

# **Analýza a návrh vektorově řízeného pohonu pro pohyb gumárenských kalandrů**

Bc. Michal Mucha

---

Diplomová práce  
2017



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
akademický rok: 2016/2017

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Michal Mucha**

Osobní číslo: **A14397**

Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**

Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Analýza a návrh vektorově řízeného pohonu s indukčním strojem pro pohyb gumárenských kalandrů**

Téma anglicky: **The Analysis and Design of Vectorially controlled Drives with an Inductive Machine for Rubber Calender Movements**

Zásady pro vypracování:

1. Vytvořte 3D model existujícího zařízení (včetně možnosti animace) pro mísení a vytváření gumové směsi.
2. Proveďte identifikaci parametrů použitého indukčního motoru.
3. Vytvořte dynamický model fyzikálních interakcí včetně existujícího indukčního motoru.
4. Navrhněte vektorové řízení otáček indukčního motoru a měničové realizace.
5. Simulačně ověřte ovládání řízení otáček indukčního motoru na reálném uspořádání pohonu kalandru.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **ÚŘEDNÍČEK, Z.:** Elektromechanické akční členy, Univerzita T. Bati ve Zlíně, Zlín 2009, ISBN 978-80-7318-835-1
2. **ÚŘEDNÍČEK, Z.:** Robotika, Univerzita T. Bati ve Zlíně, Zlín 2012, ISBN 9788074542237
3. **ŠKRLEC I.:** Moderné štruktúry vektorového riadenia asynchrónnych motorov, Písomný referát k rigoróznjej skúške, EF STU Bratislava 1993
4. **BRANŠTETTER, P.:** Technické prostředky pro řízení elektrických pohonů, FEI VŠB-TU Ostrava 2005
5. **ŽALMAN, M.:** Akčné členy, Fakulta elektrotechniky a informatiky STU Bratislava, Bratislava 2002
6. **SKALICKÝ, J.:** Elektrické servopohony, skripta Fakulty elektrotechniky a komunikačních technologií, Brno
7. **CRAIG, J. J.** Introduction to Robotics, Mechanics and Control. Reading, Mas. : Addison-Wessley, 1989. ISBN 0201103265
8. **BRADLEY D.A & KOL.:** Machatronics, Chapman & Hall 1991, ISBN 0-412-58290-2

Vedoucí diplomové práce:

**doc. RNDr. Ing. Zdeněk Úředníček, CSc.**  
Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání diplomové práce:

**3. března 2017**

Termín odevzdání diplomové práce:

**22. května 2017**

Ve Zlíně dne 3. března 2017



doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D.  
*děkan*



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*

**Jméno, příjmení: Michal Mucha, Bc.**

**Název bakalářské/diplomové práce: Analýza a návrh vektorově řízeného pohonu pro pohyb gumárenských kalandrů**

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové/bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně, dne 22.5.2017

.....*Mucha*.....  
podpis diplomanta

## **ABSTRAKT**

Diplomová práca sa zaoberá problematikou riadenia otáčavej uhlovej rýchlosti asynchrónneho motora s kotvou nakrátko, konkrétne s aplikáciou v gumárenskom priemysle na kalander pre valcovanie kaučukových zmesí. Pri analýze a návrhu pohonu je použitý princíp nepriameho vektorovo orientovaného riadenia prúdovo napájaného asynchrónneho stroja. V práci je detailne rozobraný dynamický model fyzikálnych interakcií celého usporiadania, ako aj určenie maximálneho záťažného momentu pri procese kalandrovania a momentov zotrvačností jednotlivých súčastí.

**Kľúčové slová:** kalander, kalandrovanie, asynchrónny stroj, indukčný stroj, vektorové riadenie, analýza pohonu, návrh pohonu

## **ABSTRACT**

The diploma thesis deals with the problem of controlling rotational angular velocity of asynchronous motor with squirrel cage, specifically with application in the rubber industry for calendering of rubber mixtures. The principle of non-direct vector-oriented control of the current-powered asynchronous machine is used in the phase of analysis and design of the drive. There is detailed dynamic model of physical interactions of the whole arrangement in the thesis, as well as determination of maximum torque exerted on asynchronous machine in the calendering process and the moments of inertia of individual components.

**Keywords:** calender, calendering, asynchronous machine, induction machine, vector control, drive analysis, drive design

Chcel by som poďakovať doc. RNDr. Ing. Zdeňkovi Úředníčkovi, CSc. za pomoc, kontrolu, odborné vedenie a pedagogickú podporu pri vypracovaní diplomovej práce a počas štúdia. Ďalej chcem poďakovať svojej rodine a priateľke za všetku lásku a podporu.

„Existujú tisíce spôsobov, ako zabiť čas, ale žiadny, ako ho vzkriesiť.“ (Albert Einstein)

Prehlasujem, že odovzdaná verzia diplomovej práce a verzia elektronická nahraná do IS/STAG sú totožné.

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>8</b>
<b>I TEORETICKÁ ČASŤ</b> .....	<b>9</b>
<b>1 KALANDROVANIE</b> .....	<b>10</b>
1.1 FUNKCIA KALANDRA.....	10
1.2 TYPY KALANDROV A ICH POUŽITIE.....	11
1.3 KONŠTRUKCIA KALANDRA.....	12
1.3.1 Valce.....	12
1.3.2 Vyhrievanie valcov.....	14
1.3.3 Pohony.....	15
1.3.4 Prevodovky.....	15
1.4 VELIČINY PÔSOBIACE PRI KALANDROVANÍ.....	16
1.4.1 Tlak v štrbine.....	16
1.4.2 Rozťažnosť materiálu.....	17
1.4.3 Sila a záťažný moment pôsobiaci na valce.....	18
1.4.4 Moment zotrvačnosti.....	19
1.4.5 Pohybová rovnica.....	19
<b>2 ASYNCHRÓNNY MOTOR</b> .....	<b>21</b>
2.1 KONŠTRUKČNÉ USPORIADANIE.....	21
2.1.1 Stator.....	22
2.1.2 Rotor.....	23
2.2 TOČIVÉ MAGNETICKÉ POLE.....	24
2.3 PRINCÍP ČINNOSTI.....	25
2.4 ZÁKLADNÉ POJMY.....	27
2.5 MATEMATICKÝ MODEL.....	28
2.5.1 Základné rovnice.....	29
2.5.2 Transformácia základných rovníc.....	33
2.6 MOMENTOVÁ CHARAKTERISTIKA.....	40
2.6.1 Ustálený stav.....	40
2.7 RIADENIE RÝCHLOSTI.....	44
2.7.1 Riadenie zmenou počtu pólových párov.....	44
2.7.2 Riadenie zmenou sklzu.....	44
2.7.3 Riadenie zmenou napájacej frekvencie.....	45
<b>3 VEKTOROVÉ RIADENIE ASYNCHRÓNNYCH MOTOROV</b> .....	<b>46</b>
3.1 PRINCÍP.....	47
3.1.1 Vektorový tvar transformovaných rovníc stroja.....	48
3.1.2 Odvodenie vektorovo orientovaného riadenia.....	48
<b>II PRAKTICKÁ ČASŤ</b> .....	<b>52</b>
<b>4 KALANDER</b> .....	<b>53</b>
4.1 MOMENT ZOTRVAČNOSTI VALCOV.....	54
4.1.1 Hnací valec.....	55
4.1.2 Hnaný valec.....	59

4.2	PREVODOVKY KALANDRA .....	60
4.3	ZÁŤAŽNÝ MOMENT V ŠTRBINE .....	61
4.4	POHYBOVÁ ROVNICA KALANDRA .....	62
4.5	3D MODEL .....	64
<b>5</b>	<b>DYNAMICKÝ MODEL ASYNCHRÓNNEHO STROJA.....</b>	<b>66</b>
5.1	PRÚDOVO NAPÁJANÝ MODEL.....	66
5.1.1	Bránová schéma .....	67
5.1.2	Model AS v prostredí DYNAST.....	69
5.2	PARAMETRE MODELU AS .....	71
5.2.1	Metóda najmenších štvorcov.....	73
<b>6</b>	<b>SIMULÁCIE.....</b>	<b>78</b>
6.1	MODEL KALANDRA .....	78
6.2	VEKTOROVÉ RIADENIE RÝCHLOSTI ASYNCHRÓNNEHO MOTORA.....	81
6.3	MODEL KALANDRA S VEKTOROVO RIADENÝM AS.....	84
	<b>ZÁVER .....</b>	<b>86</b>
	<b>ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY.....</b>	<b>87</b>
	<b>ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK.....</b>	<b>89</b>
	<b>ZOZNAM OBRÁZKOV .....</b>	<b>90</b>
	<b>ZOZNAM TABULIEK .....</b>	<b>92</b>



## ÚVOD

Asynchronný motor s kotvou nakrátko bol donedávna najčastejšie používaným typom elektromotora v pohonoch. Je to hlavne pre dobré prevádzkové vlastnosti, široký výkonový rozsah a jednoduchú konštrukciu, ktorá umožnila jeho sériovú výrobu a teda nízku cenu. V dnešnej dobe je nahradzovaný prevažne synchronnými motormi s permanentnými magnetmi (PMSM). V priemyselnej oblasti sa však stále vyskytuje značné množstvo asynchronných motorov napájaných priamo zo striedavej trojfázovej siete bez akéhokoľvek vyššieho riadenia. Preto vzniká požiadavka na riadenie ich rýchlosti, prípadne generovaného momentu.

Dynamika asynchronných motorov je značne komplikovaná, preto ich riadenie vyžaduje veľmi rýchle procesory. Vzhľadom na zložitosť asynchronných strojov, sú aj metódy ich riadenia pomerne zložité. Existuje množstvo prístupov s rôznym stupňom zložitosti, no za najprogressívnejší spôsob riadenia sa v súčasnosti považuje vektorovo orientované riadenie.

Vektorové riadenie je výsledkom snahy o dosiahnutie dynamických vlastností frekvenčne riadeného asynchronného motora porovnateľných s jednosmernými motormi s cudzím buđením. Princípy vektorového riadenia ako prvý popísal začiatkom 70. rokov minulého storočia F. Blaschke. Jeho práca spôsobila prelom v oblasti riadenia striedavých strojov.

Cieľom práce je návrh vektorovo riadeného pohonu s asynchronným motorom pre gumárenský kalander používaný vo výrobnom podniku. Na kalandri sú vyrábané tenké pásy kaučkových zmesí, z ktorých sa ďalej vyrábajú tzv. silentbloky pre automobilový priemysel Európy. Stroj v súčasnosti pracuje s konštantnou rýchlosťou, danou parametrami napájacej siete a záťažným momentom, vznikajúcim v štrbine počas kalandrovania.

Riadením rýchlosti otáčania valcov kalandra sa zamedzí zadrhávaniu stroja pri preťažení, a taktiež sa zvýši efektívnosť výroby na stroji.

## **I. TEORETICKÁ ČASŤ**

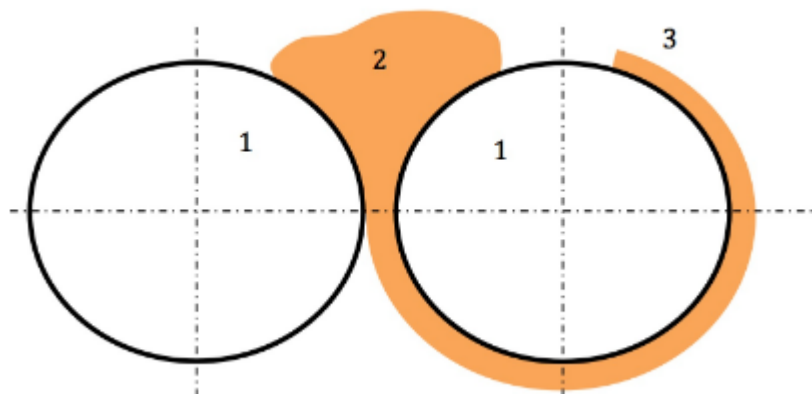
## 1 KALANDROVANIE

Kalandrovanie je technologický spôsob tvárnenia polymérov medzi vyhrievanými valcami viacvalcového stroja – kalandra. Kalander patrí do najskoršej skupiny zariadení používaných pre spracovanie prírodného kaučuku. Už v tridsiatych rokoch 18. storočia ho predstavili Edwin Chaffee a Charles Goodyear v USA. V dnešnej modernej dobe sa už kalander zväčša nepoužíva. Jeho funkciu vo výrobnom priemysle nahradili iné, novšie stroje.

Kalandrovacie linky patria ku najväčším a investične najnáročnejším zariadeniam spracovateľského priemyslu. V plastikárskom a gumárskom priemysle sa kalandrovanie používa napríklad pre výrobu fólií a podlahovín, koženiek alebo pre nanášanie polymérov na textilné podložky. Intenzitu kalandrovania ovplyvňuje veľkosť štrbiny medzi valcami a rozdiel v obvodových rýchlostiach valcov – sklz. Každým ďalším prechodom materiálu medzi dvojicou valcov sa zlepšuje kvalita hnetenia a kvalitu povrchu [1].

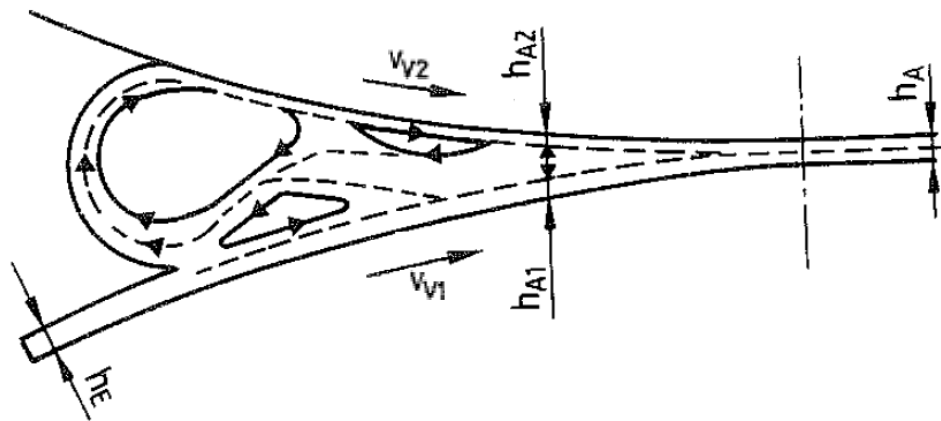
### 1.1 Funkcia kalandra

Princíp kalandrovania spočíva v hnetení kaučukovej zmesi privádzanej na začiatok štrbiny medzi dvoma valcami. Všetka privádzaná hmota však nemôže prejsť úzkou štrbinou a hromadí sa pred ňou v otáčajúcej sa roličke tak, ako je znázornené na obrázku 1.



Obrázok 1: Princíp valcovania (dvojvalec). 1 – valec, 2 – rolička, 3 – opásanie

V prípade viacvalcových kalandrov vzniká rolička pred všetkými štrbinami. Prúdenie v roličke pred štrbinou kalandra je naznačené na obrázku 2. Je zrejmé, že spodná časť vstupujúceho pásu prechádza štrbinou nezmenená, zatiaľ čo horná časť je strhávaná do stredu roličky a znovu hnetená.



Obrázok 2: Otáčajúca sa rolička v štrbine medzi valcami kalandra

Kde  $h_E$  – vstupná hrúbka fólie,  $h_A$  – konečná hrúbka fólie,  $v_{V1}$ ,  $v_{V2}$  – obvodové rýchlosti valcov a platí  $v_{V1} \neq v_{V2}$  a  $h_A = h_{A1} + h_{A2}$ .

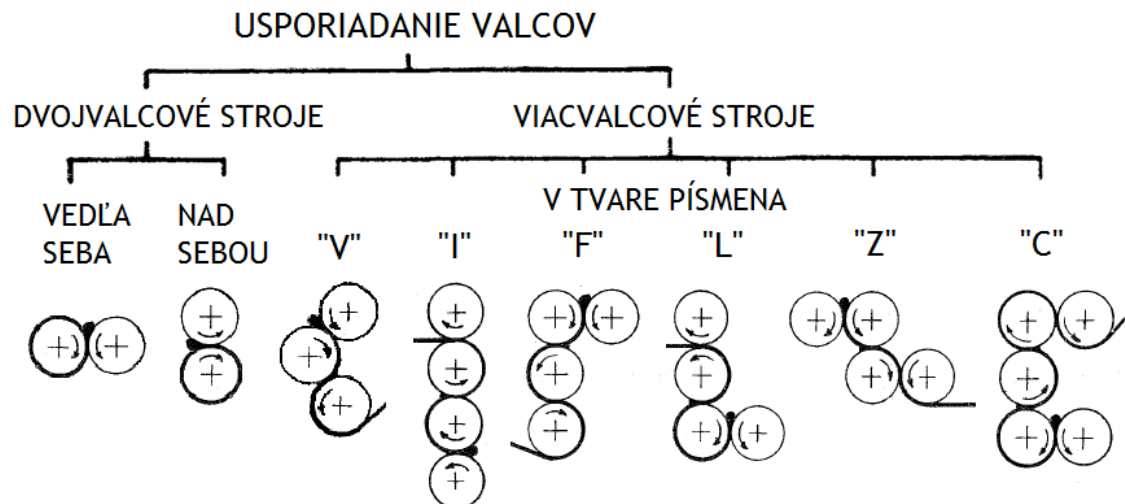
## 1.2 Typy kalandrov a ich použitie

Pre najrôznejšie účely sa vyrábajú rôzne typy kalandrov, ktoré je možno najjednoduchšie klasifikovať podľa počtu valcov. V najjednoduchšom prípade sa môže použiť pre kalandrovanie dvojvalcové usporiadanie a to buď s valcami vedľa seba alebo nad sebou. Takéto kalandre sa používajú napríklad pre zdvojovanie fólií, pre leštenie ich povrchu alebo pre dezénovanie koženiek.

Viacvalcové stroje používané pre prípravu kaučukových fólií môžu mať rôzny počet valcov (3 až 5) v rôznom usporiadaní. Najbežnejšie sú trojvalce a štvorvalce, ale existujú aj päťvalce. Trojvalce majú valce usporiadané najčastejšie v rade nad sebou alebo vedľa seba, menej obvyklé je uhlové usporiadanie. Trojvalcové kalandre sa používajú napríklad pre jednosstranné nanášanie polymérnych zmesí na textilnú podložku.

Najrozšírenejšími kalandrami pre výrobu fóliového materiálu sú švorvalce. Môžu byť usporiadané podľa vzájomnej polohy valcov na štyri základné typy. Najstaršie boli stavané v tvare písmena I. Od tohto konceptu sa už prakticky upustilo, pretože tieto štvorvalce nevyhovovali z hľadiska konštrukčného (náročné nastavovanie medzier medzi prostrednými valcami), ako aj z hľadiska celkovej výšky stroja a jeho prístupnosti pre obsluhujúceho pracovníka. Pre tieto dôvody sa postupne prechádzalo na štvorvalcové kalandre v tvare písmen F, L a Z.

U pětivalcových usporiadaní sa používa ešte jeden typ v tvare písmena C. Štvorvalcové a pětivalcové kalandre sa používajú pre výrobu hladkých, tenkých fólií alebo pre prípravu dezénovaných a profilovaných pásov. Súhrnné rozdelenie kalandrov podľa počtu a usporiadania valcov je na obrázku 3 [2][3].



Obrázok 3: Rozdelenie kalandrov podľa usporiadania valcov

### 1.3 Konštrukcia kalandra

Konštrukcia kalandrov sa líši podľa výrobcu a plánovaného použitia. Vyvinul sa však spoločný základ pre riešenie najdôležitejších konštrukčných častí súvisiacich s nutnosťou dodržiavať presné rozmery výrobkov, ich kvalitu apod. Zložitosť konštrukcie závisí od požiadavky na hrúbku vyrábanej fólie a výkonnosť stroja.

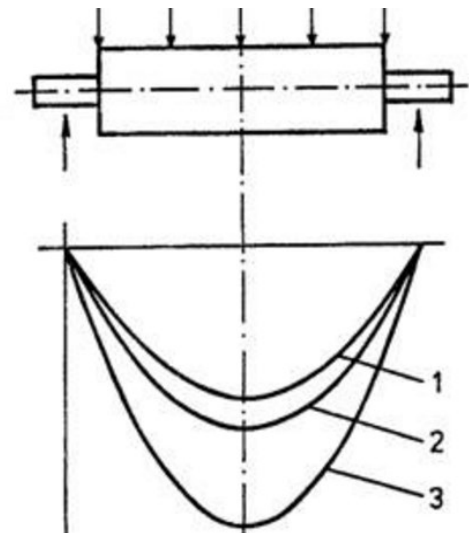
#### 1.3.1 Valce

Na vlastnosti valcov kalandra sa kladú značné požiadavky. Vyžaduje sa mimoriadna obvodová presnosť valcov a to najmä pri prevádzkových teplotách, veľká tvrdosť povrchu a tuhosť pri ohýbaní a taktiež chemická odolnosť.

Valce sú charakterizované priemerom a dĺžkou pracovnej časti. V dnešnej dobe sa vyrábajú kalandre do maximálnych rozmerov valcov 800 mm v priemere a 2800 mm na dĺžku. Valce s väčším priemerom sa bežne nevyrábajú z dôvodu nadmernej záťaže ložísk a nadmerného termického namáhania zmesi. Pomer medzi dĺžkou pracovnej časti valcov a priemerom býva v súčasnej dobe až 3,7, pričom v minulosti bol tento pomer okolo 2,5. Použitie vyššieho pomeru umožnili novodobé materiály, ktoré aj pri väčších dĺžkach valcov nevyvolávajú

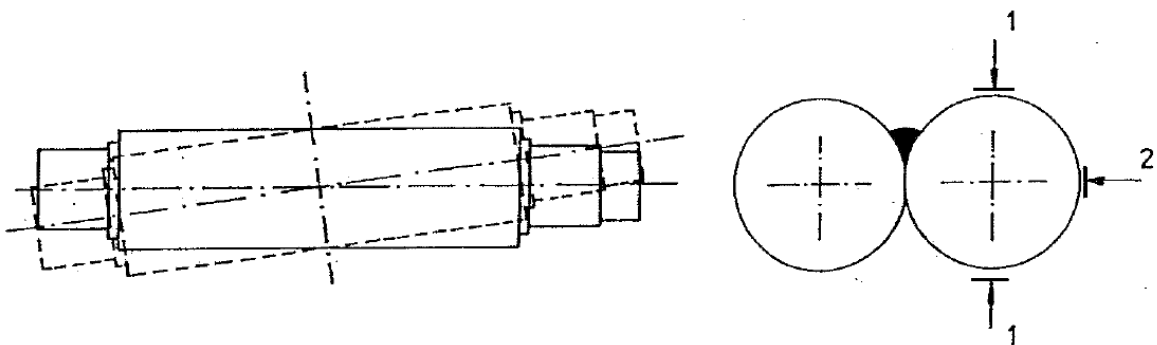
problémy spojené s ich priehybom. Valce kalandra majú na povrchu nanesenú vrstvu tvrdého chrómu, pretože bývajú mimoriadne chemicky namáhané.

Priechodom materiálu medzi valcami vznikajú v štrbine sily, ktoré sú pre dané valce ovplyvňované hrúbkou kalandrovanej fólie, rýchlosťou kalandrovania a viskozitou spracovávaného materiálu. Tieto sily spôsobujú ľahké prehnutie valcov. Priehybové krivky pre valce z rôznych materiálov sú znázornené na obrázku 4: 1 – oceľové valce, 2 – valce vyrobené združeným odlievaním, 3 – valce vyrobené z tvrdej liatiny. Aj keď je toto prehnutie iba v rozmeroch stotín až desiatín mm, má za následok rozdielnu hrúbku výrobku v strede a na okrajoch, čo spôsobuje problémy pri navíjaní a ďalšom spracovaní.



Obrázok 4: Priehybové krivky valcov

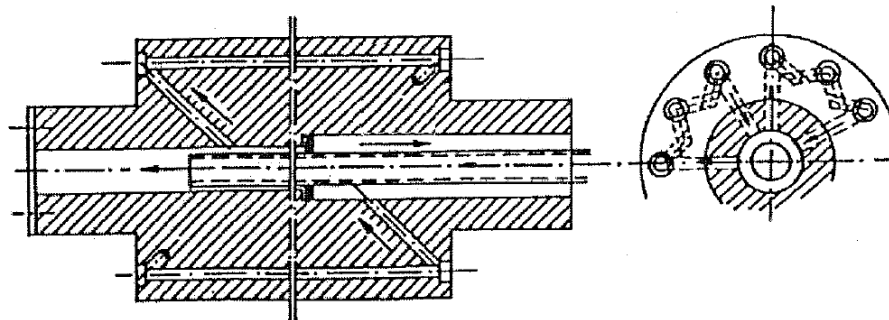
Aby sa zabránilo tomuto nežiadúcemu efektu, používa sa technika brúsenia povrchu valcov tak, aby boli mierne vypuklé – bombírované. Potom sa valec pri zaťažení zmesou prehne tak, že hrúbka fólie sa po celej šírke valca vyrovná. Je ale potrebné brať do úvahy fakt, že pre každú viskozitu zmesi aj valcovaciu rýchlosť by bolo nutné použiť inú vypuklosť valcov. Preto sa pre kompenzáciu prehnutia používa kombinácia bombírovania s krížením ôs valcov. Princíp kompenzácie prehnutia valcov krížením spočíva v tom, že sú valce najbližšie pri sebe v strednej časti, takže v stave bez záťaže je medzi nimi štrbina, ktorá je širšia na okrajoch – pozri obrázok 5. Pri zaťažení sa valce v strede od seba vzdialia a štrbina sa po celej šírke vyrovná. Pri krížení je potrebná špeciálna úprava ložísk a pohonu valcov kalandra [4].



Obrázok 5: Princíp kompenzácie prehnutia valcov krížením. 1 – smer pohybu kríženia valcov, 2 – smer pohybu valcov pri nastavení šírky štrbiny

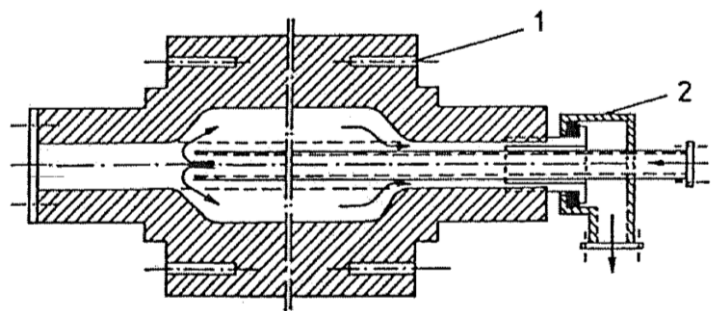
### 1.3.2 Vyhrievanie valcov

Pri kalandrovaní fólií má zásadný význam presnosť, s akou je dodržovaná pracovná teplota valcov na celej dĺžke ich povrchu. Vzhľadom na dobrú kvalitu výrobku sa vyžaduje kolísanie teploty maximálne v rozmedzí 1 °C. Vážnym problémom pri regulácii teploty valcov je kompenzácia odvodu tepla ložiskami a stojanom tak, aby teplota na okrajoch valcov nebola menšia ako v strede. U väčšiny strojov určených pre prácu s vysokými teplotami sa používajú valce vŕtané pod povrchom. Na obrázku 6 je zobrazený pozdĺžny a priečny rez takýmto valcom, kde smer šípok znázorňuje prúdenie média. Vyhrievanie valcov je realizované cirkulujúcou tlakovou vodou. Výhodou tohto usporiadania je, že tlaková voda valce nielen ohrieva, ale aj chladí v prípade, že vplyvom hnetenia polyméru dôjde k prekročeniu požadovanej teploty.



Obrázok 6: Pozdĺžny a priečny rez valcom vŕtaným pod povrchom

Používané sú aj valce s centrálnym otvorom. Vyhrievacie, po prípade chladiace médium býva väčšinou tlaková voda, ktorá vstupuje do dutého stredu valca, pričom výstup je na rovnakej strane ako vstup. V tomto prípade je problém odvodu tepla ložiskami a stojanom kalandra vyriešený tak, že sú okraje valcov ohrievané prídavným odporovým vykurovaním. Na obrázku 7 je zobrazený rez takýmto valcom, kde kóta 1 označuje otvory pre prídavné odporové vykurovanie a kóta 2 značí vstupne výstupnú hlavu. Smer prúdenia tlakovej vody je znázornený šípkami.



Obrázok 7: Rez valcom s centrálnym otvorom

### 1.3.3 Pohony

Trojvalcové kalandre starších typov boli poháňané väčšinou komutátorovým motorom, čo umožňovalo plynule meniť otáčky stroja. Pohon bol prevádzaný z jedného motora ozubenými prevodmi cez stredný valec.

U moderných strojov sa používa prevažne oddelený pohon valcov. Prevodové ozubené kolesá valcov sú uložené v samostatnej prevodovej skrini a záťažný moment je na valce prenášaný kĺbovými spojkami, ktoré umožňujú stranové vychýlenie. Kĺbové spojky umožňujú jednoduché križenie a nastavovanie valcov. Oddelený pohon umožňuje navyše lepšiu ochranu ozubených kolies pred prachom a výparmi, umožňuje účinnejšie mazanie ozubených kolies a ložiská valcov nie sú zaťažované váhou ozubených kolies.

Zavedenie pohonu jednosmernými motormi umožnilo nielen plynulú a nezávislú zmenu otáčok jednotlivých valcov kalandra, ale taktiež dalo podmienky pre automatizáciu a synchronizáciu stroja so spracovateľskou linkou. Jednosmerné motory sa však používali iba krátku dobu, nakoľko boli nahradené asynchrónnymi strojmi, ktoré sa najlepšie osvedčili v praxi. Regulácia rýchlosti valcov kalandra spravidla býva v rozsahu 10 až 100 ot/min [2].

### 1.3.4 Prevodovky

Dôležitým subsystémom takmer každého stroja alebo priemyselnej aplikácie sú prevodovky. Základnou úlohou je dosiahnutie zmeny uhlovej rýchlosti a s tým súvisiacu zmenu záťažného momentu na hnanom hriadeli. Okrem toho môžu mať prevodovky aj ďalšie funkcie, ako napríklad zmenu zmyslu otáčania, polohy a smeru osí. Medzi základné charakteristiky prevodoviek patrí výkon a otáčky na výstupnom hriadeli, prevodový pomer, účinnosť a požadovaná trvanlivosť.

Účinnosť sa u každého typu prevodovky líši. Za dobrú prevodovku je však považovaná taká, ktorá dosahuje účinnosť vyššiu ako 93 %.

Prevodový pomer  $i$  je pomer uhlových rýchlostí hnacieho hriadeľa  $\omega_1 = 2\pi n_1$  a hriadeľa hnaného  $\omega_2 = 2\pi n_2$ . Uhlové rýchlosti oboch hriadeľov sú priamo úmerné ich frekvencii otáčania ( $n_1, n_2$ ). V prípade ozubených kolies je uhlová rýchlosť a frekvencia otáčania nepriamo úmerná počtu zubov kolies ( $z_1, z_2$ ) [5].

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (1.1)$$



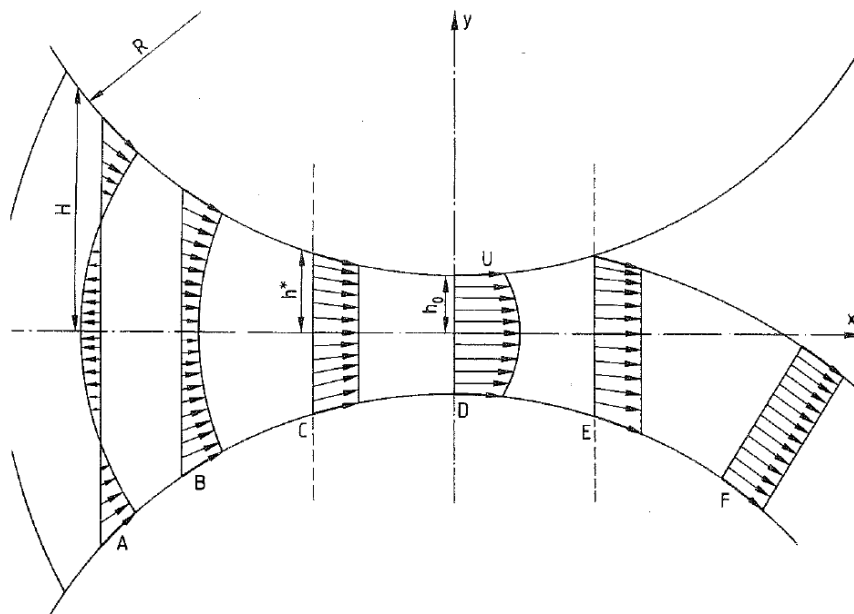
Kde  $\omega_1$  – uhlová rýchlosť hnacieho hriadeľa [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $\omega_2$  – uhlová rýchlosť hnaného hriadeľa [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $n_1$  – frekvencia otáčania hnacieho hriadeľa [ $\text{min}^{-1}$ ],  $n_2$  – frekvencia otáčania hnaného hriadeľa [ $\text{min}^{-1}$ ],  $z_1$  – počet zubov hnacieho koleša [-],  $z_2$  – počet zubov hnaného koleša [-].

## 1.4 Veličiny pôsobiace pri kalandrovaní

Pri analýze a návrhu pohonu kalandra je dôležité poznať parametre poháňaného stroja a vlastnosti spracovávanej suroviny. Na základe týchto informácií je potom možné určiť napríklad veľkosť tlaku v štrbine pri prevádzke, silové pôsobenie a záťažný moment vyvíjaný na valce počas prechodu zmesi štrbinou. Taktiež je nutné uvažovať, že pri rotácii majú jednotlivé valce určité momenty zotrvačnosti. Vzhľadom na veľkosť a hmotnosť rotujúcich súčastí si nemožno dovoliť tieto momenty zanedbať a treba s nimi pri analýze a návrhu pohonu počítať.

### 1.4.1 Tlak v štrbine

Dôležitým predmetom skúmania pri kalandrovaní je tlak v štrbine medzi valcami. Pre výpočet tohto tlaku bola využitá symetrická Newtonovská analýza uvedená v zdroji [6], ktorá uvažuje symetrický tok zmesi a teda symetrické rozloženie tlaku v štrbine. Na obrázku 8 je znázornený približný tok v kalandri, kde  $R$  je polomer valcov,  $h_0$  je polovica veľkosti medzery medzi nimi a  $H$  označuje polovicu výšky roličky.



Obrázok 8: Približný tok zmesi pri kalandrovaní

Tlak v takejto štrbine môžeme potom vyjadriť pomocou Reynoldsovej rovnice ako

$$\frac{dp}{dx} = 3\eta U \left[ \frac{h - h^*}{h^3} \right] \quad (1.2)$$

Kde  $\eta$  – dynamická viskozita [ $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ],  $U$  – rýchlosť valcov [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $h$  – polovica hrúbky pásu polyméru [ $\text{mm}$ ].

Hodnota  $2h^*$  reprezentuje medzeru medzi valcami v bode C, kde je tlak najväčší. Táto veľkosť zároveň zodpovedá hrúbke fólie na výstupe.

#### 1.4.2 Roztlačnosť materiálu

Roztlačnosť materiálu je definovaná ako pomer hrúbky pásu v kontakte s valcom v bode F a veľkosťou štrbiny medzi valcami v bode D

$$r = \frac{h^*}{h_0}$$

Definovaním novej premennej ako

$$a = \pm \sqrt{\frac{h}{h_0} - 1} = \frac{x}{\sqrt{2Rh_0}}$$

Môžeme prepísať Reynoldsovu rovnicu nasledovne

$$\frac{dp}{da} = 3\eta U \frac{\sqrt{2Rh_0}}{h_0^2} \left[ \frac{a^2 - a^{*2}}{(a^2 + 1)^3} \right]$$

Integrovaním tejto rovnice od  $-a_H$  do  $a$ , kde

$$-a_H = -\sqrt{\frac{H}{h_0} - 1}$$

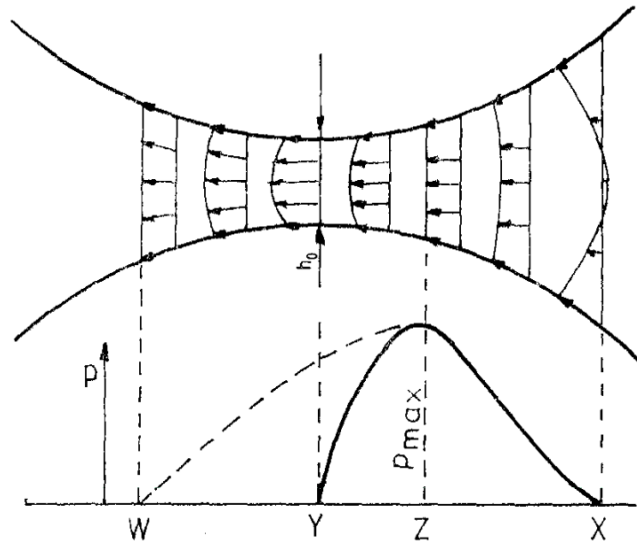
Za predpokladu že na začiatku je tlak nulový, získame vzťah pre tlakový profil v štrbine

$$p(a) = 3\eta U \frac{\sqrt{2Rh_0}}{h_0^2} \int_{-a_H}^a \frac{a^2 - a^{*2}}{(a^2 + 1)^3} da \quad (1.3)$$

Hodnotu  $a^*$ , tiež označovanú ako zotavovací pomer materiálu získame položením tlaku na výstupe nule ako

$$p(a^*) = 0 = \int_{-a_H}^{a^*} \frac{a^2 - a^{*2}}{(a^2 + 1)^3} da$$

Teraz už môžeme vypočítať tlakový profil z rovnice (1.2). Obrázok 9 znázorňuje rozloženie tlaku v štrbine pri rovnakej obvodovej rýchlosti valcov.



Obrázok 9: Tlakový profil v štrbine pri rovnakej obvodovej rýchlosti valcov

### 1.4.3 Sila a záťažný moment pôsobiaci na valce

Pri návrhu pohonu nás z priebehu tlakového profilu zaujíma predovšetkým hodnota  $p_{max}$ . Pomocou integrácie rovnice (1.2) dokážeme určiť silu a taktiež záťažný moment pôsobiaci na valce. Vzťahy pre výpočet týchto veličín uvedené v zdroji [6] str. 103 sú nasledovné

$$F = 1,23 \frac{\eta RUW}{h_0} \quad (1.4)$$

$$C = 1,62 \eta RUW \sqrt{\frac{2R}{h_0}} \quad (1.5)$$

Kde  $F$  – oddel'ovacia sila pôsobiaca na valce [kN],  $C$  – záťažný moment pôsobiaci na valec [kNm],  $R$  – polomer valcov [m],  $U$  – rýchlosť valcov [ $m \cdot s^{-1}$ ],  $W$  – šírka spracovaného pásu fólie [m],  $h_0$  – polovica veľkosti štrbiny [mm],  $\eta$  – dynamická viskozita [ $Pa \cdot s$ ].

V rovnakom zdroji je uvedená taktiež asymetrická Newtonovská analýza, ktorá viac zodpovedá realite, avšak v oboch prípadoch sú hodnoty  $p_{max}$  za rovnakých podmienok totožné.

Priebehy tlakových profilov sa líšia len v oblastiach počiatočného koncového pôsobenia tlakov. Pri analýze a návrhu pohonu nás zaujíma maximálny záťažný moment pôsobiaci na valec, takže môžeme s výhodou použiť vyššie uvedené vzťahy [6].

#### 1.4.4 Moment zotrvačnosti

Moment zotrvačnosti je fyzikálna veličina vyjadrujúca mieru zotrvačnosti telesa pri otáčavom pohybe. Jeho veľkosť závisí od rozloženia hmoty v telese vzhľadom k osi otáčania. Pre moment zotrvačnosti tuhého telesa skladajúceho sa z konečného počtu hmotných bodov platí

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Kde  $m_i$  – hmotnosť hmotného bodu [kg],  $r_i$  – kolmá vzdialenosť hmotného bodu od osi rotácie [m],  $J$  – moment zotrvačnosti sústavy  $n$  hmotných bodov [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ].

Tento vzťah je možno zovšeobecniť pri uvažovaní spojitého rozloženia hmoty tak, že nahradíme sumáciu integráciou nasledovne [7]

$$J = \int_m r^2 dm$$

Ak budeme hmotnosť umiestnenú v objeme  $dV$  popisovať pomocou hustoty a teleso budeme považovať za homogénne, tzn.  $\rho = \text{konšt.}$ , môžeme predchádzajúci vzťah zjednodušiť na

$$J = \rho \int_V r^2 dV \quad (1.6)$$

Kde  $\rho$  – hustota telesa [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ],  $V$  – objem telesa [ $\text{m}^3$ ].

#### 1.4.5 Pohybová rovnica

Chovanie pohybujúcej sa mechanickej sústavy je možno popísať rovnicou, ktorá vychádza z mechaniky známeho d'Alembertovho princípu. Prevažná väčšina mechanických sústav s elektrickým pohonom vykonáva rotačný pohyb. Pre tento prípad d'Alembertov princíp hovorí „teleso, rotujúce okolo svojej stálej osi, je v dynamickej rovnováhe, ak je súčet všetkých momentov na teleso pôsobiacich rovný nule“.

$$\sum_{i=1}^n M_i + M_d = 0 \quad (1.7)$$

Kde  $M$  – hnacie a záťažné momenty,  $M_d$  – dynamický moment.

V obecnom prípade sú momenty v rovnici (1.7) priestorové vektory. Rotujúce časti pohonu sa však otáčajú vo svojich ložiskách, ktoré nedovolia zmenu polohy ich osí a preto vektory všetkých momentov majú rovnaký smer. Preto nám stačí riešiť rovnicu (1.7) ako algebrickú.

V spotrebiteľskom systéme zmyslu výkonov má spotrebovaný výkon kladné znamienko a dodávaný výkon znamienko záporné. Mechanický výkon je daný súčinom momentu  $M$  a uhlovej rýchlosti  $\omega$ . V prípade, že má uhlová rýchlosť  $\omega$  zhodné znamienko pre celý mechanizmus, platí táto konvencia aj pre momenty. Označme hnací moment elektromotora  $M$  a záťažný moment pracovného mechanizmu  $M_z$ . Rovnicu (1.7) upravíme na tvar

$$M - M_z = M_d$$

Z mechaniky je známe, že pre dynamický moment  $M_d$  platí

$$M_d = \frac{d}{dt}(J \cdot \omega)$$

Kde  $J$  – moment zotrvačnosti [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ],  $\omega_i$  – uhlová rýchlosť [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

Prevažná väčšina mechanických sústav má moment zotrvačnosti  $J$  konštantný. V takom prípade sa vzťah pre dynamický moment  $M_d$  zjednoduší na tvar

$$M_d = J \frac{d\omega}{dt}$$

Celkový hnací a záťažný moment získame sčítaním jednotlivých čiastkových momentov. Pohybová rovnica celého mechanizmu potom bude vyzerat' nasledovne [8]

$$\sum_{i=1}^n M_i - \sum_{i=1}^n M_{z_i} = J \frac{d\omega}{dt} \quad (1.8)$$

Kde  $M_i$  – čiastkový hnací moment [ $\text{Nm}$ ],  $M_{z_i}$  – čiastkový záťažný moment [ $\text{Nm}$ ],  $J$  – moment zotrvačnosti telesa [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ],  $\omega$  – uhlová rýchlosť rotácie telesa s momentom zotrvačnosti  $J$  [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

## 2 ASYNCHRÓNNY MOTOR

Asynchrónne stroje boli donedávna najčastejšie používaným typom elektromotora v pohonoch. Ich prednosťami sú dobré prevádzkové vlastnosti, široký výkonový rozsah uskutočniteľnosti a jednoduchú konštrukciu, ktorá zvyšuje ich prevádzkovú spoľahlivosť. Výnimočne sa používajú aj ako asynchrónne generátory.

Vo veľkom množstve bežných pohonov je asynchrónny motor napájaný priamo zo striedavej trojfázovej siete, pracuje teda bez riadenia otáčok s približne konštantnou rýchlosťou. Tieto pohony tvorili ešte pred 35 rokmi zhruba 80 % aplikácií s elektrickým pohonom.

V súčasnosti sa rýchlo zvyšuje miera nasadenia týchto motorov v regulačných pohonoch v spojení s polovodičovými meničmi. Možnosť prakticky bezstratového riadenia rýchlosti predstavuje u väčšiny aplikácií na jednej strane úsporu stále sa zdražujúcej elektrickej energie a na druhej strane možnosť skvalitnenia technológie výroby alebo vlastného výrobku. Moderný pohon s asynchrónnym motorom je sústava tvorená asynchrónnym motorom, riadeným zdrojom striedavého napájacieho napätia, regulátorom a potrebnými senzormi.

Asynchrónne motory sú v bežnom prevedení vyrábané vo veľkých sériách, čo prispieva k ich priaznivej cene. Vyrábajú sa vo výkonových radách od 60 W pre nízke napätie až po výkony 14 MW pre vysoké napätie.

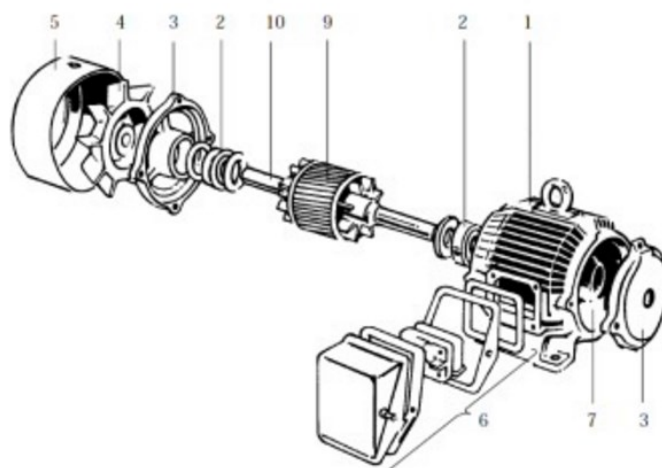
Konštrukčne sú tvorené dvoma viacfázovými, najčastejšie trojfázovými systémami vinutia. Jeden systém je umiestnený na statore, druhý na rotore motora. Podľa konštrukcie rotora ich môžeme rozdeliť na motory s kotvou nakrátko, ktoré vzhľadom na svoju jednoduchosť a robustnosť patria medzi najrozšírenejšie a najspoľahlivejšie motory. Ďalej sú to motory s kotvou vinutou (krúžkovou) a kotvou špeciálnou.

Použitie asynchrónnych generátorov nie je príliš rozšírené hlavne preto, že rozvodnú sieť zaťažujú jalovým prúdom, ktorý odoberajú pre vytvorenie svojho magnetického poľa. Využívajú sa napríklad v malých vodných elektrárnach alebo vo veterných elektrárnach.

Pri kalandrovaní je požadovaný vysoký výstupný moment asynchrónneho stroja. Stroje pracujúce s jednofázovým napätím nedosahujú potrebný výkon a preto budeme ďalej uvažovať, že je asynchrónny motor napájaný trojfázovým sieťovým napätím [9].

### 2.1 Konštrukčné usporiadanie

Asynchrónny motor má dve hlavné zložky – stator (stacionárna časť) a rotor (rotačná časť).

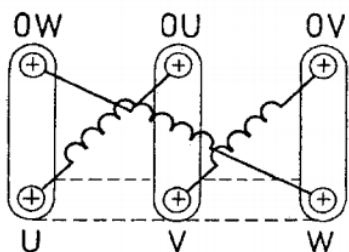


Obrázok 10: Rozložený asynchrónny motor s kotvou na krátko [10]

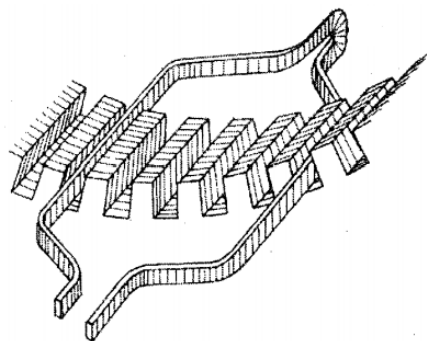
Na obrázku 10 je zobrazené usporiadanie asynchrónneho motora s kotvou nakrátko. Stator (7) je pevne integrovaný do stacionárnej motorovej časti, ktorá je zložená z plášťa (1), ložísk (2), v ktorých je uložený rotor (9) s výstupným hriadeľom (10), ložiskových štítov (3), pre uloženie ložísk, z ventilátora (4), pre chladenie motora a z krytia ventilátora (5). Na bočnej strane statora sa nachádza spojovacia skrinka (6) pre pripojenie káblov. Poslednou časťou je výstupný hriadeľ motora (10).

### 2.1.1 Stator

Stator asynchrónneho stroja tvorí prstenec zložený z plechov ocele pre elektrotechniku hrúbky 0,3 až 0,5 mm. Na jeho vnútornom obvode sú usporiadané drážky, v ktorých je uložené trojfázové vinutie, pozri obrázok 12. Začiatky a konce fáz sú vyvedené na svorkovnicu a sú podľa obrázka 11 usporiadané tak, aby ich bolo možné jednoducho prepojiť do hviezdy alebo trojuholníka.



Obrázok 11: Usporiadanie svorkovnice na statore 3F AS



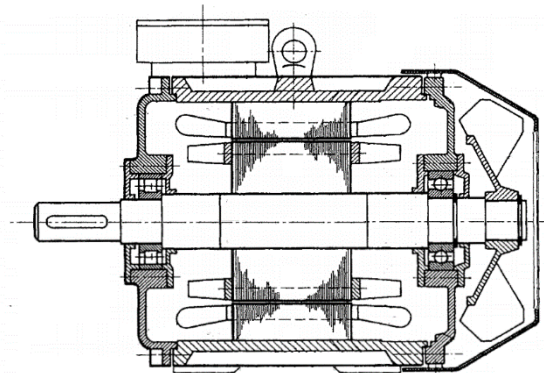
Obrázok 12: Drážkovanie statora

### 2.1.2 Rotor

V statore asynchrónneho motora je otočne uložený rotor, niekedy nazývaný aj kotva. Magnetický tok sa uzatvára sčasti statorovým a sčasti rotorovým magnetickým obvodom. Tieto dva magnetické obvody sú oddelené vzduchovou medzerou. Je snaha o čo najmenšiu veľkosť vzduchovej medzery kvôli zmenšeniu magnetického odporu medzi statorom a rotorom, čím sa zlepši účinok motora. Veľkosť vzduchovej medzery závisí na výkone stroja a býva od 0,2 do 2 mm.

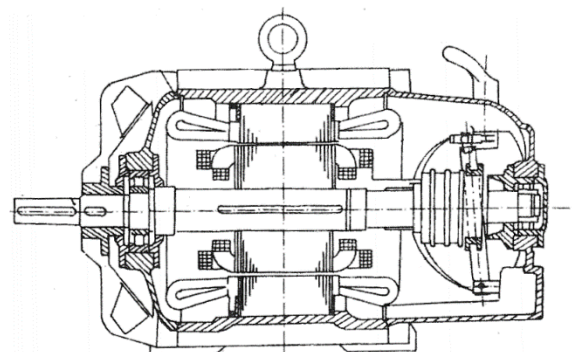
Rotorový magnetický obvod je zložený, podobne ako u statora, z plechov s drážkami. Drážky sú rozložené po vonkajšom obvode rotora a jeho stredom prechádza hriadeľ. V prípade motorov s vlastným chladením je na hriadeľi umiestnený ventilátor. Podľa rotorového vinutia rozlišujeme motor s kotvou nakrátko a motor s kotvou vinutou (krúžkovou).

Kotva nakrátko má v drážkach rotorového magnetického obvodu umiestnene vodivé tyče spojené v čelách do krátka. Tyče bývajú vyrobené často z hliníku, medi, prípadne z iných zliatin. Toto vinutie je označované aj klieťkové. Riešenie s kotvou na krátko je konštrukčne veľmi jednoduché a preto sú tieto motory najrozšírenejšie. Prierez asynchrónnym motorom s kotvou nakrátko môžeme vidieť na obrázku 13.



Obrázok 13: Prierez asynchrónnym motorom s kotvou na krátko

Kotva vinutá má trojfázové vinutie usporiadané obdobne ako vinutie statora, čo možno vidieť aj z obrázku 14. Vinutie je najčastejšie zapojené do hviezdy a cez zberné krúžky a kefy môže byť vyvedené na statore na svorkovnicu. U takto riešenej konštrukcie rotora je možnosť zaradenia prídavných impedancií do rotorového obvodu [9][11].

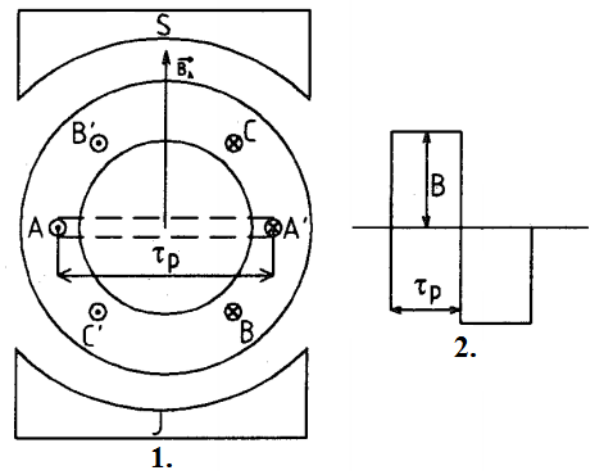


Obrázok 14: Prierez asynchrónnym motorom s kotvou vinutou



## 2.2 Točivé magnetické pole

Kľúčový význam pre objasnenie princípu funkcie asynchrónneho motora má vznik točivého poľa v statore. Točivé pole si môžeme predstaviť ako pole permanentného magnetu, ktorý sa otáča v priestore. U asynchrónneho motora sa toto pole vytvorí pomocou prúdov trojfázového statorového vinutia, pričom sú vinutia voči sebe priestorovo posunuté o  $120^\circ$  a prúdy sú vzájomne časovo posunuté o  $120^\circ$ . Usporiadanie trojfázového vinutia v statore je schematicky znázornené na obrázku 15.1. Rozmer  $\tau_p$  sa nazýva pólový rozstup.



Obrázok 15: 1 – 3F vinutia v statore, 2 – obdĺžnikový priebeh vektoru magnetického toku

Predstavme si, že každé vinutie má jeden závit a že je vinutie fázy A pretekané jednosmerným prúdom. V takomto obvode platia nasledovné vzťahy

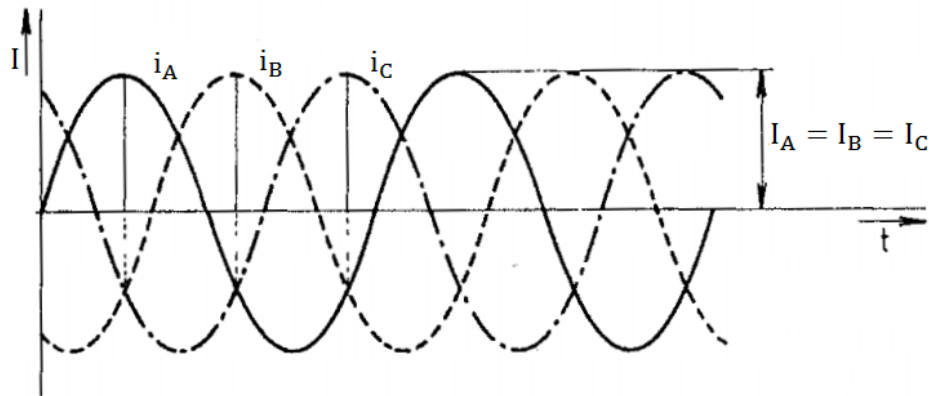
$$F_m = N \cdot i = H \cdot l \quad (2.1)$$

$$B = \mu \cdot H \quad (2.2)$$

Kde  $F_m$  – magnetomotorická sila [A],  $N$  – počet závitov/vodičov [-],  $i$  – prúd pretekajúci závitom/vodičom [A],  $H$  – intenzita magnetického poľa [ $A \cdot m^{-1}$ ],  $l$  – efektívna dĺžka závitov/vodiča [m],  $\mu$  – permeabilita prostredia [ $H \cdot m^{-1}$ ],  $B$  – magnetická indukcia [T].

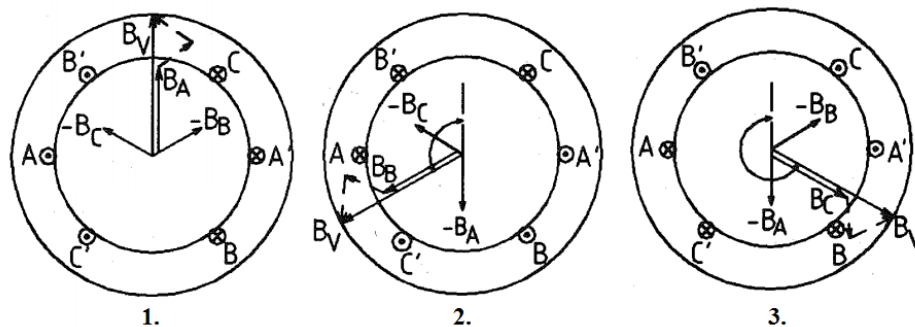
Vzhľadom k tomu, že magnetický odpor železa v statore a rotore je zanedbateľný, bude mať veľkosť vektoru magnetickej indukcie  $\hat{B}$  vo vzduchovej medzere medzi statorom a rotorom obdĺžnikový priebeh, pozri Obrázok 15.2. Toto magnetické pôsobenie je podobné ako u fiktívneho permanentného magnetu, ktorého póly sú na obrázku 15.1 označené S a J.

Ak pripojíme na cievku A striedavý prúd, potom sa bude okamžitá hodnota magnetickej indukcie meniť v čase sínusovo, ale priestorový priebeh vektoru  $\hat{B}$  bude stále obdĺžnikový. Uvažujme napájanie vinutia harmonickým súmerným trojfázovým prúdom, kde sú jednotlivé fázy posunuté vzájomne o  $120^\circ$  podľa obrázku 16.



Obrázok 16: Časový priebeh 3F prúdu

Účinky vektorov magnetickej indukcie od jednotlivých fáz sa budú sčítat'. Obrázok 17.1 predstavuje okamih, kedy má prúd  $i_A$  vo fáze A maximálnu hodnotu. V tom istom okamihu majú prúdy fáz B a C polovičnú veľkosť a záporné znamienko, čo vyplýva aj z obrázku 16. Výsledné pole má smer vektoru magnetickej indukcie vo fáze A. Na obrázku 17.2 resp. 17.3 je znázornená situácia v okamihu, kedy má maximálnu veľkosť prúd vo fáze B resp. C.

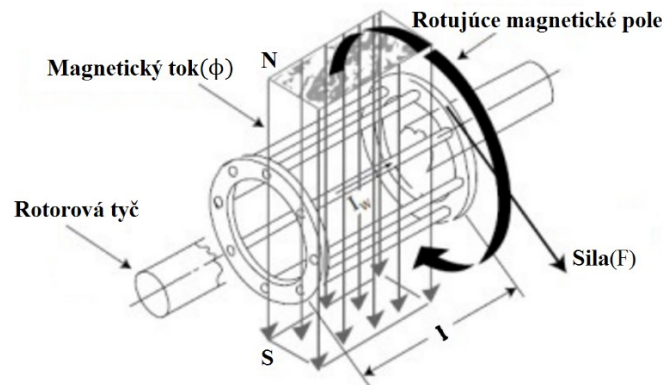


Obrázok 17: Vektor magnetického toku v statore pri napájaní 3F prúdom

Z obrázku 17 je zrejmé, že ak sú tri statorové vinutia pretekané tromi prúdmi s fázovým posunom  $120^\circ$ , bude sa v čase meniť aj poloha výsledného vektoru magnetickej indukcie  $\hat{B}_V$  v statore tak, že sa bude tento vektor rovnomerne otáčať. Vzájomná súvislosť medzi statorovými prúdmi a magneticou indukciou je zrejماً zo vzťahov (2.1) a (2.2) [11].

### 2.3 Princíp činnosti

Princíp činnosti asynchrónneho stroja je založený na vzájomnom pôsobení točivého magnetickeho poľa statora a prúdov v rotore, ktoré indukuje. Asynchrónny stroj je teda založený na indukcii napätí a prúdov v rotorovom vinutí a býva niekedy nazývaný aj indukčný stroj (anglicky – induction machine). Obrázok 18 ilustruje kľetkový rotor v točivom magnetickom poli statora zobrazenom ako otáčajúci sa permanentný magnet.



Obrázok 18: Kľetkový rotor v točivom magnetickom poli statora

Z predchádzajúcej kapitoly vyplýva, že keď pripojíme statorové vinutia stojaceho motora na trojfázovú sústavu napätí, vytvorí sa v statore točivé magnetické pole. Siločiar tohto poľa pretínajú vodiče rotorového vinutia a magnetický tok premenný v čase indukuje v rotore napätie, v dôsledku ktorého začne v rotore prechádzať prúd. Frekvencia rotorového napätia a prúdu je pri stojacom rotore daná priamo frekvenciou statorového prúdu. Tento stav, kedy je statorové vinutie napájané trojfázovou sústavou napätí a rotor má nulové otáčky sa nazýva nakrátko.

Vzájomným silovým pôsobením medzi točivým poľom a rotorovými prúdmi vznikne moment, ktorý podľa Lenzovho zákona pôsobí proti príčine svojho vzniku, teda proti vzájomnému pohybu poľa statora a vodičov v rotore. V dôsledku vzniknutého momentu začne rotor zrýchľovať v zmysle otáčania statorového poľa. So zvyšovaním rýchlosti rotora klesá jeho relatívna rýchlosť voči točivému poľu a klesá teda aj frekvencia rotorového prúdu.

Ak nie je na hriadeli odoberaný mechanický výkon, rotor sa urýchli na rýchlosť veľmi blízku rýchlosti synchronnej. Rotor sám o sebe nemôže dosiahnuť synchronnú rýchlosť vplyvom strát, preto sa popisovaný elektromotor nazýva asynchronný. Rotor môže dosiahnuť synchronnú rýchlosť len v prípade, že je mu dodávaný vonkajší mechanický moment. Ak je rýchlosť rotora rovná synchronnej rýchlosti, potom je relatívna rýchlosť medzi otáčavým poľom a rotorom nulová, v rotore sa neindukuje žiadne prúdy a motor nevyvíja žiaden moment. Tento stav sa nazýva naprázdno.

Ak začneme v stave naprázdno motor zaťažovať mechanickým momentom, začnú klesať otáčky a bude sa zvyšovať veľkosť aj frekvencia rotorového prúdu. Motor zaťažovaný mechanickým momentom a otáčajúci sa podsynchronnou rýchlosťou mení elektrickú energiu na energiu mechanickú. Takýto chod asynchronného stroja nazývame motorický.

V prípade, že budeme poháňať rotor vonkajším mechanickým momentom, začne zrýchľovať a dosiahne nadsynchronne otáčky. V tomto stave sa začnú z rotora do statora indukovať napätia, v dôsledku ktorých sa v statorovom prúde objaví činná zložka, ktorá prenáša energiu z motora do napájacej siete. Z motora sa stáva asynchronný generátor, ktorý mení mechanickú energiu na energiu elektrickú. Moment má záporné znamienko, pretože sa snaží priblížiť otáčky rotora otáčkam synchronným a dochádza k brzdeniu.

V praxi pripadá do úvahy ešte jeden prípad, kedy má točivé pole opačný smer ako smer otáčania rotora. Moment motora pôsobí v smere otáčania magnetického poľa a teda proti smeru otáčania rotora. V tomto prípade sa jedná o tzv. protiprúdové brzdenie, pri ktorom sa mechanická energia aj elektrická energia odobraná zo siete v motore menia na teplo. Stroj teda pracuje ako brzda [9][11].

## 2.4 Základné pojmy

Pre ďalšiu analýzu práce asynchronného stroja zavedieme niektoré základné pojmy zaužívané pri jeho popise.

Uhlová rýchlosť točivého poľa sa označuje ako synchronna uhlová rýchlosť  $\omega_s$  a je určená pomocou napájacej frekvencie statora  $f_s$  vzťahom

$$\omega_s = \frac{2\pi \cdot f_s}{p_p} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (2.3)$$

Pre synchronne otáčky  $n_s$  potom platí

$$n_s = \frac{60 \cdot f_s}{p_p} = \omega_s \frac{30}{\pi} [\text{min}^{-1}] \quad (2.4)$$

Kde  $p_p$  – počet pólových párov AS [-],  $f_s$  – frekvencia napájacieho napätia [Hz].

V tabuľke 1 sú súhrnne vypísané synchronne otáčky pre asynchronne motory s rôznym počtom pólových párov pri frekvencii napájacieho napätia  $f_s = 50$  Hz, ktorá je v praxi najbežnejšia.

Tabuľka 1: Prehľad synchronných otáčok AS pre napájaciu frekvenciu  $f_s = 50$  Hz [10]

Pólových párov $p_p$ [-]	1	2	3	4	6
Počet pólov [-]	2	4	6	8	12
Synchronne otáčky $n_s$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	3000	1500	1000	750	500

Ďalej pre elektrickú uhlovú rýchlosť rotora voči točivému poľu platí vzťah

$$\omega_{sl} = \omega_s - \omega_e \quad (2.5)$$

Kde  $\omega_e$  – elektrická uhlová rýchlosť rotora [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $\omega_s$  – uhlová rýchlosť točivého poľa statora [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $\omega_{sl}$  – sklzová uhlová rýchlosť [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

Medzi mechanickou uhlovou rýchlosťou rotora  $\omega$  a uhlovou rýchlosťou elektrickou  $\omega_e$  platí nasledujúci vzťah

$$\omega_e = p_p \omega \quad (2.6)$$

Veľký význam pre popis asynchrónneho motora má sklz  $s$ , ktorý je definovaný ako bezrozmerná veličina. Sklз viaže uhlovú rýchlosť točivého poľa  $\omega_s$  a elektrickú uhlovú rýchlosť rotora  $\omega_e$ , častejšie je však vyjadrovaný pomocou synchronných otáčok statorového poľa  $n_s$  a otáčok rotora  $n$ :

$$s = \frac{\omega_s - \omega_e}{\omega_s} = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (2.7)$$

Kde  $n_s$  – synchronne otáčky statorového točivého poľa [ $\text{min}^{-1}$ ],  $n$  - otáčky rotora [ $\text{min}^{-1}$ ].

Z uvedených definičných vzťahov vyplývajú ďalšie [9][15]:

$$\omega_{sl} = s\omega_s \quad \text{sklзová uhlová rýchlosť} \quad [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (2.8)$$

$$f_{sl} = sf_s \quad \text{sklзová frekvencia (frekvencia napätia a prúdu v rotore)} \quad [\text{Hz}] \quad (2.9)$$

$$\omega_e = (1 - s)\omega_s \quad \text{elektrická uhlová rýchlosť rotora} \quad [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (2.10)$$

## 2.5 Matematický model

Matematický popis asynchrónneho stroja je oproti ostatným elektromotorom podstatne zložitejší. Jednotlivé vinutia statora a rotora sú viazané magnetickou väzbou a ich vzájomné indukčnosti sa s časom menia vďaka otáčaniu cievok rotora voči cievkam statora. Preto sa pri analýze snažíme určitým spôsobom tento systém zjednodušiť.

Najznámejším spôsobom je transformácia do dvoch ortogonálnych ôs. S vhodne zvolenou rýchlosťou otáčania. Vďaka transformácii sa zníži počet fáz systému a za určitých okolností prejdú striedavé veličiny na jednosmerné a parametre sústavy sa stanú konštantnými.

Matematický model asynchrónneho motora bude odvodený za nasledujúcich predpokladov:

- napájacia sústava je trojfázová a súmerná, všetky napätia sú harmonické

- elektromagnetická symetria obvodov statora a rotora
- vinutia jednotlivých fáz sú sínusovo rozložené pozdĺž vzduchovej medzery v drážkach statora a rotora
- odpory a indukčnosti jednotlivých fáz statora alebo rotora sú zhodné
- motor pracuje v lineárnej časti magnetizačnej charakteristiky
- straty v železe sú zanedbateľné

Pri odvodení matematického modelu sa používajú nasledujúce metódy, líšiac sa len použitým matematickým aparátom:

- metóda časových fázorov
- metóda súmerných zložiek
- metóda lineárnej transformácie
- metóda fyzikálnych vektorov
- metóda priestorových vektorov

Pre zápis sústavy rovníc možno použiť buď maticový tvar alebo zápis pomocou priestorových vektorov. Obidva tieto spôsoby sú ekvivalentné a vedú ku zhodným výsledkom.

### 2.5.1 Základné rovnice

Vychádzame z predstavy o geometrickom usporiadaní stroja s dvoma trojfázovými vinutiami, schematicky znázornenom na obrázku 19. Kde sú statorové vinutia označené indexmi a, b, c a rotorové vinutia indexmi A, B, C. Rotorové vinutia sú posunuté proti statorovému vinutiu o obecný uhol  $\vartheta = \int_0^t \omega dt + \vartheta_0$ .

Základné napäťové rovnice pre jednotlivé vinutia majú tvar

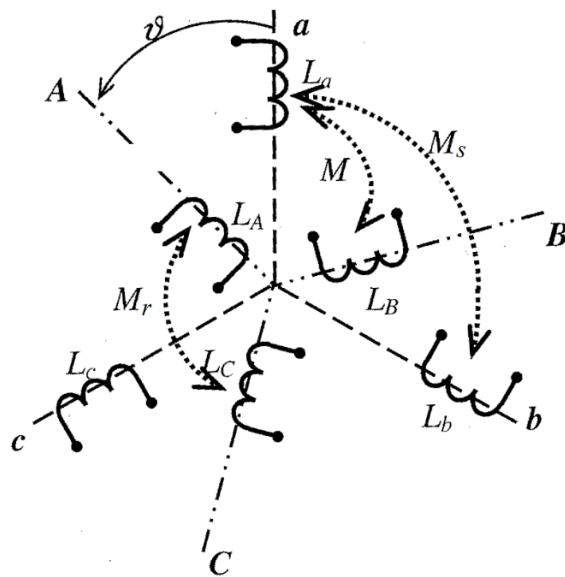
$$u_k = R_k i_k + \frac{d\psi_k}{dt} \text{ [V]}, \quad k = a, b, c, A, B, C \quad (2.11)$$

Kde  $R_k$  – odpor vinutia [ $\Omega$ ],  $i_k$  – prúd vinutím [A],  $\psi_k$  – spriahnutý magnetický tok [Wb].

Statorové a rotorové vinutia sú na základe vyššie uvedených predpokladov súmerné a preto pre jednotlivé odpory platí

$$R_a = R_b = R_c = R_s \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$R_A = R_B = R_C = R_r \text{ [}\Omega\text{]}$$



Obrázok 19: Základné usporiadanie trojfázového stroja [8]

Rovnice pre spriahnuté magnetické toky s jednotlivými vinutiami vyjadrujeme pomocou vlastných a vzájomných indukčností. V maticovom tvare

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & L_{ab} & L_{ac} & L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} \\ L_{ba} & L_b & L_{bc} & L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_c & L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} \\ L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} & L_A & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{Ba} & L_{Bb} & L_{BC} & L_{BA} & L_B & L_{BC} \\ L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} & L_{CA} & L_{CB} & L_C \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Z reciprocity vzájomných väzieb vyplýva, že je matica vlastných a vzájomných indukčností symetrická okolo hlavnej diagonály. Ďalej predpokladáme, že vlastné indukčnosti jednotlivých vinutí ako aj vzájomné indukčnosti medzi ľubovoľnými dvoma vinutiami statora resp. rotora nie sú závislé na uhle otočenia rotora voči statoru  $\vartheta$ .

Pre vlastné indukčnosti jednotlivých statorových vinutí symetrického stroja potom platí

$$L_a = L_b = L_c = L_s \text{ [H]}$$

Vzájomnú indukčnosť medzi ľubovoľnými dvoma fázami statora označujeme ako

$$L_{ab} = L_{ba} = L_{bc} = L_{cb} = L_{ac} = L_{ca} = -M_s \text{ [H]}$$

Rovnako aj vlastné indukčnosti jednotlivých rotorových vinutí a indukčnosť medzi ľubovoľnými dvoma fázami rotora píšeme

$$L_A = L_B = L_C = L_r \text{ [H]}$$

$$L_{AB} = L_{BA} = L_{BC} = L_{CB} = L_{AC} = L_{CA} = -M_r \text{ [H]}$$

Na uhle natočenia  $\vartheta$  závisia vzájomné indukčnosti medzi vinutiami statora a rotora. Na základe predpokladu sínusovo rozložených vinutí, pre vzájomné indukčnosti fáz statora a rotora platí

$$L_{aA} = L_{Aa} = L_{bB} = L_{Bb} = L_{cC} = L_{Cc} = M \cos \vartheta_e \text{ [H]} \quad (2.13)$$

$$L_{aB} = L_{Ba} = L_{bC} = L_{Cb} = L_{cA} = L_{Ac} = M \cos \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \text{ [H]} \quad (2.14)$$

$$L_{aC} = L_{Ca} = L_{bA} = L_{Ab} = L_{cB} = L_{Bc} = M \cos \left( \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) \text{ [H]} \quad (2.15)$$

Kde  $M$  – amplitúda vzájomnej indukčnosti statorovej a rotorovej fázy [H],  $\vartheta_e$  – elektrický uhol [rad].

Pre elektrický uhol otočenia rotora platí

$$\vartheta_e = p_p \vartheta \text{ [rad]}$$

Kde  $\vartheta$  – mechanický uhol [rad],  $p_p$  – počet pólových párov [-].

Napišme výsledné rovnice stroja (2.11) ako diferenciálne rovnice pre 6 fázových prúdov  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$ ,  $i_A$ ,  $i_B$  a  $i_C$ . Pri dosadzovaní časových derivácií spriahnutých tokov musíme brať do úvahy časovú závislosť vzájomných indukčností v (2.13), (2.14) a (2.15). Potom napríklad

$$\frac{d}{dt}(L_{aA}i_a) = M \cos \vartheta_e \frac{di_a}{dt} - \omega_e M i_a \sin \vartheta_e \quad (2.16)$$

Kde  $\omega_e = \frac{d\vartheta_e}{dt}$  – elektrická uhlová rýchlosť rotora [rad · s<sup>-1</sup>].

Prvá časť pravej strany výrazu (2.16), v ktorej vystupuje časová derivácia prúdu  $i_a$ , je tzv. transformačné napätie a druhá časť, úmerná derivácii uhla  $\vartheta_e$  podľa času, je tzv. rotačné resp. rýchlostné napätie [12].

Nakoľko sa jedná o viacrozmerný problém, pre prehľadnosť použijeme k zápisu rovníc maticovú formu, vďaka ktorej môžeme súhrnne popísať statorové  $u_s$  a rotorové  $u_r$  napätie ako

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_s \\ \bar{u}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s & \bar{Z}_{sr} \\ \bar{Z}_{sr} & \bar{Z}_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}_r \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

V (2.17) sú označené vektory statorových a rotorových napätí a prúdov nasledovne



$$\begin{aligned}\bar{u}_s(t) &= \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}, & \bar{i}_s(t) &= \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\ \bar{u}_r(t) &= \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix}, & \bar{i}_r(t) &= \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.18)$$

Matica odporov a vlastných a vzájomných indukčností statora  $\bar{Z}_s$  má tvar

$$\bar{Z}_s = \begin{bmatrix} R_s + L_s \frac{d}{dt} & -M_s \frac{d}{dt} & -M_s \frac{d}{dt} \\ -M_s \frac{d}{dt} & R_s + L_s \frac{d}{dt} & -M_s \frac{d}{dt} \\ -M_s \frac{d}{dt} & -M_s \frac{d}{dt} & R_s + L_s \frac{d}{dt} \end{bmatrix}\quad (2.19)$$

Podobne pre rotor

$$\bar{Z}_r = \begin{bmatrix} R_r + L_r \frac{d}{dt} & -M_r \frac{d}{dt} & -M_r \frac{d}{dt} \\ -M_r \frac{d}{dt} & R_r + L_r \frac{d}{dt} & -M_r \frac{d}{dt} \\ -M_r \frac{d}{dt} & -M_r \frac{d}{dt} & R_r + L_r \frac{d}{dt} \end{bmatrix}\quad (2.20)$$

Matica časovo premenných vzájomných väzieb medzi statorom a rotorom

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{sr}(t) &= \\ &= \begin{bmatrix} M \cos \vartheta_e \frac{d}{dt} - & M \cos \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{d}{dt} - & M \cos \left( \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{d}{dt} - \\ -\omega_e M \sin \vartheta_e & -\omega_e M \sin \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) & -\omega_e M \sin \left( \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) \\ M \cos \left( \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{d}{dt} - & M \cos \vartheta_e \frac{d}{dt} - & M \cos \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{d}{dt} - \\ -\omega_e M \sin \left( \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & -\omega_e M \sin \vartheta_e & -\omega_e M \sin \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \\ M \cos \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{d}{dt} - & M \cos \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{d}{dt} - & M \cos \vartheta_e \frac{d}{dt} - \\ -\omega_e M \sin \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) & -\omega_e M \sin \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) & -\omega_e M \sin \vartheta_e \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.21)$$

Význam veličín vystupujúcich v jednotlivých maticiach už bol uvedený vyššie. Ďalej zdroj [13] uvádza, že môžeme pre vnútorný moment stroja na základe princípu zachovania energie odvodiť vzťah

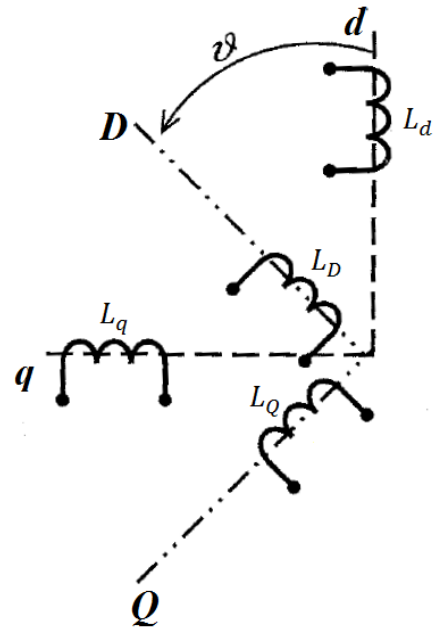
$$\begin{aligned}
m_{int} = & -p_p M \left[ (i_a i_A + i_b i_B + i_c i_C) \sin \vartheta_e + \right. \\
& + (i_a i_B + i_b i_C + i_c i_A) \sin \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) + \\
& \left. + (i_a i_C + i_b i_A + i_c i_B) \sin \left( \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \text{ [Nm]}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Moment je úmerný súčtu všetkých možných súčinov, v ktorých vystupuje jeden satorový a jeden rotorový prúd. Tieto súčty sú ďalej násobené sínusom uhla, ktorý zvierajú osi cievok, ktorými dané prúdy pretekajú [13]. Uvedené rovnice platia bez ohľadu na to, ako sú v skutočnosti satorové a rotorové vinutia zapojené.

### 2.5.2 Transformácia základných rovníc

Riešenie prechodových javov v točivých striedavých strojoch sťažujú periodicky premenné koeficienty  $M \cos \vartheta_e$ ,  $M \cos \left( \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right)$  a  $M \cos \left( \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right)$  v sústave rovníc (2.17). Túto periodicitu odstraňujeme rôznymi reálnymi a komplexnými lineárnymi transformáciami.

Najčastejšie sa používa reálna lineárna Parkova transformácia  $d, q, 0$ . Transformáciou všetkých veličín do ortogonálneho súradnicového systému spoločného pre rotor aj sator dosiahneme značné zjednodušenie rovníc stroja. Transformácia veličín je závislá na uhlovej rýchlosti  $\omega_k$ , ktorou sa sústava ôs otáča vzhľadom na jednotlivé časti stroja resp. na transformačnom uhle  $\vartheta_k$ , ktorý zvierá osa  $d$  v danom okamihu s osou fázy  $a$  satorovej sústavy ôs môže byť nepohyblivá alebo sa môže otáčať ľubovoľnou rýchlosťou. Zavedenie popisu v transformovaných súradniciach prevádza asynchrónny trojfázový stroj znázornený na obrázku



Obrázok 20: Dvojfázový systém vinutí

19, na ekvivalentný stroj dvojfázový, pozri obrázok 20.

Označme  $x_a, x_b, x_c$  premenné veličiny satorovej trojfázovej sústavy  $a, b, c$  a  $x_d, x_q$  a  $x_0$  nové transformované veličiny sústavy  $d, q, 0$ . Ak použijeme obecné volené uhlo  $\vartheta_k = \omega_k t$ , ktorému zodpovedá uhlová rýchlosť  $\omega_k$ , môžeme napísať transformáciu

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_d \cos \vartheta_k & k_d \cos \left( \vartheta_k - \frac{2\pi}{3} \right) & k_d \cos \left( \vartheta_k + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -k_q \sin \vartheta_k & -k_q \sin \left( \vartheta_k - \frac{2\pi}{3} \right) & -k_q \sin \left( \vartheta_k + \frac{2\pi}{3} \right) \\ k_o & k_o & k_o \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Táto lineárna transformácia je jednoznačná, pretože determinant sústavy koeficientov transformačnej matice v (2.23) je nenulový

$$D = k_d k_q k_o \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Z čoho vyplýva podmienka, že žiadny z koeficientov  $k_d$ ,  $k_q$ ,  $k_o$  nesmie byť nulový.

Spätná transformácia statorových veličín vyzerá nasledovne

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_d} \frac{2}{3} \cos \vartheta_k & -\frac{1}{k_q} \frac{2}{3} \sin \vartheta_k & \frac{1}{k_o} \cdot \frac{1}{3} \\ \frac{1}{k_d} \frac{2}{3} \cos \left( \vartheta_k - \frac{2\pi}{3} \right) & -\frac{1}{k_q} \frac{2}{3} \sin \left( \vartheta_k - \frac{2\pi}{3} \right) & \frac{1}{k_o} \cdot \frac{1}{3} \\ \frac{1}{k_d} \frac{2}{3} \cos \left( \vartheta_k + \frac{2\pi}{3} \right) & -\frac{1}{k_q} \frac{2}{3} \sin \left( \vartheta_k + \frac{2\pi}{3} \right) & \frac{1}{k_o} \cdot \frac{1}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_o \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Rotorové veličiny sa transformujú podľa vzťahu

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} x_D \\ x_Q \\ x_0 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} k_D \cos(\vartheta_k - \vartheta_e) & k_D \cos \left( \vartheta_k - \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & k_D \cos \left( \vartheta_k - \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -k_Q \sin(\vartheta_k - \vartheta_e) & -k_Q \sin \left( \vartheta_k - \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & -k_Q \sin \left( \vartheta_k - \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \\ k_0 & k_0 & k_0 \end{bmatrix} \times \\ & \times \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Pre spätnú transformáciu rotorových veličín platí

$$\begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_D} \frac{2}{3} \cos(\vartheta_k - \vartheta_e) & -\frac{1}{k_Q} \frac{2}{3} \sin(\vartheta_k - \vartheta_e) & \frac{1}{k_0} \cdot \frac{1}{3} \\ \frac{1}{k_D} \frac{2}{3} \cos \left( \vartheta_k - \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & -\frac{1}{k_Q} \frac{2}{3} \sin \left( \vartheta_k - \vartheta_e - \frac{2\pi}{3} \right) & \frac{1}{k_0} \cdot \frac{1}{3} \\ \frac{1}{k_D} \frac{2}{3} \cos \left( \vartheta_k - \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) & -\frac{1}{k_Q} \frac{2}{3} \sin \left( \vartheta_k - \vartheta_e + \frac{2\pi}{3} \right) & \frac{1}{k_0} \cdot \frac{1}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_D \\ x_Q \\ x_0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Kde  $\vartheta_e$  – elektrický uhol medzi statorom a rotorom [rad].

Koeficienty  $k_d, k_q, k_o$  statora a  $k_D, k_Q, k_0$  rotora si navzájom zodpovedajú a môžu nadobúdať ľubovoľné nenulové hodnoty. Často volíme koeficienty ako

$$k_d = k_q = k_D = k_Q = \frac{2}{3}, \quad k_o = k_0 = \frac{1}{3} \quad (2.27)$$

Táto voľba má zmysel hlavne v spojení s transformáciou do súradnicovej sústavy spojenjej so statorom [14]. Stretávame sa však aj s inou voľbou, ktorá zodpovedá tzv. výkonovo invariantnej transformácii, ktorá zachováva nezmenené elektrické a mechanické výkony. V nasledujúcich kapitolách budeme používať výlučne túto voľbu. Zvolené hodnoty pre koeficienty sú nasledovné

$$k_d = k_q = k_D = k_Q = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad k_o = k_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2.28)$$

Transformačný uhol  $\vartheta_k$  je voliteľný úplne ľubovoľne, avšak pre určité prípady môže mať jeho voľba vplyv na náročnosť riešenia. Tento uhol je totožný v transformáciách statorových (2.23) aj rotorových (2.25) veličín a meria sa od osi fázy  $a$  statora. Rýchlosť otáčania transformačných ôs  $\omega_k$  je tiež ľubovoľne voliteľná, môže byť aj nulová.

Ak aplikujeme transformačné vzťahy (2.23) a (2.25) na pôvodnú sústavu rovníc asynchrónneho stroja (2.17), získame transformované rovnice v tvare (vzhľadom na rozsiahlosť matematických úprav budú uvedené len výsledné vzťahy)

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_m \frac{di_D}{dt} - \omega_k (L_d i_q + L_m i_Q) \\ u_q &= R_s i_q + L_d \frac{di_q}{dt} + L_m \frac{di_Q}{dt} + \omega_k (L_d i_d + L_m i_D) \\ u_o &= R_s i_o + L_o \frac{di_o}{dt} \\ u_D &= R_r i_D + L_D \frac{di_D}{dt} + L_m \frac{di_d}{dt} - (\omega_k - \omega_e) (L_D i_Q + L_m i_q) \\ u_Q &= R_r i_Q + L_D \frac{di_Q}{dt} + L_m \frac{di_q}{dt} + (\omega_k - \omega_e) (L_D i_D + L_m i_d) \\ u_0 &= R_r i_0 + L_0 \frac{di_0}{dt} \end{aligned} \quad (2.29)$$

V popise sa vyskytujú náhradné transformované indukčnosti  $L_d, L_o, L_D, L_0$  a  $L_m$ . V záujme zachovania výkonovej invariantnosti, pre tieto indukčnosti platí

$$L_d = L_s + M_s, \quad L_o = L_s - 2M_s$$

$$L_D = L_r + M_r, \quad L_0 = L_r - 2M_r$$

$$L_m = \frac{3}{2}M$$

Kde  $L_d$  – náhradná indukčnosť statora v osi  $d$  [H],  $L_D$  – náhradná indukčnosť rotora v osi  $D$  [H],  $L_o$  – nulová náhradná indukčnosť statora [H],  $L_0$  – nulová náhradná indukčnosť rotora [H],  $L_m$  – náhradná vzájomná magnetizačná indukčnosť statora a rotora [H].

Význam ostatných veličín vystupujúcich v rovniciach (2.29) bol popísaný v kapitole 2.5.1 Základné rovnice. Tvar rovníc (2.29) je nezávislý na voľbe koeficientov  $k_d$  a  $k_q$ . V rovniciach boli uvažované aj nulové zložky veličín, t. j.  $u_o, i_o, L_o, u_0, i_0, L_0$ . Tieto zložky sa prejavujú len v prípade indukčného stroja zapojeného do hviezdy s vyvedeným stredovým uzlom alebo do trojuholníka. V prípade zapojenia do hviezdy bez vyvedeného stredového uzla sú tieto zložky nulové [12].

Moment vytváraný asynchrónnym strojom vypočítame podľa vzťahu

$$m_{int} = \frac{2}{3} \frac{1}{k_d k_q} p_p L_m (i_q i_D - i_d i_Q) \text{ [Nm]} \quad (2.30)$$

Pri uvažovaní kľetkového motora, kde sú rotorové vinutia spojené nakrátko, predpokladáme, že pre jednotlivé napätia rotora platí

$$u_A = u_B = u_C = 0 \quad (2.31)$$

Súčasne bude aj súčet všetkých rotorových prúdov podľa prvého Kirchhoffovho zákona nulový

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (2.32)$$

Ak ďalej uvažujeme stator stroja zapojený do hviezdy s nevyvedeným stredom, rovnice (2.29) sa zjednodušia na

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_m \frac{di_D}{dt} - \omega_k (L_d i_q + L_m i_Q) \\ u_q &= R_s i_q + L_d \frac{di_q}{dt} + L_m \frac{di_Q}{dt} + \omega_k (L_d i_d + L_m i_D) \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$0 = R_r i_D + L_D \frac{di_D}{dt} + L_m \frac{di_d}{dt} - (\omega_k - \omega_e)(L_D i_Q + L_m i_q)$$

$$0 = R_r i_Q + L_D \frac{di_Q}{dt} + L_m \frac{di_q}{dt} + (\omega_k - \omega_e)(L_D i_D + L_m i_d)$$

A pre vnútorný elektromagnetický moment stroja píšeme

$$m_{int} = p_p L_m (i_q i_D - i_d i_Q) \text{ [Nm]} \quad \dots \quad k_d = k_q = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2.34)$$

Aby sme mohli interpretovať fyzikálny model stroja v transformovanej oblasti, je potrebné uviesť závislosť transformovaných napätí  $u_d$  a  $u_q$  na pôvodnom trojfázovom elektrickom napätí  $u_a, u_b, u_c$ . Ak uvažujeme symetrickú trojfázovú sústavu harmonických napájacích napätí, s uhlovou frekvenciou rovnou synchronnej uhlovej rýchlosti  $\omega_s$  a s počiatočným fázovým posunom  $\phi$ , platí

$$\begin{aligned} u_d &= \sqrt{\frac{2}{3}} U_m \left[ \sin(\vartheta_s + \phi) \cos \vartheta_s + \right. \\ &+ \left. \sin\left(\vartheta_s + \phi - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\vartheta_s - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\vartheta_s + \phi + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\vartheta_s + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ u_q &= \sqrt{\frac{2}{3}} U_m \left[ \sin(\vartheta_s + \phi) \sin \vartheta_s + \right. \\ &+ \left. \sin\left(\vartheta_s + \phi - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\vartheta_s - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\vartheta_s + \phi + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\vartheta_s + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \end{aligned}$$

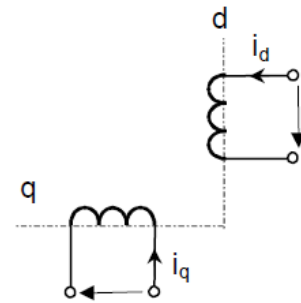
Použitím základných vzorcov pre goniometrické funkcie a matematických úprav získame zjednodušené vzťahy podľa [13]

$$\begin{aligned} u_d &= \sqrt{\frac{3}{2}} U_m \sin \phi \\ u_q &= \sqrt{\frac{3}{2}} U_m \cos \phi \end{aligned} \quad (2.35)$$

Kde  $U_m$  – hodnota maximálnej veľkosti amplitúdy napájacieho napätia [V],  $\phi$  – počiatočný fázový posun [rad].

Ako už bolo spomenuté, transformačný uhol  $\vartheta_k$  možno voliť ľubovoľne. Praktický význam majú však len nasledujúce transformácie:

- a)  $\vartheta_k = \text{konšt.}$ , t. j. transformácia do systému  $\hat{o}s$  pevne zviazaných so statorom (osi bývajú označované aj  $(\alpha, \beta)$ ). V tomto prípade sa osi otáčajú nulovou rýchlosťou, teda  $\omega_k = 0$ . Systém vinutí pri takejto transformácii je schematicky znázornený na obrázku 21. Táto transformácia je vhodná pre sledovanie statorových veličín. Poloha osi  $d$  sa väčšinou stotožňuje s polohou vinutia fázy  $a$ . Pre túto transformáciu platia nasledujúce napäťové rovnice



Obrázok 21: Schéma systému vinutí pri  $\vartheta_k = 0$

$$u_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_m \frac{di_D}{dt}$$

$$u_q = R_s i_q + L_d \frac{di_q}{dt} + L_m \frac{di_Q}{dt}$$

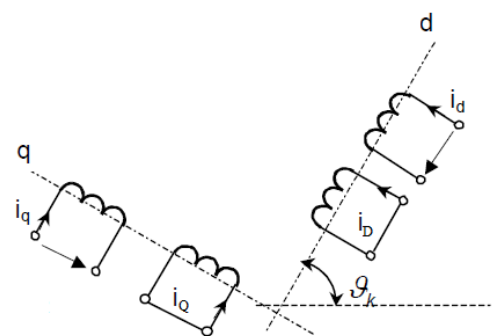
(2.36)

$$0 = R_r i_D + L_D \frac{di_D}{dt} + L_m \frac{di_d}{dt} + \omega_e (L_D i_Q + L_m i_q)$$

$$0 = R_r i_Q + L_D \frac{di_Q}{dt} + L_m \frac{di_q}{dt} - \omega_e (L_D i_D + L_m i_d)$$

Statorové veličiny sú označené dolným indexom 1, rotorové veličiny indexom 2.

- b)  $\vartheta_k = \vartheta_s$ , t. j. transformácia do systému  $\hat{o}s$  s rotujúcich rýchlosťou točivého magnetického poľa. Systém  $\hat{o}s$  sa v tomto prípade otáča synchronnou rýchlosťou, teda  $\omega_k = \omega_s$ . Tento systém je vhodný pre sledovanie regulačných dejov. Schéma systému vinutí a pootočenie sú znázornené na obrázku 22. Pre transformované napäťové rovnice v týchto osiach platí

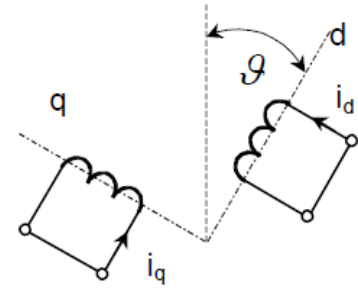


Obrázok 22: Schéma systému vinutí pri

$$\vartheta_k = \vartheta_s$$

$$\begin{aligned}
u_d &= R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_m \frac{di_D}{dt} - \omega_s (L_d i_q + L_m i_Q) \\
u_q &= R_s i_q + L_d \frac{di_q}{dt} + L_m \frac{di_Q}{dt} + \omega_s (L_d i_d + L_m i_D) \\
0 &= R_r i_D + L_D \frac{di_D}{dt} + L_m \frac{di_d}{dt} - (\omega_s - \omega_e) (L_D i_Q + L_m i_q) \\
0 &= R_r i_Q + L_D \frac{di_Q}{dt} + L_m \frac{di_q}{dt} + (\omega_s - \omega_e) (L_D i_D + L_m i_d)
\end{aligned} \tag{2.37}$$

c)  $\vartheta_k = \vartheta_e$ , t. j. transformácia do systému ôs zviazaných s rotorom (osi bývajú niekedy označované aj  $(k, l)$ ). Systém vinutí a natočenie sú schematicky znázornené na obrázku 23. V tomto prípade sa rovná  $\omega_k = \omega_e$ , čím sa zjednodušia rovnice pre rotor v (2.33). Ďalšou výhodou tejto transformácie je, že u nesymetrických rotorov je možno zvolit' osi tak, aby vyjadrovali túto nesymetriu ako konštantnú veličinu. Takáto transformácia je vhodná pre sledovanie rotorových veličín a platia pre ňu nasledujúce napäťové rovnice [8]



Obrázok 23: Schéma systému vinutí pri  $\vartheta_k = \vartheta_e$

$$\begin{aligned}
u_d &= R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_m \frac{di_D}{dt} - \omega_e (L_d i_q + L_m i_Q) \\
u_q &= R_s i_q + L_d \frac{di_q}{dt} + L_m \frac{di_Q}{dt} + \omega_e (L_d i_d + L_m i_D) \\
0 &= R_r i_D + L_D \frac{di_D}{dt} + L_m \frac{di_d}{dt} \\
0 &= R_r i_Q + L_D \frac{di_Q}{dt} + L_m \frac{di_q}{dt}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Voľba transformačného uhla nemá vplyv na vnútorný elektromagnetický moment vytváraný asynchronným strojom, čiže transformované napäťové rovnice (2.35), (2.36) a (2.37) ešte dopĺňa rovnica pre moment (2.34).



## 2.6 Momentová charakteristika

Momentová (zátěžová) charakteristika elektrického stroja je závislost' ustálených otáčok stroja na jeho zátěžnom momente. U asynchrónneho motora je zvykom túto závislosť uvádzať ako závislosť ustáleného momentu na otáčkach resp. uhlovej rýchlosti, alebo ako závislosť ustáleného momentu na sklze. Hodnotu ustáleného momentu stroja dokážeme určiť za určitých zjednodušujúcich predpokladov pomocou ustáleného stavu dynamického modelu stroja.

### 2.6.1 Ustálený stav

Pri odvodení rovníc ustáleného stavu budeme vychádzať zo sústavy rovníc (2.37), kedy je transformačný uhol  $\vartheta_k = \vartheta_s$ . Ďalej pre veličiny v ustálenom stave platí

$$i_d = \text{konšt.}, \quad i_q = \text{konšt.}$$

$$i_D = \text{konšt.}, \quad i_Q = \text{konšt.}$$

Z čoho vyplýva, že ich časové derivácie sú nulové, čím sa rovnice (2.37) zjednodušia na

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d - \omega_s (L_d i_q + L_m i_Q) \\ u_q &= R_s i_q + \omega_s (L_d i_d + L_m i_D) \\ 0 &= R_r i_D - (\omega_s - \omega_e) (L_D i_Q + L_m i_q) \\ 0 &= R_r i_Q + (\omega_s - \omega_e) (L_D i_D + L_m i_d) \end{aligned} \tag{2.39}$$

Ak teraz posledné dve (rotorové) rovnice podelíme výrazom (2.7) pre sklz, dostaneme sústavu rovníc

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d - \omega_s L_d i_q - \omega_s L_m i_Q \\ u_q &= R_s i_q + \omega_s L_d i_d + \omega_s L_m i_D \\ 0 &= \frac{R_r}{s} i_D - \omega_s L_D i_Q - \omega_s L_m i_q \\ 0 &= \frac{R_r}{s} i_Q + \omega_s L_D i_D + \omega_s L_m i_d \end{aligned} \tag{2.40}$$

Túto sústavu rovníc môžeme napísať pre prehľadnosť riešenia v maticovom tvare, pričom neznámymi parametrami sú transformované satorové a rotorové prúdy

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega_s L_d & 0 & -\omega_s L_m \\ \omega_s L_d & R_s & \omega_s L_m & 0 \\ 0 & -\omega_s L_m & \frac{R_r}{s} & -\omega_s L_D \\ \omega_s L_m & 0 & \omega_s L_D & \frac{R_r}{s} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Obecné riešenie sústavy rovníc (2.41) vedie na riešenie, uvažujúce konjugáciu napätí komplexnou premennou. Môžeme však získať jednoduchšie numerické riešenie, a to s uvažovaním ustáleného harmonického stavu napätia z (2.35). Zjednodušujúcim predpokladom je rovnosť vzájomnej a magnetizačnej indukčnosti  $L_m$  a náhradnej indukčnosti statora v osi  $L_d$ . Ďalším zjednodušením je uvažovanie nulového statorového odporu  $R_s$  a zavedenie rozptylovej indukčnosti  $L_\sigma$  ako

$$L_\sigma = L_D - L_d \text{ [H]} \quad (2.42)$$

S aplikáciou uvedených zjednodušujúcich predpokladov, teda

$$L_m = L_D, \quad R_s = 0 \quad (2.43)$$

Na sústavu rovníc (2.40) popisujúcu ustálený stav asynchrónneho motora, môžeme podľa [13] odvodiť približný vzťah pre ustálený moment

$$m_{i\infty} = \frac{p_p R_r s (u_d^2 + u_q^2)}{\omega_s (s^2 \omega_s^2 L_\sigma^2 + R_r^2)} \text{ [Nm]} \quad (2.44)$$

Kde  $p_p$  – počet pólových párov stroja [–],  $R_r$  – elektrický odpor fáz rotora [ $\Omega$ ],  $s$  – sklz asynchrónneho motora [–],  $L_\sigma$  – rozptylová indukčnosť [H],  $\omega_s$  – synchronná uhlová rýchlosť statorového poľa [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

Hodnoty transformovaných napätí  $u_d$  a  $u_q$  môžeme dosadiť podľa (2.35), pričom pre ustálený stav bude fázový posun  $\phi = 0$  z dôvodu úvahy stroja bez záťaže. Pre jednotlivé transformované napätia platí

$$u_d = \sqrt{\frac{3}{2}} U_m \sin 0 = 0$$

$$u_q = \sqrt{\frac{3}{2}} U_m \cos 0 = \sqrt{\frac{3}{2}} U_m \quad (2.45)$$

Potom

$$(u_d^2 + u_q^2) = \frac{3}{2} U_m^2$$

Ďalej zdefinovaním novej premennej, efektívnej hodnoty napätia  $U_{ef}$  a so znalosťou prepočtového vzťahu z maximálnej hodnoty amplitúdy napätia so sínusovým priebehom  $U_m$ , môžeme písať

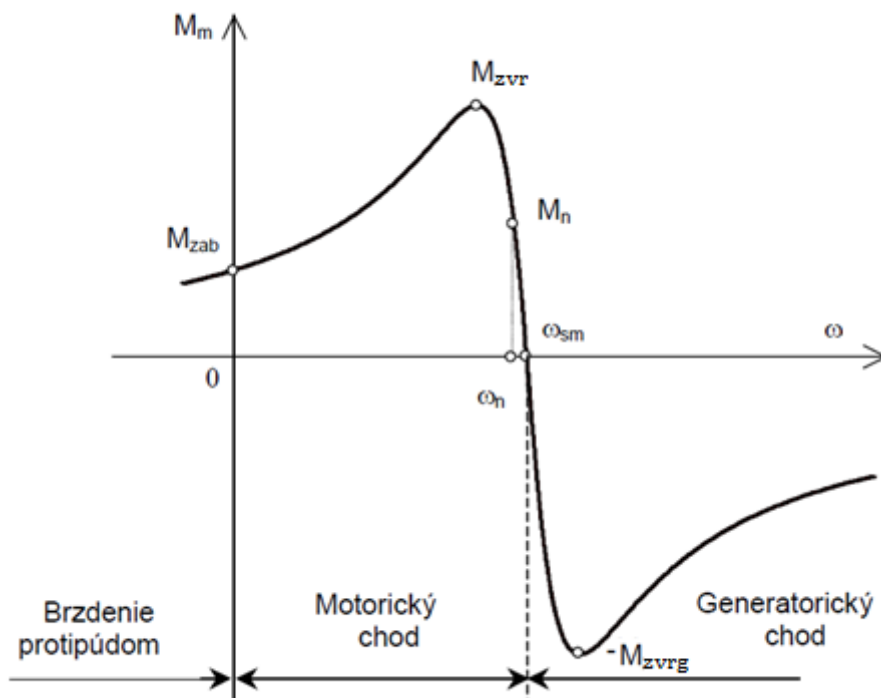
$$(u_d^2 + u_q^2) = \frac{3}{2} (\sqrt{2} U_{ef})^2 = 3 U_{ef}^2 \quad (2.46)$$

Kde  $U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$  – efektívna hodnota napájacieho napätia [V].

Spätným dosadením (2.46) do vzťahu (2.44) pre výpočet ustáleného momentu, môžeme na základe znalosti konštánt asynchrónneho motora určiť jeho statickú charakteristiku pri sínusovom harmonickom napájanom napätí pomocou nasledujúceho vzťahu

$$m_{i\infty} = 3 \frac{p_p}{\omega_s} R_r \frac{s U_{ef}^2}{(s^2 \omega_s^2 L_\sigma^2 + R_r^2)} \text{ [Nm]} \quad (2.47)$$

Kde je význam vystupujúcich veličín ako aj ich fyzikálne jednotky rovnaké ako vo vzťahu (2.44) [13].



Obrázok 24: Momentová charakteristika AM v závislosti na mechanickej uhlovej rýchlosti rotora [15]

Okrem toho, že momentová charakteristika na obrázku 24 určuje základné prevádzkové stavy obecného asynchrónneho motora, má aj ďalšie významné pracovné body:

- záberový moment  $M_{zab}$ , moment motora pri nulovej rýchlosti
- nominálny moment  $M_n$ , určuje nominálne zaťaženie pri nominálnej hodnote rýchlosti
- nominálne otáčky  $n_n$ /nominálna uhlová rýchlosť  $\omega_n$
- maximálny moment  $M_{max}$ , kde pomer  $M_{max}/M_n$  určuje maximálnu momentovú preťažiteľnosť stroja (približne platí  $M_{max} = 2 M_n$ )
- moment zvratu, čo je maximálny moment v motorickom chode  $M_{zvr}$  a v generátorickom chode  $M_{zvr g}$

Moment zvratu, kedy momentová charakteristika dosahuje svoje maximum, dokážeme vypočítať pomocou sklzu zvratu, ktorý je možné určiť z derivácie ustáleného momentu (2.47) podľa sklzu nasledovne

$$\frac{dm_{i\infty}}{dt} = 3 \frac{p_p}{\omega_s} R_r U_{ef}^2 \frac{(s^2 \omega_s^2 L_\sigma^2 + R_r^2 - 2s^2 \omega_s^2 L_\sigma^2)}{(s^2 \omega_s^2 L_\sigma^2 + R_r^2)^2} \quad (2.48)$$

Stacionárny bod (sklz zvratu) je tam, kde je derivácia (2.48) rovná nule, teda kde platí

$$(s^2 \omega_s^2 L_\sigma^2 + R_r^2 - 2s^2 \omega_s^2 L_\sigma^2) = 0$$

Z tejto rovnice už dokážeme určiť sklz zvratu ako

$$s_{zvr} = \pm \frac{R_r}{\omega_s L_\sigma} [-] \quad (2.49)$$

Moment zvratu určíme dosadením (2.49) do výrazu pre ustálený moment stroja (2.47). Po úpravách získame výsledný vzťah

$$M_{zvr} = \pm \frac{3p_p U_{ef}^2}{2\omega_s^2 L_\sigma} [\text{Nm}] \quad (2.50)$$

Kde je význam jednotlivých veličín ako aj ich fyzikálne jednotky podľa vzťahu (2.44).

Z rovníc (2.49) a (2.50) môžeme konštatovať, že sklz zvratu je priamo úmerný rotorovému odporu a maximálny moment (moment zvratu) sa mení s druhou mocninou napätia  $U_{ef}$  [13].

V praxi sa často stretávame s postupom, kedy sú na základe známej statickej charakteristiky identifikované jednotlivé konštanty stroja v rovine transformácie pomocou rozličných identifikačných metód.

## 2.7 Riadenie rýchlosti

Pre mechanickú uhlovú rýchlosť  $\omega$  asynchrónneho motora platí podľa (2.3) a (2.10) vzťah

$$\omega = (1 - s)\omega_s = (1 - s) \frac{2\pi \cdot f_s}{p_p} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (2.51)$$

Kde  $\omega_s$  – synchronná uhlová rýchlosť statorového poľa [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $f_s$  – frekvencia napájacieho napätia statora [Hz],  $p_p$  – počet pólových párov stroja [–].

Z tohto vzťahu vyplýva možnosť zásahu do rýchlosti motora jedným z nasledujúcich spôsobov

- zmenou počtu pólových dvojíc  $p_p$
- zmenou sklzu  $s$
- zmenou napájacej frekvencie  $f_s$

### 2.7.1 Riadenie zmenou počtu pólových párov

Tento spôsob riadenia rýchlosti nie je plynulý. Skôr ako o riadenie otáčok, sa jedná o prepínanie. Rôzny počet pólových párov asynchrónneho motora je možné vytvoriť dvoma alebo viacerými vinutiami, alebo zmenou spojenia jedného vinutia statora.

Použitie dvoch alebo viacerých samostatných vinutí, navrhnutých na rôzny počet pólov, ktoré sú uložené v spoločných drážkach statora vedie ku zväčšeniu rozmerov a hmotnosti stroja. Umožňuje však široký rozsah nastaviteľných rýchlostí. Prepínaním jediného vinutia sa dá jednoducho dosiahnuť pomer nastaviteľných rýchlostí 1:2. Niekedy sa tiež používa kombinácia oboch spôsobov.

Pri tomto riadení však stroj nie je plne magneticky využitý, pretože pracuje vždy len časť vinutí. Zmenou počtu pólových párov je možné riadiť rýchlosť iba u asynchrónnych motorov s kotvou nakrátko. Toto riadenie je v súčasnosti málo používané [9].

### 2.7.2 Riadenie zmenou sklzu

Veľkosť sklzu je možné meniť zmenou napájacieho napätia na statore, odporom v obvode rotora, alebo napájaním rotorového vinutia (kaskádovým zapojením). Tento spôsob riadenia rýchlosti je prakticky použiteľný iba u motorov s kotvou vinutou.

Nevýhodou riadenia rýchlosti zmenou napájacieho napätia je zmena momentu s druhou mocninou napätia čo vyplýva zo vzťahu (2.47) pre ustálený moment stroja, pričom sa sklz

zvratu nemení. Rýchlosť je možné meniť iba v malom rozmedzí od nominálneho sklzu  $s_n$  do blízkosti sklzu zvratu  $s_{zvr}$ . Pre nebezpečenstvo náhleho zastavenia stroja pri malom preťažení sa tento spôsob nepoužíva.

Riadenie rýchlosti zmenou odporu v rotorovom vinutí vyplýva zo vzťahu (2.49), podľa ktorého sklz zvratu závisí približne priamo úmerne na veľkosti odporu v obvode rotora. Moment zvratu sa pritom nemení. Zdroj [9] uvádza, že zmenou odporu rotorového vinutia je možné plynule riadiť otáčky asynchrónnych motorov s kotvou vinutou v rozmedzí asi do  $(0,5 \div 0,65)n_n$ . Toto riadenie však považujeme za stratové, pretože sa časť výkonu premení v odpore rotora na teplo.

Pod pojmom kaskádové zapojenie sa v elektrických pohonoch kedysi rozumelo spojenie dvoch alebo viacerých elektrických točivých strojov tak, aby bolo možné riadiť otáčavú rýchlosť kaskády. Technologický vývoj umožnil nahradiť v niektorých prípadoch točivý stroj meničom výkonovej elektroniky. Toto riadenie je obdobou riadenia rýchlosti zmenou odporu v rotorovom vinutí s rozdielom, že sa prebytočný výkon nepremieňa na teplo, ale vracia sa do siete.

### 2.7.3 Riadenie zmenou napájacej frekvencie

Riadenie rýchlosti zmenou frekvencie napájacieho napätia je univerzálny a v súčasnej dobe najpoužívanejší spôsob riadenia asynchrónneho motora s kotvou nakrátko. Umožňuje dosahovať požadované statické a dynamické charakteristiky pohonu pri veľkom rozsahu otáčok a zachovaní maximálneho momentu. Tento spôsob riadenia vyžaduje zdroj premenlivej frekvencie. V minulosti používané rotačné meniče frekvencie sú v dnešnej dobe nahradené polovodičovými meničmi. Riadenie zmenou frekvencie rozlišujeme podľa spôsobu na

- statické resp. skalárne riadenie, kde platí hlavná zásada o riadení napätia meniča podľa frekvencie, t. j. dodržanie pomeru

$$\frac{U}{f} = \text{konšt.}$$

- dynamické riadenie – priame riadenie momentu (direct torque control – DTC) alebo vektorové riadenie

Vzhľadom na to, že hlavným cieľom tejto práce je návrh vektorovo riadeného pohonu pre pohyb gumárenského kalandra, skalárne riadenie nebude bližšie rozoberané a ďalšie kapitoly budú zamerané výlučne na vektorovo orientované riadenie.

### 3 VEKTOROVÉ RIADENIE ASYNCHRÓNNYCH MOTOROV

Dynamika asynchrónnych motorov je značne komplikovaná. Vzhľadom na to, sú aj metódy ich riadenia pomerne zložité. Ku tomu sa pridáva potrebné riadenie napájacieho zdroja s premenlivou frekvenciou a taktiež aj náročnosť spracovania signálov spätnej väzby. Počas vývoja riadiacich systémov pre asynchrónne stroje vzniklo množstvo spôsobov riadenia s rozličným stupňom zložitosti.

Prevažná väčšina spôsobov riadenia stručne popísaných v kapitole 2.7 Riadenie rýchlosti bola odvodená zo statických veličín a tým pádom sú vhodné pre riadenie asynchrónnych motorov len v ustálených stavoch. Skalárne riadenie je jednoduchou a ekonomickou metódou riadenia, ktoré sa bude aj naďalej používať pre riadenie lacných a nenáročných priemyselných pohonov. Pri tomto riadení však nastávajú problémy kvôli nelineárnosti modelu motora a efektu vnútornej väzby medzi pozdĺžnou a priečnou osou.

U jednosmerných motorov s cudzím budením je poloha vektora magnetického toku viazaná so statorom a jeho veľkosť je určená veľkosťou budiaceho napätia. K dispozícii sú tu dva vstupy, rotorový a statorový, a môžeme riadiť dvoma navzájom nezávislými riadiacimi veličinami. U asynchrónnych motorov s kotvou nakrátko však nastáva situácia, kde je k dispozícii len jeden riadiaci vstup. Zmenou riadiacej veličiny sa mení nielen magnetický tok, ale aj moment motora, ktoré sú vo vzájomnej väzbe. Skalárne metódy riadenia založené na modeloch asynchrónneho motora v ustálených stavoch neumožňujú dosiahnutie dynamických vlastností podobných jednosmerným motorom, teda nezávislé riadenie magnetického toku a momentu stroja.

Prelom v oblasti riadenia striedavých strojov spôsobila začiatkom 70. rokov minulého storočia práca F. Blaschkeho, v ktorej boli prvý krát popísané princípy vektorového riadenia. O rozšírenie a úspech tejto metódy riadenia sa významnou mierou pričínili aj W. Leonhard a K. Hasse. Vektorové riadenie je výsledkom snahy o dosiahnutie dynamických vlastností frekvenčne riadeného asynchrónneho motora porovnateľných s jednosmernými motormi s cudzím budením. V súčasnosti sa vektorovo orientované riadenie považuje za najprogressívnejší spôsob riadenia frekvenčne ovládaných asynchrónnych motorov s kotvou na krátko.

### 3.1 Princíp

Pri vektorovo orientovanom riadení sa snažíme nezávisle riadiť magnetický tok a točivý moment asynchrónneho stroja a tým dosiahnuť lineárny vzťah medzi prúdom motora a generovaným momentom. Vektorové riadenie eliminuje zvyčajné obmedzenie stability asynchrónneho motora a poskytuje výhodu rýchlych prechodových dejov. Pojem vektorové riadenie vychádza zo skutočnosti, že pri tomto spôsobe riadenia je riadenou veličinou modul aj fáza vektora statorového napätia alebo prúdu asynchrónneho motora. Hlavným princípom vektorovo orientovaného riadenia je odstránenie problému existencie väzby medzi pozdĺžnou a priečnou osou. Cenou za všetky výhody, ktoré vektorové riadenie prináša je zložitá transformácia súradníc a náročné spracovanie signálov spätnej väzby.

Aby sme dosiahli zjednodušenie regulačných algoritmov, transformujeme rovnice stroja do ortogonálneho systému ôs rotujúceho rýchlosťou točivého magnetického poľa, teda synchronnou rýchlosťou  $\omega_k = \omega_s$ . Touto transformáciou zaistíme, že sú všetky dôležité veličiny v ustálenom stave konštantné.

Pri realizácii regulačného algoritmu máme ešte jednu možnosť voľby, a to voľbu orientácie osi  $d$ . Riadenie môže byť obecné orientované na hlavný magnetizačný tok, na spriahnutý statorový tok alebo na spriahnutý rotorový tok. V ustálenom stave sú tieto tri metódy prakticky totožné. Vedú však na rozdielne štruktúry regulačných obvodov s rozdielnymi vlastnosťami v prechodových stavoch. Pri orientácii na magnetický tok hlavný a statorový zostáva väzba medzi magnetickým tokom a momentom. Iba pri orientácii na vektor rotorového magnetického toku je možné riadiť obidve veličiny nezávisle. Nepracuje sa teda s reálnymi premennými stroja, ale s premennými transformovanými do súradnicového systému daného polohou vektoru magnetického toku.

Kľúčovým problémom návrhu vektorového riadenia je získanie informácie o polohe a veľkosti priestorového vektora referenčného magnetického toku, potrebnej pre transformáciu súradníc. Rozlišujeme dve základné koncepcie vektorového riadenia na základe spôsobu získavania informácií o magnetickom toku motora:

- priame vektorové riadenie, ktoré vyžaduje vloženie meracích cievok alebo Halloových sond do motora (problémová realizácia)
- nepriame vektorové riadenie, využívajúce meranie statorových prúdov alebo napätí a rýchlosti [16]



### 3.1.1 Vektorový tvar transformovaných rovnic stroja

Pri odvodení vektorovo orientovaného riadenia budeme teda vychádzať z transformovaných rovníc stroja pri transformačnej uhlovej rýchlosti rovnjej synchronnej rýchlosti stroja  $\omega_k = \omega_s$ . Zápis diferenciálnych rovníc (2.37) najskôr upravíme zavedením priestorových vektorov statorového napätia  $\vec{u}_s$  a statorového a rotorového prúdu  $\vec{i}_s$  a  $\vec{i}_r$  podľa

$$\begin{aligned}\vec{u}_s &= u_d + ju_q, & \vec{i}_s &= i_d + ji_q, \\ \vec{i}_r &= i_D + ji_Q\end{aligned}\quad (3.1)$$

Po úpravách dostaneme podľa zdroja [13] namiesto štyroch rovníc v reálnej premennej dve nasledovné rovnice pre asynchrónny motor v komplexnej premennej

$$\vec{u}_s = R_s \vec{i}_s + L_d \frac{d}{dt} \vec{i}_s + L_m \frac{d}{dt} \vec{i}_r + j\omega_s L_d \vec{i}_s + j\omega_s L_m \vec{i}_r \quad (3.2)$$

$$0 = R_r \vec{i}_r + L_D \frac{d}{dt} \vec{i}_r + L_m \frac{d}{dt} \vec{i}_s + js\omega_s L_D \vec{i}_r + js\omega_s L_m \vec{i}_s \quad (3.3)$$

Ak teraz označíme priestorové vektory statorového a rotorového magnetického toku ako

$$\vec{\psi}_s = L_d \vec{i}_s + L_m \vec{i}_r, \quad \vec{\psi}_r = L_D \vec{i}_r + L_m \vec{i}_s \quad (3.4)$$

Rovnice (3.2) a (3.3) nadobudnú tvar

$$\vec{u}_s = R_s \vec{i}_s + \frac{d}{dt} \vec{\psi}_s + j\omega_s \vec{\psi}_s \quad (3.5)$$

$$0 = R_r \vec{i}_r + \frac{d}{dt} \vec{\psi}_r + js\omega_s \vec{\psi}_r \quad (3.6)$$

Pre moment po úpravách vzťahu (2.34) podľa [12] a [13] platí

$$m_{int} = p_p L_m \text{Im}\{\vec{i}_s \vec{i}_r^*\} \quad (3.7)$$

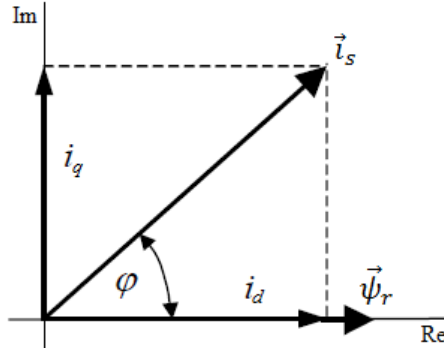
Kde  $\vec{i}_r^* = i_D - ji_Q$  je komplexná funkcia komplexne združená ku  $\vec{i}_r$  a  $\text{Im}\{\vec{i}_s \vec{i}_r^*\}$  je imaginárna časť súčinu priestorového vektoru statorového prúdu  $\vec{i}_s$  a  $\vec{i}_r^*$ . Rovnice (3.5), (3.6) a (3.7) budú východiskom pre ďalšie úvahy o vektorovo orientovanom riadení asynchrónneho stroja.

### 3.1.2 Odvodenie vektorovo orientovaného riadenia

Ďalej budeme uvažovať vektorové riadenie orientované na vektor magnetického toku rotora. Táto metóda je založená na stotožnení reálnej osi  $d$  transformovaného systému  $\hat{o}s$  s vektorom magnetického toku rotora, teda platí

$$\vec{\psi}_r = \text{Re}\{\vec{\psi}_r\} = L_D i_D + L_m i_d \quad (3.8)$$

Kde  $\text{Re}\{\vec{\psi}_r\}$  – reálna časť vektora satorového magnetického toku  $\vec{\psi}_r$ .



Obrázok 25: Vektorový diagram satorového prúdu a magnetického toku rotora [15]

Situáciu si možno predstaviť z obrázku 25, kde uvažujeme  $d$  zložku satorového prúdu pevne spojenú s vektorom rotorového magnetického toku, pričom rotujú rovnakou uhlovou rýchlosťou. Imaginárna zložka vektoru magnetického toku je teda v každom čase nulová.

Z definície vektora rotorového toku (3.4) vyjadríme vzťah pre vektor prúdu rotora ako

$$\vec{\psi}_r = L_D \vec{i}_r + L_m \vec{i}_s \Rightarrow \vec{i}_r = \frac{1}{L_D} \vec{\psi}_r - \frac{L_m}{L_D} \vec{i}_s \quad (3.9)$$

Dosadením vzťahov (3.8) a (3.9) do rotorovej rovnice (3.6) dostaneme

$$0 = \frac{R_r}{L_D} \text{Re}\{\vec{\psi}_r\} - \frac{R_r L_m}{L_D} \vec{i}_s + \frac{d}{dt} \text{Re}\{\vec{\psi}_r\} + j s \omega_s \text{Re}\{\vec{\psi}_r\} \quad (3.10)$$

Ďalej zavedieme elektrickú časovú konštantu rotorového obvodu ako

$$\tau_r = \frac{L_D}{R_r} \quad (3.11)$$

Rozpísaním vektorovej rovnice (3.10) do zložkového tvaru získame z reálnej zložky vzťah pre  $d$  zložku satorového prúdu  $\vec{i}_s$  nasledovne

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{\tau_r} \text{Re}\{\vec{\psi}_r\} - \frac{L_m}{\tau_r} i_d + \frac{d}{dt} \text{Re}\{\vec{\psi}_r\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{L_m}{\tau_r} i_d &= \frac{1}{\tau_r} \text{Re}\{\vec{\psi}_r\} + \frac{d}{dt} \text{Re}\{\vec{\psi}_r\} \Rightarrow \\ \Rightarrow i_d &= \frac{\text{Re}\{\vec{\psi}_r\}}{L_m} + \frac{\tau_r}{L_m} \frac{d}{dt} \text{Re}\{\vec{\psi}_r\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Definujme teraz magnetizačný prúd  $i_{mr}$  ako

$$i_{mr} = \frac{\operatorname{Re}\{\vec{\psi}_r\}}{L_m} \text{ [A]} \quad (3.13)$$

Po dosadení vzťahu (3.13) do (3.12) pre  $d$  zložku statorového prúdu platí

$$i_d = i_{mr} + \tau_r \frac{d}{dt} i_{mr} \quad (3.14)$$

Z imaginárnej zložky vektorovej rovnice (3.10) po dosadení (3.11) a (3.13) dostávame

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{R_r L_m}{L_D} i_q + s\omega_s \operatorname{Re}\{\vec{\psi}_r\} \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 &= -\frac{L_m}{\tau_r} i_q + s\omega_s i_{mr} L_m \Rightarrow \\ \Rightarrow s\omega_s &= \frac{1}{\tau_r} \frac{i_q}{i_{mr}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Pre vektor  $\vec{i}_r$  a vektor jemu komplexne združený  $\vec{i}_r^*$  podľa (3.1) a (3.9) môžeme písať

$$\begin{aligned} \vec{i}_r &= \frac{\operatorname{Re}\{\vec{\psi}_r\}}{L_D} - \frac{L_m}{L_D} (i_d + j i_q) = \left( \frac{\operatorname{Re}\{\vec{\psi}_r\}}{L_D} - \frac{L_m}{L_D} i_d \right) - j \frac{L_m}{L_D} i_q \Rightarrow \\ \Rightarrow \vec{i}_r^* &= \left( \frac{\operatorname{Re}\{\vec{\psi}_r\}}{L_D} - \frac{L_m}{L_D} i_d \right) + j \frac{L_m}{L_D} i_q \end{aligned} \quad (3.16)$$

Pre imaginárnu zložku súčinu  $\operatorname{Im}\{\vec{i}_s \vec{i}_r^*\}$  teda po úpravách podľa [13] platí

$$\operatorname{Im}\{\vec{i}_s \vec{i}_r^*\} = i_q \frac{\operatorname{Re}\{\vec{\psi}_r\}}{L_D} = \frac{L_m}{L_D} i_{mr} i_q \quad (3.17)$$

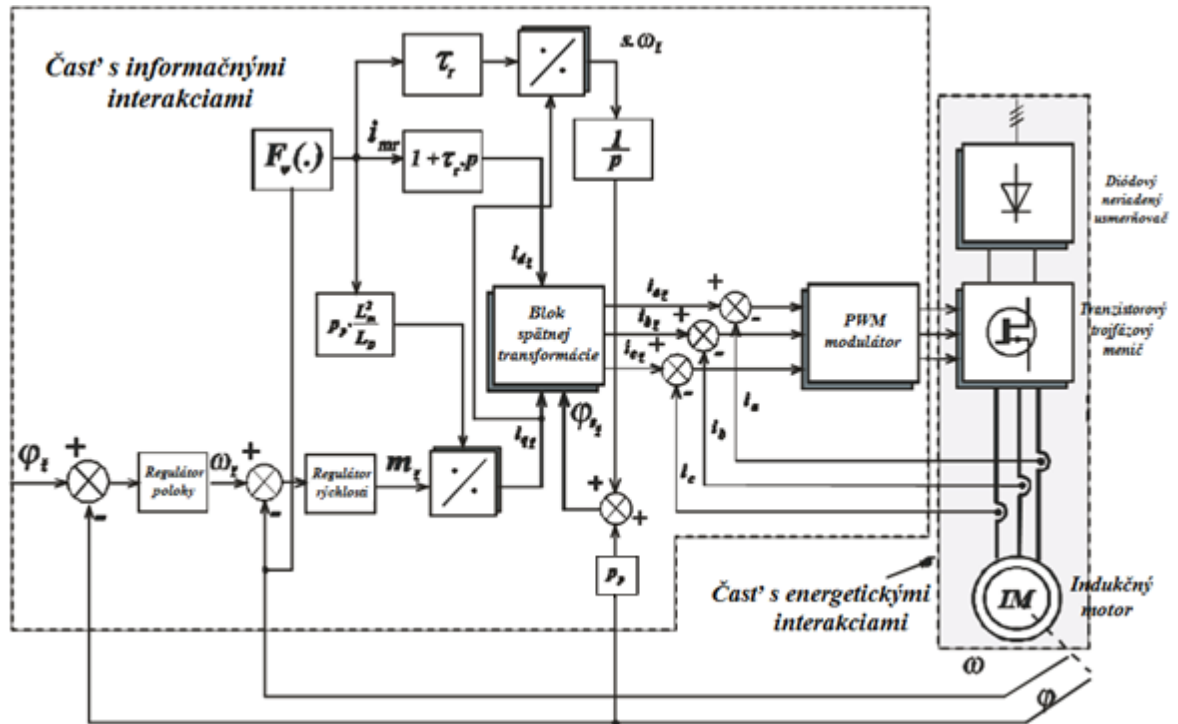
Dosadením (3.17) do rovnice pre moment (3.7) dostaneme

$$m_{int} = p_p \frac{L_m^2}{L_D} i_{mr} i_q \quad (3.18)$$

Z uvedeného vyplýva, že pri takto zvolenej orientácii súradnicovej sústavy je časť prúdu tvoriaca magnetický tok podľa vzťahov (3.13) a (3.14) tvorená iba tzv. „tokotvorným“ prúdom  $i_d$ . Moment asynchrónneho stroja je tvorený podľa (3.18) súčinom magnetizačného prúdu  $i_{mr}$  a tzv. „momentotvorného“ prúdu  $i_q$ , pre ktorý platí vzťah (3.15).

Princíp popísaného vektorovo orientovaného riadenia podľa vektora magnetického toku rotora je zrejmý z obrázku 26. Tento spôsob riadenia, znázornený na obrázku schematicky,

označujeme ako nepriame vektorové riadenie, kde sú snímané satorové prúdy a rýchlosť motora. Informáciu o sklzovej uhlovej rýchlosti  $s\omega_s$  získavame na základe žiadaných hodnôt momentu a magnetického toku. Táto metóda je citlivá na zmenu parametrov rotorového obvodu, najmä  $L_D$ ,  $L_m$  a  $R_r$  [13][16].



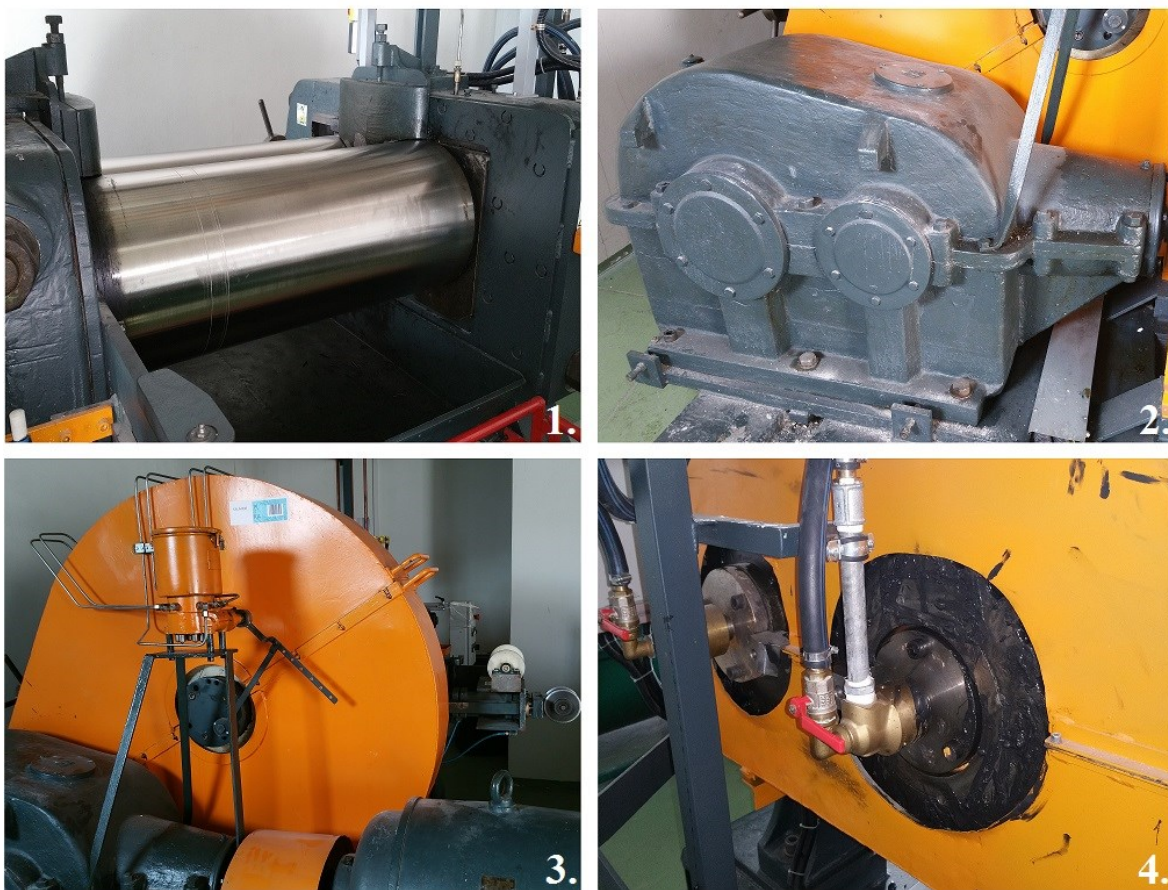
Obrázok 26: Štrukturálna schéma nepriameho vektorového riadenia so snímaním satorových prúdov a rýchlosti AM

## **II. PRAKTICKÁ ČASŤ**

## 4 KALANDER

Predmetom tejto práce je návrh pohonu pre reálny kalander, ktorý sa nachádza vo výrobnom závode firmy SumiRiko AVS Czech s.r.o. Stroj je používaný niekoľko krát do týždňa pre spracovanie prírodného aj syntetického kaučuku. Zmes na vstup do kalandra pridáva manuálne obsluhujúci pracovník. Výstupný pás z kalandra je rezaný na užšie pásy o šírke cca 5 cm, z ktorých sa ďalej vyrábajú tzv. silentbloky pre popredný automobilový priemysel v Európe.

Nasledujúci obrázok je zložený z niekoľkých záberov kalandru z rôznych uhlov. Na obrázku 27.1 je záber z prednej strany a obrázky 27.2 a 27.3 zachytávajú dve prevodovky umiestnené na ľavej strane stroja. Na obrázku 27.4 je kalander zachytený z pravej strany. Spolu s tretou prevodovkou tu možno vidieť aj hadice a ventily pre termoregulačné médium.



Obrázok 27: Zábery reálneho kalandru z rôznych uhlov

Z obrázka 27 je zrejmé, že kalander je v dvojvalcovom usporiadaní s valcami vedľa seba. Je poháňaný asynchrónnym motorom, ktorý je pripojený na elektrickú sieť bez akéhokoľvek riadenia otáčok alebo momentu. Motor poháňa prvý valec (hnací) prostredníctvom dvoch

prevodoviek. Tento valec potom pomocou ďalšej prevodovky s pevným prevodovým pomerom poháňa valec druhý (hnaný). Vstupujúca zmes je hnetená pred štrbinou vďaka rozdielnej obvodovej rýchlosti valcov.

Stroj a všetky jeho komponenty sú už veľmi zastarané, no aj napriek tomu stále plní svoju funkciu a majiteľ ho plánuje naďalej používať. Vzhľadom na potreby výroby, vzniká požiadavka na riadenie momentu a otáčok motora a teda obvodovej rýchlosti valcov. Pre návrh pohonu a simulácie zodpovedajúce realite je dôležité poznať celkový zaťažný moment poháňaného stroja, čomu sú určené nasledujúce podkapitoly.

#### 4.1 Moment zotrvačnosti valcov

Valce kalandra vykonávajú otáčavý pohyb, čím vzniká určitý moment zotrvačnosti, v dôsledku pôsobiaci na AS. Pre určenie momentov zotrvačnosti jednotlivých valcov použijeme vzťah s objemovým integrálom (1.6), ktorý uvažuje skúmané teleso ako homogénne. Preto pri výpočte zanedbáme tenkú vrstvu chrómu na povrchu valcov, ktorá slúži ako chemická ochrana. Materiál, z ktorého sú vyrobené valce je oceľ, ktorej hustota je podľa tabuliek  $\rho_O = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Ako termoregulačné médium je vo valcoch používaná chladiaca voda. Vzhľadom na to bude pre určenie momentu zotrvačnosti dutých častí valcov uvažovaná tabuľková hodnota hustoty vody pri  $4 \text{ }^\circ\text{C}$ , konkrétne  $\rho_V = 999,97 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

Napriek tomu, že valce kalandra nie sú po celej dĺžke symetrické, pozri obrázok 28, pre výpočet ich môžeme rozdeliť na niekoľko symetrických valcových častí a použiť transformáciu objemového elementu vo vzťahu (1.6) do cylindrických súradníc nasledovne

$$dV = r dr d\varphi dz$$

Potom môžeme vzťah pre výpočet momentu zotrvačnosti rotujúceho telesa prepísať ako

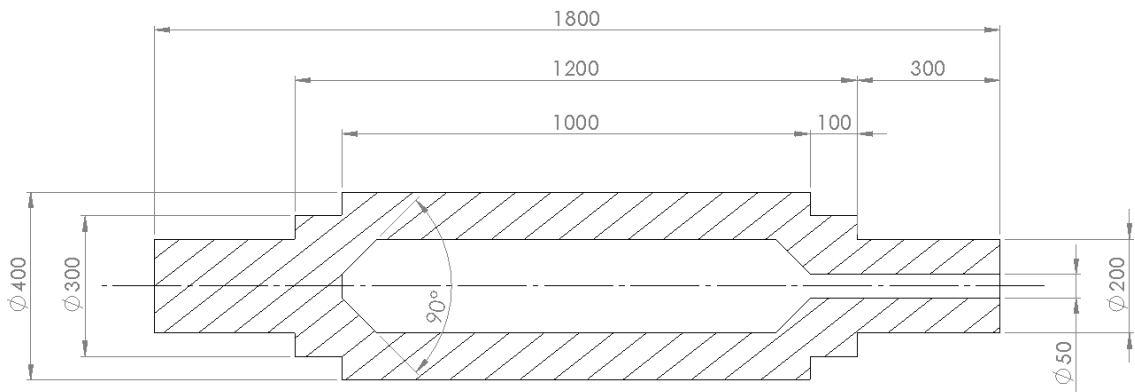
$$J = \rho \int_z \left( \int_\varphi \left( \int_r r^3 dr \right) d\varphi \right) dz \text{ [Nm]} \quad (4.1)$$

Kde  $r$  – polomer valcového telesa [m],  $dr$  – prírastok polomeru [m],  $\varphi$  – uhol otočenia okolo osi rotácie [rad],  $d\varphi$  – prírastok uhla [rad],  $z$  – výška valca [m],  $dz$  – prírastok výšky [m].

Valce kalandra sa mierne líšia v konštrukcii vzhľadom na to, že ich pohon nie je oddelený. Hnací valec má oproti hnanému navyše jeden výstupný hriadel, ktorý ho spája s druhou prevodovkou stroja. Obidva valce kalandra sú typu s centrálnym otvorom so vstupom a výstupom chladiacej tlakovej vody na rovnakej strane.

#### 4.1.1 Hnací valec

Pre určenie momentu zotrvačnosti budú použité rozmery valca na obrázku 28. Tento prierez zodpovedá skutočnému hnaciemu valcu s centrálnym otvorom. Jednotlivé rozmery sú v jednotkách mm.



Obrázok 28: Prierez hnacím valcom kalandra

Prvá počítaná symetrická cylindrická časť hnacieho valca bude hriadeľ na pravej strane, ktorý vstupuje do tretej prevodovky stroja. Uvažovaná časť je vyznačená červeným obdĺžnikom v priereze valca na obrázku 29.

Polomer a výška dutiny sú nasledovné

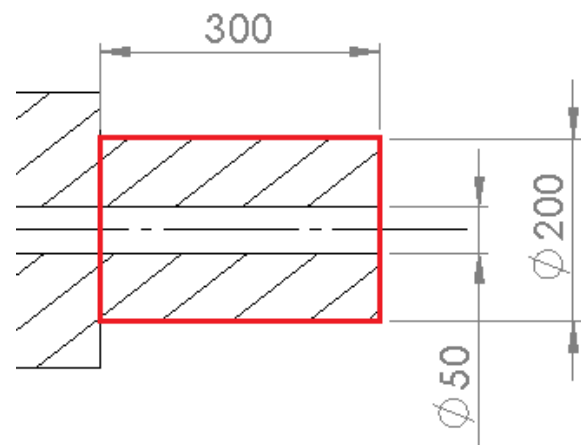
$$r_{11} = 0,025 \text{ m}$$

$$z_1 = 0,3 \text{ m}$$

Výška celej časti je rovnaká a jej polomer je

$$r_{12} = 0,1 \text{ m}$$

S použitím týchto hodnôt, vyššie uvedených hustôt a vzťahu (4.1) môžeme vypočítať moment zotrvačnosti celej časti ako súčet jednotlivých momentov pevnej a dutej časti.



Obrázok 29: Prvá uvažovaná časť valca

$$J_{11} = \rho_V \int_0^{z_1} \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_0^{r_{11}} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \frac{1}{2} \pi \rho_V z_1 r_{11}^4 = 0,1841 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{12} = \rho_O \int_0^{z_1} \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_{r_{11}}^{r_{12}} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \frac{1}{2} \pi \rho_O z_1 (r_{12}^4 - r_{11}^4) = 0,3685 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_1 = J_{11} + J_{12} = 0,3687 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.2)$$



Ďalšou riešenou časťou je časť valca uložená v ložisku stojana stroja, vyznačená v priereze na obrázku 30. V danej časti je opäť dutina pre chladiacu vodu.

Polomer a výška dutiny tejto časti sú nasledovné

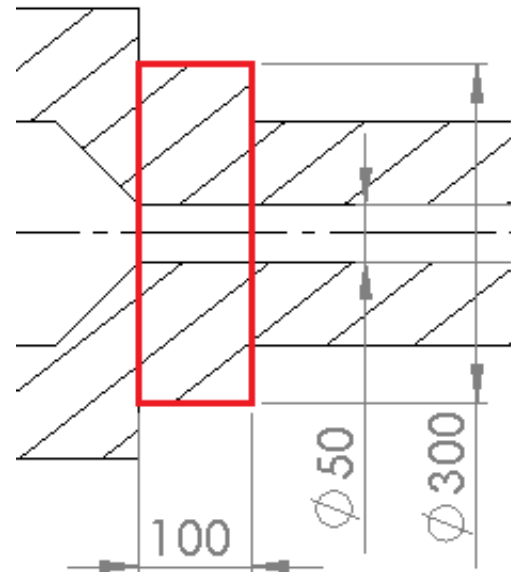
$$r_{21} = 0,025 \text{ m}$$

$$z_2 = 0,1 \text{ m}$$

Výška celej časti je opäť rovnaká a jej polomer je

$$r_{22} = 0,15 \text{ m}$$

Podobne ako v predchádzajúcom prípade použijeme vzťah (4.1) a vypočítame momenty zotrvačnosti pevnej a dutej časti. Následne určíme celkový moment zotrvačnosti danej časti ako súčet jednotlivých momentov.



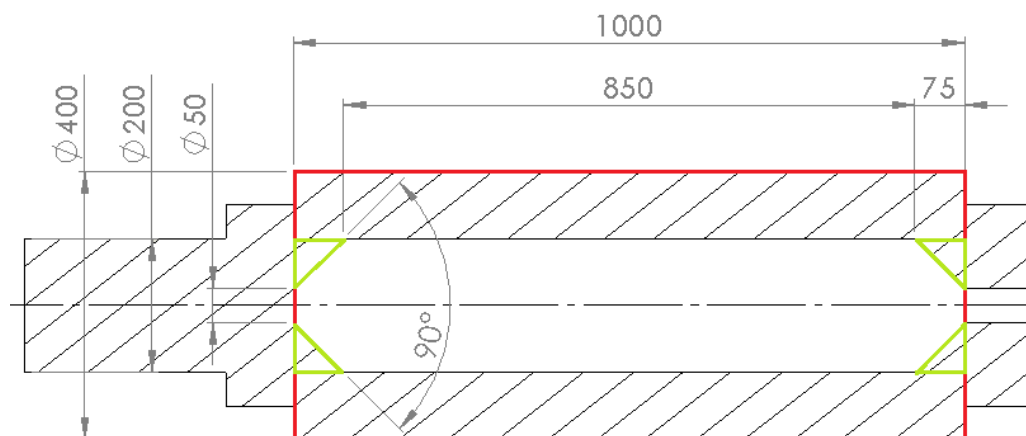
Obrázok 30: Druhá uvažovaná časť valca

$$J_{21} = \rho_V \int_0^{z_2} \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_0^{r_{21}} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \frac{1}{2} \pi \rho_V z_2 r_{21}^4 = 0,0614 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{22} = \rho_O \int_0^{z_2} \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_{r_{21}}^{r_{22}} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \frac{1}{2} \pi \rho_O z_2 (r_{22}^4 - r_{21}^4) = 0,6238 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_2 = J_{21} + J_{22} = 0,6238 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.3)$$

Tretou a z hľadiska veľkosti momentu zotrvačnosti najvýznamnejšou časťou bude samotná pracovná časť hnacieho valca kalandra, vyznačená na obrázku 31.



Obrázok 31: Tretia uvažovaná časť valca

Na obrázku je vidieť, že táto časť valca nie je symetrická kvôli skoseniu dutiny na oboch koncoch. Najskôr vypočítame moment zotrvačnosti chladiacej vody v dutine s tým, že tieto nesymetrické časti zanedbáme.

Uvažované rozmery dutej časti sú nasledovné

$$r_{31} = 0,1 \text{ m}$$

$$z_3 = 1 \text{ m}$$

Moment zotrvačnosti tejto časti vypočítame ako

$$J'_{31} = \rho_V \int_0^{z_3} \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_0^{r_{31}} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \frac{1}{2} \pi \rho_V z_3 r_{31}^4 = 0,1571 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Zanedbané časti predchádzajúceho výpočtu sú na obrázku 31 vyznačené zelenou farbou. Ak by sme však tieto úseky teoreticky spojili do jedného, vznikne symetrické teleso v tvare valca s dutinou a rozmermi

$$r_1 = 0,025 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,1 \text{ m}$$

$$z = 0,075 \text{ m}$$

Jeho moment zotrvačnosti určíme nasledovne

$$J''_{31} = \rho_V \int_0^z \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \frac{1}{2} \pi \rho_V z_3 (r_2^4 - r_1^4) = 0,0117 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Tento moment odčítame od hodnoty  $J'_{31}$  a získame tak výsledný moment zotrvačnosti vody v dutine

$$J_{31} = J'_{31} - J''_{31} = 0,1453 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Výška oceľovej časti zostáva rovnaká a jej polomer je

$$r_{32} = 0,2 \text{ m}$$

Pomocou vzťahu (4.1) opäť spočítame moment so zanedbaním nesymetrických častí nasledovne

$$J'_{32} = \rho_O \int_0^{z_3} \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_{r_{31}}^{r_{32}} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \frac{1}{2} \pi \rho_O z_3 (r_{32}^4 - r_{31}^4) = 18,4961 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Rovnako ako pri výpočte momentu zotrvačnosti vody v dutine určíme aj moment zotrvačnosti nesymetrických oceľových častí ako

$$J''_{32} = \rho_0 \int_0^z \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \frac{1}{2} \pi \rho_0 z_3 (r_2^4 - r_1^4) = 0,0921 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

V tomto prípade túto hodnotu pripočítame ku  $J'_{32}$  a získame tak výsledný moment zotrvačnosti oceľovej časti

$$J_{32} = J'_{32} + J''_{32} = 18,5882 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Teraz už môžeme určiť moment zotrvačnosti celej pracovnej časti hnacieho valca

$$J_3 = J_{31} + J_{32} = 18,7336 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.4)$$

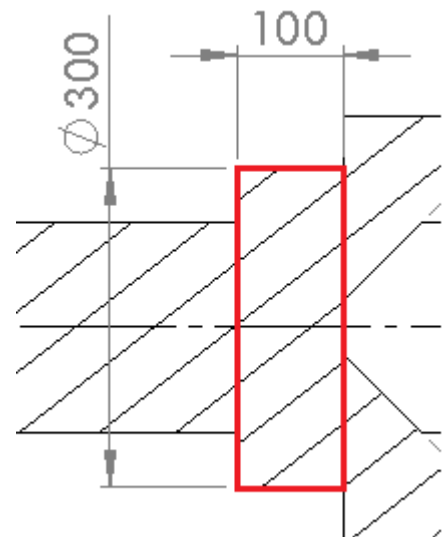
Ďalšou riešenou časťou bude ľavá časť valca uložená v ložisku stojana kalandra. Na obrázku 32 je táto časť zvýraznená červenou farbou. Z obrázku je vidieť, že v tejto časti už nie je dutina pre chladiacu vodu. Celá časť je oceľová a jej rozmery sú

$$r_4 = 0,15 \text{ m}$$

$$z_4 = 0,1 \text{ m}$$

Moment zotrvačnosti vypočítame nasledovne

$$J_4 = \rho_0 \int_0^{z_4} \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_0^{r_4} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \frac{1}{2} \pi \rho_0 z_4 r_4^4 = 0,6242 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.5)$$



Obrázok 32: Štvrtá uvažovaná časť valca

Poslednou uvažovanou symetrickou časťou hnacieho valca je hriadel' na ľavej strane ktorý je pripojený na druhú prevodovku kalandra. Táto časť neobsahuje dutinu pre chladiacu vodu a je teda celá z ocele. Uvažovaná časť je zvýraznená na obrázku 33 a jej rozmery sú nasledovné

$$r_5 = 0,1 \text{ m}$$

$$z_5 = 0,3 \text{ m}$$

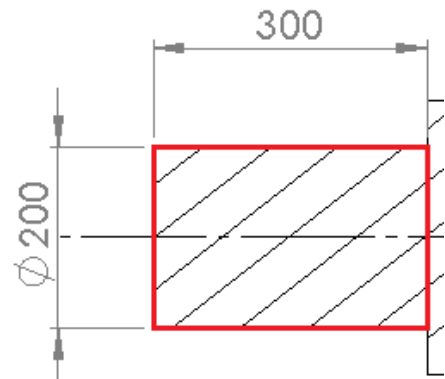
Moment zotrvačnosti vypočítame opäť pomocou vzťahu (4.1) ako

$$J_5 = \rho_0 \int_0^{z_5} \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_0^{r_5} r^3 dr \right) d\varphi \right) dz = \quad (4.6)$$

$$= \frac{1}{2} \pi \rho_0 z_5 r_5^4 = 0,3699 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Celkový moment zotrvačnosti hnacieho valca  $J_{hnc}$  určíme súčtom vypočítaných momentov jednotlivých častí v (4.2) až (4.6) ako

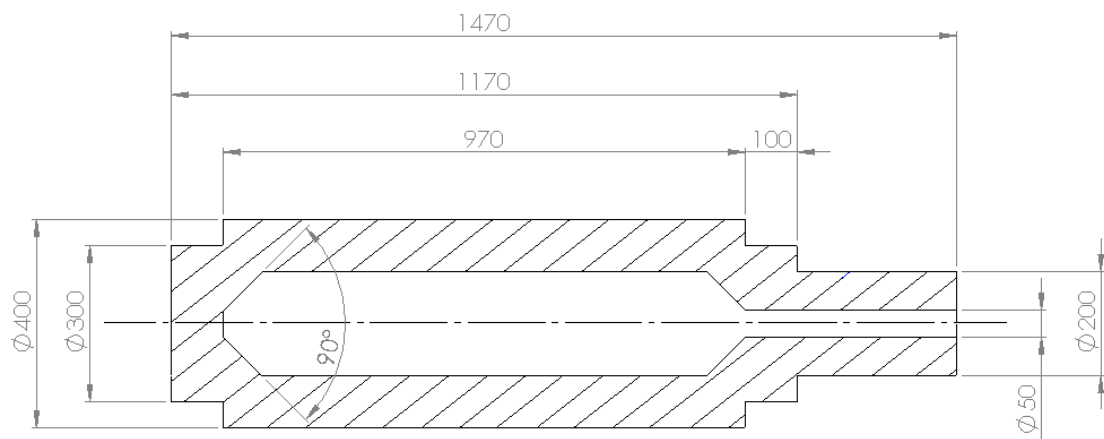
$$J_{hnc} = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 = 20,7202 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.7)$$



Obrázok 33: Piata uvažovaná časť valca

#### 4.1.2 Hnaný valec

Druhý – hnaný valec nemá na rozdiel od hnacieho výstupný hriadeľ na ľavej strane, ako je zrejmé z obrázku 34. Dĺžka pracovnej časti je o niečo menšia ako u hnacieho valca, preto budeme počítat moment zotrvačnosti pre túto časť zvlášť. Ostatné časti a ich rozmery majú valce totožné, čo môžeme s výhodou využiť pre výpočet momentu zotrvačnosti hnaného valca.



Obrázok 34: Prierez hnaným valcom kalandra

Pri určení momentu zotrvačnosti pracovnej časti druhého valca je potrebné opäť uvažovať dutinu a jej skosenie na obidvoch stranách. Postup je zhodný ako v predchádzajúcej kapitole 4.1.1 Hnací valec pri výpočte momentu zotrvačnosti pracovnej časti, s rozdielom hodnoty výšky hnaného valca  $z = 0,97$  m. Vzhľadom na rozsiahlosť výpočtu je redundantné ho písať znova a preto uvedieme už len výslednú hodnotu momentu zotrvačnosti pracovnej časti hnaného valca

$$J_{3hnn} = 18,174 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.8)$$

Podobne ako pri hnacom valci určíme celkový moment zotrvačnosti súčtom momentov jednotlivých symetrických častí. Vzhľadom na rovnaké rozmery niektorých častí valcov použijeme už vypočítané hodnoty týchto častí v (4.2), (4.3) a (4.5).

$$J_{hnn} = J_1 + J_2 + J_{3hnn} + J_4 = 19,7907 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.9)$$

## 4.2 Prevodovky kalandra

Kalander obsahuje celkovo tri prevodovky, pričom všetky slúžia pre zvyšovanie výstupného záťažného momentu asynchrónneho stroja a znižovanie otáčok, jedná sa teda o reduktory. Každá z nich je mechanická a má konštantný prevodový pomer. Z vlastností týchto prevodoviek nás pri analýze momentu predovšetkým zaujíma ich účinnosť a prevodový pomer.

Prvá prevodovka kalandra je realizovaná pomocou kuželových ozubených súkolí a jej prevodový pomer  $i_1$  je daný vzťahom (1.1) ako

$$i_1 = \frac{4}{1} \quad (4.10)$$

Táto prevodovka (obrázok 27.2) sa nachádza medzi výstupným hriadeľom asynchrónneho stroja a druhou prevodovkou stroja.

Druhá prevodovka prevádza záťažný moment medzi prvou prevodovkou a hnacím valcom kalandra (obrázok 27.3). Pozostáva z dvoch ozubených kolies a reťaze a jej prevodový pomer  $i_2$  je

$$i_2 = \frac{10}{1} \quad (4.11)$$

Tretou a poslednou prevodovkou kalandra je zaručené hnetenie kaučukovej zmesi. Prevodovka (obrázok 27.4) sa skladá z dvoch ozubených kolies a prevádza záťažný moment z hnacieho valca na hnaný s prevodovým pomerom

$$i_3 = \frac{21}{19} \quad (4.12)$$

Celkový prevodový pomer medzi motorom a hnacím valcom je

$$i_{hnc} = i_1 i_2 = 40 \quad (4.13)$$

Medzi motorom a hnaným valcom je pomer  $i_{hnn}$  nasledovný

$$i_{hnn} = i_1 i_2 i_3 = 44,2105 \quad (4.14)$$

Použité mechanické prevodovky s konštantným prevodovým pomerom v súčasnosti dosahujú podľa zdroja [5] účinnosť 97 % a viac. Stratu momentu na prevodovkách budeme teda počítat' s účinnosťou

$$\eta_p = 0,97 \quad (4.15)$$

### 4.3 Zát'ažný moment v štrbine

Ďalším predmetom skúmania bude odporový zát'ažný moment pôsobiaci na valec a v konečnom dôsledku na poháňajúci motor. V prvej kapitole na strane 18 bol uvedený vzťah (1.5) pre jeho výpočet. Aby sme mohli určiť maximálny zát'ažný moment, je potrebné poznať konkrétne parametre kalandru ako sú rozmery a obvodová rýchlosť valcov a taktiež vlastnosti spracovávanej kaučukovej zmesi. Vo výpočte budeme uvažovať rozmery hnacieho valca.

Polomer pracovnej časti valca už poznáme z kapitoly 3.1 Moment zotrvačnosti valcov a to  $R = 0,2$  m.

Ďalej pre výpočet potrebujeme vedieť šírku spracovaného pásu  $W$ . Viditeľná dĺžka valca na obrázku 27.1 je  $l = 1$  m. Vstupná kaučuková zmes však nie je kalandrovaná po celej tejto dĺžke. Na obrázku môžeme vidieť, že obidvoch stranách valcov sú pridané distančné telesá, každé o dĺžke  $l = 0,15$  m, ktoré zabraňujú spracovanej zmesi aby sa dostala do ložísk valcov. Výsledná šírka opásania je potom  $W = 0,7$  m.

Veľkosť štrbiny medzi valcami  $2h_0$  bola zistená od pracovníkov obsluhujúcich kalander. Pri výpočte bude uvažovaná hodnota  $h_0 = 7,5$  mm. V zdroji [6] je uvedené, že je v tomto prípade nutné zachovať jednotky mm pre korektnosť výpočtu.

Na kalandri je v závode spracovaných niekoľko druhov kaučukových zmesí, pričom každá má inú dynamickú viskozitu. Zo vzťahu (1.5) je zrejmé, že hodnota zát'ažného momentu je priamo úmerná dynamickej viskozite spracovaného polyméru. Vzhľadom na túto skutočnosť použijeme pre určenie maximálneho momentu najvyššiu hodnotu dynamickej viskozity zmesi používanej pri kalandrovaní v závode, a to konkrétne  $\eta = 1$  kPa · s.

Ako posledné pre výpočet odporového zát'ažného momentu  $C$  potrebujeme vedieť rýchlosť valca. Budeme vychádzať z nominálnych otáčok uvedených na štítke motora  $n_n = 970$  min<sup>-1</sup> (viac v kapitole 5 Dynamický model Asynchrónneho stroja, str. 66). Vzhľadom

na aktuálnu absenciu riadenia otáčok bude táto rýchlosť uvažovaná ako maximálna. Musíme brať do úvahy zjednodušujúci predpoklad pre odvodenie vzťahu (1.5) v [6], že rýchlosti valcov sú zhodné, pričom budeme počítat' s rýchlosťou hnacieho valca, ktorá je väčšia. Pre určenie frekvencie otáčania hnacieho valca použijeme výsledný prevodový pomer (4.13) medzi asynchrónnym strojom a valcom určený v kapitole 4.2 Prevodovky kalandra str. 60. Maximálne teoretické otáčky hnacieho valca teda určíme nasledovne

$$n_{hnc_{max}} = \frac{n_n}{i_{hnc}} = \frac{970}{40} = 24,25 \text{ min}^{-1} \quad (4.16)$$

Kde  $n_n$  – nominálne otáčky AS [ $\text{min}^{-1}$ ],  $i_{hnc}$  – prevodový pomer AS  $\Rightarrow$  hnací valec [-].

Vzťah (1.5) však neuvažuje rýchlosť valca v otáčkach za minútu. Pre prepočet na jednotku [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] je potrebné hodnotu  $n_{hnc_{max}}$  vynásobiť obvodom valca a vydeliť číslom 60 nasledovne

$$U = n_{hnc_{max}} \frac{2\pi R}{60} = 24,25 \frac{0,4\pi}{60} = 0,5079 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (4.17)$$

Kde  $n_{hnc_{max}}$  – maximálne teoretické otáčky valca [ $\text{min}^{-1}$ ],  $R$  – polomer valca [m].

S použitím všetkých vyššie uvedených hodnôt môžeme určiť veľkosť maximálneho odporového záťažného momentu pôsobiaceho na valec v dôsledku hnetenia zmesi v štrbine kalandru ako

$$\begin{aligned} C &= 1,62\eta RUW \sqrt{\frac{2R}{h_0}} = 1,62 \cdot 1000 \cdot 0,2 \cdot 0,5079 \cdot 0,7 \cdot \sqrt{\frac{0,4}{7,5}} = \\ &= 26,6019 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Kde  $R$  – polomer valcov [m],  $U$  – rýchlosť valcov [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $W$  – šírka spracovaného pásu fólie [m],  $h_0$  – polovica veľkosti štrbiny [mm],  $\eta$  – dynamická viskozita [ $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ].

#### 4.4 Pohybová rovnica kalandra

Pomocou rovnice (1.8) uvedenej v kapitole 1.4.5 Pohybová rovnica str. 19 dokážeme určiť potrebný hnací moment asynchrónneho stroja pri maximálnom pracovnom zaťažení kalandra. V nej vystupuje moment zotrvačnosti, hnací moment a záťažný moment.

V reálnom usporiadaní kalandra sa nachádza len jeden asynchrónny motor a teda budeme uvažovať iba jeden hnací moment  $M$ .

Celkového moment zotrvačnosti sústavy  $J$ , pôsobiaci na asynchrónny motor, určíme ako

$$J = J_m + \frac{J_1}{i_1^2} + \frac{J_2}{(i_1 i_2)^2} + \frac{J_{hnc}}{(i_1 i_2)^2} + \frac{J_{hnn}}{(i_1 i_2 i_3)^2} \quad (4.19)$$

Kde  $J_m$  – je spoločný moment zotrvačnosti rotora, výstupného hriadeľa a prvého ozubeného kolesa v prvej prevodovke [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ],  $J_1$  – je spoločný moment zotrvačnosti druhého ozubeného kolesa v prvej prevodovke a prvého kolesa v druhej prevodovke [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ],  $J_2$  – je moment zotrvačnosti druhého kolesa v druhej prevodovke [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ],  $J_{hnc}$  – moment zotrvačnosti hnacieho valca [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ],  $J_{hnn}$  – moment zotrvačnosti hnaného valca [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ],  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  – sú prevodové pomery prevodoviek kalandra [-].

Vzhľadom na veľkosti momentu zotrvačnosti valcov sú momenty  $J_m$  a  $J_1$  zanedbateľné. Pre moment zotrvačnosti veľkého ozubeného kolesa v druhej prevodovke budeme uvažovať zistenú hodnotu  $J_2 = 7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . S využitím vypočítaných hodnôt momentu zotrvačnosti valcov kalandra v (4.7) a (4.9) môžeme určiť celkový moment zotrvačnosti  $J$ , pôsobiaci na asynchrónny motor ako

$$J = \frac{7}{40^2} + \frac{20,7202}{40^2} + \frac{19,7907}{44,2105^2} = 0,0275 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.20)$$

Pre určenie maximálneho potrebného výstupného momentu asynchrónneho stroja využijeme ešte jeden zjednodušujúci predpoklad a to ten, že uhlová rýchlosť hnaných súčastí kalandra sa mení lineárne, vďaka čomu nedochádza k veľkým zmenám uhlovej rýchlosti a dynamický moment sa neprejavuje tak dramaticky. Budeme teda uvažovať deriváciu uhlovej rýchlosti vo vzťahu (1.8) rovnú nule. Výsledný maximálny požadovaný hnací moment asynchrónneho stroja  $M$  je potom daný iba veľkosťou záťažného momentu kalandra.

Maximálny záťažný moment  $C$  bol vypočítaný v predchádzajúcej kapitole a je uvedený v (4.18). Tento moment však pôsobí v štrbine a jeho pôsobenie na asynchrónny motor je nutné spätne prepočítať cez prevodové pomery prevodoviek. Straty trením budú pri výpočte zanedbané a budeme uvažovať rovnakú účinnosť všetkých prevodoviek  $\eta_p$  uvedenú v (4.15).

Záťažné momenty  $M'_z$  pred druhou prevodovkou a  $M_z$ , ktorý je pred prvou prevodovkou a priamo pôsobí na asynchrónny motor vypočítame ako

$$M'_z = \frac{C}{\eta_p \cdot i_2} = \frac{26601,9}{0,97 \cdot 10} = 2,74,5 \text{ kNm} \quad (4.21)$$

$$M_z = \frac{M'_z}{\eta_p \cdot i_1} = \frac{2742,5}{0,97 \cdot 4} = 706,8299 \text{ Nm} \quad (4.22)$$



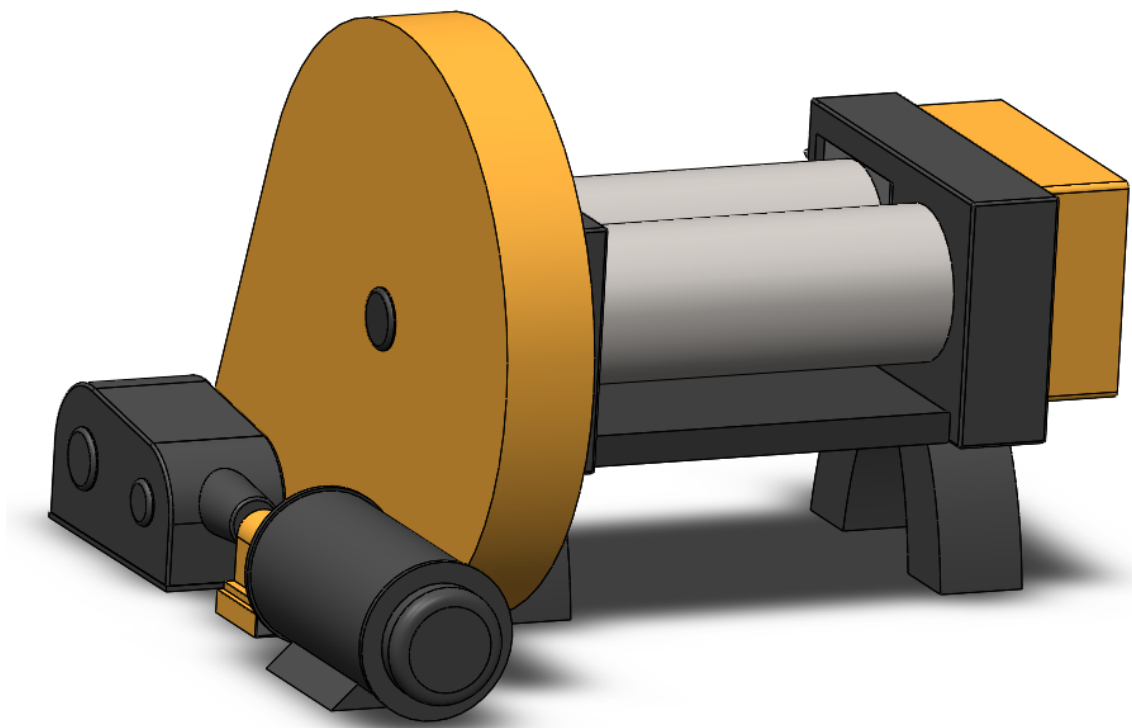
Kde  $C$  – maximálny zátťažný moment v štrbine [Nm],  $i_2$  – prevodový pomer druhej prevodovky kalandra [-],  $i_1$  – prevodový pomer prvej prevodovky kalandra [-],  $\eta_p$  – účinnosť prevodoviek [-].

Z uvedeného vyplýva, že teoreticky maximálny potrebný hnací moment stroja je

$$M = 706,8299 \text{ Nm} \quad (4.23)$$

## 4.5 3D model

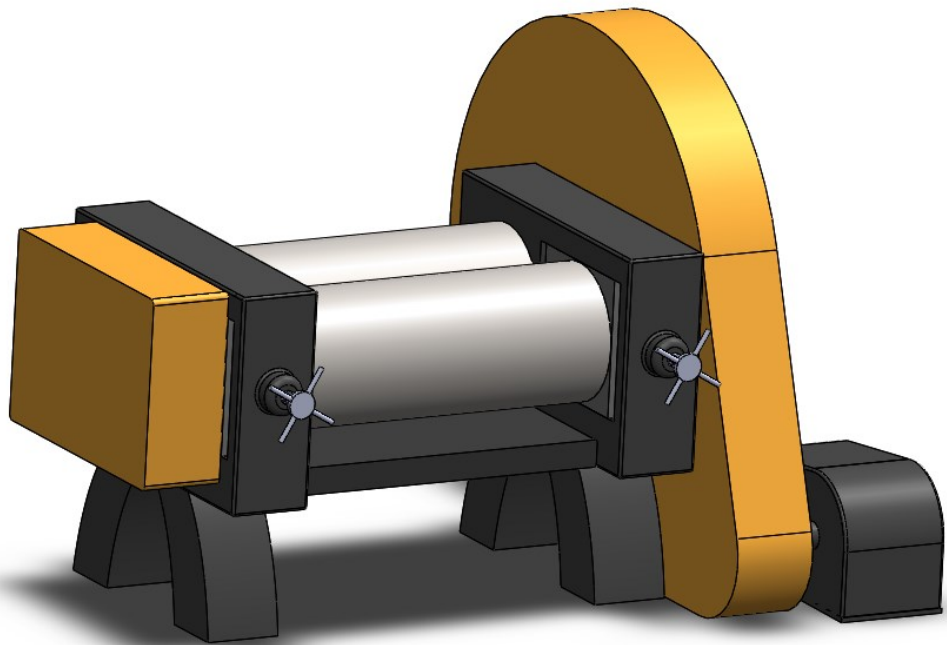
Jedným z bodov zadania práce bolo vytvoriť 3D model existujúceho zariadenia. Pre vytvorenie modelu a pre technické nákresy jednotlivých súčastí kalandra bolo použité programové prostredie SolidWorks [17], ktoré taktiež umožňuje animovanie pohybu komponentov. Vytvorený model zodpovedajúci skutočnému usporiadaniu hlavných komponentov stroja je zobrazený na obrázkoch 35 a 36.



Obrázok 35: 3D model – pohľad z prednej strany

Pri pohľade z prednej strany je vidieť celé pohybové ústrojenstvo kalandra od motora, cez prvú a druhú prevodovku, hnací valec, tretiu prevodovku na pravej strane stroja a nakoniec valec hnaný. Na obrázku 28 je kalander zobrazený zo zadnej strany. Tu je možno vidieť

uložení hnaného valca v posuvných blokoch pre nastavovanie veľkosti medzery medzi valcami.



Obrázok 36: 3D model - pohľad zo zadnej strany

## 5 DYNAMICKÝ MODEL ASYNCHRÓNNEHO STROJA

Z princípu vektorového riadenia, vysvetleného v kapitole 3 Vektorové riadenie asynchrónnych motorov 46 vyplýva, že rotorový magnetický tok riadime zložkou transformovaného statorového prúdu  $i_d$  v osi  $d$  a vnútorný elektromagnetický moment asynchrónneho motora môžeme meniť pomocou zložky transformovaného statorového prúdu  $i_q$  v osi  $q$ . Vzhľadom na túto skutočnosť, budeme pri modelovaní a simuláciách uvažovať model prúdovo napájaného asynchrónneho motora, vytvorený v programe pre fyzikálne modelovanie DYNAST. Toto prostredie slúži pre súčasné modelovanie výkonových aj informačných interakcií, pričom vystupujúce veličiny predstavujú skutočnú energiu, nie len informáciu o nej ako je to v prípade simulačnej súčasti programu MATLAB – Simulink.

### 5.1 Prúdovo napájaný model

Pre vytvorenie dynamického modelu asynchrónneho stroja použijeme transformované rovnice asynchrónneho motora do systému ôs točiaceho sa rýchlosťou rovnou točivej rýchlosti statorového poľa  $\omega_k = \omega_s$ . Takáto orientácia transformácie je najvhodnejšia vzhľadom na vektorové riadenie. Transformované rovnice boli odvodené a vysvetlené v kapitole 2.5.2 Transformácia základných rovníc. Nasledovné statorové a rotorové elektrické rovnice

$$\begin{aligned}
 u_d &= R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_m \frac{di_D}{dt} - \omega_s (L_d i_q + L_m i_Q) \\
 u_q &= R_s i_q + L_d \frac{di_q}{dt} + L_m \frac{di_Q}{dt} + \omega_s (L_d i_d + L_m i_D) \\
 0 &= R_r i_D + L_D \frac{di_D}{dt} + L_m \frac{di_d}{dt} - (\omega_s - \omega_e) (L_D i_Q + L_m i_q) \\
 0 &= R_r i_Q + L_D \frac{di_Q}{dt} + L_m \frac{di_q}{dt} + (\omega_s - \omega_e) (L_D i_D + L_m i_d)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Doplnia rovnica a pre vnútorný elektromagnetický moment stroja

$$m_{int} = p_p L_m (i_q i_D - i_d i_Q) \tag{5.2}$$

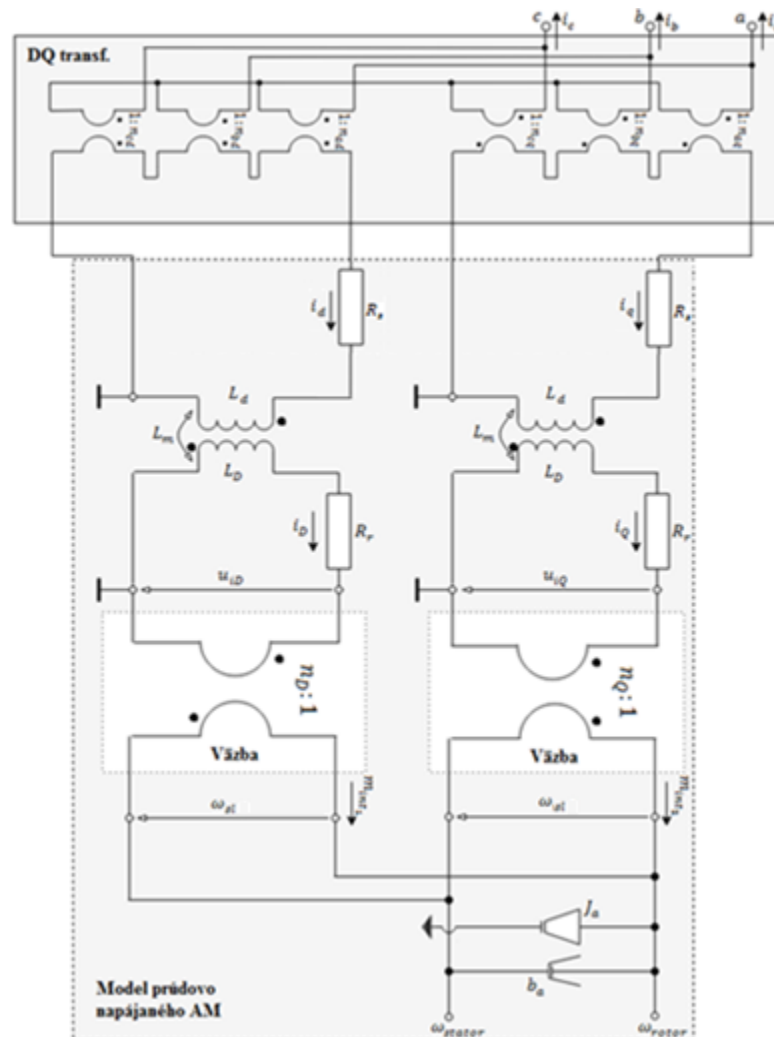
Kde  $u_d$  – transformované statorové napätie v osi  $d$  [V],  $u_q$  – transformované statorové napätie v osi  $q$  [V],  $R_s$  – odpor statorových vinutí [ $\Omega$ ],  $R_r$  – odpor rotorových vinutí [ $\Omega$ ],  $L_d$  – náhradná indukčnosť statorových vinutí [H],  $L_D$  – náhradná indukčnosť rotorových vinutí [H],  $L_m$  – náhradná vzájomná magnetizačná indukčnosť statora a rotora [H],  $i_d$  – transfor-

movaný prúd statorom v osi  $d$  [A],  $i_q$  – transformovaný prúd statorom v osi  $q$  [A],  $i_D$  – transformovaný prúd rotorom v osi  $d$  [A],  $i_Q$  – transformovaný prúd rotorom v osi  $q$  [A],  $\omega_s$  – uhlová rýchlosť statorového magnetického poľa [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $\omega_e$  – elektrická uhlová rýchlosť rotora [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $m_{int}$  – vnútorný elektromagnetický moment stroja [Nm],  $p_p$  – počet pólových párov stroja [–].

V skutočnosti uvedené rovnice, popisujúce dynamické chovanie motora dopĺňa ešte pohybová rovnica podľa vzťahu (1.8). Táto rovnica je však stále rovnaká a preto sú uvedené len elektrické rovnice a vyjadrenie momentu stroja. Podľa zdroja [16], za predpokladu, že je motor napájaný zo zdroja prúdu, môžu byť prvé dve statorové rovnice v (5.1) zanedbané.

### 5.1.1 Bránová schéma

Na základe uvedeného, môžeme načrtnúť bránovú schému uvažovaného dynamického modelu asynchrónneho stroja, vyjadrujúcu rovnice (5.1) a (5.2).



Obrázok 37: Bránová schéma asynchrónneho stroja v osách ( $d, q$ )

V bránovej schéme na obrázku 37 vystupujú transformačné členy pre prevod trojfázového satorového prúdu v súradnicovej sústave  $(a, b, c)$  do sústavy  $(d, q)$ . Význam týchto členov bol odvodený z transformačnej matice (2.23) uvedenej v kapitole 2.5.2 Transformácia základných rovníc.

$$\begin{aligned} n_{ad} &= k \cos \vartheta_s, & n_{aq} &= -k \sin \vartheta_s \\ n_{bd} &= k \cos \left( \vartheta_s - \frac{2\pi}{3} \right), & n_{bq} &= -k \sin \left( \vartheta_s - \frac{2\pi}{3} \right) \\ n_{cd} &= k \cos \left( \vartheta_s + \frac{2\pi}{3} \right), & n_{cq} &= -k \sin \left( \vartheta_s + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Kde  $\vartheta_s$  – zvolený transformačný uhol [rad],  $k$  – koeficient transformácie [–].

Transformačný koeficient volíme v celej praktickej časti práce ako  $k = \sqrt{\frac{2}{3}}$ . Transformované prúdy v osách  $(d, q)$  ďalej prechádzajú satorovým a rotorovým obvodom, kde vznikajú indukované protinapätia  $u_{iD}, u_{iQ}$ , vyznačené na obrázku 37 v rotorovom obvode.

Transformačné členy  $n_D$  a  $n_Q$  v schéme popisujú elektromechanickú väzbu. Môžeme ich vyjadriť úpravou rotorových rovníc v (5.1) pomocou vzťahov (2.5) a (2.8) pre sklzovú uhlovú rýchlosť  $\omega_{sl}$  a vzťahu (2.6), ktorý vyjadruje vzťah elektrickej a mechanickej uhlovej rýchlosti. Upravené rovnice prepíšeme ako

$$\begin{aligned} 0 &= R_r i_D + L_D \frac{di_D}{dt} + L_m \frac{di_d}{dt} - \omega_{sl} n_D \\ 0 &= R_r i_Q + L_D \frac{di_Q}{dt} + L_m \frac{di_q}{dt} + \omega_{sl} n_Q \end{aligned} \quad (5.4)$$

Pre elektromechanické transformačné členy  $n_D$  a  $n_Q$ , vystupujúce v upravených rotorových rovniciach (5.4) platí

$$\begin{aligned} n_D &= (L_D i_Q + L_m i_q) \\ n_Q &= (L_D i_D + L_m i_d) \end{aligned} \quad (5.5)$$

A pre sklzovú uhlovú rýchlosť  $\omega_{sl}$  podľa (2.6) platí

$$\omega_{sl} = p_p \omega_{mst}$$

Kde  $R_r$  – odpor rotorových vinutí [ $\Omega$ ],  $L_D$  – náhradná indukčnosť rotorových vinutí [H],  $L_m$  – náhradná vzájomná magnetizačná indukčnosť satora a rotora [H],  $i_d$  – transformovaný

prúd statorom v osi  $d$  [A],  $i_q$  – transformovaný prúd statorom v osi  $q$  [A],  $i_D$  – transformovaný prúd rotorom v osi  $d$  [A],  $i_Q$  – transformovaný prúd rotorom v osi  $q$  [A],  $\omega_{msl}$  – mechanická sklzová uhlová rýchlosť [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $p_p$  – počet pólových párov stroja [–].

V bránovej schéme je znázornený aj moment zotrvačnosti motora  $J_a$  v jednotkách [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ] a trenie  $b_a$  [ $\text{Nm} \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

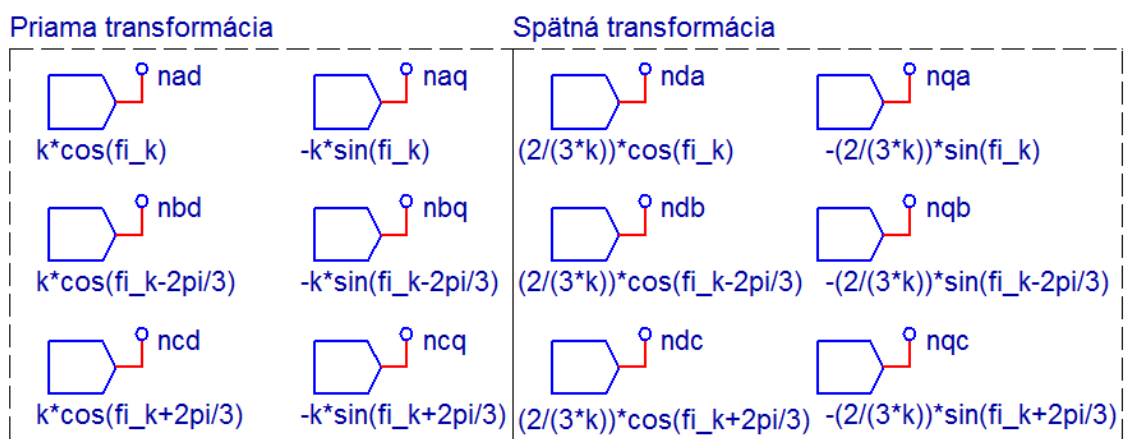
### 5.1.2 Model AS v prostredí DYNAST

Na základe schémy z obrázku 37 a uvedených transformačných členov (5.3) a (5.5) teraz dokážeme vytvoriť dynamický model asynchrónneho stroja v programovom prostredí DYNAST.

Najskôr je potrebné namodelovať transformačné členy, pomocou ktorých transformujeme veličiny medzi sústavou  $(a, b, c)$  a sústavou  $(d, q)$ . Vzhľadom na indukované protinapätia  $u_{iD}, u_{iQ}$  v osách  $(d, q)$ , budeme potrebovať aj bloky vyjadrujúce spätnú transformáciu podľa transformačnej matice (2.24). Pomocou týchto blokov vyjadríme indukované protinapätia v sústave  $\hat{o}s$   $(a, b, c)$ . Pre jednotlivé členy spätnej transformácie platí

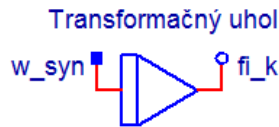
$$\begin{aligned} n_{da} &= \frac{2}{3} \frac{1}{k} \cos \vartheta_s, & n_{qa} &= -\frac{2}{3} \frac{1}{k} \sin \vartheta_s \\ n_{db} &= \frac{2}{3} \frac{1}{k} \cos \left( \vartheta_s - \frac{2\pi}{3} \right), & n_{qb} &= -\frac{2}{3} \frac{1}{k} \sin \left( \vartheta_s - \frac{2\pi}{3} \right) \\ n_{dc} &= \frac{2}{3} \frac{1}{k} \cos \left( \vartheta_s + \frac{2\pi}{3} \right), & n_{qc} &= -\frac{2}{3} \frac{1}{k} \sin \left( \vartheta_s + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Transformačné bloky priamej (5.3) a spätnej (5.6) DQ transformácie vytvorené v programe DYNAST vyzerajú nasledovne



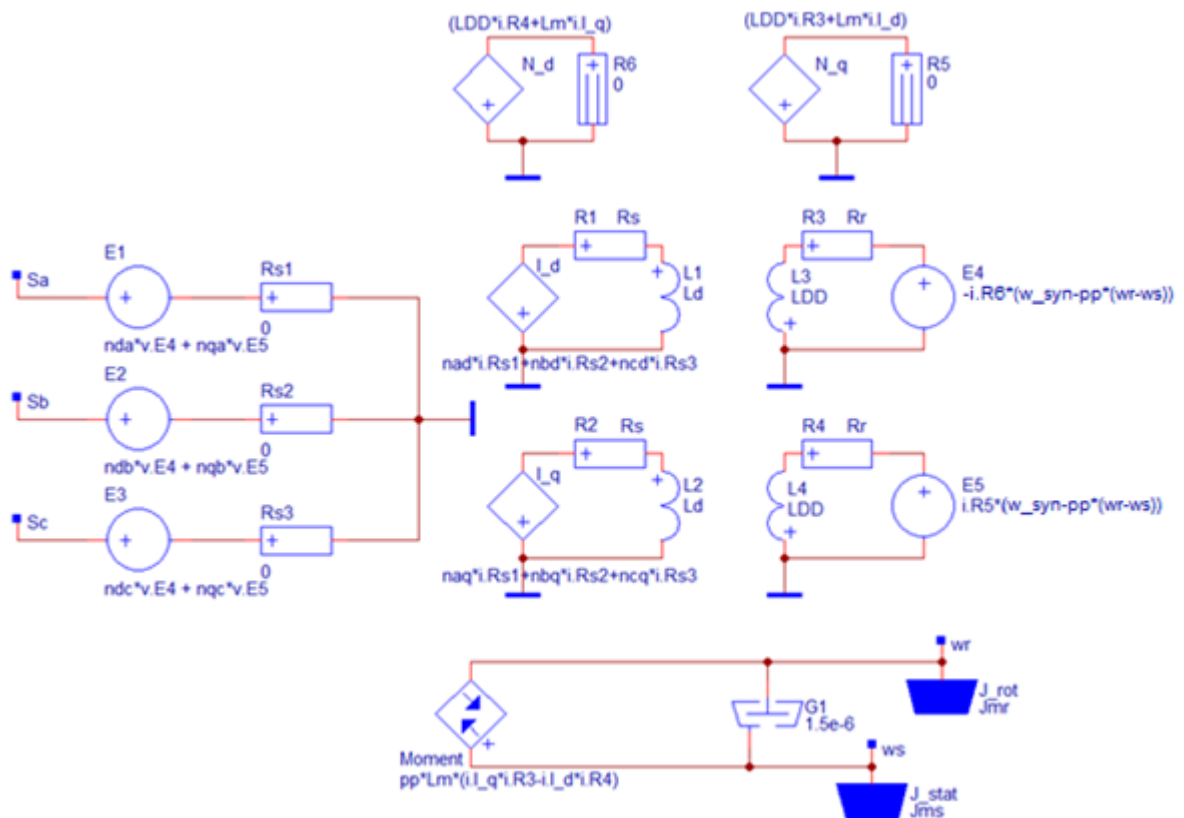
Obrázok 38: Transformačné bloky vyjadrujúce priamu a spätnú DQ transformáciu

Vstupným transformačným uhlom do týchto blokov je v prípade orientácie systému  $\hat{o}_s (d, q)$  podľa statorového poľa integrál uhlovej rýchlosti  $\omega_s$  tohto poľa podľa času, ktorý vyjadruje blok na obrázku 39.



Obrázok 39: Blok pre výpočet transformačného uhla

Samotný model prúdovo napájaného asynchrónneho motora využíva uvedené transformačné bloky a vyzerá nasledovne

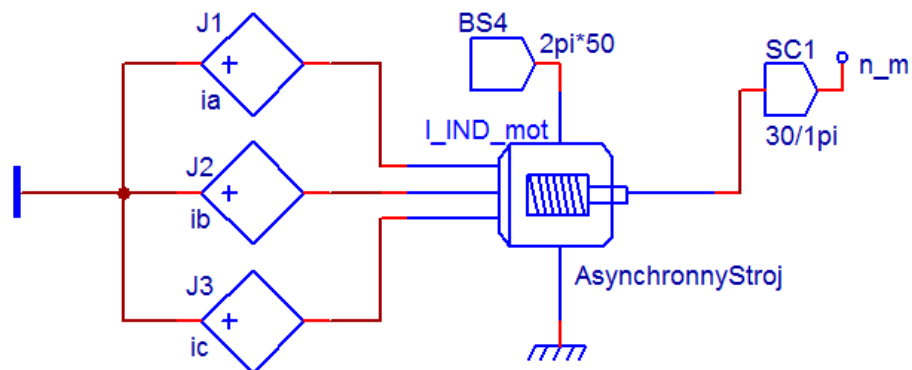


Obrázok 40: Vnútna schéma prúdovo napájaného dynamického modelu AS

Schéma modelu asynchrónneho motora na obrázku 40 reprezentuje rovnice (5.1), (5.2), (5.4) a (5.5) a zodpovedá bránovej schéme z obrázku 37. Medzi cievkami  $L1$  a  $L3$ , resp.  $L2$  a  $L4$  pôsobí vzájomná magnetizačná indukčnosť  $L_m$ . Táto väzba je dodatočne definovaná v textovom modeli stroja.

Vytvorený dynamický model prúdovo napájaného asynchrónneho stroja s prepočtom na otáčky v jednotkách  $[\text{min}^{-1}]$ , ktorý bude používaný v ďalších častiach práce pre simulácie

a návrh vektorovo orientovaného riadenia, je zobrazený na obrázku 41. Vnútorne pozostáva z blokov a schém na obrázkoch 38 až 40. Informácia o synchronnej rýchlosti statorového poľa v modeli vystupuje pre potreby vektorového riadenia.



Obrázok 41: Model asynchrónneho stroja

Ďalším problémom, ktorým sa budeme zaoberať, je určenie parametrov stroja, tak aby dynamický model do určitej miery zodpovedal skutočnému asynchrónnemu motoru, ktorý poháňa kalander.

## 5.2 Parametre modelu AS

Vzhľadom na spôsob prevádzky reálneho asynchrónneho stroja vo výrobnom závode a aktuálnu neprítomnosť frekvenčného meniča nebolo možné zmerať prechodové charakteristiky alebo jeho momentovú charakteristiku. Z tohto dôvodu nie je možné použiť metódy identifikácie parametrov založené na nameraných charakteristikách. Pre identifikáciu parametrov teda použijeme metódu na základe matematického modelu a známych parametrov reálneho stroja.

Z výrobného štítku na motore sme odčítali nasledovné informácie

- Výrobca: Neznámy
- Nominálny výkon  $P_n = 83 \text{ kW}$
- Nominálne otáčky  $n_n = 970 \text{ min}^{-1}$
- Nominálna hodnota efektívneho prúdu  $I_{ef_n} = 121 \text{ A}$

Podľa nominálnych otáčok môžeme podľa Tabuľka 1 uvedenej v kapitole 2.4 Základné pojmy, určiť synchronne otáčky asynchrónneho motora pri uvažovanej napájacej frekvencii  $f_s = 50 \text{ Hz}$ . Nominálne otáčky  $n_n$  sa najviac približujú ku synchronným otáčkam  $n_s =$



$1000 \text{ min}^{-1}$ . Týmto synchronným otáčkam zodpovedá podľa Tabuľka 1 asynchronný stroj s počtom pólových párov  $p_p = 3$ .

Následne môžeme podľa vzťahu (2.3) vypočítať mechanickú uhlovú rýchlosť statorového poľa ako

$$\omega_s = \frac{2\pi f_s}{p_p} = \frac{2\pi 50}{3} = 104,7198 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (5.7)$$

Kde  $f_s$  – frekvencia napájacieho napätia [Hz],  $p_p$  – počet pólových párov stroja [–].

Z nominálnych otáčok určíme nominálnu mechanickú uhlovú rýchlosť rotora podľa vzťahu (2.4) nasledovne

$$\omega_n = \frac{n_n \pi}{30} = \frac{970 \pi}{30} = 101,5782 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (5.8)$$

Kde  $n_n$  – nominálne otáčky [ $\text{min}^{-1}$ ].

Z výrobného štítku motora máme informáciu o nominálnom výkone  $P_n$  a spolu s nominálnou uhlovou rýchlosťou (5.8) môžeme určiť nominálny moment stroja  $M_n$  nasledovne [11]

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{83000}{101,5782} = 817,1045 \text{ Nm} \quad (5.9)$$

Kde  $P_n$  – nominálny výkon motora [W],  $\omega_n$  – nominálna uhlová rýchlosť motora [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

Statickú momentovú charakteristiku budeme modelovať ako závislosť momentu stroja na sklze. Pre nominálny moment  $M_n$  pri nominálnej uhlovej rýchlosti  $\omega_n$  môžeme vypočítať nominálny sklz  $s_n$  podľa (2.7) ako

$$s_n = \frac{\omega_s - \omega_n}{\omega_s} = \frac{104,7198 - 101,5782}{104,7198} = 0,03 \quad (5.10)$$

Nominálny moment (5.9) spolu s nominálnym sklzom (5.10) tvoria jeden bod statickej charakteristiky. Ďalším bodom je hodnota momentu  $M = 0 \text{ Nm}$  pri sklze  $s = 0$ , čo vyjadruje stav asynchronného motora, kedy sa uhlová rýchlosť rotora vyrovná synchronnej rýchlosti statorového poľa.

Dôležitý bod charakteristiky, ktorý nás zaujíma je moment zvratu  $M_{zvr}$  pri sklze zvratu  $s_{zvr}$ . Zdroj [9] uvádza, že u bežných asynchronných motorov býva moment zvratu  $M_{zvr}$  približne 2 krát väčší ako nominálny moment. Pre moment zvratu nášho asynchronného stroja budeme teda uvažovať hodnotu

$$M_{zvr} = 2 \cdot M_n = 2 \cdot 817,1045 = 1634,209 \text{ Nm} \quad (5.11)$$

U asynchronných strojov podobnej konštrukcie a veľkosti momentu zvratu  $M_{zvr}$  v zdroji [18], je sklz zvratu uvádzaný približne

$$s_{zvr} = 0,14 \quad (5.12)$$

### 5.2.1 Metóda najmenších štvorcov

Túto metódu identifikácie označíme ako empirickú a to z toho dôvodu, že parametre modelu získame na základe empiricky získaných hodnôt momentovej charakteristiky. Jedná sa o čisto matematické riešenie, ktoré nemá fyzikálnu interpretáciu. Podstatou je minimalizácia sumy kvadrátov rozdielu vypočítaného a žiadaného priebehu hodnôt momentovej charakteristiky.

Vzťah pre výpočet momentu určíme pomocou maticového zápisu elektrických rovníc stroja (2.41), uvedeného v kapitole 2.6 Momentová charakteristika ako

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega_s L_d & 0 & -\omega_s L_m \\ \omega_s L_d & R_s & \omega_s L_m & 0 \\ 0 & -\omega_s L_m & \frac{R_r}{s} & -\omega_s L_D \\ \omega_s L_m & 0 & \omega_s L_D & \frac{R_r}{s} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Podľa vzťahu (2.34) z kapitoly 2.5.2 Transformácia základných rovníc, pre vnútorný elektromagnetický moment stroja platí

$$m_{int} = p_p L_m (i_q i_D - i_d i_Q) \text{ [Nm]} \quad (5.14)$$

Zo vzťahu pre moment vyplýva, že potrebujeme určiť transformované prúdy  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $i_D$  a  $i_Q$ . Maticový zápis rovníc (5.13) môžeme prepísať pomocou inverznej matice nasledovne

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega_s L_d & 0 & -\omega_s L_m \\ \omega_s L_d & R_s & \omega_s L_m & 0 \\ 0 & -\omega_s L_m & \frac{R_r}{s} & -\omega_s L_D \\ \omega_s L_m & 0 & \omega_s L_D & \frac{R_r}{s} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Výsledkom výpočtu uvedenej sústavy rovníc sú transformované satorové a rotorové prúdy, ktoré následne dosadíme do rovnice (5.14) pre moment. Výpočet a úpravy boli vykonané bez uvažovania zjednodušujúcich predpokladov pomocou programu MATLAB a výsledok je nasledovný

$$m_{int} = \frac{p_p R_r L_m^2 s (u_d^2 + u_q^2) \omega_s}{\omega_s^2 (L_d^2 L_D^2 s^2 \omega_s^2 + L_D^2 R_s^2 s^2 - 2L_d L_m^2 L_D s^2 \omega_s^2 + L_m^4 s^2 \omega_s^2 + 2L_m^2 R_r R_s s + L_d^2 R_r^2) + R_r^2 R_s^2} \quad (5.16)$$

Rovnicu (5.16) ďalej zjednodušíme pomocou vzťahu (2.46) pre ustálený stav, uvedeného v kapitole 2.6 Momentová charakteristika ako

$$(u_d^2 + u_q^2) = 3U_{ef}^2 \quad (5.17)$$

Pre moment potom píšeme

$$m_{int} = \frac{3p_p R_r L_m^2 U_{ef}^2 s \omega_s}{\omega_s^2 (L_d^2 L_D^2 s^2 \omega_s^2 + L_D^2 R_s^2 s^2 - 2L_d L_m^2 L_D s^2 \omega_s^2 + L_m^4 s^2 \omega_s^2 + 2L_m^2 R_r R_s s + L_d^2 R_r^2) + R_r^2 R_s^2} \quad (5.18)$$

Kde  $p_p$  – počet pólových párov stroja [–],  $R_r$  – elektrický odpor fáz rotora [ $\Omega$ ],  $R_s$  – elektrický odpor fáz statora [ $\Omega$ ],  $s$  – sklz asynchrónneho motora [–],  $\omega_s$  – uhlová rýchlosť statorového poľa [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $U_{ef}$  – efektívna hodnota napájacieho napätia [V],  $L_d$  – náhradná indukčnosť statorových vinutí [H],  $L_D$  – náhradná indukčnosť rotorových vinutí [H],  $L_m$  – náhradná vzájomná magnetizačná indukčnosť statora a rotora [H].

Známe parametre ktoré vo vzťahu (5.16) vystupujú sú uvedené v tabuľke 2.

Tabuľka 2: Známe hodnoty vystupujúce vo vzťahu pre moment

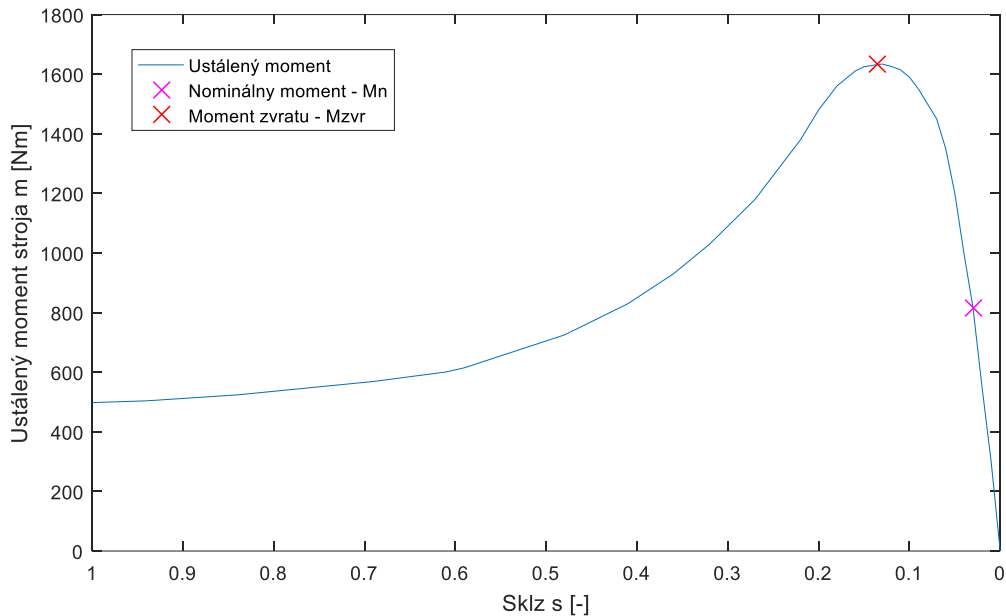
Parameter	Hodnota
$U_{ef}$	230 V
$\omega_s$	104,72 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
$p_p$	3

Je teda zrejmé, že hľadané parametre stroja sú  $R_s$ ,  $R_r$ ,  $L_d$ ,  $L_D$  a  $L_m$ . Hodnota sklzu bude dosadzovaná postupne od 0 po 1 s krokom 0,01. Niekoľko hodnôt ustáleného momentu pri danom sklze už poznáme, sú uvedené súhrnne v tabuľke 3.

Tabuľka 3: Známe body momentovej charakteristiky stroja

Bod č.	Sklz [–]	Moment [Nm]
1	0	0
2	0.03	817,11
3	0.14	1634,21

Na základe uvedených dôležitých bodov, a ďalších empiricky získaných bodov sme zostrojili referenčnú statickú momentovú charakteristiku zobrazenú na grafe 1. Pre jednotnosť grafického zobrazovania dát bude pre vykreslenie všetkých grafických priebehov uvedených v ďalších častiach práce použitý program MATLAB.

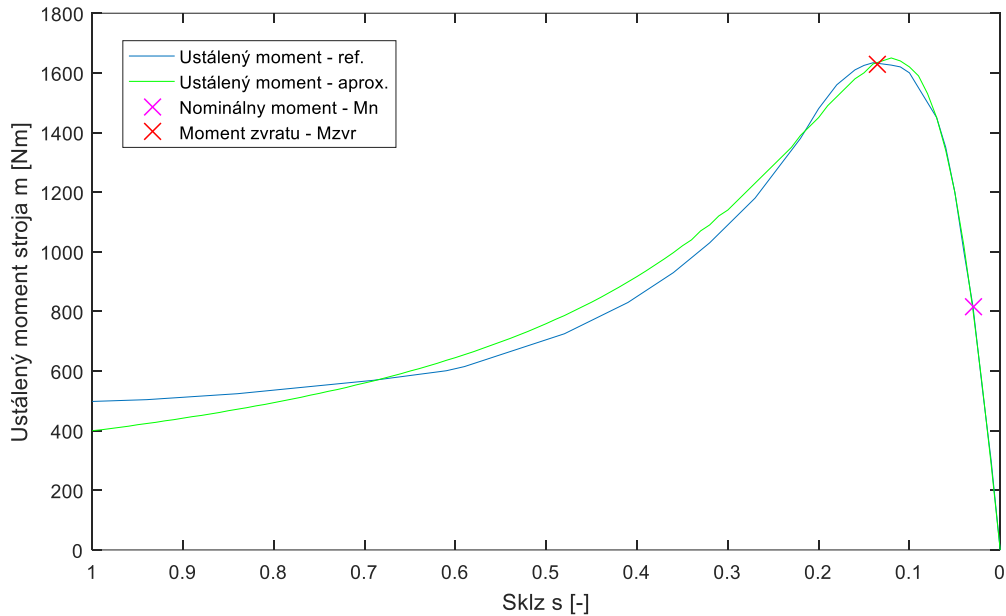


Graf 1: Referenčná momentová charakteristika

Ďalším krokom, ktorý vo výraznej miere ovplyvňuje riešenie, je voľba počiatočných parametrov  $R_s$ ,  $R_r$ ,  $L_d$ ,  $L_D$  a  $L_m$  pre výpočet ustáleného momentu podľa (5.18), a teda bodov momentovej charakteristiky, od ktorých odčítame referenčné hodnoty. Tieto rozdiely umocníme a následne sčítame, čím nám vznikne účelová funkcia, ktorú sa snažíme pri metóde najmenších štvorcov minimalizovať.

Prípustných metód minimalizácie je hneď niekoľko. My sme však zvolili časovo nenáročné riešenie s pomocou súčasti programu MS EXCEL – Riešiteľ. Riešiteľ sa snaží nastaviť zvolené parametre tak, aby bola suma kvadrátov rozdielu vypočítanej a referenčnej momentovej charakteristiky minimálna. Vzhľadom na to, že náš problém je hladký a nelineárny, volíme v Riešiteľovi gradientnú metódu riešenia. Ako však už bolo spomenuté, táto metóda vo veľkej miere závisí od voľby počiatočných parametrov. Daný problém má nespočítateľne mnoho riešení a hľadať to najlepšie prekračuje rozsah tejto práce. Preto uvedieme len jedno z nich.

Zvolené počiatkové parametre sú uvedené v tabuľke 4. Na grafe 2 je ďalej zobrazený priebeh referenčnej momentovej charakteristiky a momentovej charakteristiky s vypočítanými aproximačnými parametrami uvedenými v tabuľke 4.



Graf 2: Referenčná a aproximačná momentová charakteristika

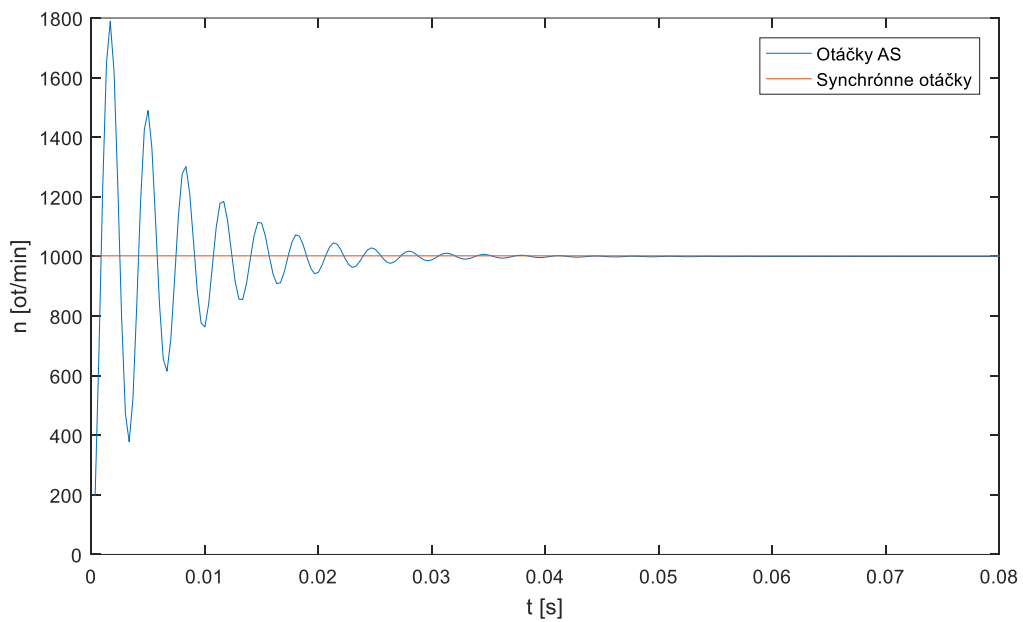
Podstatné je, aby aproximačná momentová charakteristika prechádzala dôležitými bodmi z tabuľky 3. Ako môžeme vidieť z priebehu aproximačnej charakteristiky na grafe 2, táto požiadavka je splnená.

Tabuľka 4: Počiatkové a aproximačné parametre modelu AS

Parameter	Hodnota	
	Počiatková	Aproximačná
$R_s$ [ $\Omega$ ]	2,00E-01	6,61E-02
$R_r$ [ $\Omega$ ]	1,00E-01	1,10E-01
$L_d$ [H]	2,00E-02	2,13E-02
$L_D$ [H]	1,75E-02	2,40E-02
$L_m$ [H]	1,50E-02	1,80E-02

Táto metóda je vhodná pre hľadanie optimálnych parametrov pre napätovo napájaný model asynchrónneho stroja a pri uvažovaní riadenia stroja v ustálených stavoch. Pre prúdovo napájaný stroj a vektorovo orientované riadenie však takáto identifikácia nie je najvhodnejšia, nakoľko nepopisuje dynamické deje.

Spolu s identifikovanými parametrami a vytvoreným modelom asynchrónneho stroja na obrázku 41, kapitola 5.1.2 Model AS v prostredí DYNAST, môžeme teraz simulovať chovanie prúdovo napájaného asynchrónneho motora pre pohon kalandra. Pre overenie chovania modelu budeme simulovať rozbeh AS bez záťaže pri napájaní sústavou troch fázovo posunutých prúdov s konštantnou amplitúdou a frekvenciou, výsledok simulácie je zobrazený na grafe 3.



Graf 3: Simulácia rozbehu asynchrónneho stroja bez záťaže

Z priebehu otáčok asynchrónneho motora  $n$  môžeme pozorovať počiatočné kmity, ktoré sú spôsobené prechodovými javmi statora a rotora. Po ustálení sa otáčky rotora takmer priblížia ku otáčkam synchronným, nakoľko stroj nie je zat'azený.

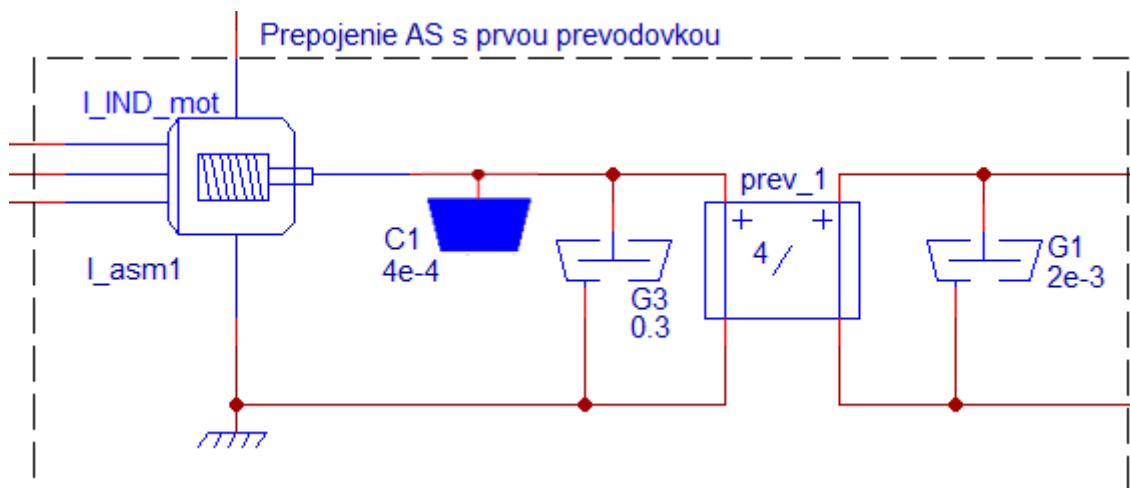
## 6 SIMULÁCIE

Pri návrhu pohonu je dôležité simulovať chovanie analyzovaného stroja a taktiež chovanie sústavy, na ktorú pôsobí. Preto v ďalšej časti vytvoríme dynamický model fyzikálnych interakcií kalandra spolu s motorom na základe informácií a parametrov z predchádzajúcich kapitol. Následne vďaka tomuto úplnému modelu môžeme simulovať proces kalandrovania zodpovedajúci skutočnosti. Simulovaním vektorového riadenia rýchlosti dokážeme navrhnúť optimálny riadiaci systém pre daný stroj.

### 6.1 Model kalandra

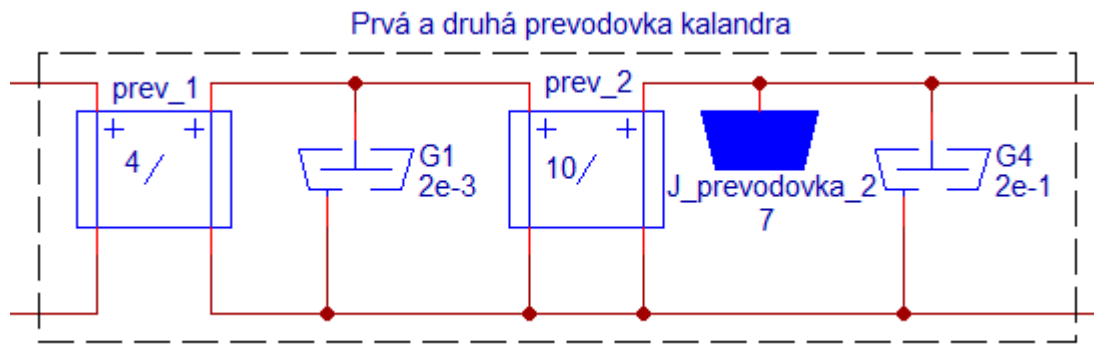
Pri vytvorení modelu kalandra a jeho fyzikálnych interakcií, použijeme informácie a výsledky výpočtov uvedené v kapitole 4 v praktickej časti práce o Kalandre.

Prvou časťou, ktorú budeme modelovať, je prepojenie výstupného hriadeľa asynchrónneho motora s prvou prevodovkou stroja. Prevodový pomer  $i_1$  prvej prevodovky bol uvedený v kapitole 4.2 Prevodovky kalandra na strane 60. Aby sa model viac približoval realite, pridáme za prevod blok vyjadrujúci tlmenie. Moment zotrvačnosti prvej prevodovky je vzhľadom na ostatné časti stroja zanedbateľný. Prepojenie prvej prevodovky kalandra a vytvoreného modelu asynchrónneho stroja v programe DYNAST je na obrázku 42.



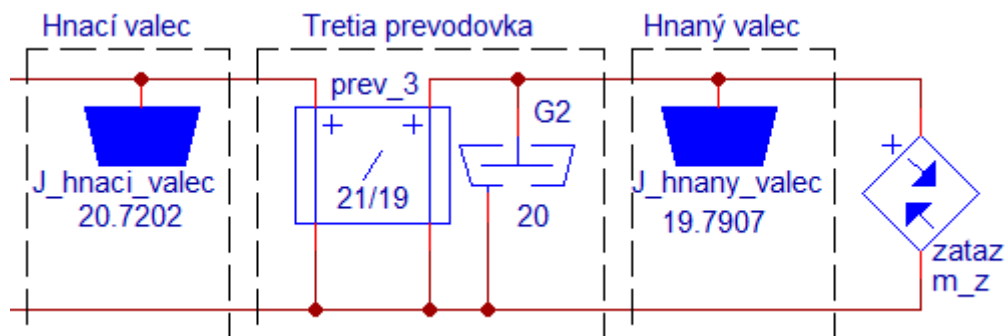
Obrázok 42: Prvá časť modelu kalandra (prepojenie AS → 1. prevodovka)

Za prvou prevodovkou v kalandri nasleduje druhá prevodovka s prevodovým pomerom  $i_2$ . Veľké ozubené koleso, ktoré je súčasťou tejto prevodovky má určitý moment zotrvačnosti  $J_2$ , ktorý bol uvedený v kapitole 4.4 Pohybová rovnica kalandra, str. 62. Spojenie prvej a druhej prevodovky v modeli kalandra je zobrazené na obrázku 43.



Obrázok 43: Druhá časť modelu kalandra (1. prevodovka → 2. prevodovka)

Poslednou a hlavnou časťou modelu kalandra sú valce a ich prepojenie treťou prevodovkou. Momenty zotrvačnosti valcov  $J_{hnc}$  a  $J_{hnn}$  boli vypočítané na základe ich skutočných rozmerov v kapitole 4.1 Moment zotrvačnosti valcov. Medzi hnacím a hnaným valcom je tretia prevodovka s prevodovým pomerom  $i_3$ . Toto prepojenie je zobrazené na obrázku 44.

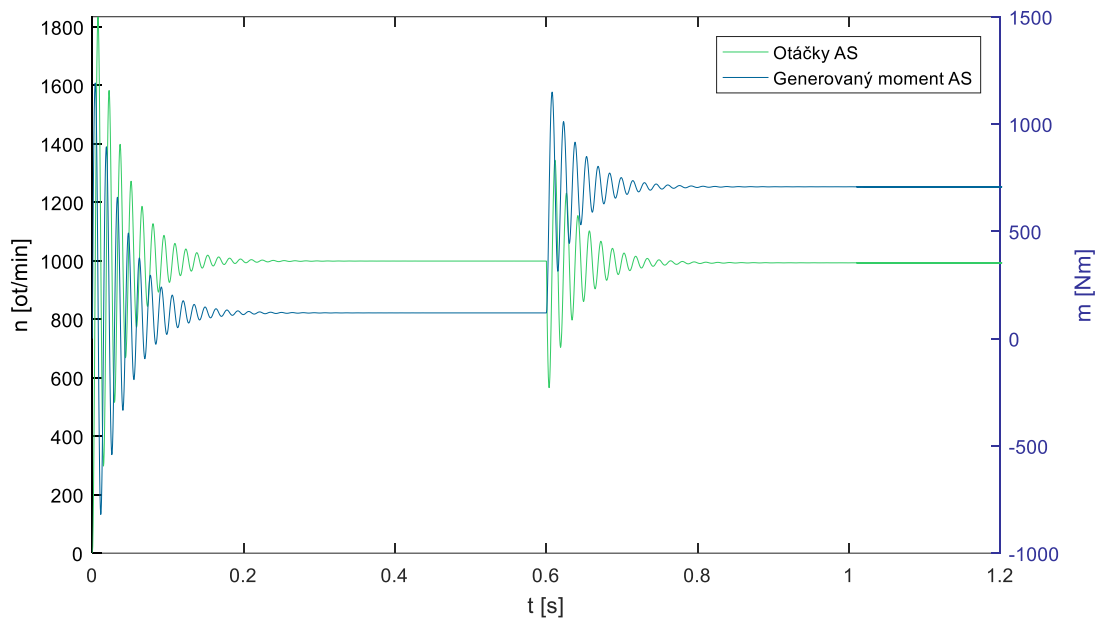


Obrázok 44: Tretia časť modelu kalandra (hnací valec → 3. prevodovka → hnaný valec)

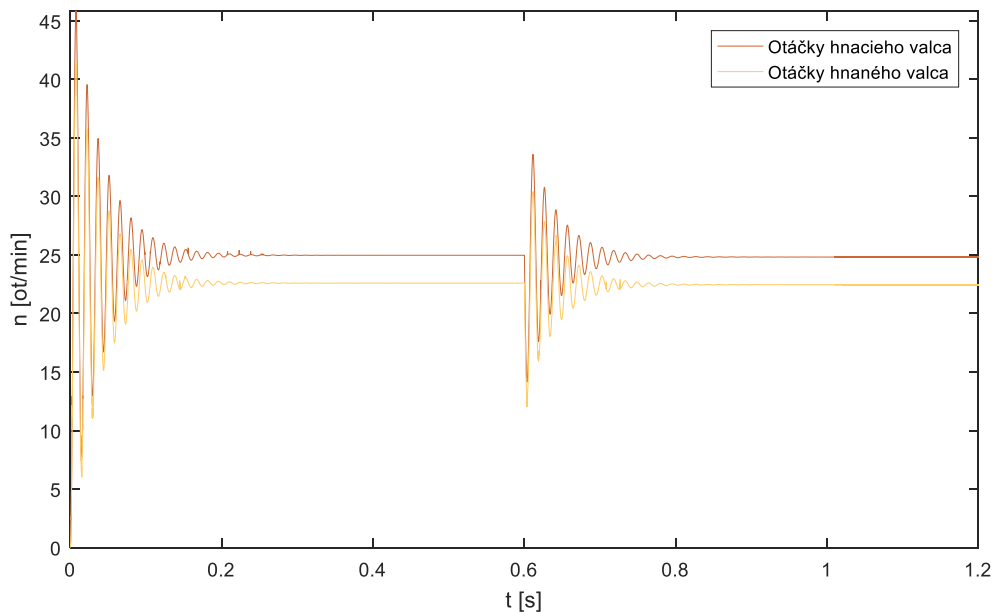
Súčasťou obrázka 44 je aj blok, ktorý vyjadruje vznikajúci záťažný moment v štrbine pri kalandrovaní kaučukovej zmesi, ktorý sa v skutočnosti často mení, vzhľadom na rozličnosť spracovávaných zmesí a ďalších veličín určujúcich tento moment, popísaných v kapitole 1.4.3 Sila a záťažný moment pôsobiaci na valce. S takto zostrojeným modelom fyzikálnych interakcií môžeme simulovať chovanie reálneho kalandra a rôzne metódy riadenia.

Na grafe 4 je vykreslený priebeh simulácie rozbehu asynchrónneho motora spojeného so sústavou kalandra. V čase 0,6 s je na model pripnutá maximálna záťaž, vypočítaná v kapitole 4.3 Záťažný moment v štrbine. Z priebehu otáčok asynchrónneho motora pri zaťažení je zrejмый ich pokles. Moment generovaný motorom je pri stave bez záťaže takmer nulový, no pri zaťažení sa po prechodových dejoch ustáli na hodnote 700 Nm. Táto hodnota približne zodpovedá vypočítanému potrebnému hnaciemu momentu stroja (4.23), str. 64.





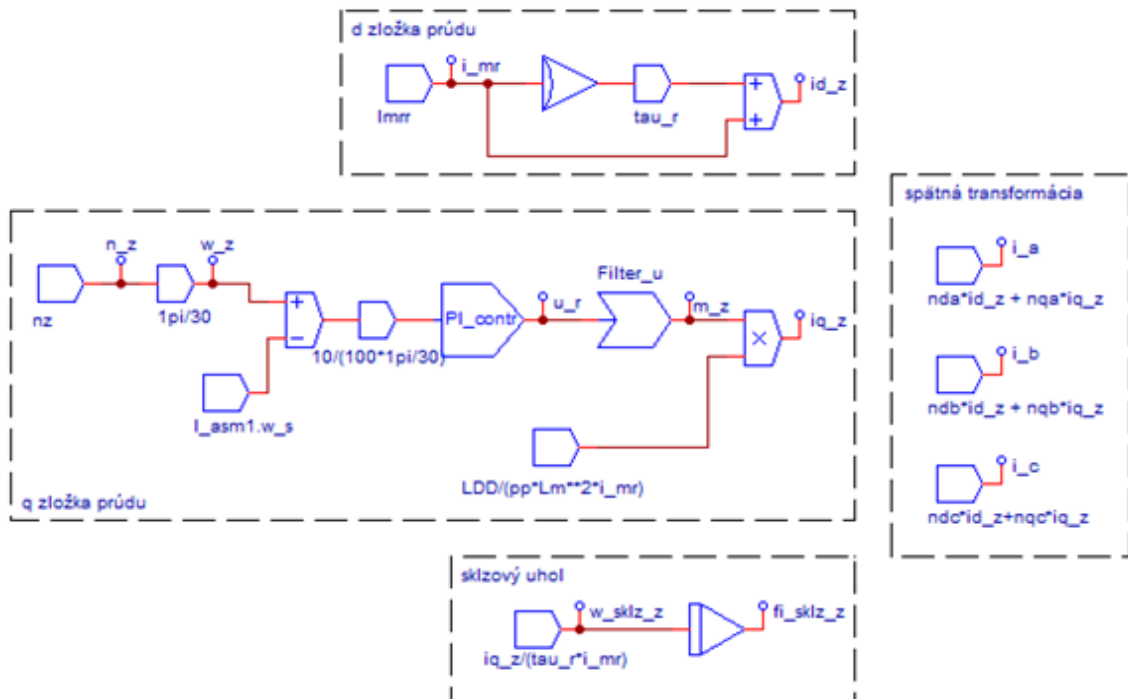
Graf 4: Otáčky a generovaný moment AS pri rozbehu kalandra a po zaťažení v čase 0,6 s  
Točivý moment generovaný asynchrónnym strojom je prostredníctvom prevodoviek kalandra prenášaný na hnací a hnaný valec. Ich rýchlosť pri rozbehu a následnom zaťažení stroja v jednotkách [ $\text{min}^{-1}$ ] je zobrazená na grafe 5.



Graf 5: Otáčky hnacieho a hnaného valca pri rozbehu kalandra a po zaťažení v čase 0,6 s  
Asynchrónny motor je v uvedených simuláciách napájaný sústavou 3F prúdov s konštantnou efektívnou hodnotou rovnou nominálnej efektívnej hodnote prúdu, teda  $I_{ef} = 121 \text{ A}$  a s konštantnou napájacou frekvenciou  $f_s = 50 \text{ Hz}$ .

## 6.2 Vektorové riadenie rýchlosti asynchrónneho motora

Hlavným cieľom tejto práce je návrh vektorovo orientovanej metódy riadenia rýchlosti asynchrónneho motora, poháňajúceho gumárenský kalander. Pri návrhu použijeme princíp nepriameho vektorového riadenia, vysvetlený v kapitole teoretickej časti 3.1.2 Odvodenie vektorovo orientovaného riadenia, str. 48. Odvodené vzťahy pre vektorové riadenie sú podľa štruktúrálnej schémy na obrázku 26 vytvorené v prostredí DYNAST schematicky. Výsledná schéma je znázornená na obrázku 45.

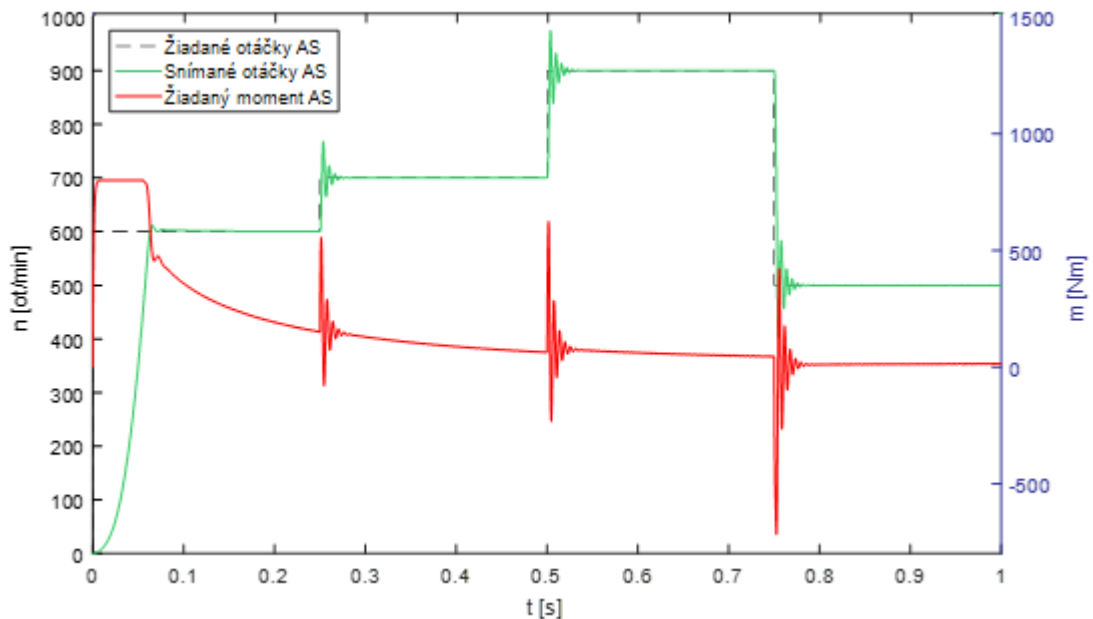


Obrázok 45: Riadiaca schéma vektorového riadenia asynchrónneho motora

Výstupnou snímanou veličinou je uhlová rýchlosť rotora. Tú odčítavame od žiadanej rýchlosti a výsledná regulačná odchýlka vstupuje do PI regulátora. Parametre regulátora, konkrétne proporcionálnu zložku  $k_p = 0,75$  a časovú konštantu integračnej zložky  $\tau = 0,005$ , sme nastavili metódou Ziegler – Nichols. Podstatou tejto metódy je privedenie systému na hranicu stability a následné odčítanie kritických hodnôt, z ktorých potom vypočítame jednotlivé parametre regulátora.

Akčný zásah z regulátora ešte upravíme pomocou filtra prvého rádu. Jeho výstupom je žiadaný moment, pomocou ktorého získame podľa rovnice (3.18) zložku žiadaného prúdu v osi  $q$ , tzv. momentotvornú zložku  $i_{q_z}$ . Zložka žiadaného prúdu v osi  $d$ , tzv. tokotvorná zložka

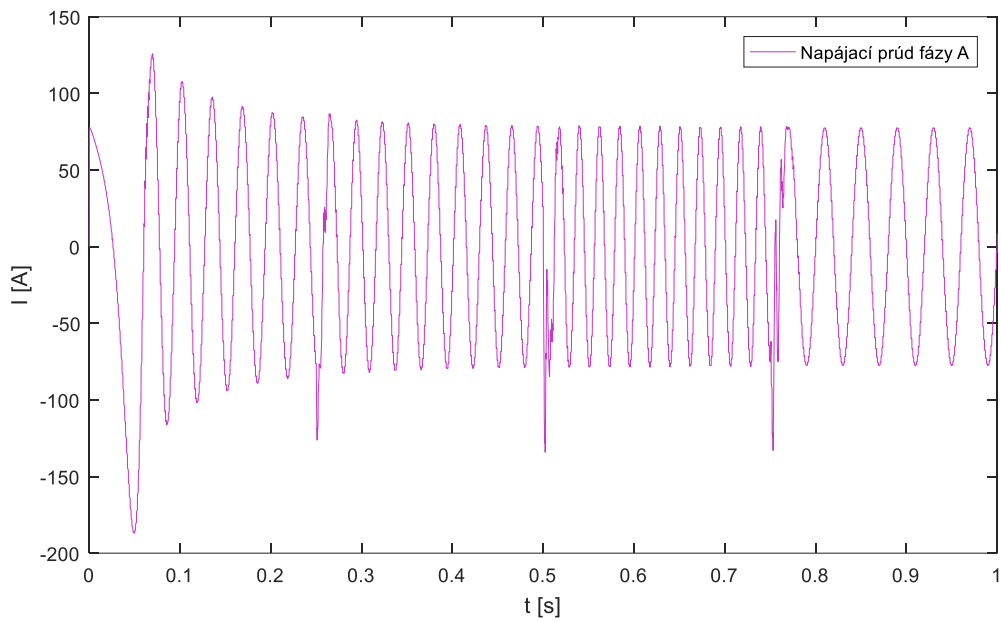
$i_{dz}$ , je vypočítaná podľa rovnice (3.14), pomocou magnetizačného prúdu  $i_{mr}$  a časovej konštanty rotorového obvodu  $\tau_r$ . Žiadanú synchrónnu uhlovú rýchlosť  $\omega_{sz}$  určíme ako súčet sklzovej rýchlosti  $\omega_{sl}$ , vypočítanej podľa vzťahu (3.15) a snímanej elektrickej uhlovej rýchlosti rotora. Integráciou tejto rýchlosti získame žiadaný uhol  $\varphi_{sz}$ , ktorý použijeme pre spätnú transformáciu veličín pomocou vytvorených transformačných blokov na obrázku 38.



Graf 6: Vektorové riadenie rýchlosti AS pri rozbehu a skokovej zmene žiadanej rýchlosti

Na grafe 6 je vykreslený priebeh simulácie riadenia otáčok samotného modelu asynchrónneho motora. Čas od počiatku do  $t = 0,25$  s znázorňuje rozbeh stojaceho stroja na žiadanú rýchlosť  $n_z = 600 \text{ min}^{-1}$ . Po ustálení je žiadaná viacnásobná skoková zmena otáčavej rýchlosti motora. Z odozvy otáčok motora na tieto skoky žiadanej hodnoty môžeme vidieť počiatočné prekmitnutie a následné rýchle ustálenie na požadovanej hodnote. Akčný zásah regulátora rýchlosti, teda žiadaný moment AS dosahuje pri rozbehu nastavenú hornú hranicu 800 Nm a po ustálení začne postupne klesať ku nule, keďže je motor nezaťažovaný.

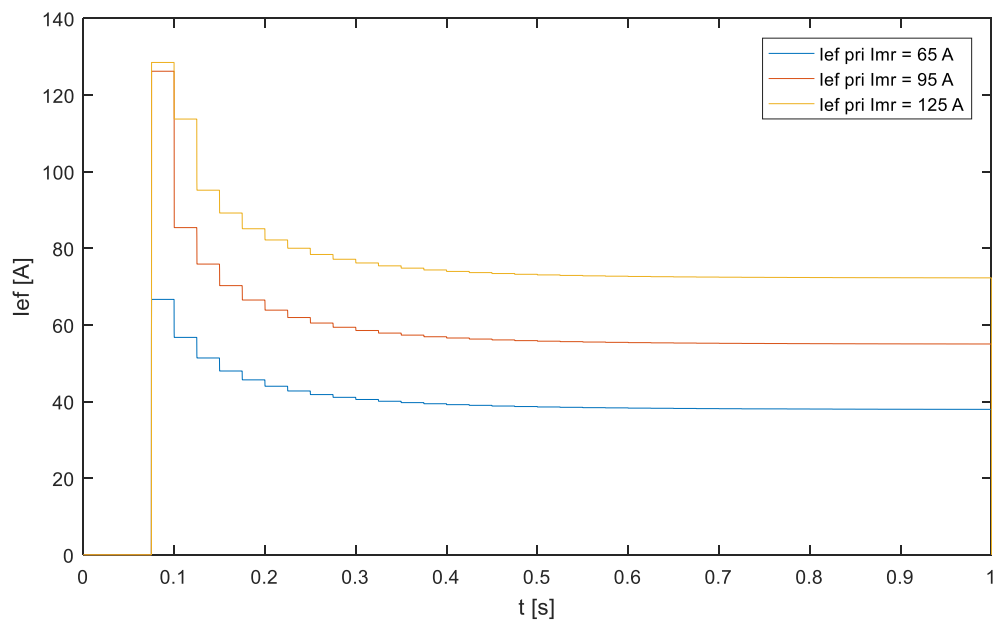
Z časového priebehu jednej fázy napájacieho prúdu motora zobrazeného na grafe 7 môžeme vidieť, že pri rozbehu a v momente skokovej zmeny žiadanej rýchlosti, kedy je žiadaný moment stroja maximálny, je amplitúda prúdu väčšia, no po ustálení je jej hodnota konštantná. Ďalej môžeme vidieť, že zvýšením žiadanej rýchlosti v čase  $t = 0,25$  s a  $t = 0,50$  s sa zvýšila aj frekvencia prúdu a pri poklese rýchlosti v čase  $t = 0,75$  s sa naopak frekvencia znížila.



Graf 7: Priebeh jednej fázy napájacieho prúdu pri rozbehu zmene žiadanej rýchlosti

V predchádzajúcej simulácii bola nastavená hodnota magnetizačného prúdu  $i_{mr} = 95$  A. Táto hodnota priamo ovplyvňuje veľkosť magnetického toku rotora. V praxi sa väčšinou volí z referenčnej tabuľky podľa požadovanej rýchlosti [16].

Vplyv voľby  $i_{mr}$  pri žiadanej rýchlosti  $n_z = 800$  min<sup>-1</sup> je zobrazený na grafe 8. Je zjavné, že pri vyššej hodnote  $i_{mr}$  má napájací prúd väčšiu efektívnu hodnotu  $I_{ef}$ .

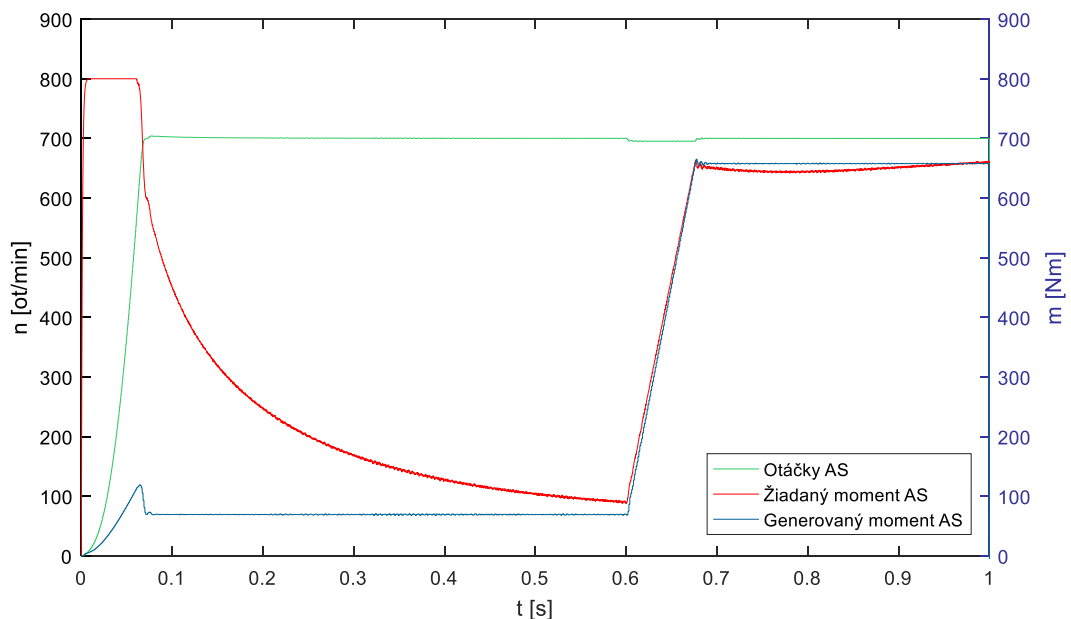


Graf 8: Vplyv voľby  $i_{mr}$  na efektívnu hodnotu napájacieho prúdu  $I_{ef}$

### 6.3 Model kalandra s vektorovo riadeným AS

V tejto kapitole budeme simulovať chovanie celej sústavy kalandra s vektorovo riadeným asynchrónnym strojom. Použijeme model prúdovo napájaného AS vytvorený v kapitole 5 Dynamický model Asynchrónneho stroja. Otáčky AS budú riadené riadiacim systémom navrhnutým v kapitole 6.2 Vektorové riadenie rýchlosti asynchrónneho motora. Vektorovo riadený motor pripojíme k modelu fyzikálnych interakcií prevodoviek, valcov kalandra a záťažného momentu v štrbine vytvoreného v kapitole 6.1 Model kalandra.

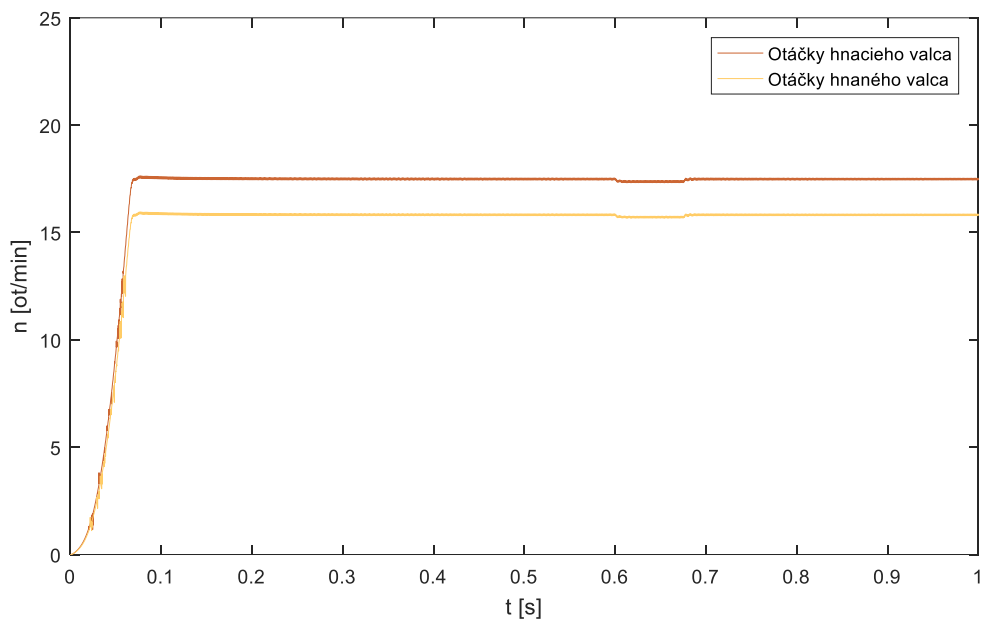
Poruchovú veličinu, záťaž pôsobiacu prostredníctvom valcov na motor, ktorá vzniká pri hnetení kaučuku v štrbine, nebudeme modelovať skokovou zmenou, ale lineárne rastúcou funkciou, čo lepšie zodpovedá skutočnosti. Záťaž v štrbine bude narastať od času  $t = 0,6$  s do  $t = 0,675$  s na hodnotu  $M_z = 26,6019$  kNn. Požadovaná rýchlosť asynchrónneho stroja bude počas celej simulácie  $n_z = 700$  min<sup>-1</sup>. Moment, ktorý stroj generuje budeme vyjadrovať jeho strednou hodnotou. Magnetizačný prúd volíme ako  $i_{mr} = 95$  A.



Graf 9: Simulačný priebeh vektorovo riadeného AS poháňajúceho sústavu kalandra pri rozbehu a zmene záťažného momentu

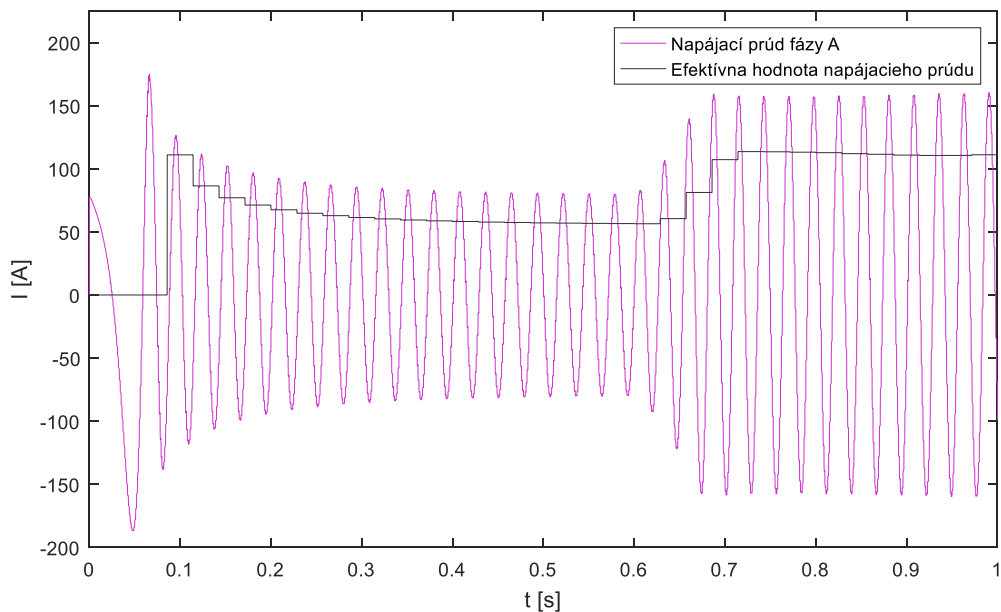
Pri rozbehu motora spojeného so sústavou kalandra je akčný zásah regulátora, žiadaný moment stroja maximálny až kým motor nedosiahne požadovanú rýchlosť. Po pripnutí záťaže na model kalandra vidíme úmerný nárast generovaného momentu. Otáčky stroja sa v čase, kedy záťaž rastie veľmi mierne, znížia a po odznení prechodových javov sa opäť ustália na žiadanej hodnote. Priebeh simulácie je vykreslený na grafe 9.

Rýchlosti valcov sú dané prevodovými pomermi. Ich priebeh je zobrazený na grafe 10.



Graf 10: Otáčky hnacieho a hnaného valca pri rozbehu a zmene záťažného momentu

Na grafe 11 je vykreslený priebeh jednej fázy napájacieho prúdu a jeho efektívnej hodnoty. Je vidieť, že zvýšením momentu narastie aj amplitúda a efektívna hodnota napájacieho prúdu. Môžeme teda povedať, že amplitúda napájacieho prúdu priamo ovplyvňuje moment generovaný AS.



Graf 11: Priebeh jednej fázy napájacieho prúdu pri rozbehu a zmene záťažného momentu

## ZÁVER

Cieľom tejto diplomovej práce bol návrh vektorovo riadeného pohonu pre pohyb gumárenského kalandra, používaného firmou SumiRiko AVS Czech s.r.o., pre valcovanie tenkých pásov z kaučukových zmesí ako medziprodukt výroby tzv. silentblokov pre automobilový priemysel. Kalandr je v súčasnosti poháňaný asynchrónnym motorom bez akéhokoľvek riadenia otáčok alebo výstupného momentu. Vzhľadom na neprítomnosť riadeného napájacieho zdroja a komplikovanú prevádzku stroja, nebolo možné zmerať statické a prechodové charakteristiky. Preto bolo nutné modelovať fyzikálne princípy celého zapojenia a identifikovať parametre asynchrónneho motora empiricky.

Teoretická časť bola rozdelená na tri hlavné kapitoly. Prvá kapitola práce popisuje kalandr ako jednu zo súčastí výrobných procesov gumárenského priemyslu. Je tu obecné vysvetlenie princípu funkcie, popísaná konštrukcia bežných usporiadaní, no hlavne sú tu uvedené fyzikálne veličiny, ktoré vystupujú v procese kalandrovania.

Témou ďalšej kapitoly boli asynchrónne stroje, kde bol vysvetlený princíp činnosti a ich konštrukčné usporiadanie. Nasledovala najpodstatnejšia časť tejto kapitoly, a to odvodenie a vysvetlenie matematického modelu stroja. Pre účely modelovania a identifikácie bol popísaný matematický model s transformáciou základných rovníc a model v ustálenom stave. Nakoniec tu boli súhrnne uvedené metódy riadenia rýchlosti asynchrónnych motorov.

V poslednej časti teórie boli vysvetlené princípy nepriameho vektorovo orientovaného riadenia asynchrónnych strojov, využité pri vlastnom návrhu riadeného pohonu kalandra.

V praktickej časti bol podľa zadania práce v kapitole 4 Kalandr na strane 64 vytvorený 3D model existujúceho zariadenia. Táto kapitola sa ďalej zaoberala výpočtom momentu zotrvačnosti valcov a záťažného momentu vznikajúceho v štrbine, ktorý prostredníctvom prevodoviek pôsobí na asynchrónny stroj.

V druhej kapitole praktickej časti bol vytvorený dynamický model asynchrónneho motora na základe matematického modelu. Ďalším krokom bola identifikácia parametrov a následné simulačné overenie dynamického chovania stroja.

Posledná kapitola práce sa zaoberala vytvorením modelu kompletného usporiadania kalandra a návrhom vektorového riadenia otáčok modelu asynchrónneho stroja. Navrhnuté riadenie bolo simulačne overené na modeli asynchrónneho stroja bez záťaže a následne aj pri spojení s celou sústavou kalandra.

**ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY**

- [1] TADMOR, Zehev a Costas G. GOGOS. *Principles of polymer processing*. 2nd ed., Rev. ed. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, c2006. ISBN 978-0-471-38770-1.
- [2] KUTA, Antonín. *Technologie a zařízení pro zpracovávání kaučuků a plastů*. Vyd. 1. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická, 1999, 203 s. ISBN 80-7080-367-3
- [3] DUCHÁČEK, Vratislav. *Polymery: výroba, vlastnosti, zpracování, použití*. Vyd. 3., preprac. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická v Prahe, 2011, 276 s. ISBN 978-80-7080-788-0.
- [4] ŠPAČEK, Josef. *Technologie gumárenská a plastikářská*. Díl 2. Brno: VUT, 1987, 200 s.
- [5] KOVAŘÍK, Vlastimil. *Návrh a výroba jednostupňovej prevodovky* [online]. Bratislava, 2010 [cit. 2017-04-28]. Dostupné z: [http://is.stuba.sk/zp/portal\\_zp.pl?prehled=vyhledavani;podrobnosti=47163;zp=18659;download\\_prace=1](http://is.stuba.sk/zp/portal_zp.pl?prehled=vyhledavani;podrobnosti=47163;zp=18659;download_prace=1). Bakalárska práca. Slovenská technická univerzita v Bratislave. Vedúci práce Ing. Martin Kováč, PhD.
- [6] AGASSANT, J.-F. *Polymer processing: principles and modeling*. New York: Distributed in the U.S.A. and Canada by Oxford University Press, c1991. ISBN 0195208641.
- [7] Mechanika tuhého telesa. KÚDELČÍK, Jozef. *Základy fyziky* [online]. Žilinská univerzita: Elektrotechnická fakulta, 2011, s. 105-126 [cit. 2017-04-28]. ISBN 978-80-554-0431-8. Dostupné z: <http://fyzika.uniza.sk/sk/zaklady/zaklady/07.pdf>
- [8] PAVELKA, Jiří a Jiří ZDĚNEK. *Elektrické pohony a jejich řízení*. 2. vydanie. V Prahe: České vysoké učení technické, 2015, 241 s. ISBN 978-80-01-05785-8.
- [9] VOŽENÍLEK, Petr, Vladimír NOVOTNÝ a Pavel MINDL. *Elektromechanické měniče*. 2. vyd. Praha: České vysoké učení technické v Prahe, 2011, 219 s. ISBN 978-80-01-04875-7.
- [10] Motor basics. *Electric motor systems* [online]. Energy Efficient End-use Equipment [cit. 2017-04-28]. Dostupné z: <https://www.motorsystems.org/motor-basics>
- [11] UHLÍŘ, Ivan. *Elektrické stroje a pohony*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002, 120 s. ISBN 8001024822.



- [12] *Podpora projektování dynamických soustav: Program DYNAST (SADYS)*. Praha: ČSVTS, 1990. Knižnice ČSVTS - FEL ČVUT. ISBN 8002003691.
- [13] ÚŘEDNÍČEK, Zdeněk. *Elektromechanické akční členy*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2009. ISBN 978-80-7318-835-1.
- [14] HORA, Oldřich a Stanislav NAVRÁTIL. *Regulace elektrických strojů*. Praha: SNTL, 1976. Teoretická knižnice inženýra.
- [15] ŽALMAN, prof. Milan. *Akčné Členy* [online]. Bratislava, 2002 [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [http://www.fsiforum.cz/upload/soubory/knihy/Rizeni-regulace/Akcne.cleny\\_Zalman\\_2002.pdf](http://www.fsiforum.cz/upload/soubory/knihy/Rizeni-regulace/Akcne.cleny_Zalman_2002.pdf). Slovenská technická univerzita v Bratislave.
- [16] ŠKRLEC, Igor. *Moderné štruktúry vektorového riadenia asynchrónnych motorov*. Bratislava, 1993. Písomný referát k rigoróznjej skúške. Slovenská technická univerzita.
- [17] PAGÁČ, Marek. *Učebnice SolidWorks*. 1. vydání. V Brně: Vydavatelství Nová média, s.r.o., 2017, 374 s. ISBN 978-80-270-0918-3.
- [18] Nízkonapěťové motory SIEMENS. In: *Elektromotory SIEMENS* [online]. Mohelnice: SIEMENS, 2015 [cit. 2016-05-24]. Dostupné z: <http://www.elektromotory-siemens.cz/upload/File/katalog-elektromotoru-1lg4-1lg6-0605-k15-cz.pdf>

**ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK**

tzv.	Takzvaný
t. j.	To je
resp.	Respektíve
AS	Asynchrónny stroj
3F	Trojfázová sústava
DQ	Súradný systém $\hat{o}s$ ( $d, q$ )
str.	Strana
PMSM	Synchrónny motor s permanentným magnetom

## ZOZNAM OBRÁZKOV

Obrázok 1: Princíp valcovania (dvojvalec). 1 – valec, 2 – rolička, 3 – opásanie.....	10
Obrázok 2: Otáčajúca sa rolička v štrbine medzi valcami kalandra .....	11
Obrázok 3: Rozdelenie kalandrov podľa usporiadania valcov .....	12
Obrázok 4: Priehybové krivky valcov .....	13
Obrázok 5: Princíp kompenzácie prehnutia valcov krížením. 1 – smer pohybu kríženia valcov, 2 – smer pohybu valcov pri nastavení šírky štrbiny .....	13
Obrázok 6: Pozdĺžny a priečny rez valcom vŕtaným pod povrchom.....	14
Obrázok 7: Rez valcom s centrálnym otvorom .....	14
Obrázok 8: Približný tok zmesi pri kalandrovaní .....	16
Obrázok 9: Tlakový profil v štrbine pri rovnakej obvodovej rýchlosti valcov .....	18
Obrázok 10: Rozložený asynchrónny motor s kotvou na krátko [10] .....	22
Obrázok 11: Usporiadanie svorkovnice na statore 3F AS .....	22
Obrázok 12: Drážkovanie statora .....	22
Obrázok 13: Prierez asynchrónnym motorom s kotvou na krátko .....	23
Obrázok 14: Prierez asynchrónnym motorom s kotvou vinutou .....	23
Obrázok 15: 1 – 3F vinutie v statore, 2 – obdĺžnikový priebeh vektoru magnetického toku.....	24
Obrázok 16: Časový priebeh 3F prúdu .....	25
Obrázok 17: Vektor magnetického toku v statore pri napájaní 3F prúdom.....	25
Obrázok 18: Klietkový rotor v točivom magnetickom poli statora .....	26
Obrázok 19: Základné usporiadanie trojfázového stroja [8] .....	30
Obrázok 20: Dvojfázový systém vinutí .....	33
Obrázok 21: Schéma systému vinutí pri $\vartheta_k = 0$ .....	38
Obrázok 22: Schéma systému vinutí pri $\vartheta_k = \vartheta_s$ .....	38
Obrázok 23: Schéma systému vinutí pri $\vartheta_k = \vartheta_e$ .....	39
Obrázok 24: Momentová charakteristika AM v závislosti na mechanickej uhlovej rýchlosti rotora [15].....	42
Obrázok 25: Vektorový diagram statorového prúdu a magnetického toku rotora [15] .....	49
Obrázok 26: Štrukturálna schéma nepriameho vektorového riadenia so snímaním statorových prúdov a rýchlosti AM.....	51
Obrázok 27: Zábery reálneho kalandru z rôznych uhlov.....	53

Obrázok 28: Prierez hnacím valcom kalandra .....	55
Obrázok 29: Prvá uvažovaná časť valca .....	55
Obrázok 30: Druhá uvažovaná časť valca .....	56
Obrázok 31: Tretia uvažovaná časť valca .....	56
Obrázok 32: Štvrtá uvažovaná časť valca .....	58
Obrázok 33: Piata uvažovaná časť valca .....	59
Obrázok 34: Prierez hnaným valcom kalandra .....	59
Obrázok 35: 3D model – pohľad z prednej strany .....	64
Obrázok 36: 3D model - pohľad zo zadnej strany .....	65
Obrázok 37: Bránová schéma asynchrónneho stroja v osách $(d, q)$ .....	67
Obrázok 38: Transformačné bloky vyjadrujúce priamu a spätnú DQ transformáciu .....	69
Obrázok 39: Blok pre výpočet transformačného uhla .....	70
Obrázok 40: Vnútoraná schéma prúdovo napájaného dynamického modelu AS .....	70
Obrázok 41: Model asynchrónneho stroja .....	71
Obrázok 42: Prvá časť modelu kalandra (prepojenie AS → 1. prevodovka) .....	78
Obrázok 43: Druhá časť modelu kalandra (1. prevodovka → 2. prevodovka) .....	79
Obrázok 44: Tretia časť modelu kalandra (hnací valec → 3. prevodovka → hnaný valec) .....	79
Obrázok 45: Riadiaca schéma vektorového riadenia asynchrónneho motora .....	81

**ZOZNAM TABULIEK**

Tabuľka 1: Prehľad synchronných otáčok AS pre napájaciu frekvenciu $f_s = 50$ Hz [10] .....	27
Tabuľka 2: Známe hodnoty vystupujúce vo vzťahu pre moment.....	74
Tabuľka 3: Známe body momentovej charakteristiky stroja .....	74
Tabuľka 4: Počiatočné a aproximačné parametre modelu AS.....	76