

# **Simulace mnohazměrových spojitých regulačních obvodů**

Bc. Zdeněk Stříteský

---

Diplomová práce  
2006



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

**Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně**  
**Fakulta aplikované informatiky**  
Ústav automatizace a řídicí techniky  
akademický rok: 2005/2006

# **ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Zdeněk STRÍTESKÝ**  
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Simulace mnohazměrových spojitých regulačních obvodů**

Zásady pro vypracování:

- 1. V prostředí Matlab/Simulink realizujte již odvozené spojité regulátory pro řízení systémů se dvěma vstupy a dvěma výstupy.**
- 2. Jednotlivé regulátory realizujte rovněž jako samočinně se nastavující s využitím odhadu parametrů spojitého modelu procesu pomocí filtrace vstupních a výstupních veličin.**
- 3. Regulátory realizujte jako masku subsystému a implementujte je jako samostatné bloky**
- 4. Funkce pro průběžnou identifikaci, výpočet parametrů regulátorů a akčních zásahů realizujte jako S - funkce.**
- 5. Vypracujte dokumentaci výsledků simulačního ověřování.**

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- 1. BALÁTĚ, J. 1996. Vybrané statě z automatického řízení. Brno: VUT, 1996.359 s.**
- 2. THE MATHWORKS, INC. ,1993. Simulink, Dynamic system simulation software. Users guide. Natick: 1993.**
- 3. MACHÁČEK, J., KOTYK, J.: Návrh kompenzátorů pro autonomní řízení, Sborník konference ŘÍP 94, s. 253 - 255, Horní Bečva, 1994**
- 4. WAHLBERG, B.: On the Identification of Continuous - time dynamical systems, Report LITH-ISY-I-0905, Linköping, 1990.**
- 5. KUBALČÍK M.: Mnoharozměrové adaptivní řízení, disertační práce, VUT Brno**

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Marek Kubalčík, Ph.D.**

Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **14. února 2006**

Termín odevzdání diplomové práce: **26. května 2006**

Ve Zlíně dne 14. února 2006



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*pověřený děkan*



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*za ředitel ústavu*

## **ABSTRAKT**

Hlavním cílem práce bylo realizovat v programovém systému Matlab/Simulink vybrané spojitě regulátory pro systémy se dvěma vstupy a dvěma výstupy pomocí S-funkcí tak, aby všechny jejich parametry bylo možno zadávat pomocí masky subsystému a jednotlivé regulátory potom začlenit do knihoven. Takto vytvořené regulátory je potom možno začlenit do existujícího simulinkového schématu pouhým zkopírováním. Regulátory byly realizovány jak s pevně nastavenými parametry, tak jako samočinně se nastavující s průběžnou identifikací parametrů modelu procesu metodou nejmenších čtverců modifikovanou pro odhad parametrů spojitěho modelu procesu s využitím filtrace spojitých veličin. Proběhlo rovněž simulační ověření navržených regulátorů.

Klíčová slova: 1DOF, 2DOF, kompenzátor, S-funkce, Matlab

## **ABSTRACT**

The main goal of this diploma work was to realize selected continuous control devices for systems with two inputs and two outputs by the help of S-function in program system Matlab/Simulink so that all its parameters could be set via mask of subsystem and individual control devices then include to libraries. So created control devices are then able to be taken into existing simulink schema by simple copying. Control devices were realized both with fixed set parameters and as self-set up with continuous parameter identification of model process by least squares method modified for the parameter estimation of continuous model process with utilization of filtering continuous variables. It ran also simulation verification of suggested control devices.

Keywords: 1DOF, 2DOF, compensator, S-function, Matlab

Poděkování:

Je pro mě milou povinností poděkovat svému školiteli Ing. Marku Kubalčíkovi, Ph.D. za odborné vedení, jako i za cenné rady při zpracování celé diplomové práce.

Prohlašuji, že jsem na celé diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

Ve Zlíně, 25. 05. 2006

.....

jméno diplomanta

# OBSAH

<b>OBSAH .....</b>	<b>6</b>
<b>ÚVOD.....</b>	<b>7</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST .....</b>	<b>8</b>
<b>1 POPIS MNOHAROZMĚROVÝCH SOUSTAV .....</b>	<b>9</b>
1.1 SYSTÉM SE DVĚMA VSTUPY A DVĚMA VÝSTUPY .....	10
1.1.1 Modely na kterých jsou regulátory založeny.....	11
1.1.2 Návrh spojitého řízení s regulátorem 1DOF .....	13
1.1.3 Návrh spojitého řízení s regulátorem 2DOF-A.....	17
1.1.4 Návrh spojitého řízení s regulátorem 2DOF-B .....	21
1.1.5 Návrh spojitého řízení s kompenzátorem K1 .....	26
1.1.6 Návrh spojitého řízení s kompenzátorem K2.....	30
1.2 IDENTIFIKACE PROCESU .....	34
1.3 POPIS METODY NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ.....	34
1.4 PRŮBĚŽNÁ IDENTIFIKACE METODOU NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ .....	36
1.5 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE SPOJITÉHO MODELU .....	38
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST .....</b>	<b>42</b>
<b>2 KNIHOVNY SPOJITÝCH REGULÁTORŮ .....</b>	<b>43</b>
2.1 POPIS KNIHOVNY S REGULÁTORŮ PRO DETERMINISTICKÉ ŘÍZENÍ .....	43
2.2 POPIS KNIHOVNY S REGULÁTORŮ PRO ADAPTIVNÍ ŘÍZENÍ .....	46
2.3 POPIS KNIHOVNY SE SPOJITÝMI SOUSTAVAMI .....	51
<b>3 SIMULAČNÍ OVĚŘOVÁNÍ.....</b>	<b>53</b>
3.1 DETERMINISTICKÉ ŘÍZENÍ .....	55
3.2 ADAPTIVNÍ ŘÍZENÍ .....	60
<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>70</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>72</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>74</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>76</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>78</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>	<b>79</b>

## ÚVOD

Hlavním cílem práce bylo realizovat v programovém systému Matlab/Simulink vybrané spojitě regulátory pro systémy se dvěma vstupy a dvěma výstupy pomocí S–funkcí tak, aby všechny jejich parametry bylo možno zadávat pomocí masky subsystému a jednotlivé regulátory potom začlenit do knihoven. Takto vytvořené regulátory je potom možno začlenit do existujícího simulinkového schématu pouhým zkopírováním. Systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy byl zvolen proto, že řada procesů vyskytujících se v průmyslové praxi nejsou jednorozměrové (s jedním vstupem a jedním výstupem), ale mnohorozměrové (s více vstupy, kde každý vstup ovlivňuje více výstupů). Celou řadu procesů lze potom popsat právě systémem se dvěma vstupy a dvěma výstupy.

Syntéza realizovaných regulátorů je založena na polynomiálních metodách a metodě přiřazení pólů. Byly uvažovány různé konfigurace uzavřeného regulačního obvodu (1DOF, 2DOF). Byly rovněž aplikovány kompenzátory pro zajištění autonomního řízení. Model řízeného systému je předpokládán ve formě maticového zlomku, kde jednotlivé polynomy jsou druhého stupně.

Regulátory byly realizovány jak s pevně nastavenými parametry, tak jako samočinně se nastavující s průběžnou identifikací parametrů modelu procesu metodou nejmenších čtverců modifikovanou pro odhad parametrů spojitěho modelu procesu s využitím filtrace spojitých veličin. Samočinně se nastavující regulátory jsou vhodnou metodou pro řízení systémů s proměnnými parametry nebo nelineárních systémů popsaných lineárním modelem.

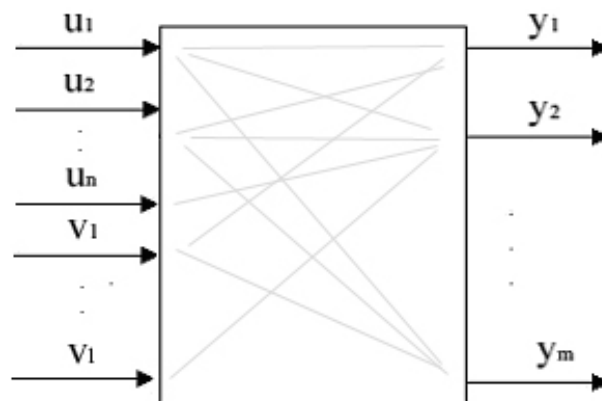
Proběhlo rovněž simulační ověření navržených regulátorů.

## I. TEORETICKÁ ČÁST



## 1 POPIS MNOHAROZMĚROVÝCH SOUSTAV

Mnoharozměrovou regulovanou soustavu [5] si schematicky můžeme znázornit podle (Obr. 1). Vstupní veličiny dělíme na akční veličiny  $u_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), kterými uskutečňujeme řízení veličin výstupních – regulovaných  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) a na veličiny poruchové  $v_j$  ( $j = 1, 2, \dots, l$ ), které není možno ovlivňovat, ale o kterých budeme předpokládat, že se dají měřit.



Obr. 1 Mnoharozměrový systém

Daná reálná soustava je obecně nelineární, její parametry jsou t-variantní a mají zčásti stochastický charakter. K linearizaci použijeme Taylorův rozvoj a metodu minimálních kvadratických odchylek. Za předpokladu, že soustava je lineární, bude celá soustava popsána systémem  $m$  lineárních diferenciálních rovnic. S těmito rovnicemi obvykle nepracujeme přímo, ale používáme operátorový počet. Tzv. Laplaceovy obrazy, získané z původních diferenciálních rovnic pomocí Laplaceovy transformace. Touto transformací převedeme soustavu lineárních diferenciálních rovnic na soustavu rovnic algebraických, čímž se matematické operace zjednoduší.

Při použití maticového zápisu lze definovat vektory akčních a regulovaných veličin

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}(s) = [u_1(s), u_2(s), \dots, u_n(s)]^T \quad (1.1)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(s) = [y_1(s), y_2(s), \dots, y_m(s)]^T \quad (1.2)$$

vektor poruchových veličin

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}(s) = [v_1(s), v_2(s), \dots, v_l(s)]^T \quad (1.3)$$

a dále přenosovou matici dílčích přenosů akčních veličin

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1m} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ G_{m1} & G_{m2} & \cdots & G_{mm} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

matici přenosů poruchových veličin

$$\mathbf{G}_v = \mathbf{G}_v(s) = \begin{bmatrix} G_{v11} & G_{v12} & \cdots & G_{v1m} \\ G_{v21} & G_{v22} & \cdots & G_{v2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ G_{vm1} & G_{vm2} & \cdots & G_{vmm} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Pro obraz celého výstupního vektoru platí tedy maticová rovnice

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{G}_v\mathbf{V} \quad (1.6)$$

Popis systému pomocí maticového zlomku – Dynamické chování mnohazměrového systému je možno v okolí ustáleného stavu popsat modelem ve formě maticového zlomku [14]

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s) = \mathbf{B}_1(s)\mathbf{A}_1^{-1}(s) \quad (1.7)$$

Kde polynomiální matice  $\mathbf{A} \in R_{22}[s]$ ,  $\mathbf{B} \in R_{22}[s]$  jsou levým nesoudělným rozkladem matice  $\mathbf{G}(s)$  a matice  $\mathbf{A}_1 \in R_{22}[s]$ ,  $\mathbf{B}_1 \in R_{22}[s]$  jsou pravým nesoudělným rozkladem  $\mathbf{G}(s)$ .

## 1.1 Systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy

Nejběžnějším případem mnohazměrového systému je systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy. Celá řada procesů se kterými se v průmyslové praxi setkáváme má charakter systémů se dvěma vstupy a dvěma výstupy. V následující kapitole budou popsány modely ve formě maticového zlomku, na kterých jsou založeny níže uvedené regulátory.

### 1.1.1 Modely na kterých jsou regulátory založeny

V následující kapitole budou popsány modely, na nichž jsou založeny regulátory uvedené v práci. Z hlediska syntézy řídicího systému je výhodné, jestliže matice  $\mathbf{A}$  je současně řádkově i sloupcově redukována, tzn. jestliže polynomy s největšími stupni má na diagonále. Dá se dokázat, že stejnou vlastnost má potom i matice  $\mathbf{A}_1$  v reprezentaci přenosu ve formě pravého maticového zlomku. Z ohledem na tento požadavek a na požadavek na ryzost systému předpokládejme tedy spojitou reprezentaci polynomiálních matic  $\mathbf{A}(s)$ ,  $\mathbf{B}(s)$  s následující strukturou

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} s^2 + a_1s + a_2 & a_3s + a_4 \\ a_5s + a_6 & s^2 + a_7s + a_8 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{B}(s) = \begin{bmatrix} b_1s + b_2 & b_3s + b_4 \\ b_5s + b_6 & b_7s + b_8 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Byly zvoleny polynomy druhého stupně. Modely s polynomy druhého stupně v diskrétní reprezentaci se ukázaly jako vhodné pro řízení řady laboratorních procesů (uvést literaturu), u kterých regulátory založené na modelech s polynomy prvního stupně selhaly. Diferenciální rovnice (1.10) charakterizují spojitou soustavu 2x2 druhého řádu.

$$\begin{aligned} y_1'' + a_1y_1' + a_2y_1 + a_3y_2' + a_4y_2 &= b_1u_1' + b_2u_1 + b_3u_2' + b_4u_2 \\ y_2'' + a_5y_1' + a_6y_1 + a_7y_2' + a_8y_2 &= b_5u_1' + b_6u_1 + b_7u_2' + b_8u_2 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Převod rovnice (1.10) na stavový model [1]. Z rovnice (1.10) plyne

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ a_5 & a_7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} a_2 & a_4 \\ a_6 & a_8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} b_1 & b_3 \\ b_5 & b_7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} b_2 & b_4 \\ b_6 & b_8 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Volba stavových proměnných pro rovnici (1.10) je poté následující

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 \\ x_2 &= y_1' - b_1u_1 - b_3u_2 \\ x_3 &= y_2 \\ x_4 &= y_2' - b_5u_1 - b_7u_2 \end{aligned} \quad (1.12)$$

a jejich derivace jsou

$$\begin{aligned}
 x_1' &= x_2 + b_1 u_1 + b_3 u_2 \\
 x_2' &= -a_2 x_1 - a_1 x_2 - a_4 x_3 - a_3 x_4 + (-a_1 b_1 - a_3 b_5 + b_2) u_1 + \\
 &\quad + (-a_1 b_3 - a_3 b_7 + b_4) u_2 \\
 x_3' &= x_4 + b_5 u_1 + b_7 u_2 \\
 x_4' &= -a_6 x_1 - a_5 x_2 - a_8 x_3 - a_7 x_4 + (-a_5 b_1 - a_7 b_5 + b_6) u_1 + \\
 &\quad + (-a_5 b_3 - a_7 b_7 + b_8) u_2
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

Výstupy jsou

$$\begin{aligned}
 y_1 &= x_1 \\
 y_2 &= x_3
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

Tyto rovnice (1.12), (1.13) jsou napsány v S-funkci *SpojSoust.m* (příloha PI) a simulují v obvodu (Obr. 13) spojitou soustavu.

Práce se rovněž zabývá regulátory zajišťujícími autonomnost regulačního obvodu. To znamená, že každá řídicí veličina ovlivňuje pouze jednu veličinu řízenou. Pro obvod s kompenzátory volíme matici  $\mathbf{A}(s)$  diagonální. Pokud by byla matice  $\mathbf{A}$  nediagonální, její inverze by musela být součástí regulátoru, což by vedlo ke zvýšení složitosti jeho výpočtu. Na druhé straně je systém popsán nižším počtem parametrů, což snižuje možnost co nejpřesněji popsat pomocí modelu

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} s^2 + a_1 s + a_2 & 0 \\ 0 & s^2 + a_3 s + a_4 \end{bmatrix} \tag{1.15}$$

$$\mathbf{B}(s) = \begin{bmatrix} b_1 s + b_2 & b_3 s + b_4 \\ b_5 s + b_6 & b_7 s + b_8 \end{bmatrix} \tag{1.16}$$

Pak diferenciální rovnice vypadá následovně:

$$\begin{aligned}
 y_1'' + a_1 y_1' + a_2 y_1 &= b_1 u_1' + b_2 u_1 + b_3 u_2' + b_4 u_2 \\
 y_2'' + a_3 y_2' + a_4 y_2 &= b_5 u_1' + b_6 u_1 + b_7 u_2' + b_8 u_2
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

Převod na stavový model se zde provede obdobně jako u spojitě soustavy s nediagonální maticí  $\mathbf{A}$ , pouze s tím rozdílem, že hodnoty  $a_5, a_6, a_7, a_8$  jsou uvažovány jako nulové.

Derivace stavových proměnných tedy jsou:

$$\begin{aligned}x'_1 &= x_2 + b_1 u_1 + b_3 u_2 \\x'_2 &= -a_2 x_1 - a_1 x_2 + (-a_1 b_1 + b_2) u_1 + (-a_1 b_3 + b_4) u_2 \\x'_3 &= x_4 + b_5 u_1 + b_7 u_2 \\x'_4 &= -a_4 x_3 - a_3 x_4 + (-a_3 b_5 + b_6) u_1 + (-a_3 b_7 + b_8) u_2\end{aligned}\quad (1.18)$$

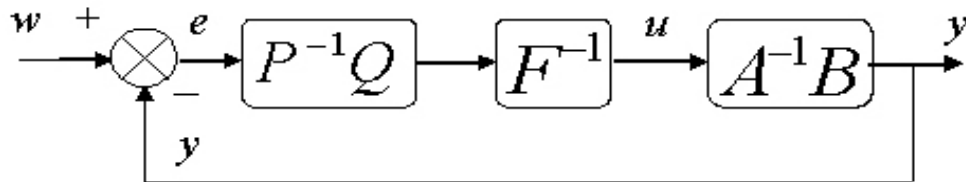
Výstupy jsou

$$\begin{aligned}y_1 &= x_1 \\y_2 &= x_3\end{aligned}\quad (1.19)$$

V následujících kapitolách jsou popsány algoritmy regulátorů použitých v této práci

### 1.1.2 Návrh spojitého řízení s regulátorem 1DOF

Konfigurace obvodu s 1DOF regulátorem je zobrazen na obrázku (Obr. 2).



Obr. 2 Regulační obvod s regulátorem 1DOF

Obsahuje jeden zpětnovazební regulátor. Stejně jako u řízeného systému, přenosová matice regulátoru může být zapsána ve formě maticového zlomku (operátor  $s$  bude kvůli zjednodušení v dalších rovnicích vynechán):

$$\mathbf{G}_R = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{P}_1^{-1} \quad (1.20)$$

Vektor žádaných veličin  $\mathbf{W}$  je obecně definován jako:

$$\mathbf{W} = \mathbf{F}_w^{-1} \mathbf{h} \quad (1.21)$$

Referenční signály jsou předpokládány ze třídy skokových funkcí. V tomto případě je  $\mathbf{h}$  vektor konstant a  $\mathbf{F}_w$  nabývá tvaru

$$\mathbf{F}_w = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Z blokového schématu na obrázku (Obr. 2) vyplývá řídicí zákon

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{Q}_1 \mathbf{P}_1^{-1} \mathbf{E} \quad (1.23)$$

Podmínku stability můžeme tedy definovat pomocí následující diofantické rovnice:

$$\mathbf{A} \mathbf{F} \mathbf{P}_1 + \mathbf{B} \mathbf{Q}_1 = \mathbf{M} \quad (1.24)$$

kde  $\mathbf{M} \in R_{22}$  je stabilní diagonální polynomiální matice:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s^4 + m_1 s^3 + m_2 s^2 + m_3 s + m_4 & 0 \\ 0 & s^4 + m_5 s^3 + m_6 s^2 + m_7 s + m_8 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Stupně polynomů v maticích regulátoru musí být zvoleny tak, aby regulační obvod byl vnitřně ryzí. Struktura matic  $\mathbf{P}_1$  a  $\mathbf{Q}_1$  byla zvolena tak, aby se počet neznámých parametrů regulátoru shodoval s počtem algebraických rovnic plynoucích z řešení diofantické rovnice metodou neurčitých koeficientů. Matice regulátoru byly tedy zvoleny ve tvaru:

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} s + p_1 & p_2 \\ p_3 & s + p_4 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} q_1 s^2 + q_2 s + q_3 & q_4 s^2 + q_5 s + q_6 \\ q_7 s^2 + q_8 s + q_9 & q_{10} s^2 + q_{11} s + q_{12} \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Z řešení diofantické rovnice (1.24) vyplývá šestnáct algebraických rovnic, ve kterých vystupují jako neznámé parametry regulátoru.

$$\begin{aligned} p_1 + b_1 q_1 + b_3 q_7 &= m_1 - a_1 \\ a_1 p_1 + a_3 p_3 + b_2 q_1 + b_1 q_2 + b_4 q_7 + b_3 q_8 &= m_2 - a_2 \\ a_2 p_1 + a_4 p_3 + b_2 q_2 + b_1 q_3 + b_4 q_8 + b_3 q_9 &= m_3 \\ b_2 q_3 + b_4 q_9 &= m_4 \\ p_3 + b_5 q_1 + b_7 q_7 &= -a_5 \\ a_5 p_1 + a_7 p_3 + b_6 q_1 + b_5 q_2 + b_8 q_7 + b_7 q_8 &= -a_6 \\ a_6 p_1 + a_8 p_3 + b_6 q_2 + b_5 q_3 + b_8 q_8 + b_7 q_9 &= 0 \\ b_6 q_3 + b_8 q_9 &= 0 \end{aligned} \quad (1.28)$$

$$\begin{aligned}
 p_2 + b_1 q_4 + b_3 q_{10} &= -a_3 \\
 a_1 p_2 + a_3 p_4 + b_2 q_4 + b_1 q_5 + b_4 q_{10} + b_3 q_{11} &= -a_4 \\
 a_2 p_2 + a_4 p_4 + b_2 q_5 + b_1 q_6 + b_4 q_{11} + b_3 q_{12} &= 0 \\
 b_2 q_6 + b_4 q_{12} &= 0 \\
 p_4 + b_5 q_4 + b_7 q_{10} &= m_5 - a_7 \\
 a_5 p_2 + a_7 p_4 + b_6 q_4 + b_5 q_5 + b_8 q_{10} + b_7 q_{11} &= m_6 - a_8 \\
 a_6 p_2 + a_8 p_4 + b_6 q_5 + b_5 q_6 + b_8 q_{11} + b_7 q_{12} &= m_7 \\
 b_6 q_6 + b_8 q_{12} &= m_8
 \end{aligned} \tag{1.29}$$

Maticově je možno tyto algebraické rovnice vyjádřit jako:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_4 \\ a_2 & a_4 & 0 & b_2 & b_1 & 0 & b_4 & b_3 \\ a_1 & a_3 & b_2 & b_1 & 0 & b_4 & b_3 & 0 \\ 1 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_6 & 0 & 0 & b_8 \\ a_6 & a_8 & 0 & b_6 & b_5 & 0 & b_8 & b_7 \\ a_5 & a_7 & b_6 & b_5 & 0 & b_8 & b_7 & 0 \\ 0 & 1 & b_5 & 0 & 0 & b_7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_3 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_4 \\ m_3 \\ m_2 - a_2 \\ m_1 - a_1 \\ 0 \\ 0 \\ -a_6 \\ -a_5 \end{bmatrix} \tag{1.30}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_4 \\ a_2 & a_4 & 0 & b_2 & b_1 & 0 & b_4 & b_3 \\ a_1 & a_3 & b_2 & b_1 & 0 & b_4 & b_3 & 0 \\ 1 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_6 & 0 & 0 & b_8 \\ a_6 & a_8 & 0 & b_6 & b_5 & 0 & b_8 & b_7 \\ a_5 & a_7 & b_6 & b_5 & 0 & b_8 & b_7 & 0 \\ 0 & 1 & b_5 & 0 & 0 & b_7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_4 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_{10} \\ q_{11} \\ q_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -a_4 \\ -a_3 \\ m_8 \\ m_7 \\ m_6 - a_8 \\ m_5 - a_7 \end{bmatrix} \tag{1.31}$$

Diferenciální rovnice regulátoru s touto strukturou získáme ve tvaru

$$\begin{aligned}
 u_1''' + (p_1 + p_4)u_1'' + (p_1 p_4 - p_2 p_3)u_1' &= \\
 = q_1 e_1''' + (q_1 p_4 + q_2 - q_4 p_3)e_1'' + (q_2 p_4 + q_3 - q_5 p_3)e_1' + (q_3 p_4 - q_6 p_3)e_1 + \\
 + q_4 e_2''' + (q_4 p_1 + q_5 - q_1 p_2)e_2'' + (q_5 p_1 + q_6 - q_2 p_2)e_2' + (q_6 p_1 - q_3 p_2)e_2
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

$$\begin{aligned}
 u_2''' + (p_1 + p_4)u_2'' + (p_1 p_4 - p_2 p_3)u_2' &= \\
 = q_7 e_1''' + (q_7 p_4 + q_8 - q_{10} p_3)e_1'' + (q_8 p_4 + q_9 - q_{11} p_3)e_1' + (q_9 p_4 - q_{12} p_3)e_1 + \\
 + q_{10} e_2''' + (q_{10} p_1 + q_{11} - q_7 p_2)e_2'' + (q_{11} p_1 + q_{12} - q_8 p_2)e_2' + (q_{12} p_1 - q_9 p_2)e_2
 \end{aligned} \tag{1.33}$$

Z rovnic (1.32), (1.33) nyní sestavíme stavové rovnice [8], [9]. Pro zjednodušení uvedu převod pouze první rovnice (1.32), kterou můžeme rozepsat následovně:

$$\begin{aligned} & u_{1A}''' + (p_1 + p_4)u_{1A}'' + (p_1p_4 - p_2p_3)u_{1A}' = \\ & = q_1e_1''' + (q_1p_4 + q_2 - q_4p_3)e_1'' + (q_2p_4 + q_3 - q_5p_3)e_1' + (q_3p_4 - q_6p_3)e_1 \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$\begin{aligned} & u_{1B}''' + (p_1 + p_4)u_{1B}'' + (p_1p_4 - p_2p_3)u_{1B}' = \\ & = q_4e_2''' + (q_4p_1 + q_5 - q_1p_2)e_2'' + (q_5p_1 + q_6 - q_2p_2)e_2' + (q_6p_1 - q_3p_2)e_2 \end{aligned} \quad (1.35)$$

Z rovnice (1.34) plyne

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{q_1s^3 + (q_1p_4 + q_2 - q_4p_3)s^2 + (q_2p_4 + q_3 - q_5p_3)s + (q_3p_4 - q_6p_3)}{s^3 + (p_1 + p_4)s^2 + (p_1p_4 - p_2p_3)s} = \\ &= \frac{U}{E} = \frac{U}{Z} \frac{Z}{E} \end{aligned} \quad (1.36)$$

Do rovnice zavedeme pomocnou proměnnou Z. Pak můžeme rovnici dále rozepsat na rovnice

$$q_1z''' + (q_1p_4 + q_2 - q_4p_3)z'' + (q_2p_4 + q_3 - q_5p_3)z' + (q_3p_4 - q_6p_3)z = u_{1A} \quad (1.37)$$

$$z''' + (p_1 + p_4)z'' + (p_1p_4 - p_2p_3)z' = e_1 \quad (1.38)$$

Volba stavových proměnných rovnice (1.38) je poté následující:

$$\begin{aligned} x_1 &= z \\ x_2 &= z' \\ x_3 &= z'' \end{aligned} \quad (1.39)$$

a jejich derivace jsou

$$\begin{aligned} x_1' &= x_2 \\ x_2' &= x_3 \\ x_3' &= e_1 - (p_1 + p_4)x_3 + (p_1p_4 - p_2p_3)x_2 \end{aligned} \quad (1.40)$$

Volba stavových proměnných rovnice (1.37):

$$\begin{aligned} x_1 &= z \\ x_2 &= z' \\ x_3 &= z'' \end{aligned} \quad (1.41)$$

a jejich derivace jsou



$$\begin{aligned}
 x_1' &= x_2 \\
 x_2' &= x_3 \\
 x_3' &= \frac{1}{q_1} u_{1A} - \frac{(q_1 p_4 + q_2 - q_4 p_3)}{q_1} x_3 - \frac{(q_2 p_4 + q_3 - q_5 p_3)}{q_1} x_2 - \frac{(q_3 p_4 - q_6 p_3)}{q_1} x_1
 \end{aligned} \tag{1.42}$$

Obdobným způsobem rozložíme také rovnici (1.35). Její derivované stavové proměnné jsou:

$$\begin{aligned}
 x_4' &= x_5 \\
 x_5' &= x_6 \\
 x_6' &= e_2 - (p_1 + p_4)x_6 + (p_1 p_4 - p_2 p_3)x_5
 \end{aligned} \tag{1.43}$$

$$\begin{aligned}
 x_4' &= x_5 \\
 x_5' &= x_6 \\
 x_6' &= \frac{1}{q_4} u_{1B} - \frac{(q_4 p_1 + q_5 - q_1 p_2)}{q_4} x_6 - \frac{(q_5 p_1 + q_6 - q_2 p_2)}{q_4} x_5 - \frac{(q_6 p_1 - q_3 p_2)}{q_4} x_4
 \end{aligned} \tag{1.44}$$

Pak součet

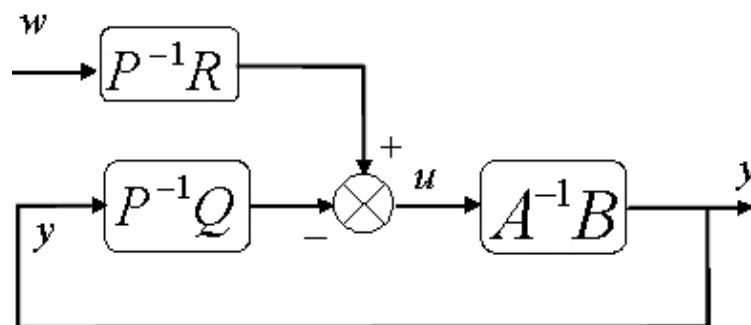
$$u_{1A} + u_{1B} = u_1 \tag{1.45}$$

je výstupní signál  $u_1$  z regulátoru .

Výstupní signál  $u_2$  z regulátoru získáme stejným postupem z rovnice (1.33). V příloze (PII) je příklad S-funkce *det\_akni\_1dof.m* využívající rovnice (1.40), (1.42), (1.43), (1.44).

### 1.1.3 Návrh spojitého řízení s regulátorem 2DOF-A

2DOF – A konfigurace je zobrazena na obrázku (Obr. 3)



Obr. 3 Regulační obvod s regulátorem 2DOF-A

Na obrázku (Obr. 3) je znázorněna struktura obvodu s přímovazebním a zpětnovazebním regulátorem [12].

Plyne z něj rovnice

$$\mathbf{U} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{W} - \mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U} \quad (1.46)$$

Takže po úpravách dostáváme rovnici

$$(\mathbf{I} + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})\mathbf{U} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{W} \quad (1.47)$$

Úpravami tohoto vztahu dostáváme

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}_1(\mathbf{P}\mathbf{A}_1 + \mathbf{Q}\mathbf{B}_1)^{-1}\mathbf{R}\mathbf{W} \quad (1.48)$$

a dále potom ze schématu (Obr. 3) plyne

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^1\mathbf{B}\mathbf{U} = \mathbf{B}_1(\mathbf{P}\mathbf{A}_1 + \mathbf{Q}\mathbf{B}_1)^{-1}\mathbf{R}\mathbf{W} \quad (1.49)$$

Uzavřená smyčka je tedy stabilní pouze když

$$\mathbf{P}\mathbf{A}_1 + \mathbf{Q}\mathbf{B}_1 = \mathbf{M} \quad (1.50)$$

kde  $\mathbf{M}$  je zvolená stabilní polynomiální matice,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s^3 + m_1s^2 + m_2s + m_3 & 0 \\ 0 & s^3 + m_4s^2 + m_5s + m_6 \end{bmatrix} \quad (1.51)$$

Z blokového schématu (Obr. 3) vyplývá rovnice pro regulační odchylku (tato rovnice platí pouze v případě, že diagonální elementy matice  $\mathbf{M}$  jsou si rovny).

$$\mathbf{E} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{M} - \mathbf{B}_1\mathbf{R})^{-1}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{h} \quad (1.52)$$

Požadavek na asymptotické sledování referenčního signálu je splněn tehdy, jestliže existuje taková polynomiální matice  $\mathbf{T}$ , aby byla splněna následující diofantická rovnice.

$$\mathbf{M} - \mathbf{B}_1\mathbf{R} = \mathbf{T}\mathbf{F} \quad (1.53)$$

Polynomiální matice  $\mathbf{T}$  a  $\mathbf{R}$  jsou řešením další diofantické rovnice

$$\mathbf{T}\mathbf{F} + \mathbf{B}_1\mathbf{R} = \mathbf{M} \quad (1.54)$$

Matice  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$  a  $\mathbf{R}$  jsou matice regulátoru.

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} s + p_1 & p_2 \\ p_3 & s + p_4 \end{bmatrix} \quad (1.55)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 s + q_2 & q_3 s + q_4 \\ q_5 s + q_6 & q_7 s + q_8 \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} s + r_1 & s + r_2 \\ s + r_3 & s + r_4 \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} s^2 + t_1 s + t_2 & t_3 s + t_4 \\ t_5 s + t_6 & s^2 + t_7 s + t_8 \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

Soustava algebraických rovnic, jejímž řešením jsou neznámé parametry regulátoru, plyne z řešení diofantických rovnic (1.50) a (1.54) metodou neurčitých koeficientů. Tyto algebraické rovnice můžeme v maticovém tvaru specifikovat následujícím způsobem:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & b_1 & 0 & b_5 & 0 \\ a_1 & a_5 & b_2 & b_1 & b_6 & b_5 \\ a_2 & a_6 & 0 & b_2 & 0 & b_6 \\ 0 & 1 & b_3 & 0 & b_7 & 0 \\ a_3 & a_7 & b_4 & b_3 & b_8 & b_7 \\ a_4 & a_8 & 0 & b_4 & 0 & b_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - a_1 \\ m_2 - a_2 \\ m_3 \\ -a_3 \\ -a_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.59)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & b_1 & 0 & b_5 & 0 \\ a_1 & a_5 & b_2 & b_1 & b_6 & b_5 \\ a_2 & a_6 & 0 & b_2 & 0 & b_6 \\ 0 & 1 & b_3 & 0 & b_7 & 0 \\ a_3 & a_7 & b_4 & b_3 & b_8 & b_7 \\ a_4 & a_8 & 0 & b_4 & 0 & b_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_5 \\ -a_6 \\ 0 \\ m_4 - a_7 \\ m_5 - a_8 \\ m_6 \end{bmatrix} \quad (1.60)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b_1 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & b_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_5 & b_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_6 & b_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_5 \\ t_6 \\ r_1 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - b_1 - b_3 \\ m_2 - b_2 - b_4 \\ m_3 \\ -b_5 - b_7 \\ -b_6 - b_8 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.61)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b_1 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & b_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_5 & b_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_6 & b_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_3 \\ t_4 \\ t_7 \\ t_8 \\ r_2 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 - b_3 \\ -b_2 - b_4 \\ 0 \\ m_4 - b_5 - b_7 \\ m_5 - b_6 - b_8 \\ m_6 \end{bmatrix} \quad (1.62)$$

Diferenciální rovnice regulátoru s touto strukturou získáme ve tvaru

$$u'_1 + p_1 u_1 = w'_1 + r_1 w_1 + w'_2 + r_2 w_2 - q_1 y'_1 - q_2 y_1 - q_3 y'_2 - q_4 y_2 - p_2 u_2 \quad (1.63)$$

$$u'_2 + p_4 u_2 = w'_1 + r_3 w_1 + w'_2 + r_4 w_2 - q_5 y'_1 - q_6 y_1 - q_7 y'_2 - q_8 y_2 - p_3 u_1 \quad (1.64)$$

Z rovnic nyní sestavíme stavové rovnice. Pro zjednodušení uvedu převod pouze první rovnice (1.63), kterou můžeme rozepsat následovně:

$$\begin{aligned} u'_{1A} + p_1 u_{1A} &= w'_1 + r_1 w_1 \\ u'_{1B} + p_1 u_{1B} &= w'_2 + r_2 w_2 \\ u'_{1C} + p_1 u_{1C} &= -q_1 y'_1 - q_2 y_1 \\ u'_{1D} + p_1 u_{1D} &= -q_3 y'_2 - q_4 y_2 \\ u'_{1E} + p_1 u_{1E} &= -p_2 u_2 \end{aligned} \quad (1.65)$$

Z rovnic (1.65) plyne

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{s + r_1}{s + p_1} = \frac{U_{1A}}{W_1} = \frac{U_{1A}}{Z} \frac{Z}{W_1} \\ G(s) &= \frac{s + r_2}{s + p_1} = \frac{U_{1B}}{W_2} = \frac{U_{1B}}{Z} \frac{Z}{W_2} \\ G(s) &= \frac{-q_1 s - q_2}{s + p_1} = \frac{U_{1C}}{Y_1} = \frac{U_{1C}}{Z} \frac{Z}{Y_1} \\ G(s) &= \frac{-q_3 s - q_4}{s + p_1} = \frac{U_{1D}}{Y_2} = \frac{U_{1D}}{Z} \frac{Z}{Y_2} \\ G(s) &= \frac{-p_2}{s + p_1} = \frac{U_{1E}}{U_2} = \frac{U_{1E}}{Z} \frac{Z}{U_2} \end{aligned} \quad (1.66)$$

které můžeme dále rozepsat na rovnice

$$\begin{aligned}
z' + r_1 z &= u_{1A} \\
z' + r_2 z &= u_{1B} \\
-q_1 z' - q_2 z &= u_{1C} \\
-q_3 z' - q_4 z &= u_{1D} \\
-p_2 z &= u_{1E}
\end{aligned} \tag{1.67}$$

a

$$\begin{aligned}
z' + p_1 z &= w_1 \\
z' + p_1 z &= w_2 \\
z' + p_1 z &= y_1 \\
z' + p_1 z &= y_2 \\
z' + p_1 z &= u_2
\end{aligned} \tag{1.68}$$

Derivované stavové proměnné z rovnic (1.68), které využívá S-funkce pro výpočet akčního zásahu jsou pak tyto

$$\begin{aligned}
x'_1 &= w_1 - p_1 x_1 \\
x'_2 &= w_2 - p_1 x_2 \\
x'_3 &= y_1 - p_1 x_3 \\
x'_4 &= y_2 - p_1 x_4 \\
x'_5 &= u_2 - p_1 x_5
\end{aligned} \tag{1.69}$$

Výstupní signál  $u_1$  z regulátoru je součet

$$u_1 = u_{1A} + u_{1B} + u_{1C} + u_{1D} + u_{1E} \tag{1.70}$$

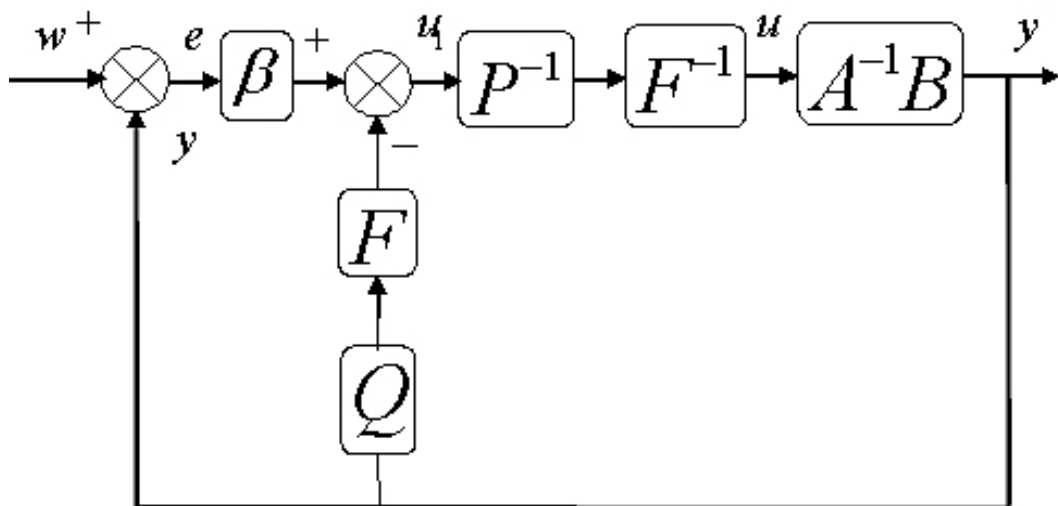
kde

$$\begin{aligned}
u_{1A} &= w_1 - p_1 x_1 + r_1 x_1 \\
u_{1B} &= w_2 - p_1 x_2 + r_2 x_2 \\
u_{1C} &= -q_1 (y_1 - p_1 x_3) - q_2 x_3 \\
u_{1D} &= -q_3 (y_2 - p_1 x_4) - q_4 x_4 \\
u_{1E} &= -p_2 x_5
\end{aligned} \tag{1.71}$$

Výstupní signál  $u_2$  z regulátoru získáme stejným postupem z rovnice (1.64).

#### 1.1.4 Návrh spojitého řízení s regulátorem 2DOF-B

2DOF – B konfigurace [12] je zobrazena na obrázku (Obr. 4).



Obr. 4 Regulační obvod s regulátorem 2DOF-B

Tato struktura obsahuje dvě zpětné vazby (Obr. 4) Ze schématu plyne maticová rovnice pro výstup ze soustavy:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{U}_1 \quad (1.72)$$

Kde

$$\mathbf{U}_1 = \beta(\mathbf{W} - \mathbf{Y}) - \mathbf{Q}\mathbf{F}\mathbf{Y} \quad (1.73)$$

Pro výstup z regulátoru platí vztah:

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{U}_1 \quad (1.74)$$

Po dosazení za  $\mathbf{U}_1$  a  $\mathbf{Y}$ :

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{P}^{-1}[\beta(\mathbf{W} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U}) - \mathbf{Q}\mathbf{F}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U}] \quad (1.75)$$

Rovnice (1.74) může být s využitím pravého maticového zlomku řízeného systému upravena do tvaru:

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}_1[\mathbf{P}\mathbf{F}\mathbf{A} + (\beta + \mathbf{F}\mathbf{Q})\mathbf{B}_1]\beta\mathbf{W} \quad (1.76)$$

Regulační obvod je stabilní, jestliže je splněna diofantická rovnice:

$$PFA_1 + (\beta + FQ)B_1 = M \quad (1.77)$$

Matice  $M$  je definována

$$M = \begin{bmatrix} s^4 + m_1s^3 + m_2s^2 + m_3s + m_4 & 0 \\ 0 & s^4 + m_5s^3 + m_6s^2 + m_7s + m_8 \end{bmatrix} \quad (1.78)$$

Struktura matic regulátoru byla zvolena podle stejných pravidel jako v předchozích případech následovně:

$$P = \begin{bmatrix} s + p_1 & p_2 \\ p_3 & s + p_4 \end{bmatrix} \quad (1.79)$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_1s + q_2 & q_3s + q_4 \\ q_5s + q_6 & q_7s + q_8 \end{bmatrix} \quad (1.80)$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \beta_3 & \beta_4 \end{bmatrix} \quad (1.81)$$

Hodnoty parametrů regulátoru jsou výsledkem řešení diofantické rovnice (1.77). Užití metody neurčitých koeficientů definuje soustavu algebraických rovnic, kterou můžeme opět zapsat v maticovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & a_5 & a_6 & 0 & 1 & a_7 & a_8 & 0 \\ b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 & 0 \\ b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & 0 & 0 \\ 0 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - a_1 \\ m_2 - a_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ -a_3 \\ -a_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.82)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & a_5 & a_6 & 0 & 1 & a_7 & a_8 & 0 \\ b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 & 0 \\ b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & 0 & 0 \\ 0 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & b_7 & b_8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ p_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_5 \\ -a_6 \\ 0 \\ 0 \\ m_5 - a_7 \\ m_6 - a_8 \\ m_7 \\ m_8 \end{bmatrix} \quad (1.83)$$

Diferenciální rovnice regulátoru s touto strukturou získáme ve tvaru

$$u_1'' + p_1 u_1' = \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2 - q_1 y_1'' - q_2 y_1' - q_3 y_2'' - q_4 y_2' - p_2 u_2' \quad (1.84)$$

$$u_2'' + p_4 u_2' = \beta_3 e_1 + \beta_4 e_2 - q_5 y_1'' - q_6 y_1' - q_7 y_2'' - q_8 y_2' - p_3 u_1' \quad (1.85)$$

Z rovnic nyní sestavíme stavové rovnice. Pro zjednodušení uvedu převod pouze první rovnice (1.84), kterou můžeme rozepsat následovně:

$$\begin{aligned} u_{1A}'' + p_1 u_{1A}' &= e_1 \beta_1 \\ u_{1B}'' + p_1 u_{1B}' &= e_2 \beta_2 \\ u_{1C}'' + p_1 u_{1C}' &= -q_1 y_1'' - q_2 y_1' \\ u_{1D}'' + p_1 u_{1D}' &= -q_3 y_2'' - q_4 y_2' \\ u_{1E}'' + p_1 u_{1E}' &= -p_2 u_2' \end{aligned} \quad (1.86)$$

Z rovnic (1.86) plyne

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\beta_1}{s^2 + p_1 s} = \frac{U_{1A}}{E_1} = \frac{U_{1A}}{Z} \frac{Z}{E_1} \\ G(s) &= \frac{\beta_2}{s^2 + p_1 s} = \frac{U_{1B}}{E_2} = \frac{U_{1B}}{Z} \frac{Z}{E_2} \\ G(s) &= \frac{-q_1 s^2 - q_2 s}{s^2 + p_1 s} = \frac{U_{1C}}{Y_1} = \frac{U_{1C}}{Z} \frac{Z}{Y_1} \\ G(s) &= \frac{-q_3 s^2 - q_4 s}{s^2 + p_1 s} = \frac{U_{1D}}{Y_2} = \frac{U_{1D}}{Z} \frac{Z}{Y_2} \\ G(s) &= \frac{-p_2 s}{s^2 + p_1 s} = \frac{U_{1E}}{U_2} = \frac{U_{1E}}{Z} \frac{Z}{U_2} \end{aligned} \quad (1.87)$$

které můžeme dále rozepsat na rovnice



$$\begin{aligned}
\beta_1 z &= u_{1A} \\
\beta_2 z &= u_{1B} \\
-q_1 z'' - q_2 z' &= u_{1C} \\
-q_3 z'' - q_4 z' &= u_{1D} \\
-p_2 z' &= u_{1E}
\end{aligned} \tag{1.88}$$

a

$$\begin{aligned}
z'' + p_1 z' &= e_1 \\
z'' + p_1 z' &= e_2 \\
z'' + p_1 z' &= y_1 \\
z'' + p_1 z' &= y_2 \\
z'' + p_1 z' &= u_2
\end{aligned} \tag{1.89}$$

Derivované stavové proměnné z rovnic (1.89), které využívá S-funkce pro výpočet akčního zásahu jsou pak tyto

$$\begin{aligned}
x'_1 &= x_2 \\
x'_2 &= e_1 - p_1 x_2 \\
x'_3 &= x_4 \\
x'_4 &= e_2 - p_1 x_4 \\
x'_5 &= x_6 \\
x'_6 &= y_1 - p_1 x_6 \\
x'_7 &= x_8 \\
x'_8 &= y_2 - p_1 x_8 \\
x'_9 &= x_{10} \\
x'_{10} &= u_2 - p_1 x_{10}
\end{aligned} \tag{1.90}$$

Výstupní signál  $u_1$  z regulátoru je součet

$$u_1 = u_{1A} + u_{1B} + u_{1C} + u_{1D} + u_{1E} \tag{1.91}$$

kde

$$\begin{aligned}
u_{1A} &= \beta_1 x_1 \\
u_{1B} &= \beta_2 x_3 \\
u_{1C} &= -q_1 (y_1 - p_1 x_6) - q_2 x_6 \\
u_{1D} &= -q_3 (y_2 - p_1 x_8) - q_4 x_8 \\
u_{1E} &= -p_2 x_{10}
\end{aligned} \tag{1.92}$$

Výstupní signál  $u_2$  z regulátoru získáme stejným postupem z rovnice (1.85).

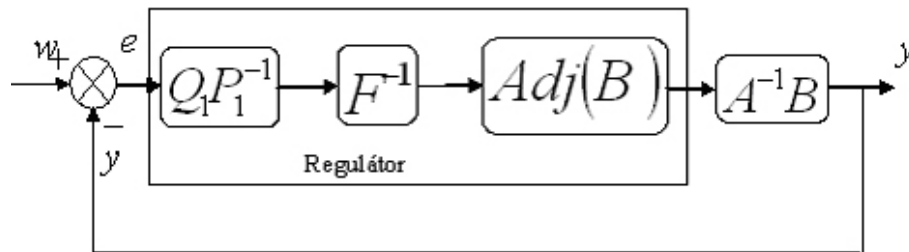
### 1.1.5 Návrh spojitého řízení s kompenzátorem K1

V následujících kapitolách jsou popsány regulátory obsahující kompenzátory [3], [6], [7] pro zajištění autonomnosti (každá řídicí veličina ovlivňuje pouze jednu veličinu regulovanou). Kompenzátor musí být navržena tak, aby výsledná matice, která vznikne součinem kompenzátoru a řízeného systému byla diagonální.

$$\mathbf{H} = \mathbf{K}\mathbf{G} \quad (1.93)$$

Dva kompenzátory uvedené v této práci byly označeny jako K1 a K2.

Konfigurace obvodu s kompenzátorem K1 je na obrázku (Obr. 5).



Obr. 5 Regulační obvod s kompenzátorem K1

Kompenzátor K1 je adjungovaná matice  $\mathbf{B}$ . Model byl zjednodušen předpokladem, že matice  $\mathbf{A}$  je diagonální.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} s^2 + a_1s + a_2 & 0 \\ 0 & s^2 + a_3s + a_4 \end{bmatrix} \quad (1.94)$$

Determinanty matice  $\mathbf{B}$  jsou v tomto případě diagonálními prvky. Jestliže matice  $\mathbf{A}$  je předpokládána jako nediagonální, její inverze musí být zařazena před systém, aby výsledná matice  $\mathbf{H}$  byla diagonální, jinak by došlo ke zvýšení řádu regulátoru a ke zvýšení složitosti uzavřeného regulačního obvodu.

Maticová rovnice pro výstup systému má tvar

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}_1(\mathbf{A}\mathbf{F}\mathbf{P}_1 + \mathbf{H}_I\mathbf{Q}_1)\mathbf{H}_I\mathbf{Q}_1\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{W} \quad (1.95)$$

kde

$$\mathbf{H}_1 = \text{adj}(\mathbf{B}) = \begin{bmatrix} \det(\mathbf{B}) & 0 \\ 0 & \det(\mathbf{B}) \end{bmatrix} \quad (1.96)$$

Pro zajištění stability uzavřeného regulačního obvodu musí být splněna následující diofantická rovnice

$$\mathbf{AFP}_1 + \mathbf{H}_1\mathbf{Q}_1 = \mathbf{M} \quad (1.97)$$

Polynomiální matice regulátoru jsou zvoleny následovně

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} s^2 + p_1s + p_2 & 0 \\ 0 & s^2 + p_3s + p_4 \end{bmatrix} \quad (1.98)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} q_1s^2 + q_2s + q_3 & 0 \\ 0 & q_4s^2 + q_5s + q_6 \end{bmatrix} \quad (1.99)$$

a matice  $\mathbf{M}$  je definována jako

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s^5 + m_1s^4 + m_2s^3 + m_3s^2 + m_4s + m_5 & 0 \\ 0 & s^5 + m_6s^4 + m_7s^3 + m_8s^2 + m_9s + m_{10} \end{bmatrix} \quad (1.100)$$

Z řešení diofantické rovnice vyplývá šestnáct algebraických rovnic, ve kterých vystupují jako neznámé parametry regulátoru.

Pro zjednodušení byl vypočítán determinant  $\det(\mathbf{B})$ :

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{B}) &= \\ &= (b_1b_7 - b_3b_5)s^2 + (b_1b_8 + b_2b_7 - b_4b_5 - b_3b_6)s + (b_2b_8 - b_4b_6) = \\ &= db_3s^2 + db_2s + db_1 \end{aligned} \quad (1.101)$$

$$\begin{aligned} p_1 + db_3q_1 &= m_1 - a_1 \\ p_2 + a_1p_1 + db_3q_2 + db_2q_1 &= m_2 - a_2 \\ a_1p_2 + a_2p_1 + db_3q_3 + db_2q_2 + db_1q_1 &= m_3 \\ a_2p_2 + db_2q_3 + db_1q_2 &= m_4 \\ db_1q_3 &= m_5 \end{aligned} \quad (1.102)$$

$$\begin{aligned} p_3 + db_3q_4 &= m_6 - a_3 \\ p_4 + a_3p_3 + db_3q_5 + db_2q_4 &= m_7 - a_4 \\ a_3p_4 + a_4p_3 + db_3q_6 + db_2q_5 + db_1q_4 &= m_8 \\ a_4p_4 + db_2q_6 + db_1q_5 &= m_9 \\ db_1q_6 &= m_{10} \end{aligned} \quad (1.103)$$

Maticově je možno tyto algebraické rovnice vyjádřit jako:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & db_3 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & db_2 & db_3 & 0 \\ a_2 & a_1 & db_1 & db_2 & db_3 \\ 0 & a_2 & 0 & db_1 & db_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & db_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - a_1 \\ m_2 - a_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ m_5 \end{bmatrix} \quad (1.104)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & db_3 & 0 & 0 \\ a_3 & 1 & db_2 & db_3 & 0 \\ a_4 & a_3 & db_1 & db_2 & db_3 \\ 0 & a_4 & 0 & db_1 & db_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & db_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ p_4 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_6 - a_3 \\ m_7 - a_4 \\ m_8 \\ m_9 \\ m_{10} \end{bmatrix} \quad (1.105)$$

Diferenciální rovnice regulátoru s touto strukturou získáme ve tvaru

$$\begin{aligned} & u_1^{(5)} + u_1^{(4)}(p_3 + p_1) + u_1'''(p_4 + p_1 p_3 + p_2) + u_1''(p_1 p_4 + p_2 p_3) + u_1' p_2 p_4 = \\ & = e_1^{(5)} b_7 q_1 + e_1^{(4)}(b_7 q_2 + b_8 q_1 + p_3 b_7 q_1) + e_1'''(b_7 q_3 + b_8 q_2 + p_4 b_7 q_1 + p_3 b_7 q_2 + p_3 b_8 q_1) + \\ & + e_1''(b_8 q_3 + p_3 b_7 q_3 + p_3 b_8 q_2 + p_4 b_7 q_2 + p_4 b_8 q_1) + e_1'(p_4 b_7 q_3 + p_4 b_8 q_2 + p_3 b_8 q_3) + e_1 p_4 b_8 q_3 - \\ & - e_2^{(5)} b_3 q_4 - e_2^{(4)}(b_3 q_5 + b_4 q_4 + p_1 b_3 q_4) - e_2'''(b_3 q_6 + b_4 q_5 + p_1 b_3 q_5 + p_1 b_4 q_4 + p_3 b_3 q_4) - \\ & - e_2''(b_4 q_6 + p_1 b_3 q_6 + p_1 b_4 q_5 + p_2 b_3 q_5 + p_2 b_4 q_4) - e_2'(p_1 b_4 q_6 + p_2 b_3 q_6 + p_2 b_4 q_5) - e_2 p_2 b_4 q_6 \end{aligned} \quad (1.106)$$

$$\begin{aligned} & u_2^{(5)} + u_2^{(4)}(p_3 + p_1) + u_2'''(p_4 + p_1 p_3 + p_2) + u_2''(p_1 p_4 + p_2 p_3) + u_2' p_2 p_4 = \\ & = -e_1^{(5)} b_5 q_1 - e_1^{(4)}(b_5 q_2 + b_6 q_1 + p_3 b_5 q_1) - e_1'''(b_5 q_3 + b_6 q_2 + p_4 b_5 q_1 + p_3 b_5 q_2 + p_3 b_6 q_1) - \\ & - e_1''(b_6 q_3 + p_4 b_6 q_1 + p_3 b_5 q_3 + p_4 b_5 q_2 + p_3 b_6 q_2) - e_1'(p_3 b_6 q_3 + p_4 b_5 q_3 + p_4 b_6 q_2) - e_1 p_4 b_6 q_3 + \\ & + e_2^{(5)} b_2 q_4 + e_2^{(4)}(b_2 q_5 + b_2 q_4 + p_1 b_2 q_4) + e_2'''(b_2 q_6 + b_2 q_5 + p_2 b_2 q_4 + p_1 b_2 q_5 + p_1 b_2 q_4) + \\ & + e_2''(b_2 q_6 + p_2 b_2 q_5 + p_2 b_2 q_4 + p_1 b_2 q_6 + p_1 b_2 q_5) - e_2'(p_2 b_2 q_6 + p_2 b_2 q_5 + p_1 b_2 q_6) + e_2 p_2 b_2 q_6 \end{aligned} \quad (1.107)$$

Z rovnic nyní sestavíme stavové rovnice. Pro zjednodušení uvedu převod pouze první rovnice (1.106), kterou můžeme rozepsat následovně:

$$\begin{aligned} & u_{1A}^{(5)} + u_{1A}^{(4)}(p_3 + p_1) + u_{1A}'''(p_4 + p_1 p_3 + p_2) + u_{1A}''(p_1 p_4 + p_2 p_3) + u_{1A}' p_2 p_4 = \\ & = e_1^{(5)} b_7 q_1 + e_1^{(4)}(b_7 q_2 + b_8 q_1 + p_3 b_7 q_1) + e_1'''(b_7 q_3 + b_8 q_2 + p_4 b_7 q_1 + p_3 b_7 q_2 + p_3 b_8 q_1) + \\ & + e_1''(b_8 q_3 + p_3 b_7 q_3 + p_3 b_8 q_2 + p_4 b_7 q_2 + p_4 b_8 q_1) + e_1'(p_4 b_7 q_3 + p_4 b_8 q_2 + p_3 b_8 q_3) + e_1 p_4 b_8 q_3 \end{aligned} \quad (1.108)$$

$$\begin{aligned} & u_{1B}^{(5)} + u_{1B}^{(4)}(p_3 + p_1) + u_{1B}'''(p_4 + p_1 p_3 + p_2) + u_{1B}''(p_1 p_4 + p_2 p_3) + u_{1B}' p_2 p_4 = \\ & = -e_2^{(5)} b_3 q_4 - e_2^{(4)}(b_3 q_5 + b_4 q_4 + p_1 b_3 q_4) - e_2'''(b_3 q_6 + b_4 q_5 + p_1 b_3 q_5 + p_1 b_4 q_4 + p_3 b_3 q_4) - \\ & - e_2''(b_4 q_6 + p_1 b_3 q_6 + p_1 b_4 q_5 + p_2 b_3 q_5 + p_2 b_4 q_4) - e_2'(p_1 b_4 q_6 + p_2 b_3 q_6 + p_2 b_4 q_5) - e_2 p_2 b_4 q_6 \end{aligned} \quad (1.109)$$

Z rovnice (1.108) plyne

$$\begin{aligned} & b_7 q_1 z^{(5)} + (b_7 q_2 + b_8 q_1 + p_3 b_7 q_1) z^{(4)} + (b_7 q_3 + b_8 q_2 + p_4 b_7 q_1 + p_3 b_7 q_2 + p_3 b_8 q_1) z''' + \\ & + (b_8 q_3 + p_3 b_7 q_3 + p_3 b_8 q_2 + p_4 b_7 q_2 + p_4 b_8 q_1) z'' + (p_4 b_7 q_3 + p_4 b_8 q_2 + p_3 b_8 q_3) z' + \\ & + p_4 b_8 q_3 z = u_{1,4} \end{aligned} \quad (1.110)$$

$$z^{(5)} + (p_3 + p_1) z^{(4)} + (p_4 + p_1 p_3 + p_2) z''' + (p_1 p_4 + p_2 p_3) z'' + p_2 p_4 z' = e_1 \quad (1.111)$$

Derivace stavových proměnných rovnice (1.111) jsou

$$\begin{aligned} x_1' &= x_2 \\ x_2' &= x_3 \\ x_3' &= x_4 \\ x_4' &= x_5 \\ x_5' &= e_1 - (p_3 + p_1) x_5 + (p_4 + p_1 p_3 + p_2) x_4 + (p_1 p_4 + p_2 p_3) x_3 + p_2 p_4 x_2 \end{aligned} \quad (1.112)$$

Derivace stavových proměnných rovnice (1.110) jsou

$$\begin{aligned} x_1' &= x_2 \\ x_2' &= x_3 \\ x_3' &= x_4 \\ x_4' &= x_5 \\ x_5' &= \frac{1}{b_7 q_1} u_{1,4} - \frac{(b_7 q_2 + b_8 q_1 + p_3 b_7 q_1)}{b_7 q_1} x_5 - \frac{(b_7 q_3 + b_8 q_2 + p_4 b_7 q_1 + p_3 b_7 q_2 + p_3 b_8 q_1)}{b_7 q_1} x_4 - \\ & - \frac{(b_8 q_3 + p_3 b_7 q_3 + p_3 b_8 q_2 + p_4 b_7 q_2 + p_4 b_8 q_1)}{b_7 q_1} x_3 - \frac{(p_4 b_7 q_3 + p_4 b_8 q_2 + p_3 b_8 q_3)}{b_7 q_1} x_2 - \\ & - \frac{p_4 b_8 q_3}{b_7 q_1} x_1 \end{aligned} \quad (1.113)$$

Obdobným způsobem rozložíme také rovnici (1.109). Její derivované stavové proměnné jsou:

$$\begin{aligned} x_6' &= x_7 \\ x_7' &= x_8 \\ x_8' &= x_9 \\ x_9' &= x_{10} \\ x_{10}' &= e_2 - (p_3 + p_1) x_5 + (p_4 + p_1 p_3 + p_2) x_4 + (p_1 p_4 + p_2 p_3) x_3 + p_2 p_4 x_2 \end{aligned} \quad (1.114)$$

$$\begin{aligned}
 x'_6 &= x_7 \\
 x'_7 &= x_8 \\
 x'_8 &= x_9 \\
 x'_9 &= x_{10} \\
 x'_{10} &= \frac{1}{b_3 q_4} u_{1B} - \frac{(b_3 q_5 + b_4 q_4 + p_1 b_3 q_4)}{b_3 q_4} x_{10} - \frac{(b_3 q_6 + b_4 q_5 + p_1 b_3 q_5 + p_1 b_4 q_4 + p_3 b_3 q_4)}{b_3 q_4} x_9 - \\
 &\quad - \frac{(b_4 q_6 + p_1 b_3 q_6 + p_1 b_4 q_5 + p_2 b_3 q_5 + p_2 b_4 q_4)}{b_3 q_4} x_8 - \frac{(p_1 b_4 q_6 + p_2 b_3 q_6 + p_2 b_4 q_5)}{b_3 q_4} x_7 - \\
 &\quad - \frac{p_2 b_4 q_6}{b_3 q_4} x_6
 \end{aligned} \tag{1.115}$$

Tyto derivované stavové proměnné jsou opět využity v S-funkci pro výpočet akčního zásahu. Součet

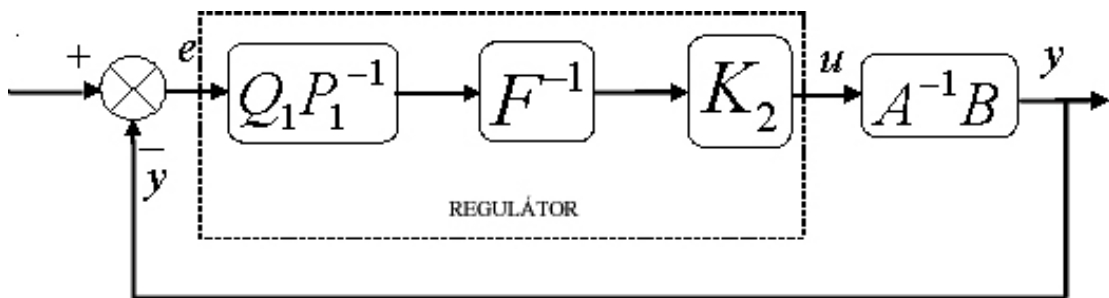
$$u_{1A} + u_{1B} = u_1 \tag{1.116}$$

je výstupní signál  $u_1$  z regulátoru .

Výstupní signál  $u_2$  z regulátoru získáme stejným postupem z rovnice (1.107).

### 1.1.6 Návrh spojitého řízení s kompenzátorem K2

Blokové schéma uzavřeného regulačního obvodu s kompenzátorem K2 je zobrazeno na obrázku (Obr. 6)



Obr. 6 Regulační obvod s kompenzátorem K2

Kompenzátor K2 je definován následujícím vztahem

$$\mathbf{K}_2 = \frac{1}{\det(\mathbf{B})} \begin{bmatrix} B_{22} & -B_{12} \\ -B_{21} & B_{11} \end{bmatrix} \tag{1.117}$$

Součin matice  $\mathbf{B}$  a kompenzátoru je diagonální matice. V případě volby matice  $\mathbf{A}$  jako diagonální platí předpoklad uvedený v předchozí kapitole. Výsledná přenosová matice  $\mathbf{H}_2$  je definována rovnicí (1.118)

$$\mathbf{H}_2 = \mathbf{BK}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.118)$$

Rovnice výstupu řízeného systému nabývá po úpravách maticovými operacemi tvaru

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}_1(\mathbf{AFP}_1 + \mathbf{H}_2\mathbf{Q}_1)^{-1} \mathbf{H}_2\mathbf{Q}_1\mathbf{PW} \quad (1.119)$$

Podmínky BIBO stability jsou definovány následující diofantickou rovnicí

$$\mathbf{AFP}_1 + \mathbf{H}_2\mathbf{Q}_1 = \mathbf{M} \quad (1.120)$$

Matice  $\mathbf{M}$  v tomto případě nabývá tvaru

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s^4 + m_1s^3 + m_2s^2 + m_3s + m_4 & 0 \\ 0 & s^4 + m_5s^3 + m_6s^2 + m_7s + m_8 \end{bmatrix} \quad (1.121)$$

Struktura matice regulátoru byla zvolena podle stejných pravidel uvedených v předchozích kapitolách

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} s + p_1 & 0 \\ 0 & s + p_2 \end{bmatrix} \quad (1.122)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} q_1s^2 + q_2s + q_3 & 0 \\ 0 & q_4s^2 + q_5s + q_6 \end{bmatrix} \quad (1.123)$$

Řešení diofantické rovnice opět vede na soustavu algebraických rovnic, které můžeme maticově zapsat jako

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 - a_1 \\ m_2 - a_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} \quad (1.124)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & 1 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_5 - a_3 \\ m_6 - a_4 \\ m_7 \\ m_8 \end{bmatrix} \quad (1.125)$$

Diferenciální rovnice regulátoru s touto strukturou získáme ve tvaru

$$\begin{aligned} & u_1^{(5)} + u_1^{(4)}K_1 + u_1'''K_2 + u_1''K_3 + u_1'K_4 = \\ & = e_1^{(4)}R_1 + e_1'''R_2 + e_1''R_3 + e_1'R_4 + e_1R_5 - e_2^{(4)}R_6 - e_2'''R_7 - e_2''R_8 - e_2'R_9 - e_2R_{10} \end{aligned} \quad (1.126)$$

$$\begin{aligned} & u_2^{(5)} + u_2^{(4)}K_1 + u_2'''K_2 + u_2''K_3 + u_2'K_4 = \\ & = -e_1^{(4)}R_{11} - e_1'''R_{12} - e_1''R_{13} - e_1'R_{14} - e_1R_{15} + e_2^{(4)}R_{16} + e_2'''R_{17} + e_2''R_{18} + e_2'R_{19} + e_2R_{20} \end{aligned} \quad (1.127)$$

kde

$$\begin{aligned} K1 &= (b_1b_7p_2 - b_3b_5p_2 + b_1b_7p_1 - b_3b_5p_1 + b_1b_8 + b_2b_7 - b_4b_5 - b_3b_6)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ K2 &= (b_1b_7p_1p_2 - b_3b_5p_1p_2 + b_1b_8p_2 - b_2b_7p_2 - b_4b_5p_2 - b_3b_6p_2 + b_1b_8p_1 + \\ & \quad + b_2b_7p_1 - b_4b_5p_1 - b_3b_6p_1 + b_2b_8 - b_4b_6)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ K3 &= (b_1b_8p_1p_2 + b_2b_7p_1p_2 - b_4b_5p_1p_2 - b_3b_6p_1p_2 + b_2b_8p_2 - \\ & \quad - b_4b_6p_2 + b_2b_8p_1 - b_4b_6p_1)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ K4 &= (b_2b_8p_1p_2 - b_4b_6p_1p_2)/(b_1b_7 - b_3b_5) \end{aligned} \quad (1.128)$$

$$\begin{aligned} R1 &= (b_7q_1)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R2 &= (b_7q_2 + b_8q_1 + b_7q_1p_2)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R3 &= (b_7q_3 + b_8q_2 + b_7q_2p_2 + b_8q_1p_2)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R4 &= (b_8q_3 + b_7q_3p_2 + b_8q_2p_2)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R5 &= (b_8q_3p_2)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R6 &= (b_3q_4)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R7 &= (b_3q_5 + b_4q_4 + b_3q_4p_1)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R8 &= (b_3q_6 + b_4q_5 + b_3q_5p_1 + b_4q_4p_1)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R9 &= (b_4q_6 + b_3q_6p_1 + b_4q_5p_1)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R10 &= (b_4q_6p_1)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R11 &= (b_5q_1)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R12 &= (b_5q_2 + b_6q_1 + b_5q_1p_2)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R13 &= (b_5q_3 + b_6q_2 + b_5q_2p_2 + b_6q_1p_2)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R14 &= (b_6q_3 + b_5q_3p_2 + b_6q_2p_2)/(b_1b_7 - b_3b_5) \\ R15 &= (b_6q_3p_2)/(b_1b_7 - b_3b_5) \end{aligned} \quad (1.129)$$



$$R16 = (b_1 q_4) / (b_1 b_7 - b_3 b_5)$$

$$R17 = (b_1 q_5 + b_2 q_4 + b_1 q_4 p_1) / (b_1 b_7 - b_3 b_5)$$

$$R18 = (b_1 q_6 + b_2 q_5 + b_1 q_5 p_1 + b_2 q_4 p_1) / (b_1 b_7 - b_3 b_5)$$

$$R19 = (b_2 q_6 + b_1 q_6 p_1 + b_2 q_5 p_1) / (b_1 b_7 - b_3 b_5)$$

$$R20 = (b_2 q_6 p_1) / (b_1 b_7 - b_3 b_5)$$

Z rovnic nyní sestavíme stavové rovnice. Pro zjednodušení uvedu převod pouze první rovnice (1.126), kterou můžeme rozepsat následovně:

$$u_{1A}^{(5)} + u_{1A}^{(4)} K_{1A} + u_{1A}''' K_2 + u_{1A}'' K_3 + u_{1A}' K_4 = e_1^{(4)} R_1 + e_1''' R_2 + e_1'' R_3 + e_1' R_4 + e_1 R_5 \quad (1.130)$$

$$u_{1B}^{(5)} + u_{1B}^{(4)} K_{1B} + u_{1B}''' K_2 + u_{1B}'' K_3 + u_{1B}' K_4 = -e_2^{(4)} R_6 - e_2''' R_7 - e_2'' R_8 - e_2' R_9 - e_2 R_{10} \quad (1.131)$$

Z rovnice (1.130) plyne

$$R_1 z^{(4)} + R_2 z''' + R_3 z'' + R_4 z' + R_5 z = u_{1A} \quad (1.132)$$

$$z^{(5)} + K_1 z^{(4)} + K_2 z''' + K_3 z'' + K_4 z' = e_1 \quad (1.133)$$

Derivace stavových proměnných rovnice (1.133) jsou

$$\begin{aligned} x_1' &= x_2 \\ x_2' &= x_3 \\ x_3' &= x_4 \\ x_4' &= x_5 \\ x_5' &= e_1 - K_1 x_5 + K_2 x_4 + K_3 x_3 + K_4 x_2 \end{aligned} \quad (1.134)$$

Derivace stavových proměnných rovnice (1.132) jsou

$$\begin{aligned} x_1' &= x_2 \\ x_2' &= x_3 \\ x_3' &= x_4 \\ x_4' &= \frac{1}{R_1} u_{1A} - \frac{R_2}{R_1} x_4 - \frac{R_3}{R_1} x_3 - \frac{R_4}{R_1} x_2 - \frac{R_5}{R_1} x_1 \end{aligned} \quad (1.135)$$

Obdobným způsobem rozložíme také rovnici (1.131). Její derivované stavové proměnné jsou:

$$\begin{aligned}
 x'_6 &= x_7 \\
 x'_7 &= x_8 \\
 x'_8 &= x_9 \\
 x'_9 &= x_{10} \\
 x'_{10} &= e_2 - K_1 x_{10} + K_2 x_9 + K_3 x_8 + K_4 x_7
 \end{aligned} \tag{1.136}$$

$$\begin{aligned}
 x'_5 &= x_6 \\
 x'_6 &= x_7 \\
 x'_7 &= x_8 \\
 x'_8 &= \frac{1}{R_1} u_{1B} - \frac{R_2}{R_1} x_8 - \frac{R_3}{R_1} x_7 - \frac{R_4}{R_1} x_6 - \frac{R_4}{R_1} x_5
 \end{aligned} \tag{1.137}$$

Tyto derivované stavové proměnné jsou opět využity v S-funkci pro výpočet akčního zásahu. Součet

$$u_{1A} + u_{1B} = u_1 \tag{1.138}$$

je výstupní signál  $u_1$  z regulátoru .

Výstupní signál  $u_2$  z regulátoru získáme stejným postupem z rovnice (1.127).

## 1.2 Identifikace procesu

Výše uvedené regulátory byly realizovány nejen s pevně nastavenými parametry, ale také jako samočinně se nastavující s průběžnou identifikací parametrů modelu procesu. Použití samočinně se nastavujících regulátorů je metodou vhodnou pro řízení například systémů s proměnnými parametry nebo systémů nelineárních popsaných lineárním modelem. Parametry těchto regulátorů se během identifikace mění v závislosti na parametrech identifikovaného modelu. V každém kroku se rekurzivně aktualizují odhady parametrů soustavy. Následující kapitola bude věnována popisu použité metody průběžné identifikace. V adaptivním řízení [13] je úloha identifikace právě tak důležitá jako role syntézy regulátoru.

## 1.3 Popis metody nejmenších čtverců

Metoda nejmenší čtverců [11] patří mezi metody regresní analýzy, které jsou vhodné pro vyšetřování statických i dynamických vztahů mezi veličinami ve vyšetřovaném

objektu, a byl na ní založen i algoritmus uvedený v této práci. Uvažujme jednorozměrový stochastický proces popsany modelem ARX, kde pro vektor parametrů a vektor dat předpokládáme  $na = nb = n$ .

$$A(z^{-1})y = B(z^{-1})u + n_s \quad (1.139)$$

kde  $n_s$  je neměřitelná náhodná složka. Regresní model ARX se často zapisuje v kompaktní vektorové formě

$$y(k) = \Theta^T(k)\phi(k-1) + n_s(k) \quad (1.140)$$

Vektor parametrů

$$\Theta^T(k) = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n] \quad (1.141)$$

Vektor dat

$$\phi^T(k-1) = [-y(k-1), -y(k-2), \dots, -y(k-n), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-n)] \quad (1.142)$$

Potom generování výstupní veličiny  $y(k)$  v jednotlivých časových okamžicích můžeme vyjádřit maticovou rovnicí

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\Theta + \mathbf{e} \quad (1.143)$$

kde matice  $\mathbf{F}$  o rozměru  $(N-n; 2n)$  a vektory  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{e}$  o rozměru  $(N-n)$  mají tvar

$$\mathbf{y}^T = [y(n+1), y(n+2), \dots, y(N)] \quad (1.144)$$

$$\mathbf{e}^T = [e_s(n+1), e_s(n+2), \dots, e_s(N)] \quad (1.145)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -y(n) & -y(n-1) & \dots & -y(1) & u(n) & u(n-1) & \dots & u(1) \\ -y(n+1) & -y(n) & \dots & -y(2) & u(n+1) & u(n) & \dots & u(2) \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \dots & -y(N-n) & u(N-1) & u(N-2) & \dots & u(N-n) \end{bmatrix} \quad (1.146)$$

$N$  je počet souborů naměřených vstupních a výstupních dat.

Z rovnice (1.143) určíme chybu

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{F}\Theta \quad (1.147)$$

a zavedeme kritérium

$$\mathbf{J} = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\Theta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\Theta}) \quad (1.148)$$

jehož minimum získáme, když derivaci (1.148) podle vektoru parametrů  $\boldsymbol{\Theta}$  položíme rovnu 0, tj.

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \boldsymbol{\Theta}} \Big|_{\boldsymbol{\Theta}=\hat{\boldsymbol{\Theta}}} = 0 \quad (1.149)$$

Řešením rovnice (1.149) získáme základní maticový tvar pro odhad parametrů modelu metodou nejmenších čtverců ve tvaru

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{y} \quad (1.150)$$

Vztah (1.150) slouží pro jednorázový výpočet odhadů parametrů modelu procesu použitím  $N$  souborů naměřených dat.

#### 1.4 Průběžná identifikace metodou nejmenších čtverců

Pro použití samočinně se nastavujícího regulátoru není možné použít pro výpočet odhadů parametrů modelu procesu klasickou verzi ARX modelu, ale musíme použít jeho rekursivní verzi. Při této modifikaci se používají nově naměřené hodnoty pouze pro opravu (korekci) původních odhadů, čímž klesá výpočetní složitost identifikačních algoritmů. Rekursivní algoritmy umožňují sledovat změny vlastností (parametrů) procesu a proto jsou základem samočinně se nastavujících regulátorů.

Nechť lineární jednorozměrový stochastický model je popsán modelem ARX. O neměřitelné náhodné složce  $n_s(k)$  předpokládáme, že je posloupností vzájemně nekorelované náhodné veličiny a rovněž nekorelované se vstupem a výstupem procesu. Dále předpokládáme, že náhodná veličina má nulovou střední hodnotu a konstantní kovarianci (rozptyl). Výhodou rekursivní metody nejmenších čtverců je ta skutečnost, že potřebuje nejmenší objem apriorních informací o náhodné složce  $n_s(k)$ .

Naším úkolem je průběžně odhadovat neznámé parametry  $\boldsymbol{\Theta}$  modelu na základě vstupů a výstupů k časovému okamžiku  $k$ ,  $\{y(i), u(i), i = k, k - 1, k - 2, \dots, k_0\}$  ( $k_0$  je

počáteční čas identifikace). Hledáme takový vektor  $\hat{\theta}$  o rozměru  $nz = 2n$ , který minimalizuje kritérium

$$J_k(\theta) = \sum_{i=k_0}^k e_s^2(i) \quad (1.151)$$

kde

$$e_s(i) = y(i) - \theta^T \phi(i) = \begin{bmatrix} 1 & -\theta^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(i) \\ \phi(i) \end{bmatrix} \quad (1.152)$$

Jestliže požadujeme, aby algoritmus byl schopen sledovat pomalé změny parametrů identifikovaného procesu, můžeme toho dosáhnout technikou exponenciálního zapomínání [10]. Potom minimalizujeme modifikované kritérium

$$J_k(\theta) = \sum_{i=k_0}^k \varphi^{2(k-i)} e_s^2(i) \quad (1.153)$$

kde  $0 < \varphi^2 \leq 1$  je faktor exponenciálního zapomínání.

Vektor odhadu parametrů se aktualizuje podle rekurzivního vztahu

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k-1)}{1 + \xi(k-1)} \hat{e}(k-1) \quad (1.154)$$

kde

$$\xi(k) = \boldsymbol{\varphi}^T(k-1)\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k-1) \quad (1.155)$$

je pomocný skalár a

$$\hat{e}(k) = y(k) - \hat{\theta}^T(k)\boldsymbol{\varphi}(k-1) \quad (1.156)$$

je chyba predikce. Jestliže  $\xi(k) > 0$ , potom čtvercová kovarianční matice o rozměru  $nz$  je aktualizována podle vztahu

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) - \frac{\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k-1)\boldsymbol{\varphi}^T(k-1)\mathbf{C}(k-1)}{\varepsilon^{-1}(k) + \xi(k-1)} \quad (1.157)$$

kde

$$\varepsilon(k) = \varphi(k) - \frac{1 - \varphi(k)}{\xi(k-1)} \quad (1.158)$$

Jestliže  $\xi(k-1) = 0$ , potom

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) \quad (1.159)$$

Hodnota adaptivního směrového zapomínání  $\varphi(k)$  je potom počítána v každé periodě vzorkování podle vztahu

$$\varphi(k) = \left\{ 1 + (1 + \rho) [\ln(1 + \xi(k-1))] + \left[ \frac{(\nu(k-1) + 1)\eta(k-1)}{1 + \xi(k-1) + \eta(k-1)} - 1 \right] \frac{\xi(k-1)}{1 + \xi(k-1)} \right\}^{-1} \quad (1.160)$$

kde

$$\eta(k) = \frac{\hat{e}^2(k)}{\lambda(k)}; \quad \nu(k) = \varphi(k) [(\nu(k-1) + 1)] \quad (1.161)$$

$$\lambda(k) = \varphi(k) \left[ \lambda(k-1) + \frac{\hat{e}^2(k-1)}{1 + \xi(k-1)} \right] \quad (1.162)$$

jsou pomocné proměnné.

## 1.5 Identifikace parametrů diferenciální rovnice spojitého modelu

Identifikace parametrů spojitého modelu, kde derivace jsou získávány s využitím filtrace spojitých veličin je uvedena v [4]. Uvažujme lineární spojitý ARX model systému ve tvaru diferenciální rovnice:

$$A(\sigma)y(t) = B(\sigma)u(t) + n(t) \quad (1.163)$$

kde  $u(t)$  je spojitý vstup,  $y(t)$  spojitý výstup,  $n(t)$  náhodná spojitá veličina,  $\sigma$  je operátor derivování a  $a, b$  jsou polynomy v proměnné  $\sigma$ . Po Laplaceově transformaci obdržíme

$$A(s)Y(s) = B(s)U(s) + N(s) + O_1(s) \quad (1.164)$$

kde  $A, B$  jsou polynomy v komplexní proměnné  $s$ ,  $O_1(s)$  je obraz počátečních podmínek. Pro obraz výstupní veličiny a spojitý přenos lineárního systému platí

$$Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)}U(s) + \frac{N(s)}{A(s)} + \frac{O_1(s)}{A(s)} \quad (1.165)$$

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (1.166)$$

V Laplaceově přenosu systému  $G(s)$  musí být splněna podmínka ryzosti  $\deg B \leq \deg A$  a dále  $\deg O_1 < \deg A$ .

Pro získání aproximací spojitých veličin je nutno zavést filtry pomocí diferenciálních rovnic

$$C(\sigma)U_f(t) = U(t); \quad C(\sigma)Y_f(t) = Y(t) \quad (1.167)$$

kde  $c(\sigma)$  je polynom v operátoru derivování,  $u_f$  je filtrovaný vstup a  $y_f$  je filtrovaný výstup.

Laplaceovou transformací nyní dostaneme:

$$C(s)U_f(s) = U(s) + O_2(s); \quad C(s)Y_f(s) = Y(s) + O_3(s); \quad (1.168)$$

kde  $O_2(s)$  je polynom počátečních podmínek pro filtrovaný vstup a  $O_3(s)$  je polynom počátečních podmínek pro filtrovaný výstup.

Pro polynom  $C(s)$  musí platit:

Polynom  $C(s)$  musí být stabilní

Stupeň polynomu  $C$  musí být větší nebo roven stupni polynomu  $A$  ( $\deg C(s) \geq \deg A(s)$ )

Z praktického hlediska volíme  $\deg C(s) \equiv \deg A(s)$  (sledování musí být co nejrychlejší – dynamika sledování referenčního signálu je tím rychlejší, čím je stupeň polynomu menší).

Časové konstanty filtrů musí být menší než časové konstanty daného objektu (zhruba 4x až 5x.) V případě neznalosti časových konstant identifikovaného objektu je volíme dostatečně malé.

Dosazením filtrovaných veličin do vztahu (1.164) obdržíme rovnici

$$A[CY_f(s) - O_3] = B[CU_f - O_2] + N(s) + O_1 \quad (1.169)$$

kterou můžeme postupně upravit

$$ACY_f(s) = BCU_f(s) + O_1 - BO_2 + AO_3 + N(s) \quad (1.170)$$

$$AY_f(s) = BU_f(s) + \frac{O_1 - BO_2 + AO_3 + N(s)}{C} \quad (1.171)$$

po zavedení substituce

$$O = \frac{O_1 - BO_2 + AO_3}{C} \quad (1.172)$$

$$Y_f(s) = \frac{B}{A} U_f(s) + \frac{O}{A} + \frac{1}{A} N(s) \Rightarrow G_f(s) = \frac{B}{A} = G(s) \quad (1.173)$$

To znamená, že přenos systému je při použití filtrovaných veličin stejný, jako u nefiltrovaných veličin. Pouze počáteční podmínky jsou pro filtrované a nefiltrované veličiny různé.

Převedením do časové oblasti obdržíme

$$A(\sigma)Y_f(t) = B(\sigma)U_f(t) + \varepsilon(t) \quad (1.174)$$

Tento vztah představuje základní rovnici, jejíž identifikací určíme parametry  $a_i$ ,  $b_j$ . Proměnná  $\varepsilon(t)$  zohledňuje rozdíl mezi filtrovanými a nefiltrovanými veličinami.

Vztah (1.174) upravíme na tvar

$$\sum_{i=0}^n a_i y_f^{(i)} = \sum_{j=0}^m b_j u_f^{(j)} + \varepsilon(t); \quad n = \deg a, \quad m = \deg b \quad (1.175)$$

Filtrované hodnoty  $u_f, y_f$  budeme odebírat v diskretních krocích  $t_k$

V diskretních časových okamžicích  $t_k$ , pro  $k = 0, 1, \dots$  a tedy  $t_k = k \cdot T_s$ , to je následovně:

$$\sum_{i=0}^n a_i y_f^{(i)}(t_k) = \sum_{j=0}^m b_j u_f^{(j)}(t_k) + \varepsilon(t_k), \quad t_k = k \cdot T_s; \quad k = 0, 1, \dots \quad (1.176)$$

kde  $T_s$  je perioda vzorkování.

Vztah (1.176) je ještě třeba upravit na tvar vhodný pro identifikaci rekurzivní metodou nejmenších čtverců. Jsou možné dva způsoby úpravy:

Polynom  $A$  je normovaný v nejvyšší mocnině  $s$ ,  $a_n = 1$

$$y_f^{(n)}(t_k) = -\sum_{i=0}^{n-1} a_i y_f^{(i)}(t_k) + \sum_{j=0}^m b_j u_f^{(j)}(t_k) + \varepsilon(t_k) \quad (1.177)$$



Polynom  $A$  je normovaný na prostý člen  $a_0 = 1$

$$y_f(t_k) = -\sum_{i=1}^n a_i y_f^{(i)}(t_k) + \sum_{j=0}^m b_j u_f^{(j)}(t_k) + \varepsilon(t_k) \quad (1.178)$$

Modifikace průběžné identifikace pro uvažovaný spojitý model

Spojitá verze průběžné identifikace metodou nejmenších čtverců se liší od diskrétní v tom, že se odhadují koeficienty lineární diferenciální rovnice a dále pak v plnění vektoru dat. Do vektoru dat se přidá jednička a odhaduje se její koeficient  $d$ . Tento koeficient vyrovnává rozdíly v počátečních podmínkách filtrovaných a nefiltrovaných veličin. Jako základní rovnice, jejíž parametry identifikací získáváme byl zvolen vztah (1.177). Regresní model tak získáváme úpravou rovnic (1.10) na tvar (1.177). Takže regresní vektor pro uvažovanou dvourozměrovou spojitou soustavu má tvar

$$\phi^T(t_k) = [-y'_{1f}, -y_{1f}, -y'_{2f}, -y_{2f}, -u'_{1f}, -u_{1f}, -u'_{2f}, -u_{2f}, 1] \quad (1.179)$$

a vektory parametrů jsou

$$\Theta_1^T(t_k) = [a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4, d_1] \quad (1.180)$$

$$\Theta_2^T(t_k) = [a_5, a_6, a_7, a_8, b_5, b_6, b_7, b_8, d_2] \quad (1.181)$$

Filtry všech proměnných byly v tomto případě voleny s ohledem na řád systému 2.řádu

$$\begin{aligned} y''_{1f}(t) + c_1 y'_{1f}(t) + c_0 y_{1f}(t) &= y_1(t) \\ y''_{2f}(t) + c_1 y'_{2f}(t) + c_0 y_{2f}(t) &= y_2(t) \\ u''_{1f}(t) + c_1 u'_{1f}(t) + c_0 u_{1f}(t) &= u_1(t) \\ u''_{2f}(t) + c_1 u'_{2f}(t) + c_0 u_{2f}(t) &= u_2(t) \end{aligned} \quad (1.182)$$

Pro start algoritmu se osvědčilo vhodné zvolit následující počáteční podmínky: Prvky hlavní diagonály kovarianční matice  $C_{ii}(0) = 10^3$ , počáteční hodnota faktoru směrového zapomínání  $\varphi(0) = 1$ ,  $\lambda(0) = 0.001$ ,  $\nu(0) = 10^{-6}$ ,  $\rho = 0.99$ . Volba počátečních odhadů vektoru parametrů  $\hat{\Theta}(0)$  byla provedena bez apriorní informace.

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 2 KNIHOVENY SPOJITÝCH REGULÁTORŮ

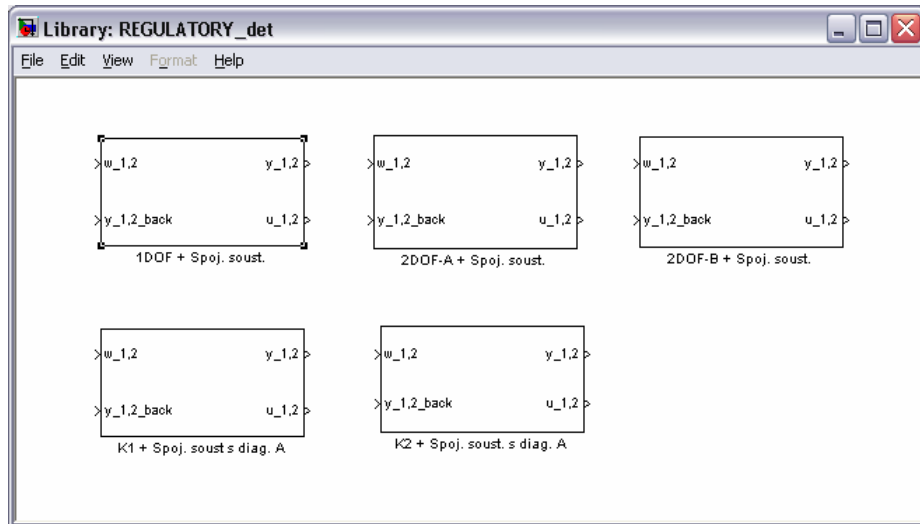
Hlavním cílem práce bylo realizovat v programovém systému Matlab/Simulink [2] výše popsané regulátory pomocí S–funkcí tak, aby všechny jejich parametry bylo možno zadávat pomocí masky subsystému a jednotlivé regulátory potom začlenit do knihoven. Takto vytvořené regulátory je potom možno začlenit do existujícího simulinkového schématu pouhým zkopírováním. Před spuštěním simulace není nutno spouštět žádný inicializační m – soubor, stačí rovnou spustit simulaci. Regulátory byly realizovány jak s pevně nastavenými parametry, tak jako samočinně se nastavující.

Byly realizovány tyto regulátory:

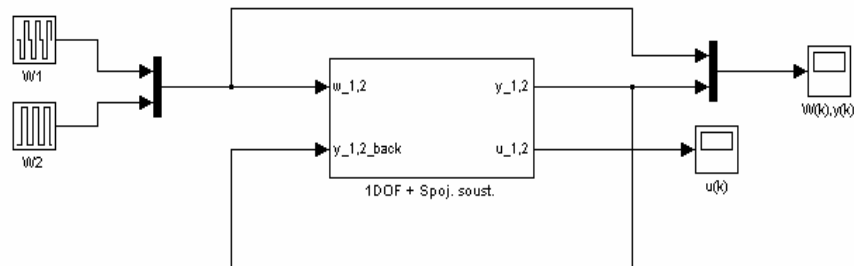
- Zpětnovazební regulátor s jedním stupněm volnosti 1DOF (dále jen 1DOF)
- Přímovazební – zpětnovazební regulátor se dvěma stupni volnosti (dále jen 2DOF-A)
- Zpětnovazební regulátor se dvěma stupni volnosti (dále jen 2DOF-B)
- Regulátor s kompenzátorem K1
- Regulátor s kompenzátorem K2

### 2.1 Popis knihovny s regulátory pro deterministické řízení

Knihovna s regulátory pro spojitě deterministické řízení je na obrázku (Obr. 7). Jedná se o pět bloků (subsystémů) z nichž každý lze vkládat (např. Ctrl-C / Ctrl-V) do základního zpětnovazebního regulačního obvodu (Obr. 8). Spuštění obvodu lze provést v příkazové řádce Matlabu příkazem **OBVOD\_det**. Knihovnu s regulátory pro deterministické řízení lze spustit příkazem **REGULATORY\_det** také v příkazové řádce Matlabu.

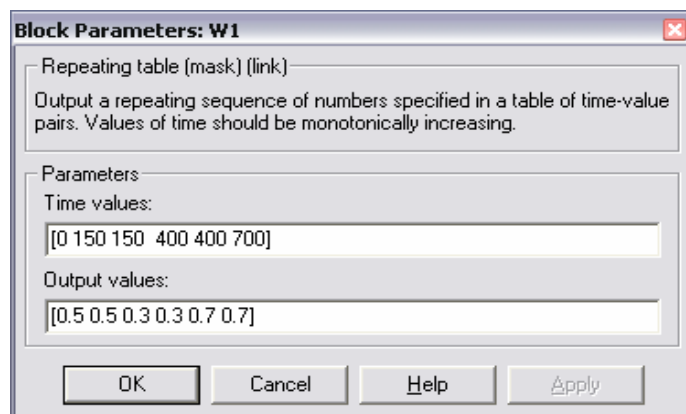


Obr. 7 Knihovna se spojenými regulátory pro deterministické řízení



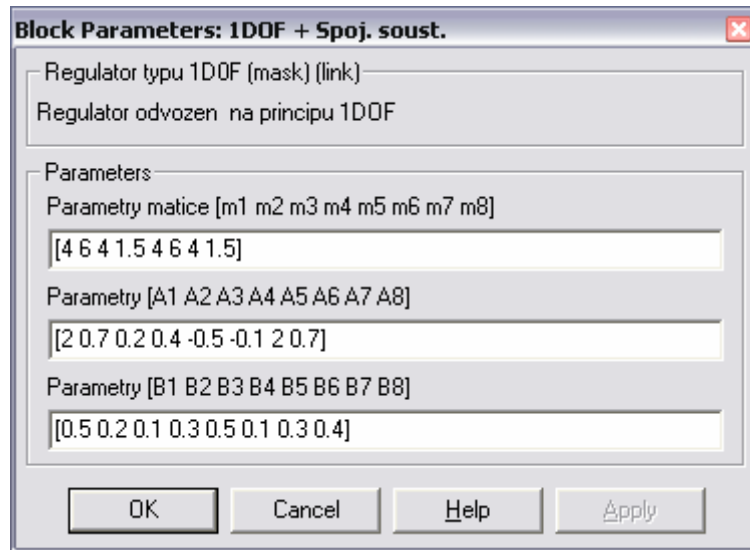
Obr. 8 Zpětnovazební regulační obvod pro deterministické řízení

V obvodu lze nastavit průběh dvou žádaných hodnot  $w_1, w_2$  pomocí dialogového okna (Obr. 9)



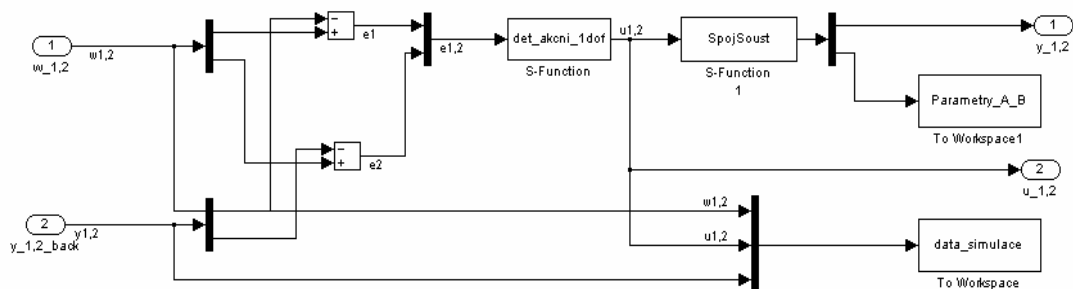
Obr. 9 Nastavení průběhu žádané hodnoty  $w_1$

V obvodu pro deterministické řízení je v bloku regulátoru umístěn i blok spojitě soustavy, z důvodu jednotného zadávání parametrů řízené soustavy  $A, B$  i parametrů modelu  $a, b$  pro výpočet parametrů regulátoru. (předpokládáme, že parametry modelu a řízené soustavy se shodují a parametry  $a, b$  jsou automaticky načteny shodně jako parametry soustavy  $A, B$ ) Parametry se zadají do dialogového okna (Obr. 10). V tomto okně lze také nastavit koeficienty polynomiální matice  $M$ .



Obr. 10 Nastavení parametrů matic  $A, B, M$

Vnitřní struktura bloku je na obrázku (Obr. 11) a lze ji otevřít označením příslušného bloku, dále v menu *Edit/ look under mask*.



Obr. 11 Vnitřní struktura bloku (v tomto případě 1DOF)

Spuštění simulace se provádí v menu *Simulation/ Start*. Průběh simulace i průběh akčních veličin si lze prohlédnout přímo na blocích *Scope* v regulačním obvodu (Obr. 8), nebo spuštěním souboru GRAFY\_det.m.

V tabulce (Tab. 1) je rozepsána funkce jednotlivých bloků v obvodu.

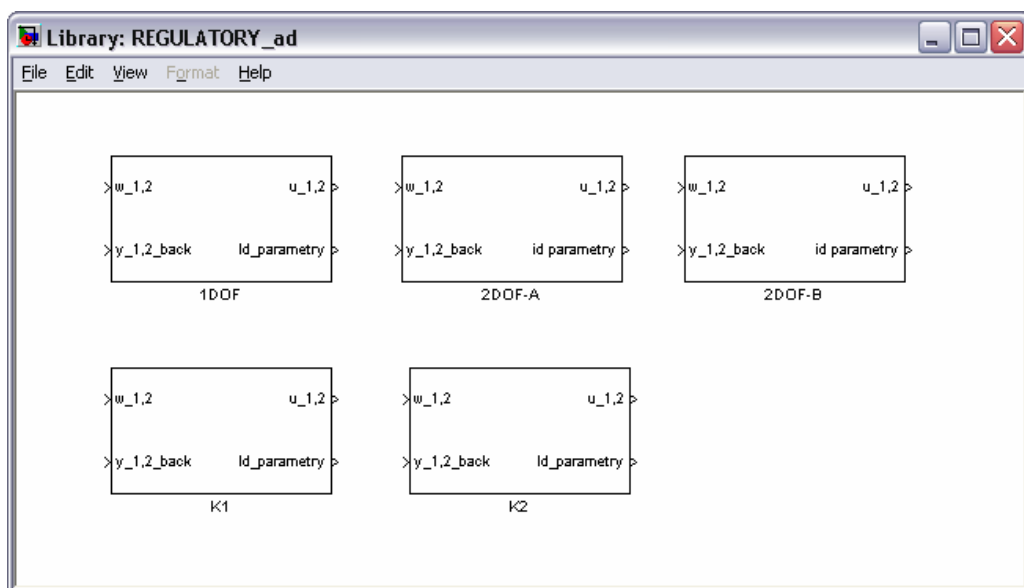
Tab. 1 Funkce jednotlivých bloků v obvodu

Název bloku	Umístění souboru	Funkce souboru
det_akcni_1dof	V bloku 1DOF+Spoj.Soust.	Výpočet parametrů regulátoru $p, q$ Výpočet akčního zásahu $u_1, u_2$
SpojSoust	V bloku 1DOF+Spoj.Soust.	Blok simulující spojitou soustavu
data_simulace	V bloku 1DOF+Spoj.Soust.	Uložení hodnot $w_1, w_2, u_1, u_2, y_1, y_2$
Parametry_A_B	V bloku 1DOF+Spoj.Soust.	Uložení parametrů $A, B$

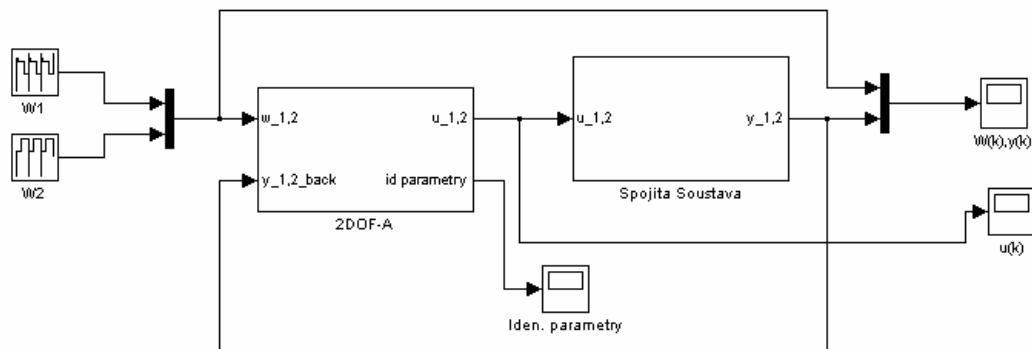
- pro příklad uvádím pouze 1DOF (Obr. 11), u ostatních typů regulátorů je pojmenování a funkce bloků obdobná.

## 2.2 Popis knihovny s regulátory pro adaptivní řízení

Knihovna s regulátory pro spojitě adaptivní řízení je na obrázku (Obr. 12). Je v ní také pět bloků (subsystémů), které můžeme libovolně vkládat do zpětnovazebního obvodu (Obr. 13). Spuštění obvodu lze provést v příkazové řádce Matlabu příkazem **OBVOD\_ad**. Knihovnu s regulátory pro adaptivní řízení lze spustit příkazem **REGULATORY\_ad** opět v příkazové řádce Matlabu.



Obr. 12 Knihovna se spojitými regulátory pro adaptivní řízení



Obr. 13 Zpětnovazební regulační obvod pro adaptivní řízení

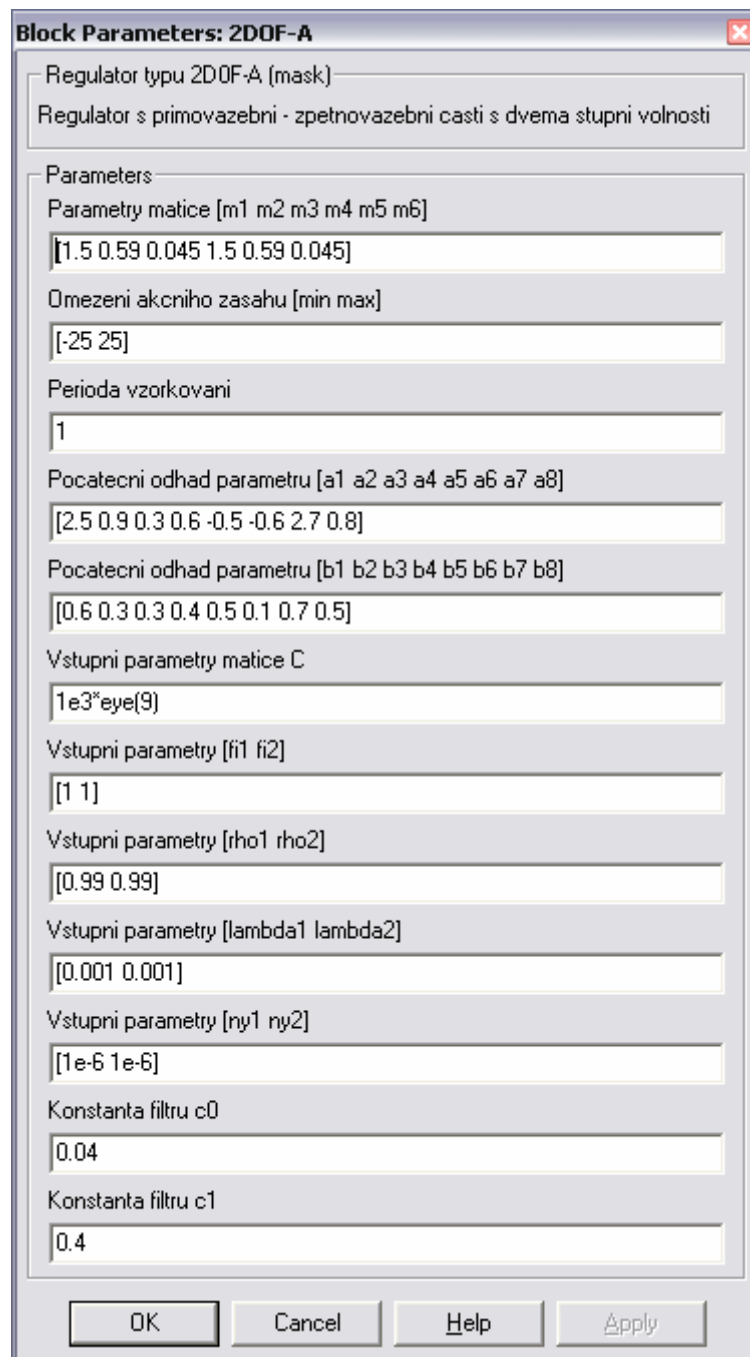
V obvodu lze opět měnit průběh žádaných hodnot  $w_1, w_2$  (Viz. kapitola 4.1).

Při adaptivním řízení lze v bloku regulátoru nastavit proměnné dle tabulky (Tab. 2, Obr. 14).

Tab. 2 Nastavitelné parametry regulátoru u adaptivního řízení

Parametry	Popis
Parametry matice M	$[m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8]$ $[m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8, m_9, m_{10}]$
Saturace [min,max]	Omezení akčního zásahu
Tv	Perioda vzorkování – pro výpočet identifikace
Poč. odhad parametrů a	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ $a_1, a_2, a_3, a_4$
Poč. odhad parametrů b	$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8$
Vstupní parametry kovarianční matice C	Počáteční nastavení kovarianční matice pro algoritmus rekursivní identifikace. Musí být čtvercová a pozitivně definitní.
Vstupní parametry $\varphi$	Vstupní parametr pro algoritmus identifikace volený v intervalu $0 < \varphi \leq 1$
Vstupní parametry rho	Vstupní parametr pro algoritmus identifikace $\rho$
Vstupní parametry lambda	Vstupní parametr pro algoritmus identifikace $\lambda$

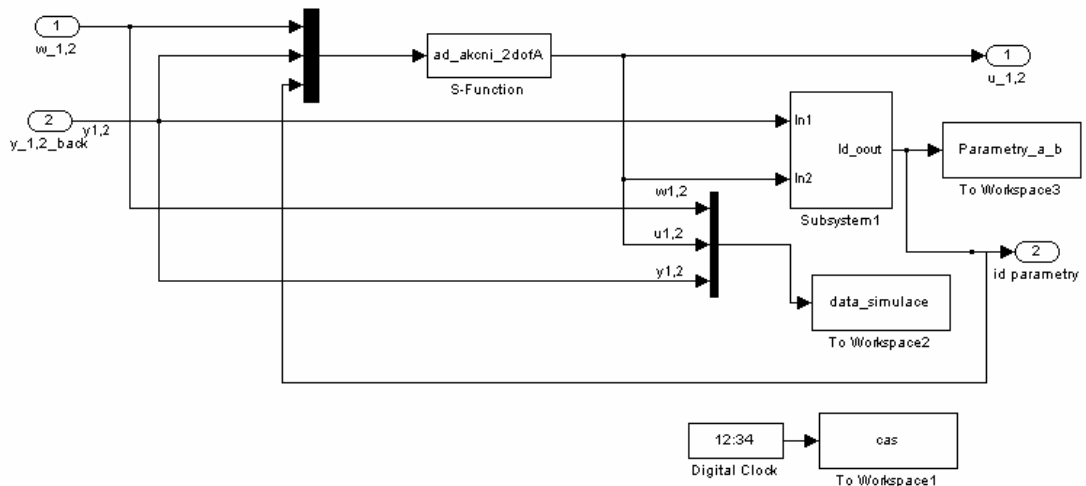
Vstupní parametry $n_y$	Vstupní parametr pro algoritmus identifikace $v$
Konstanta $c_{00}$	Konstanta $c_0$ spojitého filtru pro získání hodnot derivací
Konstanta $c_{01}$	Konstanta $c_1$ spojitého filtru pro získání hodnot derivací



Obr. 14 Nastavení regulátoru (v tomto případě 2DOF-A)

Vnitřní struktura bloku pro adaptivní řízení je na obrázku (Obr. 15).

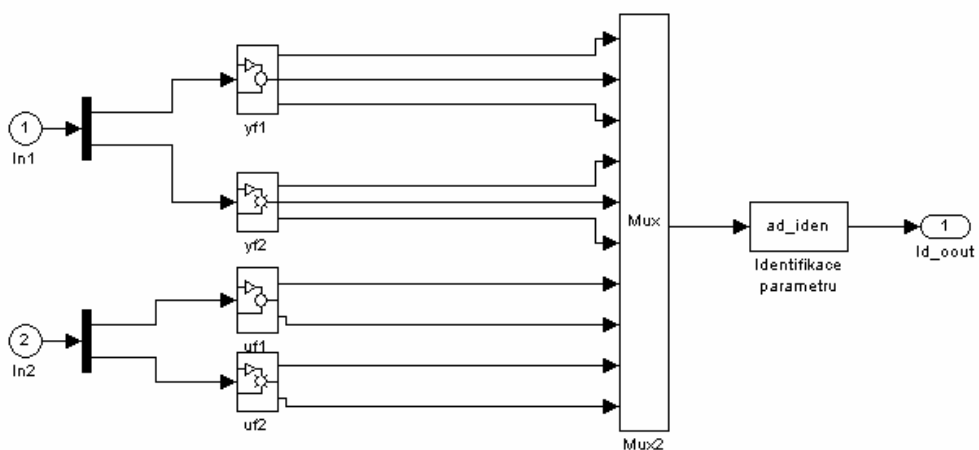




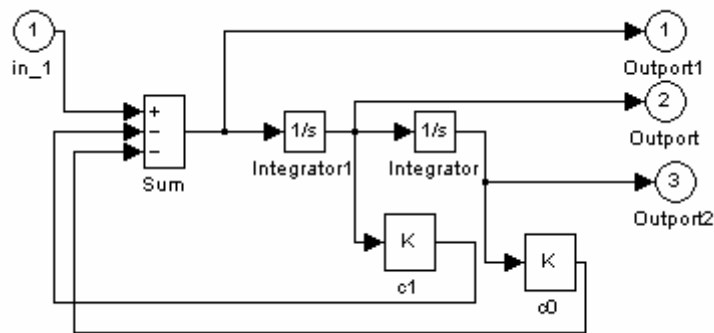
Obr. 15 Vnitřní struktura bloku regulátoru (v tomto případě 2DOF-A)

V bloku *Subsystem1* (Obr. 16) je umístěn blok S-funkce s výpočty identifikace (příloha PIII) a čtyři filtry, které získávají hodnoty derivací akční veličiny  $u_1$ ,  $u_2$  a výstupní veličiny  $y_1$ ,  $y_2$ .

Podrobný pohled na filtr je na obrázku (Obr. 17).



Obr. 16 Část obvodu s filtry a blokem S-funkce pro výpočet identifikace



Obr. 17 Jeden ze čtyř filtrů v obvodu

Po spuštění simulace si můžeme průběhy prohlédnout přímo na blocích *Scope* v regulačním obvodu (Obr. 13), nebo spuštěním souboru:

- GRAFY\_ad\_DOF.m – pro obvody s regulátory 1DOF, 2DOF-A, 2DOF-B
- GRAFY\_ad\_KOMP.m – pro obvody s regulátory konstruované pomocí kompenzátorů

Tab. 3 Funkce jednotlivých bloků v obvodu

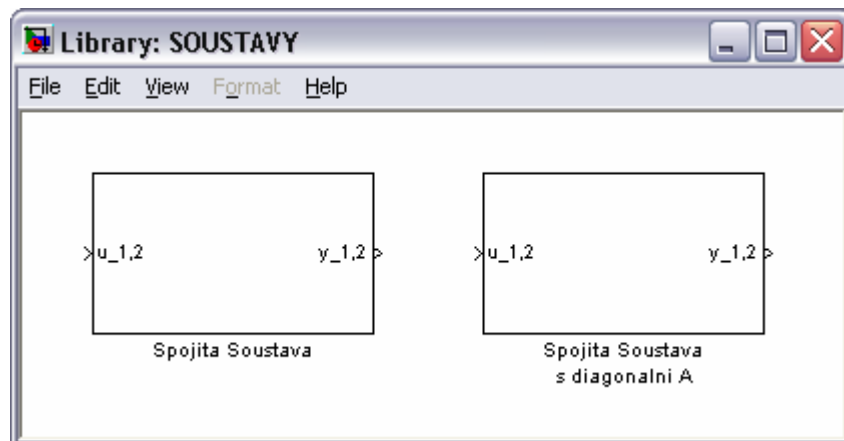
Název bloku	Umístění souboru	Funkce souboru
ad_akcni_2dofA	V bloku regulátoru 2DOF-A	Výpočet parametrů regulátoru $p, q, t, r$ Výpočet akčního zásahu $u_1, u_2$
Subsystem1	V bloku regulátoru 2DOF-A	Jsou zde filtry a S-funkce s identifikací
yf1,yf2 ,uf1, uf2	V bloku Subsystem1	Získání hodnot derivací $u_1, u_2, y_1, y_2$
ad_iden	V bloku Subsystem1	Výpočet identifikovaných parametrů $a, b$
data_simulace	V bloku regulátoru 2DOF-A	Uložení hodnot $w_1, w_2, u_1, u_2, y_1, y_2$
Parametry_a_b	V bloku regulátoru 2DOF-A	Uložení identifikovaných parametrů $a, b$

- pro příklad uvádím pouze 2DOF-A, u ostatních typů regulátorů je pojmenování a funkce bloků obdobná.

### 2.3 Popis knihovny se spojitými soustavami

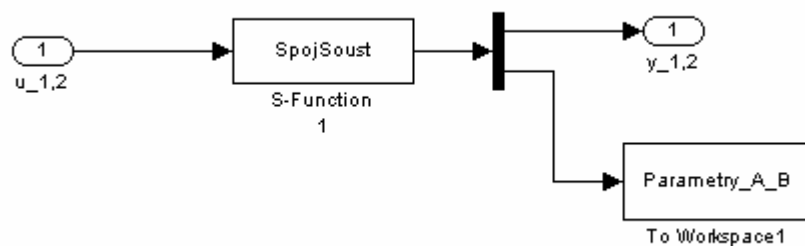
Knihovna je na obrázku (Obr. 18) a jsou v ní dvě soustavy, napsané opět pomocí S-funkce.

- Spojitá soustava
- Spojitá soustava s diagonální maticí  $A$ , která je využívána při řízení s regulátorem využívající kompenzátor.



Obr. 18 Knihovna se spojitými soustavami

Pohled do bloku spojitě soustavy je na obrázku (Obr. 19) a dialogové okno pro zadávání parametrů je na obrázku (Obr. 20)



Obr. 19 Pohled do bloku spojitě soustavy

**Block Parameters: Spojita Soustava**

Spojita soustava (mask)

Tvar matice A

$$\begin{bmatrix} s^2 + A1s + A2 & a3s + A4 \\ A5s + A6 & s^2 + A7s + A8 \end{bmatrix}$$

Tvar matice B

$$\begin{bmatrix} B1s + B2 & B3s + B4 \\ B5s + B6 & B7s + B8 \end{bmatrix}$$

Parameters

Parametry [A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8]

[2 0.7 0.2 0.4 -0.5 -0.1 2 0.7]

Parametry [B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B8]

[0.5 0.2 0.1 0.3 0.5 0.1 0.3 0.4]

OK Cancel Help Apply

Obr. 20 Dialogové okno spojitě soustavy

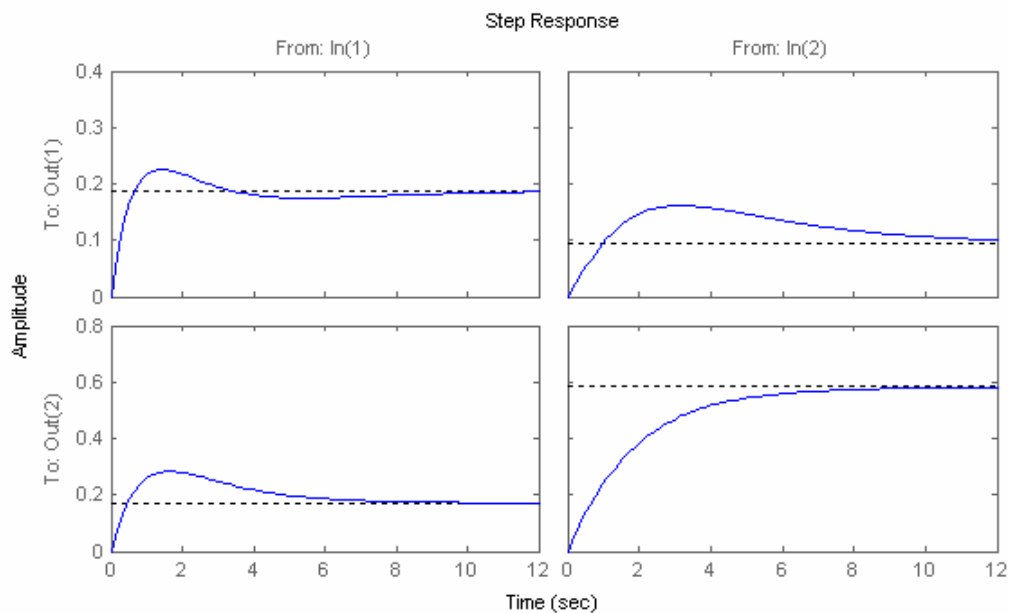
### 3 SIMULAČNÍ OVĚŘOVÁNÍ

Pro simulaci s regulátory 1DOF, 2DOF-A, 2DOF-B jsme zvolili následující simulační model

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} s^2 + 2s + 0,7 & 0,2s + 0,4 \\ -0,5s - 0,1 & s^2 + 2s + 0,7 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{B}(s) = \begin{bmatrix} 0,5s + 0,2 & 0,1s + 0,3 \\ 0,5s + 0,1 & 0,3s + 0,4 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Přechodové charakteristiky tohoto modelu jsou na obrázku (Obr. 21)



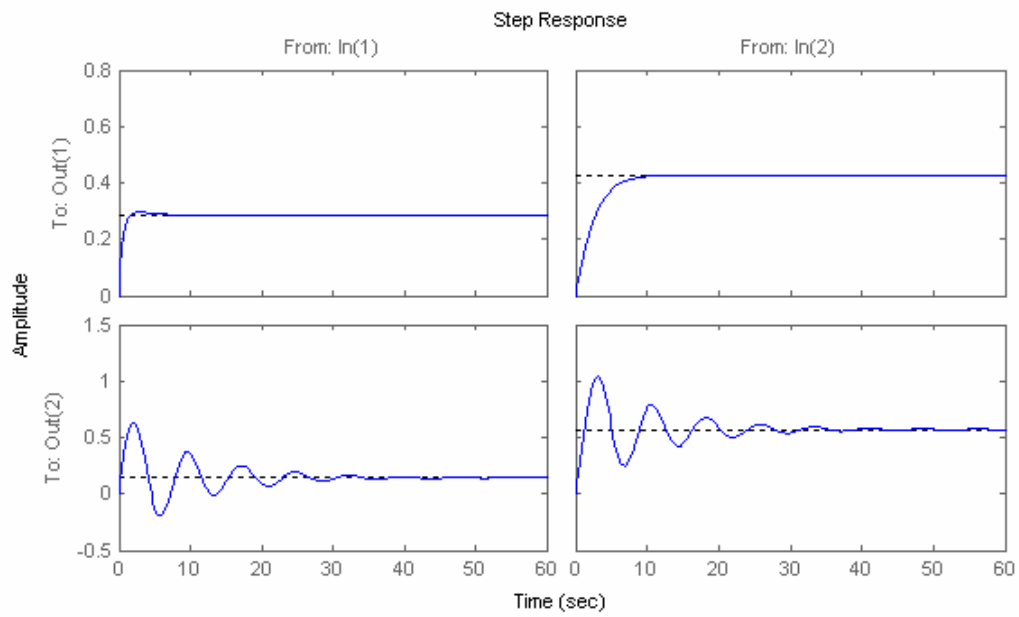
Obr. 21 Přechodové charakteristiky

Pro simulaci s regulátory využívající kompenzátorů K1 a K2 jsme zvolili následující simulační model

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} s^2 + 2s + 0,7 & 0 \\ 0 & s^2 + 0,2s + 0,7 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{B}(s) = \begin{bmatrix} 0,5s + 0,2 & 0,1s + 0,3 \\ 0,5s + 0,1 & 0,3s + 0,4 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

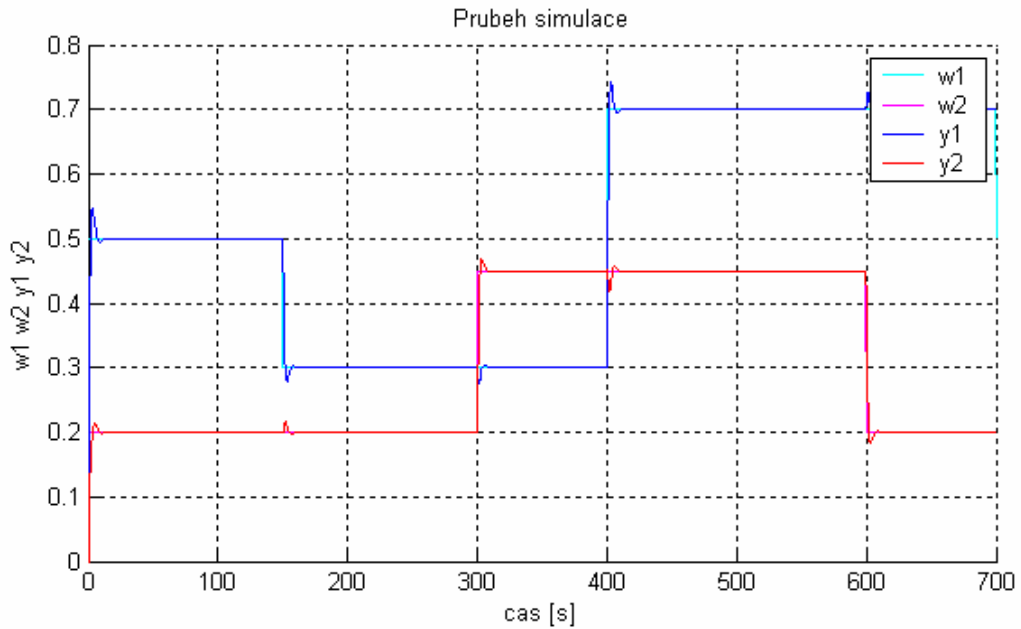
Přechodové charakteristiky jsou na obrázku (Obr. 22)



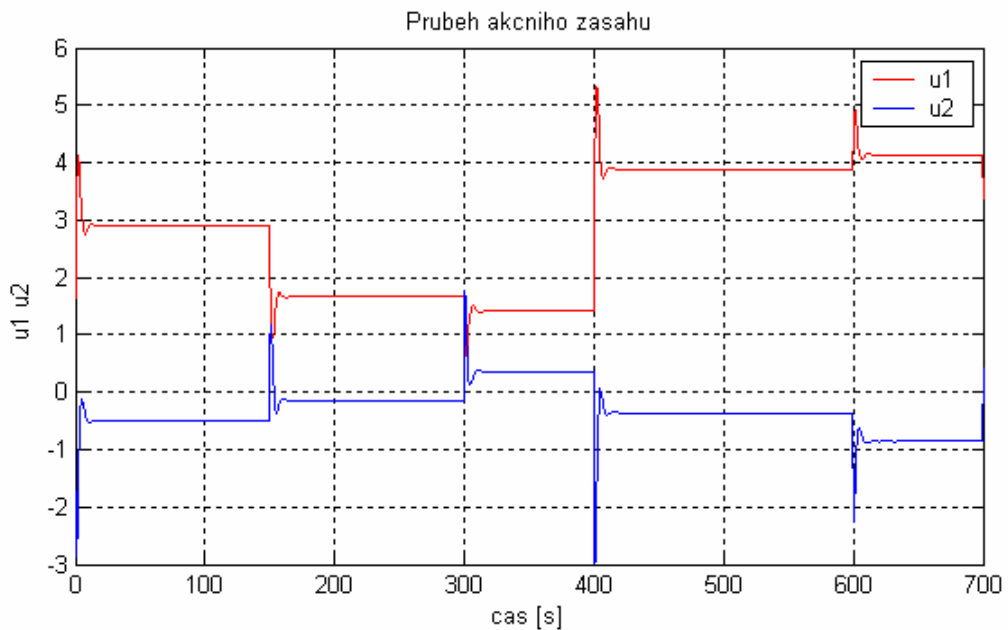
Obr. 22 Přechodové charakteristiky

### 3.1 Deterministické řízení

#### Řízení pomocí regulátoru typu 1DOF



Obr. 23 Simulace řízení při použití regulátoru 1DOF

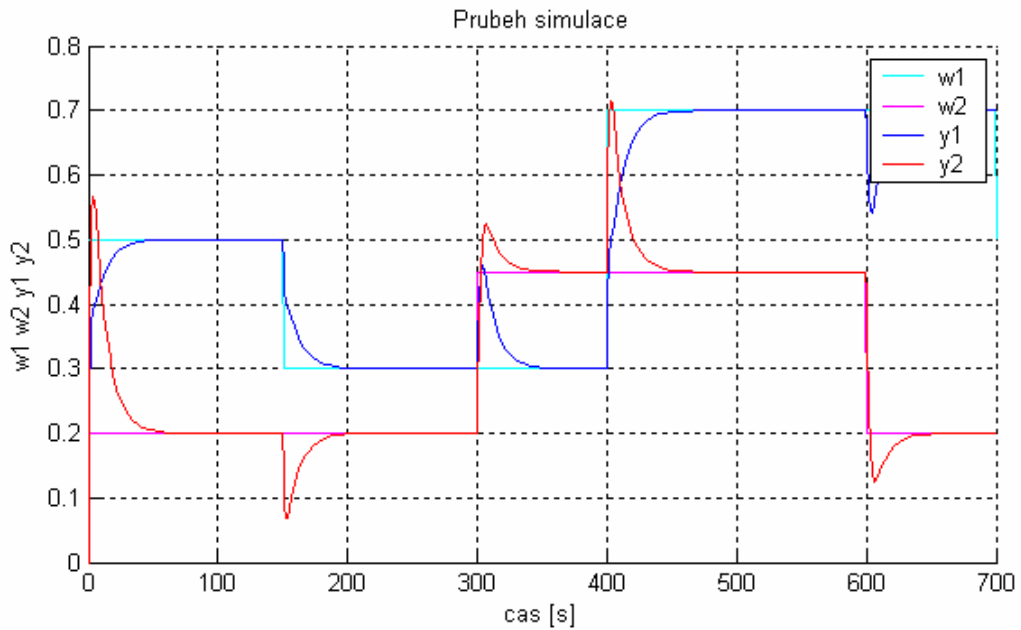


Obr. 24 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 1DOF

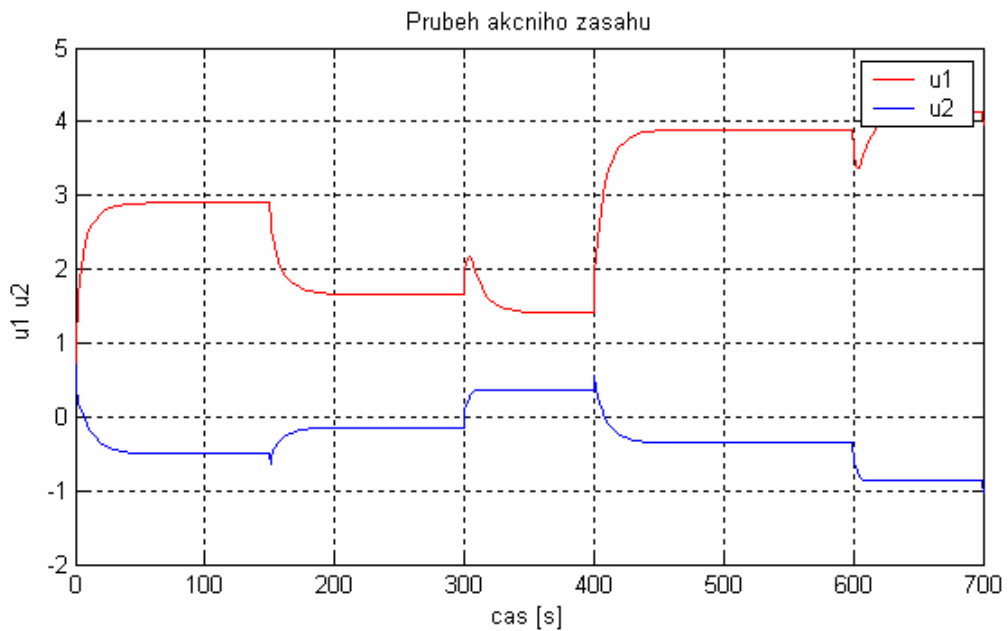
Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

$$M = [4 \ 6 \ 4 \ 1.5 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1.5]$$

**Řízení pomocí regulátoru typu 2DOF-A**



*Obr. 25 Simulace řízení při použití regulátoru 2DOF-A*



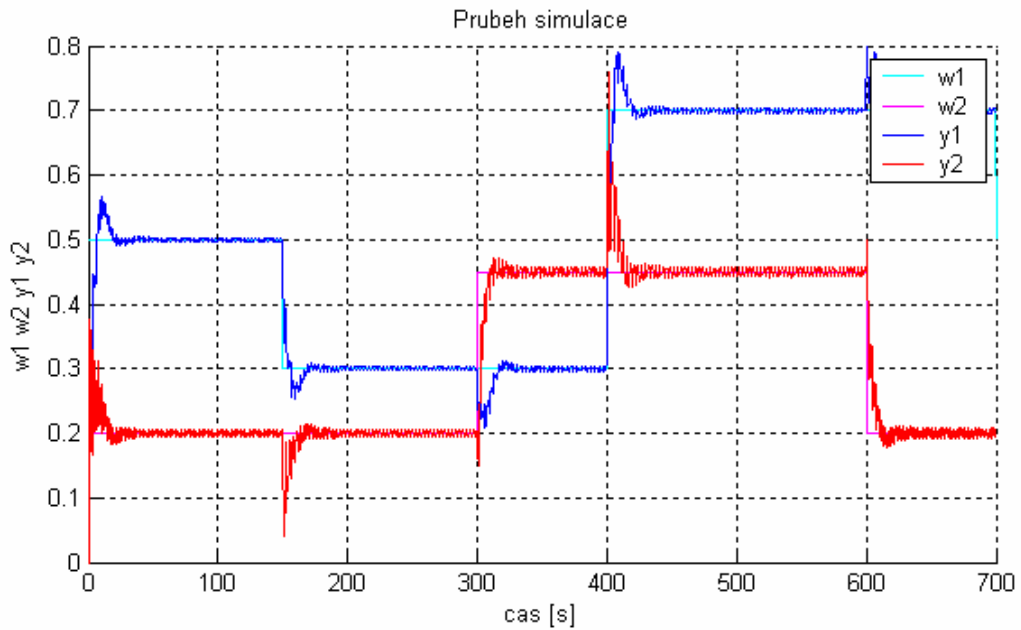
*Obr. 26 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 2DOF-A*

Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

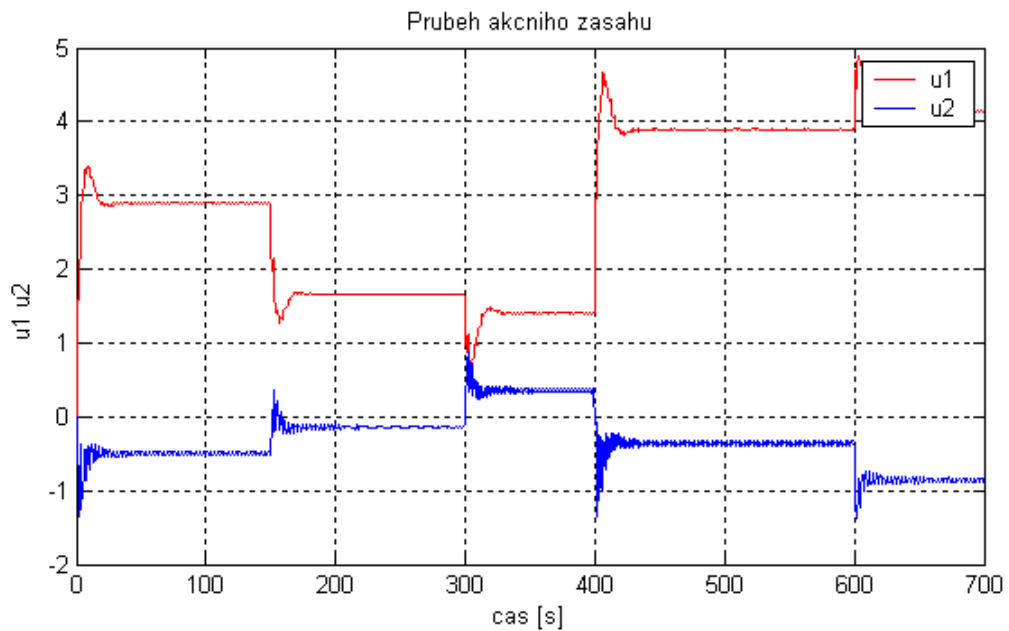
$$M = [1.5 \ 0.59 \ 0.045 \ 1.5 \ 0.59 \ 0.045]$$



**Řízení pomocí regulátoru typu 2DOF-B**



*Obr. 27 Simulace řízení při použití regulátoru 2DOF-B*

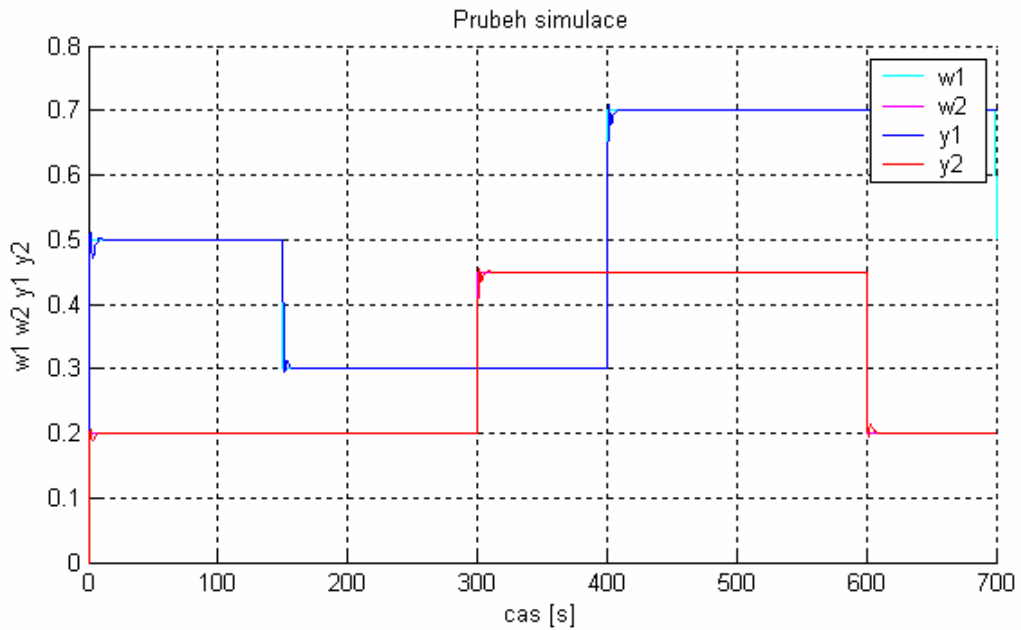


*Obr. 28 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 2DOF-B*

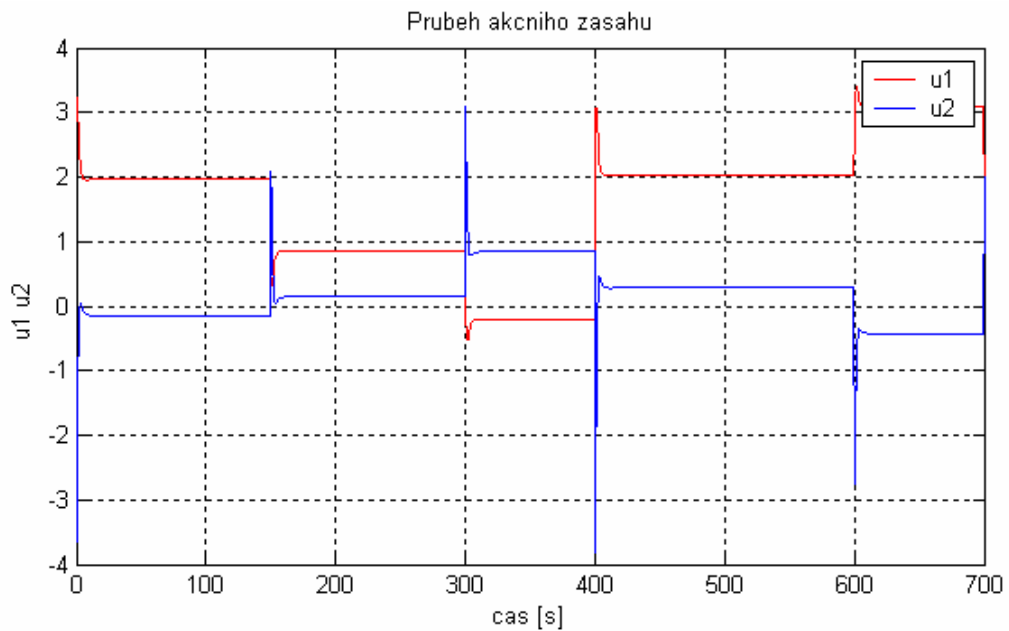
Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

$$M = [2 \ 9 \ 6 \ 2 \ 2 \ 9 \ 6 \ 2]$$

**Řízení pomocí regulátoru s kompenzátorem K1**



*Obr. 29 Simulace řízení při použití regulátoru s kompenzátorem K1*

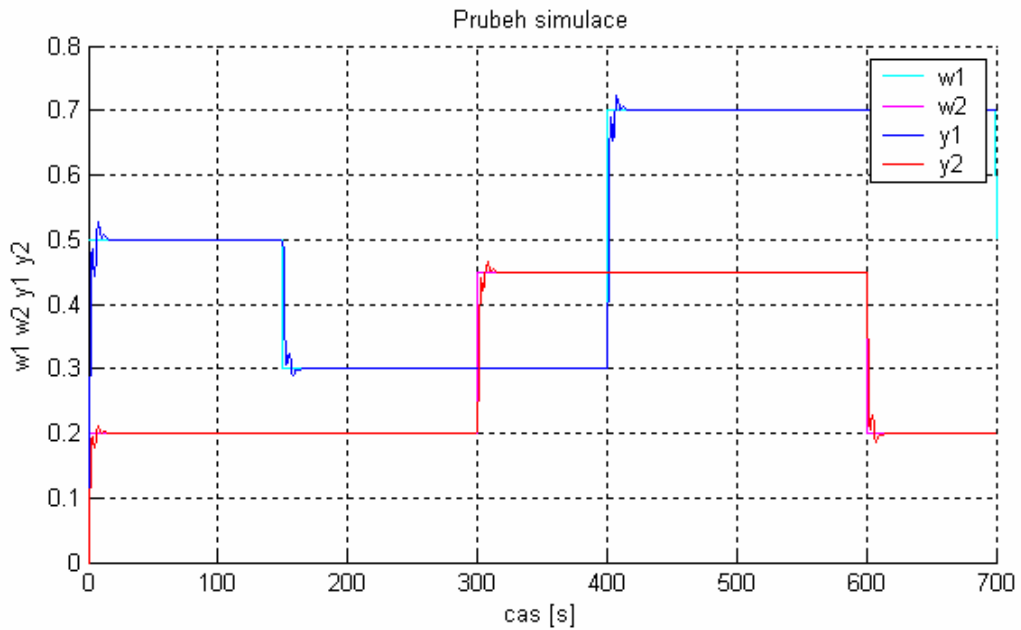


*Obr. 30 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru s kompenzátorem K1*

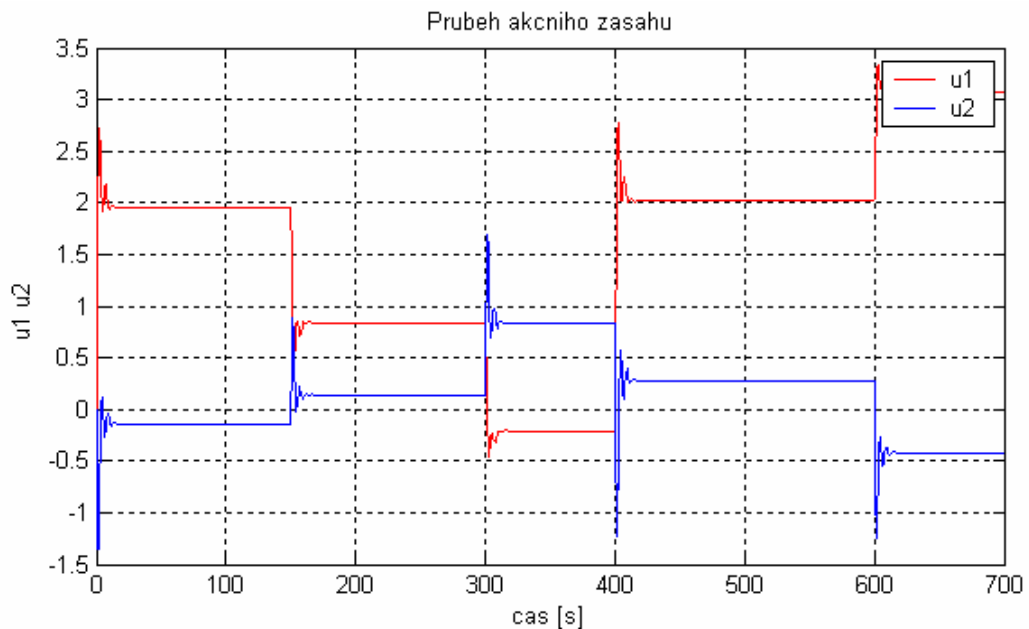
Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

$$M = [5 \ 10 \ 10 \ 5 \ 1 \ 5 \ 10 \ 10 \ 5 \ 1]$$

### Řízení pomocí regulátoru s kompenzátorem K2



Obr. 31 Simulace řízení při použití regulátoru s kompenzátorem K2



Obr. 32 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru  
s kompenzátorem K2

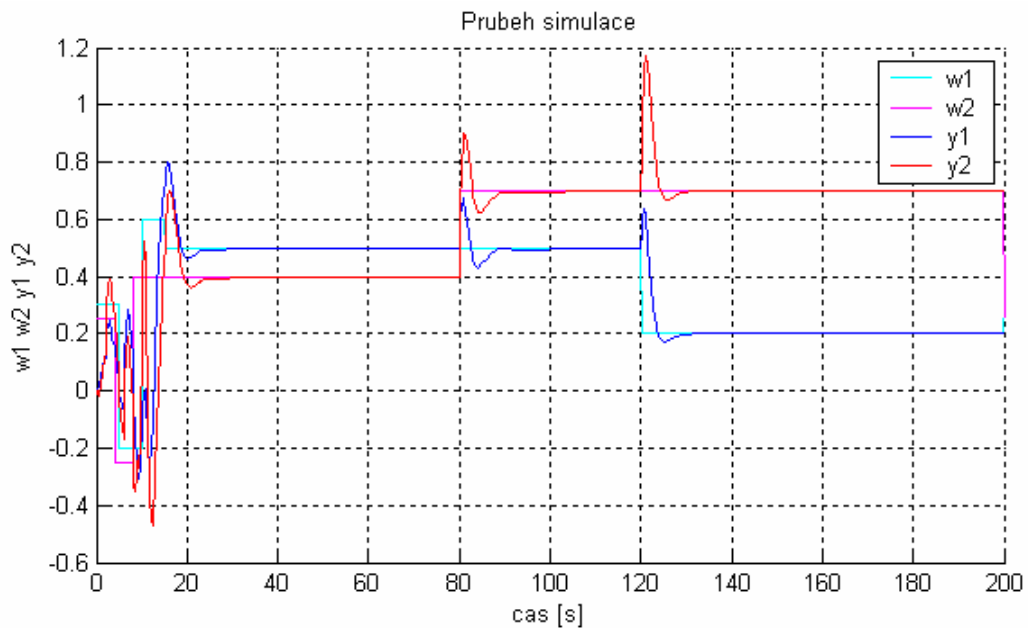
Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

$$M = [4 \ 6 \ 4 \ 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1]$$

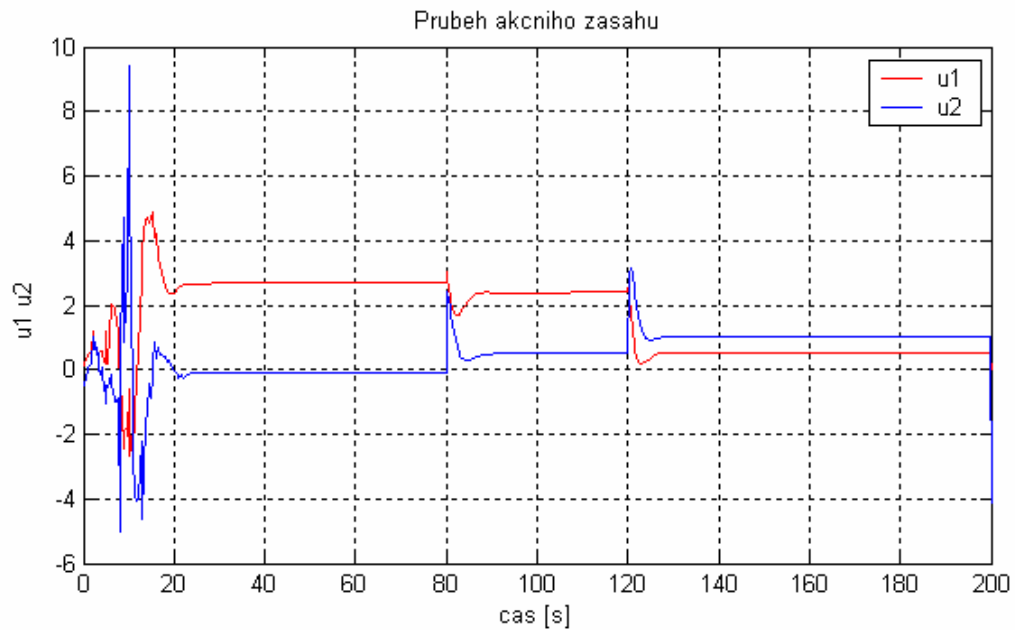
### 3.2 Adaptivní řízení

U všech typů regulátoru se musí odhady parametrů  $a$ ,  $b$  alespoň blížit parametrům řízené soustavy. Pak probíhá regulace bez problémů – identifikované parametry konvergují k parametrům soustavy. Pokud jsou mezi odhady parametrů a parametry soustavy větší rozdíly, uregulování lze ovlivnit omezením akčního zásahu. Výstupní hodnota se poté ustálí na žádané hodnotě až po určitém čase a po několika velkých překmitech. V některých případech, při zvolení zcela náhodných parametrů, ale k uregulování nedojde vůbec.

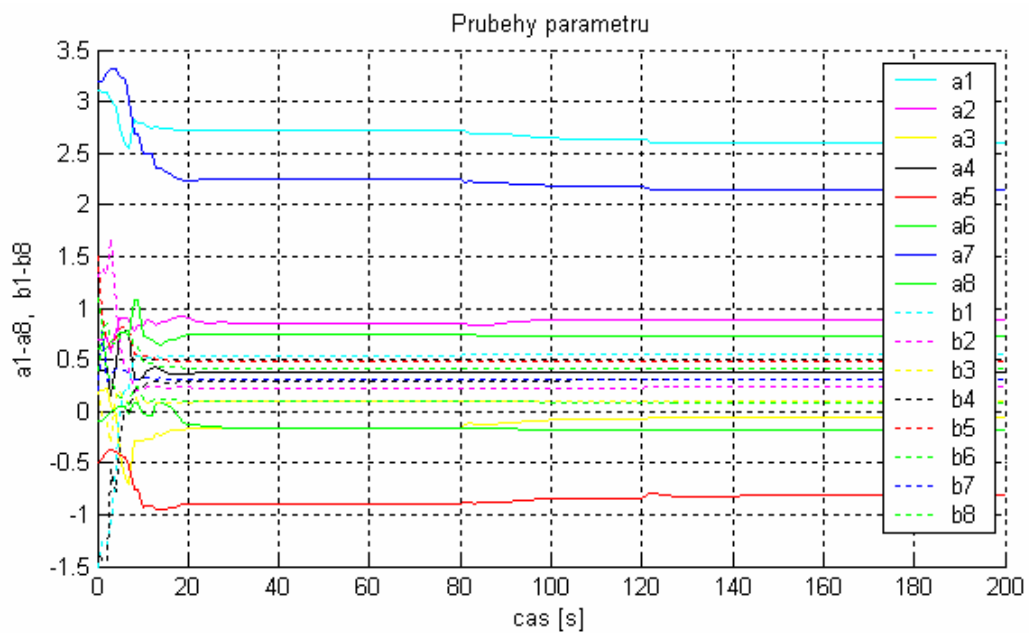
#### Řízení pomocí regulátoru typu 1DOF



Obr. 33 Simulace řízení při použití regulátoru 1DOF



Obr. 34 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 1DOF



Obr. 35 Průběhy identifikovaných parametrů

Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

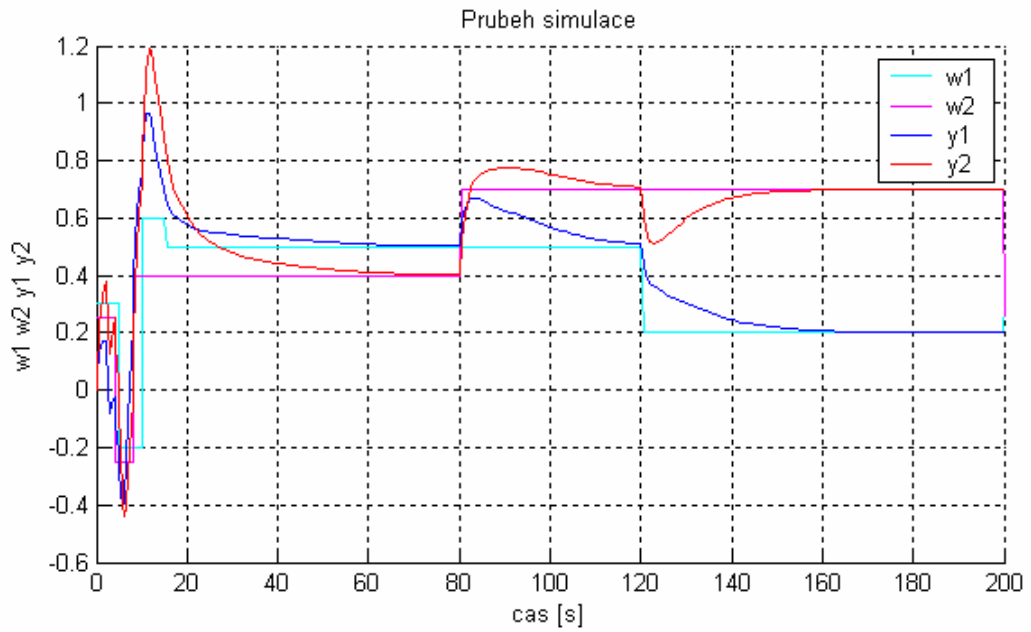
$$M = [4 \ 6 \ 4 \ 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1]$$

Odhady parametrů  $a$ ,  $b$  byly zvoleny následovně

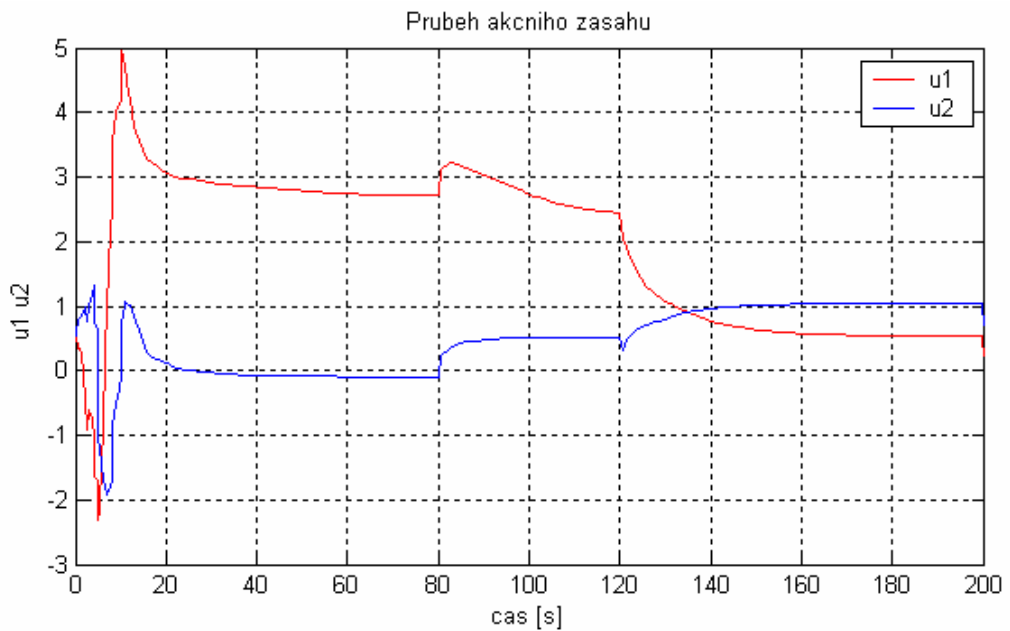
$$a = [3.1 \ 0.7 \ 0.2 \ 0.4 \ -0.5 \ -0.1 \ 3.2 \ 0.6]$$

$$b = [-1.5 \ 1.3 \ 0.2 \ -1.3 \ 1.5 \ 1.1 \ 0.2 \ 0.4]$$

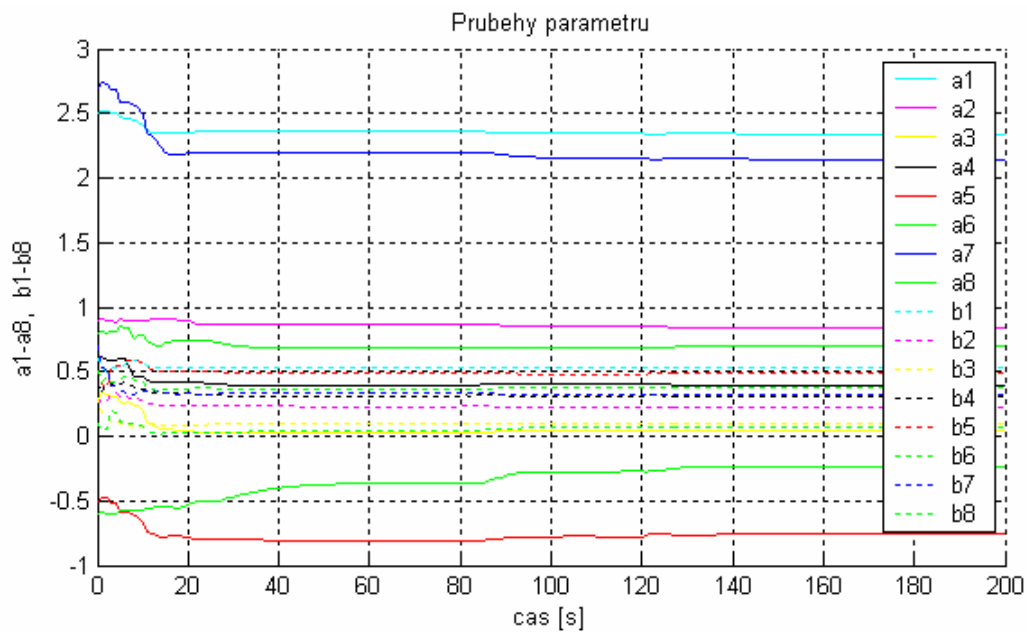
**Řízení pomocí regulátoru typu 2DOF-A**



*Obr. 36 Simulace řízení při použití regulátoru 2DOF-A*



*Obr. 37 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 2DOF-A*



Obr. 38 Průběhy identifikovaných parametrů

Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

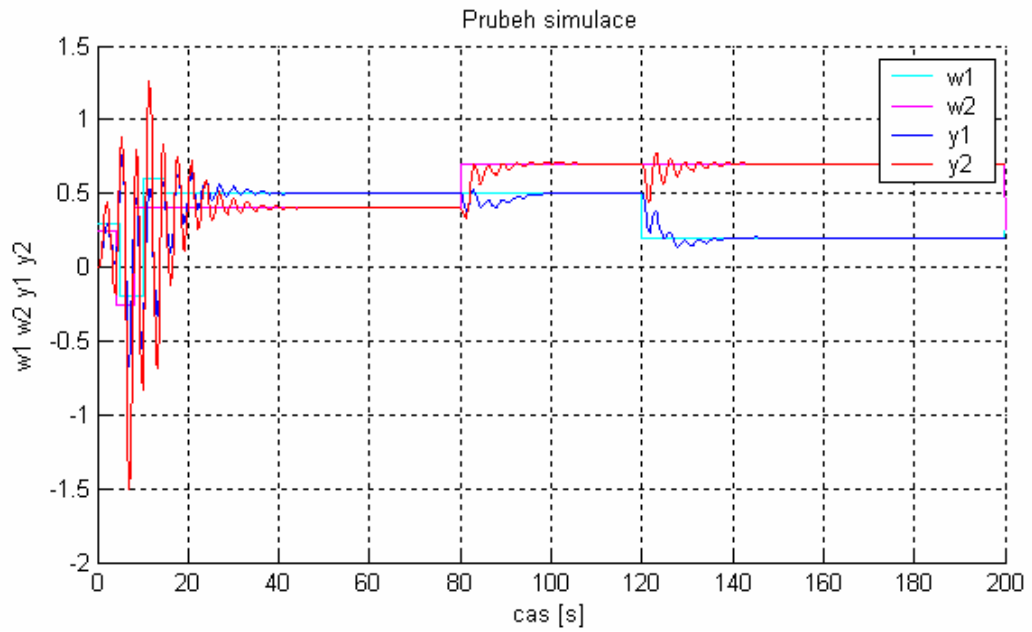
$$M = [1.5 \ 0.59 \ 0.045 \ 1.5 \ 0.59 \ 0.045]$$

Odhady parametrů  $a$ ,  $b$  byly zvoleny následovně

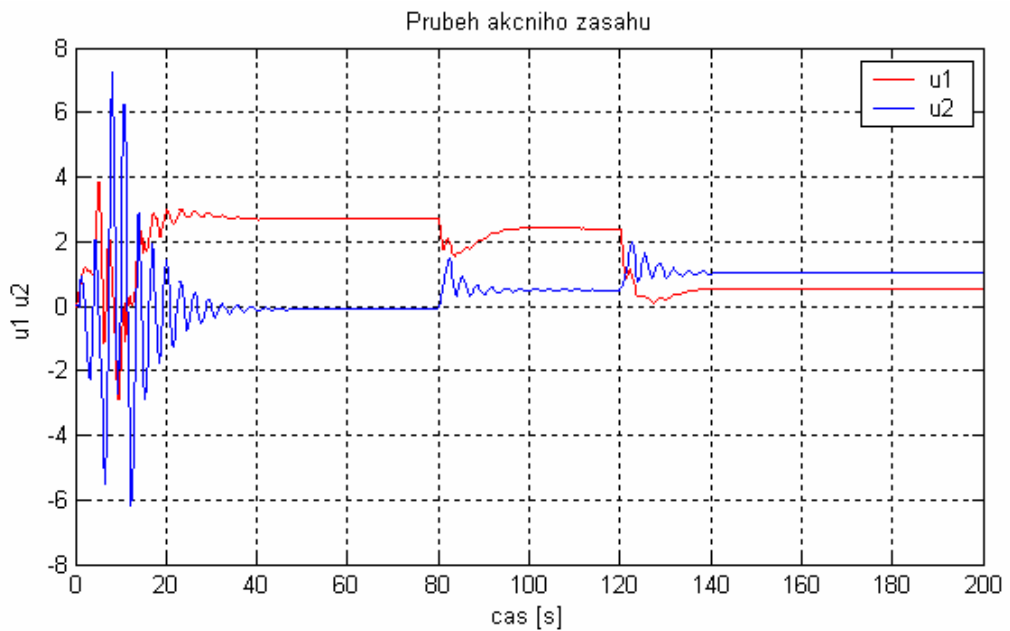
$$a = [2.5 \ 0.9 \ 0.3 \ 0.6 \ -0.5 \ -0.6 \ 2.7 \ 0.8]$$

$$b = [0.6 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.7 \ 0.5]$$

**Řízení pomocí regulátoru typu 2DOF-B**

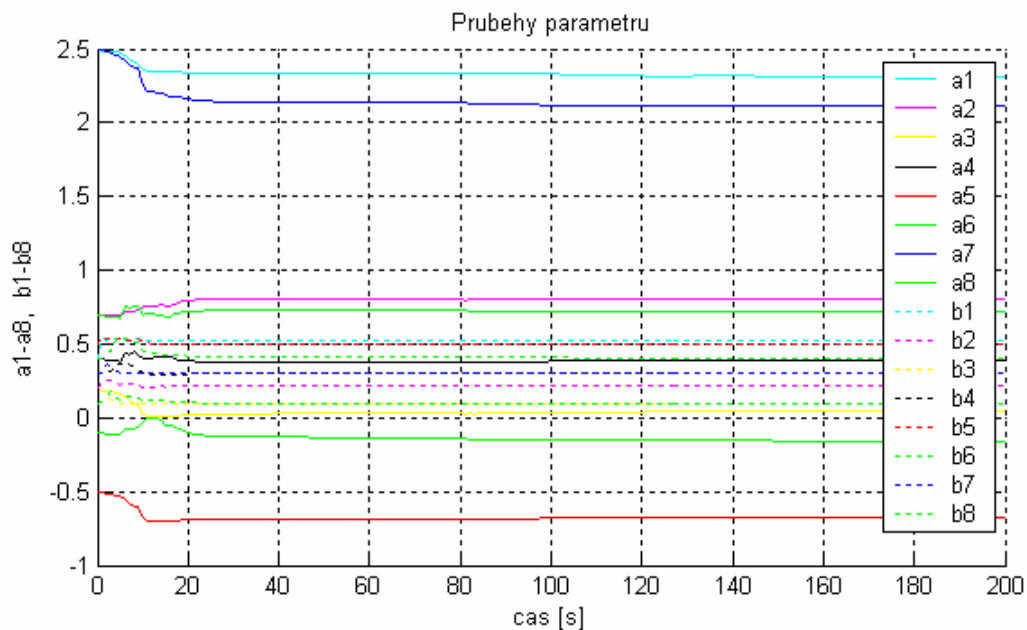


*Obr. 39 Simulace řízení při použití regulátoru 2DOF-B*



*Obr. 40 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 2DOF-B*





Obr. 41 Průběhy identifikovaných parametrů

Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

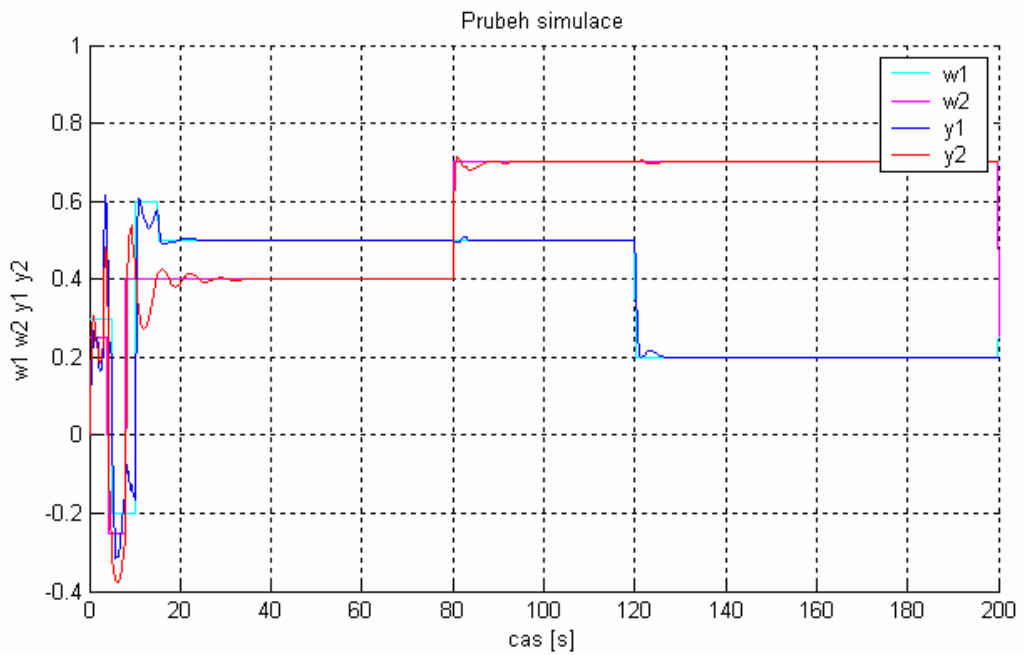
$$M = [2 \ 9 \ 6 \ 2 \ 2 \ 9 \ 6 \ 2]$$

Odhady parametrů  $a$ ,  $b$  byly zvoleny následovně

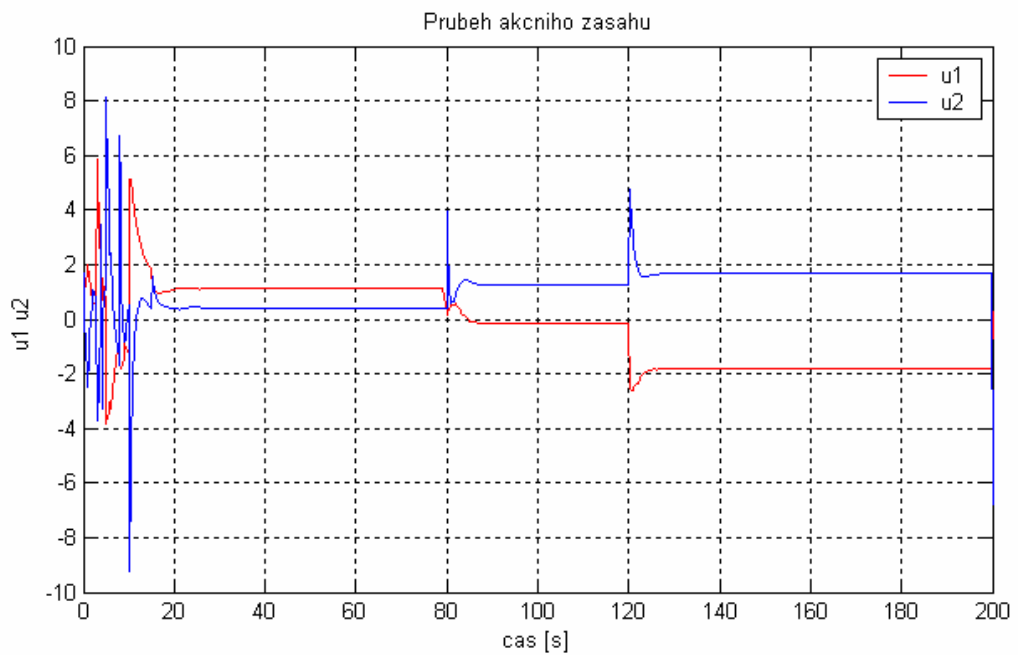
$$a = [2.5 \ 0.7 \ 0.2 \ 0.4 \ -0.5 \ -0.1 \ 2.5 \ 0.7]$$

$$b = [0.4 \ 0.2 \ 0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.3 \ 0.4]$$

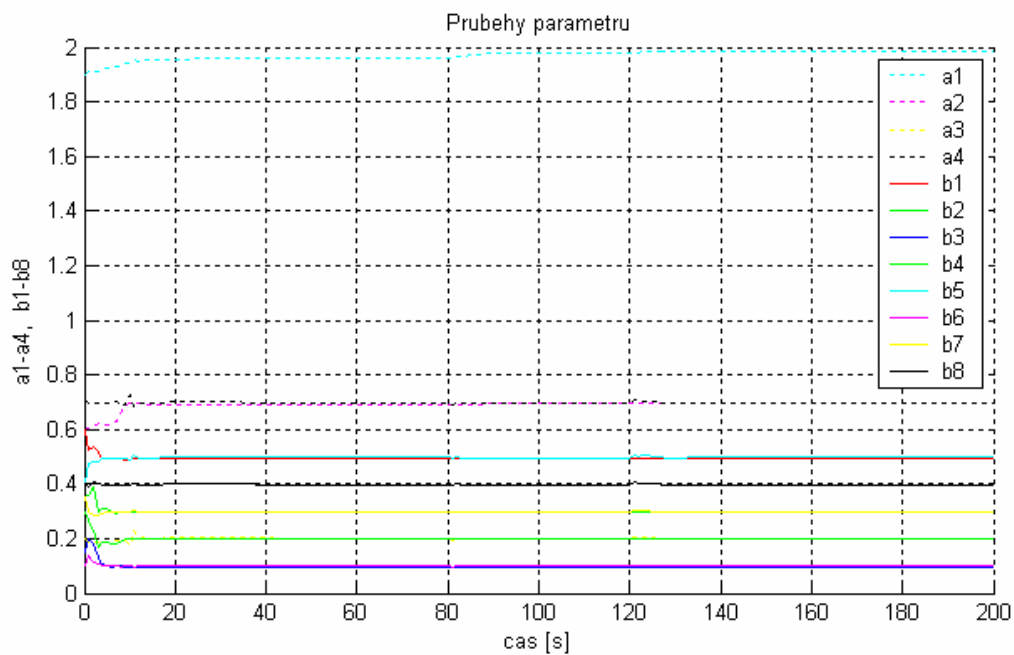
**Řízení pomocí regulátoru s kompenzátorem K1**



Obr. 42 Simulace řízení při použití regulátoru s kompenzátorem K1



Obr. 43 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru s kompenzátorem K1



Obr. 44 Průběhy identifikovaných parametrů

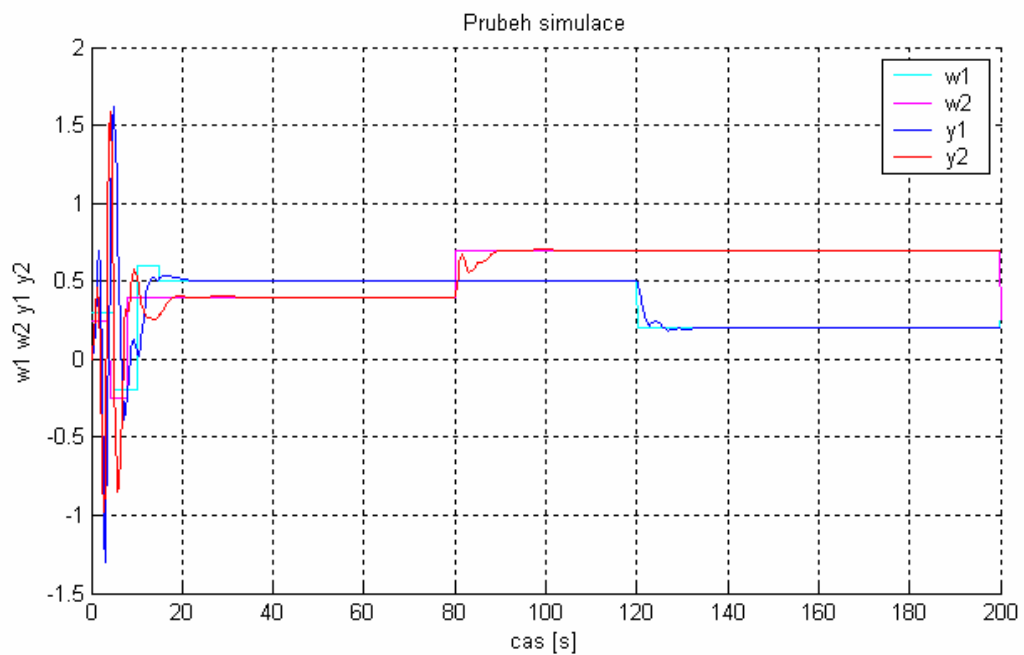
Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

$$M = [5 \ 10 \ 10 \ 5 \ 1 \ 5 \ 10 \ 10 \ 5 \ 1]$$

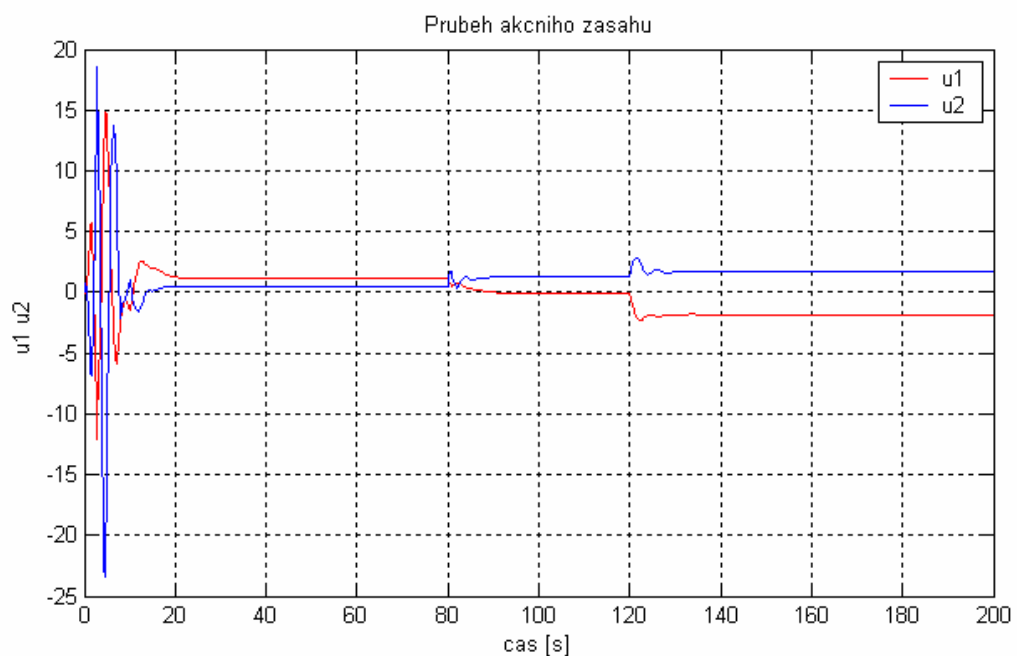
Odhady parametrů  $a$ ,  $b$  byly zvoleny následovně

$$a = [1.9 \ 0.6 \ 0.2 \ 0.7]$$

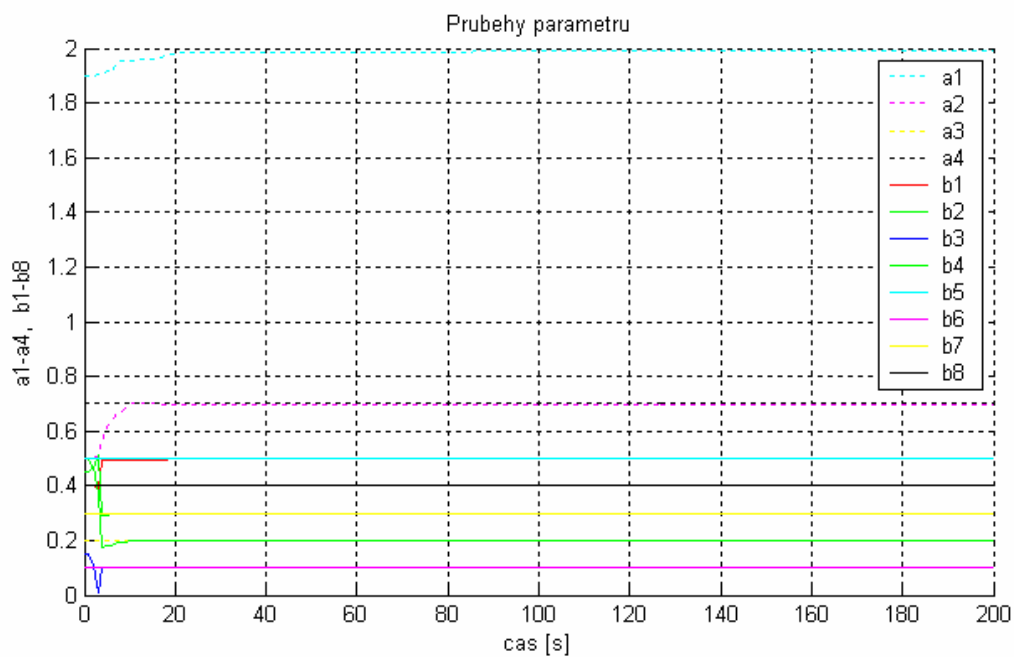
$$b = [0.6 \ 0.3 \ 0.15 \ 0.35 \ 0.4 \ 0.1 \ 0.35 \ 0.4]$$

**Řízení pomocí regulátoru s kompenzátorem K2**

Obr. 45 Simulace řízení při použití regulátoru s kompenzátorem K2



Obr. 46 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru s kompenzátorem K2



Obr. 47 Průběhy identifikovaných parametrů

Koeficienty matice  $M$  byly na základě experimentů zvoleny následujícím způsobem

$$M = [4 \ 6 \ 4 \ 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1]$$

Odhady parametrů  $a$ ,  $b$  byly zvoleny následovně

$$a = [1.9 \ 0.5 \ 0.2 \ 0.7]$$

$$b = [0.4 \ 0.45 \ 0.15 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.3 \ 0.4]$$

## ZÁVĚR

Hlavním cílem práce bylo realizovat v programovém systému Matlab/Simulink vybrané spojitě regulátory pro systémy se dvěma vstupy a dvěma výstupy pomocí S-funkcí tak, aby všechny jejich parametry bylo možno zadávat pomocí masky subsystému a jednotlivé regulátory potom začlenit do knihoven. Takto vytvořené regulátory je potom možno začlenit do existujícího simulinkového schématu pouhým zkopírováním.

Byly vytvořeny knihovny pro deterministické i adaptivní řízení. V nich jsou pomocí S-funkcí realizovány výpočty akčních zásahů, model spojitě soustavy a při adaptivním řízení také výpočet identifikovaných parametrů. V příloze (PI, PII, PIII) jsou pouze pro příklad uvedeny tři základní typy S-funkcí, které jsem ve své práci využil. S-funkce pro výpočet akčního zásahu, S-funkce simulující spojitou soustavu a S-funkce přepočítávající identifikované parametry.

Bylo také provedeno simulační ověření všech typů regulátorů pro deterministické i adaptivní řízení.

Při simulacích s použitím regulátorů pro deterministické řízení je čas simulace poměrně krátký. Simulace prokázaly, že všech pět typů regulátorů (1DOF, 2DOF-A, 2DOF-B, K1, K2) lze také použít při řízení lineárních systémů.

Při použití regulátorů pro adaptivní řízení se u všech typů regulátoru musí počáteční odhady parametrů modelu alespoň částečně vystihovat dynamiku řízené soustavy. Pak probíhá regulace bez problémů – identifikované parametry konvergují k parametrům soustavy. Pokud jsou mezi počátečními odhady a parametry soustavy větší rozdíly, uregulování lze ovlivnit omezením akčního zásahu. Výstupní hodnota se poté ustálí na žádané hodnotě až po určitém čase a po několika velkých překmitech. V některých případech, při zvolení zcela náhodných parametrů, ale k uregulování nedojde vůbec. U adaptivního řízení je rovněž nutno experimentálně stanovit konstanty filtrů. Jejich vhodná volba se projeví na lepší identifikaci parametrů soustavy a tedy i na přesnějším nastavení parametrů regulátoru. Doba simulace je zde delší, zvláště u regulátorů se dvěma stupni volnosti (2DOF-A, 2DOF-B) v důsledku složitějších výpočtů v příslušné S-funkci.

Na začátku simulace bylo nastaveno několik skoků pro větší vybuzení signálu.

Při simulaci se také objeví v příkazové řádce Matlabu varování: *Algebraic loop*. Nejedná se však o chybu. Program pouze hlásí, že v nultém kroku simulace je potřeba k výpočtům hodnot  $y_1, y_2$ , které se ovšem do S-funkce dostanou až v prvním kroku simulace (zpětná vazba).

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] BALÁTĚ, J. 1996. *Vybrané statě z automatického řízení*. Brno: VUT, 1996. 359 s.
- [2] THE MATHWORKS, INC. ,1993. *Simulink; Dynamic system simulation software. Users guide*. Natick: 1993.
- [3] JIŘÍ MACHÁČEK, JOSEF KOTYK. 1994. Adaptive decoupling Control of distillation column: Str. 263-268, In. Proc. Conference on Control applications, 24 -26 august 1994.
- [4] WAHLBERG, B., “On the Identification of Continuous – time dynamical systems”, *Report LiTH-ISY-I-0905*, Linköping, 1990.
- [5] KUBALČÍK M. 2000. Mnohorozměrové adaptivní řízení, disertační práce, VUT Brno 2000.
- [6] I.L. Chien, D.E. Seborg and D. A. Mellichamp, Self-Tuning Control with Decoupling. *AICHE J.*, 33, 7, pp. 1079 – 1088, 1987.
- [7] Krishnawamy, P.R. et al., Reference System Decoupling for Multivariable Control. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 30, pp. 662-670, 1991.
- [8] Kučera, V., Stochastic Multivariable Control: a Polynomial approach. *IEEE Trans. of Automatic Control*, vol. 5, pp. 913 – 919, 1980.
- [9] Kučera, V., *Analysis and Design of Discrete Linear Control Systems*. Prague, Academia, 1991.
- [10] S. Bittanti, P. Bolzern, and M. Campi, Convergence and Exponential Convergence of Identification Algorithms with Directional Forgetting Factor. *Automatica*, 26, 5, pp. 929 – 932, 1990.
- [11] Kulhavý, R., Restricted exponential forgetting in real – time identification. *Automatica*, 23, pp. 589 – 600, 1987.
- [12] Ortega, V., and Kelly R.: (1984). PID self – tuners: Some theoretical and practical aspects. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, IE - 3, 332 – 338.
- [13] Bobál, V. – Prokop, R. – Böhm, J. – Fresek, J.: *Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů*. VUT, Brno, 1999.



- [14] Modrlák, O.: Teorie automatického řízení I.; Systémy s více vstupy a výstupy-MIMO systémy. Studijní materiály, Technická univerzita v Liberci, fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií, Liberec 2003.

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

$X$	matice, vektor
$X(s)$	matice, vektor spadající do spojitého popisu
$U$	vektor akční veličiny
$Y$	vektor regulovaných veličin
$W$	vektor žádaných veličin
$G$	matice přenosových funkcí
$R$	matice přenosových funkcí regulátoru
$A, B$	matice levého maticového zlomku soustavy
$A_1, B_1$	matice pravého maticového zlomku soustavy
$Q, P$	matice levého maticového zlomku regulátoru
$Q_1, P_1$	matice pravého maticového zlomku regulátoru
$M$	matice rozložení pólů
$F$	matice integrátoru
$H$	přenosová matice
$\beta$	volitelná matice
$y$	výstupní regulovaná veličina
$u$	akční veličina vstupující do soustavy
$e$	regulační odchylka
$w$	žádaná veličina
$\hat{x}$	odhad
$\hat{\theta}$	vektor odhadu paramerů
$\varphi$	vektor dat
$\varphi$	faktor směrového zapomínání
$\hat{e}$	chyba predikce
$C$	čtvercová kovarinční matice
$S_e$	suma regulačních od chylek
$S_u$	suma akčních zásahů
$k$	krok výpočtu
$deg$	stupeň
$det$	determinat

---

<b><i>1DOF</i></b>	Regulační obvod s jední stupněm volnosti
<b><i>2 DOF - A</i></b>	Regulační obvod s dvěma stupni volnosti
<b><i>2 DOF - B</i></b>	Regulační obvod s dvěma stupni volnosti
<b><i>K1</i></b>	Kompezátor
<b><i>K2</i></b>	Kompezátor

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1 Mnoharozměrový systém.....	9
Obr. 2 Regulační obvod s regulátorem 1DOF .....	13
Obr. 3 Regulační obvod s regulátorem 2DOF-A .....	17
Obr. 4 Regulační obvod s regulátorem 2DOF-B .....	22
Obr. 5 Regulační obvod s kompenzátorem K1 .....	26
Obr. 6 Regulační obvod s kompenzátorem K2.....	30
Obr. 7 Knihovna se spojitými regulátory pro deterministické řízení.....	44
Obr. 8 Zpětnovazební regulační obvod pro deterministické řízení.....	44
Obr. 9 Nastavení průběhu žádané hodnoty $w_1$ .....	44
Obr. 10 Nastavení parametrů matic A, B, M.....	45
Obr. 11 Vnitřní struktura bloku (v tomto případě 1DOF) .....	45
Obr. 12 Knihovna se spojitými regulátory pro adaptivní řízení.....	46
Obr. 13 Zpětnovazební regulační obvod pro adaptivní řízení .....	47
Obr. 14 Nastavení regulátoru (v tomto případě 2DOF-A).....	48
Obr. 15 Vnitřní struktura bloku regulátoru (v tomto případě 2DOF-A).....	49
Obr. 16 Část obvodu s filtry a blokem S-funkce pro výpočet identifikace.....	49
Obr. 17 Jeden ze čtyř filtrů v obvodu .....	50
Obr. 18 Knihovna se spojitými soustavami .....	51
Obr. 19 Pohled do bloku spojitě soustavy .....	51
Obr. 20 Dialogové okno spojitě soustavy .....	52
Obr. 21 Přechodové charakteristiky.....	53
Obr. 22 Přechodové charakteristiky.....	54
Obr. 23 Simulace řízení při použití regulátoru 1DOF .....	55
Obr. 24 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 1DOF .....	55
Obr. 25 Simulace řízení při použití regulátoru 2DOF-A .....	56
Obr. 26 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 2DOF-A.....	56
Obr. 27 Simulace řízení při použití regulátoru 2DOF-B .....	57
Obr. 28 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 2DOF-B.....	57
Obr. 29 Simulace řízení při použití regulátoru s kompenzátorem K1 .....	58
Obr. 30 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru s kompenzátorem K1.....	58
Obr. 31 Simulace řízení při použití regulátoru s kompenzátorem K2 .....	59

---

Obr. 32 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru s kompenzátorem K2.....	59
Obr. 33 Simulace řízení při použití regulátoru 1DOF .....	60
Obr. 34 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 1DOF.....	61
Obr. 35 Průběhy identifikovaných parametrů.....	61
Obr. 36 Simulace řízení při použití regulátoru 2DOF-A .....	62
Obr. 37 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 2DOF-A.....	62
Obr. 38 Průběhy identifikovaných parametrů.....	63
Obr. 39 Simulace řízení při použití regulátoru 2DOF-B .....	64
Obr. 40 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru 2DOF-B.....	64
Obr. 41 Průběhy identifikovaných parametrů.....	65
Obr. 42 Simulace řízení při použití regulátoru s kompenzátorem K1 .....	66
Obr. 43 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru s kompenzátorem K1.....	66
Obr. 44 Průběhy identifikovaných parametrů.....	67
Obr. 45 Simulace řízení při použití regulátoru s kompenzátorem K2 .....	68
Obr. 46 Průběhy akčních veličin při použití regulátoru s kompenzátorem K2.....	68
Obr. 47 Průběhy identifikovaných parametrů.....	69

**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1 Funkce jednotlivých bloků v obvodu.....	46
Tab. 2 Nastavitelné parametry regulátoru u adaptivního řízení.....	47
Tab. 3 Funkce jednotlivých bloků v obvodu.....	50

**SEZNAM PŘÍLOH**

- PI Zdrojový kód S-funkce Spojité soustavy (SpojSoust.m)
- PII Zdrojový kód S-funkce pro výpočet akčního zásahu regulátoru typu 1DOF (det\_akcni\_1dof.m)
- PIII Zdrojový kód S-funkce pro výpočet identifikovaných parametrů (ad\_iden.m)

## PI Zdrojový kód S-funkce Spojité soustavy (SpojSoust.m)

```
function [sys,x0,str,ts]=SpojSoust(t,x,u,flag, A,B)
```

```
switch flag
```

```
case 0
```

```
    [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes;
```

```
case 1
```

```
    sys = mdlDerivatives(t,x,u, A,B);
```

```
case {2,9}
```

```
    sys = []; % do nothing
```

```
case 3
```

```
    sys = mdlOutputs(t,x,u, A,B);
```

```
otherwise
```

```
    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
```

```
end
```

```
function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes
```

```
sizes = simsizes;
```

```
sizes.NumContStates = 4;
```

```
sizes.NumDiscStates = 0;
```

```
sizes.NumOutputs = 2;
```

```
sizes.NumInputs = 2;
```

```
sizes.DirFeedthrough = 1;
```

```
sizes.NumSampleTimes = 1;
```

```
sys = simsizes(sizes);
```

```
str = [];
```

```
x0 = [0 0 0 0]; % initial conditions
```

```
ts = [0 0]; % sample time: [period, offset]
```

```
function sys = mdlDerivatives(t,x,u, A,B)
```

```
A1=A(1);
```

```
A2=A(2);
```

```
A3=A(3);
```

```
A4=A(4);
```

```
A5=A(5);
```

```
A6=A(6);
```

```
A7=A(7);
```

```
A8=A(8);
```

```
B1=B(1);
```

```
B2=B(2);
```

```
B3=B(3);
```

```
B4=B(4);
```

```
B5=B(5);
```

```
B6=B(6);
```

```
B7=B(7);
```

```
B8=B(8);
```

```
sys(1) = x(2)+B1*u(1)+B3*u(2);
```



```
sys(2) = -A2*x(1)-A1*x(2)-A4*x(3)-A3*x(4)+(-A1*B1-A3*B5+B2)*u(1)+(-A1*B3-  
A3*B7+B4)*u(2);
```

```
sys(3) = x(4)+B5*u(1)+B7*u(2);
```

```
sys(4) = -A6*x(1)-A5*x(2)-A8*x(3)-A7*x(4)+(-A5*B1-A7*B5+B6)*u(1)+(-A5*B3-  
A7*B7+B8)*u(2);
```

```
function sys = mdlOutputs(t,x,u, A,B)
```

```
sys(1) = x(1);
```

```
sys(2) = x(3);
```

## **PII Zdrojový kód S-funkce pro výpočet akčního zásahu regulátoru typu 1DOF (det\_akcni\_1dof.m)**

```
function [sys,x0,str,ts]=det_akcni_1dof(t,x,u,flag,A,B,tm)
```

```
switch flag
```

```
case 0
```

```
    [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes;
```

```
case 1
```

```
    sys = mdlDerivatives(t,x,u,A,B,tm);
```

```
case {2,9}
```

```
    sys = []; % do nothing
```

```
case 3
```

```
    sys = mdlOutputs(t,x,u,A,B,tm);
```

```
otherwise
```

```
    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
```

```
end
```

```
function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes
```

```
sizes = simsizes;
```

```
sizes.NumContStates = 12;
```

```
sizes.NumDiscStates = 0;
```

```
sizes.NumOutputs = 2;
```

```
sizes.NumInputs = 2;
```

```
sizes.DirFeedthrough = 1;
```

```
sizes.NumSampleTimes = 1;
```

```
sys = simsizes(sizes);
```

```
str = [];
```

```
x0 = [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; % initial conditions
```

```
ts = [0 0]; % sample time: [period, offset]
```

```
function sys = mdlDerivatives(t,x,u,A,B,tm)
```

```
a1=A(1);
```

```
a2=A(2);
```

```
a3=A(3);
```

```
a4=A(4);
```

```
a5=A(5);
```

```
a6=A(6);
```

```
a7=A(7);
```

```
a8=A(8);
```

```
b1=B(1);
```

```
b2=B(2);
```

```
b3=B(3);
```

```
b4=B(4);
```

```
b5=B(5);
```

```
b6=B(6);
```

```
b7=B(7);
```

```
b8=B(8);
```

```
m1=tm(1);
m2=tm(2);
m3=tm(3);
m4=tm(4);
m5=tm(5);
m6=tm(6);
m7=tm(7);
m8=tm(8);
```

```
ll=[1 0 b1 0 0 b3 0 0;
    a1 a3 b2 b1 0 b4 b3 0;
    a2 a4 0 b2 b1 0 b4 b3;
    0 0 0 0 b2 0 0 b4;
    0 1 b5 0 0 b7 0 0;
    a5 a7 b6 b5 0 b8 b7 0;
    a6 a8 0 b6 b5 0 b8 b7;
    0 0 0 0 b6 0 0 b8];
```

```
v1=[-a3;-a4;0;0;m5-a7;m6-a8;m7;m8];
xx=ll\v1;
```

```
k1=[m1-a1;m2-a2;m3;m4;-a5;-a6;0;0];
cc=ll\k1;
```

```
p1=cc(1);
p3=cc(2);
p2=xx(1);
p4=xx(2);
q1=cc(3);
q2=cc(4);
q3=cc(5);
q4=xx(3);
q5=xx(4);
q6=xx(5);
q7=cc(6);
q8=cc(7);
q9=cc(8);
q10=xx(6);
q11=xx(7);
q12=xx(8);
```

```
sys(1) = x(2);
sys(2) = x(3);
sys(3) = u(1)-(p1+p4)*x(3)-(p1*p4-p2*p3)*x(2);
sys(4) = x(5);
sys(5) = x(6);
sys(6) = u(2)-(p1+p4)*x(6)-(p1*p4-p2*p3)*x(5);
sys(7) = x(8);
sys(8) = x(9);
sys(9) = u(1)-(p1+p4)*x(9)-(p1*p4-p2*p3)*x(8);
sys(10) = x(11);
sys(11) = x(12);
sys(12) = u(2)-(p1+p4)*x(12)-(p1*p4-p2*p3)*x(11);
```

```
function sys = mdlOutputs(t,x,u,A,B,tm)
```

```
a1=A(1);  
a2=A(2);  
a3=A(3);  
a4=A(4);  
a5=A(5);  
a6=A(6);  
a7=A(7);  
a8=A(8);
```

```
b1=B(1);  
b2=B(2);  
b3=B(3);  
b4=B(4);  
b5=B(5);  
b6=B(6);  
b7=B(7);  
b8=B(8);
```

```
m1=tm(1);  
m2=tm(2);  
m3=tm(3);  
m4=tm(4);  
m5=tm(5);  
m6=tm(6);  
m7=tm(7);  
m8=tm(8);
```

```
ll=[1 0 b1 0 0 b3 0 0;  
    a1 a3 b2 b1 0 b4 b3 0;  
    a2 a4 0 b2 b1 0 b4 b3;  
    0 0 0 0 b2 0 0 b4;  
    0 1 b5 0 0 b7 0 0;  
    a5 a7 b6 b5 0 b8 b7 0;  
    a6 a8 0 b6 b5 0 b8 b7;  
    0 0 0 0 b6 0 0 b8];
```

```
v1=[-a3;-a4;0;0;m5-a7;m6-a8;m7;m8];  
xx=ll\v1;
```

```
k1=[m1-a1;m2-a2;m3;m4;-a5;-a6;0;0];  
cc=ll\k1;
```

```
p1=cc(1);  
p3=cc(2);  
p2=xx(1);  
p4=xx(2);  
q1=cc(3);  
q2=cc(4);  
q3=cc(5);  
q4=xx(3);
```

$q5=xx(4);$   
 $q6=xx(5);$   
 $q7=cc(6);$   
 $q8=cc(7);$   
 $q9=cc(8);$   
 $q10=xx(6);$   
 $q11=xx(7);$   
 $q12=xx(8);$

$sys(1) = q1*(u(1)-(p1+p4)*x(3)-(p1*p4-p2*p3)*x(2))...$   
 $+ (q1*p4+q2-q4*p3)*x(3)...$   
 $+ (q2*p4+q3-q5*p3)*x(2)...$   
 $+ (q3*p4-q6*p3)*x(1)...$   
 $+ q4*(u(2)-(p1+p4)*x(6)-(p1*p4-p2*p3)*x(5))...$   
 $+ (q4*p1+q5-q1*p2)*x(6)...$   
 $+ (q5*p1+q6-q2*p2)*x(5)...$   
 $+ (q6*p1-q3*p2)*x(4);$

$sys(2) = q7*(u(1)-(p1+p4)*x(9)-(p1*p4-p2*p3)*x(8))...$   
 $+ (q7*p4+q8-q10*p3)*x(9)...$   
 $+ (q8*p4+q9-q11*p3)*x(8)...$   
 $+ (q9*p4-q12*p3)*x(7)...$   
 $+ q10*(u(2)-(p1+p4)*x(12)-(p1*p4-p2*p3)*x(11))...$   
 $+ (q10*p1+q11-q7*p2)*x(12)...$   
 $+ (q11*p1+q12-q8*p2)*x(11)...$   
 $+ (q12*p1-q9*p2)*x(10);$

### PIII Zdrojový kód S-funkce pro výpočet identifikovaných parametrů (ad\_iden.m)

```
function [sys,x0,str,ts]=ad_iden(t,x,u,flag,Theta0a,Theta0b,C0,fi0,ny0,la0,rho0,Tv)
```

```
if flag ==0
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 184;
sizes.NumOutputs = 16;
sizes.NumInputs = 10;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1;
sys = simsizes(sizes);
str = [];

x0(1:8)=[Theta0a(1:4) Theta0b(1:4)];
x0(9:16)=[Theta0a(5:8) Theta0b(5:8)];
x0(17:97)=C0(:);
x0(98:178)=C0(:);
x0(179:180) = la0;
x0(181:182) = ny0;
x0(183:184) = fi0;
ts = [Tv 0]; % sample time: [period, offset]
```

```
elseif (flag ==2 | flag==3 )
```

```
z1(1)=-x(1);
z1(2)=-x(2);
z1(3)=-x(3);
z1(4)=-x(4);
z1(5)=x(5);
z1(6)=x(6);
z1(7)=x(7);
z1(8)=x(8);
z1(9)=0.1;
```

```
z2(1)=-x(9);
z2(2)=-x(10);
z2(3)=-x(11);
z2(4)=-x(12);
z2(5)=x(13);
z2(6)=x(14);
z2(7)=x(15);
z2(8)=x(16);
z2(9)=0.1;
```

```
z1 = [z1(1:9)]; %[-a1 -a2 -a3 -a4; b1 b2 b3 b4 d]
z2 = [z2(1:9)]; %[-a5 -a6 -a7 -a8; b5 b6 b7 b8 d]
```

```
d=zeros(9,1);
%d = [y1f; y1f, y2f; y2f, u1f; u1f, u2f; u2f, 1]
d(1)=u(2);
d(2)=u(3);
d(3)=u(5);
```

```

d(4)=u(6);
d(5)=u(7);
d(6)=u(8);
d(7)=u(9);
d(8)=u(10);
d(9)=0;

C1=zeros(9);
C2=zeros(9);
C1(:) = x(17:97);
C2(:) = x(98:178);

la1 = x(179);
la2 = x(180);
ny1 = x(181);
ny2 = x(182);
fi1 = x(183);
fi2 = x(184);

ep1=u(1)-z1*d;
ep2=u(4)-z2*d;

ks1=d'*C1*d;
ks2=d'*C2*d;

pp1=(C1*d/(1+ks1))*ep1;
pp2=(C2*d/(1+ks2))*ep2;

z1=z1'+pp1;
z2=z2'+pp2;

if (flag==2)

if ks1>0
eps1=fi1-(1-fi1)/ks1;
C1=C1-C1*d*d'*C1/(inv(eps1)+ks1);
end

if ks2>0
eps2=fi2-(1-fi2)/ks2;
C2=C2-C2*d*d'*C2/(inv(eps2)+ks2);
end

la1=fi1*(la1+ep1*ep1/(1+ks1));
la2=fi2*(la2+ep2*ep2/(1+ks2));
ny1=fi1*(ny1+1);
ny2=fi2*(ny2+1);
te1=ep1*ep1/la1;
te2=ep2*ep2/la2;
fi1=1/(1+(1+rho0(1))*(log(1+ks1-ks1/(1+ks1))+ks1*(ny1+1)*te1/(1+ks1+te1)/(1+ks1)))));
fi2=1/(1+(1+rho0(2))*(log(1+ks2-ks2/(1+ks2))+ks2*(ny2+1)*te2/(1+ks2+te2)/(1+ks2)))));

x(1:8) = [-z1(1:4) z1(5:8)];

```

```
x(9:16) = [-z2(1:4) z2(5:8)];
x(17:97) = C1(:);
x(98:178) = C2(:);
x(179) = la1;
x(180) = la2;
x(181) = ny1;
x(182) = ny2;
x(183) = fi1;
x(184) = fi2;
sys=x;

else
sys(1:8) = [-z1(1:4) -z2(1:4)];
sys(9:16) = [z1(5:8) z2(5:8)];
end

end
```