

Analýza systému měření a způsoby jejího statistického doplnění

Bc. Miroslava Příbylová

Diplomová práce
2019



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická
Ústav výrobního inženýrství
akademický rok: 2018/2019

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Miroslava Příbylová**
Osobní číslo: **T17352**
Studijní program: **N3909 Procesní inženýrství**
Studijní obor: **Řízení jakosti**
Forma studia: **kombinovaná**

Téma práce: **Analýza systému měření a způsoby jejího statistického doplnění**

Zásady pro vypracování:

- 1. Vypracování rešerše týkající se systému MSA (Measurement System Analysis) z hlediska jednotlivých typů vydání**
- 2. Aplikace MSA systému na konkrétním dílu, včetně vlastního měření a vyhodnocení**
- 3. Nalezení vhodných statistických metod doplňujících a rozšiřujících možnosti systému MSA, včetně důkazů jejich funkčnosti**

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **MELOUN, Milan a Jiří MILITKÝ. Statistická analýza experimentálních dat. Vyd. 2. uprav. rozš. Praha: ACADEMIA, 2004, 953 s. ISBN 80-200-1254-0**
2. **MELOUN, Milan. Kompendium statistického zpracování dat: metody a řešené úlohy. Vyd. 2., přeprac. a rozš. Praha: Academia, 2006, 982 s. ISBN 80-200-1396-2**
3. **MELOUN, Milan. Statistické zpracování experimentálních dat. 2. vyd. Praha: Ars magna, 1998, 839 s. ISBN 80-721-9003-2**

Vedoucí diplomové práce: **doc. Dr. Ing. Vladimír Pata**
Ústav výrobního inženýrství

Datum zadání diplomové práce: **2. ledna 2019**

Termín odevzdání diplomové práce: **17. května 2019**

Ve Zlíně dne 17. ledna 2019

L.S.

doc. Ing. Roman Čermák, Ph.D.
děkan

prof. Ing. Berenika Hausnerová, Ph.D.
ředitel ústavu

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby ¹⁾;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen na příslušném ústavu Fakulty technologické UTB ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3 ²⁾;
- beru na vědomí, že podle § 60 ³⁾ odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 ³⁾ odst. 2 a 3 mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Ve Zlíně 6. května 2019

.....

¹⁾ zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47 Zveřejňování závěrečných prací:

(1) Vysoká škola nevydělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.

(2) Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlížení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.

(3) Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.

²⁾ zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 35 odst. 3:

(3) Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studijních povinností vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacího zařízení (školní dílo).

³⁾ zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

(1) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst. 3). Odpírá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.

(2) Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.

(3) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školního díla z výdělku jím dosaženého v souvislosti s užitím díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihlédne k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školního díla podle odstavce 1.

ABSTRAKT

Obsahem této práce je statistické doplnění vyhodnocování dat používaného při sledování vhodnosti měřících systémů. Jde o doplnění statistickými metodami pro zjišťování normality rozdělení výběrových souborů, posuzování vychýlených hodnot a možnosti získání normality dat Boxovou-Coxovou transformací. Výběrové soubory měřených dat jsou vyhodnocovány metodou ANOVA před a po statistickém doplnění.

Klíčová slova:

Měřicí systém, měření vrstvy nánosu, tloušťkoměr, statistická analýza

ABSTRACT

This piece contains a statistical completion during data evaluation used in monitoring of the suitable measurement systems. It is complemented by statistical methods for determination of the data normality, detection of outliers and the possibility of obtaining the data normality by Box-Cox transformation. The sample data sets are evaluated by the ANOVA method before and after the statistical completion.

Keywords:

Measurement system, measurement of layer thickness, coating thickness gauge, statistical analysis

Tímto bych ráda poděkovala doc. Dr. Ing. Vladimíru Patovi za vedení a sdílení svých znalostí nejen při vedení mé diplomové práce, ale i v průběhu celého studia.

Prohlašuji, že jsem na této práci pracovala samostatně a použitou literaturu jsem řádně citovala.

Prohlašuji, že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

OBSAH

ÚVOD	10
I TEORETICKÁ ČÁST	12
1 PODMÍNKY PRO STANOVENÍ VHODNÉHO MĚŘÍČÍHO SYSTÉMU	13
1.1 ROZLIŠITELNOST MĚŘIDLA	13
1.2 VHODNÉ MĚŘIDLO A PŘÍPRAVKY	14
1.3 OKOLNÍ PODMÍNKY	14
2 STATISTICKÝ PODKLAD PRO MSA	15
2.1 SMĚRODATNÁ ODCHYLKA A ROZPTYL	15
2.2 VÝBĚROVÝ SOUBOR	16
2.3 TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ	16
2.3.1 Chyba I. a II. druhu	18
2.3.2 Síla testu	18
2.4 NORMALITA NAMĚŘENÝCH DAT	20
2.4.1 Histogram	20
2.4.2 Anderson-Darlingův test normality	23
2.4.3 Q-Q graf	26
2.4.4 Kruhový graf	28
2.4.5 Boxova-Coxova transformace dat	29
2.5 ROZPTÝLENÍ HODNOT VÝBĚROVÝCH SOUBORŮ	32
2.5.1 Krabicový graf	32
2.5.2 Diagram rozptýlení	33
2.5.3 Grubbsův test odlehlých hodnot	34
3 POROVNÁNÍ VÝBĚROVÝCH SOUBORŮ	37
3.1 POROVNÁNÍ DVOU VÝBĚROVÝCH SOUBORŮ	37
3.1.1 F-test	37
3.1.1.1 Klasický F-test	37
3.1.1.2 Modifikovaný F-test	38
3.1.1.3 Robustní test jackknife	38
3.1.2 T-test	39
3.1.2.1 Klasický Studentův t-test T_1 pro shodné rozptyly	39
3.1.2.2 Klasický Studentův t-test T_2 pro různé rozptyly	39
3.1.2.3 Modifikovaný Studentův t-test T_3	40
3.1.2.4 Robustní test jackknife polohy T_4 pro homoskedasticitu	41
3.1.2.5 Robustní test jackknife polohy T_5 pro heteroskedasticitu	41
3.2 POROVNÁNÍ VÍCE VÝBĚROVÝCH SOUBORŮ	41
3.2.1 Jednofaktorová ANOVA	42
3.2.1.1 Modely s pevnými efekty	43
3.3 APLIKACE METODIKY EDA	45
II PRAKTICKÁ ČÁST	46
4 SBĚR ANALYZOVANÝCH DAT	47

4.1	PROVEDENÍ MĚŘENÍ.....	47
4.2	HODNOTY NASBÍRANÝCH DAT.....	48
5	PROVEDENÍ METODY ANOVA NASBÍRANÝCH DAT	49
6	PODROBNÁ ANALÝZA DAT	50
6.1	ČASOVÁ ŘADA.....	50
6.2	ODHALENÍ STUPNĚ SYMETRIE A ŠPIČATOSTI.....	51
6.2.1	Histogram.....	51
6.2.2	Q-Q graf.....	51
6.2.3	Kruhový graf.....	52
6.2.4	Shrnutí grafických analýz symetrie.....	52
6.3	ZJIŠTĚNÍ LOKÁLNÍ KONCENTRACE DAT.....	53
6.3.1	Krabicový graf.....	53
6.3.2	Diagram rozptýlení.....	53
6.4	POROVNÁNÍ ROZDĚLENÍ VÝBĚROVÉHO SOUBORU.....	54
6.4.1	Anderson-Darlingův test normality.....	54
6.4.2	Sumarizace normality všech metrologů.....	55
6.5	BOXOVA-COXOVA TRANSFORMACE DAT.....	55
6.5.1	Věrohodnost Boxovi-Coxovi transformace dat.....	56
6.5.2	Sumarizace věrohodnosti transformace dat.....	56
6.5.3	Boxova-Coxova transformace analyzovaných dat.....	56
6.6	POROVNÁNÍ ROZDĚLENÍ VÝBĚROVÉHO SOUBORU PO TRANSFORMACI.....	57
6.6.1	Anderson-Darlingův test normality po transformaci.....	57
6.6.2	Sumarizace normality všech transformovaných dat.....	58
6.7	DETEKCE ODLEHLÝCH HODNOT.....	59
6.7.1	Grubbsův test.....	59
6.8	SUMARIZACE Z ANALÝZY DAT.....	59
7	PROVEDENÍ METODY ANOVA ANALYZOVANÝCH DAT	61
7.1	POROVNÁNÍ ROZPTYLŮ.....	61
7.2	POROVNÁNÍ PRŮMĚRŮ.....	61
8	SÍLA TESTU ANALYZOVANÝCH DAT.....	63
	ZÁVĚR	64
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	65
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	66
	SEZNAM OBRÁZKŮ	69
	SEZNAM TABULEK.....	70
	SEZNAM GRAFŮ	71
	SEZNAM PŘÍLOH.....	73

ÚVOD

Jednou z podstatných otázek výrobních firem jsou čím dál tím více sledované procesy výroby a s tím úzce spojená kvalita vyráběných dílů. Kromě toho, že bychom se v průběhu sledování výroby a studování kvality dílu měli řídit rozumným úsudkem, nám s touto problematikou pomáhá statistika. S vhodnou statistikou sledujeme stabilitu procesů a kvalitu vyráběných dílů s tím, že je nějak měříme, kontrolujeme, regulujeme a analyzujeme. Ideálně ještě před začátkem sériové výroby je nutné zjistit, zda jsou nastavené kontroly a měřicí systémy v pořádku.

Proto je prováděna analýza systému měření, dále bude používána zkratka MSA (Measurement system analysis). Metodami MSA se zjišťuje opakovatelnost a reprodukovatelnost metrologů, kontrolorů, měřidel, upínacích přípravků, prostředí, v kterém se měří atd.

V teoretické části této práce bude popsán statistický podklad, který je používán jako základ pro analýzy měřicích systémů používaných v praxi. Dále budou popsány statistické a grafické nástroje, kterými budou analýzy dat vhodně doplňovány.

Podstatnou myšlenkou je, že v analyzovaných datech nemají být hrubé chyby a data mají splňovat normalitu. To příručky dokonce zmiňují. Neříkají však, jak je možné hrubé chyby najít a jak situaci řešit. Stejně nebo spíše hůře je to s normalitou. Často se stává, že proces nedokáže „produkovat“ data, která splňují podmínky normálního rozdělení. To se někdy v realitě ignoruje. MSA metody pak mnohdy nevycházejí dobře, což by mělo znamenat úpravu měřicích systémů: opakování drahého měření, výměnu nebo úpravu drahého upínacího přípravku, výměnu dostačujícího měřidla za dražší a hůře dostupnější pro použití ve výrobních podmínkách, atd.

V praktické části byl vybrán proces, při kterém není splněna normalita dat za určitých podmínek v nastaveném způsobu měření. Šlo o měření tloušťky nánosu barvy na kovovém plíšku. Měření byla prováděna na jednom plíšku, jedním měřicím přístrojem, několika kontrolory a několikrát. Z tako získaných dat by měla být zjištěna opakovatelnost kontrolorů a reprodukovatelnost měřicího přístroje. Z více statistického pohledu se porovnávalo několik výběrových souborů a bylo zjišťováno, zda pocházejí z jednoho základního souboru.

Na získaných datech byla provedena metoda ANOVA (Analysis of variance) bez jakýchkoliv předešlých průzkumů, zda jsou data normální, popř. zda v sobě nesou hrubé chyby. Výsledek byl neuspokojivý.

Naměřená data tedy byla dále do hloubky zkoumána, aby se zjistilo, jak vůbec vypadají, zda pocházejí z normálního rozdělení, zda jsou v nich nějaké odlehlé hodnoty a jaké.

Bylo využito průzkumové (exploratorní) analýzy dat, dále bude používána zkratka EDA (Exploratory data analysis). Data byla zkoumána několika grafickými metodami popsanými v teoretické části a statisticky vyhodnocována. Normalita a případné odlehlé hodnoty byly testovány a řešeny. Opět byla provedena metoda ANOVA už ale na statisticky analyzovaných a zpracovaných datech.

Na závěr došlo k porovnání výsledků metody ANOVA u dat neupravovaných s výsledky dat statisticky zpracovaných.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 PODMÍNKY PRO STANOVENÍ VHODNÉHO MĚŘÍČÍHO SYSTÉMU

Než začnu popisovat statistické metody, které jsou podkladem pro MSA, je nutné zdůraznit zvolení vhodných podmínek pro stanovení použitelného měřicího systému ve výrobě. To, zda je stanovený měřicí systém opravdu správný, pak prověříme s použitím jedné nebo více metod MSA.

Jednou z prvních a nejdůležitějších podmínek je rozlišitelnost měřidla. Od toho se pak odvíjí stanovení vhodného typu měřidla. Dále je nutné zvážit tvar a materiál dílu pro zvolení vhodného upínacího přípravku, okolní podmínky (teplota, proudící vzduch, apod.), mít proškolený personál, atd.

1.1 Rozlišitelnost měřidla

Rozlišitelností měřidla je míněn nejmenší možný rozměr, který je schopno měřidlo změřit. Například s ocelovým pravítkem jsme schopni změřit 1 mm, ale také 0,05 mm (*Obr. 1*).



Obr. 1 Ocelové pravítko - rozlišitelnost

MSA příručka od AIAG [1] udává, že rozlišitelnost měřidla musí být 10% z šíře tolerance. VDA 5 [2] je v tomto směru přísnější. Udává, že rozlišení měřidla musí být 5% z šíře tolerance, popřípadě menší. Znamená to tedy, že v případě měřeného rozměru s širší tolerance 0,1 mm mohu použít pro měření dle MSA od AIAG měřidlo s rozlišením 0,01 mm (tedy např. „obyčejné“ digitální měřítko). Pro nastavování měřicího systému dle VDA 5 musím použít pro stejnou šíři tolerance již měřidlo s rozlišením 0,005 mm a menší (tedy např. digitální mikrometr s rozlišením 0,001 mm). Tato pravidla platí pro jakékoliv fyzikální jednotky, které dokážeme získat při sledování kvality vyráběných dílů (mohu sledovat hmotnost [g], sílu [N], lesk [GU¹] a další veličiny, které jsme schopni nějakým způsobem měřit a vyhodnocovat).

¹ GU – Gloss Unit (jednotka lesku).

1.2 Vhodné měřidlo a přípravky

Vhodným měřidlem je tedy hlavně to, které má dostačující rozlišitelnost. Vždy je pak žádoucí zvažovat, jakým měřidlem bude co nejvíce omezen vliv operátora. Tato myšlenka je podstatná také při navrhování a konstrukci upínacích přípravků, jak pro upínání dílu, tak pro ustavení měřidla.

1.3 Okolní podmínky

Měření by měla být prováděna za stejných okolních podmínek. Teplota by měla být regulována. Dveře a okna by se neměla v průběhu provádění měření otvírat, aby se zamezilo nežádoucímu proudění vzduchu a změnám teploty v místnosti. Dále je vhodné zajistit dobré a stabilní světelné podmínky.

2 STATISTICKÝ PODKLAD PRO MSA

Základem pro MSA jsou statistické ukazatele jako směrodatná odchylka, rozptyl, normalita naměřených dat, porovnávání variability dvou a více výběrových souborů a s tím úzce spojené testování statistických hypotéz. Dále je z hlediska statistiky žádoucí zjistit, jestli jsou v datech skryté odlehlé hodnoty. Zda jsou to pouze extrémny, které jsou statisticky nevýznamné nebo zda už jde o hrubé chyby, které by měly být z naměřených dat vyřazeny.

2.1 Směrodatná odchylka a rozptyl

Základní soubor popisuje směrodatná odchylka σ a aritmetický průměr μ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{N}} \quad (1)$$

Kde N je počet měření základního souboru a μ je aritmetický průměr a pro ten platí:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N} \quad (2)$$

Tyto hodnoty neznáme. Je možné ale zjistit odhad směrodatné odchylky s a odhad aritmetického průměru \bar{X} z výběrového souboru. [3]

Pro odhad směrodatné odchylky platí:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad (3)$$

Rozptyl je pak roven směrodatné odchylce na druhou, a tedy:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1} \quad (4)$$

Kde n je počet hodnot ve výběrovém souboru (např. počet měření)

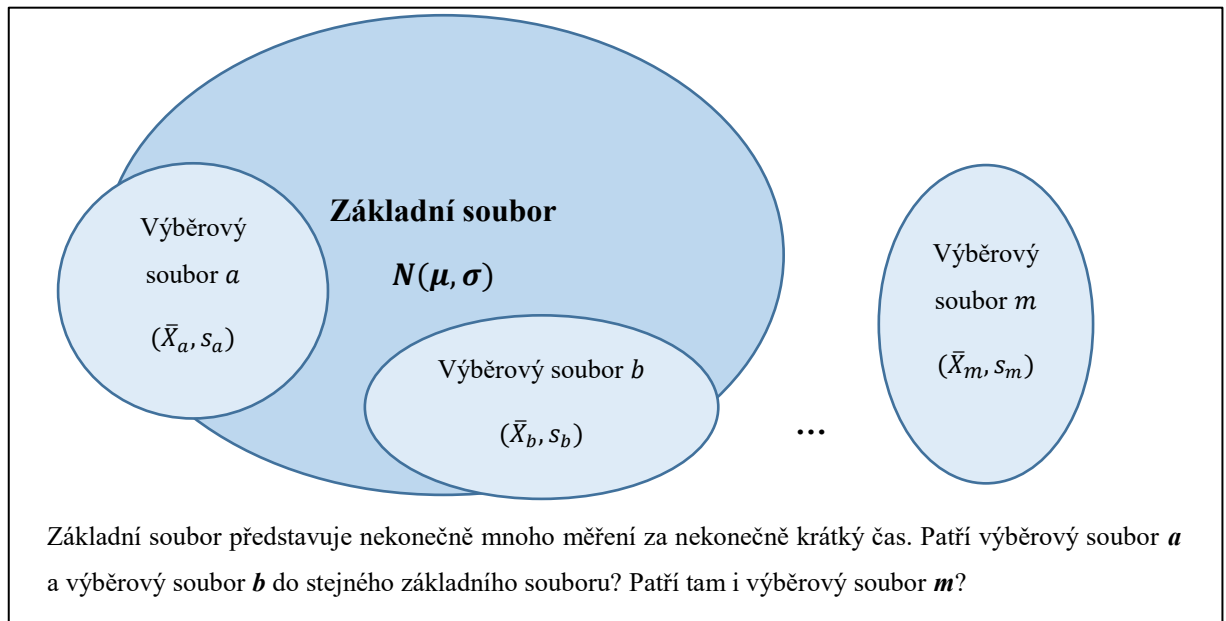
x_i je i -tá hodnota (např. i -té měření)

\bar{X} je odhad aritmetického průměru. Pro ten platí:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (5)$$

2.2 Výběrový soubor

Výběrový soubor je část základního souboru. Vždy je nutné výběrový soubor ideálně nastavit (např. stanovit určitý počet měření v určitém intervalu).



Obr. 2 Základní a výběrový soubor

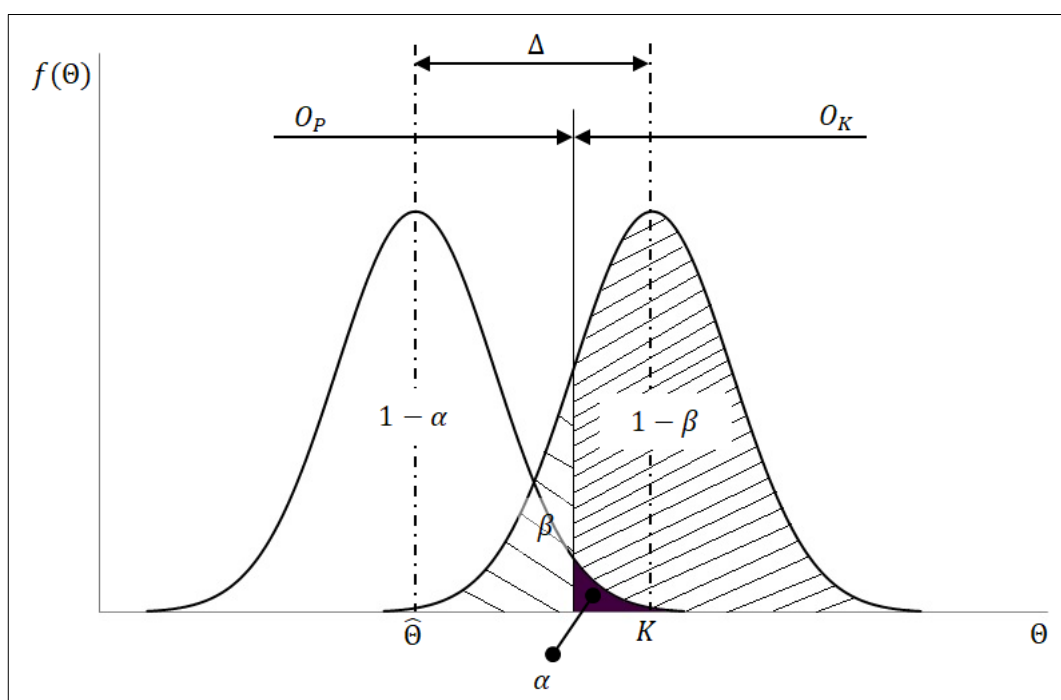
Pod každým výběrovým souborem si představme skupinku naměřených dat. Úmyslně jsou jednotlivé výběrové soubory různé velikosti, je totiž možné porovnávat výběrové soubory o různém množství naměřených dat (Obr. 2).

Veškerou podstatou je dále porovnávat, zda dva či více výběrových souborů pochází ze stejného základního souboru. Například jeden díl bude měřen stejným měřidlem několikrát jedním metrologem a několikrát druhým metrologem. Půjde tedy o dva výběrové soubory. Liší se tyto dva výběrové soubory od sebe statisticky nevýznamně? Pochází oba výběrové soubory z jednoho základního souboru a je tedy měřicí systém v pořádku? Nebo se tyto dva výběrové soubory liší statisticky významně, pochází tedy ze dvou základních souborů a měřicí systém potřebuje upravit?

2.3 Testování statistických hypotéz

Pro většinu následujících metod a analýz je potřeba znát testování statistických hypotéz. Jde o pravidlo, které je postaveno na stanovení hypotézy nulové H_0 a alternativní H_a , popř. H_1 . Nulová hypotéza je dle výsledku testu zamítnuta nebo nezamítnuta. Alternativní hypotéza je přijata v případě, že je nulová hypotéza zamítnuta.

Na základě toho, jaká charakteristika se testuje, se vytváří určitá statistika. V případě, že padne tato statistika do oboru přijetí O_P , nulová hypotéza se nezamítá. Padne-li tato statistika do kritického oboru O_K , nulová hypotéza se zamítá. Pravděpodobnost, že testovací charakteristika padne do kritického oboru O_K se nazývá hladina významnosti α . Vyjadřuje se v %, např. 5% nebo 1% hladina významnosti. Kritický obor se vymezuje jako oboustranný nebo jednostranný (Obr. 3). Oboustranný kritický obor se používá v případě, že není důvod, aby testovací statistika měla mít jen kladné nebo jen záporné znaménko. Hladina významnosti α je pak rozdělena na dvě stejné části $\alpha/2$. [4]



Obr. 3 Vztah mezi chybou I. druhu α a II. druhu β pro případ jednostranné hypotézy [4]

V případě testování statistické hypotézy se postupuje následovně [4]:

1. Formulují se nulová hypotéza H_0 a alternativní hypotéza H_a podle povahy testovací charakteristiky. V případě obr. 3 se testuje parametr Θ . Pak se stanoví nulová hypotéza $H_0: \Theta = K$ a alternativní hypotéza $H_a: \Theta \neq K$. K je známé číslo.
2. Zvolí se hladina významnosti α .
3. Volba testovací statistiky, tedy funkce hodnot náhodného výběru se známým rozdělením pravděpodobností v případě platnosti i neplatnosti nulové hypotézy. Dle [4] půjde o testovací statistiku $u_s = |\Theta - K|/\sqrt{D(\Theta)}$, která má při platnosti nulové hypotézy normální rozdělení.

4. Určí se kritický obor O_K testové charakteristiky dle jejího rozdělení pravděpodobnosti a hladiny významnosti.
5. Získá se náhodný výběr, vypočítá se testová statistika a její kvantily, které tvoří meze kritického oboru O_K .
6. Hodnocení:
 - a. Nulová hypotéza H_0 se nezamítá. Testová statistika leží v oboru přijetí O_P , tedy $u_{\alpha/2} \leq u_s \leq u_{1-\alpha/2}$.
 - b. Nulová hypotéza H_0 se zamítá ve prospěch hypotézy alternativní H_a . Testová statistika leží v kritickém oboru O_K , tedy $u_s < u_{\alpha/2}$, popř. $u_s > u_{1-\alpha/2}$.

2.3.1 Chyba I. a II. druhu

Zamítnutí nulové hypotézy H_0 neznámá, že neplatí. V případě, že nulová hypotéza H_0 platí a je zamítnuta, jde o chybu I. druhu. Stejně tak nezamítneme-li nulovou hypotézu H_0 neznámá, že platí. V tomto případě jde o chybu II. druhu. [4]

Přehledně níže v tabulce (*Tabulka 1*).

Tabulka 1 Chyba I. a II. druhu

		Výsledek testu	
		Nezamítáme H_0	Zamítáme H_0
Skutečnost	Platí H_0	Správné rozhodnutí, pravděpodobnost rozhodnutí $1 - \alpha$	Chyba I. druhu, pravděpodobnost rozhodnutí α
	Platí H_a	Chyba II. druhu, pravděpodobnost rozhodnutí β	Správné rozhodnutí, pravděpodobnost rozhodnutí $1 - \beta$

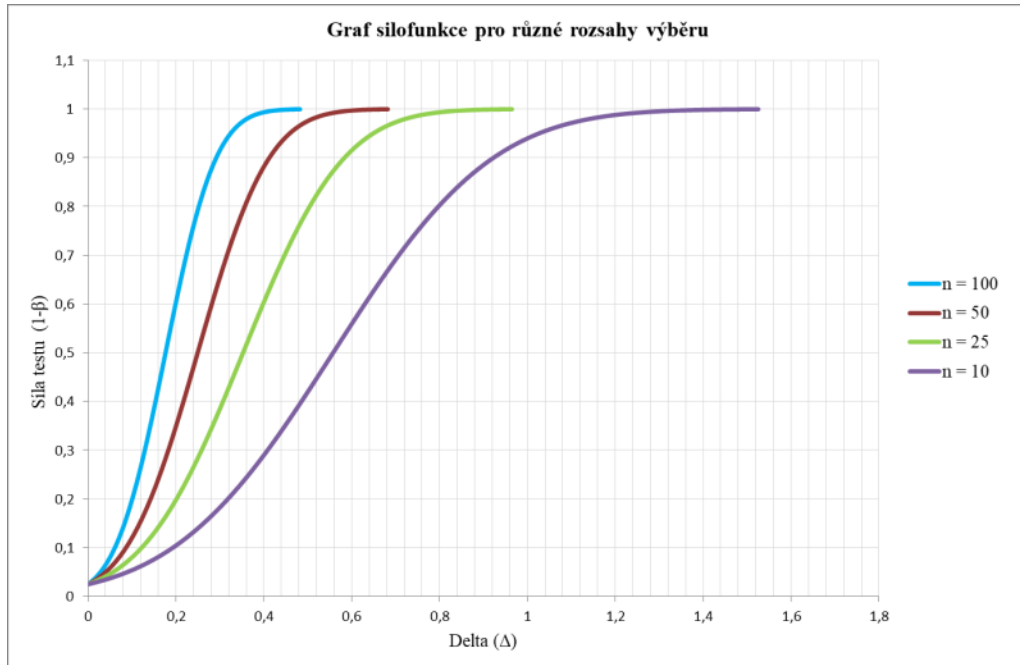
2.3.2 Síla testu

Případ druhého správného rozhodnutí s pravděpodobností $(1 - \beta)$, tedy s pravděpodobností, že se vyhneme chybě II. druhu, nazýváme silou testu $S = 1 - \beta$. Síla testu říká, jak velkou máme jistotu, že je testem zamítnuta nulová hypotéza H_0 správně a platí hypotéza alternativní H_a . Velikost síly testu S je závislá na rozsahu výběru n . Čím větší je rozsah výběru, tím s větší pravděpodobností zamítneme neplatnou hypotézu ve prospěch alternativní. Pro $n \rightarrow \infty$ platí, že $S \rightarrow 1$. [4]

Dle [3] je vhodné dosáhnout síly testu 80 – 90 %, aby nebylo testování zbytečné. Abychom ji mohly určit, musíme specifikovat diferenci Δ (*Obr. 3*), velikost pravděpodobnosti chyby

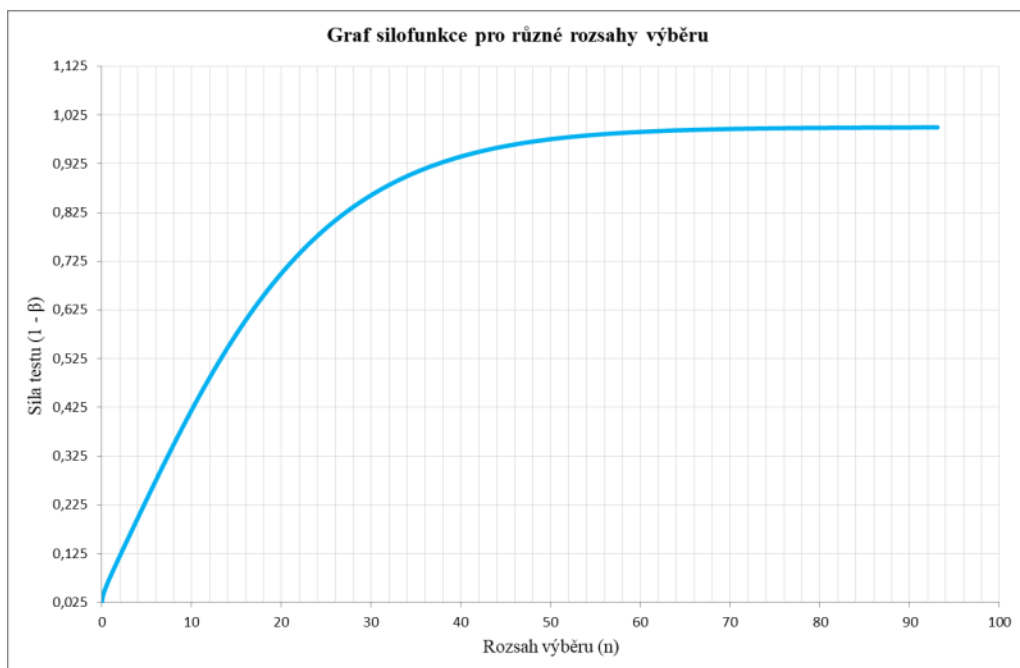
I. druhu α a očekávanou směrodatnou odchylku σ zkoumané náhodné proměnné (odhad pomocí s).

Graf (*Graf 1* – vlastní zpracování) níže zobrazuje silofunkce pro různé rozsahy výběru.



Graf 1 Silofunkce pro různé rozsahy výběru

Níže je pak graf silofunkce (*Graf 2* – vlastní zpracování) volen tak, aby byla lépe vidět závislost síly testu na velikosti rozsahu výběru. Zároveň je vidět nelineární chování obzvláště po 80 – 90 % síle testu [3], kdy už jej větší rozsah výběru nijak zvlášť neovlivňuje.



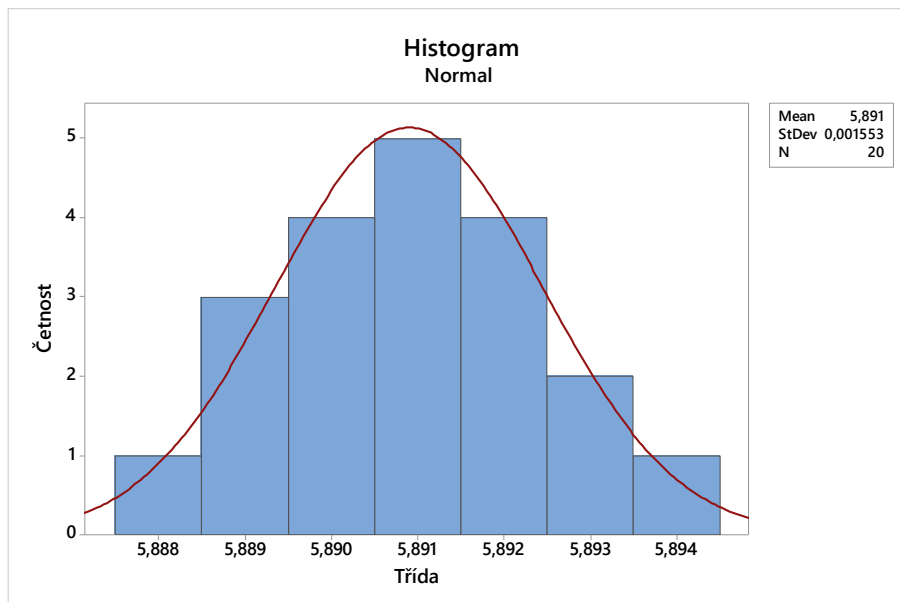
Graf 2 Síla testu v závislosti na rozsahu výběru

2.4 Normalita naměřených dat

Před samotným testováním výběrových souborů zjišťujeme normalitu naměřených dat. Normalitu můžeme testovat a graficky analyzovat mnoha způsoby. Vždy je vhodné použít více možných metod. V následujících kapitolách budou detailněji popsány některé metody používané pro testování normality dat.

2.4.1 Histogram

Histogram (*Graf 3*) je jeden ze základních grafů, který je možné sestavit jednoduše i v nestatistických softwarech (MS Excel). Na ose X jsou vyneseny třídy dle rozsahu naměřených dat n a osa Y zobrazuje četnost. Jednotlivé sloupce pak zobrazují četnost naměřených hodnot v jednotlivých třídách.



Graf 3 Histogram

V našem případě, kdy nejde o příliš sešikmená rozdělení výběrů, by třídy měly mít shodnou šířku Δx a počet tříd by měl být rozumně stanoven. Nesprávný počet tříd může histogram zkreslit. Dle [5] [4] lze počet tříd L pro přibližně symetrická rozdělení určit dle vztahu:

$$L = \text{int}(2\sqrt{n}), \quad (6)$$

kde int označuje celočíselnou část šířky třídy

n je počet měřených hodnot v souboru.

V případě širokého rozmezí velikostí výběrů n je možné pro výpočet počtu tříd použít vztah [5] [4]:

$$L = \text{int}(2,46(n - 1)^{0,4}) \quad (7)$$

Dále [4] uvádí, že pro výběry z přibližně normálního rozdělení je optimální délka třídních intervalů rovna:

$$\Delta x = 3,49 \frac{s}{n^{\frac{1}{3}}}, \quad (8)$$

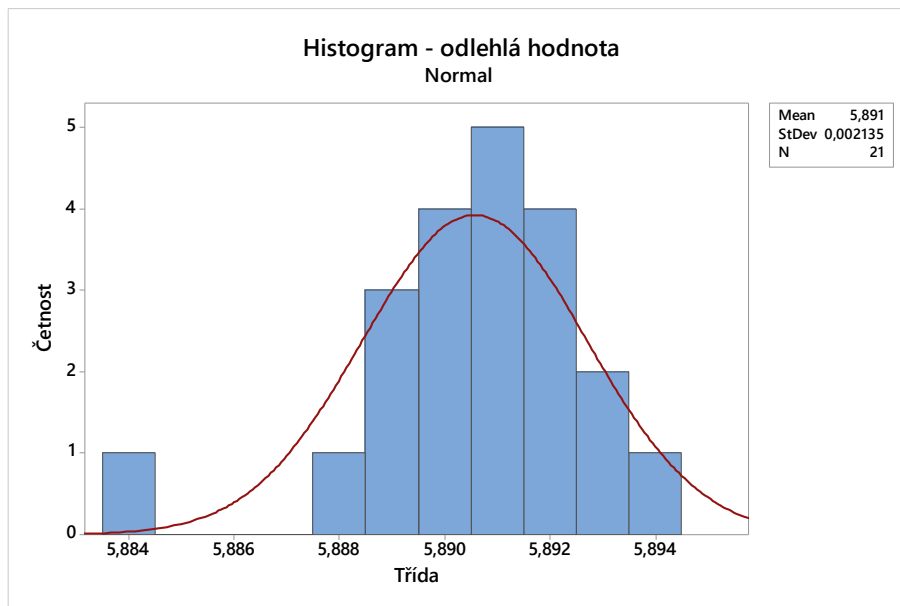
kde s je směrodatná odchylka

n je počet měřených hodnot v souboru.

Některé literatury také pro výpočet optimálního počtu tříd používají tzv. Sturgesova pravidla [6]:

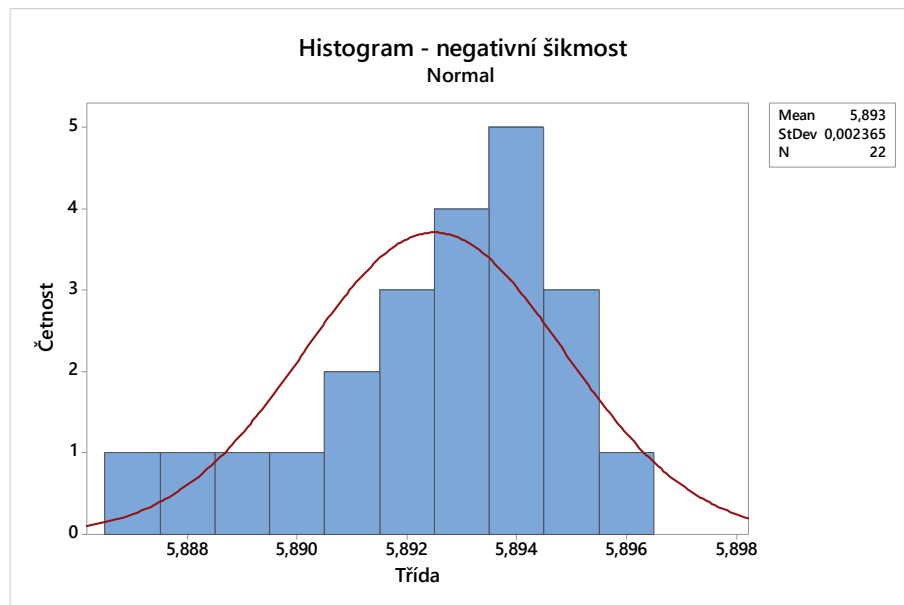
$$L = 1 + 3,322 \log n \quad (9)$$

Už u histogramu můžeme vidět, zda jsou v datech výběrového souboru odlehlé hodnoty nebo extrémny (*Graf 4*).



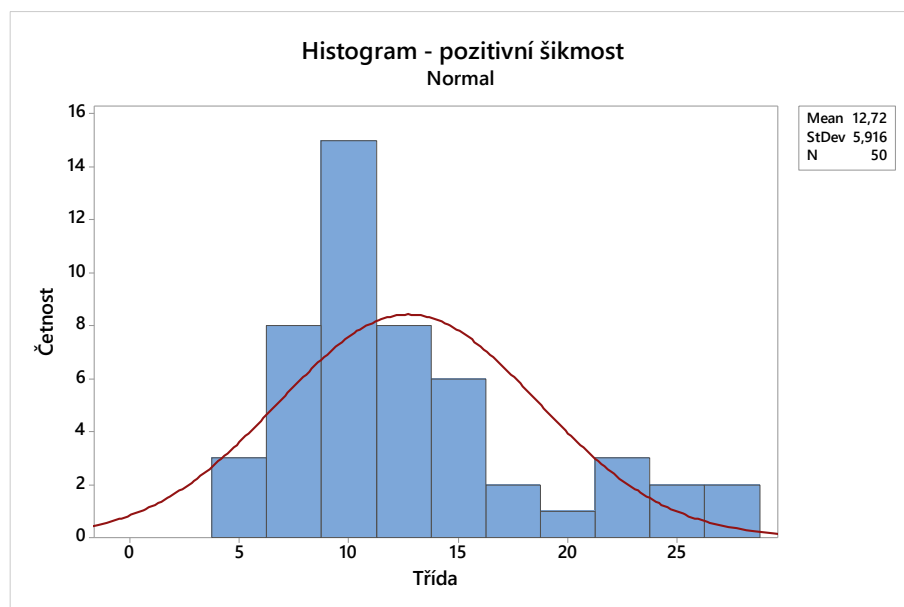
Graf 4 Histogram – odlehlá hodnota

Z histogramu může být zřejmé i podezření na šikmost. *Graf 5* zobrazuje negativní šikmost.



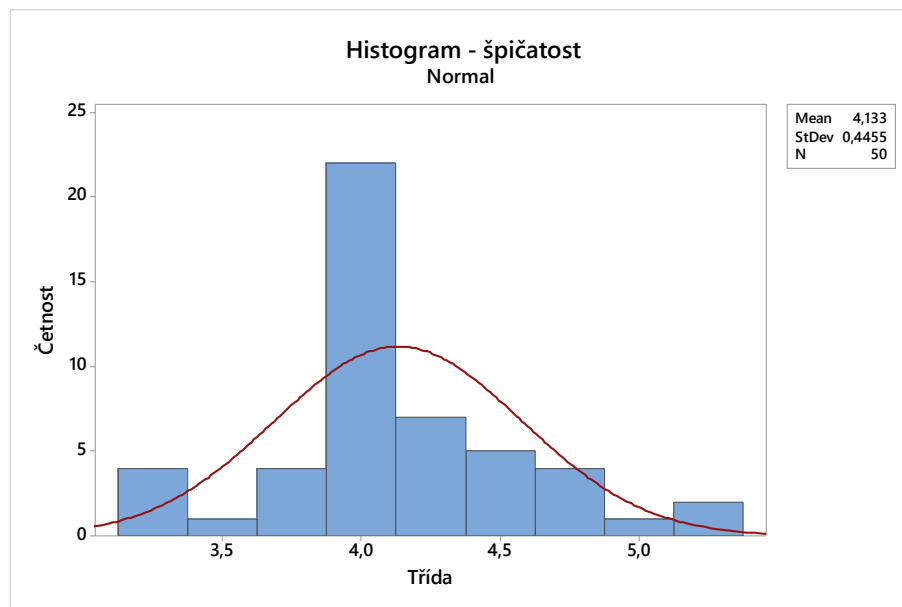
Graf 5 Histogram – negativní šikmost

Graf 6 zobrazuje pozitivní šikmost.



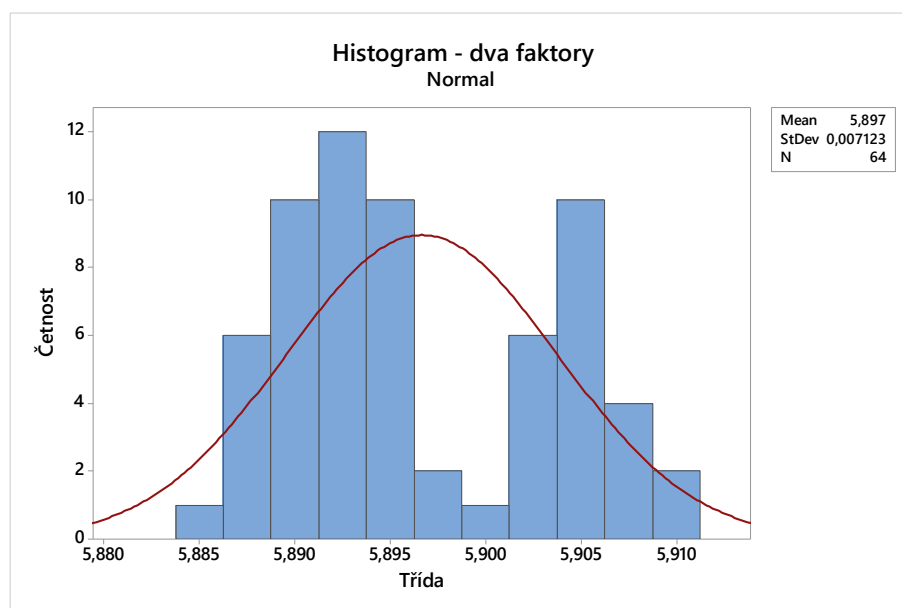
Graf 6 Histogram – pozitivní šikmost

Z histogramu může být už zřejmá i jiná špičatost, než jaká je typická pro normální rozdělení (*Graf 7*).



Graf 7 Histogram - špičatost

Histogram také odhalí, zda v datech nepůsobí více faktorů mající vliv na měření (*Graf 8*).



Graf 8 Histogram – dva faktory

2.4.2 Anderson-Darlingův test normality

Anderson-Darlingův test se používá pro zjištění, zda data pocházejí z normálního rozdělení.

Nyní už je využito teorie hypotéz popsaných v kapitole 2.3.

Hypotézy jsou voleny H_0 : naměřená data pocházejí z normálního rozdělení
 H_a : naměřená data nepocházejí z normálního rozdělení.

S hladinou významnosti α .

Pro Anderson-Darlingův test platí vztah [4]:

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n-i+1}))] \quad (10)$$

kde n je počet naměřených hodnot

i je i -té pořadí naměřené hodnoty v datech seřazených vzestupně

$F(X)$ je kumulativní distribuční funkce pro normální rozdělení a platí:

$$F(X) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (11)$$

kde σ je směrodatná odchylka naměřených hodnot

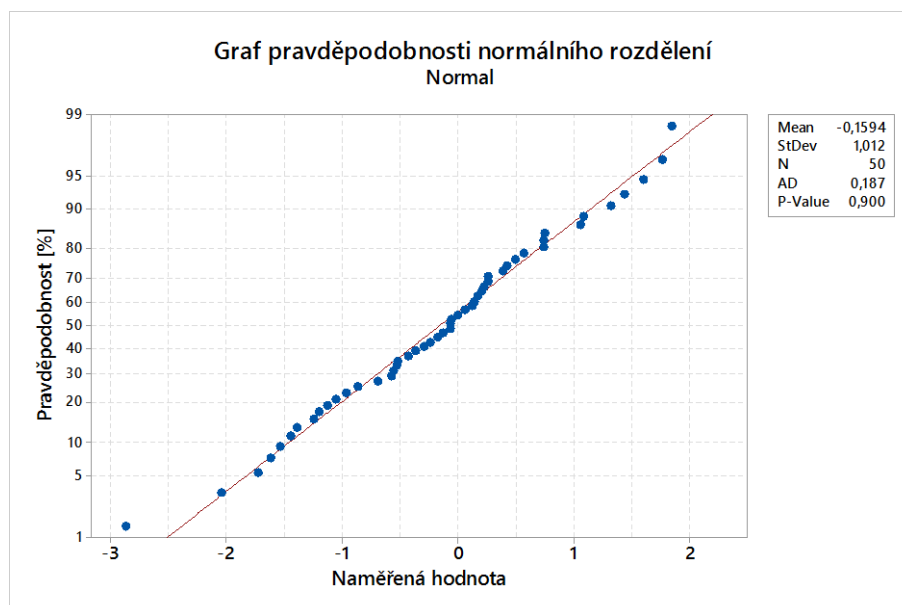
μ je průměr naměřených hodnot.

Nulová hypotéza H_0 o normalitě se zamítá, pokud $AD > D_{1-\alpha}$. [4]

Pro hodnotu kvantilu $D_{0,95}$ platí pro velký rozsah n přibližný vztah [4]:

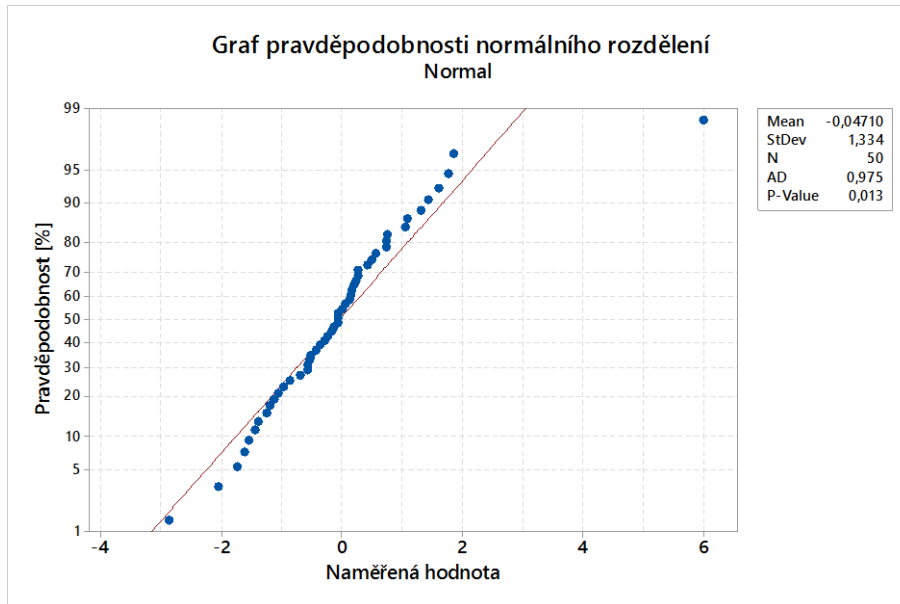
$$D_{0,95} = 1,0348 \left(1 - \frac{1,013}{n} - \frac{0,93}{n^2} \right) \quad (12)$$

Pro měřená data je možné vykreslit graf pravděpodobnosti normálního rozdělení (*Graf 9*).



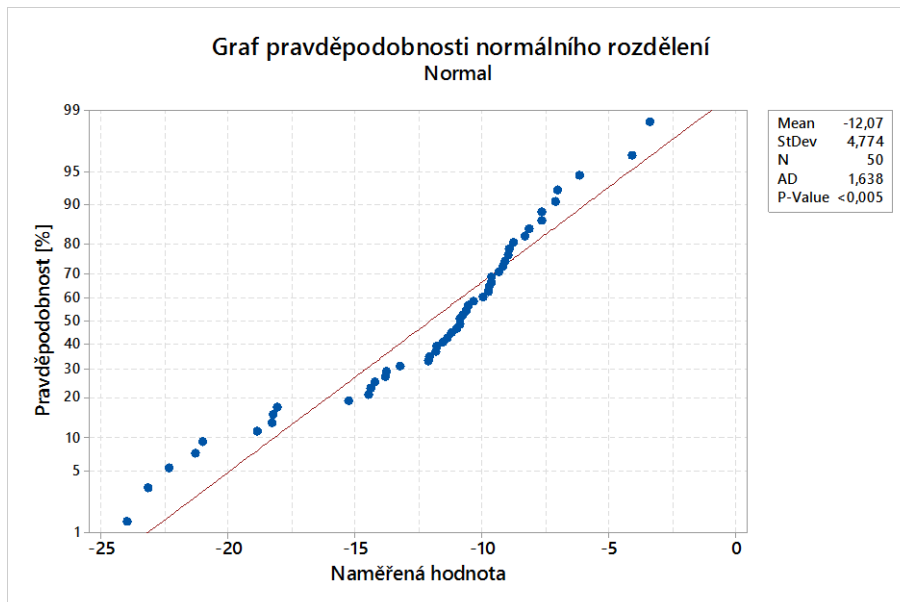
Graf 9 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení

I z grafu pravděpodobnosti normálního rozdělení už lze vidět, jestliže v datech leží vychýlená hodnota (*Graf 10*). To neznamená, že jde o hrubou chybu. Zda jde o hrubou chybu nebo pouze extrém, zjistíme až dalším testováním.



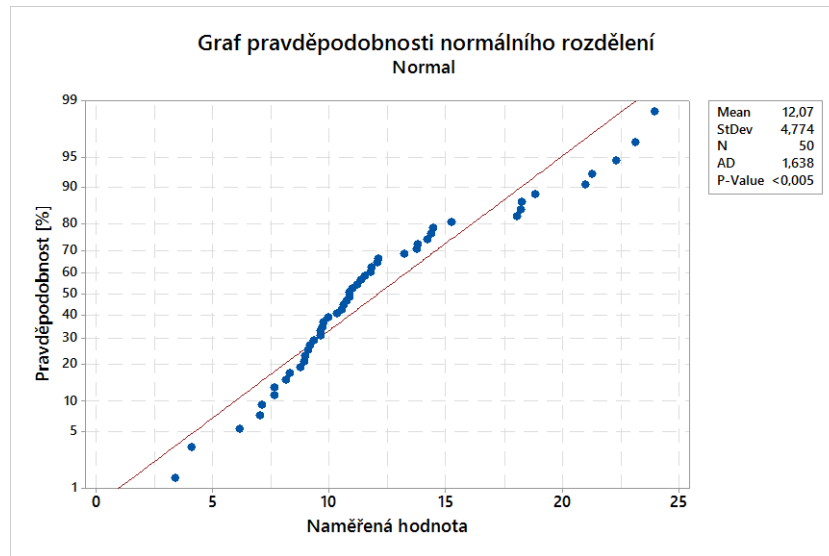
Graf 10 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení – vychýlená hodnota

Také jsou z grafu pravděpodobnosti normálního rozdělení čitelné šikmosti. Níže *Graf 11* zobrazuje negativní šikmost.



Graf 11 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení – negativní šikmost

Graf 12 pak zobrazuje šikmost pozitivní.

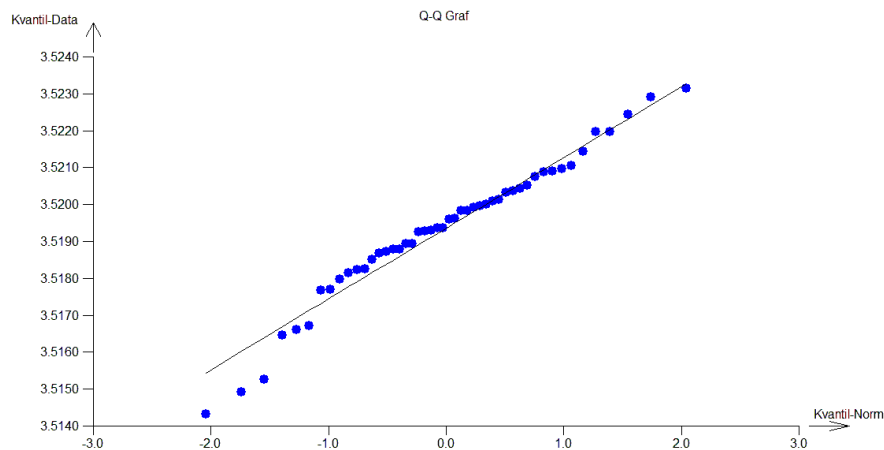


*Graf 12 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení –
pozitivní šikmost*

2.4.3 Q-Q graf

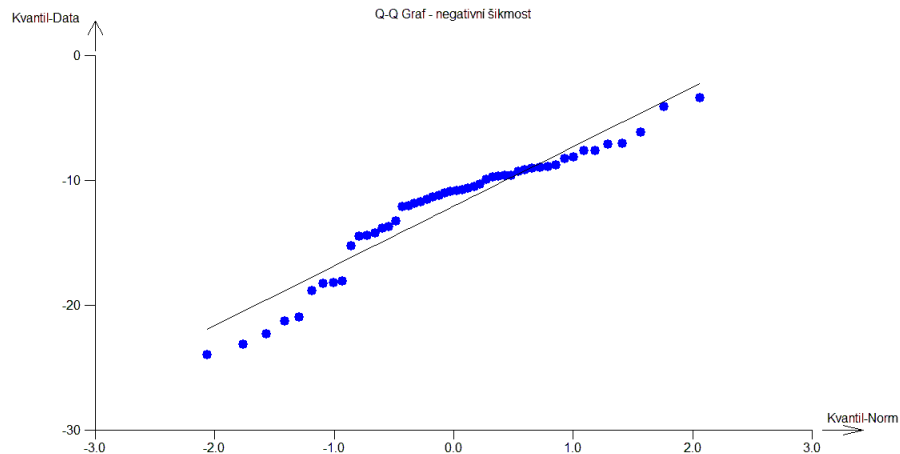
Díky kvantilově-kvantilovému grafu je možné porovnávat shodu naměřených dat z výběrového souboru charakterizovaných kvantilovou funkcí s kvantilovou funkcí zvoleného teoretického rozdělení. [5] V případě výběrových souborů v této práci jsou data porovnávána s kvantily normálního rozdělení.

V případě, že je rozdělení dat výběrového souboru porovnáváno s normovaným normálním rozdělením, nazýváme graf rankitovým grafem. Na ose X jsou vyneseny kvantily normovaného normálního rozdělení a na ose Y jsou vyneseny kvantily naměřených dat z výběrového souboru (*Graf 13*). [5]



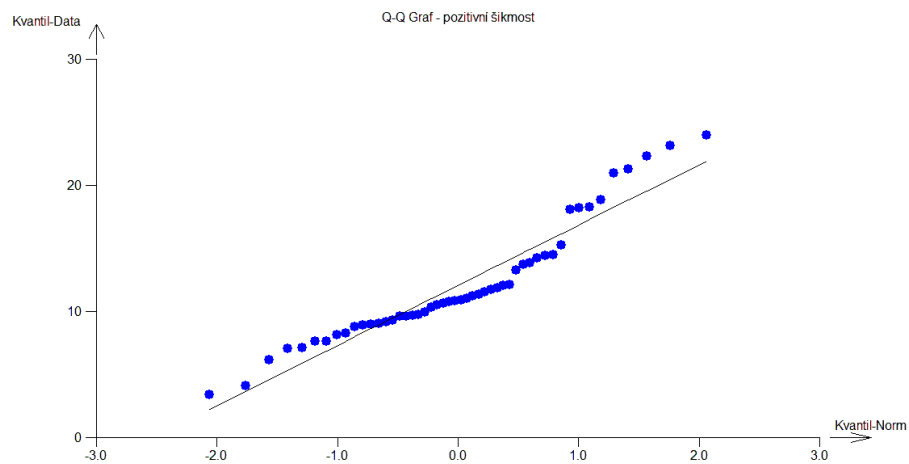
Graf 13 Q-Q graf – rankitový

Také z Q-Q grafu je zřejmá negativní šikmost (*Graf 14*).



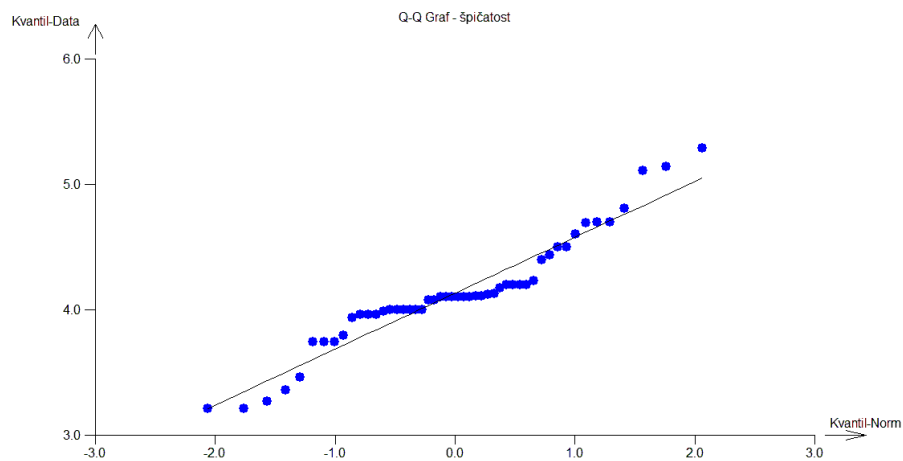
Graf 14 Q-Q graf – negativní šikmost

Pozitivní šikmost (*Graf 15*).



Graf 15 Q-Q graf – pozitivní šikmost

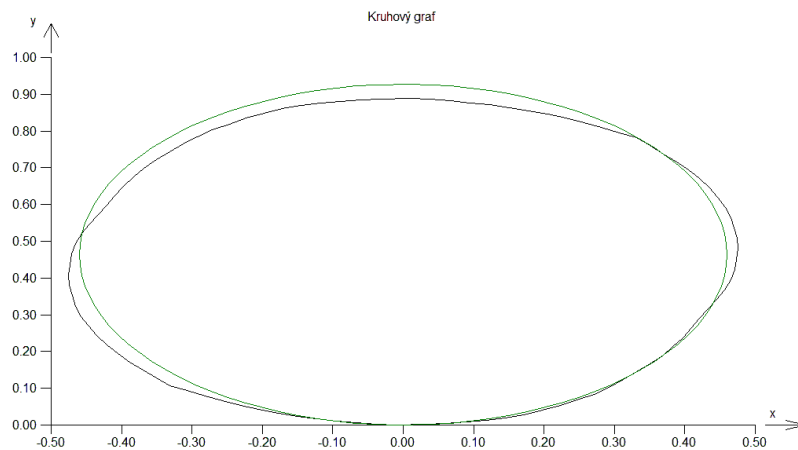
Jakmile Q-Q graf kopíruje písmeno S, data vykazují šikmost netypickou pro normální rozdělení (*Graf 16*).



Graf 16 Q-Q graf - špičatost

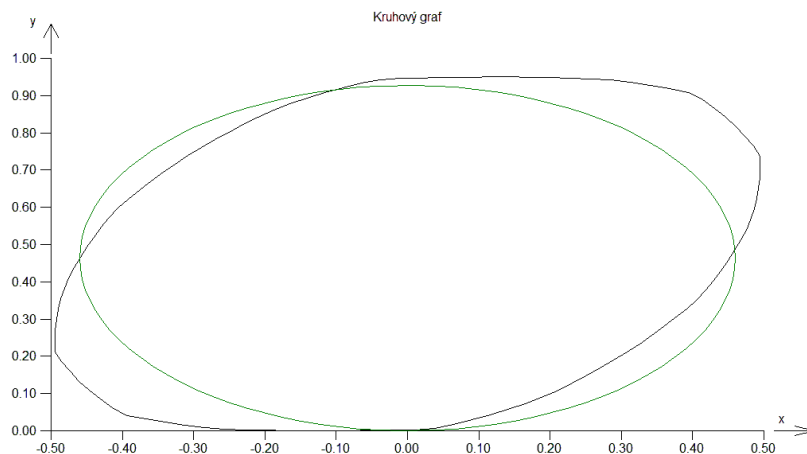
2.4.4 Kruhový graf

Jde o graf, díky kterému je možné vizuálně ověřovat hypotézu, že výběr pochází ze symetrického rozdělení - nejčastěji Gaussova normálního rozdělení. V případě normálního rozdělení je grafem regulární, konvexní polygon, blízký kružnici (*Graf 17*). Polygon vykreslený černou čarou znázorňuje kruhový graf symetrického normálního rozdělení, zelenou čarou jsou pak znázorněny kruhový graf dat výběrového souboru. Jakmile se zelený tvar od černě vykresleného polygonu liší, jedná se o jiné než symetrické rozdělení. [5]



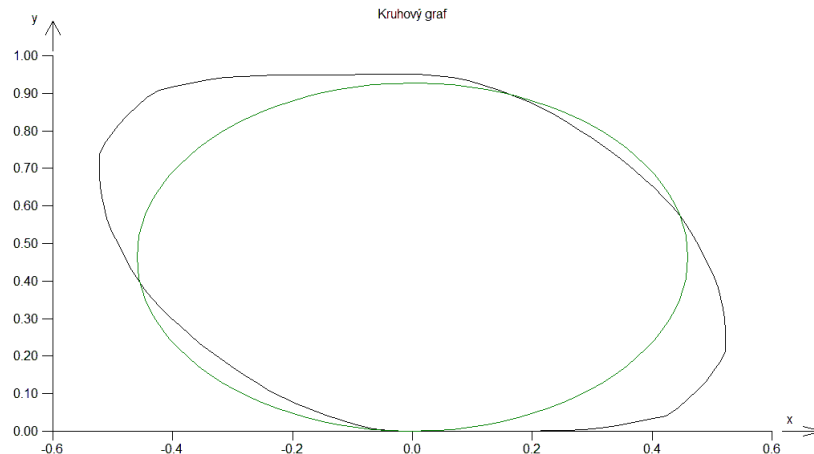
Graf 17 Kruhový graf – normální rozdělení

Na grafu (*Graf 18*) níže jsou vidět odchylky způsobující nesymetrická data sledovaného výběru. V tomto případě jde o pozitivní šikmost dat.



Graf 18 Kruhový graf – pozitivní šikmost

Kruhový graf pro data s negativní šikmostí vypadá takto (Graf 19):



Graf 19 Kruhový graf – negativní šikmost

Sestrojení kruhového grafu je dle [5] následující: „Vychází se z faktu, že transformací $Z_{(i)} = F_e(x_{(i)})$ vyjdou náhodné veličiny $Z_{(i)}$ rozdělené přibližně rovnoměrně na intervalu $[0,1]$. Při konstrukci kruhového grafu se definuje soustava vektorů \bar{V}_i o stejné délce $l_0 = \frac{1}{\sqrt{N(N-1)/2}}$ a směru $\pi Z_{(i)}$. Pro složky x a y vektoru \bar{V}_i platí $V_{x_i} = l_0 \cos(\pi Z_{(i)})$, $V_{y_i} = l_0 \sin(\pi Z_{(i)})$. Úhly se uvažují v radiánech. Vlastní kruhový graf pak vznikne, když se postupně (od počátku) spojují vektory $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_N, -\bar{V}_1, -\bar{V}_2, \dots, -\bar{V}_N$. Výsledný obrazec je $2N$ vrcholový konvexní polygon. Odchylky od ideálního tvaru ukazují na nevhodnost specifikace F_e , resp. jeho parametrů. Obvykle se jako F_e volí distribuční funkce normálního rozdělení $\Phi(x_i)$ a kruhový graf pak slouží pro ověřování normality.“

2.4.5 Boxova-Coxova transformace dat

V posledním bodě, kapitoly 2.4 Normalita naměřených dat, bude řešena Boxova-Coxova transformace dat. V případě, že výběr projevuje známky špičatosti nebo šikmosti, je možné přiblížit data k normálnímu rozdělení Boxovo-Coxovou transformací. [4]

$$y = g(x) = \begin{cases} \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} & (\lambda \neq 0) \\ \ln x & (\lambda = 0) \end{cases} \quad (13)$$

Vlastnosti Boxovi-Coxovi transformace jsou [4]:

1. „Transformace $g(x)$ jsou vzhledem k veličině λ spojité, protože platí:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} = \ln x \quad (14)$$

2. Všechny transformace procházejí bodem $[y = 0; x = 1]$ a mají v tomto bodě společnou směrnicí.
3. Mocninné transformace s exponenty $-2; -3/2; -1; -1/2; 0; 1/2; 1; 3/2; 2$ jsou co do křivosti rovnoměrně rozmístěné.

Boxova-Coxova transformace definovaná rovnicí (14) je použitelná pouze pro kladná data. Rozšíření této transformace na oblast, kdy rozdělení dat začíná od prahové hodnoty x_0 , spočívá v náhradě x rozdílem $(x - x_0)$, který je vždy kladný. “

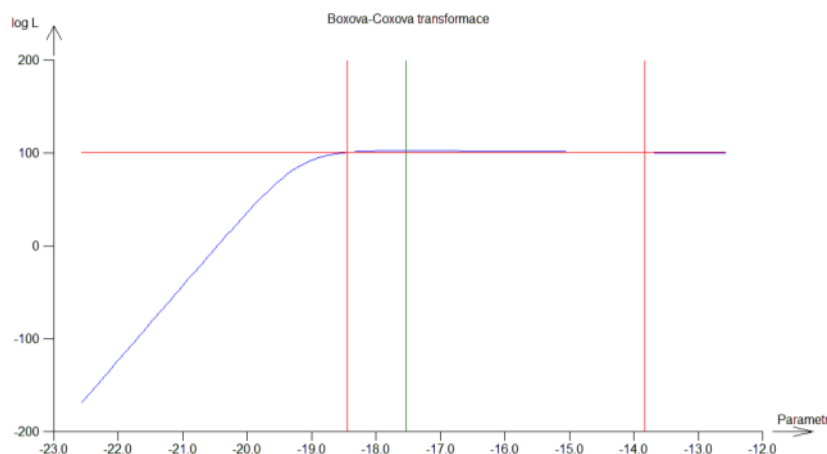
Pro zjištění vhodnosti Boxovi-Coxovi transformace slouží graf logaritmu věrohodnostní funkce, kde jsou na ose x vyneseny hodnoty λ a na ose y hodnoty $\ln L$. [4]

Pro odhad parametru λ je možné využít metodu maximální věrohodnosti v případě, že pro $\lambda = \hat{\lambda}$ je rozdělení transformovaných dat y normální, tedy $N(\mu_y, \sigma^2(y))$. Po úpravách je logaritmus věrohodnostní funkce ve tvaru [4]:

$$\ln L(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln s^2(y) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i \quad (15)$$

kde $s^2(y)$ je výběrový rozptyl transformovaných dat y .

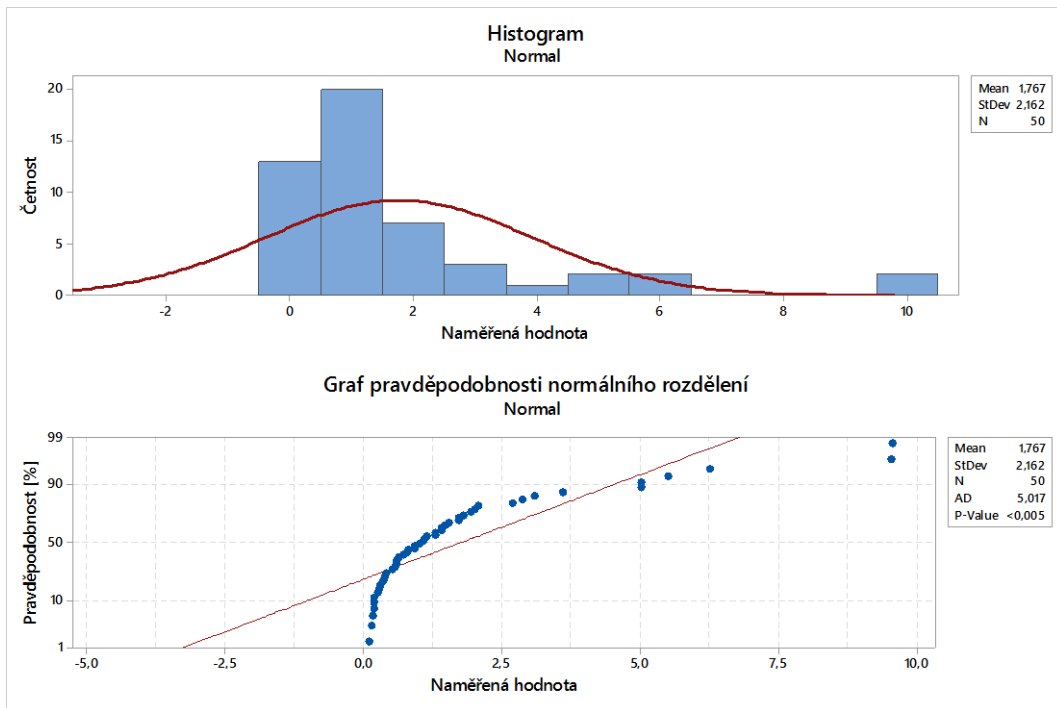
Níže je příklad grafu logaritmu věrohodnostní funkce (Graf 20). Červené přímky protínající osu x značí $100(1 - \alpha)\%$ interval spolehlivosti parametru λ . Čím je tento interval širší, tím je Boxova-Coxova transformace méně výhodná. V případě, že číslo 1 leží v tomto intervalu, Boxova-Coxova transformace není z hlediska statistiky přínosná. [5]



Graf 20 Graf logaritmu věrohodnostní funkce

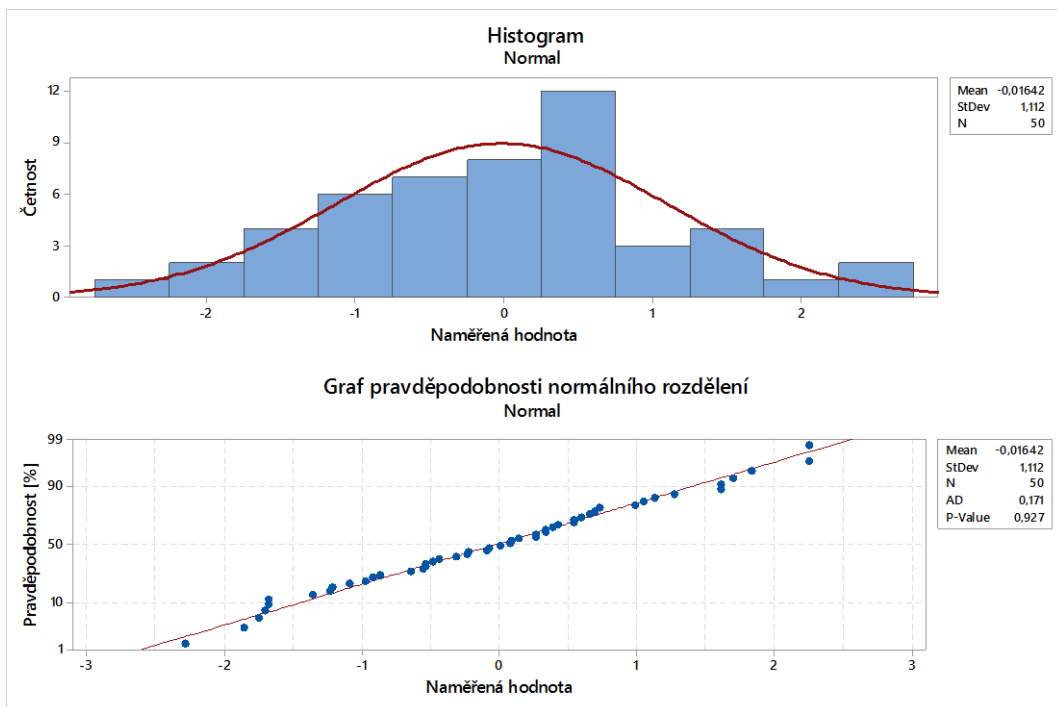
Na ukázkou jsou ke konci problematiky Boxovi-Coxovi transformace ukázány základní grafy výběrových dat bez transformace (Graf 21) a po transformaci (Graf 22). Z grafu

pravděpodobnosti normálního rozdělení po použití Boxovi-Coxovi transformace lze vyčíst, že data již normalitu splňují.



Graf 21 Analýza dat před transformací

Analýza dat po Boxově-Coxově transformaci (Graf 22).



Graf 22 Analýza dat po transformaci

2.5 Rozptýlení hodnot výběrových souborů

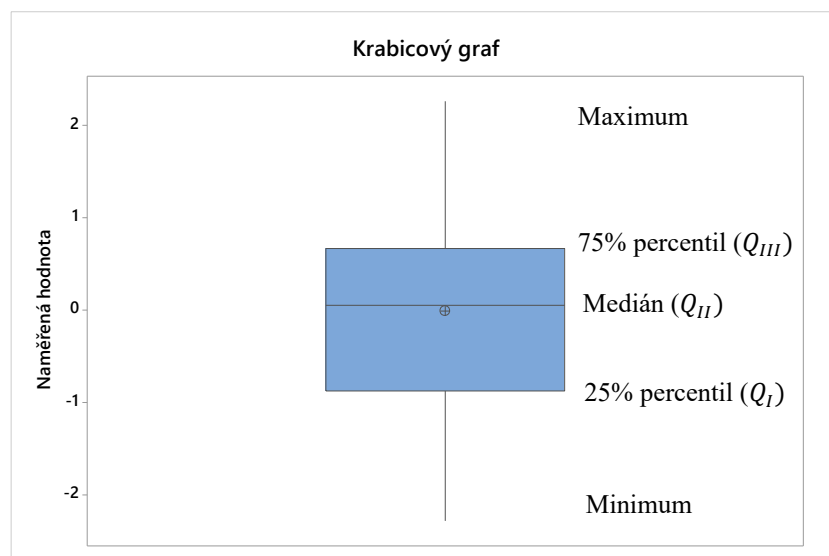
V této kapitole budou teoreticky sepsány vybrané metody pro zjištění rozptýlení hodnot výběrového souboru. V případě, že by se v datech našly odlehlé hodnoty, bude ještě popsán Grubbsův test, který dokáže statisticky vyhodnotit, zda jde pouze o extrémny nebo už jsou to hrubé chyby, které je pak možné z hodnocených dat odstranit.

2.5.1 Krabicový graf

Krabicový graf (*Graf 23*) je nazýván také diagram s vousy. Krabicový graf je vhodný obzvláště pro porovnávání dvou a více výběrových souborů. Je možné porovnávat centrální tendence dat. Jednotlivě pak graf pro každý výběr zobrazuje rozptýlenost měřených hodnot, zešikmení a případné odlehlé hodnoty. [3]

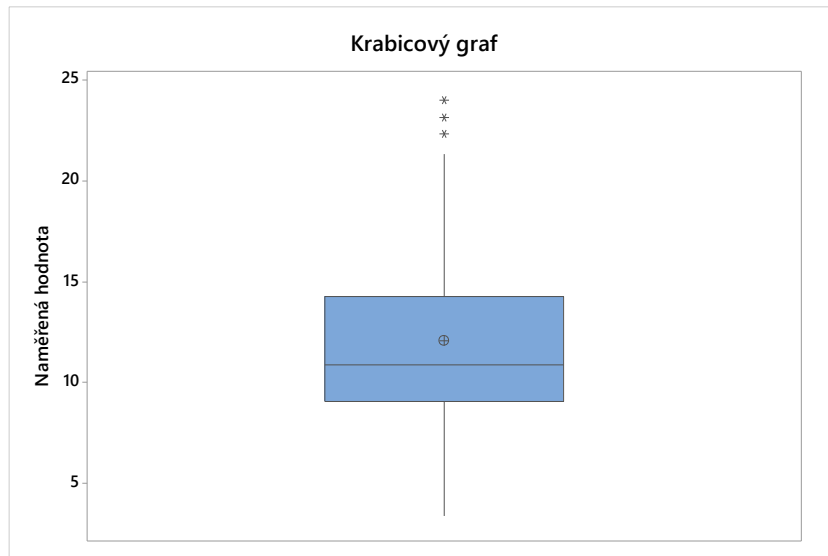
Podstatnými prvky při tvorbě krabicových grafů jsou:

- 3 kvantily, kterými je krabicový graf rozdělen:
 - x_{25} – kvantil (Q_I), pod kterým je zobrazeno 25 % hodnot z výběru
 - x_{50} – medián (Q_{II}), pod a nad kterým leží 50 % hodnot z výběru
 - x_{75} – kvantil (Q_{III}), nad kterým je zobrazeno 25 % hodnot z výběru
- 4 kvartily, na které je krabicový graf rozdělen kvantily.



Graf 23 Krabicový graf

Níže *Graf 24* zobrazuje zešikmená data výběrového souboru. Značka \oplus zobrazuje aritmetický průměr, který „táhne“ směrem nahoru k odlehlým hodnotám.

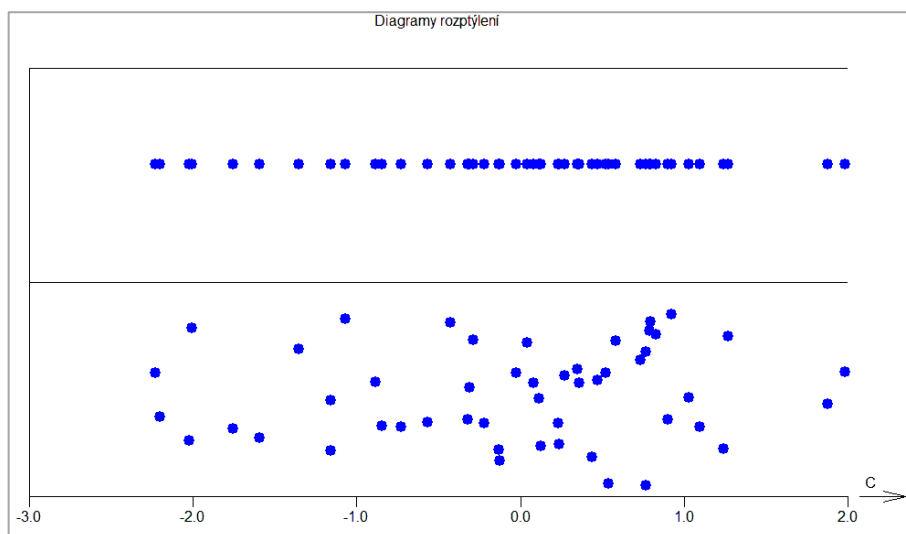


Graf 24 Krabicový graf – zešikmená data

2.5.2 Diagram rozptýlení

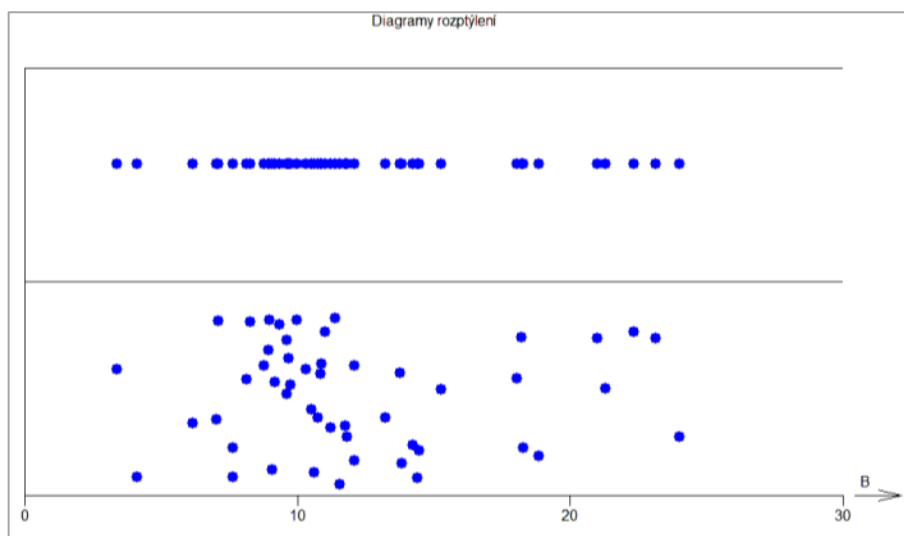
Diagram rozptýlení jednorozměrně promítá kvantilový graf do osy x . V tomto grafu jsou viditelné místní koncentrace dat a dokáže odhalit i odlehlé hodnoty.

Diagram rozptýlení může být projektován v jedné úrovni osy y , bývá $y = 0$ (*Graf 25* – vrchní část) nebo jsou body vhodně rozmítnuté ve směru osy y (*Graf 25* – spodní část). V tomto případě se graf nazývá rozmítnutý diagram rozptýlení.



Graf 25 Diagramy rozptýlení

Graf 26 zobrazuje diagramy rozptýlení v případě zešikmených dat. Zde je vidět pozitivní šikmost.



Graf 26 Diagramy rozptýlení – zešikmená data

2.5.3 Grubbsův test odlehlých hodnot

Grubbsův test se používá pro nalezení odlehlých hodnot v datech splňujících normální rozdělení. Je tedy nutné provést test normality před samotným hodnocením odlehlých hodnot. Test odhalí, zda minimální nebo maximální hodnota dat je hrubá chyba a má být z výběrových dat vyřazena nebo jde o extrém, který je nutné v datech ponechat.

Grubbsův test detekuje vždy jednu odlehlou hodnotu. V případě, že hodnota je vyhodnocena jako hrubá chyba, je nutné ji z výběrových dat vyřadit a provést test znovu. Takto se postup opakuje, dokud se z výběrového souboru nevyřadí všechny hrubé chyby. [7]

Grubbsův test je definován takto [7]:

H_0 : výběrová data neobsahují žádné hrubé chyby

H_A : výběrová data obsahují minimálně jednu hrubou chybu

s hladinou významnosti α .

Pak dle [8]:

$$G = \frac{\max(|X_i| - \bar{x})}{s} \quad (16)$$

kde \bar{x} je aritmetický průměr výběrových dat

s je směrodatná odchylka výběrových dat.

V podstatě jde o podíl největší odchylky od průměru dat se směrodatnou odchylkou.

Pokud by bylo podezření, že hrubou chybou může být [8]:

- maximální hodnota, pak je možné použít vztah:

$$G = \frac{x_{max} - \bar{x}}{s} \quad (17)$$

- minimální hodnota, pak je možné použít vztah:

$$G = \frac{\bar{x} - x_{min}}{s} \quad (18)$$

Pokud platí $G > G_{crit}$ (tabulková hodnota), nulová hypotéza se zamítá.

Tabulkovou hodnotu G_{crit} můžeme také spočítat dle vztahu [7]:

$$G_{crit} = \frac{(n-1)t_{crit}}{\sqrt{n(n-2+t_{crit}^2)}} \quad (19)$$

kde t_{crit} je kvantil Studentova rozdělení pro stupeň volnosti $(n-2)$ a hladinu významnosti $\alpha/(2n)$ v případě oboustranného Grubbsova testu (pro jednostrannou verzi by pak byla hladina významnosti α/n)

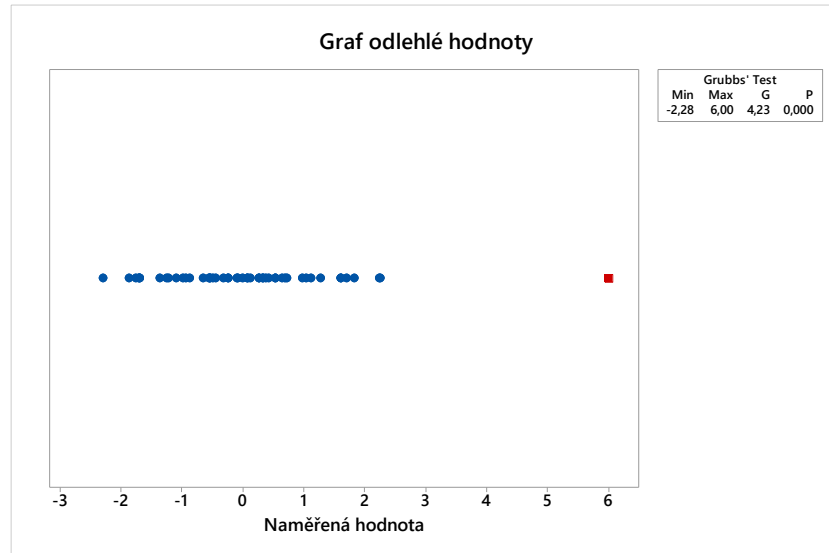
n je počet hodnot výběrového souboru.

Tabulka 2 (vlastní zpracování) zobrazuje kvantil Studentova rozdělení pro stupeň volnosti $(n-2)$ a hladinu významnosti $\alpha/(2n)$ a kritické hodnoty oboustranného Grubbsova testu [8].

Tabulka 2 Kvantil Studentova rozdělení a kritické hodnoty Grubbsova testu

Stupeň volnosti n	Kvantil Studentova rozdělení pro hladinu významnosti $\alpha/(2n)$ a stupeň volnosti $(n-2)$	Kritické hodnoty Grubbsova testu pro $\alpha = 0,05$
3	19,081	1,153
4	6,205	1,463
5	4,541	1,671
7	3,681	1,938
10	3,355	2,176
15	3,223	2,409
20	3,197	2,557
30	3,208	2,745
40	3,238	2,868
50	3,269	2,957
60	3,298	3,027
70	3,325	3,084
80	3,349	3,132
90	3,372	3,173
100	3,393	3,210

Graf 27 níže zobrazuje hrubou chybu (červený bod), která by měla být z dat vyřazena. Jak dokazuje hodnota $G = 4,23$, která je větší než kritická hodnota Grubbsova testu 2,975 (dle tabulky *Tabulka 2* výše pro stupeň volnosti 50).



Graf 27 Graf odlehlé hodnoty – hrubá chyba

3 POROVNÁNÍ VÝBĚROVÝCH SOUBORŮ

Tato práce se věnuje MSA metodám, které jsou založeny na porovnávání dvou a více výběrových souborů. V následujících kapitolách budou teoreticky popsány testy, které výběrové soubory porovnávají. V případě dvou výběrových souborů jde o dvourozměrnou analýzu dat. Data z více výběrových souborů pak vyhodnocuje vícerozměrná analýza.

3.1 Porovnání dvou výběrových souborů

Jestliže nám budou dva metrologové měřit několikrát stejnou věc a stejným měřidlem, bude nás zajímat, zda se shodují. Tedy zda jsou aritmetické průměry jejich měření rovny. Pro testování shodnosti dvou aritmetických průměrů slouží t-test. Pro tento test je ale podstatné znát, zda jsou rozptyly měření jednotlivých metrologů shodné nebo rozdílné. K tomuto zjištění slouží F-test.

3.1.1 F-test

F-testem zjišťujeme významnost rozdílů dvou rozptylů s_1^2 a s_2^2 výběrových souborů o velikosti n_1 a n_2 .

Hypotézy jsou voleny $H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$

$H_a: \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$, popř. $\sigma_x^2 > \sigma_y^2$ nebo $\sigma_x^2 < \sigma_y^2$.

S hladinou významnosti α .

3.1.1.1 Klasický F-test

Testovací kritérium F má pak vzhled [5]:

$$F = \max\left(\frac{s_x^2}{s_y^2}, \frac{s_y^2}{s_x^2}\right) \quad (20)$$

Položení rozptylů můžeme volit rovnou tak, aby testovací kritérium bylo vždy větší než 1 (do jmenovatele rovnice 18 vkládáme vždy rozptyl o menší hodnotě).

Nulová hypotéza je zamítnuta v případě, že $F > F_{1-\alpha}(v_1, v_2)$, kde v_1 a v_2 jsou stupně volnosti, pro které platí $v_1 = n_1 - 1$ a $v_2 = n_2 - 1$. Dle těchto stupňů volnosti je vyhledána tabelovaná hodnota $F_{1-\alpha}$ v kvantilech Fisherova-Snedecorova rozdělení.

Pro tento *klasický F-test* je důležitým předpokladem normalita.

3.1.1.2 Modifikovaný *F*-test

Jestliže data obou výběrových souborů nepocházejí z normálního rozdělení, je nutné vyhledat kvantil $F_{1-\alpha}(v_1, v_2)$, se stupni volnosti dle vztahů [5]:

$$v_1 = \frac{n_1 - 1}{1 + \frac{\hat{g}_{2c}}{2}}, v_2 = \frac{n_2 - 1}{1 + \frac{\hat{g}_{2c}}{2}} \quad (21)$$

kde pro \hat{g}_{2c} platí vztah [5]:

$$\hat{g}_{2c} = \frac{2(n_1 + n_2)[\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \bar{x})^4 + \sum_{i=1}^{n_2}(y_i - \bar{y})^4]}{[\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{n_2}(y_i - \bar{y})^2]^2} - 3 \quad (22)$$

3.1.1.3 Robustní test jackknife

Jakmile se v datech vyskytují navíc odlehle hodnoty, je nutný výpočet testovacího kritéria dle vztahu [5]:

$$F_j = \frac{n_1(\bar{z}_1 - \bar{z})^2 + n_2(\bar{z}_2 - \bar{z})^2}{\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(z_{1i} - \bar{z}_1)^2 + \sum_{i=1}^{n_2}(z_{2i} - \bar{z}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad (23)$$

kde pro \bar{z} a \bar{z}_j platí:

$$\bar{z} = \frac{n_1\bar{z}_1 + n_2\bar{z}_2}{n_1 + n_2}, \bar{z}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} z_{ji}}{n_j}, j = 1, 2 \quad (24)$$

kde pro z_{1i} platí:

$$z_{1i} = n_1 \ln s_x^2 - (n_1 - 1) \ln s_{1(i)}^2 \quad (25)$$

kde pro $s_{1(i)}^2$ platí:

$$s_{1(i)}^2 = \frac{1}{n_1 - 2} \sum_{j \neq i}^{n_1} (x_j - \bar{x}_{(i)})^2 \quad (26)$$

kde pro průměr s vynechanou *i*-tou hodnotou platí:

$$\bar{x}_{(i)} = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{j \neq i}^{n_1} x_j \quad (27)$$

Při výpočtu z_{2i} se analogicky dle vztahu (23) dosazují hodnoty $\{y_j\}, j = 1, \dots, n_2$, rozptyl s_y^2 a rozsah výběru n_2 .

Nulová hypotéza je zamítnuta v případě, že $F_j > F_{1-\alpha}(v_1, v_2)$, kde v_1 a v_2 jsou stupně volnosti, pro které platí $v_1 = 2$ a $v_2 = n_1 + n_2 - 2$. Dle těchto stupňů volnosti je vyhledána tabelovaná hodnota $F_{1-\alpha}$ v kvantilech Fisherova-Snedecorova rozdělení.

3.1.2 T-test

Studentův t-test je používán pro zjišťování shody středních hodnot dvou souborů.

Hypotézy jsou voleny $H_0: \mu_x = \mu_y$

$H_a: \mu_x \neq \mu_y$, popř. $\mu_x > \mu_y$ nebo $\mu_x < \mu_y$.

S hladinou významnosti α .

3.1.2.1 Klasický Studentův t-test T_1 pro shodné rozptyly

Pro Studentův t-test typu T_1 pro výběrové soubory se shodnými rozptyly a normálním rozdělením má testovací kritérium tvar [5]:

$$T_1 = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{(n_1 - 1)s_x^2 + (n_2 - 1)s_y^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \quad (28)$$

Jestliže $T_1 > t_{1-\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)$ je zamítnuta nulová hypotéza o shodě středních hodnot na hladině významnosti α .

3.1.2.2 Klasický Studentův t-test T_2 pro různé rozptyly

Pro Studentův t-test typu T_2 pro výběrové soubory s neshodnými rozptyly a normálním rozdělením má testovací kritérium tvar [5]:

$$T_2 = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}} \quad (29)$$

Jestliže $T_2 > t_{1-\alpha/2}(v)$ je zamítnuta nulová hypotéza o shodě středních hodnot na hladině významnosti α .

Pro stupně volnosti v :

$$v = \frac{\left(\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right)^2}{\frac{s_x^4}{n_1^2(n_1 - 1)} + \frac{s_y^4}{n_2^2(n_2 - 1)}} \quad (30)$$

Dle [5]: „*Testovací kritérium T_1 není robustní vůči heteroskedasticitě, tj. případu, kdy data jsou ve výběrech měřena s různou přesností. V této situaci je správnější užít testovacího kritéria T_2 , které je vůči heteroskedasticitě robustnější. Na druhé straně však ekvivalentní stupně volnosti vycházejí menší než $n_1 + n_2 - 1$, takže síla testu T_2 je nižší než síla T_1 .*“

3.1.2.3 Modifikovaný Studentův t-test T_3

V případě, že data z jednoho výběrového souboru nesplňují podmínky normality nebo se výrazně liší v šikmosti, je vhodné použít testovací kritérium T_3 [5]:

$$T_3 = \frac{|\bar{x} - \bar{y}| + C + D(\bar{x} - \bar{y})^2}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}} \quad (31)$$

kde pro C a D platí:

$$C = \frac{1}{6} \frac{\frac{\hat{g}_{1x} s_x^3}{n_1^2 \sqrt{n_1}} - \frac{\hat{g}_{1y} s_y^3}{n_2^2 \sqrt{n_2}}}{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}, D = \frac{1}{3} \frac{\frac{\hat{g}_{1x} s_x^3}{n_1^2 \sqrt{n_1}} - \frac{\hat{g}_{1y} s_y^3}{n_2^2 \sqrt{n_2}}}{\left[\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right]^2} \quad (32)$$

\hat{g}_{1x} a \hat{g}_{1y} jsou výběrové šikmosti. Pro možnost použití kvantilů Studentova rozdělení pro předepsanou hladinu významnosti α , je nutné přeformulovat testovací kritérium T_3 do tvaru:

$$T_3 = T_2 + B_x - B_y \quad (33)$$

kde

$$B_x = \frac{\frac{\hat{g}_{1x} s_x^3}{6n_1^2 \sqrt{n_1} \left[\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right]} + \frac{\hat{g}_{1x} s_x^2 (\bar{x} - \bar{y})^2}{3n_2^2 \sqrt{n_2} \left[\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right]}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}} \quad (34)$$

B_y se počítá analogicky se šikmostí \hat{g}_{1y} , rozptylem σ_y^2 a rozsahem n_2 . Platí-li nulová hypotéza, má testovací kritérium T_3 Studentovo rozdělení s počtem stupňů volnosti ν .

3.1.2.4 Robustní test jackknife polohy T_4 pro homoskedasticitu

Jestliže jsou ve výběrech přítomny odlehle hodnoty, lze pro $H_0: \mu_1 = \mu_2$ a $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ upravit testovací kritérium založeném na uřezaném průměru na tvar [5]:

$$T_4 = \frac{(\bar{x}(\vartheta) - \bar{y}(\vartheta))}{\sqrt{S_{w,x}(\vartheta) + S_{w,y}(\vartheta)}} \quad (35)$$

kde se $S_{w,x}(\vartheta)$ a $S_{w,y}(\vartheta)$ vyčíslí pro výběry $\{x_i\}, i = 1, \dots, n_1$ a $\{y_j\}, j = 1, \dots, n_2$. Pokud $n_1 = n_2$, má testovací kritérium T_4 přibližně Studentovo rozdělení s $2(k-1)$ stupni volnosti. Tento typ testu je možné použít pro rozsahy výběrů $n \geq 7$.

3.1.2.5 Robustní test jackknife polohy T_5 pro heteroskedasticitu

Při nerovnosti rozptylů $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ a rozsahů $n_1 \neq n_2$ je možné použít robustní kritérium T_5 s využitím kritéria T_2 pro testování $H_0: \mu_x = \mu_y$ [5]:

$$T_5 = \frac{\bar{x}(\vartheta) - \bar{y}(\vartheta)}{\sqrt{\frac{S_{w,x}^2}{h_1} + \frac{S_{w,y}^2}{h_2}}} \quad (36)$$

kde se $S_{w,x}^2 = \frac{S_{w,x}(\vartheta)}{h_1 - 1}$, $S_{w,y}^2 = \frac{S_{w,y}(\vartheta)}{h_2 - 1}$, $h_i = n_i - 2 \text{int}\left(\frac{\vartheta n_i}{100}\right)$, pro $i = 1, 2$.

Kritérium T_5 má přibližně Studentovo rozdělení s ν stupni volnosti, pro které platí:

$$\frac{1}{\nu} = \frac{z^2}{h_1 - 1} + \frac{(1 - z)^2}{h_2 - 1} \quad (37)$$

kde pro z platí:

$$z = \frac{\frac{S_{w,x}^2}{h_1}}{\frac{S_{w,x}^2}{h_1} + \frac{S_{w,y}^2}{h_2}} \quad (38)$$

Testy T_4 a T_5 jsou výhodné pro data výběrových souborů s dlouhými konci a v případě špičatosti větší než 3. Pokud se ale použijí při normálním rozdělení dat, mají menší sílu než testy T_1 a T_2 .

3.2 Porovnání více výběrových souborů

K porovnávání více výběrových souborů slouží ANOVA. Jde o metodu analýzy rozptylu. Data výběrových souborů jsou sbírána buď s působícím jedním faktorem, pak volíme jednofaktorovou analýzu rozptylu nebo více faktory, pak se používá vícefaktorová analýza

rozptylu. V případě, že na analyzovaná data působí více faktorů, je možné sledovat vzájemnou interakci mezi nimi. V této práci je použita pro analýzu dat jednofaktorová ANOVA, která je popsána v následující podkapitole.

3.2.1 Jednofaktorová ANOVA

Při jednofaktorové metodě ANOVA zkoumáme jaký vliv má faktor na výsledek experimentu. V případě, že bychom porovnávali dva výběrové soubory, má navržená ANOVA dvě úrovně. V této práci bude popsána ANOVA dle [4], kdy zadaný faktor A má K různých úrovní A_1, \dots, A_K . Pro každou úroveň A_i je provedeno n_i měření $\{y_{ij}\}, j = 1, \dots, n$.

Pro celkový počet měření N platí:

$$N = \sum_{i=1}^K n_i \quad (39)$$

Tabulka 3 níže přehledně zobrazuje experiment jednofaktorové metody ANOVA [4].

Tabulka 3 Uspořádání dat pro jednofaktorovou analýzu rozptylu

	Úroveň faktoru						Celkem
	A_1	A_2	...	A_i	...	A_K	
Opakování měření	y_{11}	y_{21}	...	y_{i1}	...	y_{K1}	
	y_{12}	y_{22}	...	y_{i2}	...	y_{K2}	
	
	
	y_{1n_1}	y_{2n_2}	...	y_{in_i}	...	y_{Kn_K}	
Průměry	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$...	$\hat{\mu}_i$...	$\hat{\mu}_K$	$\hat{\mu}$
Počet	n_1	n_2	...	n_i	...	n_K	N

Pro sloupcový průměr $\hat{\mu}_i$ platí [4]:

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \quad (40)$$

Pro celkový průměr $\hat{\mu}$ platí [4]:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \hat{\mu}_i \quad (41)$$

Díky rovnicím (40) a (41) je možné stanovit [4]:

- odhady parametrů μ_i v rovnici:

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \quad (42)$$

kde ε_{ij} označuje náhodnou chybu

- odhad efektů α_i v rovnici:

$$\hat{\alpha}_i = \hat{\mu}_i - \hat{\mu} \quad (43)$$

Při odhadu efektů α_i se používá ještě jedna omezující podmínka [4]:

$$\sum_{i=1}^K n_i \alpha_i = 0 \quad (44)$$

V případě, že jsou experimenty vyvážené, stačí použít zjednodušenou podmínku [4]:

$$\sum_{i=1}^K \alpha_i = 0 \quad (45)$$

Vyhodnocení dat analýzou rozptylu závisí na tom, zda jde o modely:

- s pevnými efekty
- s náhodnými efekty.

Vzhledem k tomu, že data použita v této diplomové práci, zastupují model s pevnými efekty, nebude tato práce věnována modelu s náhodnými efekty. Model s náhodnými efekty v sobě nese data, na která působí i takové náhodné jevy, jako je například genetika, kterou není možné ovlivnit.

3.2.1.1 Modely s pevnými efekty

Pro metodologii statistické analýzy ANOVA je základním předpokladem, že náhodné chyby ε_{ij} jsou nezávislé náhodné veličiny s normálním rozdělením $N(0, \sigma^2)$. [4]

Součet čtverců odchylek od celkového průměru $\hat{\mu}$ je roven [4]:

$$S_c = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{\mu})^2 \quad (46)$$

Součet čtverců lze rozložit na dvě složky [4]:

$$S_c = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{n_i} [(y_{ij} - \hat{\mu}_i) + (\hat{\mu}_i - \hat{\mu})]^2 = S_A + S_R \quad (47)$$

S_A je rozptyl mezi jednotlivými úrovněmi daného faktoru [4]:

$$S_A = \sum_{i=1}^K n_i (\hat{\mu}_i - \hat{\mu})^2 \quad (48)$$

S_R je rozptyl reziduální, tedy uvnitř jednotlivých úrovní a pro ten platí [4]:

$$S_R = \sum_{i=1}^K \sum_{j=i}^{n_j} (y_{ij} - \hat{\mu}_i)^2 \quad (49)$$

Typické zpracování analýzy rozptylu zobrazuje *Tabulka 4*:

Tabulka 4 Jednofaktorová ANOVA – model s pevnými efekty

Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Průměrný čtverec	Očekávaná hodnota
Mezi úrovněmi S_A	$K - 1$	$\frac{S_A}{K - 1}$	$\sigma_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^K n_i \alpha_i^2}{K - 1}$
Reziduální S_R	$N - K$	$\frac{S_R}{N - K}$	σ_e^2
Celkový S_C	$N - 1$	-	-

Nevychýleným odhadem rozptylu chyb $\hat{\sigma}_e^2$ je průměrný reziduální čtverec [4]:

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{S_R}{N - K} \quad (50)$$

Cílem této analýzy je dokázat, že efekty α_i jsou nulové. To by znamenalo, že jednotlivé úrovně sledovaného faktoru jsou statisticky nevýznamně rozdílné.

Stanovují se hypotézy:

$$H_0: \alpha_i = 0, i = 1, \dots, K$$

$$H_A: \alpha_i \neq 0, i = 1, \dots, K.$$

Při testování se využívá předešlých vztahů, kdy veličina S_A/σ_e^2 má χ^2 -rozdělení s $(K - 1)$ stupni volnosti a veličina S_R/σ_e^2 má nezávislé χ^2 -rozdělení s $(N - K)$ stupni volnosti.

Pro testovací statistiku F_e pak platí [4]:

$$F_e = \frac{S_A(N - K)}{S_R(K - 1)} \quad (51)$$

V případě, že platí nulová hypotéza, má F_e statistika F -rozdělení s $(K - 1)$ a $(N - K)$ stupni volnosti. Jestliže výsledek F_e vyjde větší než kvantil $F_{1-\alpha}(K - 1, N - K)$, je nutné nulovou hypotézu zamítnout na hladině významnosti α a efekty považovat za významné, nenulové.

3.3 Aplikace metodiky EDA

V praktické části bude postup analýzy dat řešen postupem metodiky EDA (Exploratory data analysis – Exploratorní analýza dat).

Tento postup má několik kroků [5]:

1. Odhalení stupně symetrie a špičatosti výběrového rozdělení (histogram, kruhový graf)
2. Zjišťování lokální koncentrace dat (krabicový graf, diagram rozptýlení)
3. Porovnání rozdělení výběrového souboru s typickým rozdělením (Anderson-Darlingův test normality pro náš případ, Q-Q graf)
4. Boxova-Coxova transformace dat výběrového souboru
5. Detekce odlehlých hodnot (Grubbsův test).

II. PRAKTICKÁ ČÁST

4 SBĚR ANALYZOVANÝCH DAT

Analyzovaná data byla nasbírána měřeními tloušťky vrstvy nánosu na jednom lakovaném kovovém plíšku. Bylo provedeno padesát měření třemi metrology.

4.1 Provedení měření

Měření bylo provedeno tloušťkoměrem (*Obr. 4*), který je schopný měřit nekovovou vrstvu na kovovém podkladě. Funkce použitého tloušťkoměru je založena na principu magnetické indukce. Uživatel přikládá sondu tloušťkoměru kolmo k lakované vrstvě a kovovému plíšku.

Rozlišení použitého tloušťkoměru je $0,1 \mu\text{m}$. Kovový plíšek je o velikost $2 \times 4 \text{ cm}$.



Obr. 4 Měření vrstvy nánosu tloušťkoměrem

Metrologům nebyla nucena žádná pravidla, v kterých místech vrstvu nánosu mají měřit. Tím nebyl separován vliv možných „nalitých“ míst v blízkosti hran kovového plíšku, popřípadě další vlivy.

4.2 Hodnoty nasbíraných dat

Hodnoty nasbíraných dat zobrazuje *Tabulka 5*. Každý metrolog naměřil 50 hodnot tloušťky nánosů na jednom kovovém plíšku.

Tabulka 5 Naměřené hodnoty tloušťky nánosů třemi metrology [μm]

Pořadí 1-25	Metrolog A [μm]	Metrolog B [μm]	Metrolog C [μm]	Pořadí 26-50	Metrolog A [μm]	Metrolog B [μm]	Metrolog C [μm]
1	25,6	24,4	22,4	26	35,1	23,3	26,5
2	39,7	24,8	28,5	27	23,4	21,8	20,4
3	26,2	22,5	21,3	28	32,2	21,4	19,5
4	25,7	24,5	25,2	29	22	20,4	37,3
5	40,8	20,8	20,7	30	22,1	20,5	19
6	19	19,7	27,2	31	19,6	18	27,3
7	28,2	27	30,5	32	25,6	24	23,1
8	29,2	26,6	31	33	48,6	22,6	21,2
9	45,7	24,4	22	34	26,1	23,1	31,2
10	46,6	23,8	35,5	35	32,5	30,9	26,2
11	25,8	26,4	33,3	36	33,2	31,6	28,1
12	19,3	25,5	23,5	37	27	27	30,3
13	16,7	40,8	20,2	38	29	29	27,2
14	23,9	24,5	25,7	39	26,5	26,5	36,2
15	23,8	24,4	34,6	40	46,1	25,9	57,2
16	21,3	25,1	42,1	41	53,1	24,3	40
17	27,1	27,7	22,6	42	22,3	22,3	22,1
18	18,5	26,5	24,7	43	28,1	28,1	24,9
19	18,6	26,9	22,1	44	33,2	33,2	24,6
20	24,8	25,4	21,9	45	35,1	35,1	21,7
21	33,6	25,6	33,5	46	25,4	25,4	23,6
22	30,4	23,4	25,9	47	26	26	14,2
23	29,1	27,5	22,6	48	24	24	21,4
24	25,6	24	25,3	49	41	25,5	30,4
25	25	23,4	21	50	36,5	27	38,8

5 PROVEDENÍ METODY ANOVA NASBÍRANÝCH DAT

V případě MSA se zjišťuje, zda je používaný měřicí systém dobře nastaven. Metrologové měří „podobně“, je zvoleno „správné“ měřidlo, je nastavena „správná“ metoda měření, apod.

Byla provedena metoda ANOVA pro nasbíraná data. Výběrové soubory jednotlivých metrologů byly porovnány. Měřicí systém by byl dobře nastaven v případě, že by metoda ANOVA vyhodnotila nasbíraná data s hodnotou $p > 0,05$. Znamenalo by to, že výběrové soubory jednotlivých metrologů pocházejí z jednoho základního souboru a tedy jejich měření jsou „podobná“.

Obrázek *Obr. 5* zobrazuje výsledek testu. Hodnota p vychází méně než 0,05. Znamenalo by to tedy, že měřicí systém není dobře nastaven a je nutné řešit nápravu.

One-way ANOVA: Metrolog A; Metrolog B; Metrolog C					
Method					
Null hypothesis		All means are equal			
Alternative hypothesis		At least one mean is different			
Significance level		$\alpha = 0,05$			
Equal variances were not assumed for the analysis.					
Factor Information					
Factor	Levels	Values			
Factor	3	Metrolog A; Metrolog B; Metrolog C			
Welch's Test					
	DF				
Source	Num	DF Den	F-Value	P-Value	
Factor	2	86,7160	4,50	0,014	
Model Summary					
R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)			
4,98%	3,69%	1,06%			
Means					
Factor	N	Mean	StDev	95% CI	
Metrolog A	50	29,28	8,52	(26,86; 31,70)	
Metrolog B	50	25,450	3,914	(24,338; 26,562)	
Metrolog C	50	27,11	7,45	(25,00; 29,23)	

Obr. 5 Metoda ANOVA neanalyzovaných dat

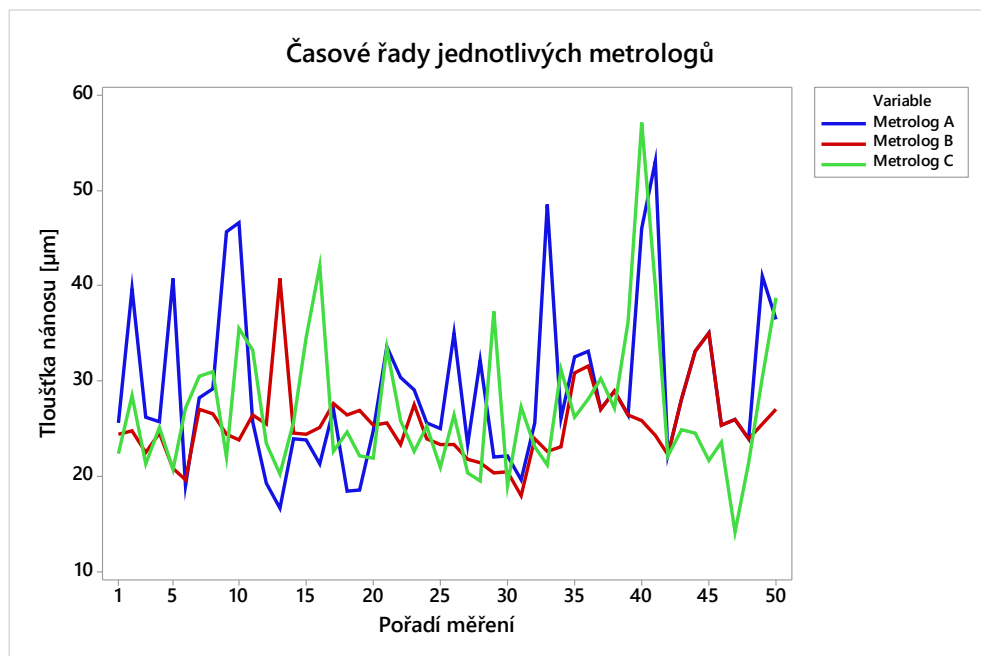
6 PODROBNÁ ANALÝZA DAT

V této kapitole se budu nasbíranými daty zabývat podrobně. Metody MSA předpokládají, že analyzovaná data splňují normalitu. Jak normalitu ověříme a co dělat v případě, že nasbíraná data normalitu nesplňují, příručky MSA neřeší. Dále jsou metody MSA citlivé na hrubé chyby (mnohdy může jít pouze o překlep při zadávání dat do statistických softwarů). V těchto případech metody MSA nevycházejí. Statistika nám ale dokáže porovnat, zda o hrubé chyby opravdu jde a povolí nám tyto chyby odstranit.

V následujících kapitolách bude provedena metodika EDA a budou používány jednotlivé metody, které jsou popsány v teoretické části práce.

6.1 Časová řada

Dříve než se pustím do hloubkové analýzy dat, budou vytvořeny časové řady nasbíraných dat (*Graf 28*). Díky časové řadě můžeme odhalit zjevné trendy, které by mohly poukazovat na to, že při sběru dat působily na měření ještě nějaké další vlivy (např. zvyšující se okolní teplota, vlhkost, apod.). Časové řady jednotlivých metrologů nevykazují na první pohled žádné viditelné trendy (např. stoupající trend, klesající trend nebo periodické výkyvy).



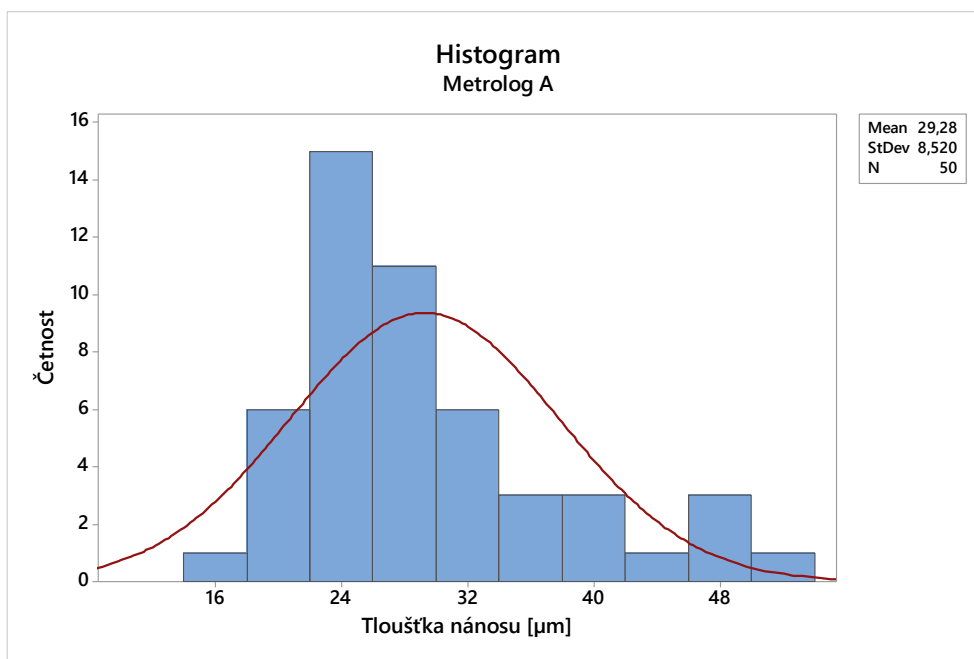
Graf 28 Časové řady nasbíraných dat

6.2 Odhalení stupně symetrie a špičatosti

Nyní zjistím, zda jsou nasbíraná data symetrická, nesymetrická popř. špičatá.

6.2.1 Histogram

Z histogramu (*Graf 29*) naměřených dat metrologem A je zřejmá pozitivní šikmost (teoretická část: 2.4.1, *Graf 6*).



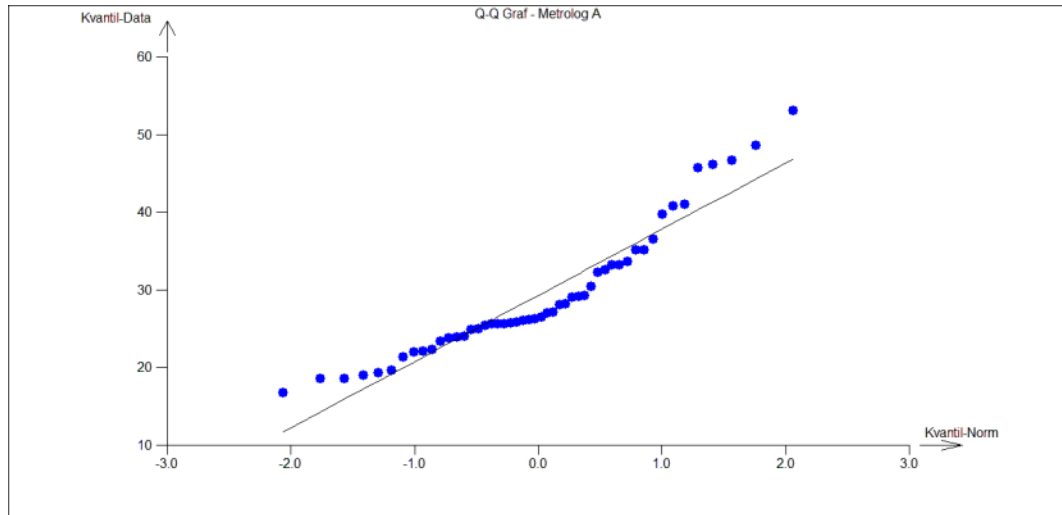
Graf 29 Histogram – metrolog A

Histogram metrologa B je k nahlédnutí v příloze P I: ANALÝZA DAT METROLOGA B a histogram metrologa C je k nahlédnutí v příloze P II: ANALÝZA DAT METROLOGA C. Následující grafy budou vždy tvořeny v těle praktické části pouze pro metrologa A. Grafy metrologů B a C budou analogicky k nahlédnutí ve zmíněných přílohách.

6.2.2 Q-Q graf

Další grafickou metodou, která dokáže odhalit známky nesymetričnosti nebo špičatosti je Q-Q graf. Nejde tedy jen o graf, který porovnává shodu analyzovaných dat s rozdělením, které v nasbíraných datech předpokládáme a potřebujeme.

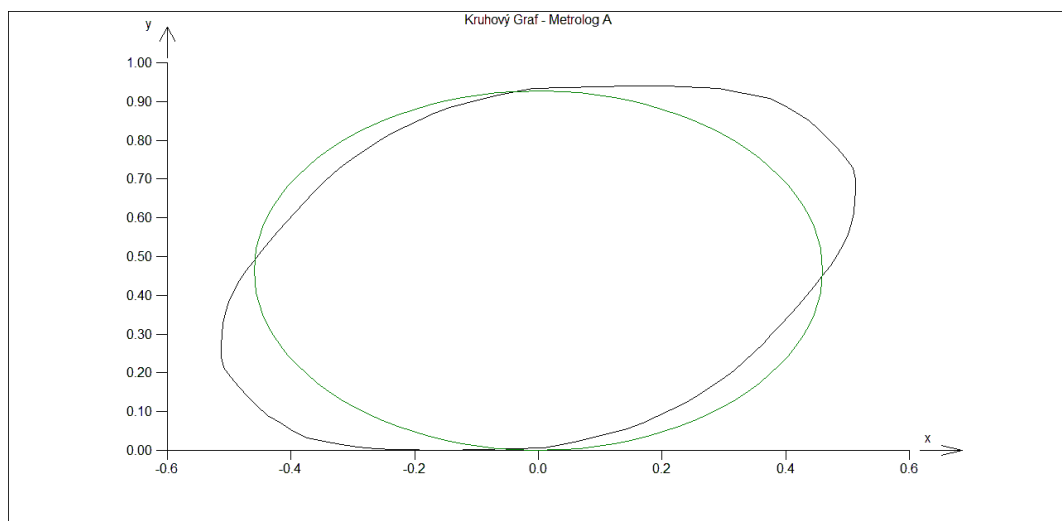
Q-Q graf nasbíraných dat metrologem A (*Graf 30*), vykazuje silné známky pozitivní šikmosti (teoretická část: 2.4.3, *Graf 15*), stejně jako předešlý histogram.



Graf 30 Q-Q graf – metrolog A

6.2.3 Kruhový graf

Pro porovnání rozdělení analyzovaných dat s námi potřebným normálním rozdělením slouží také kruhový graf (*Graf 31*). Z kruhového grafu naměřených dat metrologa A je také zřejmá pozitivní šikmost (teoretická část: 2.4.4, *Graf 18*).



Graf 31 Kruhový graf – metrolog A

6.2.4 Shrnutí grafických analýz symetrie

Známky špičatosti v grafických modelech nebyly detekovány ani u jednoho z metrologů a jejich naměřených datech. Oproti tomu byla u všech metrologů a všech nasbíraných datech vidět v každé metodě značná pozitivní šikmost.

Tabulka 6 zobrazuje výsledky hodnocení symetrie jednotlivými metodami pro jednotlivé metrology.

Tabulka 6 Shrnutí grafických analýz šikmosti a špičatosti

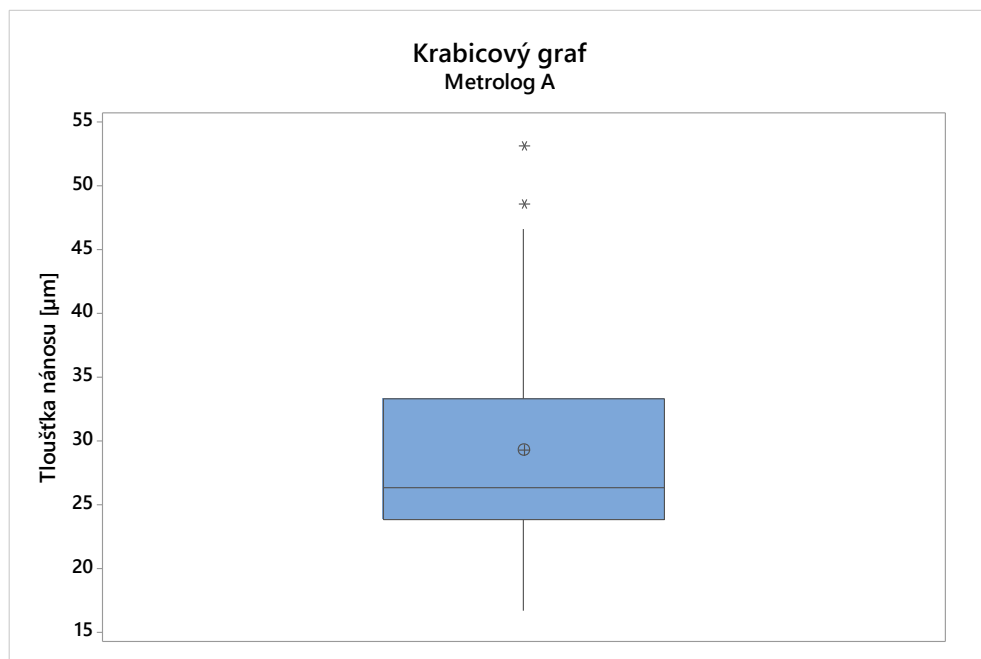
Metrolog	Histogram	Q-Q graf	Kruhový graf
A	Pozitivní šikmost	Pozitivní šikmost	Pozitivní šikmost
B	Pozitivní šikmost	Pozitivní šikmost	Pozitivní šikmost
C	Pozitivní šikmost	Pozitivní šikmost	Pozitivní šikmost

6.3 Zjištění lokální koncentrace dat

Následující grafické metody zobrazí rozložení a koncentraci měřených dat.

6.3.1 Krabicový graf

Z krabicového grafu (*Graf 32*) naměřených hodnot metrologem A je zřejmé, že největší koncentrace měřených tloušťek nánosů se pohybuje zhruba od 23 po 32 μm . Z grafu je také zřejmé, že 25% hodnot nad 75% percentilem (kvantil Q_{III}) má velké rozpětí. Může to být vychýlenými hodnotami naznačenými hvězdičkou. Je také možné vidět, že aritmetický průměr \oplus směřuje směrem nahoru k těmto vychýleným hodnotám.

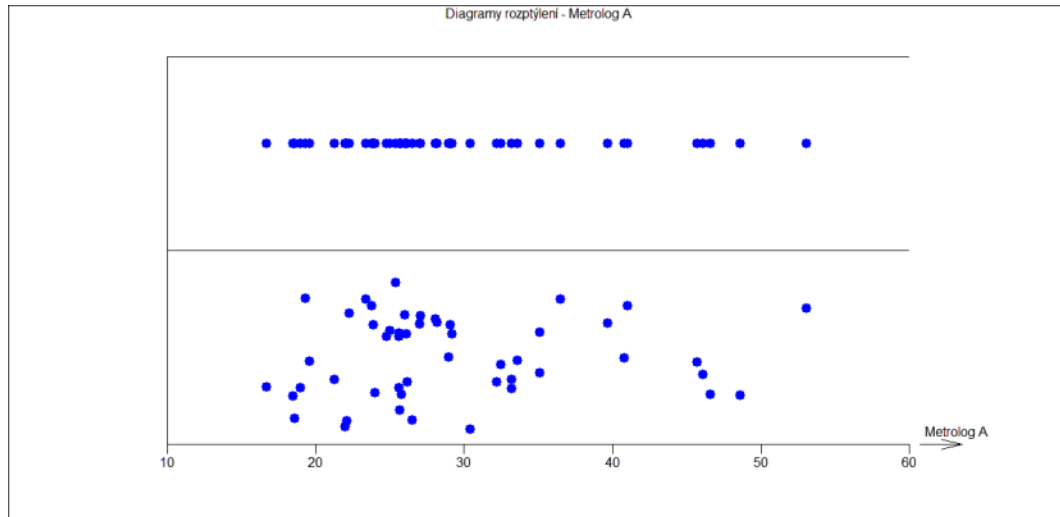


Graf 32 Krabicový graf – metrolog A

6.3.2 Diagram rozptýlení

Další možností, jak se podívat na koncentraci a rozptýlení dat je možné v diagramu rozptýlení. S tímto diagramem jsem se v minulosti nesetkala. Dle mého názoru je neocenitelný v jeho jednoduchosti a sestavení, pro které stačí pouze papír a tužka. Následná čitelnost v tomto diagramu je jasná a chování dat je zřejmé.

Níže diagram rozptýlení (*Graf 33*) znázorňuje stejně jako krabicový graf velkou koncentraci dat v rozmezí 23 až 32 μm a v menší míře, ale více rozptýlená data o tloušťce nánosu vyšší než 32 μm .



Graf 33 Diagram rozptýlení – metrolog A

6.4 Porovnání rozdělení výběrového souboru

Jak již bylo zmíněno, metody MSA spoléhají na normalitu dat. V kapitole 6.4.1 je proveden Anderson-Darlingův test normality, který vyhodnotí, zda naměřená data pocházejí nebo nepocházejí z normálního rozdělení.

6.4.1 Anderson-Darlingův test normality

Při testování normality pokládáme hypotézy následovně:

$$H_0: \text{naměřená data} \in N(\mu; \sigma^2)$$

$$H_1: \text{naměřená data} \notin N(\mu; \sigma^2)$$

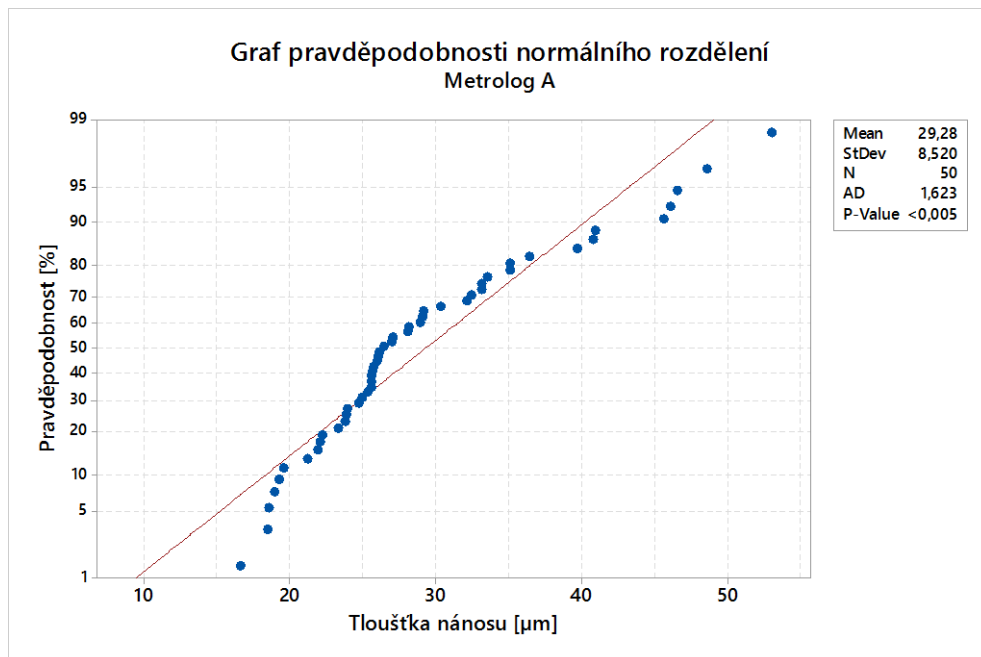
S hladinou významnosti α a v této práci byla použita hladina významnosti $\alpha = 0,05$.

Pro naměřená data metrologem A byl vykreslen *Graf 34*. I z grafu pravděpodobnosti normálního rozdělení můžeme číst, zda jsou data symetrická, popř. že se v datech mohou nacházet vychýlené hodnoty. Kromě grafického zhodnocení grafu pravděpodobnosti normálního rozdělení, sledujeme výsledné hodnoty *AD* a *P – Value* v pravé části. Normalita se zamítá v případě, že hodnota $AD > D_{1-\alpha}$. Kdy $D_{1-\alpha}$ je v našem případě kvantil $D_{0,95}$ a pro ten platí dle teoretické části kapitola 2.4.2:

$$D_{0,95} = 1,0348 \left(1 - \frac{1,013}{n} - \frac{0,93}{n^2} \right) = 1,0348 \left(1 - \frac{1,013}{50} - \frac{0,93}{50^2} \right) = 1,0135$$

Hodnota $AD = 1,623$ je větší než hodnota kvantilu $D_{0,95} = 1,0135$ a tedy normalita měřených hodnot metrologem A je zamítnuta, tedy nulová hypotéza se zamítá ve prospěch alternativní.

V pravé části grafu se nachází také hodnota $P - Value$. V případě, že hodnota $P - Value$ je menší než α , tedy v našem případě 0,05, hypotéza nulová se zamítá.



Graf 34 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení – metrolog A

6.4.2 Sumarizace normality všech metrologů

Tabulka 7 zobrazuje výsledky normality všech metrologů. Grafy pravděpodobnosti normálního rozdělení metrologa B a C jsou k nalezení v příloze P I a P II.

Tabulka 7 Normalita všech metrologů před transformací

Metrolog	Normalita před transformací (P-Value)
A	<0,005
B	<0,005
C	<0,005

6.5 Boxova-Coxova transformace dat

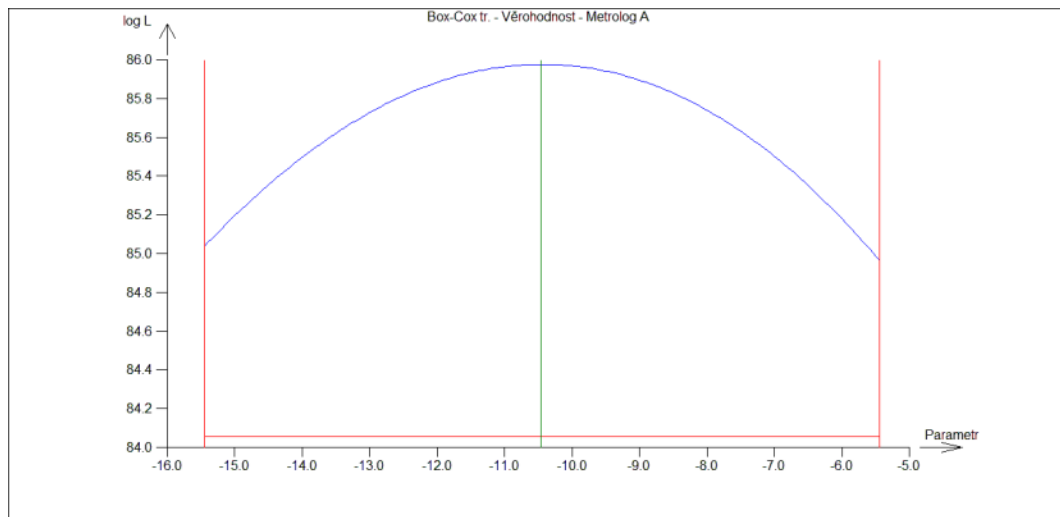
Boxovu-Coxovu transformaci dat provádíme v případě, že analyzovaná data vykazují špičatost nebo šikmost. Z předešlých grafických analýz víme, že naměřená data všech metrologů jsou pozitivně zešikmená.

Pro zjištění, zda je Boxova-Coxova transformace dat přínosná, slouží graf věrohodnosti (teoretická část: kapitola 2.4.5, Graf 20).

6.5.1 Věrohodnost Boxovi-Coxovi transformace dat

V jednom z používaných statistických softwarů byla naměřená data metrologa A hodnocena pro věrohodnost Boxovi-Coxovi transformace.

Graf 35 zobrazuje výsledek věrohodnosti Boxovi-Coxovi transformace dat naměřených metrologem A. Transformace dat metrologa A bude přínosná, protože v konfidenčním intervalu neleží číslo 1.



Graf 35 Věrohodnost Boxovi-Coxovi transformace – metrolog A

6.5.2 Sumarizace věrohodnosti transformace dat

Tabulka 8 zobrazuje věrohodnost provedení Boxovi-Coxovi transformace naměřených dat všemi metrology. Grafy věrohodnosti s ukázkou konfidenčních intervalů pro měřená data metrologem B a C jsou k nalezení v příloze P I a P II.

Tabulka 8 Věrohodnost transformace dat všech metrologů

Metrolog	Normalita před transformací (P-Value)	Boxova-Coxova transformace
A	<0,005	Přínosná
B	<0,005	Přínosná
C	<0,005	Přínosná

6.5.3 Boxova-Coxova transformace analyzovaných dat

Vzhledem k tomu, že Boxova-Coxova transformace dat, byla vyhodnocena jako přínosná a to dokonce pro všechny metrology, byla provedena a dále pak byla transformovaná data znovu testována na normalitu. Ověření je nutné nejen proto, že pro zkoumání vychýlených hodnot je normalita nutná, ale také proto, že bude opakována metoda ANOVA, která normalitu analyzovaných dat také předpokládá.

Tabulka 9 zobrazuje transformované hodnoty naměřených dat třech metrologů.

Tabulka 9 Boxova-Coxova transformace naměřených dat třech metrologů

Pořadí 1-25	Metrolog A (tr)	Metrolog B (tr)	Metrolog C (tr)	Pořadí 26-50	Metrolog A (tr)	Metrolog B (tr)	Metrolog C (tr)
1	0,0391	0,0410	0,0446	26	0,0285	0,0429	0,0377
2	0,0252	0,0403	0,0351	27	0,0427	0,0459	0,0490
3	0,0382	0,0444	0,0469	28	0,0311	0,0467	0,0513
4	0,0389	0,0408	0,0397	29	0,0455	0,0490	0,0268
5	0,0245	0,0481	0,0483	30	0,0452	0,0488	0,0526
6	0,0526	0,0508	0,0368	31	0,0510	0,0556	0,0366
7	0,0355	0,0370	0,0328	32	0,0391	0,0417	0,0433
8	0,0342	0,0376	0,0323	33	0,0206	0,0442	0,0472
9	0,0219	0,0410	0,0455	34	0,0383	0,0433	0,0321
10	0,0215	0,0420	0,0282	35	0,0308	0,0324	0,0382
11	0,0388	0,0379	0,0300	36	0,0301	0,0316	0,0356
12	0,0518	0,0392	0,0426	37	0,0370	0,0370	0,0330
13	0,0599	0,0245	0,0495	38	0,0345	0,0345	0,0368
14	0,0418	0,0408	0,0389	39	0,0377	0,0377	0,0276
15	0,0420	0,0410	0,0289	40	0,0217	0,0386	0,0175
16	0,0469	0,0398	0,0238	41	0,0188	0,0412	0,0250
17	0,0369	0,0361	0,0442	42	0,0448	0,0448	0,0452
18	0,0541	0,0377	0,0405	43	0,0356	0,0356	0,0402
19	0,0538	0,0372	0,0452	44	0,0301	0,0301	0,0407
20	0,0403	0,0394	0,0457	45	0,0285	0,0285	0,0461
21	0,0298	0,0391	0,0299	46	0,0394	0,0394	0,0424
22	0,0329	0,0427	0,0386	47	0,0385	0,0385	0,0704
23	0,0344	0,0364	0,0442	48	0,0417	0,0417	0,0467
24	0,0391	0,0417	0,0395	49	0,0244	0,0392	0,0329
25	0,0400	0,0427	0,0476	50	0,0274	0,0370	0,0258

6.6 Porovnání rozdělení výběrového souboru po transformaci

Abychom měli jistotu, že Boxova-Coxova transformace byla přínosná, bude proveden test normality na transformovaných datech.

6.6.1 Anderson-Darlingův test normality po transformaci

Při testování normality pokládáme hypotézy opět následovně:

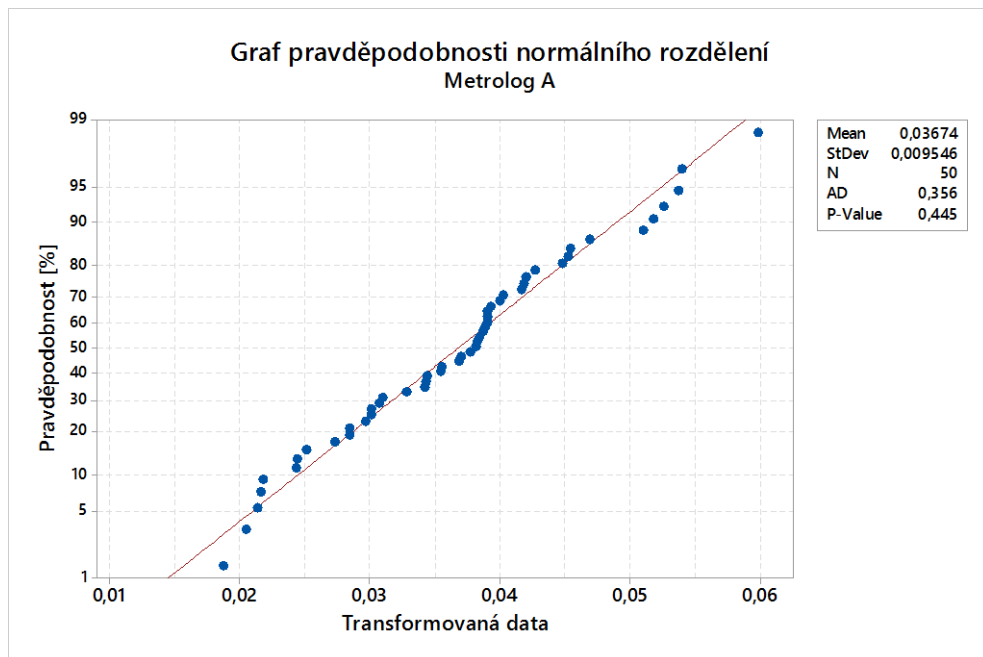
$$H_0: \text{naměřená data} \in N(\mu; \sigma^2)$$

$$H_1: \text{naměřená data} \notin N(\mu; \sigma^2)$$

S hladinou významnosti $\alpha = 0,05$.

Pro transformovaná data metrologa A byl vykreslen *Graf 36*. Výsledná hodnota AD je rovna 0,356. Tato hodnota je menší než hodnota kvantilu $D_{0,95} = 1,0135$. Nulová hypotéza se nezamítá a normalita dat je splněna.

Také hodnota $P - Value$ je větší než α , v našem případě 0,05, hypotéza nulová se nezamítá.



Graf 36 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení po transformaci – metrolog A

6.6.2 Sumarizace normality všech transformovaných dat

Tabulka 10 zobrazuje porovnání normality před transformací a normality dat po transformaci pro všechny metrology. Grafy pravděpodobnosti normálního rozdělení po transformaci pro metrologa B a C jsou k nalezení v přílohách P I a P II.

Tabulka 10 Normalita dat po transformaci

Metrolog	Normalita před transformací (P-Value)	Boxova-Coxova transformace	Normalita po transformaci (P-Value)
A	<0,005	Přínosná	0,445
B	<0,005	Přínosná	0,113
C	<0,005	Přínosná	0,391

6.7 Detekce odlehlých hodnot

Následující metoda pomůže odhalit odlehlé hodnoty a rozhodnout, zda jde o extrém, které musí být v datech zachovány nebo o hrubé chyby, které je nutné z dat odstranit.

6.7.1 Grubbsův test

Hypotézy v případě testu odlehlých hodnot pokládáme takto:

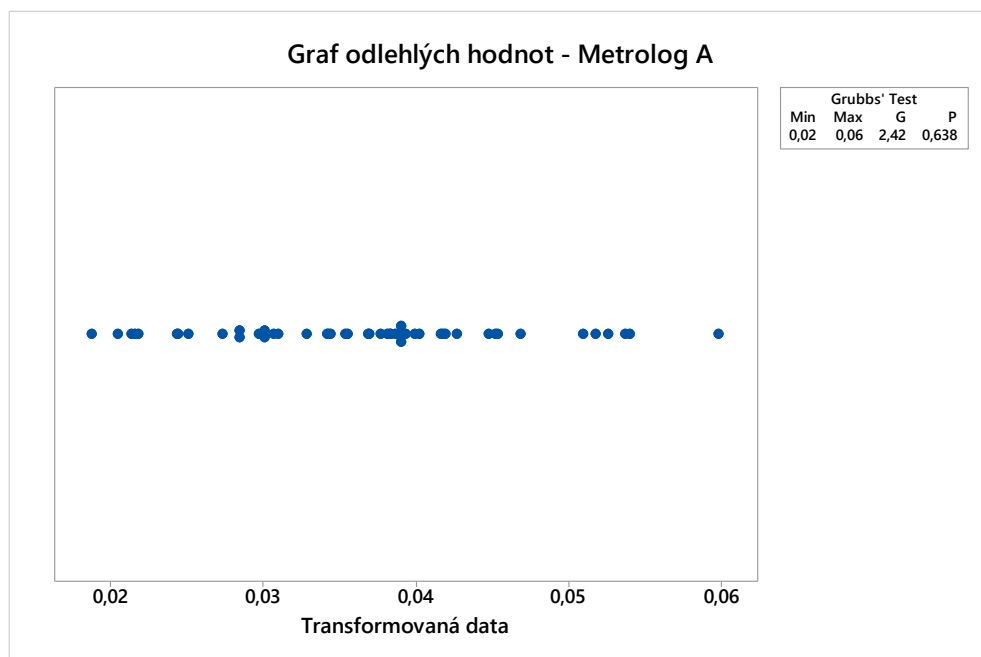
$$H_0: \text{MAX} \wedge \text{MIN} = \text{EXTRÉMY}$$

$$H_1: \text{MAX} \wedge \text{MIN} \neq \text{EXTRÉMY}$$

S hladinou významnosti $\alpha = 0,05$.

Dle teoretické části kapitola 2.5.3 se nulová hypotéza zamítá v případě, že platí $G > G_{crit}$ (tabulková hodnota - *Tabulka 2*).

Dle grafu níže (*Graf 37*) hodnota $G = 2,42$. Je menší, než kritická hodnota 2,957 (*Tabulka 2*, pro $\alpha = 0,05$) a tedy nulová hypotéza se nezamítá, data neobsahují žádné hrubé chyby. Neboli $\text{MAX} \wedge \text{MIN} = \text{EXTRÉMY}$ s možností omylu 5%.



Graf 37 Graf odlehlých hodnot – metrolog A

6.8 Sumarizace z analýzy dat

Níže *Tabulka 11* zobrazuje sumarizaci výsledků z analýz dat všech metrologů. Bylo tedy zjištěno, že naměřená data nevykazovala normalitu ani u jednoho metrologa a Boxova-Coxova transformace dat byla vyhodnocena jako přínosná pro transformaci naměřených dat všemi metrology. Normalita dat po Boxově-Coxově transformaci byla prokázána a

Grubbsův test odlehlých hodnot vyhodnotil pouze jednu hrubou chybu v transformovaných datech metrologa C.

Tabulka 11 Sumarizace výsledků z analýz dat

Metrolog	Normalita před transformací (P-Value)	Boxova-Coxova transformace	Normalita po transformaci (P-Value)	Odehlé hodnoty (P-Value)
A	<0,005	Přínosná	0,445	0,638
B	<0,005	Přínosná	0,113	0,177
C	<0,005	Přínosná	0,391	0,017

7 PROVEDENÍ METODY ANOVA ANALYZOVANÝCH DAT

Hrubá chyba z dat metrologa C byla odstraněna a na datech splňujících normalitu byla opět provedena metoda ANOVA. Nyní bude ještě doplněna o porovnání rovnosti, popř. nerovnosti rozptylů.

7.1 Porovnání rozptylů

Hypotézy jsou položeny následovně:

$$H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma_C^2$$

$$H_1: \text{NON}$$

S hladinou významnosti $\alpha = 0,05$.

Z analýzy porovnávání rozptylů (Obr. 6) lze dle hodnoty P-Value menší než α vyčíst, že rozptyly jednotlivých metrologů se nerovnej. Nulová hypotéza je tedy zamítnuta a nerovnost rozptylů musí být zohledněna následně při porovnávání průměrů.

Method				
Null hypothesis	All variances are equal			
Alternative hypothesis	At least one variance is different			
Significance level	$\alpha = 0,05$			
Bartlett's method is used. This method is accurate for normal data only.				
95% Bonferroni Confidence Intervals for Standard Deviations				
	Sample	N	StDev	CI
Matrolog A (tr) bez O	50	0,0095464	(0,0076750; 0,0125229)	
Metrolog B (tr) bez O	50	0,0055566	(0,0044673; 0,0072891)	
Metrolog C (tr) bez O	49	0,0081875	(0,0065691; 0,0107742)	
Individual confidence level = 98,3333%				
Tests				
Method	Test	Statistic	P-Value	
Bartlett		13,72	0,001	

Obr. 6 Analýza porovnání rozptylů naměřených hodnot metrologů

7.2 Porovnání průměrů

Pro porovnání průměrů metodou ANOVA pokládáme hypotézy následovně:

$$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C$$

$$H_1: \text{NON}$$

S hladinou významnosti $\alpha = 0,05$.

Na obrázku (Obr. 7) níže je pak vidět výsledek po provedení metody ANOVA. Výsledek hodnoty P-Value, pro který platí $0,093 > \alpha$, nezamítá rovnost průměrů a můžeme tedy předpokládat, že výběrové soubory patří do jednoho základního souboru.

One-way ANOVA: Matrolog A (tr) bez O; Metrolot B (tr) bez O; Metrolog C (tr) bez O					
Method					
Null hypothesis	All means are equal				
Alternative hypothesis	At least one mean is different				
Significance level	$\alpha = 0,05$				
Rows unused	1				
Equal variances were not assumed for the analysis.					
Factor Information					
Factor	Levels	Values			
Factor	3	Matrolog A (tr) bez O; Metrolot B (tr) bez O; Metrolog C (tr) bez O			
Welch's Test					
Source	DF Num	DF Den	F-Value	P-Value	
Factor	2	91,8194	2,43	0,093	
Model Summary					
R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)			
2,99%	1,66%	0,00%			
Means					
Factor	N	Mean	StDev	95% CI	
Matrolog A (tr) bez O	50	0,03674	0,00955	(0,03402; 0,03945)	
Metrolot B (tr) bez O	50	0,040102	0,005557	(0,038523; 0,041682)	
Metrolog C (tr) bez O	49	0,03856	0,00819	(0,03621; 0,04091)	

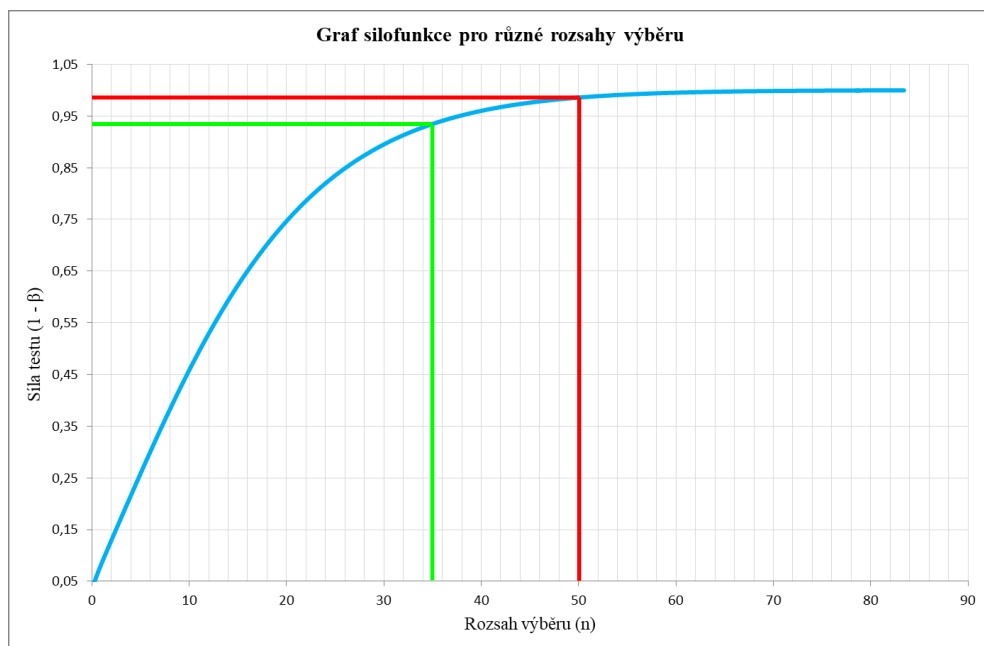
Obr. 7 ANOVA pro data splňující normalitu

8 SÍLA TESTU ANALYZOVANÝCH DAT

Síla testu byla provedena pro směrodatnou odchylku rovnou hodnotě $8,54 \mu m$. Šlo o největší směrodatnou odchylku z naměřených dat jednotlivých metrologů.

Δ byla volena 5. Což znamená, že jsme ochotni akceptovat $5 \mu m$ rozdíl mezi průměrnou hodnotou dat základního souboru a průměrnou hodnotou dat výběrového souboru.

Graf 38 pro zadání výše ukazuje na fakt, že pro sílu testu více než 90% nám stačí 35 hodnot výběrového souboru.



Graf 38 Síla testu měřených dat

ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo doplnit metody MSA o analýzy dat dokazující normalitu a hledání vychýlených hodnot. Mnohdy je k datům $\notin N(\mu; \sigma^2)$ přistupováno tak, jakoby do něj patřila. Data ale mají často jiná neobvyklá rozdělení. V případě zešíkmených nebo jinak špičatých dat než jsou typické pro normální rozdělení, je možností znormalizování dat Boxovu-Coxovu transformací.

Druhotnou myšlenkou této práce byla hypotéza, že by jedna z metod MSA ANOVA nevycházející pro porovnání neanalyzovaných dat výběrových souborů třech metrologů, mohla vycházet po tom, co se data analyzovala a správnou metodou transformovala.

Dle této diplomové práce bylo dokázáno, že mohou existovat procesy a případy, kdy metoda ANOVA pro neanalyzovaná data nevychází. Pak při použití hlubších vhodných statistických metod a analýz by ale metoda ANOVA v některých případech vyjít mohla. Obzvláště v případě, kdy jde o procesy, které vykazují formy zešíkmení nebo špičatost.

Protože statistika umožňuje a povoluje opodstatněnou transformaci, je možné toho využít při sledování dat ve výrobních firmách zároveň i s předcházejícím krokem zjišťování normality dat.

Tento fakt naráží na situaci, kdy by se při nevycházející metodě MSA, měla v nejlepším případě minimálně ta měření opakovat. Mnohdy jsou ale ve hře drahé upínací přípravky, drahá měřidla a vůbec čas strávený navrhováním nových měřících systémů. Domnívám se, že při správném použití statistických metod, bychom se mohli někdy vyvarovat zbytečnému ztrácení času a utrácení peněz.

Pro zajímavost, byla v této práci řešena síla testu, která je úzce spojená s hypotézami. Síla testu nám dle našeho zadání dokáže navrhnout optimální počet vzorků nebo opakování měření nutný pro správné statistické vyhodnocení. Pro příklad v této diplomové práci, by stačilo, aby bylo měřeno každým metrologem 35 vzorků místo původních 50, kdy se síla metody snížila o pouhých 5%. Což znamená další úsporu času a peněz.

Vyšší počet měření nebo měřených vzorků nemusí znamenat lepší a přesnější vyhodnocování. Od určité meze je vyšší počet měření už zbytečný. Mnohdy jsou měřené a analyzované vzorky měřením znehodnocovány a jde o další zbytečné náklady za neshodné díly nebo za čas strávený delším měřením.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] *Analýza systémů měření (MSA): příručka*. 4. vydání. Praha: Česká společnost pro jakost, 2011. ISBN 978-80-02-02323-5.
- [2] *Vhodnost kontrolních procesů: vhodnost měřicích systémů, vhodnost procesů měření a kontroly, rozšířená nejistota, posuzování shody*. Praha: Česká společnost pro jakost, 2011. Management jakosti v automobilovém průmyslu. ISBN 978-80-02-02307-4.
- [3] HENDL, Jan. *Přehled statistických metod: analýza a metaanalýza dat*. Páté, rozšířené vydání. Praha: Portál, 2015. ISBN 978-80-262-0981-2.
- [4] MELOUN, Milan a Jiří MILITKÝ. *Statistické zpracování experimentálních dat v chemometrii, biometrii, ekonometrii a v dalších oborech přírodních, technických a společenských věd*. 2. Praha: East Publishing, 1998. Ars magna. ISBN isbn80-7219-003-2.
- [5] MELOUN, Milan a Jiří MILITKÝ. *Kompendium statistického zpracování dat*. Vyd. 3., V nakl. Karolinum 1. Praha: Karolinum, 2012. ISBN 978-80-246-2196-8.
- [6] *Journal of the american statistical association: The choice of a class-interval*. Washington: Herbert A. Sturges, 1926, (153).
- [7] *E-Handbook of Statistical Methods* [online]. NIST/SEMATECH, b.r. [cit. 2019-02-07]. Dostupné z: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>
- [8] GRUBBS, Frank E. Procedures for Detecting Outlying Observations in Samples. *Technometrics* [online]. American Statistical Association and American Society for Quality, b.r., **11**(1) [cit. 2019-02-09]. Dostupné z: <https://www.jstor.org/stable/1266761>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

AIAG	Automotive Industry Action Group - Akční skupina pro automobilový průmysl
ANOVA	Analysis of variance – Analýza rozptylu
EDA	Exploratory data analysis – Exploratorní analýza dat
VDA	Verband der Automobilindustrie e. V. - Svaz automobilového průmyslu
MSA	Measurement system analysis - Analýza systému měření
Σ	Suma
$\sqrt{\quad}$	Odmocnina
σ	Směrodatná odchylka základního souboru
σ^2	Rozptyl základního souboru
s	Směrodatná odchylka výběrového souboru
s^2	Rozptyl výběrového souboru
μ	Aritmetický průměr základního souboru
\bar{X}	Aritmetický průměr výběrového souboru
x_i	i-té měření
N	Počet hodnot základního souboru
n	Počet hodnot výběrového souboru
H_0	Nulová hypotéza
H_a	Alternativní hypotéza
O_P	Obor přijetí
O_K	Kritický obor
α	Hladina významnosti
Θ	Testovaný parametr
K	Znamé číslo vypočtené z výběrového souboru testovaného parametru Θ
u_s	Testovací statistika
S	Síla testu $(1 - \beta)$
Δ	Diference K od testovaného parametru Θ , kterou jsme ochotni akceptovat
L	Počet tříd histogramu

int	Celočíselná část šířky třídy histogramu
\log	Dekadický logaritmus
Δx	Optimální délka třídních intervalů histogramu
AD	Kritická hodnota Anderson-Darlingova testu normality
\ln	Přirozený logaritmus
$F(X)$	Kumulativní distribuční funkce pro normálního rozdělení
$D_{1-\alpha}$	Kvantil normálního rozdělení pro porovnání s kritickou hodnotou AD
$Z_{(i)}$	Náhodné veličiny kruhového grafu
F_e	U kruhového grafu jde o distribuční funkci normálního rozdělení $\Phi_{(x_i)}$
\bar{V}_i	Soustava vektorů o stejné délce l_0 a směru $\pi Z_{(i)}$
l_0	Délka vektorů \bar{V}_i
π	Ludolfovo číslo (pí)
$g(x)$	Transformace dat
\lim	Limita
λ	Transformovaná veličina
Q_I	Kvantil krabicového grafu, pod kterým je zobrazeno 25 % hodnot z výběru
Q_{II}	Kvantil krabicového grafu, pod a nad kterým leží 50 % hodnot z výběru
Q_{III}	Kvantil krabicového grafu, nad kterým je zobrazeno 25 % hodnot z výběru
\oplus	Symbol aritmetického průměru zobrazeném v krabicovém grafu
G	Hodnota Grubbsova testu
max	Maximum
G_{crit}	Kritická hodnota Grubbsova testu
t_{crit}	Kvantil Studentova rozdělení v případě Grubbsova testu (blíže v teorii)
F	Testovací kritérium F-testu
$F_{1-\alpha}(v_1, v_2)$	Kvantil Fisherova-Snedecorova rozdělení pro stupně volnosti v_1 a v_2
$T_1 - T_5$	Testovací kritéria jednotlivých T-testů
$t_{1-\alpha/2}(v)$	Kvantil Studentova rozdělení pro stupně volnosti v
A_i	Faktor A o K různých úrovní navržené metody ANOVA

$\hat{\mu}_i$	Sloupcové průměry metody ANOVA
$\hat{\mu}$	Celkový průměr sloupcových průměrů metody ANOVA
ε_{ij}	Náhodná chyba odhadů parametrů v případě metody ANOVA
$\hat{\alpha}_i$	Odhad efektů metody ANOVA
S_c	Součet čtverců metody ANOVA
S_A	Rozptyl mezi jednotlivými úrovněmi daného faktoru metody ANOVA
S_R	Reziduální rozptyl uvnitř jednotlivých úrovní metody ANOVA
$\hat{\sigma}_e^2$	Odhad rozptylu chyb metody ANOVA
χ^2	Nezávislé χ^2 -rozdělení veličin metody ANOVA

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1 Ocelové pravítko - rozlišitelnost.....</i>	13
<i>Obr. 2 Základní a výběrový soubor</i>	16
<i>Obr. 3 Vztah mezi chybou I. druhu α a II. druhu β</i>	17
<i>Obr. 4 Měření vrstvy nánosu tloušťkoměrem</i>	47
<i>Obr. 5 Metoda ANOVA neanalyzovaných dat</i>	49
<i>Obr. 6 Analýza porovnání rozptylů naměřených hodnot metrologů</i>	61
<i>Obr. 7 ANOVA pro data splňující normalitu</i>	62

SEZNAM TABULEK

<i>Tabulka 1 Chyba I. a II. druhu</i>	18
<i>Tabulka 2 Kvantil Studentova rozdělení a kritické hodnoty Grubbsova testu.....</i>	35
<i>Tabulka 3 Uspořádání dat pro jednofaktorovou analýzu rozptylu.....</i>	42
<i>Tabulka 4 Jednofaktorová ANOVA – model s pevnými efekty.....</i>	44
<i>Tabulka 5 Naměřené hodnoty tloušťky nánosu třemi metrology [μm].....</i>	48
<i>Tabulka 6 Shrnutí grafických analýz šikmosti a špičatosti.....</i>	53
<i>Tabulka 7 Normalita všech metrologů před transformací.....</i>	55
<i>Tabulka 8 Věrohodnost transformace dat všech metrologů.....</i>	56
<i>Tabulka 9 Boxova-Coxova transformace naměřených dat třech metrologů</i>	57
<i>Tabulka 10 Normalita dat po transformaci</i>	58
<i>Tabulka 11 Sumarizace výsledků z analýz dat.....</i>	60

SEZNAM GRAFŮ

<i>Graf 1 Silofunkce pro různé rozsahy výběru</i>	19
<i>Graf 2 Síla testu v závislosti na rozsahu výběru</i>	19
<i>Graf 3 Histogram</i>	20
<i>Graf 4 Histogram – odlehlá hodnota</i>	21
<i>Graf 5 Histogram – negativní šikmost</i>	22
<i>Graf 6 Histogram – pozitivní šikmost</i>	22
<i>Graf 7 Histogram - špičatost</i>	23
<i>Graf 8 Histogram – dva faktory</i>	23
<i>Graf 9 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení</i>	24
<i>Graf 10 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení –</i>	25
<i>Graf 11 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení –</i>	25
<i>Graf 12 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení –</i>	26
<i>Graf 13 Q-Q graf – rankitový</i>	26
<i>Graf 14 Q-Q graf – negativní šikmost</i>	27
<i>Graf 15 Q-Q graf – pozitivní šikmost</i>	27
<i>Graf 16 Q-Q graf - špičatost</i>	27
<i>Graf 17 Kruhový graf – normální rozdělení</i>	28
<i>Graf 18 Kruhový graf – pozitivní šikmost</i>	28
<i>Graf 19 Kruhový graf – negativní šikmost</i>	29
<i>Graf 20 Graf logaritmu věrohodnostní funkce</i>	30
<i>Graf 21 Analýza dat před transformací</i>	31
<i>Graf 22 Analýza dat po transformaci</i>	31
<i>Graf 23 Krabicový graf</i>	32
<i>Graf 24 Krabicový graf – zešikmená data</i>	33
<i>Graf 25 Diagramy rozptýlení</i>	33
<i>Graf 26 Diagramy rozptýlení – zešikmená data</i>	34
<i>Graf 27 Graf odlehlé hodnoty – hrubá chyba</i>	36
<i>Graf 28 Časové řady nasbíraných dat</i>	50
<i>Graf 29 Histogram – metrolog A</i>	51
<i>Graf 30 Q-Q graf – metrolog A</i>	52
<i>Graf 31 Kruhový graf – metrolog A</i>	52
<i>Graf 32 Krabicový graf – metrolog A</i>	53

<i>Graf 33 Diagram rozptýlení – metrolog A</i>	54
<i>Graf 34 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení – metrolog A</i>	55
<i>Graf 35 Věrohodnost Boxovi-Coxovi transformace – metrolog A</i>	56
<i>Graf 36 Graf pravděpodobnosti normálního rozdělení po transformaci</i>	58
<i>Graf 37 Graf odlehých hodnot – metrolog A</i>	59
<i>Graf 38 Síla testu měřených dat</i>	63

SEZNAM PŘÍLOH

P I ANALÝZA DAT METROLOGA B

P II ANALÝZA DAT METROLOGA C