou nyní zapisovány v jazyce Java. Speciální servlet se stará o to, aby byla JSP stránka vždy po své modifikaci automaticky přeložena do byte-code.

Princip komunikace webového internetového prohlížeče s technologií webMathematica je zřejmý z Obr. 18.



Obr. 18 webMathematica technologie

1. Webový prohlížeč posílá požadavek na webMathematica server.
2. webMathematica server si rezervuje Mathematica kernel (jádro) z „bazénu“ – Kernel Pool.
3. Mathematica kernel je nastaven se vstupními parametry, provede kalkulace a vrací výsledky serveru.
4. webMathematica server vrací Mathematica kernel do bazénu.
5. webMathematica server vrací výsledky webovému prohlížeči.

7.3.1 Cena softwaru a jeho instalace

Produkt webMathematica je možné si objednat i přes internet na domovských stránkách <http://www.mathematica.cz/>. Ceny za jednotlivé produkty společnosti Wolfram Research, včetně webMathematica, jsou uvedeny na *Obr. 19*.

Instalace softwarového balíku webMathematica ve Windows (XP, 2000) je popsána na internetových stránkách <http://webmath.zcu.cz:8080/webMathTest/projekt/navod.html>.

Mathematica

Třída A (Windows, Linux, Mac)	Standardní			Akademická		
		premier service	upgrade		premier service	upgrade
Professional version	91 580	18 320	18 320	38 700	9 680	9 680
Network Server	43 200	8 640	8 640	22 280	5 570	5 570
Network Process Increment	119 030	23 810	23 810	50 180	12 540	12 540
gridMathematica	309 380	61 880	61 880	129 150	32 290	32 290
gridServer	43 200	8 640	8 640	22 280	5 570	5 570
Mathematica Personal Grid	192 150	38 430	38 430	79 880	19 970	19 970
webMathematica	604 800	120 960	120 960	263 930	65 980	65 980
Student version				3 600	2 250	2 250
Mathematica for Students, Semester Edition				900		
Mathematica for Students, Annual Edition				1 350		
Mathematica for the Classroom				9 680	2 420	2 420
Network Process Increment, Classroom				12 600	3 150	3 150

Třída B (Unix)	Standardní			Akademická		
		premier service	upgrade		premier service	upgrade
Single User 2 Process	114 530	22 910	22 910	48 380	12 090	12 090
Network Server	43 200	8 640	8 640	22 280	5 570	5 570
Network Process Increment	148 950	29 790	29 790	62 780	15 690	15 690
gridMathematica	368 780	73 760	73 760	154 350	38 590	38 590
gridServer	43 200	8 640	0	22 280	5 570	5 570
Mathematica Personal Grid	226 350	45 270	45 270	94 280	23 570	23 570
webMathematica	604 800	120 960	120 960	263 930	65 980	65 980

Obr. 19 Ceník Mathematica

8 VYTVOŘENÉ PROSTŘEDÍ PRO VIZUALIZACI DETERMINISTICKÉHO CHAOSU

Pro snadnou dostupnost je vizualizační prostředí vytvořeno na internetových stránkách. Stránky jsou vytvořeny v kódu HTML a v programovém kódu JSP (zde jsou řešeny příklady pro vykreslování deterministického chaosu).

Vizualizační prostředí pro demonstraci nejen příkladů deterministického chaosu je uloženo na webu: <http://zelinka-mathematica.utb.cz:8080/webMathematica/student/rada/chaos>.

Cílem těchto internetových stránek bylo zajištění jasného, snadného a vizuálně atraktivního popisu deterministického chaosu. Na stránkách jsou přehledně řešeny příklady deterministického chaosu v jedno a více dimenzionálních mapách. Je zde popsána historie, zařízení vytvářející chaotické procesy a obsahuje další informace sloužící k seznámení se s problematikou chaosu.

8.1 Řešené příklady

Vhodné již řešené příklady jsou vybrány z internetových stránek [9]: <http://www.fai.utb.cz/people/zelinka/hp/>. Na těchto stránkách jsou řešeny příklady pro demonstraci chaosu neinteraktivně. Úkolem mé práce bylo tedy vytvořit interaktivní způsob vykreslování těchto příkladů – uživatel si může vyzkoušet například citlivost na počáteční podmínky nebo dlouhodobější průběh v systémech charakteristických svým chaotickým chováním.

8.2 Tvorba webových stránek

Webové stránky vytvořené v rámci praktické části této diplomové práce, jsou koncipovány jako jeden ze standardních modelů webu (*Obr. 20*). Veškeré formátování textu a ostatních prvků je provedeno pomocí kaskádových stylů umístěných v souboru `style.css`.



Obr. 20 Ukázka webových stránek

Jak je patrné z *Obr. 20*, úvodní stránka nabízí odkazy pro úvod a historii k problematice teorie chaosu, tyto odkazy by měly nastínit návštěvníkovi novou vědní disciplínu - chaos. Dále jsou v nabídce odkazy pro *zařízení* (obvody), na kterých můžeme pozorovat chaotické chování, *bifurkační diagramy* a *atraktory*.

Stěžejní účel stránek se skrývá ve vykreslování jak bifurkačních diagramů, tak vícedimenzionálních map – atraktorů.

Z jednodimenzionálních map (bifurkačních diagramů) má uživatel možnost si vyzkoušet 6 základních typů viz. *Obr. 21*. Pod nabídkou s diagramy je nastíněn charakter a princip bifurkačních diagramů.

Teorie Chaosu

Úvod

Historie

Chaos - osciloskop, diodový obvod

Bifurkační diagramy

Atraktory

Bifurkační diagramy

Gauss
Henon
Logistic
Quadratic
Sinus
Sinus circle

Chování logistické rovnice, Gaussové mapy, Kvadratické mapy..... se znázorňuje pomocí tzv. bifurkačního diagramu viz. obrázek níže, což je graf, který ukazuje závislost chování modelu systému na řídicím parametru. Každý bod bifurkačního diagramu křivky představuje ustálený stav systému s různou hodnotou. Soubor těchto hodnot se nazývá atraktory a jejich tvar závisí na hodnotě řídicího parametru.

Obr. 21 Bifurkační diagramy – úvod

8.2.1 Logistická rovnice

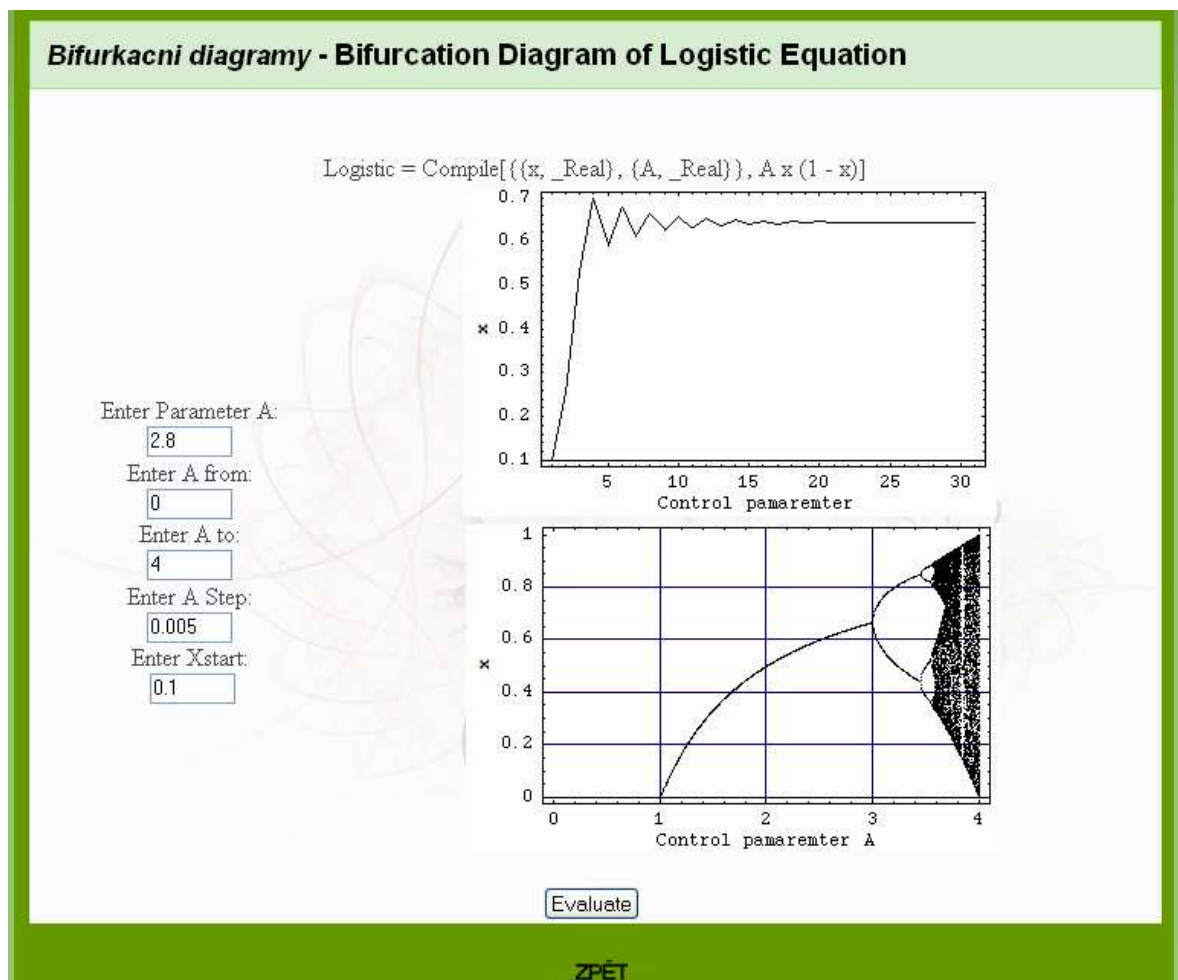
Nejnámější z uvedených diagramů je bifurkační diagram logistické rovnice. Je to možná proto, že její zdánlivě jednoduchý vzorec (Rov. 2) vykazuje tak složité „chování“. Nebo dalším důvodem může být to, že právě tato rovnice byla jako první, která odhalila dosud nepředpokládané chaotické chování.

V další části bude názorně ukázáno, jak můžeme pomocí vzorce, který používal Robert May, předpovídat vývoje populace. Již zmíněný vzorec logistické rovnice:

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$$

Tento vzorec slouží na to, že jakmile budeme znát populaci x_i v i -tém roce, můžeme pomocí něj vypočítat počet jedinců x_{i+1} v $(i+1)$ -tém roce. Parametr „ r “ se též označuje písmenem „ A “.

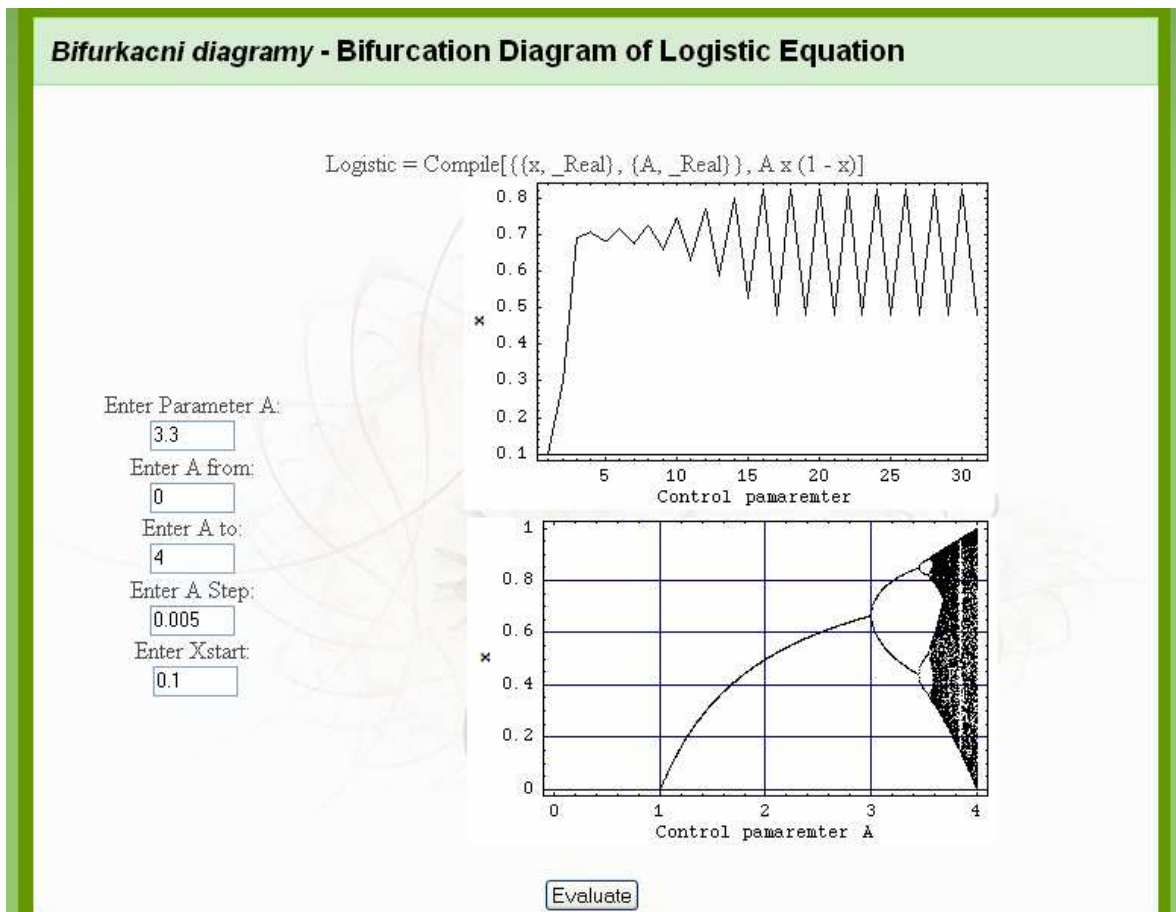
Nechť populace na začátku je $x_0 = 0,1$ a necht' koeficient A má hodnotu $A = 2,8$. Kdyby byla populace velmi malá (hodně menší jak 1), znamenala by takováto hodnota A nárůst populace v dalším roce o 180 % viz. *Obr. 22*.



Obr. 22 Populace při $X(0)=0.1$, $A=2.8$.

Z obrázku *Obr. 22* je možné dobře vidět, že populace nejprve prudce stoupala až do té doby, než byla příliš vysoká a nezačal se projevovat hlad. To způsobilo pokles populace. Potom populace opět vzrostla a klesala, dokud se neustálila na konečné, stálé hodnotě. Bude se populace chovat stále podobně, t.j. přejde vždy do ustáleného stavu? Pokusíme se na to teď odpovědět. Zvolíme si jinou hodnotu tempa růstu A . Volme teď větší hodnotu

$A = 3,3$. Předpokládejme, že počáteční populace x_0 se znovu rovná 0,1. Na Obr. 23 je pak posloupnost populací v dalších třiceti letech vývoje.

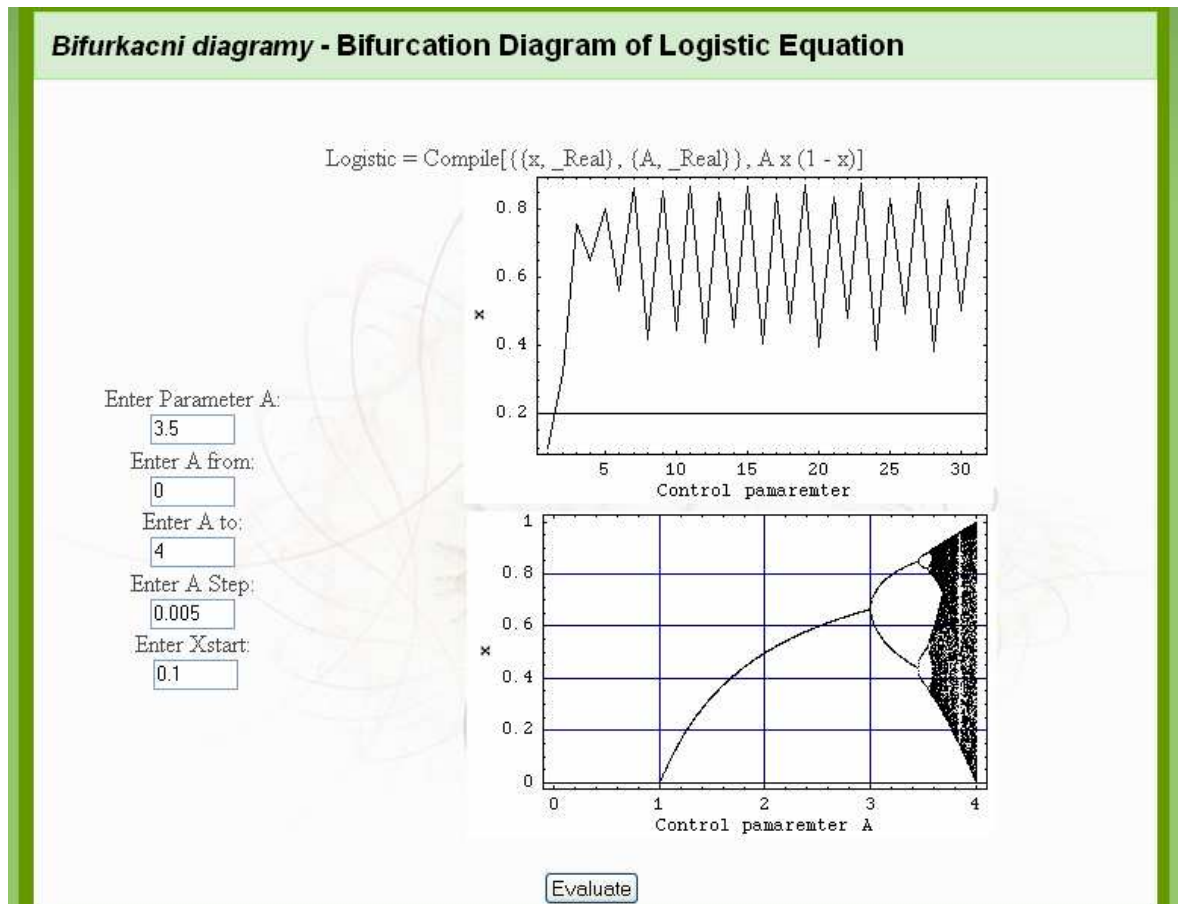


Obr. 23 Vývoj pro $r = 3.3$

Je vidět, že pro větší hodnotu A se po počátečním růstu populace dostala po několika rocích

do stavu, kdy osciluje mezi dvěma hodnotami 0,5 a 0,81. I takovéto něco je možné očekávat od vývoje počtu jedinců populace. Vidíme, že v tomto případě není pevně určena žádná rovnovážná, konstantní populace.

Ještě složitější vývoj je možné pozorovat, když zvolíme pro A hodnotu 3,5. Při stejné hodnotě x_0 jako předtím, dostaneme takovýto vývoj (viz. Obr. 24):

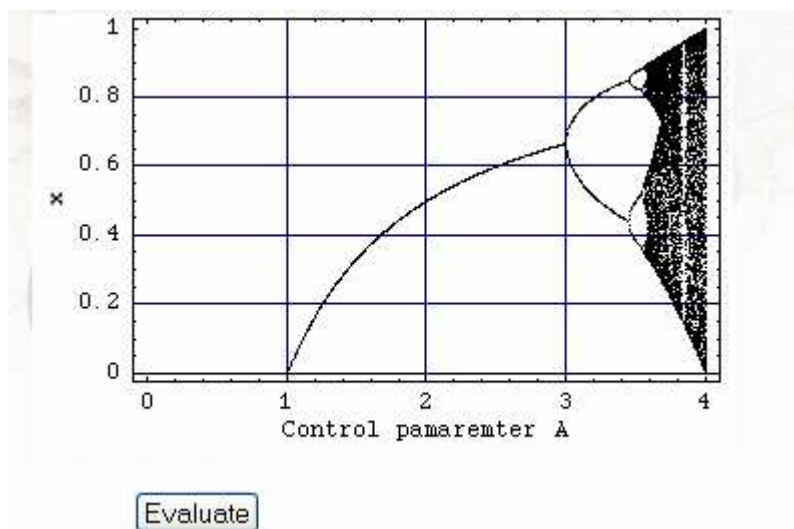
Obr. 24 Vývoj pro $r=3.5$

Populace pro $A = 3.5$ nejprve naroste a potom postupně střídá za sebou jdoucí čtyři hodnoty. Pokud zvolíme za parametr A hodnotu 3.8, dostaneme průběh, ve kterém nevidíme žádné opakování, žádnou periodu. Vývoj vypadá jako naprosto nahodilý, avšak je dán vztahem (Rov. 2). Není v něm žádná náhodnost a právě takovému druhu chování se říká deterministický chaos.

Teď si pokusíme odpovědět na stejnou otázku, kterou si položil Robert May. Jak se bude populace chovat pro různé hodnoty A ? Přesněji: Na jakém typu chování se populace pro různé hodnoty parametru r nakonec ustálí?

Je potřeba si vybrat nějakou hodnotu A z povoleného intervalu hodnot od 0 do 4 (pro hodnoty větší jak 4 se populace vymyká z kontroly a diverguje. Po dostatečném počtu kroků, když vymizí přechodový proces a hodnot populace se ustálí, je třeba se podívat na to, o jaké chování vlastně jde. Tady jsou v principu jen 3 možnosti. Buď se populace ustálí na jediné hodnotě, a nebo bude pravidelně oscilovat mezi několika různými hodnotami. A

nakonec, může se chovat i chaoticky, což znamená, že pohyb není periodický. Jakmile zjistíme, jak se populace chová, vybereme si jinou hodnotu parametru A a celý postup opakujeme. Pokud tedy budeme vynášet do grafu na vodorovnou osu hodnoty parametru A a na svislou osu odpovídající hodnoty populace, vznikne bifurkační graf - obrázky 19 až 21 (Obr. 25). Čím větší A , tím vyšší konečná hodnota populace. Pro hodnoty A z tohoto intervalu dostáváme na grafu křivku.



Obr. 25 Bifurkační diagram s parametrem A v intervalu $\langle 0, 4 \rangle$

Pro hodnoty A nad hodnotou 3 dochází k zajímavému jevu – rozdělení, (bifurkaci; fork - anglicky vidlička), křivky z předcházejícího intervalu. Populace se už nemůže ustáti jen na jedné konečné hodnotě. Ustaluje se na dvou hodnotách, mezi kterými následně osciluje. Při hodnotě $A = 3,449$ dochází k novému rozdělení obou křivek. Populace teď osciluje mezi 4

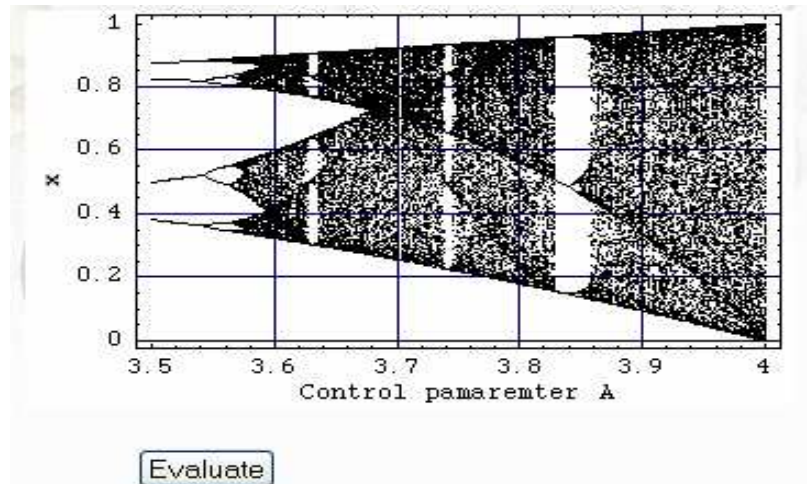
hodnotami. Při zvětšování A , dojde k celé řadě dalších bifurkací (Obr. 26).

V kódu stránky je vzorec pro výpočet hodnot bifurkačního diagramu zapsán takto:

```
<msp:evaluate>
```

```
LogisticBifData = Table[Take[NestList[{A, Logistic[#1][2]}, A] &, {0, Xstart}, 300], -100], {A, Afrom, Ato, Step}];
```

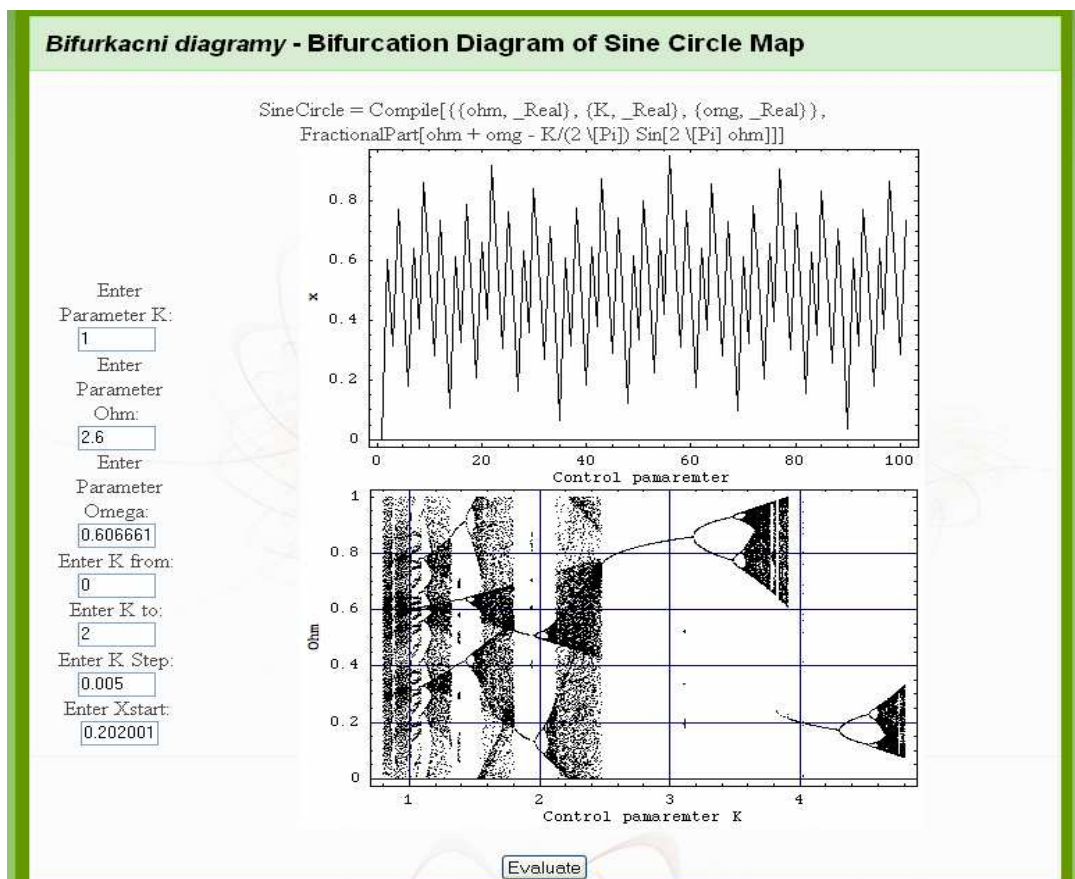
```
</msp:evaluate>
```

Obr. 26 Parametr A v intervalu $\langle 3.5, 4 \rangle$

8.2.2 Ostatní jednodimenzionální mapy a jejich bifurkační diagramy na webu

Ve stejném stylu jako je navržena stránka Logistické rovnice a jejího bifurkačního diagramu, jsou nabídnuty i ostatní jednodimenzionální mapy se svými bifurkačními diagramy (Obr. 27)



Obr. 27 Ukázka stránky se Sinusovo-kruhovou mapou a jejím Bifurk. diagramem

8.2.3 Ukázka JSP souboru

Jak už bylo popsáno v předchozí části této práce, JSP soubory jsou vytvořeny a použity na výstupních webových stránkách z důvodu jejich technologie, která podporuje jednoduchý a rychlý vývoj dynamického webu - vývoj webových aplikací nezávislých na serveru a platformě.

Jako ukázka jednoho z mnoha vytvořených souborů s koncovkou JSP je soubor „ikedacompile.jsp“, jehož kód je uveden v příloze P I.

V souboru jsou použity jak prvky pro vytváření klasických HTML stránek, tak i prvky pro inicializaci a specifikaci kódu pro technologii webMathematica.

Postup při vytváření JSP souborů pro vizualizaci problematiky deterministického chaosu:

1. Vytvoření a deklarace hlavičky stránky, nastavení defaultních stylů vzhledu stránky
2. Deklarace proměnných, přiřazení hodnot proměnným
3. Propojení webového prohlížeče s jádrem (Kornel) softwaru Mathematica
4. Provedení výpočtů v programu Mathematica
5. Nová syntaxe proměnných, které jsou použity při vykreslování grafů.

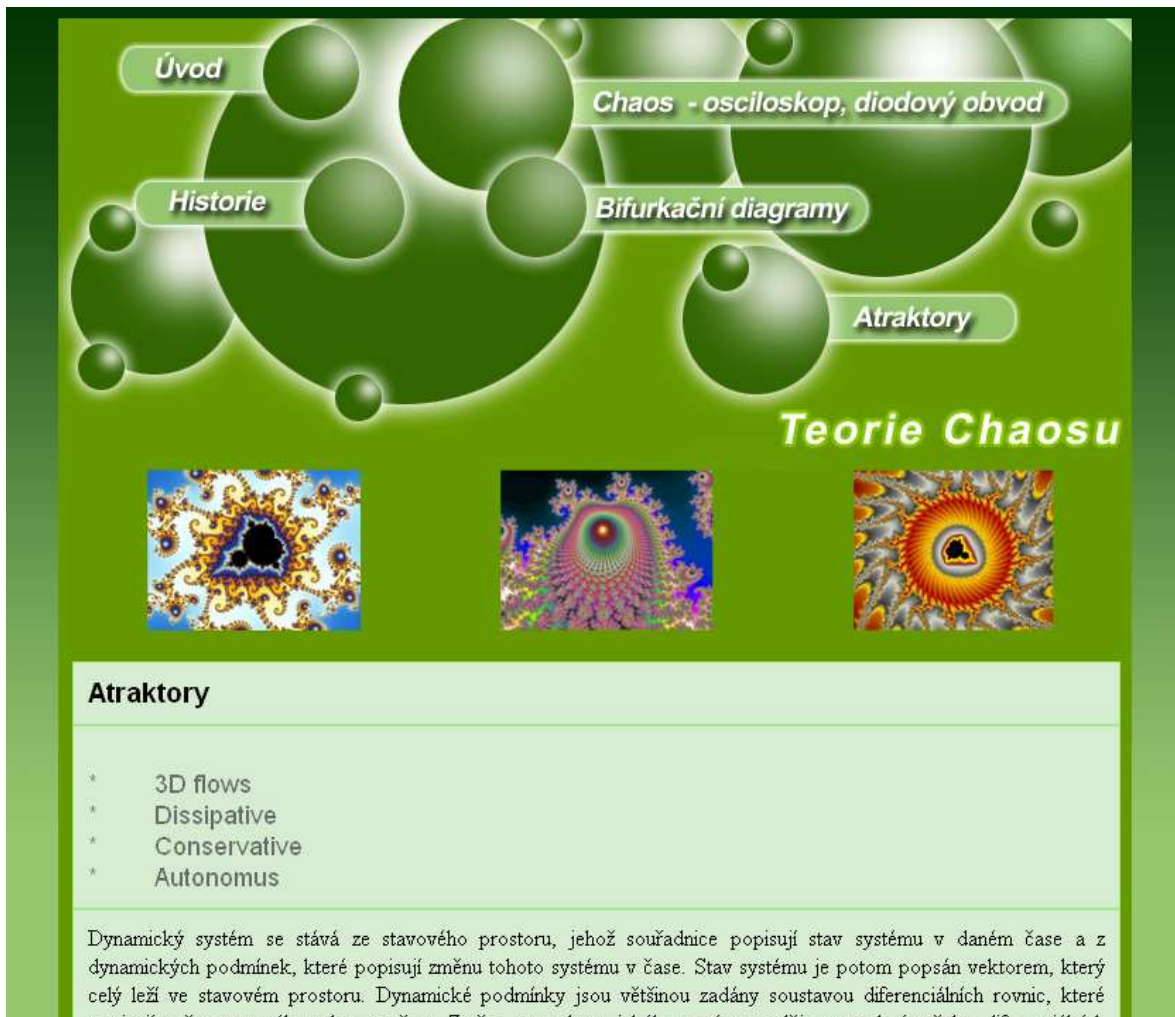
Příklad: `alpha=If[MSPValueQ[α],MSPToExpression[α];`

nyní může být proměnná *alpha* začleněna do funkce pro vykreslování grafů

6. Pomocí funkce MSPShow je zavolána funkce pro vykreslování grafů v programu Mathematica
7. Ukončení technologie spojení mezi serverem (se softwarem webMahtematica) a prostředím uživatele – návštěvníka stránek.
8. Ukončení těla stránky

8.2.4 Atraktory

Dynamický systém má tendenci ustálit se po jistém čase na nějaké trajektorii ve fázovém prostoru. Tato konkrétní trajektorie jako kdyby přitahovala pohybující se stavový bod ve fázovém prostoru. Na ustálenou trajektorii se tento bod dostane po krátkém přechodovém jevu. Říkáme, že tato trajektorie ho "přitáhla". V angličtině se přitahovat řekne „to attract“. Proto se ustálené trajektorii, která "přitahuje" stavový bod říká atraktor. Dynamický systém má tedy tendenci se po uplynutí jistého času na nějakém atraktoru. V nabídce „Atraktory“ si uživatel může vybrat ze 4 základních skupin atraktorů (Obr. 28). Pod touto nabídkou se skrývá stručný popis vlastností atraktorů.



Obr. 28 Atraktory

Mezi atraktory 3D FLOWS mimo jiné patří:

- Rosslerův atraktor
- Lorenzův atraktor
- Henonův atraktor
- Duffingův oscilátor

8.2.4.1 3D flows atraktory

Stránka s 3D flows atraktory nabízí dalších 8 dalších atraktorů řadících se do této skupiny (Obr. 29).

Teorie Chaosu

Úvod

Historie

Atraktory

Bifurkační diagramy

Chaos - osciloskop, diodový obvod

Attractor 1

Attractor 2

Attractor 3

Attractor 4

Attractor 5

Attractor 6

Attractor 7

Attractor 8

Duffing

Lorenz

Rossler

Henon

ZPĚT

Autor: Radek Vilémek 2007

Obr. 29 Atraktory 3D flows

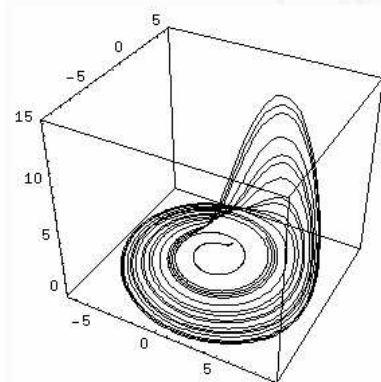
Kompozice vykreslení grafů atraktorů na webu se liší od stránky s bifurkačními diagramy viz. Obr. 30.

Rössler Attractor

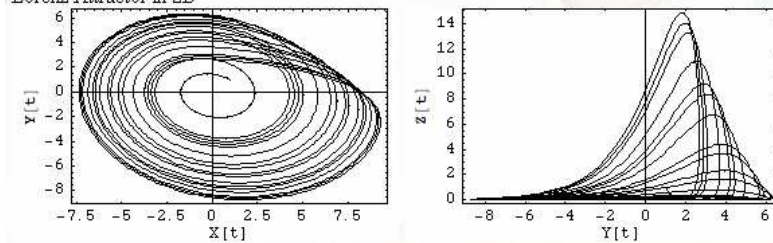
```
RösslerAttractor = {
x[t] == -y[t] - z[t],
y[t] == x[t] + y[t]/5,
z[t] == 1/5 - Ni z[t] + x[t] z[t],
x[0] == y[0] == z[0] == 1};
```

Enter parameter Ni:

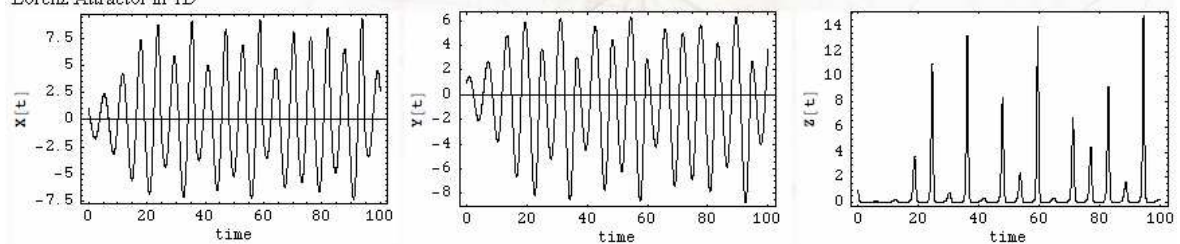
Rössler Attractor in 3D



Lorenz Attractor in 2D



Lorenz Attractor in 1D



Evaluate

Zpět

Obr. 30 3D flows – Rösslerův atraktor

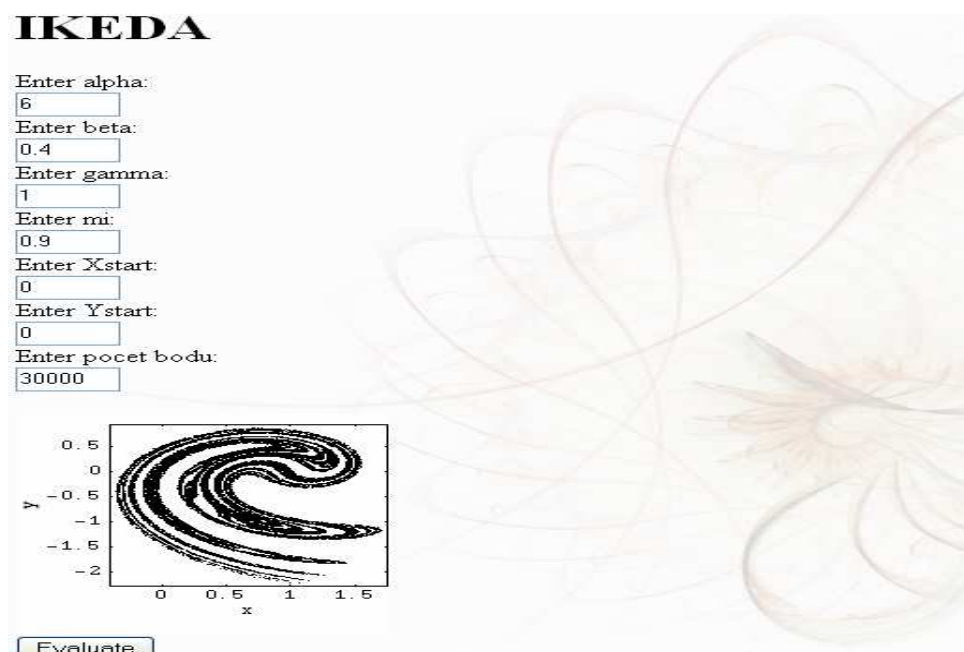
8.2.4.2 Dissipativní atraktory

Stránka s *Dissipative* atraktory nabízí tento výběr atraktorů řadících se do této skupiny

Obr. 31:



Obr. 31 Dissipativní atraktory



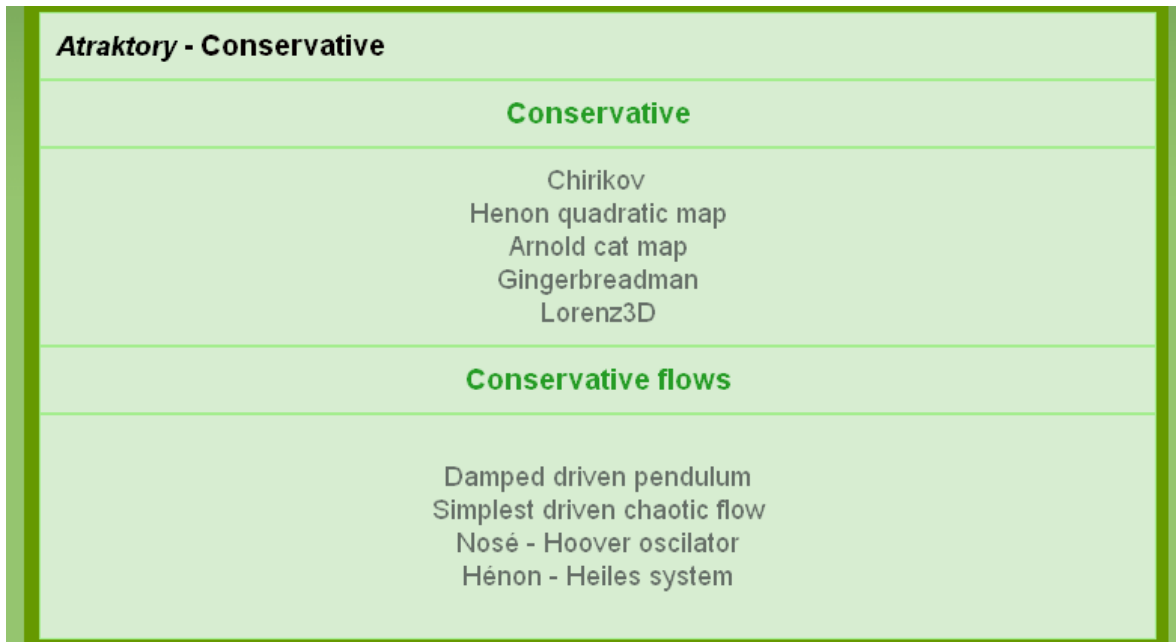
Obr. 32 Ukázka dissipativního atraktoru – Ikeda

Zdrojový kód JSP souboru pro vykreslování Ikeda atraktoru je umístěn v příloze P I.

8.2.4.3 Konservativní atraktory

Stránka s *Conservative* atraktory nabízí tento výběr atraktorů řadících se do této skupiny

Obr.
33:



Obr. 33 Konservativní atraktory

Nosé - Hoover oscilator

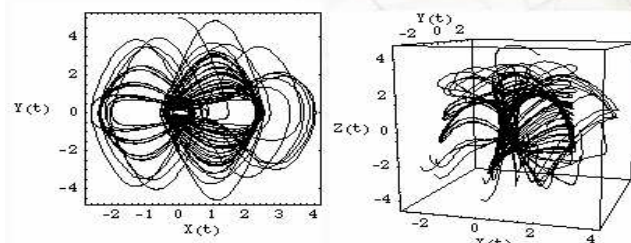
Attractor = $\{x'[t] = y[t], y'[t] = -x[t] + y[t], z'[t] = a - y[t]^2, x[0] = 0, y[0] = 5, z[0] = 0\}$

Enter parametr a:

Enter View Point X:

Enter View Point Y:

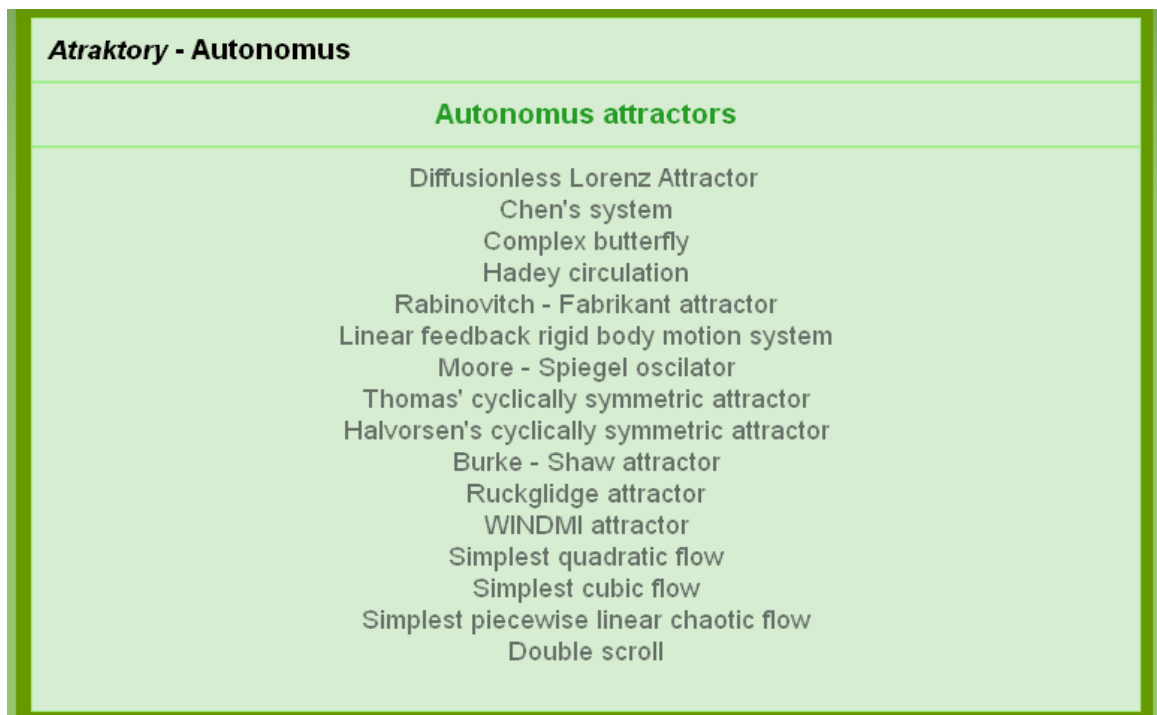
Enter View Point Z:



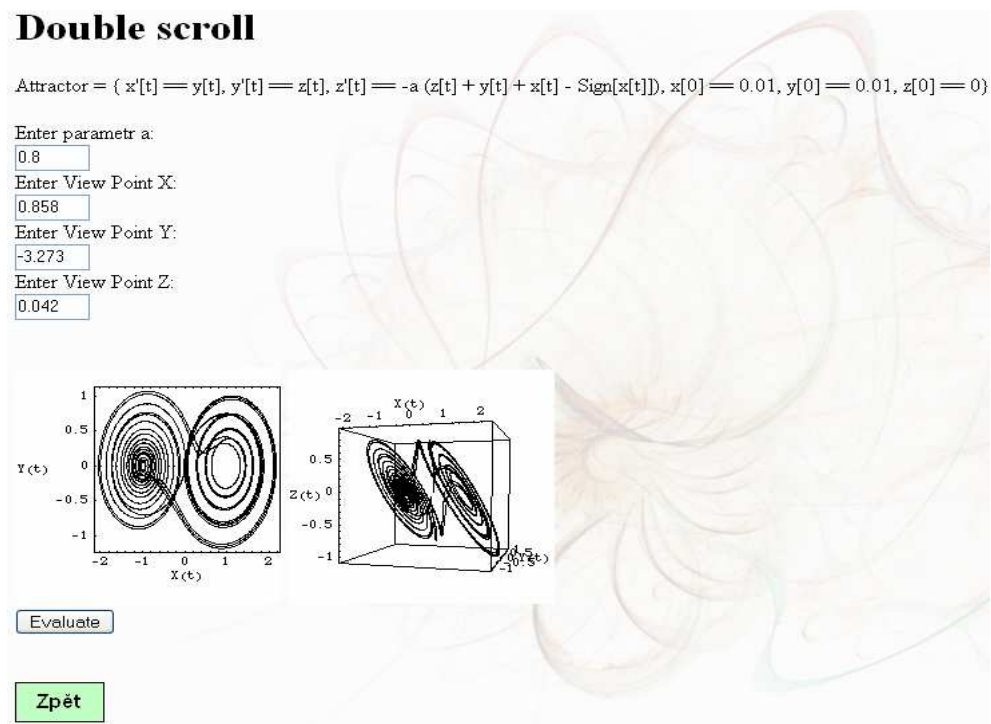
Obr. 34 Ukázka Konservativního atraktoru – Nosé-Hoover oscilator

8.2.4.4 Autonomní atraktory

Stránka s *Autonomus* atraktory nabízí tento výběr atraktorů řadících se do této skupiny
Obr. 35:



Obr. 35 Autonomní atraktory



Obr. 36 Ukázka autonomního atraktoru – Double scroll

ZÁVĚR

Hlavním úkolem této práce bylo přiblížení problematiky deterministického chaosu čtenáři v prostředí webových stránek. Zde může najít vizualizaci matematického popisu chaotického chování vytvořeného v programovém prostředí webMathematica. Webové stránky obsahují úvodní část do teorie chaosu, ale jejich hlavní myšlenka se skrývá v demonstračních příkladech, kterých je na těchto internetových stránkách velké množství. Ještě před samotným předváděním příkladů chaotického chování se v teoretické části práce zaměřuje na objasnění principů a závislostí chaotického chování včetně její historie. V teoretické části jsou jen obecně nastíněny některé náležitosti deterministického chaosu, jako například stavový prostor, logistická rovnice, bifurkační diagram, atraktory.

Další část práce obsahuje množství příkladů aplikace deterministického chaosu v praxi. Tato část měla čtenáře obohatit a ukázat, kde všude se člověk setkává s deterministickým chaosem, či jeho vlivem.

Chaos se dokonce aplikuje nejen v klasické vědě. Počítačové umění se stává více realističtější skrze používání teorie chaosu a fraktálů. Nyní pomocí jednoduchého vzorce dokáží počítače vytvořit například krásné a realistické stromy.

Teorie chaosu má již trvalý efekt na vědu, ale stále zde zbývá hodně co objevovat. Mnoho vědců věří, že dvacáté století vědy bude známé kvůli třem teoriím: relativitě, kvantové mechanice a chaosu. Teorie chaosu se nevyhnutelně stává součástí moderní vědy. Jakmile se chaos změnil z málo známé teorie k plnohodnotné teorii sobě vlastní, přitáhlo to pozornost veřejnosti.

Mnoho lidí věří, že teorie chaosu je o zmatku. Ale ve skutečnosti je pořádek pravé srdce chaosu. Vesmír není chaotický, pokud se dostatečně oddálíte nebo přiblížíte. Řád teoretické „Vědy všeho“ je velmi jednoduchý. Budoucnost může být předpovídána, pokud známe počáteční podmínky. Například, jestliže známe přesně všechny podmínky ve vesmíru, tento systém bude pokračovat podle nastaveného řádu. Všechno okolo se může zdát velmi složité a chaotické, ale ve skutečnosti tento obrovský systém je řízen jednoduchými zákony. Složitost je odvozena z jednoduchosti a jednoduchosti jsou duševní myšlenkou pořádku. Pořádek je v systémech vrozený, jen je někdy trochu těžké jej najít.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

Main part of this work was approximating the problems of deterministic chaos to reader in web pages environment. In this work reader can find a visualization of mathematic description of deterministic chaos made in webMathematica environment. Web pages include introductory part to chaos theory, but main idea of this pages is in show examples, you can find there many examples. Before separate demonstrating of examples of chaotic behaviour is work in theoretic part focused on clearing up principles and dependencies of chaotic behaviour including history. There is generally clear up some terms of deterministic chaos, for example: status space, logistic equation, bifurcation diagrams, attractors. Next part of this work contains a lot of examples of application of deterministic chaos in practices. This part should upgrade and show to reader where can man meet the deterministic chaos or its effect.

Chaos even has applications outside of classic science. Computer art has become more realistic through the use of chaos theory and fractals. Now, with a simple formula, computers can create for example a beautiful and realistic tree.

Chaos theory has already had a lasting effect on science, yet there is much still left to be discovered. Many scientists believe that twentieth century science will be known for only three theories: relativity, quantum mechanics, and chaos. Chaos theory has inescapably become part of modern science. As chaos changed from a little-known theory to a full science of its own, it has received widespread publicity.

Many people believe that chaos theory is about disorder. But in fact order is at the very heart of chaos. The universe is not chaotic if you zoom out far enough or zoom in close enough. The order of the theoretical "Theory of Everything" is very simple. The future can be predicted if the "initial conditions" are known. For example if all the precise conditions of the universe were known, the system would follow a set order. Everything around may seem very intricate and chaotic but in fact these vast system are governed by a simple set of laws. Complexity is derived from simplicity and simplicities are the soul idea of order. Order is inherent in systems it is just sometimes a little hard to find.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Arrowsmith D.K., Place C.M., An Introduction to Dynamical Systems, Cambridge University Press, UK, ISBN 0-521-316-50, 1990
- [2] Gleick J. 1996, Chaos, Ando publishing, ISBN 80-86047-04-0, 1996
- [3] Hilborn R.C 1994, Chaos and Nonlinear Dynamics, Oxford University Press, ISBN 0-19-508816-8, 1994
- [4] Horák J., Krlín L. 1996, Deterministický chaos, Academia, ISBN 80-200-0416-5, 1996
- [5] Marek M., Schreiber I., Chaotic Behaviour of Deterministic Dissipative Systems, Academia, ISBN 80-200-0186-7
- [6] Nicolis G. 1982, Introduction to Nonlinear Science, Cambridge University Press, ISBN 0-521-46782-9, 1982
- [7] Palis J., Takens F. 1993, Hyberbolicity & sensitive chaotic dynamics at homoclinic biffurcations, Cambridge University Press, ISBN 0-521-47572-4, 1993
- [8] Peitgen H.O., Jurgens H., Saupe D. 1992, Chaos and Fractals, New Frontiers of Science, Springer-Verlag 1992, ISBN 3-540-97903-4
- [9] Zelinka, Ivan. Chaos Page [online]. [cit. 2007-04-15]. Dostupný z WWW:
< <http://www.ft.utb.cz/people/zelinka/chaos/index.html>>.
- [10] Teorie chaosu [online]. [cit. 2007-5-20] Dostupný z WWW:
<<http://teorie-chaosu.navajo.cz> />
- [11] Aplikace teorie chaosu v komunikacích, Doc. Ing. Vladislav Škorpil, CSc.,
[21.05.2007], dostupné z WWW: <http://www.utko.feec.vutbr.cz/vks/materialy/Chaos.pdf>>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

HTML HyperText Markup Language - jazyk pro tvorbu internetových stránek

JSP Formát souboru vytvořeného v kódu Java Server Pages

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 A. M. Ljapunov	Obr. 2 G. Cantor	10
Obr. 3 Edward N. Lorenz – objevitel.....		11
Obr. 4 O. Rösler.....		12
Obr. 5 Lorenzův atraktor (a) a Röslerův atraktor (b).....		12
Obr. 6 Chování Van der Polova systému.....		14
Obr. 7 L. D. Landau		14
Obr. 8 J. H. Poincare	Obr. 9 R. Tom	15
Obr. 10 Ukázka citlivosti na poč. podmínky.		17
Obr. 11 Jednoduchý elektronický obvod generující chaos.		18
Obr. 12 Bifurkační diagram logistické rovnice.		20
Obr. 13 Ukázky bifurkačních diagramů – a.) Guassova mapa, b.) Henonova Mapa ,		21
Obr. 14 Podivný atraktor		25
Obr. 15 Kruhy indikující stroboskopický povrch daného úseku		27
Obr. 16 Neurony v lidském mozku.....		29
Obr. 17 Kolonie bakterií		30
Obr. 18 webMathematica technologie		38
Obr. 19 Ceník Mathematica.....		39
Obr. 20 Ukázka webových stránek		41
Obr. 21 Bifurkační diagramy – úvod		42
Obr. 22 Populace při $X(0)=0.1, A=2.8$		43
Obr. 23 Vývoj pro $r = 3.3$		44
Obr. 24 Vývoj pro $r=3.5$		45
Obr. 25 Bifurkační diagram s parametrem A v intervalu $<0, 4>$		46
Obr. 26 Parametr A v intervalu $<3.5, 4>$		47
Obr. 27 Ukázka stránky se Sinusovo-kruhovou mapou a jejím Bifurk. diagramem		47
Obr. 28 Atraktory.....		49
Obr. 29 Atraktory 3D flows.....		50
Obr. 30 3D flows – Rösslerův atraktor.....		51
Obr. 31 Dissipativní atraktory		52
Obr. 32 Ukázka dissipativního atraktoru – Ikeda		52
Obr. 33 Konservativní atraktory		53

Obr. 34 Ukázka Konservativního atraktoru – Nosé-Hoover oscilator	53
Obr. 35 Autonomní atraktory.....	54
Obr. 36 Ukázka autonomního atraktoru – Double scroll.....	54

SEZNAM PŘÍLOH

P I Ukázka JSP kódu - Ikeda

PŘÍLOHA P I: UKÁZKA JSP KÓDU - IKEDA

```
<%@ page language="java" %>

<%@ taglib uri="/webMathematica-taglib" prefix="msp" %>

<STYLE TYPE = "text/css">

BODY      { background: white url(pict/background.png);
            background-repeat: no-repeat;
            background-position: top left;
            background-attachment: fixed }

.header { font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 14px; font-weight: bold;
color: #000000}

</STYLE>

<div align="right"></div>

<html>

<head>

<title>IKEDA</title>

</head>

<body>

<h1>IKEDA</h1>

<form action="ikedacompile.jsp" method="post">

Enter alpha:

<br>

<input type="text" name="varalpha" value="6" size="5" />

<br>

Enter beta:

<br>
```

<input type="text" name="varbeta" value="0.4" size="5" />

Enter gamma:

<input type="text" name="vargama" value="1" size="5" />

Enter mi:

<input type="text" name="varmi" value="0.9" size="5" />

Enter Xstart:

<input type="text" name="varXXstart" value="0" size="5" />

Enter Ystart:

<input type="text" name="varYYstart" value="0" size="5" />

Enter pocet bodu:

<input type="text" name="varpocet" value="30000" size="5" />

<msp:allocateKernel>

<msp:evaluate>

Needs["MSP`"]

SetSecurity[];

</msp:evaluate>

<msp:evaluate>

```
Ikeda = Compile[{{x, _Real}, {y, _Real}, {alpha, _Real}, {
  beta, _Real}, {gama, _Real}, {mi, _Real}}, {gama + mi (
  x Cos[beta - alpha/(1 + x^2 + y^2)] - y Sin[beta - alpha/(
  1 + x^2 + y^2)]), mi(x Sin[
  beta - alpha/(1 + x^2 + y^2)] + y Cos[beta - alpha/(1 + x^2 + y^2)])];
```

</msp:evaluate>

<msp:evaluate>

```
alpha=If[ MSPValueQ[ $\alpha$ ],MSPToExpression[ $\alpha$ ]];
beta=If[ MSPValueQ[ $\beta$ ],MSPToExpression[ $\beta$ ]];
gama=If[ MSPValueQ[ $\gamma$ ],MSPToExpression[ $\gamma$ ]];
mi=If[ MSPValueQ[ $\mu$ ],MSPToExpression[ $\mu$ ]];
XXstart=If[ MSPValueQ[ $XX_{start}$ ],MSPToExpression[ $XX_{start}$ ]];
YYstart=If[ MSPValueQ[ $YY_{start}$ ],MSPToExpression[ $YY_{start}$ ]];
pocet=If[ MSPValueQ[ $pocet$ ],MSPToExpression[ $pocet$ ]];

```

</msp:evaluate>

<msp:evaluate>

```
IkedaPlotData = NestList[Ikeda[#1[[1]], #1[[2]], alpha, beta, gama, mi] &, {XXstart,
YYstart}, pocet];
```

</msp:evaluate>

<msp:evaluate>

```
If[MSPValueQ[ $\alpha$ ],
MSPShow[ListPlot[IkedaPlotData, TextStyle -> {FontWeight -> "Plain", FontColor ->
RGBColor[0, 0, 0], FontSize -> 12}, Axes -> False, PlotJoined -> False,GridLines ->
```

```
None, PlotRange -> All, Frame -> True, ImageSize -> 200, AspectRatio -> 1, PlotStyle ->
PointSize[0.001], FrameLabel -> {"x", "y"}]]
```

```
]
```

```
</msp:evaluate>
```

```
</msp:allocateKernel>
```

```
<br>
```

```
<input type="submit" name="submitButton" value="Evaluate" />
```

```
<br><br>
```

```
<a href="http://zelinka-
mathematica.utb.cz:8080/webMathematica/student/rada/chaos/dissipative.html"><left><br
><IMG SRC="http://zelinka-
mathematica.utb.cz:8080/webMathematica/student/rada/chaos/obrazy/zpet2.gif"
border=0></center></a><br>
```

```
</body>
```

```
</html>
```