

Nestandardní učební úlohy v učebnicích matematiky 1. stupně základní školy

Alena Kolářková

Diplomová práce
2025



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta humanitních studií

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta humanitních studií

Ústav školní pedagogiky

Akademický rok: 2024/2025

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení:	Alena Kolářková
Osobní číslo:	H20838
Studijní program:	M0113A300009 Učitelství pro 1. stupeň základní školy
Forma studia:	Prezenční
Téma práce:	Nestandardní učební úlohy v učebnicích matematiky 1. stupně základní školy

Zásady pro vypracování

Zpracování rešerše a studium odborné literatury pojednávající o učebních úlohách a učebnicích matematiky v kontextu primárního vzdělávání.

Vymezení terminologie a teoretických východisek týkajících se nestandardních učebních úloh v matematice a jejich významu v učebnicích matematiky pro 1. stupeň ZŠ jako didaktického prostředku.

Příprava metodologie výzkumu, stanovení výzkumných cílů a výzkumných otázek.

Realizace kvantitativního výzkumu formou obsahové analýzy učebnic.

Zpracování a vyhodnocení získaných dat, včetně jejich interpretace.

Prezentace výsledků výzkumu, jejich shrnutí a doporučení pro pedagogickou praxi základních škol.

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

- Hrubešová, M. (2023). Netradiční sbírka slovních úloh v Prezi. In R. Hašek, & P. Rosa (Eds.), *Sborník příspěvků 11. konference Užití počítačů ve výuce matematiky* (s. 66–72). Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.
- Skultety, M. (2019). Solving Non-standard Tasks and Problems in Primary Mathematics Education in the Czech Republic. In L. Gómez Chova, A. López Martínez, & I. Candel Torres (Eds.), *ICERI2019 Proceedings: 12th International Conference of Education, Research and Innovation* (s. 4093–4100). IATED Academy.
- Skultety, M. (2019). Solving Non-standard Tasks as an Educational Situation in Mathematics Education. In L. Gómez Chova, A. López Martínez, & I. Candel Torres (Eds.), *ICERI2019 Proceedings: 12th International Conference of Education, Research and Innovation* (s. 4154–4161). IATED Academy.
- Vondrová, N., Havlíčková, R., Hirschová, M., Chvát, M., Novotná, J., Páchová, A., Smetáčková, I., Šmejkalová, M., & Tůmová, V. (2019). *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií*. Karolinum.

Vedoucí diplomové práce: **Mgr. Marie Pavelková, Ph.D.**
Ústav školní pedagogiky

Datum zadání diplomové práce: **8. ledna 2025**
Termín odevzdání diplomové práce: **25. dubna 2025**

L.S.

Mgr. Libor Marek, Ph.D.
děkan

doc. PhDr. Mgr. Marcela Janíková, Ph.D.
ředitelka ústavu

Ve Zlíně dne 8. ledna 2025

PROHLÁŠENÍ AUTORA DIPLOMOVÉ PRÁCE

Beru na vědomí, že

- odevzdáním diplomové práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., v platném znění bez ohledu na výsledek obhajoby;
- diplomová práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému a bude dostupná k nahlédnutí;
- jedno vyhotovení diplomové práce v listinné podobě bude ponecháno Univerzitě Tomáše Bati ve Zlíně k uložení;
- na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- podle § 60 odst. 1 autorského zákona má Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- podle § 60 odst. 2 a 3 mohu užít své dílo – diplomovou práci – nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- pokud bylo k vypracování diplomové práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tj. k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové práce využít ke komerčním účelům;
- pokud je výstupem diplomové práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá; neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji, že

- jsem na diplomové práci pracoval(a) samostatně a použitou literaturu jsem řádně citoval(a); v případě publikace výsledků budu uveden(a) jako spoluautor;
- odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou obsahově totožné.

Ve Zlíně, dne

.....
podpis autora

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá nestandardními učebními úlohami v učebnicích matematiky 1. stupně základní školy. Teoretická část práce sumarizuje teoretická východiska vztahující se k nestandardním učebním úlohám v současné výuce matematiky na 1. stupni základní školy a k problematice kvality učebnic matematiky 1. stupně základní školy z hlediska jejich zastoupení a variability. Cílem výzkumu bylo popsat a komparovat vybrané učebnice matematiky 1. stupně základní školy z hlediska zastoupení nestandardních učebních úloh a posoudit jejich soulad s odbornými doporučeními. Výzkum byl realizován formou kvantitativní obsahové analýzy textu, konkrétně pak učebnic matematiky 1. stupně základní školy, přičemž data byla vyhodnocena pomocí popisné a induktivní statistiky, včetně testu dobré shody chí-kvadrát a testu nezávislosti chí-kvadrát pro čtyřpolní tabulku. Závěrem jsou výzkumná zjištění diskutována a ve vztahu k nim jsou i formulována doporučení pro tvorbu a výběr učebnic matematiky 1. stupně základní školy.

Klíčová slova: matematická učební úloha, nestandardní učební úloha, učebnice matematiky, učebnice 1. stupně základní školy, kvalita učebnic, kvantitativní obsahová analýza textu

ABSTRACT

The master's thesis focuses on non-standard learning tasks in mathematics textbooks for primary schools. The theoretical part of the thesis summarizes the theoretical foundations related to non-standard learning tasks in current primary mathematics education and addresses the issue of textbook quality in terms of the representation and variability of such tasks. The aim of the empirical part of the thesis was to describe and compare selected mathematics textbooks for primary schools in terms of the representation of non-standard learning tasks and to assess their alignment with expert recommendations. The research was conducted using a quantitative content analysis of textbooks, and the collected data were evaluated using descriptive and inferential statistical methods, including the chi-square goodness-of-fit test and the chi-square test of independence for a 2×2 contingency table. In conclusion, the research findings are discussed and, based on these findings, recommendations are formulated for the development and selection of mathematics textbooks for primary schools.

Keywords: mathematical learning task, non-standard learning task, mathematics textbook, primary school textbook, textbook quality, quantitative content analysis

Ráda bych touto cestou poděkovala vedoucí mé diplomové práce, Mgr. Marii Pavelkové, Ph.D., za odborné vedení, cenné rady a vstřícný přístup během celého procesu psaní této práce. Velmi si vážím její podpory a ochoty věnovat mi čas při konzultacích, které pro mě byly vždy inspirativní a přínosné.

Zvláštní poděkování patří také mému manželovi za jeho nekonečnou podporu, trpělivost a povzbuzení. Děkuji mu za pochopení v náročných chvílích, za jeho víru ve mě a za to, že při mně stál po celou dobu mého studia.

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské/diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

OBSAH

ÚVOD.....	11
I TEORETICKÁ ČÁST	12
1 UČEBNÍ ÚLOHY A JEJICH ROLE VE ŠKOLSKÉ MATEMATICE	13
1.1 TERMINOLOGICKÉ VYMEZENÍ, KLASIFIKACE A DIDAKTICKÝ VÝZNAM UČEBNÍCH ÚLOH	13
1.2 TERMINOLOGICKÉ VYMEZENÍ, KLASIFIKACE A DIDAKTICKÝ VÝZNAM MATEMATICKÝCH UČEBNÍCH ÚLOH	17
2 NESTANDARDNÍ UČEBNÍ ÚLOHY VE VÝUCE MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZŠ	24
2.1 TERMINOLOGICKÉ VYMEZENÍ A KLASIFIKACE NESTANDARDNÍCH MATEMATICKÝCH UČEBNÍCH ÚLOH	24
2.2 VLIV NESTANDARDNÍCH MATEMATICKÝCH UČEBNÍCH ÚLOH NA ŽÁKOVSKÉ UČENÍ	35
2.3 NESTANDARDNÍ MATEMATICKÉ UČEBNÍ ÚLOHY V SOUČASNÉ EDUKAČNÍ PRAXI	37
3 UČEBNICE MATEMATIKY 1. STUPNĚ ZŠ Z HLEDISKA OBSAHU NESTANDARDNÍCH UČEBNÍCH ÚLOH	41
3.1 AKTUÁLNÍ POZICE UČEBNIC VE VÝUCE MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZŠ.....	41
3.2 DIDAKTICKÁ VYBAVENOST UČEBNIC 1. STUPNĚ ZŠ Z HLEDISKA NESTANDARDNÍCH UČEBNÍCH ÚLOH	44
II PRAKTICKÁ ČÁST	47
4 CHARAKTERISTIKA VÝZKUMU	48
4.1 CÍLE VÝZKUMU	48
4.2 VÝZKUMNÉ PROBLÉMY (OTÁZKY) A HYPOTÉZY	49
4.3 VÝZKUMNÝ SOUBOR	51
4.4 VÝZKUMNÉ METODY A VÝZKUMNÉ NÁSTROJE	53
4.5 METODY ZPRACOVÁNÍ ZÍSKANÝCH DAT, STATISTICKÉ METODY	56
5 ANALÝZA A INTERPRETACE ZÍSKANÝCH DAT	60
6 DISKUZE A LIMITY VÝZKUMU	71
7 ZÁVĚRY A DOPORUČENÍ PRO PRAXI.....	75
ZÁVĚR	76
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	79
SEZNAM OBRÁZKŮ	85
SEZNAM TABULEK.....	86
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	87
SEZNAM PŘÍLOH.....	88

ÚVOD

V současném pojetí matematického vzdělávání je kladen stále větší důraz na rozvoj schopnosti žáků řešit problémy, hledat různé metody řešení a aplikovat matematiku v reálných situacích. Nestandardní učební úlohy, které vybočují ze stereotypního uplatňování mechanicky opakovaných postupů řešení, v tomto ohledu představují důležitý nástroj. Umožňují žákům rozvíjet tvořivé a kritické myšlení, schopnost řešit problémy, přemýšlet o vhodných metodách řešení a vytvářet vlastní strategie řešení. Právě díky tomu mají nestandardní učební úlohy nezastupitelnou roli v moderním pojetí výuky matematiky, a jejich význam je v odborné literatuře často akcentován. Přesto však zůstává otázkou, jak jsou tyto úlohy zastoupeny v tak klíčovém didaktickém prostředku, jakým jsou učebnice.

Cílem teoretické části diplomové práce je vytvořit koherentní a systematický teoretický rámec zkoumané problematiky, který poslouží jako východisko pro následnou praktickou část této práce. Teoretická část práce je přitom diferenciována do tří na sebe obsahově navazujících kapitol. První dvě kapitoly se konkrétně věnují terminologickému vymezení a klasifikaci učebních úloh obecně, ale také matematických učebních úloh a nestandardních matematických učebních úloh. Stěžejní cílem druhé kapitoly je však popsat vliv nestandardních učebních úloh na žákovské učení z různých perspektiv a dále také popsat postavení těchto úloh v současné edukační praxi, a to s oporou o aktuální relevantní tuzemské i zahraniční výzkumy. Třetí kapitola se pak zabývá zejména didaktickou vybaveností učebnic matematiky 1. stupně základní školy z hlediska zastoupení nestandardních úloh.

Na danou kapitolu pak plynule navazuje praktická část diplomové práce, která nejprve přehledně představuje charakteristiku výzkumu, jehož hlavním cílem je popsat a komparovat vybrané učebnice matematiky 1. stupně základní školy z hlediska zastoupení nestandardních učebních úloh a posoudit jejich soulad s odbornými doporučeními představenými v teoretické části. Následně jsou představeny i dílčí cíle, na ně navazující výzkumné otázky a věcné hypotézy, výzkumný soubor 108 vybraných učebnic matematiky 1. stupně ZŠ, kvantitativní obsahová analýza textu jako výzkumná metoda, metody zpracování získaných dat a metody popisné i induktivní statistiky a s ní související statistické hypotézy. Poté následuje kapitola, jež vyhodnocuje a prezentuje výsledky výzkumu, a v závěrečných dvou kapitolách jsou výsledky výzkumu shrnuty a diskutovány s odkazem na odbornou literaturu, přičemž také uvádíme limity výzkumu, z výsledků vyplývající závěry a doporučení pro pedagogickou praxi.

I TEORETICKÁ ČÁST

1 UČEBNÍ ÚLOHY A JEJICH ROLE VE ŠKOLSKÉ MATEMATICE

Učební úlohy obecně představují nezastupitelnou součást vzdělávacího procesu napříč všemi vyučovacími předměty a stupni škol (Bártek et al., 2018; Češková, 2016). Zvláště pak v matematice hrají učební úlohy klíčovou roli, přičemž právě v matematice se dle Bárta et al. (2018) s učebními úlohami setkáváme nejčastěji, a to mj. z toho důvodu, že se matematika vyučuje a učí právě prostřednictvím řešení úloh. Ty dle Bárta et al. (2018) a Kalhouse (2009) plní nejvýznamnější funkci z hlediska efektivity výuky, řízení učení a aktivizace žáků. Nováková (2019) dokonce považuje řešení učebních úloh za základní pilíř výuky matematiky. Kuřina (2011) zase pokládá problémy a úlohy obecně za jádro jak samotné matematiky jako vědy, tak i školské matematiky. Není tedy divu, že učební úlohy a jejich řešení žákem zároveň řadíme mezi aktuální významná témata didaktiky matematiky a že představují trvalý předmět zájmu školské praxe (Bártek et al., 2018; Vondrová et al., 2017).

Cílem této kapitoly bude tedy terminologicky vymezit pojem učební úlohy v obecném kontextu, ale i z hlediska didaktiky matematiky, dále bude úkolem dané kapitoly učební úlohy i matematické učební úlohy klasifikovat a popsat jejich didaktický význam. Z tohoto důvodu byla tedy daná kapitola rozčleněna do dvou podkapitol, přičemž první podkapitola se tematicky zaměří na učební úlohy obecně a obsah druhé podkapitoly pak na ni plynule naváže, přičemž se bude zabývat už konkrétně učebními úlohami v matematice.

1.1 Terminologické vymezení, klasifikace a didaktický význam učebních úloh

Řada autorů se pokusila učební úlohy obecně, ale i konkrétně matematické učební úlohy definovat, popsat a vnitřně strukturovat, avšak z hlediska určitých aspektů či akcentů. Z tohoto důvodu se můžeme setkat na poli didaktické teorie s rozličnými pojetími učebních úloh, a tudíž i matematických učebních úloh, popř. k nim synonymních výrazů. Níže tedy uvedu alespoň některé z těchto definic a charakteristik daných termínů, které se běžně vyskytují v současné odborné české i zahraniční literatuře. Úkolem této podkapitoly bude však učební úlohy nejen definovat, ale klasifikovat a popsat jejich didaktický význam.

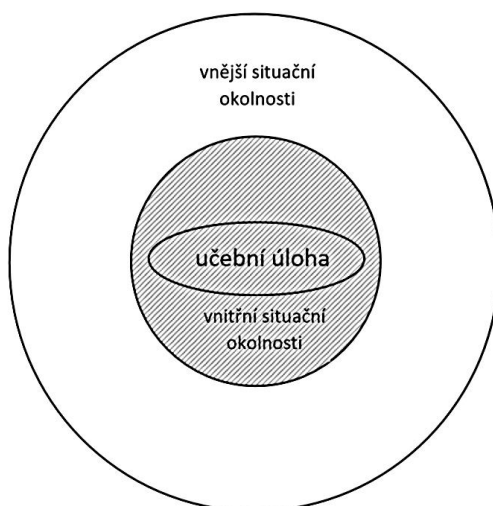
Co se tedy týče učebních úloh (*learning tasks*) obecně, Kalhous (2009, s. 329) se opírá o slova Holoušové (1983, citováno v Kalhous, 2009) a definuje učební úlohu v neobecnější rovině jako „širokou škálu všech učebních zadání, a to od nejjednodušších úkolů,

vyžadujících pouhou pamětní reprodukci poznatků, až po složité úkoly, vyžadující tvořivé myšlení.“ S akcentem ve vztahu k učebnímu cíli definují učební úlohu autoři Pedagogického slovníku (Průcha, Walterová & Mareš, 2013, s. 325), a to jako „každou pedagogickou situaci, která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle“, nebo také autoři Výkladového slovníku z pedagogiky (Kolář et al., 2012, s. 153), kteří učební úlohu chápou jako „speciálně záměrně vytvořenou nebo připravenou (např. v učebnici) situaci, jejíž vyřešení, zpracování vede k dosažení vzdělávacího cíle, k novému poznání, zvládnutí metody, postupu, k zaujetí určitého postoje, k motivování.“ Žákovské učení a motivaci v rámci definice učební úlohy uvádí i Janík et al. (2013, s. 377), kteří vymezují učební úlohu jako „didaktický konstrukt, jehož zadání vyzývá žáka k řešení určitého problému formulovaného tak, aby řešení vedlo k žákovu učení, k rozvoji jeho kompetencí a motivovalo žáka k poznávání.“ Janík et al. (2013) však také, stejně jako např. Češková (2016) či Slavík, Dytrtová a Fulková (2010) považují učební úlohy jako jádro každé výukové situace. Učebními úlohami ve spojitosti s výukovou situací, a to konkrétně s výukovou situací v matematickém vzdělávání, se zabývá také např. Skultety (2019b).

Vzhledem k výše uvedeným definicím učební úlohy můžeme tedy souhlasit s tvrzením Slavíka, Dytrtové a Fulkové (2010), kteří konstatují, že se autoři v rámci definic učební úlohy shodují ve třech charakteristických prvcích učební úlohy, kterými je výzva žáka k aktivní činnosti, směřování k cíli učení a zakládání edukativní situace a podmiňování její formy, organizace a průběhu. Učební úlohy tedy nelze chápat izolovaně, ale jako součást širší jednotky vyučovací hodiny, kterou je právě edukativní či výuková situace (Nováková, 2019; Vomáčková, Příhodová & Minaříková, 2019).

Výukovou situaci přitom Češková (2016, s. 532) definuje v návaznosti na Pelikánovo (1995) pojetí výukové situace jako „konkrétní časově a místně omezenou shodu okolností, během níž je jedinec vystaven působení učitelem předložených vlivů majících svůj specifický výukový cíl (učební úlohy), na něž žák určitým způsobem reaguje.“ Zároveň má každá výuková situace jádro, kterým je, jak již výše zmiňujeme, učební úloha, a dále pak obal, jenž je složen z okolností, které mohou ovlivnit zařazení dané učební úlohy (Češková, 2016). Tyto okolnosti pak Češková (2016) popisuje v návaznosti na pojetí výukové situace Ecem (2004) a Slavíkem a Janíkem (2012), přičemž rozlišuje tzv. vnější situační okolnosti, tedy veškeré znalosti, zkušenosti, dovednosti a schopnosti žáků, stejně tak i jejich motivace a aktivita, dále pak i učitelovy znalosti obecně a osobnostní charakteristiky a učitelem zvolené didaktické prostředky, a tzv. vnitřní situační okolnosti, tedy způsob uchopení

konkrétní učební úlohy v konkrétní hodině učitelem a žáky. Vnější situační okolnosti přitom vstupují do dané výukové situace zvenčí a nejsou příliš ovlivnitelné a zároveň se promítají do vnitřních situačních okolností, se kterými se společně vztahují k jádru, tedy učební úloze (Češková, 2016). Schéma výukové situace dle Češkové (2016) viz níže na Obrázku 1.



Obrázek 1 Schéma výukové situace

(Češková, 2016, s. 532)

S učebními úlohami, jak i vyplývá ze samotné definice výukové situace dle Češkové (2016), tedy bezpochyby souvisí i oblast vzdělávacích, výukových a učebních cílů (Bártek et al., 2018; Kalhous, 2009; Vomáčková, Příhodová & Minaříková, 2019), přičemž Bártek et al. (2018) dokonce považují učební úlohy za zřejmě nejvyužívanější nástroj sloužící nejen k dosahování výukových cílů v matematice, ale i k ověřování jejich dosažení. Vomáčková, Příhodová a Minaříková (2019, s. 28) zase tvrdí, že „oblasti vzdělávacích cílů by měly korespondovat s typy úloh, kterými k nim přibližují učitelé své žáky,“ a že pro dosažení učebního cíle musí učební úlohy také naplňovat 5 parametrů učení, které Vomáčková, Příhodová a Minaříková (2019) popisují na základě Mareše (2013):

- obsahový, který určuje podobu učebních úloh v rámci vyučovacího předmětu z hlediska tématu a mezipředmětových vztahů, konkrétně v rámci matematiky tak rozlišujeme např. úlohy z aritmetiky, algebry, kombinatoriky, planimetrie apod.;
- motivační nebo také emočně motivační či stimulační (dle Průchy, Walterové a Mareše (2013), který ovlivňuje žákovo chování (má behaviorální podobu), žákovo myšlení (má kognitivní podobu), žákovy emoce (má afektivní podobu) či žákovo uvažování (má metakognitivní podobu) (Mitchell & Carbone, 2011);

- operační, který určuje náročnost úlohy z hlediska myšlenkových operací potřebných k řešení úlohy (dle Bloomovy taxonomie kognitivních cílů);
- formativní, který určuje vztah úloh k učebním cílům, posloupnost úloh z hlediska náročnosti řešení pro konkrétního žáka a dále také formuje osobnostní vlastnosti žáků, jejich sebepojetí a sebehodnocení;
- regulativní, vyplývající ze zadání úloh, který do jisté míry řídí žakovu činnost a ovlivňuje průběh řešení úlohy.

Na základě operačního charakteru učebních úloh pak Vomáčková, Příhodová a Minaříková (2019) dělí úlohy dle Tollingerové (1976), která vytvořila taxonomii učebních úloh v návaznosti na Bloomovu taxonomii kognitivních cílů, a to do pěti kategorií náročnosti:

- kategorie 1: úlohy vyžadující pamětní reprodukci poznatků,
- kategorie 2: úlohy vyžadující jednoduché myšlenkové operace,
- kategorie 3: úlohy vyžadující složité myšlenkové operace s poznatky,
- kategorie 4: úlohy vyžadující sdělení poznatků,
- kategorie 5: úlohy vyžadující tvořivé myšlení (úlohy nejvyšší kognitivní náročnosti).

Vomáčková, Příhodová a Minaříková (2019) dělí učební úlohy i na základě regulativního parametru učebních úloh, a to na:

- úlohy žákovi přidělené vs. úlohy žákem vybrané (z předložené nabídky úloh);
- úlohy uzavřené (s výběrem jedné či více správných odpovědí z nabídky) vs. úlohy otevřené (bez možnosti výběru odpovědi z nabídky);
- úlohy plně vymezené či zadané (vše potřebné je v úloze zadáno) vs. úlohy neúplně vymezené či zadané (zadání úlohy umožňuje žákovi si chybějící potřebné údaje tvořivě domyslet);
- úlohy prezentované jednorázově (zadání úlohy je definitivní, kompletní a neměnné) vs. úlohy prezentované sekvenčně (zadání úlohy je rozděleno do několika dílčích úloh);
- úlohy řešené bez pomoci žákovi vs. úlohy řešené s pomocí (např. učitele, spolužáka, tabulky).

Ve vztahu k cílům je však také důležité zmínit kromě pěti parametrů neboli aspektů učení dle Mareše (2013) i didaktické funkce, které učební úlohy plní. Konkrétně se jedná o tyto funkce dle Kalhouse (2009):

1. vzdělávací – zaměřují se na formování matematických poznatků, zručností a návyků;
2. výchovné – zaměřené na vzbuzení zájmu žáků, čímž je vedou k samostatnosti, tvořivosti a formování morálních kvalit;
3. rozvíjející – pomáhají rozvíjet myšlení funkce.

Jestliže na učební úlohy nenahlížíme jako na izolované jevy, ale jako na součásti ucelených souborů úloh, které teprve jako celek vedou k dosažení stanovených vzdělávacích cílů (Vomáčková, Příhodová & Minaříková, 2019), pak můžeme dle Tollingerové (1976) hovořit i o posuzování a záměrném projektování souborů učebních úloh, o kterém pojednává i Kalhous (2009), který čtenářům představuje dvě vlastnosti těchto souborů úloh dle Tollingerové (1976), a to poznávací náročnost učebních úloh a pestrost souboru úloh, přičemž na základě těchto dvou vlastností se pak určuje poznávací (operační) hodnota souboru učebních úloh a didaktická hodnota souboru učebních úloh.

1.2 Terminologické vymezení, klasifikace a didaktický význam matematických učebních úloh

Co se pak týče pojmu matematická učební úloha (*mathematical task*), Bártek et al. (2018), Kuřina (2011) a další se shodují v tom, že didaktika matematiky nedisponuje jednotně přijímaným vymezením matematické úlohy, přičemž tito autoři tvrdí, že vymezení daného pojmu je závislé na záměru, s jakým k úlohám přistupujeme. Z tohoto důvodu tedy, stejně jako tomu bylo v případě učebních úloh obecně, uvedeme alespoň některé významné definice, které nám umožní se na matematické učební úlohy podívat z vícero úhlů pohledu.

Například známý český matematik František Kuřina (2011) definuje matematickou úlohu ve vztahu k pojetí úlohy obecně jako jakékoliv výzvě k činnosti, matematická úloha je pak tedy výzvou k matematické činnosti. Na základě toho pak Kuřina (2011) dělí matematické úlohy ve spojitosti s konkrétními výzvami a otázkami směřovanými k řešiteli úlohy, a to následovně, jak uvádí Tabulka 1 na následující straně.

Tabulka 1 Nejběžnější typy úloh vyskytující se ve školské matematice dle Kuřiny

Úloha	Výzva řešitele k činnosti	Otázka
Kalkulativní	Vypočítejte ...	Kolik?
Rozhodovací	Rozhodněte ...	Zda?
Určovací	Určete ...	Který?
Konstrukční	Sestrojte ...	Jak?
Důkazové	Dokažte ...	Proč?

(Kuřina, 2011, s. 186)

V praxi však obvykle konkrétní matematické úlohy vykazují charakteristiky vícero výše uvedených typů úloh, málokdy je tedy možné konkrétní matematickou úlohu přiřadit čistě k jednomu z výše uvedených typů matematických úloh (Kuřina, 2011). Zároveň jde prakticky v každé matematické úloze o určování něčeho (Kuřina, 2011), proto již Vyšin (1962) tvrdil, že všechny matematické úlohy můžeme považovat za určovací.

Podle rolí, které úlohy hrají v rámci vzdělávacího procesu, pak Kuřina (2011) dělí úlohy na motivační, ilustrační (tzv. příklady), procvičovací (tzv. cvičení), diagnostické a kontrolní. Ze samotných názvů těchto skupin úloh lze tedy jednoznačně určit, jakou roli v rámci vzdělávacího procesu zastávají, přičemž dle Kuřiny (2011) první tři skupiny úloh vedou ke kultivaci žákova duševního světa a zbylé dvě skupiny úloh se vztahují k diagnostice úrovně žakovských vědomostí.

V neposlední řadě Kuřina (2011) dělí úlohy podle náročnosti jejich řešení pro žáka na cvičení, úlohy v užším slova smyslu a na problémy či problémové úlohy. Velmi podobně dělí matematické problémy v širším slova smyslu Kopka (2013, 2016), přičemž na rozdíl od Kuřiny (2011) zdůrazňuje při definici těchto tří pojmů tři hlavní složky problému, a to výchozí či počáteční situaci, v níž popisujeme souvislosti a vztahy a poskytujeme potřebné informace nebo údaje, dále pak koncovou situaci neboli cíl, kterého chce řešitel dosáhnout, a cestu, která vede z výchozí situace směrem k cíli. Charakteristické prvky cvičení neboli rutinního problému, úlohy neboli nerutinního problému a zkoumání neboli problému v užším slova smyslu dle Kopky (2013) přehledně znázorňují následující tři schémata matematického problému v Tabulce 2 na následující straně.

Tabulka 2 Dělení matematických problémů na základě tří hlavních složek problému dle Kopky

Cvičení či rutinní problémy		
výchozí situace	→	koncová situace
Výchozí situace, cesta i koncová situace (cíl) je známa.		
Úlohy či nerutinní problémy		
výchozí situace	→	koncová situace
Je známa výchozí a koncová situace (cíl), nikoliv cesta.		
Zkoumání		
výchozí situace	→	koncová situace
Je dána pouze výchozí situace, nikoliv cesta a koncová situace (cíl).		

(Kopka, 2013; Příhonská, 2013, s. 12)

Na rozdíl od Kopky (2013, 2016) Kuřina (2011) cvičením rozumí takové úlohy, jejichž postup řešení je řešitelem předem znám z textu úlohy, přičemž je založen na uplatnění jednoho nebo několika algoritmů. Úloha v užším slova smyslu pak vyžaduje od řešitele aplikaci vícero algoritmů, jejichž určení na základě uplatnění známé teorie je podstatou řešení úlohy (Kuřina, 2011). Schopnost řešit právě tyto dva typy matematických úloh lze chápat dle Kuřiny (2011) jako matematickou gramotnost. Problémové úlohy však na rozdíl od dvou předchozích skupin úloh vyžadují při řešení tvořivý přístup řešitele, přičemž cesta k výsledku není řešitelem předem známa (Kuřina, 2011). Kuřina (2011) přitom tyto úlohy dokonce připodobňuje vědeckým problémům. Z těchto důvodů jsou tedy problémy či problémové úlohy pro žáky velmi náročné, ať už hlediska soustředění, invence či času.

Z výše uvedeného tedy vyplývá, že se autory používaná terminologie v dané oblasti velmi podobá, ba téměř shoduje, každý z autorů však k definici těchto termínů přistupuje odlišně, přičemž se v celkovém pojetí jednotlivých pojmů taktéž téměř zcela rozcházejí. Určitou podobnost vidíme pouze v chápání termínu cvičení – Kuřina (2011) i Kopka (2013, 2016) vnímají cvičení za rutinní problém. Úlohy či nerutinní problémy dle Kopky (2013, 2016) jsou ale dle Kuřiny (2011) označovány jako problémy či problémové úlohy. Problémem v užším slova smyslu či zkoumáním dle Kopky (2013) je pak myšlen problém, který si v praxi můžeme velmi zjednodušeně představit pod tímto konkrétním zadáním: „Zkoumejte tento trojúhelník.“ Řešitel tohoto problému, resp. zkoumání zkrátka nemá k dispozici ani cestu k cíli, ani samotný cíl (Kopka, 2013).

K výše uvedenému dělení matematických úloh podle náročnosti jejich řešení pro žáka dle Kuřiny (2011) a dělení matematických problémů na základě tří hlavních složek problému dle Kopky (2013, 2016) je také důležité zmínit, že Kuřina (2011) i Kopka (2013) tvrdí, že nelze konkrétní matematické úlohy (ve vztahu ke Kuřinovi (2011) či matematické problémy (ve vztahu ke Kopkovi (2013, 2016) přiřazovat k jednotlivým skupinám úloh či problémů klasifikací – posouzení náročnosti konkrétní úlohy či problému pro žáka je subjektivní záležitostí. V rozporu s touto myšlenkou obou autorů je však tvrzení Kuřiny (2011), že většina jím předkládaných úloh a jejich řešení v dané publikaci má podobu právě problémových úloh. V tomto případě tedy zřejmě autor posuzuje konkrétní úlohy z obecného hlediska na poli teorie, v praxi však všechny úlohy autorem považované za problémy nemusí být vzhledem ke konkrétnímu žákovi zrovna problémem, ale třeba úlohou či cvičením.

Příhonská (2013) zase srovnává tři hlavní složky problému dle Kopky (2013) s klasifikací základních komponent matematické úlohy podle Cirjaka (2000), mezi které se řadí:

- způsob zadání úlohy – otevřenost nebo uzavřenost samotného problému;
- způsob řešení problému – konvergentnost (uzavřenost, rutinnost) či divergentnost (otevřenost) v procesu řešení;
- výsledek úlohy – otevřenost a uzavřenost produktu činnosti.

Na základě toho pak Cirjak (2000) rozlišuje uzavřené, rutinní procesy (RP) a otevřené procesy (OP). Kombinace uvedených komponent vede k taxonomii tvořivých úloh, přičemž Cirjak (2000) uvádí 4 stupně tvořivosti úlohy, přičemž Tabulka 3, uvedená na následující straně, přehledně, přitom však zjednodušeně, představuje konkrétní podoby úloh charakteristické pro dané stupně tvořivosti dle Cirjaka (2000) i ve vztahu k třem podobám problému dle Kopky (2013).

Tabulka 3 Taxonomie tvořivých úloh dle Cirjaka v porovnání s taxonomií matematických problémů dle Kopky

Typ tvořivé úlohy	Způsob zadání úlohy	Způsob řešení problému	Výsledek úlohy	Porovnání s taxonomií matematických problémů dle Kopky (2013)
Úloha tvořivosti nejnižšího stupně	RP	RP	RP	Cvičení či rutinní problémy
Úloha tvořivosti druhého stupně	RP	RP	OP	Úlohy či nerutinní problémy
	RP	OP	RP	
	OP	RP	RP	
Úloha tvořivosti třetího stupně	RP	OP	OP	Zkoumání
	OP	RP	OP	
	OP	OP	RP	
Úloha tvořivosti nejvyššího stupně	OP	OP	OP	

(Cirjak, 2000; Kopka, 2013; Příhonská, 2013)

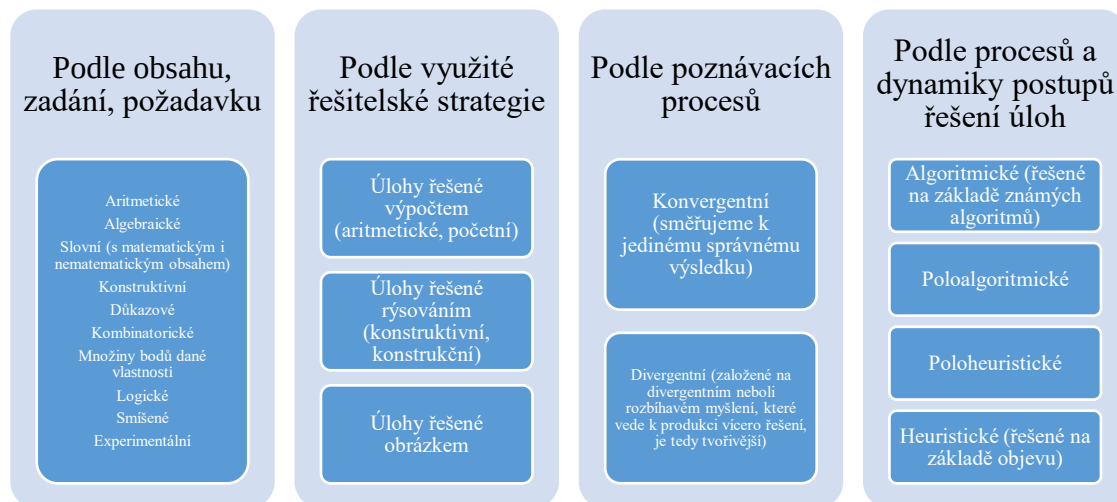
Z výše uvedené Tabulky 3 tedy vyplývá, že u některých matematických úloh existuje více způsobů, jak úlohu uchopit a jak ji řešit, a dokonce učební úloha může, ale nemusí směřovat k jednoznačnému výsledku. Samková (2020), která se zabývá otevřenými úlohami, by k tomu však ještě dodala, že jsou i takové úlohy, které jsou otevřené i z hlediska další cesty, prostřednictvím níž lze úlohu rozvinout v novou úlohu. Mj. z tohoto důvodu je dle Mareše (2013) důležité, aby žák uvažoval nad zadáním úlohy a přemýšlel nad vhodnými postupy jejího řešení. A právě tato schopnost žáka pracovat s učební úlohou by měla učitele zajímat nejvíce, přičemž by se měla stát i předmětem hodnocení žáka (Mareš, 2013).

Další pohled na pojetí matematické učební úlohy přináší Příhonská (2013), která stejně jako Bártek et al. (2018) považuje matematické úlohy za matematické problémy, které mají žáci řešit. Příhonská (2013) pak dále tvrdí, že matematické úlohy jsou jedním ze zdrojů, které ovlivňují vztah žáků nejen k řešení těchto úloh, ale také obecně k matematice jako vyučovacímu předmětu, a to ať už pozitivně či negativně. Velmi podobný názor má také Vomáčková, Příhodová a Minaříková (2019), přičemž uvádí, že přístup žáka ke školní práci je ovlivněn nejen zadáním učební úlohy, ale i jeho aspirační úrovní, která stanovuje jeho očekávání týkající se výkonu, tato očekávání totiž žák následně porovnává se svým reálným výkonem a na závěr na základě tohoto srovnání žák prožívá úspěch (vítězství), nebo selhání

(prohru). Nepřiměřenost jeho sebehodnocení pak dle Vomáčkové, Příhodové a Minaříkové (2019) může vést jak k neodůvodněné skepsi, tak neodůvodněné euforii. Otázkou motivace ve spojitosti s matematickými učebními úlohami se zabývá i Bártek et al. (2018), tito autoři však vyzdvihují zejména pozitivní motivační význam matematických učebních úloh, a to zejména těch nestandardních, s odkazem jak na teorii vzdělávání, tak i edukační praxi. Bártek et al. (2018) zároveň odkazují na definici motivace, která je chápána jako „činnost, prostřednictvím které vzbuzujeme zájem žáků (jedince) o učení se, koncentrujeme jejich pozornost a aktivizujeme je k činnostem“ (Fulier & Šedivý, 2004, s. 10). Hejný a Kuřina (2001) přitom zdůrazňují, že motivace je předpokladem úspěšného zahájení procesu učení.

Oproti všem výše uvedeným definicím učební úlohy, které byly formulované zejména z pohledu žáka jako řešitele úlohy, Bártek et al. (2018, s. 120) definují učební úlohy také z pozice učitele, a to jako „všechna učební zadání, která užívají všichni učitelé ve své každodenní práci.“ Učitelé by přitom měli volit nejen takové učební úlohy, prostřednictvím kterých žáci získají nové matematické znalosti a dovednosti, ale také takové úlohy, jejichž cílem je určité učivo zopakovat a procvičit (Bártek et al., 2018; Vondrová, 2013). Konkrétní využití úlohy v praxi je ovšem závislé nejen na roli učitele, ale také na roli žáka či kognitivní náročnosti a typu této úlohy (Vondrová, 2013).

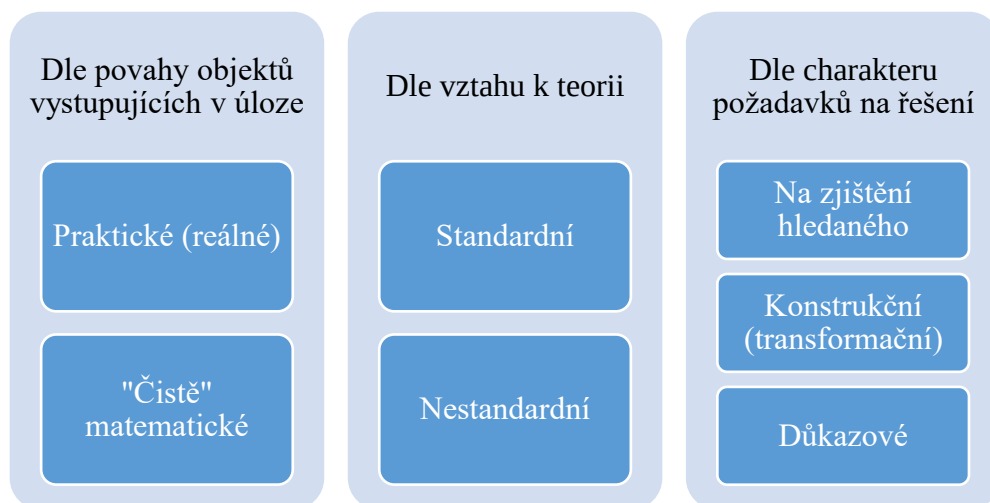
Z tohoto důvodu bychom chtěli v neposlední řadě také prostřednictvím níže uvedeného Obrázku 2 představit čtyři hlediska dělení matematických učebních úloh dle Příhonské (2013), která sice v první řadě dělí matematické úlohy na standardní a nestandardní, ale uvádí i tzv. jemnější dělení z hlediska čtyř různých aspektů.



Obrázek 2 Dělení matematických úloh dle Příhonské

(Příhonská, 2013, s. 11; Zelina & Zelinová, 1990)

Na rozdíl od Příhonské (2013), Bártek et al. (2018) zdůrazňují význam tří kritérií pro třídění matematických učebních úloh dle Fridmana (1984, citováno v Bártek et al., 2018), která přehledně zobrazuje graf Obrázku 3 níže. Jak můžeme z tohoto grafu vyčíst, matematické učební úlohy můžeme na základě zmiňovaných významných kritérií klasifikovat do sedmi skupin. Zvláštní postavení přitom zastávají učební úlohy slovní, které se prolínají celým matematickým učivem (Bártek et al., 2018) a které ve vztahu ke klasifikaci matematických učebních úloh dle Kopky (2013) můžeme na základě Příhonské (2013) považovat za samostatnou skupinu tzv. nerutinních problémů. A právě těmi se budeme konkrétněji zabývat v následující kapitole tematicky zaměřené na nestandardní učební úlohy, jež, jak vidíme, jsou taktéž součástí grafu uvedeného na Obrázku 3, který přehledně zobrazuje kritéria pro třídění matematických učebních úloh dle Fridmana (1984, citováno v Bártek et al., 2018) a jednotlivé skupiny matematických učebních úloh, které na základě těchto kritérií stanovuje.



Obrázek 3 Kritéria pro třídění matematických učebních úloh dle Fridmana

(Fridman, 1984, citováno v Bártek et al., 2018, s. 130)

Nestandardní učební úlohy se však nepojí pouze ke slovním úlohám, ale taktéž k dalším typům úloh, které jsme již v dané kapitole zmínili, a to zejména k úlohám vyššího stupně tvořivosti, úlohám logickým, kombinatorickým, experimentálním, divergentním, heuristickým a praktickým. A právě těmto a dalším nestandardním matematickým úlohám se budeme podrobněji věnovat v následující kapitole.

2 NESTANDARDNÍ UČEBNÍ ÚLOHY VE VÝUCE MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZŠ

Téma nestandardních učebních úloh bychom mohli určitě zařadit ke stěžejním tématům didaktické teorie i praxe školské matematiky 21. století, které dokonce hraje velkou roli i v rámci perspektiv vývoje výuky matematiky tohoto století (Polák, 2020). Existuje totiž velký paradox – na jedné straně se současná česká i zahraniční matematická didaktická literatura zaměřuje na inovativní přístupy ke vzdělávání, zejména pak ve vztahu ke konstruktivistickému pojetí vyučování matematiky, přičemž odkazuje, ať už explicitně či implicitně, na klíčový význam nestandardních a aplikačních úloh a problémů pro žákovské učení (Polák, 2020), dále pak i, konkrétně ve vztahu ke vzdělávání na 1. stupni ZŠ, Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání neboli RVP ZV (MŠMT, 2023) přímo zmiňuje v rámci vzdělávacího obsahu vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy a v neposlední řadě nám také současná doba nabízí velké množství didaktického materiálu se zaměřením na nestandardní matematické úlohy (Polák, 2020), na druhé straně však stojí názory některých autorů, jako např. Hrubešové (2023b), Poláka (2020), Příhonské (2019), Vondrové (2019), že je ve školní praxi téma nestandardních učebních úloh v současné školské matematice stále kritickým místem, a to z vícero aspektů. Za tzv. kritická místa matematiky základní školy přitom Vondrová (2019, s. 9) považuje „oblasti, v nichž žáci často a opakovaně selhávají.“

Tato kapitola se přitom diferenciuje do tří podkapitol, jejichž cílem bude nestandardní matematické učební úlohy terminologicky vymezit a klasifikovat, dále pak uvést jejich pozitivní i negativní vlivy na žákovské učení a v neposlední řadě také představit jejich roli v současné edukační praxi v návaznosti na aktuální tuzemské i zahraniční výzkumy zaměřené na tuto problematiku.

2.1 Terminologické vymezení a klasifikace nestandardních matematických učebních úloh

Nestandardní učební úlohy (*non-standard tasks*) nejsou, stejně jako učební úlohy a matematické učební úlohy, v rámci didaktiky jednotně vymezeny, přičemž se můžeme při studiu literatury setkat i s rozličnými synonymními výrazy, které autoři užívají namísto nestandardních učebních úloh či pouze nestandardních úloh. Například za nestandardní matematické učební úlohy jsou považovány Novákovou (2019) či Bártkem et al. (2018), ti však běžně užívají i pojem nerutinní učební úloha, dle Příhonské (2013) se jedná

o nestandardní úlohy či problémy nebo také netradiční úlohy, s pojmem netradiční matematická úloha se můžeme setkat i v odborné literatuře Hrubešové (2023b), Lišková a Rezek (2015) používají jak termín nestandardní úlohy, tak i nestandardní aplikační problémy (s určitými významovými odchylkami), Češková (2016) operuje s pojmem problémově orientované úlohy, dle Poláka (2020) se taktéž jedná o problémy, či dokonce konkrétně otevřené matematické úlohy, se kterými pracuje i Samková (2020), která v rámci otevřených úloh rozlišuje i úlohy polyvalentní a tzv. úlohy Concept Cartoons, dále však zdůrazňuje taktéž význam badatelsky orientovaného vyučování v matematice (BOVM), a proto užívá také termín badatelské úlohy, s dalším pojmem se setkáme např. u Vondrové et al. (2019), dle nichž se jedná o nestandardní úlohy nebo také úlohy autentické či reálné úlohy, popř. problémy, přičemž s úlohami pracují pouze v kontextu slovních úloh. V RVP ZV (MŠMT, 2023), jak již bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, přitom explicitně používají slovní spojení nestandardní aplikační úlohy a problémy. S některými z uvedených pojmů jsme se již také setkali v předchozí kapitole, a to zejména v jejím závěru, který nastiňoval již některé nestandardní úlohy v rámci klasifikace matematických učebních úloh. Přesto však bude nutné uvést ještě další typy nestandardních učebních úloh a jejich definice pro komplexnější pohled na nestandardní učební úlohy v matematice.

Vondrová et al. (2019) uvádí, že z hlediska kontextu se nejčastěji uvádí klasifikace matematických úloh na standardní a nestandardní. Na poli didaktiky matematiky se však, jak již bylo naznačeno v úvodu této podkapitoly, můžeme setkat s rozličnými pojetími těchto dvou stěžejních pojmů. Vondrová et al. (2019) se však obrací na definice zahraničních autorů, a to konkrétně Verschaffela, Greera a De Corte (2000) a dále pak Vicente a Manchadové (2016), z nichž vyplývá, že standardní učební úlohy jsou „dominantně prezentované úlohy v učebnicích, které ověřují rutinní matematické postupy“ (Vondrová et al., 2019, s. 67). Naopak za nestandardní úlohy považují tito autoři takové úlohy, jejichž řešení vyžaduje mj. aplikaci znalostí z reálného života, Vicente a Machando (2016) je konkrétně nazývají jako problémy autentické (reálné) a problémy obsahující irelevantní informace (standardní úlohy chápou jako standardní problémy). Obdobně dělí matematické učební úlohy i Lave a Packer (2008), přičemž uvádějí tzv. formálně čisté problémy s jasnou matematickou strukturou, a naopak realistické problémy, které ověřují tzv. situované poznání. Dle Jiméneze a Verschaffela (2014) můžeme přitom dokonce nestandardní matematické úlohy klasifikovat do těchto sedmi typů:

1. úlohy neřešitelné z důvodu nedostatku informací;
2. úlohy s více správnými řešeními;
3. úlohy, jejichž řešení je obsaženo v zadání úlohy;
4. úlohy s nadbytečnými číselnými informacemi;
5. neproporční úlohy (mohou navenek působit jako proporční, ale jejich řešení nelze založit na přímé nebo nepřímé úměrnosti, protože mají například aditivní strukturu nebo jejich objekty nejsou vázány poměrem);
6. úlohy vyžadující dělení se zbytkem, který musí být interpretován;
7. úlohy, v kterých musí být pro úspěšné řešení zohledněny informace, které nejsou explicitně zmíněny v zadání úlohy.

Podobně jako výše jmenovaní zahraniční autoři definuje nestandardní úlohy či problémy Příhonská (2019, s. 100), a to jako „úlohy, které vyžadují určitou tvořivost, originalitu a důvtip a na rozdíl od standardních úloh nejsou založeny na využití pamětných znalostí, osvojených vzorců či algoritmů.“ Za problémy jsou nestandardní úlohy považovány také Liškovou a Rezkem (2015, s. 105), kteří vymezují nestandardní úlohy jako „úlohy, které mají často širší kontext navozující konkrétní problémovou situaci.“ Dle Liškové a Rezka (2015) přitom zároveň řešení nestandardních úloh vyžaduje aktivní práci s větším množstvím informací, mezi nimiž hledají vztahy. Na druhou stranu však tyto autoři (Lišková & Rezek, 2015) kladou důraz na to, že nestandardní úlohy a problémy nelze pojímat jako úlohy složité, ale jako úlohy, které jsou komplexně svým řešitelem považovány za neobvyklé.

Poněvadž mnoho tuzemských i zahraničních autorů považuje učební úlohy za problémy, ať už se jedná o učební úlohy obecně či nestandardní úlohy, je na místě zmínit i Poláka (2020), který uvádí, že pojem problém je v didaktice matematiky i v ostatních oborových didaktikách pojímán z hlediska dvou aspektů – jednak problém můžeme chápat v širším kontextu obecně jako úlohu, jednak v užším kontextu můžeme problém definovat jako úlohu, která není standardní či typová a jejíž řešení je náročné a spojené s hledáním nového postupu řešení. A právě zde dochází k rozkolu s výše uvedeným tvrzením Liškové a Rezka (2015) ohledně náročnosti nestandardních úloh. Do opozice vůči Liškové a Rezkovi (2015) se v tomto ohledu staví i Nováková (2019), jež chápe nestandardní učební úlohy za náročnější než, dle jejich slov, běžné učebnicové úlohy, přestože pro jejich řešení není nutné

disponovat znalostmi složitěho matematického aparátu, ale stačí základní školské znalosti a tzv. dobrý nápad.

Náročnost nestandardních matematických učebních úloh lze i odvodit na základě Vondrové (2019), která ve vztahu k pojmotvornému procesu v matematice zmiňuje mj. tzv. teorii abstrakce v kontextu (*abstraction in context*), jejímiž autory jsou Hershkowitz, Schwarz a Dreyfus (2001). Na základě této teorie dochází k zmocňování se matematických poznatků prostřednictvím tří vzájemně propojených poznávacích procesů, a to *construction* (konstrukce), *recognising* (rozpoznání) a *building-with* (budování), přičemž Vondrová (2019) uvádí, že v rámci řešení standardních úloh stačí využívat pouze první dva poznávací procesy, během nichž by došlo ke konstrukci nové metody, strategie či konceptu a také k uvědomění použít již zkonstruované znalosti, zatímco netradiční úlohy vyžadují i třetí poznávací proces, během něhož žák novým způsobem propojuje osvojené poznatky tak, aby vznikl nový postup, strategie či koncept. Autoři dále uvádějí také pojem konsolidace, a to jako proces postupného upevňování si nového poznatku, který žák používá i pro nové konstrukce dalších poznatků. Pokud tedy ke konsolidaci nedojde, může být mentální struktura žáka, vytvořená právě ze zmíněných poznatků, křehká.

V neposlední řadě bychom rádi navázali i pojetím nestandardních matematických úloh v kurikulu, resp. RVP ZV (MŠMT, 2023), na které při definování nestandardních úloh odkazuje mnoho autorů, mj. právě z důvodu velkého množství přístupů k terminologii, definici a klasifikaci nestandardních úloh v matematice. RVP ZV, jak již v úvodu této kapitoly zmiňujeme, explicitně pracuje s termínem „Nestandardní aplikační úlohy a problémy“ jakožto názvem čtvrtého tematického okruhu vzdělávacího obsahu vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace. Dle RVP ZV (MŠMT, 2023, s. 31) je přitom řešení nestandardních aplikačních úloh a problémů „do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení,“ které je typické až pro dvě poslední stadia Piagetovy teorie kognitivního vývoje dítěte, ke kterým dochází právě v období primárního vzdělávání žáků, lze tedy říci, že pro rozvoj logického myšlení je toto období pro žáky klíčové (Břehovský & Příhonská, 2021). Schopnost myslet logicky je přitom důležitý myšlenkový proces potřebný pro řešení problémových situací v každodenním životě, a tedy i pro rozvoj klíčové kompetence k řešení problémů (Břehovský & Příhonská, 2021; MŠMT, 2023). V RVP ZV (MŠMT, 2023) je však činnostně zaměřený očekávaný výstup tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy stanoven pouze pro závazné 2. období 1. stupně základní školy. Konkrétně se jedná o tento

očekávaný výstup RVP ZV (MŠMT, 2023, s. 35): „Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.“ Minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření je pak následující: „Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy, jejichž řešení nemusí být závislé na matematických postupech.“ (MŠMT, 2023, s. 35) Do učiva pro 1. stupeň ZŠ tohoto tematického okruhu byly přitom zařazeny:

- slovní úlohy,
- číselné a obrázkové řady,
- magické čtverce,
- prostorová představivost.

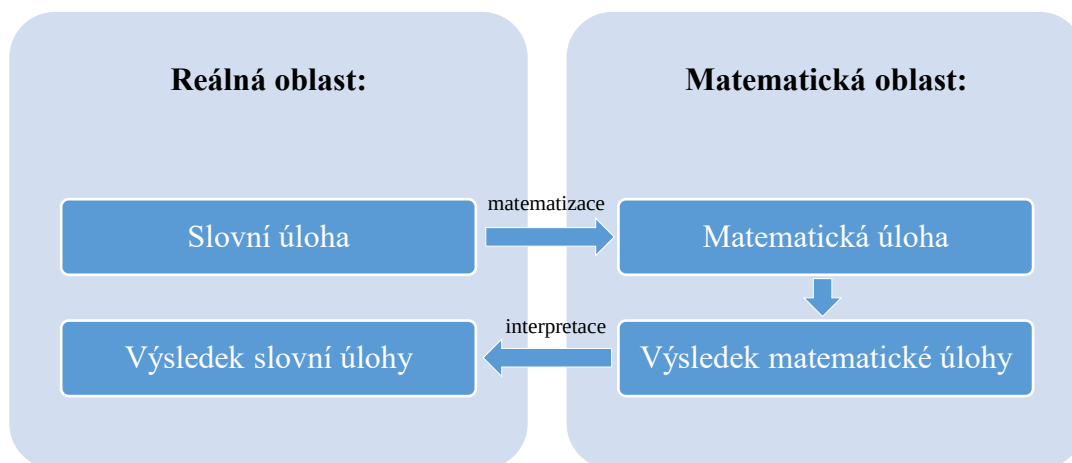
Jak již bylo řečeno v předchozí podkapitole, slovní úlohy netvoří ve školské matematice samostatný tematický celek, ale prolínají celým matematickým učivem (Bártek et al., 2018), což je i v souladu s RVP ZV (MŠMT, 2023), kde je dokonce uvedeno, že nejen slovní úlohy, nýbrž komplexně veškeré učivo tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy by mělo prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání. Za univerzálně interdisciplinární přitom považuje nestandardní úlohy i Skultety (2019a, 2019b). Zřejmě tedy i z tohoto důvodu již v revidovaném RVP ZV (MŠMT, 2025a) tento tematický okruh či celek chybí. V revidovaném RVP ZV (MŠMT, 2025a, s. 30) se však nově objevuje logicko-matematická gramotnost jako „základní gramotnost k rozvoji klíčových kompetencí napříč všemi vzdělávacími obory, která umožňuje žákům aplikovat logické myšlení v nejrůznějších situacích reálného života.“ Dále pak také revidované RVP ZV (MŠMT, 2025a) v rámci vzdělávacího obsahu vzdělávacího oboru Matematika explicitně uvádí tzv. pravidelnosti a řady čísel (jako součást očekávaných výsledků učení mj. pro 1. stupeň v rámci tematického okruhu Algebra), tzv. orientaci v rovině a v prostoru (jako součást očekávaných výsledků učení mj. pro 1. stupeň v rámci tematického okruhu Geometrie v rovině a v prostoru) a tzv. schopnost vizualizace a prostorového uvažování (jako součást charakteristiky tematického okruhu Geometrie v rovině a v prostoru). Nutno je však dodat, že možnost výuky dle revidovaného RVP ZV (MŠMT, 2025a) nastane až v září 2025, a to pouze pro 1. a 6. ročník ZŠ, k povinné výuce 1. a 6. ročníku ZŠ dojde až v září 2027 a k povinné výuce všech ročníků ZŠ dokonce až od září 2031.

Zároveň je však také žádoucí uvést terminologické vymezení samotných slovních úloh, číselných a obrázkových řad, magických čtverců a prostorové představivosti. Právě

matematickými slovními úlohami zasazenými do určitého kontextu se v českém prostředí didaktiky matematiky zabývá zejména Vondrová et al. (2019, s. 65), která chápe slovní úlohy jako „úlohy popisující reálnou (pseudoreálnou, popř. imaginární) situaci a obsahující problém, který je řešitelný prostředky matematiky.“ Základními definičními znaky jsou tedy dle Vondrové et al. (2019) reálnost (reálný či nereálný kontext slovní úlohy) a problém. Vondrová et al. (2015, s. 8) také definují slovní úlohu jako „úlohu, která je dána v nějakém řešiteli srozumitelném kontextu a pokládá otázky, které se dají zodpovědět pomocí údajů v textu uvedených.“ Vondrová (2019) přitom řadí slovní úlohy mezi tradiční a významné součásti výuky matematiky. Schopnost řešit slovní úlohy se totiž promítá i v úspěšnosti žáka při řešení problémů, a to nejen matematických, ale zejména pak problémů mezipředmětového charakteru, se kterými se žáci setkávají každodenně v běžném životě (Bártek et al., 2018; Vondrová, 2019).

Slovní úlohy do kontextu zasazuje i například Divíšek et al. (1989, s. 123), který považuje slovní úlohy za „úlohy z praxe, ve kterých je popsána určitá reálná situace, jež vyúsťuje v problém. Ten je možné řešit buď v realitě nebo matematicky.“ Na slovní úlohy můžeme však v rámci školské matematiky nahlížet i z jiného pohledu. Například Vyšín (1962) považuje slovní úlohu za jakýkoliv slovně formulovaný matematický úkol. Základním definičním znakem je tedy v tomto případě slovo.

Příhonská (2013) zase v návaznosti na dělení matematických, z jejího pohledu, úloh či problémů dle Kopky (2013), které výše popisujeme, tvrdí, že samostatnou skupinou tzv. nerutinních problémů jsou slovní úlohy, které řešíme pomocí tzv. matematizace slovní úlohy, v rámci které dochází k tvorbě matematické úlohy ze slovní úlohy převedením slovní úlohy do matematického jazyka pomocí symbolů, početních operací a logiky (vytváření vztahů a rovnic), proces matematizace pak končí v okamžiku vytvoření matematické úlohy. Následně matematickou úlohu řešíme za účelem vytvoření výsledku matematické úlohy a výsledku slovní úlohy. Tento složený proces přehledně zobrazuje schéma na Obrázku 4 na následující straně. Ve vztahu k matematizaci slovní úlohy Bártek et al. (2018) tedy chápou slovní úlohy jako úlohy nepřevezené do určitého matematického jazyka, které nelze řešit, dokud nejsou převedeny do podoby matematické úlohy. Za současný problém školské praxe pak Bártek et al. (2018) považují to, že se žáci v hodinách matematiky setkávají spíše s matematickými úlohami, tedy úlohami již převedenými do matematického jazyka, z tohoto důvodu žáci dokáží řešit zejména tyto úlohy, řešení slovních úloh, tedy úloh v nematematickém tvaru, je pak pro žáky obtížné.



Obrázek 4 Schéma řešení slovní úlohy

(Příhonská, 2013, s. 14)

Konkrétní příklad nestandardní slovní úlohy můžeme vidět níže na Obrázku 5. Konkrétně se jedná o logickou slovní úlohu založenou na principech výrokové logiky z učebnice *Matematika 5: Objevuj matematiku dle prof. Hejného* od nakladatelství Fraus.

10 Na fotbalovém stadionu se sešli kamarádi Stašek, Jirsák, Hofmann a Šádek. Všichni fandili reprezentačnímu družstvu, i když jinak každý z nich – Mikuláš, Marcel, Ondřej a Jakub – fandí jinému klubu (Sparta, Slavie, Bohemians, Dukla). Ondřej je Spartaňan, Šádek na rozdíl od Mikuláše nefandí Slavii. Jirsák fandí Bohemians. Marcel se jmenuje Stašek. Ondřej se nejmenuje Hofmann. Jak se jmenuje Jakub? Komu fandí Marcel?

Obrázek 5 Příklad nestandardní slovní úlohy

(Bomerová & Michnová, 2022, s. 101)

Dále se v učivu pro 1. stupeň ZŠ tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy RVP ZV (MŠMT, 2023) objevují číselné a obrázkové řady. Překvapivé však je, že se tímto učivem na poli didaktiky matematiky velmi malé množství českých i zahraničních autorů. V českém prostředí se tématem číselných a obrázkových řad zabývá nejvíce Hejný (2014), který explicitně používá pojem číselné řady či řady, které se lámou, a dále také termín posloupnosti. Tzv. didaktické prostředí posloupností, které se lámou, velmi přehledně a výstižně vysvětluje např. společnost H-mat, o.p.s., kterou v roce 2013 založil prof. Milan Hejný společně se svojí vnučkou Annou Kuřík Sukniak, na svém tzv. H-blogu (viz H-mat, 2018). Takové didaktické prostředí přitom považují za velmi důležité, protože seznamuje žáky s jevem periodicity, tedy pravidelnost při opakování (H-mat, 2018).

12. Doplň magické čtverce:

6 750	16 200	?																											
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>2 500</td></tr> <tr><td>3 250</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3 000</td></tr> </table>			2 500	3 250					3 000	<table border="1"> <tr><td>3 600</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>5 400</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4 200</td><td></td></tr> </table>	3 600				5 400			4 200		<table border="1"> <tr><td></td><td>4 340</td><td>3 920</td></tr> <tr><td></td><td>3 500</td><td></td></tr> <tr><td>3 080</td><td></td><td></td></tr> </table>		4 340	3 920		3 500		3 080		
		2 500																											
3 250																													
		3 000																											
3 600																													
	5 400																												
	4 200																												
	4 340	3 920																											
	3 500																												
3 080																													

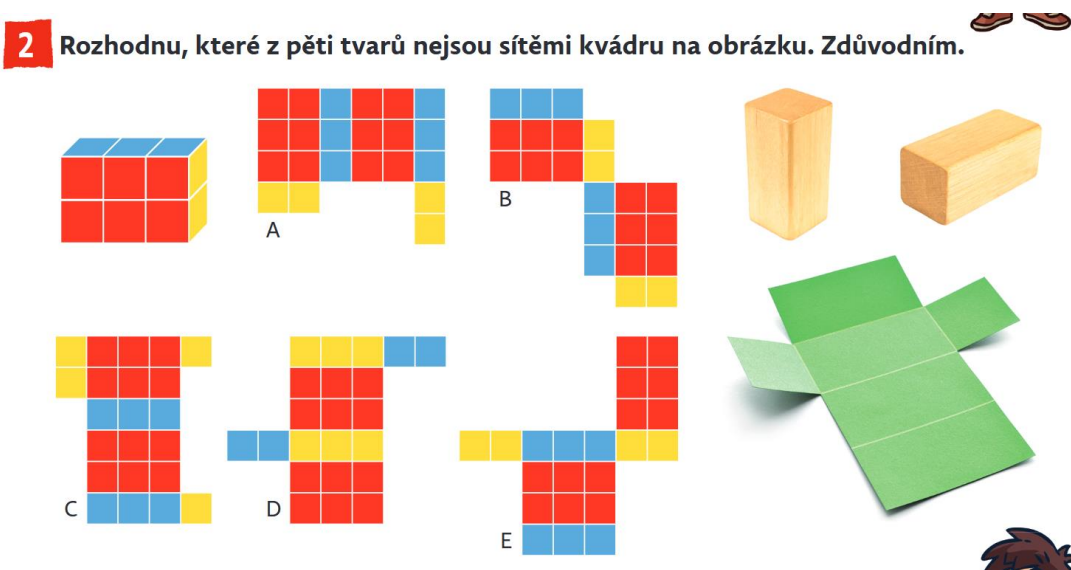


Obrázek 7 Příklad nestandardní úlohy založené na řešení magických čtverců

(Vacková, Fajfrlíková & Uzlová, 2024, s. 81)

Co se týče prostorové představivosti, tu Bímová a Břehovský (2022) považují hned vedle čtení, psaní a počítání za jednu ze základních schopností jedince. Ve vztahu k precizní studii odborné literatury na toto téma přitom Bímová a Břehovský (2022, s. 230) definují prostorovou představivost jako „schopnost provádět mentální transformace objektů v prostoru, představit si, jak objekt vypadá z různých úhlů pohledu, a rozumět tomu, jaký vztah mají objekty a jejich součásti k sobě navzájem.“

Konkrétním příkladem nestandardní úlohy na rozvoj prostorové představivosti je učební úloha uvedená níže na Obrázku 8. Jedná se o úlohu z učebnice *Matematika 4: Objevuj matematiku dle prof. Hejného* od nakladatelství Fraus.



Obrázek 8 Příklad nestandardní úlohy na rozvoj prostorové představivosti

(Bomerová & Michnová, 2021, s. 76)

Z důvodu nejednotné kategorizace nestandardních učebních úloh v matematice se totiž i Hruběšová (2023b) pokusila mj. právě na základě RVP ZV (MŠMT, 2023) vytvořit určitý seznam 15 typů nestandardních matematických úloh, které uvádí následující Tabulka 4, v rámci níž jsme se také pokusili i o terminologické vymezení jednotlivých typů úloh s odkazem na konkrétní autory.

Tabulka 4 Typy nestandardních matematických úloh dle Hruběšové

Typ nestandardní matematické úlohy	Definice
Slovní úlohy s antisignálem	Slovní úlohy s antisignálem (<i>inconsistent language problems</i>) jsou slovní úlohy, ve kterých určitá slova řešitele úlohy navádí k použití jiné početní operaci, než která je k správnému vyřešení úlohy nutná (Hejný, 2014).
Úlohy zaměřené na logický úsudek	Logické úlohy (<i>logical tasks</i>) jsou učební úlohy, jejichž řešení vyžaduje z daných předpokladů vyvozovat jisté závěry a uplatnění logického úsudku na základě předchozích znalostí, dovedností a zkušeností řešitele (Břehovský & Příhonská, 2021).
Slovní úlohy kombinatorické povahy	Kombinatorické úlohy (<i>combinatorial tasks</i>) jsou slovní úlohy, jejichž řešení vyžaduje užití kombinatorických konceptů a modelů a kombinatorických postupů, jejich cílem je pak vytvoření nejružnějších konfigurací a schémat (Příhonská, 2019).
Kapitánské úlohy	Kapitánské úlohy jsou úlohy, které nelze vyřešit z důvodu nedostatku informací v zadání nebo je lze vyřešit velmi jednoduše vyhledáním správného řešení přímo v zadání úlohy (Hruběšová, 2023b).
Úlohy, ve kterých žáci vrací číselné údaje zpět do zadání	Úlohy typu Neposedové jsou slovní úlohy, jejichž řešení spočívá v doplnění čísel (popř. jiných symbolů či slov) do zadání tak, aby byla tvrzení zadání pravdivá a logicky i matematicky správná, úlohy tohoto typu jsou tedy často bez otázky (Havlíčková, Mottlová & Eliášková, 2023).
Slovní úlohy, kde žáci dotváří zadání (tzv. úlohy bez otázky)	
Úlohy „diofantovského“ typu	Úlohy „diofantovského“ typu jsou slovní úlohy řešené rovnicemi o více neznámých v oboru celých čísel – tzv. diofantovskými rovnicemi (Riemel, 2023).
Speciální typy složených slovních úloh	Slovní úlohy složené jsou úlohy s více početními výkony, úlohy vícekové či vícetriadické (triáda představuje vztah dvou čísel vyjádřený třetím), které jsou z hlediska situačního kontextu i matematického modelu složitější než úlohy jednoduché neboli jednokrokové, které obsahují jen jednu triádu a vyžadují pouze jeden početní výkon (Vondrová, 2019).
Úlohy podporující prostorovou představivost	Úlohy na prostorovou představivost jsou úlohy, jejichž řešení vyžaduje schopnost představit si dvojrozměrné i trojrozměrné geometrické tvary z různých úhlů pohledu, jejich vlastnosti a vzájemné polohy (Bímová & Břehovský, 2022).
Úlohy rozvíjející prostorovou představivost	
Úlohy ve formě Concept Cartoons	<i>Concept Cartoons</i> jsou úlohy v podobě obrázku zobrazujícího situaci vztahující se k vybranému učivu a několik postav, které se prostřednictvím

	bublinového rozhovoru vyjadřují k této situaci (Samková, 2020).
Matematické úlohy řešící číselné a obrázkové pravidelnosti (např. číselné a obrázkové řady a analogie)	Číselné a obrázkové logické řady (<i>number-series problems</i>) jsou řady čísel, znaků či obrázků (případně jejich kombinace), které se rozvíjí podle jednoho či vícero logických vztahů či pravidel založených na pravidelnostech při opakování, které musí řešitel detekovat (LeFevre & Bisanz, 1986).
Sestavování úloh na základě obrázku, schématu	Aritmetická matematická prostředí využívají matematických vztahů ve vizuálním schématu, která jsou založena na aritmetických operacích (Hejný, 2014).
Matematická schémata (např. číselné pyramidy, magické a násobkové čtverce, sudoku, algebrogramy)	
Inverzně formulované matematické úlohy	Inverzně formulované úlohy jsou úlohy řešené pomocí inverzních operací. Mezi takové úlohy řadíme úlohy, v jejichž zadání není uvedeno výchozí číslo, ale známe výsledek a cestu, kterou se k výsledku dostaneme, a dále také slovní úlohy s antisignálem (<i>inconsistent language problems</i>) (Hrubešová, 2023a).

(Břehovský & Příhonská, 2021; Havlíčková, Mottlová & Eliášková, 2023; Hrubešová, 2023a, 2023b; Hejný, 2014; LeFevre & Bisanz, 1986; Mentlík, 2018; Příhonská, 2019; Riemel, 2023; Vondrová, 2019)

Lišková a Rezek (2015) se také pokusili učivo RVP ZV (MŠMT, 2023) rozšířit o další typy nestandardních aplikačních úloh a problémů, a to následující:

- problémy diofantovského typu;
- úlohy, kde žáci „sesazují“ a doplňují známé informace tak, aby výsledná sdělení byla pravdivá;
- úlohy kombinatorické;
- úlohy s využitím „šedesátkového“ převodu, kde žáci zpracovávají časové údaje, popř. pracují s mírou úhlovou;
- úlohy grafické.

Konkrétně také Lišková a Rezek (2015) jmenují další nestandardní matematické úlohy jako doplňovačky, křížovky, rébusy, hlavolamy, logické řady a analogie (číselné i obrázkové), číselná kouzla, magické a latinské čtverce, kódované obrázky a číselné bingo.

Je však důležité si uvědomit, že na obecné úrovni je pro dosahování porozumění v matematice klíčová nejen správná volba typů učebních úloh, ale i jejich způsob implementace (Vondrová, 2019), což souvisí i s náplní následující podkapitoly zaměřené na vliv nestandardních matematických učebních úloh na žákovské učení.

2.2 Vliv nestandardních matematických učebních úloh na žákovské učení

Vliv nestandardních učebních úloh na žákovské učení jsme již nastínili v předchozích podkapitolách první i druhé kapitoly. Cílem této podkapitoly však bude jednak uceleně popsat pozitivní vlivy nestandardních matematických učebních úloh na žákovské učení, jednak upozornit na jejich možná úskalí a navrhnout efektivní způsoby jejich začlenění do výuky na 1. stupni ZŠ.

Nestandardní úlohy představují významný přínos pro žákovské učení, což je reflektováno i v RVP ZV (MŠMT, 2023), ze kterého vyplývá, že žáci prostřednictvím tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace získávají schopnost analyzovat a řešit logické úlohy a problémy z běžného života, což, v případě, že budou adekvátně zvoleny ve vztahu k rozumové vyspělosti žáků, může výrazně posílit sebevědomí žáka při logickém uvažování a kognitivně zaktivizovat a motivovat k matematice i méně úspěšné žáky (MŠMT, 2023). Taktéž se i v již zmiňovaném revidovaném RVP ZV (MŠMT, 2025a, s. 30) tvrdí, že logicko-matematická gramotnost „ukazuje žákům smysluplnost učení a umožňuje jim zažít radost z úspěšně vyřešené situace.“

Rovněž Příhonská (2019) a Janík et al. (2013) považují nestandardní úlohy za významné činitele při kognitivní aktivizaci žáků, přičemž Příhonská (2019), Příhonská a Břehovský (2017), Skultety (2019a, 2019b), Hrubešová (2023b), Lišková a Rezek (2015) i Bártek et al. (2018) se shodují v tom, že jsou nestandardní úlohy vhodné jak pro nadané žáky, tak i pro žáky se školní neúspěšností. Obecně lze také s oporou o tyto autory říci, že při jejich správné volbě vzhledem k charakteristice konkrétních žáků a při poskytnutí dostatečného prostoru a času žákům dochází nejen k jejich kognitivní aktivizaci, ale také k pocitu úspěchu a zvýšení motivace, sebevědomí a celkového zájmu o matematiku jako o zajímavý a přitažlivý učební předmět. Těchto významných pozitivních důsledků implementace nestandardních učebních úloh do výuky matematiky lze přitom dospět zejména prostřednictvím řešení pro žáky tematicky zajímavých problémů z každodenního života, jak je i uvedeno v RVP ZV (MŠMT, 2023). Dalšími pozitivními vlivy nestandardních matematických učebních úloh jsou, jak uvádí Hrubešová (2023b), např. rozvoj prostorové představivosti, logického a kombinatorického myšlení, matematické schopnosti či klíčových kompetencí RVP ZV v celostním pojetí. Bártek et al. Navíc také

zdůrazňují význam nestandardních úloh zejména z důvodu jejich interdisciplinární povahy a významného potenciálu rozvíjet průřezová témata RVP ZV.

Dalším důvodem pro zařazování nestandardních učebních úloh do výuky matematiky na 1. stupni ZŠ je také to, že se tyto úlohy běžně vyskytují mj. v matematických soutěžích určených pro žáky 1. stupně ZŠ, přičemž Příhonská (2019) i Bártek, Dofková et al. (2018) považují řešení nestandardních úloh v matematických soutěžích jako jednu z cest ke změně vztahu žáků k matematice. Nestandardní úlohy se také ve větším měřítku objevují i v testech v rámci přijímacích zkoušek na osmiletá gymnázia (Příhonská & Břehovský, 2017) a taktéž v učivu na 2. stupni ZŠ, proto je dle Příhonské (2019) důležité tyto úlohy zařazovat do výuky i na 1. stupni ZŠ, aby došlo k plynulé návaznosti na vzdělávací obsah 2. stupně ZŠ.

Na základě Poláka (2020) i vzhledem k jiným doposud představeným autorům a jejich přístupům k definicím a pojetím nestandardních matematických úloh si lze také vyvodit, že nestandardní úlohy mají velmi úzký vztah k nemalému množství typů či metod konstruktivistického pojetí vyučování (*constructivist theory of teaching*), v rámci něhož si žáci na základě teorie kognitivního vývoje aktivně konstruují poznatky v návaznosti na své předchozí vědomosti, tzv. prekoncepty, a nové informace či podněty v podobě např. řešení úloh. Mezi metody konstruktivistického pojetí vyučování matematiky přitom Polák (2020) řadí problémové vyučování, výuku založenou na řešení problémů, (*problem teaching* nebo také *problem-based teaching* či *problem-solving method in teaching*), dále pak heuristické neboli objevitelské vyučování (*heuristic teaching* či *discovery teaching*), založené zejména na metodě pokus-omyl, realistické matematické vzdělávání (*realistic mathematics education*) či badatelsky orientované vzdělávání v matematice (*inquiry-based mathematics education*), přičemž i Lišková a Rezek (2015), Hruběšová (2023), a zejména pak Samková (2020) tvrdí, že nestandardní úlohy a problémy jsou vhodné pro badatelské aktivity. Kromě inovativních metod výuky však Polák (2020) zmiňuje také významný přínos začlenění nestandardních úloh do aktivizujících metod výuky klasické taxonomie, mezi která řadíme např. skupinovou či projektovou výuku.

I přesto, že nestandardní úlohy přinášejí mnoho pozitivních efektů, je nezbytné si být vědomi i možných negativních důsledků jejich zařazení do výuky. Hruběšová (2023b) např. upozorňuje na to, že tyto úlohy mohou pro některé žáky představovat vysokou kognitivní náročnost, která nevychází pouze z matematických znalostí, schopností a dovedností, ale i z požadavků na čtení s porozuměním. Vondrová et al. (2019) uvádí také určité riziko ve spojitosti se zahlcením pracovní paměti žáků. Takové nároky mohou žáky demotivovat, což

může vést k pocitu neúspěchu a frustraci (Dofková, 2019), a tím i ke snížení výkonu při řešení úlohy (Vondrová et al., 2019). Dle Vondrové et al. (2019) se také někteří autoři domnívají, že žáci často selhávají při řešení nestandardních úloh zejména z důvodů jejich kontextu z reality, na druhou stranu však jiní autoři poukazují na motivační význam úloh, které při řešení vyžadují aplikaci mimoškolních znalostí. Na základě výzkumu Vondrové et al. (2019) zaměřeného na vliv zkušenostního kontextu na úspěšnost žáků při řešení úloh s tímto kontextem bylo však zjištěno neutrální vliv kontextu na řešení slovních úloh, dokonce ani úlohy se sci-fi a fantasy kontextem neměly vliv na výsledky, a tudíž nebyla ani prokázána jejich vyšší atraktivita ve vztahu k žákům.

V rámci rozhovorů se studenty 3. ročníku oboru učitelství pro 1. stupeň ZŠ na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity v Brně, které byly vedeny v rámci výzkumu Novákové (2019) dokonce jedna ze studentek uvedla, že v dětství neměla nestandardní úlohy v oblibě, jelikož vždy předpokládala, že řešení takových úloh bude pro ni znamenat velké úsilí, jelikož si byla vědoma toho, že při jejich řešení se nebude jednat „jen o výpočet“, ale že bude muset zkoušet různá řešení, přičemž tato snaha nepovede vždy ke správnému výsledku. Lišková a Rezek (2015) však naopak považují řešení úloh prostřednictvím heuristických metod výuky za motivační, poněvadž takové postupy řešení mohou žákům vyvolávat jisté řešení velké vzrušení.

Lišková a Rezek (2015) se však vyjadřují i k demotivaci žáků ve vztahu k řešení nestandardních úloh v matematice, přičemž tvrdí, že necitlivý přístup učitele k žákům, který nevyužívá gradovaných úloh pro poskytnutí šance všem žákům, nerespektuje osobitá řešení žáků a který nepracuje s žákovskou chybou, může žáky výrazně demotivovat a utvrdit je v přesvědčení, že jsou nestandardní úlohy, či dokonce komplexně matematika jen pro vybrané jedince.

2.3 Nestandardní matematické učební úlohy v současné edukační praxi

Jak vyplývá z předchozí podkapitoly, nestandardní učební úlohy představují v didaktice matematiky významný nástroj zejména pro rozvoj matematického, tvořivého, logického a kritického myšlení žáka a svým charakterem jsou ideální pro začlenění do výuky matematiky založené na konstruktivismu (Polák, 2020). Přestože se však v odborné literatuře často zdůrazňuje jejich přínos pro kvalitu výuky a rozvoj klíčových kompetencí žáků, jejich reálné zastoupení v každodenní školní praxi zůstává mnohdy omezené. Cílem této podkapitoly tedy bude zejména na základě českých i zahraničních odborných článků

a výzkumů realizovaných v poslední dekádě tohoto století popsat míru začleňování nestandardních učebních úloh do výuky matematiky a identifikovat faktory, které jejich využívání podporují či brání. Rádi bychom ale alespoň krátce představili i další problémy současné edukační praxe, které s touto problematikou úzce souvisí, a to především úspěšnost žáků při řešení nestandardních matematických učebních úloh v běžné výuce matematiky i v rámci mezinárodního šetření.

Polák (2020) například poukazuje na významný problém reality současné výuky matematiky v ČR, kterým je nízká variabilita obecně učebních úloh, kdy se žáci setkávají spíše s úlohami určovacími, a naopak nejméně s úlohami důkazovými a slovními či aplikačními. Příčinu přitom vidí především ve značné diverzitě výuky matematiky v důsledku zavedení autonomních ŠVP na základě RVP ZV s nejasnou a obecnou metodickou stránkou (Polák, 2020). Za jednu z perspektiv vývoje výuky matematiky 21. století tedy Polák (2020) považuje vhodnou volbu aplikačních a problémových úloh ve vztahu ke konstruktivistickému pojetí výuky matematiky. K jistému prvnímu kroku ve vztahu k dané perspektivě vývoje výuky matematiky však zřejmě již došlo schválením revidovaného RVP ZV (MŠMT, 2025a), který již obsahuje podrobně rozpracovanou metodiku k implementaci vzdělávacího obsahu RVP ZV do praxe, vč. podpory pro tvorbu ŠVP.

Problémem malého zastoupení nestandardních úloh ve výuce matematiky se také zabýval Skultety (2019a, 2019b), který stejně jako Zelina a Zelinová (1990) upozorňuje na určitý paradox – v běžném mimoškolním životě jsou žáci nuceni řešit divergentní úlohy, ve škole jsou však vedeni k řešení zejména konvergentních úloh. Skultety (2019a) také na základě výzkumu zjistil výrazný rozdíl v úspěšnosti řešení nestandardních úloh žáky 9. ročníku ZŠ (tj. 23% úspěšnosti) a žáky gymnázii stejné věkové kategorie (tj. 91% úspěšnosti), který byl odůvodňuje větším důrazem učitelů gymnázii na aplikaci nestandardních úloh do výuky. Naopak učitelé ZŠ se v rámci rozhovorů vyjadřovali k nestandardním úlohám odtažitě, přičemž důvodem pro pouze ojedinělé začleňování nestandardních úloh do výuky matematiky je dle jejich slov vysoká časová a kognitivní náročnost těchto úloh, přičemž jeden z učitelů ZŠ dokonce zmínil, že nestandardní úlohy do výuky nezačleňuje vůbec a spíše se zaměřuje na algoritnické úlohy, ve kterých jsou žáci úspěšnější, protože při nich nemusí tolik myslet. Dále tento učitel také během rozhovoru zmínil, že nestandardní úlohy jsou spíše pro žáky gymnázií než pro žáky základní školy (Skultety, 2019a). Všichni učitelé základní školy i učitelé z gymnázia se přitom shodli v tom,

že žáci mají největší příležitost řešit nestandardní úlohy v rámci matematických soutěží, kterých se účastní zejména nadaní a talentovaní žáci (Skultety, 2019a).

Jednou z oblastí, kde se žáci 1. stupně ZŠ mohou setkat s nestandardními úlohami, jsou tedy matematické soutěže, jako např. Matematický klokan, Matematická olympiáda či Pythagoriáda (Příhonská, 2013). Tyto soutěže mají velký didaktický význam, přičemž Bártek et al. (2018) na základě výzkumu realizovaného na statistickém souboru 245 respondentů, učitelů základních škol, uvádí, že 41 % učitelů potvrdilo pozitivní změnu pohledu žáků na matematiku v důsledku matematických soutěží, a 29 % učitelů dokonce potvrdilo, že ve spojitosti s matematickými soutěžemi dochází u žáků k oblibě matematiky jako učebního předmětu. Na druhou stranu však téměř polovina respondentů uvádí, že v důsledku vysoké obtížnosti úloh matematických soutěží dochází u žáků k určitým obavám z nezdaru. 75 % dotazovaných učitelů však uvádí, že dále se soutěžními úlohami pracuje i po skončení soutěže, na druhou stranu ale zbylá čtvrtina respondentů v podstatě jen poskytne žákům možnost se soutěže zúčastnit, ale chybí následná diskuze nad řešeními úloh a celkově didaktická komunikace mezi učitelem a žákem (Bártek et al., 2018).

Na základě výzkumu Bárta et al. (2018) bylo přitom zjištěno, že učitelé 1. stupně ZŠ považují problematiku nestandardních matematických úloh za významnou pro rozvíjení svých profesních kompetencí v rámci dalšího celoživotního sebevzdělávání. Z tohoto zjištění, jak i Bártek et al. (2018) uvádějí, lze však i vyvodit možné nedostatky učitelů v této oblasti, které by dalším vzděláváním chtěli vymýtit. Zajímavý je v tomto směru i výzkum Novákové (2019), na základě něhož bylo zjištěno, že diagnostická kompetence studentů učitelství pro 1. stupeň ZŠ (konkrétně 47 studentů 3. ročníku oboru učitelství pro 1. stupeň ZŠ na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity v Brně), tedy budoucích učitelů, při posuzování nestandardních úloh z hlediska obtížnosti není příliš rozvinutá, což autorka přisuzuje tomu, že se studenti na počátku didaktické přípravy dosud setkali s učebními úlohami pouze z pozice řešitele. Zjištěny byly ale i problémy studentů vysoké školy při řešení těchto nestandardních úloh určených pro žáky 1. stupně ZŠ (Nováková, 2019). Schopnost kvalifikovaného pohledu studentů na řešení těchto úloh přitom Nováková (2019) považuje za jeden z významných prvků profesní identity učitele.

Současnou edukační praxi ve spojitosti s řešením nestandardních úloh v matematice na 1. stupni ZŠ částečně odráží i výsledky mezinárodního šetření TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*), přičemž na základě celkových výsledků českých žáků 4. ročníků v oblasti matematiky v rámci mezinárodního šetření

TIMSS 2023 dosáhli čeští žáci nadprůměrné hodnoty, přičemž se dokonce jedná o hodnotu vyšší, než je průměr členských zemí EU (ČŠI, 2024). V oblasti uvažování jako procesu myšlení v matematice, který je mj. založen na tvořivém a kritickém myšlení a který přesahuje běžnou školskou matematiku zaměřenou na řešení známých problémů, se však čeští žáci od roku 2015 zhoršují, stále však v této oblasti vykazují lepších výsledků než v roce 2007 a 2011 (ČŠI, 2024). Naopak v relativně nejjednodušším procesu prokazování znalostí se dle České školní inspekce (2024) čeští žáci zlepšují kontinuálně od roku 2007.

Z dané kapitoly tedy vyplývá, že ačkoli jsou si učitelé vědomi didaktického významu nestandardních matematických učebních úloh, jejich skutečné zastoupení v běžné výuce matematiky na 1. stupni ZŠ je však mnohdy výrazně omezené pouze na ojedinělé řešení nestandardních úloh v rámci matematické soutěže či mezinárodního šetření, v rámci kterého se v oblasti uvažování čeští žáci v poslední dekádě tohoto století neustále zhoršují. Výsledky citovaných výzkumů ukazují také na řadu bariér, které využívání nestandardních úloh v pedagogické praxi komplikují – od obecně formulovaného RVP ZV a ŠVP, přes nedostatečné vzdělání učitelů a omezené zkušenosti budoucích pedagogů v oblasti nestandardních úloh a až po obavy žáků z neúspěchu při jejich řešení.

Poněvadž Příhonská (2019) na základě výsledků výzkumu, který provedla společně s ostatními řešiteli grantu SGS na FP TUL mezi lety 2016 a 2017, tvrdí, že učitelé primární školy zařazují do výuky matematiky na 1. stupni ZŠ především takové úlohy, které se vyskytují v učebnicích, jež využívají, rozhodli jsme se věnovat následující kapitolu právě této problematice – nestandardním učebním úlohám v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ.

3 UČEBNICE MATEMATIKY 1. STUPNĚ ZŠ Z HLEDISKA OBSAHU NESTANDARDNÍCH UČEBNÍCH ÚLOH

Od počátku tohoto století se výrazně zvyšuje nabídka materiálních didaktických prostředků a pomůcek pro výuku matematiky, a to nejen v oblasti digitálních zdrojů (Grave & Pepin, 2015). Lišková a Rezek (2015) a Příhonská (2019) například zmiňují různé druhy stavebnic a deskových her, dětské časopisy obsahující matematické kvízy, sudoku, hlavolamy, kakuro či algebrogramy, dále pak Hruběšová (2023) představuje netradiční sbírku slovních úloh v prezentačním softwaru Prezi či Samková (2020) zdůrazňuje didaktický význam úloh typu Concept Cartoons. Přesto však na základě několika nedávných výzkumů, v českém prostředí například Příhonské (2019) či v zahraničí například Graveho a Pepinové (2015), mají stále při výběru učebních úloh k zařazení do výuky matematiky učiteli primární školy dominantní postavení právě učebnice.

Cílem této kapitoly tedy bude přestavit aktuální pozici učebnic ve výuce matematiky na 1. stupni, jejich druhy, funkce a strukturální komponenty. V neposlední řadě se také zaměříme na problematiku didaktické vybavenosti učebnic matematiky 1. stupně ZŠ z hlediska obsahu nestandardních učebních úloh.

3.1 Aktuální pozice učebnic ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ

Nejprve, než se zaměříme na charakteristiku samotné pozice učebnic ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ, bychom rádi samotný pojem učebnice (*textbook*) terminologicky vymezili. Dle Průchy (2009b, s. 265) jsou školní učebnice „druhem knižní publikace uzpůsobené k didaktické komunikaci svým obsahem, strukturou a vlastnostmi, který funguje jednak jako součást kurikula, tj. prezentuje určitý výsek plánovaného obsahu vzdělávání, jednak jako didaktický prostředek, tj. řídí a stimuluje učení žáků a zakládá výukové činnosti učitele.“ Rezat, Fan a Pepinová (2021) na základě tohoto zvláštního postavení učebnic v rámci kurikula definují učebnice jako prostředníky mezi plánovaným či zamýšleným (*intended curriculum*) a realizovaným kurikulem (*implemented curriculum*), a proto jsou chápány jako potenciálně realizované kurikulum (*potentially implemented curriculum*).

Učebnice jsou tedy chápány jako edukační konstrukty, určité modely vytvořené pro regulaci edukačních procesů v určitých systémech, mezi které řadíme na nejobecnější úrovni kurikulární projekty (vzdělávací programy), dále pak konkrétnější, přesto však stále poměrně obecný, soubor didaktických prostředků (materiálních i nemateriálních)

a nejkonkrétnější skupinu školních didaktických textů neboli výukových textů (*instructional texts*), zahrnující různé druhy učebnic, jako učebnice v klasickém slova smyslu, cvičebnice, pracovní sešity, didaktické příručky, odborné tabulky aj.) (Průcha, 1998, 2009a, 2009b).

Konkrétně pak učebnice matematiky (*mathematics textbooks*) můžeme na základě Rezata, Fana a Pepinové (2021) definovat jako tištěný nebo digitální materiál vytvořený pro učitelovo vyučování a žákovo učení ve vztahu ke konkrétním kurikulárním cílům matematiky. Na tzv. mikroúrovni tedy učebnice zastává i pozici prostředníka mezi žáky, učiteli a matematikou (Rezát, Fan, & Pepin, 2021).

Jak tvrdí Rezát, Fan a Pepin (2021) i Grave a Pepin (2015), mnoho odborných studií ukazuje, že tutéž učebnici používá každý učitel jiným způsobem, což nazývají jako *teacher design*, v rámci něhož učitelé zastávají roli tvůrců svého vlastního kurikula vzhledem ke konkrétní podmínkám vyučovacího procesu. Z tohoto důvodu, a i vzhledem k možnosti učitele si svobodně vybrat vhodnou učebnici a jiný didaktický materiál pro výuku matematiky, se Grave a Pepin (2015) zabývali otázkou výběru a používání kurikulárních zdrojů (*curriculum resources*) učiteli primární školy. Z výzkumu vyplývá, že nejpoužívanějším zdrojem učitelů je učebnice, významné místo však zastává i národní kurikulum (*national curriculum*) a internet (Grave & Pepin, 2015). Tito autoři (Grave & Pepin, 2015) také na základě výsledků výzkumu identifikovali pět kategorií užití kurikulárních zdrojů: zdroje pro stanovení vyučovacích cílů, zdroje pro inspiraci (ve vztahu k vyučování), zdroje pro práci žáků, zdroje pro přizpůsobení výuky individuálním potřebám žáků (ve vztahu diferenciaci výuky), zdroje pro organizaci výuky.

O tom, jaké typy či druhy didaktických textů využívají v současné době čeští učitelé 1. stupně ZŠ, však příliš nevíme, přesto si však určitý obrázek můžeme vytvořit na základě výsledků dotazníku pro učitele v rámci mezinárodního šetření TIMSS 2011 (NÚCEM, 2013), na základě nichž bylo zjištěno, že učitelé 70 % českých žáků 4. ročníku ZŠ využívají ve vyučování matematiky učebnice jako hlavní zdroj, podobnou frekvenci měly přitom i pracovní sešity jako hlavní zdroj. Zajímavé výsledky v oblasti využívání učebnic ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ poskytuje i výzkum Brožové (2017), na základě nichž bylo zjištěno, že konkrétní způsoby využívání učebnic matematiky českými učiteli 1. stupně ZŠ závisí na přístupech k výuce či vyučovací metodě, na základě níž byla učebnice vytvořena. Brožová (2017) se přitom konkrétně zaměřila na učebnice Hejného a Montessori metody a na tradiční učebnice. Na základě rozhovorů s učiteli 1. stupně bylo zjištěno, že učitelé používající učebnice Hejného metody (využívající Hejného metodu ve vyučování

matematiky) a tradiční učebnice (nevyužívající ve výuce matematiky žádné specifické metody vyučování) se učebnicemi řídí a považují je za klíčový zdroj, přičemž dokonce většina těchto učitelů přiznala, že jejich žáci řeší téměř všechny úlohy v pracovním sešitě, zatímco ve výuce matematiky založené na Montessori metodě učitelé učebnice vůbec nepoužívají (Brožová, 2017).

Funkcemi učebnic se pak v českém prostředí zabývá například Průcha (2009a), který vymezuje tři základní funkce učebnic, a to prezentaci učiva, řízení učení a vyučování a funkce organizační neboli orientační, poněvadž učebnice i mj. informují své uživatele o způsobech svého užívání. Nositeli těchto funkcí jsou přitom dle Průchy (2009a) tzv. strukturální komponenty učebnic, mezi které řadíme verbální (např. výkladový text, otázky a úkoly) a obrazové komponenty (např. fotografie a ilustrace). Tato klasifikace funkcí strukturálních komponentů učebnic je společně se strukturálními komponenty učebnic je zejména klíčová při vyhodnocování tzv. didaktické vybavenosti učebnic, která určuje kvalitu učebnice vzhledem k efektům vyvolávajícím na učení žáků (Průcha, 2009a, 2009b).

Dle Blažkové a Vaňurové (2015) musí být kvalitní učebnice matematiky komplexní, musí tedy být dobře zpracována nejen po stránce grafické, ale také z hlediska pedagogického a psychologického. Vhodnou učebnicí matematiky tedy učitel pozná především podle toho, že žákům předkládá adekvátně didakticky transformované učivo a rozmanité učební úlohy přispívající k jejich kognitivní i fyzické aktivitě, motivuje žáky k učení, poskytuje jim prostor pro samostatnou i skupinovou práci a rozvíjí jejich tvořivé myšlení (Blažková & Vaňurová, 2015).

V návaznosti na kvalitu učebnic a učebních textů v České republice bychom chtěli v neposlední řadě odkázat na § 27 odst. 1 zákona č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školského zákona), na základě něhož MŠMT „uděluje a odnímá učebnicím a učebním textům pro základní a střední vzdělávání schvalovací doložku na základě posouzení, zda jsou v souladu s cíli vzdělávání stanovenými tímto zákonem, rámcovými vzdělávacími programy a právními předpisy“. Přesto však dle § 27 odst. 2 je možné, aby školy používaly i učebnice bez schvalovací doložky MŠMT, pokud „nejdou v rozporu s cíli vzdělávání stanovenými tímto zákonem, rámcovými vzdělávacími programy nebo právními předpisy a pokud svou strukturou a obsahem vyhovují pedagogickým a didaktickým zásadám vzdělávání“, o použití těchto učebnic a učebních textů však rozhoduje ředitel školy, který zároveň zodpovídá za splnění uvedených podmínek. To je i v souladu s výsledky již zmiňovaného výzkumu Brožové

(2017), která dále tvrdí, že učitelé v České republice mají při výběru učebnic poměrně velkou autonomii, ve skutečnosti je však praktičtější vybrat učebnice či ucelené řady učebnic (Průcha, 1998) kolektivně s ostatními učiteli školy.

Jak je ale uvedeno v § 27 odst. 3, žákům základní školy jsou bezplatně poskytovány pouze učebnice a učební texty uvedené na seznamu učebnic a učebních textů, kterým byla udělena schvalovací doložka MŠMT. Jak tedy konstatuje Knecht et al. (2008), jestliže jsou učebnice poskytovány žákům bezplatně, musíme se věnovat otázce, jak dosáhnout toho, aby byly do škol dodávány kvalitní učebnice, resp. bychom se měli věnovat výzkumu učebnic zaměřeného hodnocení kvality učebnic v souladu s kurikulem. A právě této problematice budeme věnovat pozornost v následující kapitole, která se konkrétně zaměří na kvalitu učebnic 1. stupně ZŠ z hlediska nestandardních učebních úloh.

3.2 Didaktická vybavenost učebnic 1. stupně ZŠ z hlediska nestandardních učebních úloh

Jak bylo již v předchozí kapitole, didaktická vybavenost učebnic určuje kvalitu učebnic ve vztahu k jejímu využití pro žákovské učení (Průcha, 2009a, 2009b). Několik z komponentů v rámci měření didaktické vybavenosti učebnic se přitom vztahuje k otázkám a úkolům jako součásti aparátu řídicího učení žáků či procesuálního aparátu nevýkladové složky učebnice (Průcha, 1998, 2009a, 2009b). Rádi bychom tedy v rámci této kapitoly uvedli takové výzkumy z českého prostředí, které se věnují výzkumu učebnic ve vztahu ke zkoumání kvality učebnic matematiky 1. stupně ZŠ z hlediska nestandardních učebních úloh, kterými jsme se věnovali v předchozích dvou kapitolách diplomové práce.

Při studiu informačních zdrojů nás zejména překvapilo, jak malé množství odborných článků a publikací se této problematice věnuje, přičemž některé aktuální články (např. Skultety (2019a, 2019b) stále odkazují při řešení otázky zastoupení nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky na publikaci Zeliny a Zelinové (1990), kteří se ve spojitosti s rozvojem tvořivosti žáků zmiňují o tom, že výuka matematiky by měla zahrnovat přibližně 15 až 25 % úloh tvořivého, divergentního charakteru, ostatní charakteru tradičního, konvergentního. Autoři (Zelina & Zelinová, 1990) přitom zároveň upozorňují na to, že tradiční učebnice obsahují pouze 5 až 10 % úloh rozvíjejících divergentní myšlení.

O současných učebnicích matematiky však takové informace k dispozici nemáme. Analýzou učebnic matematiky 1. stupně ve vztahu k nestandardním učebním úlohám se v českém prostředí zabývalo jen několik málo výzkumů, přičemž převažují zejména spíše

průzkumy (dle Chráska, 2016), a to především jako součásti bakalářských, diplomových a disertačních prací, v rámci nichž byla analýza učebnic matematiky 1. stupně použita převážně spíše v rámci průzkumu nebo v rámci výzkumu, jehož výzkumná metodologie nebyla příliš rozpracována či, pokud si to mohu vůbec dovolit říci, kvalitně zpracována.

Avšak, jak už bylo řečeno s oporou o Poláka (2020) a Skultetyho (2019a) v předešlé kapele, současná edukační praxe neposkytuje žákům dostatečný prostor pro řešení nestandardních učebních úloh ve výuce matematiky, a to nejen na 1. stupni ZŠ. S tímto tvrzením korespondují i výsledky již citovaných výzkumu Příhonské (2019) či Břehovského a Příhonské (2021), kteří se zaměřili na analýzu učebnic matematiky pro 1. stupeň ZŠ s cílem zjistit zastoupení konkrétních typů nestandardních úloh ve vybraných učebnicích, bylo přitom zjištěno, že učitelé primární školy zařazují do výuky matematiky na 1. stupni ZŠ především takové úlohy, které se vyskytují v učebnicích, jež využívají (Příhonská, 2019), přičemž největším problémem je právě velmi malá reprezentace nestandardních úloh, konkrétně pak logických úloh (s explicitním využitím logických spojek v zadání úlohy) a kombinatorických úloh, v těchto učebnicích matematiky, která v obou případech sice činila přibližně třetinu všech učebních úloh zařazených do vybraných učebnic matematiky, zastoupení jednotlivých kategorií v rámci těchto dvou typů nestandardních úloh se ale přitom pohybovalo většinou okolo 5 %, méně než 5% zastoupení ze všech analyzovaných učebnic však dosáhla např. kategorie sudoku a magické čtverce či kategorie čistě logických úloh, která dosáhla pouze 3% reprezentace (Břehovský & Příhonská, 2021; Příhonská, 2019). Oba tyto výzkumy tedy poukazují nejen na malé celkové zastoupení nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ, ale i na malé zastoupení jednotlivých typů těchto úloh a jejich nízkou druhovou rozmanitost či variabilitu, kterou kritizuje i např. Vondrová et al. (2019).

Nutno je však dodat, že analýza učebnic provedená Příhonskou (2019) v roce 2016 až 2017 v rámci grantu SGS na FP TUL navazovala na analýzu učebnic matematiky pro 5. ročník ZŠ vybraných šesti nakladatelství z roku 2012, na základě níž bylo zjištěno, že největší zastoupení kombinatorických úloh se vyskytuje v učebnici nakladatelství Fraus. V roce 2016 až 2017 pak proběhla komplexnější analýza učebnic, a to konkrétně 58 učebnic matematiky pro 1. až 5. ročník ZŠ pěti ucelených řad učebnic a tří učebnic rozšiřujícího učiva pěti různých nakladatelství (Příhonská, 2019). Naopak Břehovský a Příhonská (2021) se v rámci analýzy učebnic matematiky zaměřili pouze na učebnice 3. a 5. ročníku ZŠ, a to

vybraných čtyř různých nakladatelství. Celkem přitom bylo zanalyzováno osm učebnic matematiky (Břehovský & Příhonská, 2021).

Kvalitu učebních úloh, a tedy i kvalitu českých učebnic matematiky 1. stupně ZŠ, hodnotí i Příhonská a Břehovský (2017), a to na základě sondáže vybraných osmi učebnicových řad osmi různých nakladatelství. Přestože se však nejednalo o komplexní analýzu, autoři si dovoluují konstatovat, že se v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ vyskytují především učební úlohy založené na využití osvojených algoritmů, tedy úlohy standardní, úlohy zaměřené na jednostranný rozvoj dovedností žáků, úlohy bez interdisciplinárního charakteru a úlohy bez reálného kontextu.

Na základě výše uvedených zjištění lze konstatovat, že problematika zastoupení nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 1. stupeň ZŠ je v českém prostředí dosud nedostatečně prozkoumaná. Přestože některé výzkumy naznačují, že zastoupení tohoto typu učebních úloh je v současných učebnicích velmi omezené, chybí systematické a metodologicky propracované studie, které by poskytly komplexní obraz o kvalitě učebnic z tohoto hlediska. Tento stav ukazuje na potřebu komplexní analýzy českých učebnic matematiky pro posouzení jejich kvality z hlediska obsahu nestandardních úloh. Výsledky analýzy učebnic takového rozměru by totiž mohly mj. významně pomoci učitelům 1. stupně ZŠ při výběru kvalitních učebnic matematiky. Optimistickou perspektivu vidíme také ve zkvalitnění výuky matematiky právě v důsledku užívání kvalitních učebnic pro učitelovo vyučování i žákovo učení, které by vedly zejména k rozvoji tvořivosti žáků a s ní souvisejícího divergentního myšlení, dále i klíčové kompetence k řešení problémů (MŠMT, 2023) či logicko-matematické gramotnosti (MŠMT, 2025a). Vnímáme tedy i značný přesah významu výsledků výše popsané analýzy učebnic i do pedagogické praxe. Tímto zároveň plynule navazujeme na praktickou část této diplomové práce.

II PRAKTICKÁ ČÁST

4 CHARAKTERISTIKA VÝZKUMU

Z teoretické části diplomové práce, která nám teoreticky ukotvuje problematiku nestandardních učebních úloh ve výuce obecně, ale zejména pak v kontextu matematiky 1. stupně ZŠ a v neposlední řadě i v kontextu učebnic matematiky 1. stupně ZŠ, mj. vyplývá, že mnoho současných českých i zahraničních pedagogů chápe nestandardní učební úlohy v matematice na 1. stupni ZŠ stále jako kritické místo, a to z mnoha aspektů. Jedním z nich je aspekt týkající se zamýšleného kurikula, v našem případě učebnic, přičemž některá odborná literatura, a to i současná, přímo odkazuje na samotnou definici nestandardních úloh ve spojitosti s jejich malým výskytem v učebnicích, či dokonce s jejich absencí. Zároveň několik nedávných výzkumů posledního desetiletí odkazuje na velmi nízký podíl a variabilitu nestandardních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ.

Vzhledem ale k tomu, že se v rámci těchto výzkumů zaměřených na analýzu učebnic matematiky 1. stupně ZŠ autoři zaměřili pouze na nestandardní úlohy určitého typu, na vybraný ročník či ročníky 1. stupně ZŠ či jen na učebnice určitých nakladatelství, učebnice s platnou i neplatnou schvalovací doložkou MŠMT apod., rozhodli jsme se analyzovat téměř všechny učebnice matematiky 1. stupně ZŠ, které disponují schvalovací doložkou pro základní vzdělávání k 5. únoru 2025, tedy k datu, kdy tato diplomová práce vznikala. Dále bylo naším cílem analyzovat tyto učebnice z hlediska všech typů nestandardních učebních úloh, přičemž bylo nutné si předem stanovit klasifikaci těchto úloh, která bude vyhovovat charakteru našeho výzkumu.

Cílem praktické části diplomové práce je tedy představit charakteristiku výše nastíněného výzkumu založeného na metodě kvantitativní obsahové analýzy, jeho výsledky a limity. Dalším cílem je pak na základě získaných dat charakterizovat přínos vybraných učebnic matematiky 1. stupně ZŠ i celých ucelených řad těchto učebnic pro žákovské učení nejen z hlediska množství nestandardních učebních úloh, ale i jejich rozmanitosti, co se týče typu úlohy. Jak totiž i v teoretické části této práce uvádíme, problémem současných učebnic matematiky 1. stupně ZŠ je nejen malé procentuální zastoupení nestandardních úloh, ale rovněž i jejich malá druhová rozmanitost.

4.1 Cíle výzkumu

Jak jsme již nastínili v úvodu této kapitoly, výzkumným problémem v oznamovací formě ve smyslu něčeho, co potřebuje řešení (dle Puncha, 2008), je nízká didaktická vybavenost učebnic matematiky 1. stupně ZŠ z hlediska nestandardních učebních úloh. Ve vztahu

k danému výzkumnému problému jsme pak určili hlavní cíl výzkumu – popsat a komparovat vybrané učebnice matematiky 1. stupně základní školy z hlediska zastoupení nestandardních učebních úloh a posoudit jejich soulad s odbornými doporučeními. V návaznosti na hlavní výzkumný cíl byly poté stanoveny tyto dílčí cíle výzkumu:

1. zjistit zastoupení standardních a nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ;
2. zjistit zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ na základě zvolené klasifikace nestandardních učebních úloh v matematice;
3. porovnat zastoupení standardních a nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích a ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ s doporučeným zastoupením těchto úloh v odborné literatuře;
4. porovnat vybrané učebnice matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ s učebnicemi matematiky pro 2. období 1. stupně ZŠ na základě celkového zastoupení nestandardních učebních úloh;
5. porovnat vybrané učebnice a ucelené řady učebnic matematiky 1. stupně ZŠ na základě celkového zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh.

Vzhledem k výše formulovanému hlavnímu cíli a dílčím cílům výzkumu jsme se poté rozhodli zvolit kvantitativní výzkumný přístup, námi realizovaný výzkum bude tedy kvantitativně orientovaným pedagogickým výzkumem, pro který je charakteristické to, že pracuje s číselnými údaji, které lze zpracovat matematicky, a dále zjišťuje množství, rozsah nebo frekvenci výskytu zkoumaných jevů (Gavora, 2010; Punch, 2008). Kvantitativní výzkum se také dle Gavory (2010) vyznačuje nestranností a odstupem výzkumníka vůči těmto jevům, jejichž příčina existence nebo změn je vysvětlována. Výhodou takového výzkumu je i možnost jeho výsledky zevšeobecňovat na celou populaci, vyslovovat predikce a ověřovat již existující pedagogickou teorii, a to prostřednictvím testování vědeckých hypotéz (Gavora, 2010).

4.2 Výzkumné problémy (otázky) a hypotézy

Na základě výzkumných cílů uvedených v předchozí podkapitole byly formulovány tyto výzkumné problémy v podobě otázek dle Gavory (2010) a Chráska (2016):

1. Jaké je zastoupení standardních a nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ?
2. Jaké je zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ na základě zvolené klasifikace nestandardních úloh v matematice?
3. Jaký je rozdíl mezi zastoupením nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích a ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ a doporučeným zastoupením uvedeným v odborné literatuře?
4. Jaký je rozdíl mezi vybranými učebnicemi matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ a učebnicemi matematiky pro 2. období z hlediska celkového zastoupení nestandardních učebních úloh?
5. Jaký je rozdíl mezi vybranými učebnicemi a ucelenými řadami učebnic matematiky 1. stupně ZŠ na základě celkového zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh?

Tyto první dva výše uvedené výzkumné problémy jsou dle Gavory (2010) deskriptivního neboli popisného charakteru, následující tři výzkumné otázky pak mají podobu relačních neboli vztahových výzkumných problémů. Z toho tedy na základě Gavory (2010) a Chráska (2016) vyplývá, že by se bez posledních třech tzv. relačních výzkumných problémů nejednalo o vědecký pedagogický výzkum, ale o tzv. pedagogický průzkum. Na druhou stranu však i řešení deskriptivních problémů přináší cenné poznatky, ty se však týkají jen pedagogické praxe, nerozvíjejí pedagogickou teorii (Gavora, 2010; Chráska, 2016). Významnější výsledky pro obohacení pedagogické teorie přináší výzkumy založené právě na relačních výzkumných problémech, tzv. relační výzkumy, které jsou ovšem pro výzkumníka obecně náročnější než deskriptivní výzkumy, nejnáročnějšími jsou však výzkumy kauzální (Gavora, 2010).

Z daných výzkumných problémů tedy vyplývá, že se jedná o výzkum deskriptivního i relačního charakteru. Jeho úkolem je tudíž nejen popsat situaci, stav nebo výskyt určitých zkoumaných jevů, ale i zjistit existenci vztahu mezi těmito jevy a určit, jak je tento vztah těsný (Gavora, 2010). Tyto jevy se označují jako proměnné, které, jak již název napovídá, mohou nabývat různých hodnot (Gavora, 2010; Chráska, 2016). Výzkumné otázky, které nevyjadřují vztah mezi proměnnými, tedy deskriptivní problémy, nemohou však posloužit pro formulaci vědeckých hypotéz (Gavora, 2010; Chráska, 2016), z tohoto důvodu jsme tedy

formulovali tzv. věcné hypotézy dle Chrásky (2016) pouze pro tři námi stanovené relační problémy:

- H₁: Nestandardní učební úlohy se v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ vyskytují méně často, než je doporučeno v odborné literatuře.
- H₂: Nestandardní učební úlohy se v ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ vyskytují méně často, než je doporučeno v odborné literatuře.
- H₃: Nestandardní učební úlohy se vyskytují v učebnicích matematiky pro 2. období 1. stupně ZŠ častěji než v učebnicích matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ.
- H₄: Zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ není rovnoměrné.
- H₅: Zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh ve vybraných ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ není rovnoměrné.

Tyto věcné hypotézy byly vyvozeny z vědecké teorie uvedené v teoretické části této diplomové práce, jak doporučuje i Gavora (2010). První hypotéza H₁ a druhá hypotéza H₂ konkrétně vychází z poznatků vícero českých i zahraničních autorů jako např. Příhonské (2019), Vondrové (2019), Vondrové et al. (2019), Vicente a Manchado (2016), Novákové (2019), Příhonské a Břehovského (2017) či Břehovského a Příhonské (2021), přičemž zmiňovaným doporučením odkazujeme na Zelinu a Zelinovou (1990), dle jejichž názoru by měly učebnice matematiky obsahovat 15 až 25 % nestandardních úloh. Třetí hypotéza H₃ byla formulována ve vztahu k vzdělávacímu obsahu vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace RVP ZV (MŠMT, 2023). Poslední dvě hypotézy H₄ a H₅ pak byly vytvořeny v souladu s poznatkem Příhonské (2019), Břehovského a Příhonské (2021) či Vondrové et al. (2019). Všechny tyto tři věcné hypotézy přitom dle Gavory (2010) vyjadřují mezi proměnnými rozdíly, z tohoto důvodu bude tedy v následujících krocích nutné uvažovat o použití statistické metody na zjištění významnosti rozdílů.

4.3 Výzkumný soubor

Základní výzkumný soubor dle Gavory (2010) tvořily české učebnice matematiky 1. stupně ZŠ. Bylo však nutné zvolit i výběrový soubor, který by daný výzkumný soubor reprezentoval. Výběrový soubor byl přitom stanoven na základě tzv. záměrného výběru dle Gavory (2010) a Chrásky (2016), jenž se realizuje prostřednictvím předem stanovených konkrétních relevantních znaků (Gavora, 2010), které Chráska (2016) označuje jako

kontrolní znaky v rámci tzv. kvótního výběru, na základě nichž jsme do výběrového souboru zařadili každou českou učebnici matematiky 1. stupně ZŠ, která:

- byla zařazena MŠMT na seznam učebnic a učebních textů se schvalovací doložkou pro základní vzdělávání k 5. únoru 2025 (viz MŠMT, 2025b);
- je součástí ucelené řady učebnic (minimálně pro 1. až 5. ročník ZŠ);
- je explicitně nazvána jako učebnice, popř. jako hybridní učebnice či hybridní pracovní učebnice (nikoliv jako pracovní sešit, sešit, počteníček, minutovky apod.);
- není určena pro žáky základní školy praktické a speciální a pro žáky základní školy pro sluchově postižené.

Na základě těchto výše uvedených znaků jsme selektovali celkem 108 učebnic matematiky 1. stupně ZŠ, rozsah výběrového souboru je tedy $n = 108$. Tyto učebnice jsou zároveň součástí 11 ucelených řad učebnic. Stručný seznam všech vybraných učebnic, vč. názvu příslušného nakladatelství či vydavatelství a počtu učebnic pro 1. až 5. ročník ZŠ v rámci ucelené řady učebnic zobrazuje níže uvedená Tabulka 5. Podrobný seznam vybraných učebnic matematiky 1. stupně ZŠ viz Příloha P I.

Tabulka 5 Seznam vybraných ucelených řad učebnic 1. stupně ZŠ

Názvy učebnic pro 1. až 5. ročník ZŠ jednotlivých ucelených řad učebnic	Nakladatelství a vydavatelství	Počet učebnic pro 1. až 5. ročník ZŠ v ucelené řadě učebnic
Matematika 1 až 3 pro 1. ročník základní školy Matematika pro 2. až 5. ročník základní školy	Didaktis	7
Matematika se Čtyřlístkem 1: Učebnice pro 1. ročník základní školy, 1. až 2. díl Matematika se Čtyřlístkem 2 až 5: Učebnice pro 2. až 5. ročník základní školy	Fraus 	6
Matematika 1 až 2: Objevuj matematiku dle prof. Hejného, 1. až 2. díl Matematika 3 až 5: Objevuj matematiku dle prof. Hejného	Fraus	7
Matematika 1 až 2: Pracovní učebnice pro 1. až 2. ročník, 1. až 3. díl ze 3 Matematika 3 až 5: Učebnice pro 1. stupeň ZŠ	H-mat	9
Matematika pro 1. až 5. ročník základní školy, 1. až 2. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV	Nakladatelství Nová škola Brno	10
Matýskova matematika, 1. až 8. díl: Učebnice pro 1. až 3. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV Matýskova matematika pro 4. až 5. ročník, 1. až 2. díl: Učebnice pro základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV Geometrie: Učebnice pro 3. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV Matýskova matematika: Geometrie pro 4. až 5. ročník: Učebnice pro základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV	Nová škola	15
Matematika a její aplikace 1 až 5 – 1. až 3. díl	Prodos	15
Svět čísel a tvarů: Matematika pro 1. až 5. ročník	Prometheus	5

Matematika pro 1. ročník základní školy: Pracovní učebnice, 1. až 3. díl Matematika pro 2. ročník základní školy: Pracovní učebnice, 1. až 2. díl Matematika pro 3. až 5. ročník základní školy	SPN	8
Matematika pro 1. až 5. ročník ZŠ, 1. až 3. díl	Studio 1+1	15
Hravá matematika 1: Pracovní učebnice pro 1. ročník ZŠ, 1. až 3. díl Hravá matematika 2: Pracovní učebnice pro 2. ročník ZŠ, 1. až 2. díl Hravá matematika 3 až 5: Učebnice pro 3. až 5. ročník ZŠ, 1. až 2. díl	Taktik	11
Celkový počet učebnic:		108

Pozn.: Dále budou jednotlivé ucelené řady učebnic označovány názvem příslušného nakladatelství či vydavatelství za účelem zajištění jednoduššího, úspornějšího a přehlednějšího označování. Poněvadž ale k nakladatelství Fraus náleží dvě řady učebnic, rozlišujeme ucelenou řadu učebnic Fraus a Fraus .

Určitou anomálií se při výběru učebnic do výběrového souboru stala ucelená řada učebnic matematiky dle prof. Hejného od nakladatelství Fraus, poněvadž toto nakladatelství stále nabízí v rámci jedné ucelené řady učebnic 1. i 2. vydání učebnic. Poněvadž se ale jedná o jednu ucelenou řadu učebnic, zvolili jsme do výběrového souboru pouze učebnice 2., přepracovaného vydání (tzv. novou generaci učebnic), které mají oproti 1. vydání mj. upravený obsah na základě zpětné vazby od učitelů.

4.4 Výzkumné metody a výzkumné nástroje

Jako výzkumná metoda byla zvolena kvantitativní obsahová analýza textu neboli kvantitativní sémantika, v rámci níž dochází k převedení obsahu textu, který je sám o sobě kvalitativní, do kvantitativní podoby vyjadřující frekvence, pořadí nebo stupeň (Gavora, 2010). V našem případě se jedná konkrétně o kvantitativní obsahovou analýzu učebnic matematiky 1. stupně ZŠ, která proběhla v souladu s daným postupem kvantitativní obsahové analýzy textů dle Gavory (2010, 2015), který je nutné podrobně popsat, aby bylo možné výzkumu, jak uvádí Gavora (2015), později přesně zopakovat:

- 1. vymezení základního a výběrového souboru textů** – viz výše, konkrétně se pak vzhledem ke Gavorovi (2015) jedná o komunikáty verbální i vizuální formy (dvojí formy), konkrétněji pak o tzv. hotové materiály – učebnice jako součásti systému textů vybíraných systematicky;
- 2. vymezení významové jednotky analýzy** – v našem případě se bude jednat konkrétně o matematickou učební úlohu, kterou definujeme dle Kuřiny (2011) jako jakoukoliv výzvu k matematické činnosti, přičemž za matematické činnosti považujeme všechny očekávané výstupy 1. a 2. období 1. stupně vzdělávacího oboru Matematika a její

aplikace RVP ZV (MŠMT, 2023), poněvadž se jedná o výstupy žáků formulované činnostně, prakticky a ověřitelně.

3. stanovení analytických kategorií klasifikující významové jednotky, mezi které jsme zařadili dvě skupiny kategorií:

- **úlohy standardní a nestandardní**, přičemž za úlohy nestandardní považujeme takové učební úlohy, „jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení“ (MŠMT, 2023), naopak standardní úlohy žáci řeší prostřednictvím pamětných znalostí, známých algoritmů a vzorců (Příhonská, 2019). Za nestandardní úlohy jsme přitom považovali pouze úlohy alespoň druhého stupně tvořivosti dle Cirjaka (2000). Museli jsme však mít na paměti i to, že, co je nestandardní učební úlohou pro jednoho žáka, tak může být pro jiného žáka úlohou standardní (Vondrová et al., 2019). Mj. z tohoto důvodu bylo tedy nutné analyzovat celé ucelené řady učebnic matematiky postupně od 1. až po 5. ročník ZŠ – předpokládali jsme, že učebnice budou obsahovat vzhledem k základním komponentům učebnice dle Průchy (2017) kromě učebních úloh mj. i výkladovou složku s prezentací učiva, na základě níž jsme při analýze vybraných učebnic posuzovali, zda se ve vztahu k doposud předkládaným nejen učebním úlohám, ale i výkladovým textům, ukázkám a příkladům v rámci ucelené řady učebnic jedná o standardní či nestandardní úlohy;
- **slovní úlohy, číselné a obrázkové řady, matematická schémata a úlohy na prostorovou představivost (4 kategorie nestandardních učebních úloh)**, přičemž tyto kategorie vznikly na základě modifikace učiva tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace RVP ZV (MŠMT, 2023) s oporou o klasifikaci nestandardních matematických učebních úloh dle Hrubéšové (2023) tak, aby bylo možné každou nestandardní učební úlohu přiřadit alespoň k jedné z daných kategorií. V případě, že bylo možné konkrétní učební úlohu přiřadit k vícero kategoriím, tak bylo rozhodnuto na základě toho, z jakého hlediska je daná úloha nestandardní;

4. **proces kódování** – každému zjištěnému výskytu matematické učební úlohy v učebnici byl přiřazen jeden kód, do kódovacího archu – záznamového archu obsahové analýzy (viz Příloha PII) byly však zaznamenány pouze kódy nestandardních učebních úloh, přičemž každý z těchto kódů byl přiřazen k jedné ze čtyř kategorií (ukázku záznamu kódu do záznamového archu viz Příloha P III).
5. **kvantifikace významových jednotek, resp. analytických kategorií** – zjišťovaly se frekvence výše uvedených kategorií, tj. absolutní počet, relativní počet (procento), aritmetický průměr, nominální variance, a kromě toho byly provedeny také statistické testy rozdílů, a to konkrétně tzv. test dobré shody chí-kvadrát a test nezávislosti chí-kvadrát pro čtyřpolní kontingenční tabulku;
6. **interpretace zjištěných frekvencí** – popis, vysvětlení a interpretace zjištěných kvantitativních údajů.

Co se pak týče reliability výzkumného nástroje, která je předpokladem zajištění validity, pro její zabezpečení jsme podnikli tyto kroky:

- přesné vymezení analytických kategorií (dle Gavory, 2010),
- zajištění dostatečně širokých kategorií (dle Gavory, 2010),
- konzistence kódování u jednoho výzkumníka (dle Gavory, 2015).

Ve vztahu k výše uvedenému musíme však dodat, že nejprve došlo k pilotáži výzkumného nástroje, který nepracoval pouze se 4 kategoriemi nestandardních učebních úloh, ale se 13 kategoriemi vytvořenými na základě revize klasifikace nestandardních učebních úloh dle Hrubéšové (2023). Tento výzkumný nástroj však nebyl validní. Z tohoto důvodu byl tedy vytvořen výzkumný nástroj pouze pro 4 kategorie, který byl taktéž pilotován a následně taktéž ověřen v navazujícím předvýzkumu (dle Chráska, 2016).

V neposlední řadě, i vzhledem k výše opsanému postupu obsahové analýzy učebnic, je také nutno dodat, že, jak uvádí Gavora (2015), obsahová analýza textu se od 50. let minulého století neustále vyvíjí, přičemž zásadním momentem se stal vznik kvalitativní obsahové analýzy, která už od svých samých počátků začala ovlivňovat zakladatelskou kvantitativní obsahovou analýzu, k čemuž přispěla i narůstající liberalizace metodologie výzkumu. Nyní tedy, jak zmiňuje Gavora (2015) je polarizování obsahové analýzy na kvantitativní a kvalitativní velmi zjednodušené, existují totiž určité konfigurace šesti základních komponentů obsahové analýzy, které mohou mít dvě až tři různé podoby, přičemž některé

z těchto konfigurací mají povahu smíšeného metodologického přístupu. Takový charakter má i námi aplikovaná obsahová analýza, identifikujeme však převahu kvantitativních komponentů, a to zejména deduktivní směr postupu a numerickou formu výsledků výzkumu.

4.5 Metody zpracování získaných dat, statistické metody

Získaná data byla zpracována a vyhodnocována prostřednictvím matematické statistiky, a to jak popisné neboli deskriptivní, tak i zobecňující neboli inferenční statistiky či induktivní (dle Chráska, 2016). Při zpracování výsledků výzkumu v oblasti popisné statistiky jsme se přitom řídili následujícími kroky dle Chráska (2016):

- uspořádání získaných dat a sestavení tabulek četností;
- grafické znázornění získaných dat obsažených v tabulkách četností pomocí grafických metod zobrazování dat, a to konkrétně za použití sloupcového a výsečového diagramu;
- výpočet charakteristik polohy (měr ústřední tendence), konkrétně pak aritmetického průměru $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$ z číselných hodnot $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, kde n je celková četnost všech hodnot;
- výpočet charakteristik rozptýlení (měr variability), konkrétně pak tzv. normované nominální variance, kterou lze vypočítat ze vzorce $\frac{n^2 - \sum n_k^2}{n^2} \cdot \frac{k}{k-1}$, kde n je celková četnost, n_k jsou četnosti v jednotlivých kategoriích a k je počet kategorií. Hodnota normované nominální variace se pohybuje v intervalu $\langle 0; 1 \rangle$, přičemž čím je tato hodnota vyšší, tím rovnoměrnější je zastoupení jednotlivých kategorií v rámci zkoumaného souboru.

V kontextu induktivní statistiky bylo nutné pro následné statistické ověřování či testování formulovat ve vztahu k již uvedeným pěti věcným hypotézám statistické hypotézy, tedy tzv. nulovou a alternativní hypotézu, a to s respektem vůči zvoleným oboustranným statistickým testům významnosti (dle Chráska, 2016):

- H_1 : Nestandardní učební úlohy se v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ vyskytují méně často, než je doporučeno v odborné literatuře.

H_{01} : Podíl nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ je roven 20 %.

H_{A1} : Podíl nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ je odlišný od 20 % (popř. nižší či vyšší než 20 %).

- H_2 : Nestandardní učební úlohy se v ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ vyskytují méně často, než je doporučeno v odborné literatuře.

H_{02} : Podíl nestandardních učebních úloh v ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ je roven 20 %.

H_{A2} : Podíl nestandardních učebních úloh v ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ je odlišný od 20 % (popř. nižší či vyšší než 20 %).

- H_3 : Nestandardní učební úlohy se vyskytují v učebnicích matematiky pro 2. období 1. stupně ZŠ častěji než v učebnicích matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ.

H_{03} : Podíl nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ je stejný jako podíl nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 2. období 1. stupně ZŠ.

H_{A3} : Podíl nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 2. období 1. stupně ZŠ se liší (je menší, popř. větší) od podílu nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ.

- H_4 : Zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ není rovnoměrné.

H_{04} : Podíly jednotlivých typů nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ jsou shodné.

H_{A4} : Podíly jednotlivých typů nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ jsou rozdílné.

- H_5 : Zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh ve vybraných ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ není rovnoměrné.

H_{05} : Podíly jednotlivých typů nestandardních učebních úloh v ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ jsou stejné.

H_{A5} : Podíly jednotlivých typů nestandardních učebních úloh v ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ jsou rozdílné.

Co se týče statistických hypotéz věcné hypotézy H_1 a H_2 , na základě doporučení Zeliny a Zelinové (1990), podle kterého by nestandardní úlohy měly tvořit 15–25 % všech učebních

úloh učebnice, jsme pro potřeby testování zvolili střední hodnotu tohoto intervalu, tedy 20 %, jako očekávaný podíl nestandardních úloh v učebnicích matematiky.

Tyto výše uvedené statistické hypotézy byly následně testovány proti předem stanoveným nulovým hypotézám. Jako statistickou metodu pro analýzu dat klasického kvantitativně orientovaného výzkumu jsme zvolili test dobré shody chí-kvadrát a test nezávislosti chí-kvadrát pro čtyřpolní tabulku, statistické testy významnosti (dle Chráska, 2016).

Konkrétně na základě testu dobré shody chí-kvadrát bylo „ověřeno, zda četnosti, které byly získány měřením v pedagogické realitě, se odlišují od teoretických četností, které odpovídají dané nulové hypotéze“ (Chráska, 2016, s. 64). O přijetí nebo odmítnutí alternativní a nulové hypotézy jsme rozhodovali na základě testování nulové hypotézy pomocí testového kritéria chí-kvadrát χ^2 : $\chi^2 = \sum \frac{(P-O)^2}{O}$, kde P je tzv. pozorovaná četnost a O tzv. očekávaná četnost, která odpovídá nulové hypotéze (Chráska, 2016). Při rozhodování o platnosti nulové hypotézy jsme pak postupovali dle Chráska (2016) tak, že vypočítanou hodnotu testového kritéria jsme srovnali s tzv. kritickou hodnotou pro určitou zvolenou hladinu významnosti α ($\alpha = 0,05$, tj. 5 %) a určitý počet stupňů volnosti f (dle počtu řádků v tabulce), kterou lze vyhledat ve statistických tabulkách. Pokud vypočítaná hodnota testového kritéria χ^2 byla menší než kritická hodnota, nulová hypotéza byla přijata, resp. ji nebylo možné odmítnout. V takovém případě budeme výsledky interpretovat tak, že mezi studovanými jevy nemusí být významný vztah, souvislost nebo rozdíl. Naopak, pokud vypočítaná hodnota testového kritéria χ^2 byla větší (nebo stejně velká) než kritická hodnota, tak budeme výsledky považovat za statisticky významné. Zároveň také nebudeme moci výsledky vysvětlovat na základě náhody, jako k tomu dochází v předešlém případě, kdy testové kritérium χ^2 je menší než kritická hodnota.

Test nezávislosti chí-kvadrát pro čtyřpolní tabulku je pak zvláštním typem testu nezávislosti chí-kvadrát pro kontingenční tabulku, který se využívá zejména pro ověření, „zda existuje souvislost (závislost) mezi dvěma pedagogickými jevy (proměnnými), které byly zachyceny pomocí nominálního (popřípadě ordinálního) měření“ (Chráska, 2016, s. 69). Čtyřpolní tabulku přitom chápeme jako kontingenční tabulku (neboli tzv. tabulku se dvěma vstupy) se dvěma řádky a dvěma sloupci – viz na následující straně Tabulku 6.

Tabulka 6 Schéma čtyřpolní tabulky

	α	non α	
β	a	b	a + b
non β	c	d	c + d
	a + c	b + d	$n = (a + b) + (c + d)$ a zároveň $n = (a + c) + (b + d)$

(Chráska, 2016, s. 77)

I když bychom mohli i v tomto případě vypočítat hodnotu testového kritéria χ^2 pomocí stejného vzorce jako u testu dobré shody chí-kvadrát a postupovat jako v případě testu nezávislosti chí-kvadrát pro kontingenční tabulku, u testu nezávislosti chí-kvadrát pro čtyřpolní tabulku si lze výpočet χ^2 usnadnit použitím následujícího vztahu: $\chi^2 = n \cdot \frac{(ad - bc)^2}{(a + b) \cdot (a + c) \cdot (b + d) \cdot (c + d)}$, kde jednotlivé proměnné odpovídají číselným hodnotám konkrétního řádku a sloupce ve čtyřpolní tabulce – viz na předešlé straně Tabulku 6. Následně opět vypočítanou hodnotu testového kritéria χ^2 srovnáme s kritickou hodnotou tohoto testového kritéria pro zvolenou hladinu významnosti α ($\alpha = 0,05$, tj. 5 %) a, tentokrát pro daný, jeden stupeň volnosti $f = 1$. Pokud χ^2 je vyšší než kritická hodnota tohoto testového kritéria, tak nulovou hypotézu zamítáme, přijímáme alternativní hypotézu a říkáme, že byla mezi dvěma pedagogickými jevy (proměnnými) prokázána statisticky významná souvislost (závislost). V opačném případě nebudeme moci nulovou hypotézu zamítnout a statisticky významná souvislost nebude prokázána.

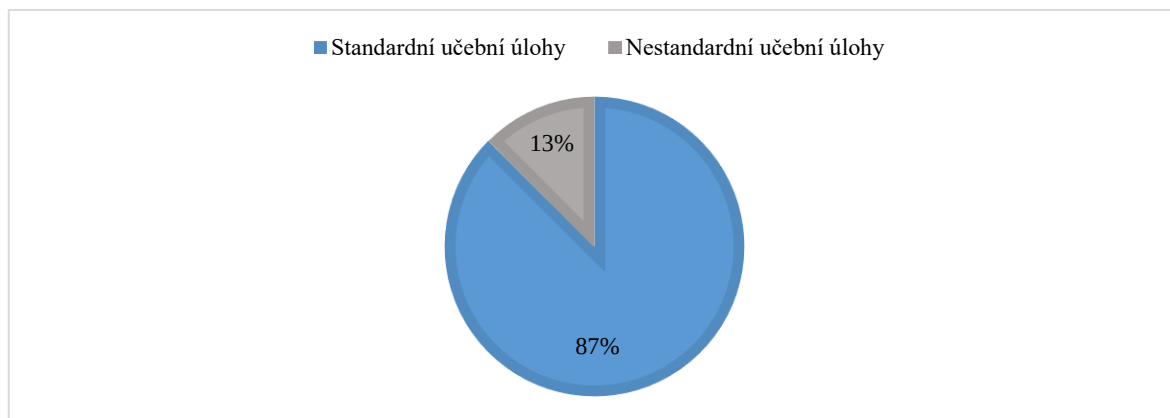
Na závěr dané podkapitoly bychom také chtěli dodat, že došlo nejprve k ručnímu zpracování a analýze dat a následně vzhledem k velkému množství dat jsme provedli zpracování a analýzu dat s využitím počítače, abychom minimalizovali riziko vzniku chyb při výpočtech (dle Chráska, 2016). Využit byl tabulkový procesor Microsoft Excel od firmy Microsoft pro operační systém Microsoft Windows, který je mj. součástí tzv. kancelářského balíku Microsoft Office. Pro výpočet χ^2 v rámci testu dobré shody chí-kvadrát a testu nezávislosti chí-kvadrát pro čtyřpolní tabulku jsme využili online kalkulačku χ^2 na webových stránkách Biopedia (2025).

5 ANALÝZA A INTERPRETACE ZÍSKANÝCH DAT

Daná kapitola se stane klíčovou součástí praktické části diplomové práce, poněvadž je jejím cílem provést analýzu a interpretaci získaných dat. Data budou přitom, jak jsem již zmiňovala v předchozí kapitole, představena prostřednictvím tabulek četností, ze kterých bude vypočítána charakteristika polohy neboli míra ústřední tendence a následně také charakteristika rozptýlení neboli míra variability, a grafických metod zobrazování dat dle Chráska (2016), jež budou doplněny i slovním komentářem popisného a komparativního charakteru. Získaná data nebudou však vyhodnocena pouze na úrovni popisné neboli deskriptivní statistiky, ale i na úrovni indukční statistiky, jak bylo již také výše zmíněno.

Nejprve však, než se budeme vyjadřovat k jednotlivým výzkumným otázkám a ověřovat stanovené statistické hypotézy pomocí testu dobré shody chí-kvadrát a testu nezávislosti chí-kvadrát pro čtyřpolní kontingenční tabulku, rádi bychom zmínili, že bylo v rámci obsahové analýzy vybraných učebnic matematiky 1. stupně ZŠ zanalyzováno celkem 30 448 matematických učebních úloh obsažených ve 108 učebnicích matematiky pro 1. až 5. ročník ZŠ v rámci 11 ucelených řad učebnic. Každou z matematických učebních úloh jsme přitom na základě výše popsanych operacionalizovaných definic označili za standardní či nestandardní učební úlohu a nestandardní učební úlohy se pak dále přiřazovaly k jedné ze čtyř stanovených kategorií, mezi které řadíme slovní úlohy, číselné a obrázkové řady, matematická schéma a úlohy na prostorovou představivost.

Nyní budou analyzována a interpretována data týkající se první výzkumné otázky: **Jaké je zastoupení standardních a nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ?** Na základě obsahové analýzy vybraných 108 učebnic matematiky 1. stupně ZŠ bylo zjištěno, že z celkového počtu 30 448 matematických učebních úloh bylo 26 636 standardních, tj. 87 %, a 3 812 nestandardních, tj. 13 % (viz výšečový graf na Obrázku 9 na následující straně). Z toho tedy vyplývá, že průměrný podíl nestandardních učebních úloh v jedné učebnici matematiky je 13 %, což odpovídá přibližně 35 učebním úlohám. Vzhledem tedy k tomu, že Zelina a Zelinová (1990) tvrdí, že by měly učebnice matematiky obsahovat přibližně 15 až 25 % nestandardních úloh, průměrná česká učebnice matematiky 1. stupně ZŠ toto doporučení nerespektuje. Tato nerovnováha mezi učebními úlohami standardními a nestandardními byla dále kvantifikována pomocí normované nominální variace, která v tomto případě dosahuje hodnoty 0,438. Tato hodnota je relativně nízká a potvrzuje, že zastoupení obou kategorií úloh je značně nevyrovnané.



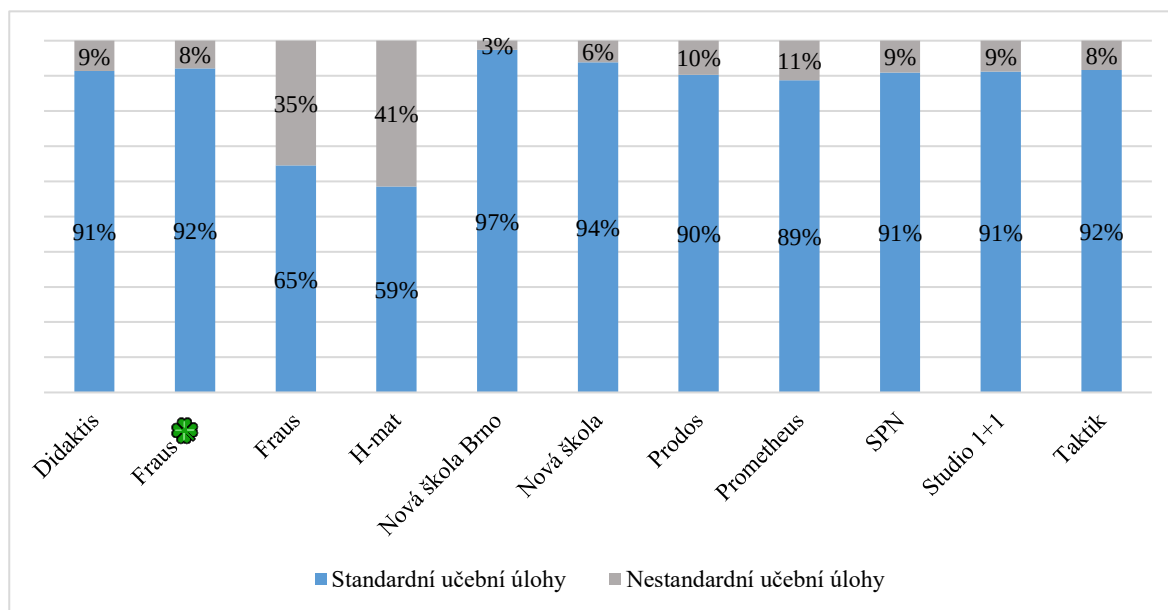
Obrázek 9 Procentuální zastoupení standardních a nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ

Pokud se ale podíváme na výsledky analýzy jednotlivých učebnic matematiky 1. stupně ZŠ, zjistíme, že 15 až 25% zastoupením nestandardních učebních úloh disponuje celkem 12 učebnic, tedy přibližně 11 % všech analyzovaných učebnic, a to nakladatelství Fraus, H-mat, Prometheus, Prodos, Didaktis, Studio 1+1, SPN a Nová škola (Matýskova matematika: Geometrie pro 4. až 5. ročník).

Učebnice matematiky s největším podílem nestandardních učebních úloh přitom obsahuje přibližně 64 % nestandardních úloh, jedná se o učebnici pro 2. ročník ZŠ od nakladatelství H-mat. Poté již žádná z analyzovaných učebnic nepřesáhla 60% podíl nestandardních úloh. Nad 50% podíl nestandardních úloh pak dosáhly další tři učebnice tohoto nakladatelství, 40% podíl a vyšší mělo celkem 10 učebnic, a to nakladatelství H-mat a Fraus, podíl vyšší než 25 % pak mělo celkem 14 učebnic, a to nakladatelství H-mat, Fraus a Prodos. Naopak učebnice s nejnižším podílem nestandardních učebních úloh jsou učebnice matematiky pro 1. až 3. ročník nakladatelství Nová škola Brno a Nová škola, které obsahovaly pouze jednu či dvě nestandardní úlohy, přičemž takových učebnic bylo celkem sedm.

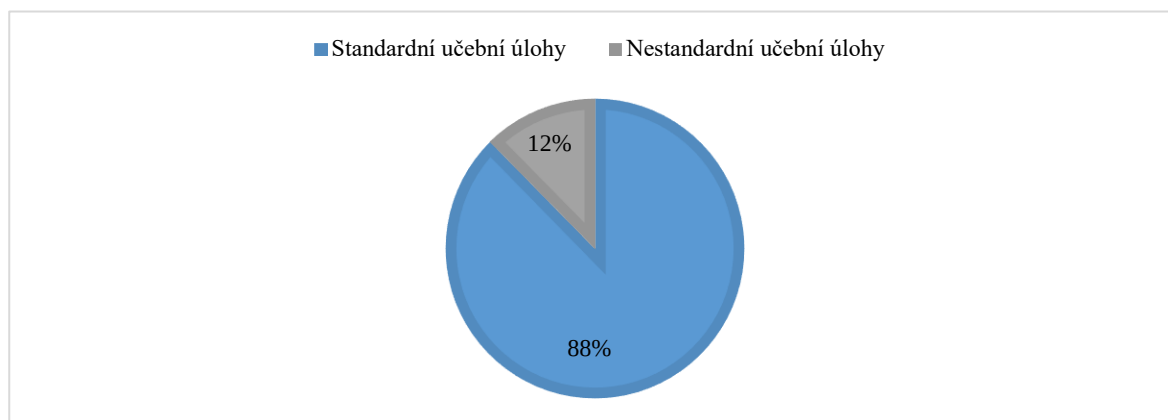
Co se pak týče podílu standardních a nestandardních učebních úloh v jednotlivých 11 ucelených řadách učebnic 10 nakladatelství či vydavatelství, největší podíl nestandardních úloh můžeme najít v ucelené řadě učebnic pro 1. až 5. ročník nakladatelství H-mat a Fraus, ostatní ucelené řady učebnic obsahují v porovnání s těmito řadami nestandardních úloh mnohem méně, a to o přibližně dvě třetiny. Doporučovanému 15 až 25% podílu nestandardních úloh dle Zeliny a Zelinové (1990) se přitom nejvíce přibližuje ucelená řada učebnic matematiky nakladatelství Prometheus. Výrazněji nižší podíl nestandardních úloh shledáváme v ucelených řadách učebnic matematiky nakladatelství Nová škola a Nová škola

Brno. Podíl standardních a nestandardních učebních úloh v jednotlivých ucelených řadách učebnic viz Obrázek 10 níže.

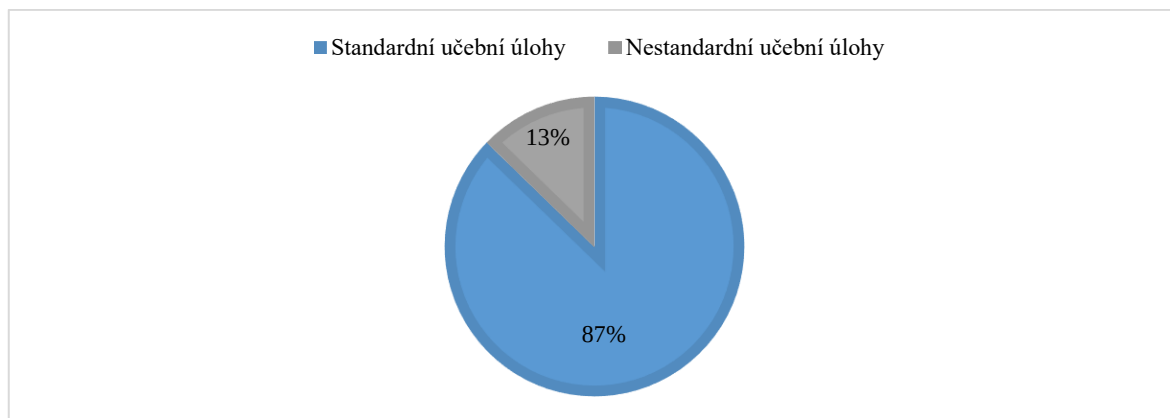


Obrázek 10 Podíl standardních a nestandardních učebních úloh v jednotlivých ucelených řadách učebnic

Dále nás zajímal podíl standardních a nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 1. i 2. období 1. stupně ZŠ, přitom jsme na základě analýzy dat dospěli k závěrům, že z hlediska poměru standardních a nestandardních učebních úloh je mezi učebnicemi matematiky pro 1. období a učebnicemi pro 2. období 1. stupně ZŠ minimální, ba dokonce až zanedbatelný, rozdíl, jak i můžeme vidět prostřednictvím výsečových grafů na Obrázku 11 a 12 níže.

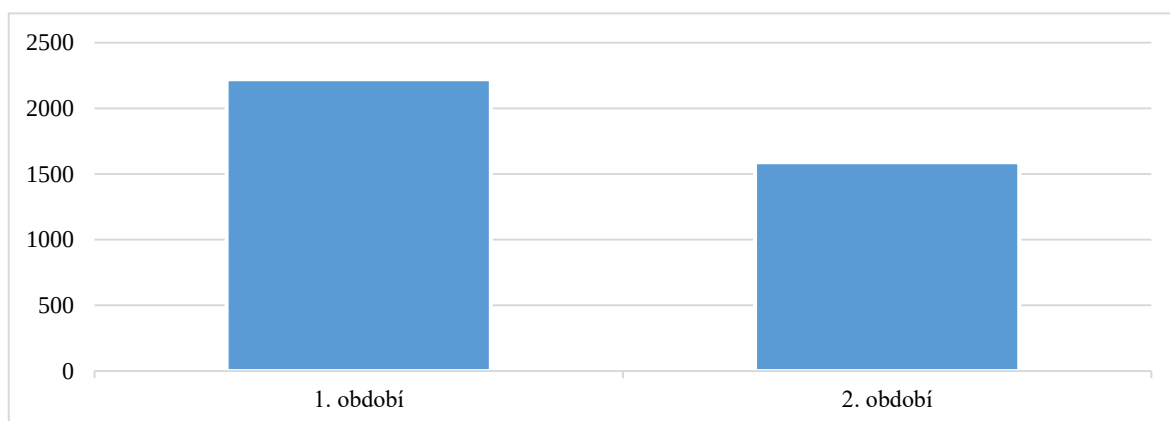


Obrázek 11 Podíl standardních a nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ



Obrázek 12 Podíl standardních a nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 2. období 1. stupně ZŠ

Zajímavé však je, že z hlediska absolutní četnosti nestandardních učebních úloh obsahují učebnice matematiky pro 1. období 1. stupně nestandardních učebních úloh o 632 více, jak můžeme i vidět sloupcovým grafu na následujícím Obrázku 13.



Obrázek 13 Absolutní četnost nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 1. období a 2. období 1. stupně ZŠ

Určitý vliv na daný výsledek však sledujeme i v disproporci v rozsahu analyzovaného souboru učebnic, a to jak z hlediska počtu učebnic, tak celkového objemu učebních úloh. V případě učebnic matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ bylo do analýzy zahrnuto 69 učebnic, obsahujících celkem 17 985 učebních úloh, kdežto pro 2. období 1. stupně ZŠ bylo analyzováno pouze 39 učebnic s celkovým počtem 12 463 učebních úloh. Na druhou stranu je tedy také nutno dodat, že učebnic pro 2. období 1. stupně ZŠ je sice téměř dvakrát méně než učebnic pro 1. období, ale zato jednotlivé učebnice pro 2. období jsou z hlediska počtu stran i počtu učebních úloh obsáhlejší.

Poněvadž se však výše popsané výsledky výzkumu vztahují i ke třetí a čtvrté výzkumné otázce, na které jsme si již částečně odpověděli, přejdeme od popisné statistiky do oblasti

induktivní statistiky, která nám umožní na základě výsledků testování statistických hypotéz věcné hypotézy H_1 , H_2 a H_3 vyslovit jisté závěry, ke kterým náš výzkum dospěl.

Nejprve začneme třetí výzkumnou otázkou: **Jaký je rozdíl mezi zastoupením nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích a ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ a doporučeným zastoupením uvedeným v odborné literatuře?** K této výzkumné otázce byly stanoveny věcné hypotézy H_1 a H_2 a k nim příslušné statistické hypotézy (nulová a alternativní), které jsme ověřovali prostřednictvím testu dobré shody chí-kvadrát, a to na základě výpočtu testového kritéria chí-kvadrát χ^2 , přičemž níže můžeme vidět tabulku četností (Tabulku 7) vytvořenou dle Chrásky (2016), která nám posloužila při výpočtu testového kritéria chí-kvadrát χ^2 konkrétně při testování hypotézy H_{01} , kde očekávaná četnost O u standardních učebních úloh odpovídá 80 % z celkového počtu učebních úloh ($n = 30\,448$), tj. 24 358 úlohám (po zaokrouhlení na celé číslo), a u nestandardních učebních úloh odpovídá 20 % z celkového počtu učebních úloh, tj. 6 090 úlohám (po zaokrouhlení na celé číslo).

Tabulka 7 Tabulka četností pro výpočet testového kritéria chí-kvadrát χ^2

Typ učebních úloh	Pozorovaná četnost P	Očekávaná četnost O	P – O	(P – O) ²	$\frac{(P - O)^2}{O}$
Standardní učební úlohy	26 636	24 358	2 278	5 189 284	213
Nestandardní učební úlohy	3 812	6 090	-2 278	5 189 284	852
Σ	30 448	30 448	/	/	1 065

Z výše uvedené Tabulky 7 je patrné, že vypočítaná hodnota $\chi^2 = \Sigma \frac{(P-O)^2}{O} = 1\,065$. Tu jsme následně srovnali s tzv. kritickou hodnotou pro hladinu významnosti $\alpha = 0,05$ (5 %) a jeden stupeň volnosti $f = 2 - 1 = 1$. Ve statistických tabulkách jsme následně zjistili, že pro danou hladinu významnosti počet stupňů volnosti je kritická hodnota testového kritéria $\chi^2_{0,05}(1) = 3,84$. Vypočítaná hodnota testového kritéria $\chi^2 = 1\,065$ je mnohem větší než hodnota kritická $\chi^2_{0,05}(1) = 3,84$. Rozdíl mezi pozorovanou a očekávanou četností je tedy statisticky významný, a proto odmítáme nulovou hypotézu H_{01} a přijímáme hypotézu alternativní **H_{A1} : Podíl nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ je (statisticky) odlišný od 20 % (nižší než 20 %).** Pravděpodobnost chybného rozhodnutí je v tomto případě menší než 0,05 (5 %).

Při testování nulové hypotézy H_{01} u jednotlivých 108 učebnic matematiky, které proběhlo stejným způsobem jako v předchozím případě, avšak s využitím dat vztahujících

se ke konkrétním učebnicím, bylo zjištěno, že převážně docházelo taktéž k odmítnutí nulové hypotézy a přijetí hypotézy alternativní. Pouze u 11 učebnic matematiky nakladatelství Fraus, H-mat, Prometheus, Prodos, Didaktis, Studio 1+1, SPN a Nová škola (Matýskova matematika: Geometrie pro 4. až 5. ročník) nebyla nulová hypotéza zamítnuta.

Při testování nulové hypotézy H_{02} pak byly u všech 11 ucelených řad učebnic matematiky 1. stupně ZŠ vypočítané hodnoty testového kritéria větší než hodnota kritická $\chi^2_{0,05}(1) = 3,84$, nulové hypotézy byly tedy zamítnuty, tudíž byla přijata alternativní hypotéza **H_{A2} : Podíl nestandardních učebních úloh v ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ je (statisticky) odlišný od 20 %**. Konkrétně u 9 ucelených řad učebnic byl podíl nestandardních učebních úloh statisticky nižší než 20 %, pouze u dvou řad byl statisticky vyšší než 20 %.

Nyní přejdeme ke čtvrté výzkumné otázce: **Jaký je rozdíl mezi vybranými učebnicemi matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ a učebnicemi matematiky pro 2. období z hlediska celkového zastoupení nestandardních učebních úloh?** K této výzkumné otázce byla stanovena věcná hypotéza H_3 a k ní příslušná nulová hypotéza H_{03} a alternativní hypotéza H_{A3} . Za účelem testování nulové hypotézy H_{03} byl tentokrát použit test nezávislosti chí-kvadrát pro čtyřpolní kontingenční tabulku, kterou můžeme vidět níže jako Tabulku 8. Jak můžeme vidět, Tabulka 8 obsahuje absolutní četnosti standardních a nestandardních učebních úloh učebnic matematiky 1. i 2. období ZŠ, jejichž součtem je pak celkový počet analyzovaných učebních úloh, tj. 30 448 ($n = 30\,448$). Čísla uváděná vpravo od tabulky a pod tabulkou jsou přitom tzv. marginální četnosti, tj. součty četností v řádcích a sloupcích tabulky (Chráška, 2016).

Tabulka 8 Čtyřpolní tabulka pro test nezávislosti chí-kvadrát

	Standardní učební úlohy	Nestandardní učební úlohy	Σ
1. období	15 763	2 222	17 985
2. období	10 873	1 590	12 463
Σ	26 636	3 812	30 448

Test konkrétně zjišťoval, zda existuje statisticky významná souvislost (závislost) mezi obdobími, pro které je učebnice určena, a typem úloh. Zvolená hladina významnosti byla opět $\alpha = 0,05$ (5 %), jako tomu v rámci testu dobré shody chí-kvadrát. Pro výpočet hodnoty testového kritéria χ^2 však byl využit jiný vzorec, a to $\chi^2 = n \cdot \frac{(ad - bc)^2}{(a + b) \cdot (a + c) \cdot (b + d) \cdot (c + d)}$. Význam písmen (proměnných) ve vzorci je patrný z Tabulky 9 na následující straně.

Tabulka 9 Schéma čtyřpolní tabulky

	α	non α	
β	a	b	a+b
non β	c	d	c+d
	a+c	b+d	

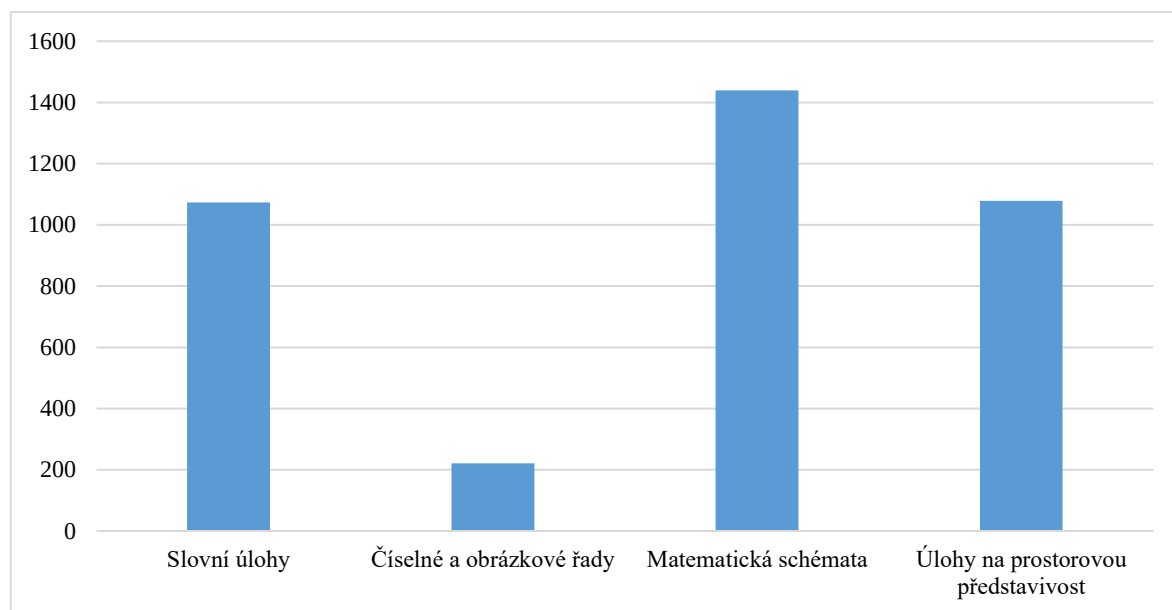
(Chráska, 2016, s. 77)

Po dosazení číselných hodnot do výše uvedeného vzorce jsme dostali:

$$\chi^2 = 30\,448 \cdot \frac{(15\,763 \cdot 1\,590 - 2\,222 \cdot 10\,873)^2}{17\,985 \cdot 26\,636 \cdot 3\,812 \cdot 12\,463} = 1,09.$$

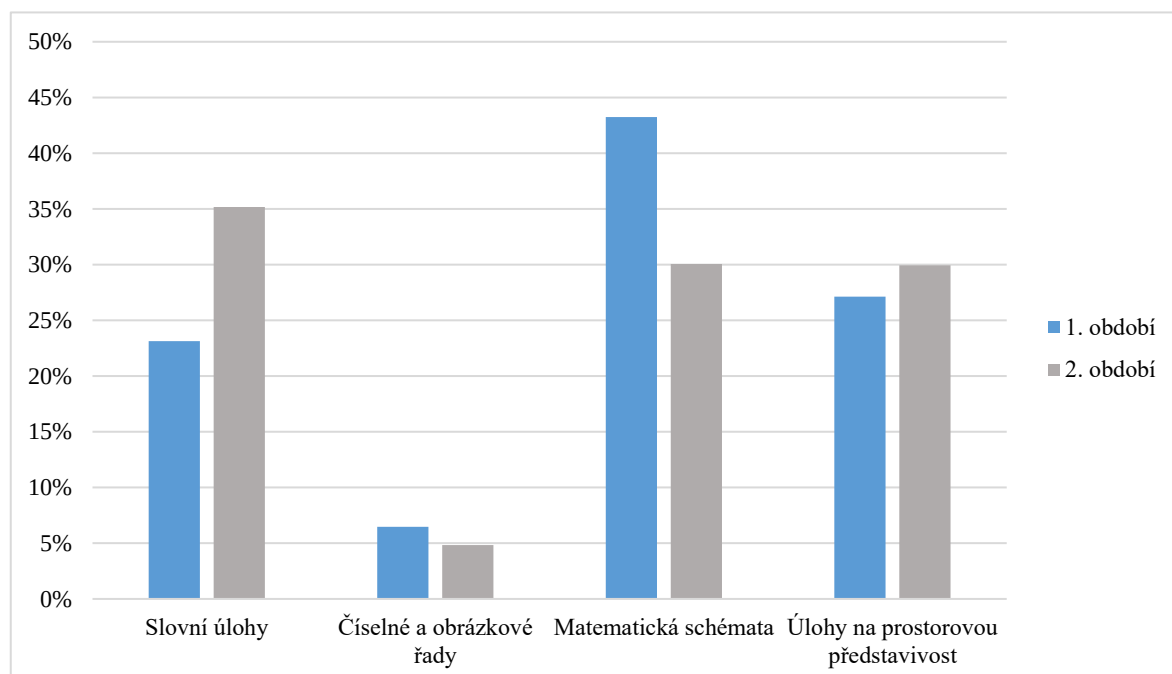
Čtyřpolní tabulka má jeden stupeň volnosti, vypočítanou hodnotu χ^2 proto srovnáváme s kritickou hodnotou pro jeden stupeň volnosti a hladinu významnosti $\alpha = 0,05$. Kritická hodnota testového kritéria pro hladinu významnosti $\alpha = 0,05$ a jeden stupeň volnosti $\chi^2_{0,05}(1) = 3,84$. Protože $\chi^2 = 1,09 < 3,84$, není tedy důvod zamítnout nulovou hypotézu **H₀₃: Podíl nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ je stejný jako podíl nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 2. období 1. stupně ZŠ.** Na základě výsledku testu tedy nebyl prokázán statisticky významný rozdíl v podílu nestandardních učebních úloh mezi učebnicemi pro 1. a 2. období. Riziko omylu (pravděpodobnost chybného rozhodnutí) je v uvedeném případě přitom menší než 5 %.

Nyní opět na chvíli přejdeme do oblasti popisné statistiky a odpovíme si na druhou výzkumnou otázku: **Jaké je zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ na základě zvolené klasifikace nestandardních úloh v matematice?** Pokud se podíváme na sloupcový graf na Obrázku 14 na následující straně, zjistíme, že v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ převládají nestandardní úlohy v podobě matematických schémat, dále pak velmi podobných, ba téměř shodných, výsledků dosáhl počet slovních úloh a úloh na prostorovou představivost. Razantně méně je pak číselných a obrázkových řad. Nemůžeme však tvrdit, že by jich v učebnicích 1. stupně ZŠ bylo velmi málo, při analýze učebnic jsme zjistili, že téměř všechny analyzované učebnice pro 1. a 2. ročník ZŠ obsahují alespoň na každé 4. straně úlohu ve formě číselné či obrázkové řady. Tyto úlohy však z velké většiny neměly povahu nestandardních úloh.



Obrázek 14 Absolutní četnost nestandardních učebních úloh jednotlivých typů ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ

Dále si pomocí sloupcového diagramu, tentokrát relativních četností, na níže uvedeném Obrázku 15 porovnáme zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh v rámci učebnic matematiky pro 1. období a pro 2. období 1. stupně ZŠ.

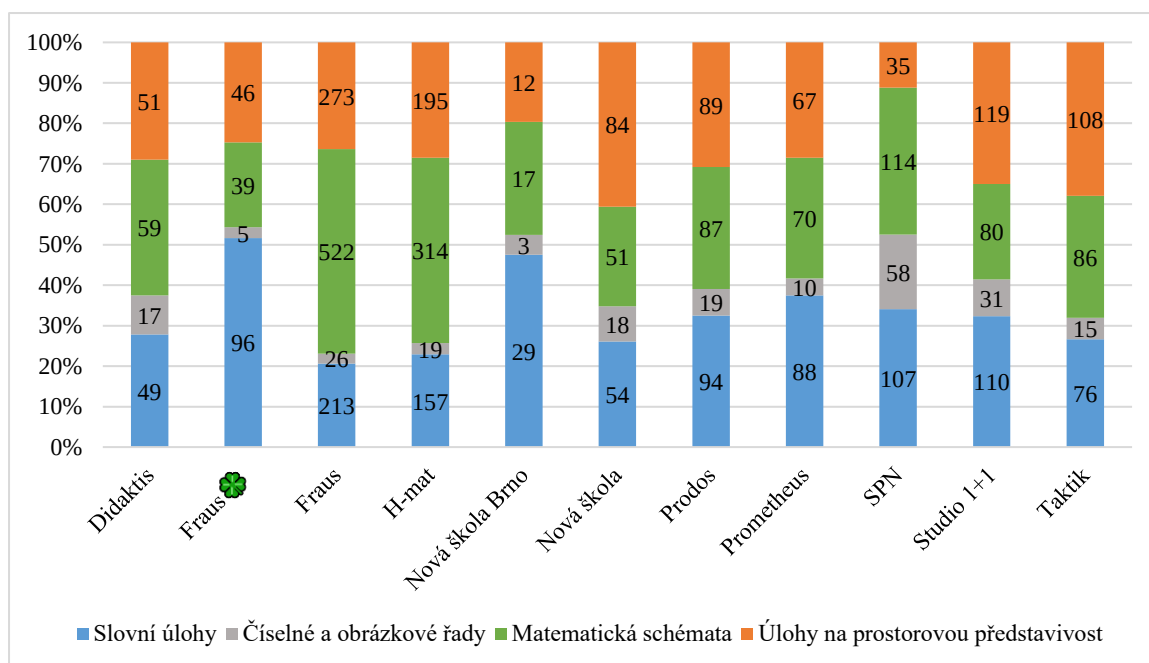


Obrázek 15 Relativní četnosti jednotlivých typů nestandardních úloh v rámci učebnic matematiky pro 1. a 2. období 1. stupně ZŠ

Jak můžeme z výše uvedeného grafu na Obrázku 15 vidět, téměř polovinu nestandardních úloh v učebnicích matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ zastupují

matematická schémata, kdežto v učebnicích pro 2. období 1. stupně ZŠ převažují slovní úlohy. Daný výsledek si přitom odůvodňujeme tím, že se žáci 1. období 1. stupně ZŠ, zejména pak 1. a 2. ročníku ZŠ, teprve učí číst, a proto se s nestandardními slovními úlohami častěji setkávají až v 2. období ZŠ. Jak totiž i v teoretické části této práce uvádíme s oporou o slova Hrušešové (2023), slovní úlohy obecně, a to zejména pak slovní úlohy nestandardního charakteru, vyžadují při jejich řešení čtení s porozuměním. Úlohy na prostorovou představivost a číselné a obrázkové řady se však v učebnicích matematiky pro 1. i 2. období 1. stupně vyskytují ve velmi podobném procentuálním zastoupení.

Poté nás ale také zajímalo, jaký je podíl jednotlivých typů nestandardních úloh v jednotlivých ucelených řadách učebnic. Zajímavé výsledky v tomto směru poskytuje sloupcový diagram na níže uvedeném Obrázku 16. Jak můžeme vidět, poměry jednotlivých typů nestandardních úloh jsou v rámci jednotlivých ucelených řad učebnic na první pohled velmi podobné. Opak je však pravdou, mezi dva nejpočetnější typy nestandardních úloh jednotlivých ucelených řad učebnic můžeme zařadit jak úlohy na prostorovou představivost, tak i slovní úlohy a matematická schémata. S jistotou můžeme pouze říci to, že nejmenší podíl nestandardních úloh zastávají u jednotlivých ucelených řad číselné a obrázkové řady, pouze v jednom případě tomu tak není, a to konkrétně v případě ucelené řady učebnic nakladatelství SPN, v níž je nejmenší podíl nestandardních úloh na prostorovou představivost.



Obrázek 16 Relativní četnosti jednotlivých typů nestandardních úloh v jednotlivých ucelených řadách učebnic

Výše uvedené výsledky výzkumu se zároveň částečně vztahují k páté výzkumné otázce, která zněla: **Jaký je rozdíl mezi vybranými učebnicemi a ucelenými řadami učebnic matematiky 1. stupně ZŠ z hlediska celkového zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh?** Již prezentované výsledky poskytly dílčí odpověď, a to na základě popisné statistiky. Pro komplexní zodpovězení této otázky však považujeme za nezbytné provést také induktivní statistickou analýzu dat, která umožní posoudit, zda jsou zjištěné rozdíly mezi jednotlivými typy nestandardních úloh v rámci různých skupin učebnic statisticky významné, či nikoli. V následující části proto přistoupíme k testování příslušných statistických hypotéz, které se váží k věcné hypotéze H_4 a H_5 , to pomocí již užívaného testu dobré shody chí-kvadrát.

Při testování nulové hypotézy H_{04} jsme měli na základě testu dobré shody chí-kvadrát rozhodnout, zda mezi jednotlivými typy nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ jsou statisticky významné rozdíly. Pro výpočet testového kritéria chí-kvadrát χ^2 jsme sestavili tabulku četností uvedenou níže jako Tabulku 10.

Tabulka 10 Pozorované a očekávané četnosti včetně dílčích výpočtů pro výpočet χ^2

Typ učebních úloh	Pozorovaná četnost P	Očekávaná četnost O	P – O	(P – O) ²	$\frac{(P - O)^2}{O}$
Slovní úlohy	1 073	953	120	14 400	15,1
Číselné a obrázkové řady	221	953	-732	535 824	562,2
Matematická schémata	1 439	953	486	236 196	247,8
Úlohy na prostorovou představivost	1 079	953	126	15 876	16,7
Σ	3 812	3 812	/	/	841,8

Jak můžeme vidět, tabulka obsahuje pozorované četnosti P, tedy skutečné absolutní četnosti jednotlivých typů nestandardních úloh. Dále pak tabulka zobrazuje i očekávané četnosti O, které odpovídají formulované nulové hypotéze. Pokud by tedy bylo zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh rovnoměrné, četnosti by odpovídali čtvrtině celkového počtu nestandardních úloh, tj. 953 učebních úloh. Z tabulky je také patrné, že vypočítaná hodnota testového kritéria chí-kvadrát $\chi^2 = \Sigma \frac{(P - O)^2}{O} = 841,8$. Následně jsme ve statistických tabulkách zjistili kritickou hodnotu testového kritéria $\chi^2_{0,05}(3) = 7,815$ pro hladinu významnosti $\alpha = 0,05$ (5 %) a počet stupňů volnosti $f = 4 - 1 = 3$. Vypočítaná hodnota testového kritéria $\chi^2 = 841,8$ je větší než hodnota kritická $\chi^2_{0,05}(3) = 7,815$. Nulovou

hypotézu tedy odmítáme a přijímáme alternativní hypotézu **H_{A4}: Podíly jednotlivých typů nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ jsou rozdílné.** Mezi jednotlivými typy nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ jsou tedy statisticky významné rozdíly a zjištěné rozdíly není možno připsat na vrub náhody. Pravděpodobnost chybného rozhodnutí je v tomto případě menší než 0,05 (5 %).

Dále jsme pomocí testu dobré shody chí-kvadrát testovali nulové hypotézy H_{05} , přičemž pro výpočet testového kritéria χ^2 u každé z 11 ucelených řad učebnic matematiky 1. stupně ZŠ jsme si vytvořili tutéž tabulku, jakou můžeme vidět výše. Taktéž jsme použili již zjištěnou kritickou hodnotu testového kritéria $\chi^2_{0,05}(3) = 7,815$, kterou jsme porovnávali s vypočítanými hodnotami testového kritéria χ^2 z dat příslušných jednotlivým uceleným řadám učebnic. Ve všech 11 případech však byla nulová hypotéza zamítnuta, a proto jsme tedy museli přijmout hypotézu alternativní **H_{A5}: Zastoupení jednotlivých typů nestandardních učebních úloh ve vybraných ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ není rovnoměrné.** Mezi jednotlivými typy nestandardních učebních úloh v ucelených řadách učebnic matematiky 1. stupně ZŠ jsou tedy statisticky významné rozdíly a zjištěné rozdíly není možno připsat na vrub náhody. Pravděpodobnost chybného rozhodnutí je přitom i v tomto případě menší než 0,05 (5 %).

6 DISKUZE A LIMITY VÝZKUMU

Cílem této kapitoly je zasadit výsledky výzkumu do širšího kontextu dosavadních odborných poznatků a diskutovat jejich význam, souvislosti i možné důsledky. Výsledky obsahové analýzy učebnic matematiky 1. stupně ZŠ potvrzují poznatky uváděné v teoretické části této diplomové práce, které poukazují na dlouhodobě nízké zastoupení nestandardních učebních úloh ve výuce matematiky, a to jak v českém, tak zahraničním kontextu (např. Příhonská, 2019; Vondrová, 2019; Vicente & Manchado, 2016). Průměrný podíl nestandardních učebních úloh ve výzkumném souboru činil pouze 13 %, což je pod spodní hranicí doporučení odborné literatury, podle níž by měly nestandardní úlohy tvořit přibližně 15 až 25 % (Zelina & Zelinová, 1990). U většiny ucelených řad učebnic se přitom podíl nestandardních učebních úloh pohybuje okolo 10 %, což je naopak v souladu s tvrzením Zeliny a Zelinové z roku 1990, že podíl úloh tvořivého, divergentního charakteru je v tradičních učebních přibližně 5 až 10 %. Tento výsledek lze interpretovat jako signál přetrvávajícího konzervativního přístupu v pojetí učebnic matematiky, v nichž dominují rutinní, algoritmicky řešitelné úlohy, zatímco prostor pro rozvoj tvořivosti, logického myšlení a heuristických strategií je stále omezený.

Dílčí rozdíly mezi jednotlivými učebnicemi a ucelenými řadami ukazují, že existují nakladatelství či vydavatelství, která věnují větší pozornost rozvoji tvořivého myšlení (např. H-mat, Fraus, popř. i Prodos – v případě učebnic pro 2. období 1. stupně ZŠ), nicméně i v těchto případech výsledky ukazují na výraznou nerovnoměrnost ve výskytu jednotlivých typů nestandardních úloh, na kterou poukazují i výsledky analýzy učebnic Příhonské a Břehovského (2017), Příhonské (2019) či Břehovského a Příhonské (2021). Nejčastěji se v učebnicích vyskytovala matematická schémata a slovní úlohy, zatímco číselné a obrázkové řady byly výrazně zastoupeny méně. Tento výsledek může do určité míry odrážet skutečnost, kterou popisuje i Polák (2020), a to sice takovou, že RVP ZV (MŠMT, 2023) je koncipován jako kurikulární dokument s vysokou mírou obecnosti, který na úrovni RVP závazně stanovuje pouze očekávané výstupy, zatímco učivo, a tedy i výběr typů nestandardních úloh (tj. učivo tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy) ponechává v kompetenci autorů učebnic a škol implementujících vzdělávací obsah vzdělávacích oborů RVP ZV do ŠVP. Zároveň však tento stav naznačuje možnou nedostatečnou variabilitu v typech nestandardních úloh, na kterou upozorňuje i např. Příhonská (2019), což může vést k omezenému rozvoji různorodých žákovských strategií, které jsou však nezbytné pro naplňování požadavků formulovaných právě mj. v očekávaných výstupech vzdělávacího

oboru Matematika a její aplikace (MŠMT, 2023). Zvláště patrné je to u číselných a obrázkových řad, které se sice v některých učebnicích vyskytují poměrně často, avšak ve většině případů nesplňují znaky nestandardnosti, neboť jejich řešení nevyžaduje tvořivý přístup ani hlubší logické uvažování.

Zajímavým zjištěním výzkumu je také to, že ucelené řady učebnic matematiky nakladatelství H-mat a Fraus, které vycházejí z principů tzv. Hejného metody, dosáhly vyššího než doporučeného podílu nestandardních učebních úloh. Ve vybraných učebnicích těchto nakladatelství se podíl nestandardních úloh pohyboval nad horní hranicí intervalu 15–25 %, který jako doporučený uvádějí Zelina a Zelinová (1990). To potvrzuje, že Hejného metoda, která staví na konstruktivistickém přístupu ke vzdělávání, přirozeně vytváří prostor pro začleňování nestandardních učebních úloh. V této souvislosti je vhodné zmínit, že Zelina a Zelinová (1990) upozorňují na nutnost většího zastoupení tzv. divergentních úloh zejména ve výchově mimo vyučování, kde by podle jejich názoru mělo těchto úloh být alespoň 50 %. Pokud vezmeme v úvahu, že většina učebnic nakladatelství H-mat a Fraus dosahuje 35 až 50% podílu nestandardních úloh, přičemž některé učebnice nakladatelství H-mat i přes 50 %, můžeme uvažovat o tom, že tyto učebnice svým pojetím částečně překračují rámec běžné výuky a obsahují úlohy rozvíjející nejen školské matematické dovednosti, ale také širší osobnostní a kognitivní kompetence žáků. To může naznačovat, že volba didaktické koncepce učebnice zásadně ovlivňuje charakter učebních úloh, a tedy i možnosti rozvoje žáků v různých oblastech matematického uvažování.

Z výsledků rovněž vyplynulo, že neexistuje statisticky významný rozdíl v celkovém podílu nestandardních učebních úloh mezi učebnicemi určenými pro 1. a 2. období 1. stupně ZŠ. Tento závěr lze interpretovat různými způsoby. Na jedné straně může svědčit o určité vyrovnanosti v kvantitativním zastoupení nestandardních úloh napříč jednotlivými obdobími, což může být výsledkem systematického přístupu autorů učebnic. Na straně druhé je však třeba upozornit na kvalitativní rozdíl ve skladbě těchto úloh. Jak totiž ukazují výsledky obsahové analýzy, v učebnicích pro 1. období 1. stupně ZŠ převládají nestandardní úlohy typu matematických schémat, zatímco v učebnicích pro 2. období 1. stupně ZŠ dominují slovní nestandardní úlohy. Tento výsledek lze chápat jako důsledek postupného rozvoje čtenářských a jazykových dovedností žáků – jak uvádí Hrubešová (2023b), slovní úlohy nestandardního charakteru vyžadují mj. čtení s porozuměním, a proto je nutné počítat s jejich kognitivní náročností i v tomto ohledu.

Každý empirický výzkum je ale nevyhnutelně zatížen určitými limity, které mohou ovlivnit platnost a interpretaci jeho výsledků. Jinak tomu není ani v tomto případě. Přestože byla snaha o maximální objektivitu, systematickosti a transparentnosti námi předkládaného výzkumu, je nezbytné reflektovat určitá omezení, která mohou mít vliv na výsledné závěry a měla by být zohledněna při jejich čtení a odborné reflexi.

Prvním limitem je skutečnost, že výzkumný soubor učebnic byl vytvořen na základě záměrného výběru, a to dle předem stanovených kontrolních znaků, jak je doporučuje odborná literatura (Gavora, 2010, 2015; Chráska, 2016). Tento typ výběru umožňuje cílenou a účelnou selekci textového materiálu s ohledem na výzkumné cíle, avšak zároveň znemožňuje plně reprezentativní zobecnění výsledků na celou populaci učebnic a učebních textů používaných ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ. Dále byly do výzkumu zařazeny pouze učebnice disponující platnou schvalovací doložkou MŠMT ke dni 5. února 2025. Učebnice, které nejsou schváleny MŠMT, avšak mohou být reálně využívány v praxi, tak zůstaly mimo rámec této analýzy, což opět představuje určité omezení z hlediska komplexnosti zkoumaného vzorku.

Za jisté omezení lze považovat i samotný způsob klasifikace matematických učebních úloh. V tomto výzkumu byla zvolena klasifikace vycházející z kurikulárního dokumentu RVP ZV (MŠMT, 2023) a dále poměrně nedávno publikované klasifikace nestandardních učebních úloh dle Hrubéšové (2023). Tato klasifikace byla modifikována tak, aby umožnila jednoznačné a přehledné zařazení každé nestandardní úlohy do jedné ze čtyř kategorií na základě předem stanovených kódů. Přestože se však tato operacionalizovaná klasifikace nestandardních učebních úloh opírá o relevantní teoretické rámce, jiný výzkum může zvolit alternativní, případně podrobnější členění, což by mohlo vést k dílčím odlišnostem v interpretaci výsledků.

Dalším omezením výzkumu je potenciální subjektivní vliv při procesu kódování učebních úloh a následném přiřazování jednotlivých kódů k předem stanoveným kategoriím. Kódování prováděl jeden výzkumník, čímž byla zajištěna konzistence, zároveň však nelze zcela eliminovat riziko individuálního zkreslení při posuzování úloh v jejich specifickém kontextu. Ačkoliv byly uplatněny postupy ke zvýšení reliability (jasné vymezení analytických kategorií, pilotáž, předvýzkum), míra subjektivity při práci s textem zůstává částečně přítomna.

Je rovněž důležité zmínit, že výzkum analyzoval učebnice jako potenciálně realizovaná kurikula (dle Rezata, Fana a Pepinové, 2021), tedy jako didaktické prostředky, které

zprostředkovávají zamýšlené kurikulum a vytvářejí rámec pro jeho konkrétní realizaci ve výuce. Výzkum se však nezaměřoval na samotné realizované kurikulum, tedy na reálné využití učebních úloh ve výuce matematiky. Nebyl tedy sledován způsob, jakým učitelé s nestandardními úlohami pracují, jak je žáci vnímají či řeší, ani jaký je jejich skutečný dopad na žákovské učení. Z tohoto hlediska je výzkum omezen pouze na rovinu kurikulárního záměru a jeho potenciální implementace, nikoliv na vlastní edukační praxi. S tím souvisí i skutečnost, že výzkum dále nepostihuje případné doplňující didaktické materiály, metodické příručky či digitální obsah, které mohou nabízet další nestandardní úlohy mimo rámec tištěných učebnic, jak je tomu např. u výzkumu Příhonské (2019).

Navzdory uvedeným limitům se domníváme, že výzkum přináší relevantní a empiricky podložené poznatky o současném stavu didaktického zpracování nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ. Tyto poznatky mohou sloužit jako výchozí podklad pro další výzkumy, ale také jako praktická opora při tvorbě a výběru učebnic s ohledem na celkové zastoupení nestandardních úloh i jejich typovou variabilitu. Kvalitní učebnice, které v tomto ohledu reflektují požadavky současné výuky, mohou představovat vhodný didaktický prostředek pro učitele a zároveň efektivní učební materiál pro žáky – zejména ve výuce realizované v souladu s konstruktivistickým přístupem ke vzdělávání.

7 ZÁVĚRY A DOPORUČENÍ PRO PRAXI

Cílem tohoto výzkumu bylo na základě obsahové analýzy popsat a komparovat vybrané učebnice matematiky 1. stupně základní školy z hlediska zastoupení nestandardních učebních úloh a posoudit jejich soulad s odbornými doporučeními týkajícími se jak celkového podílu nestandardních učebních úloh v učebnicích, tak i jejich druhové variability. Výsledky kvantitativní obsahové analýzy 108 učebnic matematiky 1. stupně základní školy ukázaly, že podíl nestandardních úloh v českých učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ v průměru nedosahuje doporučovaného rozmezí 15–25 % dle Zeliny a Zelinové (1990). Statistická analýza potvrdila, že tento rozdíl je statisticky významný, což může mít dopad na možnosti žáků rozvíjet tvořivé, logické a kritické myšlení.

Z hlediska typové struktury nestandardních úloh bylo zjištěno, že největší zastoupení mají matematická schémata, zatímco číselné a obrázkové řady jsou výrazně méně časté. Učebnice pro 1. období obsahují více nestandardních úloh typu matematických schémat, kdežto ve 2. období převažují slovní nestandardní úlohy. V učebnicích založených na Hejného metodě, konkrétně v ucelených řadách učebnic nakladatelství H-mat a Fraus, bylo oproti ostatním zjištěno vyšší procentuální zastoupení nestandardních úloh, v některých případech dokonce přesahující 50 % – což se blíží doporučenému poměru divergentních úloh pro výchovu mimo vyučování (Zelina & Zelinová, 1990).

Na základě těchto zjištění lze pro pedagogickou praxi formulovat několik doporučení:

- Při výběru a tvorbě nových učebnic je vhodné zohlednit nejen celkový počet nestandardních úloh, ale také jejich typovou rozmanitost, která umožňuje rozvíjet různé způsoby matematického uvažování, strategie a metody řešení úloh, což je i v souladu s Příhonskou (2019), Vondrovou et al. (2019) či Břehovským a Příhonskou (2021).
- V případě učebnic s nízkým podílem nestandardních úloh by učitelé měli cíleně vyhledávat nebo vytvářet doplňující úlohy nestandardního typu, a to s ohledem na individuální potřeby žáků třídy, což je i v souladu např. s Liškovou a Rezkem (2015).
- Didaktická příprava učitelů by měla zahrnovat diagnostickou kompetenci při posuzování nestandardních učebních úloh, která by učitelům umožnila jejich správnou identifikaci a efektivní začleňování do výuky v souladu s RVP ZV, což je v souladu s Novákovou (2019).

ZÁVĚR

Tématem této diplomové práce byly nestandardní učební úlohy v učebnicích matematiky 1. stupně základní školy. Nestandardní úlohy sehraávají významnou roli ve výuce matematiky, neboť napomáhají rozvoji logického a kritického myšlení, tvořivosti a schopnosti řešit neobvyklé problémy a hledat různorodé strategie řešení. Jejich význam přitom přesahuje samotnou školní výuku – žáci 1. stupně se s nimi setkávají nejen ve škole, ale také na matematických soutěžích či přijímacích zkouškách na víceletá gymnázia, a zejména pak v každodenních situacích. Z těchto důvodů je systematické začleňování nestandardních úloh do výuky, a tedy i do školních didaktických textů či materiálů považováno za nezbytné.

Teoretická část práce cílila zejména k teoretickému vymezení pojmu nestandardní učební úlohy, jejich klasifikaci a objasnění didaktického významu těchto úloh v kontextu současné výuky matematiky. Pozornost byla zaměřena také na nestandardní učební úlohy v kontextu současného i revidovaného RVP ZV, aktuálních výzkumů a odborné literatury, která odkazuje na jejich nízké zastoupení ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ a v používaných učebnicích. Tato východiska vytvořila základ pro formulaci výzkumných otázek, cílů i hypotéz.

Cílem výzkumu bylo popsat a porovnat vybrané učebnice matematiky 1. stupně základní školy z hlediska zastoupení a typové rozmanitosti nestandardních úloh a posoudit jejich soulad s odbornými doporučeními. Dílčí cíle se soustředily na podíl standardních a nestandardních učebních úloh v učebnicích, jejich typologii, a rozdíly mezi učebnicemi různých ročníků i nakladatelství. Těchto cílů se podařilo dosáhnout zejména díky promyšlenému postupu obsahové analýzy učebnic aplikované na reprezentativním výběrovém souboru 108 učebnic se schvalovací doložkou MŠMT, pilotáži a následnému předvýzkumu na malém vzorku učebnic a důslednému vymezení analytických kategorií. Následné statistické zpracování dat prostřednictvím testu dobré shody chí-kvadrát a testu nezávislosti chí-kvadrát pro čtyřpolní tabulku umožnilo přesné ověření hypotéz.

Získaná data ukázala, že většina učebnic nedosahuje doporučeného podílu nestandardních úloh (15–25 % dle Zeliny a Zelinové, 1990) a jejich typová variabilita bývá často omezená. Výraznějšího zastoupení nestandardních učebních úloh v obecném kontextu i na úrovni jednotlivých typů bylo dosaženo především u učebnic založených na principech Hejného metody. Naopak nebyl prokázán statisticky významný rozdíl mezi učebnicemi určenými pro 1. a 2. období 1. stupně základní školy.

Předkládaný výzkum poskytuje ucelený a komplexní pohled na zastoupení nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ, přičemž toto hledisko vnímáme jako jeden z ukazatelů didaktické vybavenosti, a tedy i kvality učebnic. Svým rozsahem a zaměřením daný výzkum rozšiřuje dosavadní poznatky z dílčích obsahových analýz, které často pracovaly s omezeným vzorkem učebnic nebo se soustředily na užší aspekty. Výsledky výzkumu mohou být podnětné nejen pro učitele při výběru vhodných učebnic, ale také pro autory učebnic a obecně tvůrce kurikula. Zvláštní význam mohou nabývat v souvislosti s probíhající revizí Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání, která otevírá prostor pro širší využití nestandardních učebních úloh napříč vzdělávacími oblastmi.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- Bártek, K., Bártková, E., Dofková, R., Hodaňová, J., Laitochová, J., Nocar, D., Novák, B., Nováková, E., Stopenová, A., Šířická, J., Uhlířová, M., & Zdráhal, T. (2018). *Reflexe vzdělávacích potřeb učitelů matematiky jako východisko jejich profesního rozvoje*. Univerzita Palackého v Olomouci.
- Bímová, D., & Břehovský, J. (2022). Postupnými krůčky k rozvíjení rovinné představivosti. *Učitel matematiky*, 30(4), 229–243.
- Biopedia. (2025). *Kalkulačka χ^2* . <https://biopedia.sk/apps/chi-kvadrat-test>
- Blažková, R., & Vaňurová, M. (2015). *Učebnice matematiky*. Masarykova univerzita. https://is.muni.cz/el/ped/podzim2015/MA2MP_SDM1/2_Blazkova_Vanurova_Pozadavky_na_ucebnici_matematiky.pdf
- Bomerová, E., & Michnová, J. (2022). *Matematika 5: Objevuj matematiku dle prof. Hejného*. Fraus.
- Brožová, M. (2017). The Use of Textbooks in Different Approaches – Hejny Method, Montessori and Traditional Approach in the Czech Republic. In J. Novotná, H. Moraová, & A. Jančařík (Eds.), *Equity and Diversity in Elementary Mathematics Education: International Symposium Elementary Mathematics Teaching* (pp. 91–99). Charles University.
- Cirjak, M. (2000). *Zbierka divergentných a iných neštandardných úloh (tvorivosť v matematike)*. Essox.
- Česká školní inspekce. (2024). *Národní zpráva TIMSS 2023*. <https://www.csicr.cz/cz/Aktuality/Narodni-zprava-TIMSS-2023-4-rocnik>
- Češková, T. (2016). Výukové situace rozvíjející kompetenci k řešení problémů: teoretický model jako východisko pro analýzu výuky. *Pedagogika*, 66(5), 530–548.
- Divíšek, J., Buřil, Z., Hájek, J., Křižalkovič, K., Malinová, E., Zehnalová, J., & Vasilková, E. (1989). *Didaktika matematiky pro učitelství I. stupně ZŠ*. SPN.
- Dofková, R. (2019). Perception of Mathematics Anxiety Among Prospective Teachers While Solving Word and Nonstandard Problems in Mathematics. In J. Novotná, & H. Moraová (Eds.), *Opportunities in Learning and Teaching Elementary Mathematics:*

International Symposium Elementary Mathematics Teaching (pp. 148–157). Charles University.

Eco, U. (2004). *Meze interpretace*. Karolinum.

Fuchs, E. (2004). Magické čtverce aneb Od knihy I-ťing k internetové současnosti. In A. Trojánek, J. Novotný, & D. hrubý (Eds.), *Matematika, fyzika a vzdělávání: Sborník z XI. semináře o filozofických otázkách matematiky a fyziky* (s. 29–63). VUTIUM.

Fulier, J., & Šedivý, O. *Motivácia a tvorivosť vo vyučovaní matematiky*. Fakulta prírodných ved Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre.

Gavora, P. (2010). *Úvod do pedagogického výzkumu*. Paido.

Gavora, P. (2015). Obsahová analýza v pedagogickom výskume: Pohľad na jej súčasné podoby. *Pedagogická orientace*, 25(3), 345–371.

Grave, I., & Pepin, B. (2015). Teachers' Use of Resources in and for Mathematics Teaching. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3–4), 199–222.

Hejný, M., & Kuřina, F. (2001). *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Portál.

Hejný, M. (2014). *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně: Výzkumný záměr Učitelská profese v měnících se požadavcích na vzdělávání*. Univerzita Karlova v Praze.

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2019). *Matematika 2: Pracovní učebnice pro 2. ročník, 1. díl ze 3*. H-mat.

Hershkowitz, R., Schwarz, B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context II: The case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3/4), 307–368.

H-mat. (2018). *Didaktická prostředí*. H-mat. <https://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi>

Holoušová, D. (1983). Teorie učebních úloh. Studijní text pro přípravu učitelů pedagogiky na nové pojetí výchovně vzdělávací práce na SPgŠ. Ústřední ústav vzdělávání pedagogických pracovníků.

Hrubešová, M. (2023a). Inverzně formulované úlohy na prvním stupni ZŠ. In N. Vondrová (Ed.), *Dva dny s didaktikou matematiky 2023: Sborník příspěvků* (s. 42–46). Univerzita Karlova.

- Hrubešová, M. (2023b). Netradiční sbírka slovních úloh v Prezi. In R. Hašek, & P. Rosa (Eds.), *Sborník příspěvků 11. konference: Užití počítačů ve výuce matematiky* (s. 66–72). Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.
- Janík, T., Slavík, J., Mužík, V., Tma, J., Janko, T., Lokajíčková, V., Lukavský, J., Minaříková, E., Šalamounová, Z., Šebestová, S., Vondrová, N., & Zlatníček, P. (2013). *Kvalita (ve) vzdělávání: obsahově zaměřený přístup ke zkoumání a zlepšování výuky*. Masarykova univerzita.
- Jiménez, L., & Verschaffel, L. (2014). Development of Children's Solutions of Non-Standard Arithmetic Word Problem Solving. *Revista de Psicodidáctica*, 19(1), 93–123.
- Kalhous, Z. (2009). Učební úlohy ve výuce. In: Z. Kalhous, & O. Obst (Eds.), *Školní didaktika* (s. 329–336). Portál.
- Katrnoška, F., Křížek, M., & Somer, L. (2008). Magické čtverce a sudoku. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 53(2), 113–124.
- Knecht, P., Janík, T., Dvořák, D., Dvořáková, M., Gavora, P., Hrabí, L., Hübelová, D., Chárová, D., Jelemenská, P., Ježková, V., Klapko, D., Maňák, J., Najvarová, V., Nogová, M., Průcha, J., Sikorová, Z., & Stará, J. (2008). *Učebnice z pohledu pedagogického výzkumu*. Paido.
- Kolář, Z., Raudenská, V., Šikulová, R., & Vališová, A. (2012). *Výkladový slovník z pedagogiky*. Grada.
- Kopka, J. (2013). *Umění řešit matematické problémy*. HAV.
- Kopka, J. (2016). *Jak řešit matematické problémy*. Nová škola.
- Kuřina, F. (2011). *Matematika a řešení úloh*. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.
- Lave, J., & Packer, M. (2008). Towards a Social Ontology of Learning. In K. Nielson, S. Brinkmann, C. Elmholt, L. Tanggaard, P. Masaeus, & G. Kraft (Eds.), *A Qualitative stance* (pp. 17–46). Aarhus University Press.
- LeFevre, J.-A., & Bisanz, J. (1986). A Cognitive Analysis of Number-Series Problems: Sources of Individual Differences in Performance. *Memory & Cognition*, 14(4), 287–298.
- Lišková, H., Rezek, P. (2015). Tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy. In E. Fuchs, & E. Zelendová (Eds.), *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání* (s. 105–132). Národní ústav pro vzdělávání.

- Mareš, J. (2013). *Pedagogická psychologie*. Portál.
- Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. (2023). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. <https://edu.gov.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcove-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/>
- Mitchell, I., & Carbone, A. A. (2011). Typology of Task Characteristics and Their Effects on Student Engagement. *International Journal of Education Research*, 50(5–6), 257–270.
- MŠMT. (2025b, 5. února). *Seznam učebnic a učebních textů se schvalovací doložkou pro základní vzdělávání: Schvalovací doložky učebnic k 5. únoru 2025*. <https://msmt.gov.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/seznam-ucebnic-a-ucebnich-textu-pro-zs>
- Národní pedagogický institut České republiky. (2025a). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. <https://prohlednout.rvp.cz/export>
- Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania. (2013). *Trendy úrovně klíčových kompetencií žiakov 4. ročníka základných škôl: Národná správa z medzinárodných výskumov PIRLS 2011 - čitateľská gramotnosť a TIMSS 2011 – matematika a prírodné vedy*.
- Nováková, E. (2019). Matematické učební úlohy očima studentů učitelství pro 1. stupeň ZŠ. *Elementary Mathematics Education Journal*, 1(1), 72–82.
- Pelikán, J. (1995). *Výchova jako teoretický problém*. Amosium servis.
- Polák, J. (2020). Didaktika matematiky v 21. století a realita výuky. *Matematika – fyzika – informatika*, 29(4), 256–276.
- Průcha, J. (1998). *Učebnice: teorie a analýzy edukačního média: Příručka pro studenty, učitele, autory učebnic a výzkumné pracovníky*. Paido.
- Průcha, J. (2009). *Moderní pedagogika*. Portál.
- Průcha, J. (2009). *Pedagogická encyklopedie*. Portál.
- Průcha, J., Walterová, E., & Mareš, J. (2013). *Pedagogický slovník*. Portál.
- Příhonská, J. (2013). *Dělení úloh – metody řešení: Průvodce studiem pro výběrový seminář*. Technická univerzita v Liberci.
- Příhonská, J. (2019). Kombinatorické úlohy v učivu primární školy. *Elementary Mathematics Education Journal*, 1(1), 99–115.

Příhonská, J., & Břehovský, J. (2019). *Kombinatorika v primární škole: Rozvoj logicko-kombinačního myšlení žáků*. Technická univerzita v Liberci.

Punch, K. F. (2008). *Úspěšný návrh výzkumu*. Portál.

Rezat, S., Fan, L., & Pepin, B. (2021). Mathematics textbooks and curriculum resources as instruments for change. *ZDM – Mathematics Education*, 53(6), 1189–1206.

Riemel, T. (2023). O jedné diofantovské rovnici. *Matematika–Fyzika–Informatika*, 32(3), 174–183.

Samková, L. (2020). Otevřené a polyvalentní úlohy aneb „Máme tu někoho, kdo to řešil jinak?“ In B. Bastl, & M. Lávička (Eds.), *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2020* (s. 21–30). Vydavatelský servis.

Skultety, M. (2019a). Solving Non-standard Tasks and Problems in Primary Mathematics Education in the Czech Republic. In L. Gómez Chova, A. López Martínez, & I. Candel Torres (Eds.), *ICERI2019 Proceedings: 12th International Conference of Education, Research and Innovation* (s. 4093–4100). IATED Academy.

Skultety, M. (2019b). Solving Non-standard Tasks as an Educational Situation in Mathematics Education. In L. Gómez Chova, A. López Martínez, & I. Candel Torres (Eds.), *ICERI2019 Proceedings: 12th International Conference of Education, Research and Innovation* (s. 4154–4161). IATED Academy.

Slavík, J., & Janík, T. (2012). Kvalita výuky: obsahově zaměřený přístup ke studiu procesů vyučování a učení. *Pedagogika*, 62(3), 262–286.

Slavík, J., Dytrtová, K., & Fulková, M. (2010). *Konceptová analýza tvořivých úloh jako nástroj učitelské reflexe*. Pedagogika.

Tollingerová, D. (1976). K pedagogicko-psychologické teorii učebních úloh. *Socialistická škola*, 17(4), 156–160.

Vacková, I., Fajfrlíková, L., & Uzlová, Z. (2024). *Matematika pro 5. ročník základní školy*. SPN.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.

Vicente, S., & Manchado, E. (2016). Arithmetic word problem solving. Are authentic word problems easier to solve than standard ones? *Journal for the Study of Education and Development*, 39(2), 349–379.

Vomáčková, H, Příhodová, D, & Minaříková, L. (2019). *Sumář učebních úloh: Praxe ve stínu teorie*. Pedagogická fakulta Univerzity J. E. Purkyně v Ústí nad Labem.

Vondrová, N. (2013). Matematika: Štafle aneb učíme žáky řešit úlohy v matematice. In: T. Janík (Ed.), *Kvalita (ve) vzdělávání: obsahově zaměřený přístup ke zkoumání a zlepšování výuky* (s. 276–283). Masarykova univerzita.

Vondrová, N. (2019). *Didaktika matematiky jako nástroj zvládnutí kritických míst v matematice*. Univerzita Karlova.

Vondrová, N., Havlíčková, R., Hirschová, M., Chvál, M., Novotná, J., Páchová, A., Smetáčková, I., Šmejkalová, M., & Tůmová, V. (2019). *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologii*. Karolinum.

Vondrová, N., Rendl, M., Havlíčková, R., Hříbková, L., Páchová, A., & Žalská, J. (2017). *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*. Karolinum.

Vyšín, J. (1962). *Metodika řešení matematických úloh*. SPN.

Zákon č. 561/2004 Sb., Zákon o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon) (2025). <https://www.e-sbirka.cz/sb/2004/561?zalozka=text>

Zelina, M., & Zelinová, M. (1990). *Rozvoj tvorivosti dětí a mládeže*. SPN.

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1 Schéma výukové situace	15
Obrázek 2 Dělení matematických úloh dle Příhonské	22
Obrázek 3 Kritéria pro třídění matematických učebních úloh dle Fridmana	23
Obrázek 4 Schéma řešení slovní úlohy	30
Obrázek 5 Příklad nestandardní slovní úlohy	30
Obrázek 6 Příklad obrázkové řady jako nestandardní úlohy	31
Obrázek 7 Příklad nestandardní úlohy založené na řešení magických čtverců	32
Obrázek 8 Příklad nestandardní úlohy na rozvoj prostorové představivosti	32
Obrázek 9 Procentuální zastoupení standardních a nestandardních učebních úloh ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ	61
Obrázek 10 Podíl standardních a nestandardních učebních úloh v jednotlivých ucelených řadách učebnic	62
Obrázek 11 Podíl standardních a nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 1. období 1. stupně ZŠ	62
Obrázek 12 Podíl standardních a nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 2. období 1. stupně ZŠ	63
Obrázek 13 Absolutní četnost nestandardních učebních úloh v učebnicích matematiky pro 1. období a 2. období 1. stupně ZŠ	63
Obrázek 14 Absolutní četnost nestandardních učebních úloh jednotlivých typů ve vybraných učebnicích matematiky 1. stupně ZŠ	67
Obrázek 15 Relativní četnosti jednotlivých typů nestandardních úloh v rámci učebnic matematiky pro 1. a 2. období 1. stupně ZŠ	67
Obrázek 16 Relativní četnosti jednotlivých typů nestandardních úloh v jednotlivých ucelených řadách učebnic	68

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 Nejběžnější typy úloh vyskytující se ve školské matematice dle Kuřiny	18
Tabulka 2 Dělení matematických problémů na základě tří hlavních složek problému dle Kopky	19
Tabulka 3 Taxonomie tvořivých úloh dle Cirjaka v porovnání s taxonomií matematických problémů dle Kopky	21
Tabulka 4 Typy nestandardních matematických úloh dle Hrubéšové	33
Tabulka 5 Seznam vybraných ucelených řad učebnic 1. stupně ZŠ	52
Tabulka 6 Schéma čtyřpolní tabulky	59
Tabulka 7 Tabulka četností pro výpočet testového kritéria chí-kvadrát χ^2	64
Tabulka 8 Čtyřpolní tabulka pro test nezávislosti chí-kvadrát	65
Tabulka 9 Schéma čtyřpolní tabulky	66
Tabulka 10 Pozorované a očekávané četnosti včetně dílčích výpočtů pro výpočet χ^2	69

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

BOVM	badatelsky orientované vyučování v matematice
ČR	Česká republika
ČŠI	Česká školní inspekce
EU	Evropská unie
FP TUL	Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická Technické univerzity v Liberci
MŠMT	Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR
NPI	Národní pedagogický institut
NÚCEM	<i>Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania</i> (překl. Národní ústav certifikovaných měření vzdělávání)
OP	otevřené procesy
RP	rutinní procesy
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
SGS	Studentská grantová soutěž
ŠVP	školní vzdělávací program
TIMSS	<i>Trends in International Mathematics and Science Study</i> (překl. Mezinárodní šetření výsledků žáků v matematice a přírodovědných předmětech)
ZŠ	základní škola

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha P I: Seznam analyzovaných učebnic matematiky 1. stupně základní školy

Příloha P II: Záznamový arch pro kódování

Příloha P III: Ukázka záznamu kódu do záznamového archu

PŘÍLOHA P I: ANALYZOVANÉ UČEBNICE MATEMATIKY 1. STUPNĚ ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Jednotlivé ucelené řady učebnic matematiky jsou seřazeny vzestupně podle abecedy. Jednotlivé učebnice jsou pak řazeny v rámci ucelených řad učebnic vzestupně od 1. ročníku až po 5. ročník ZŠ.

Nakladatelství Didaktis

Kopečková, S., & Tarábek, P. (2005). *Matematika 1 pro 1. ročník ZŠ*. Didaktis.

Tarábek, P., Kopečková, S., & Vojkůvka, K. (2005). *Matematika 2 pro 1. ročník ZŠ*. Didaktis.

Vojkůvka, K., Tarábek, P., Kopečková, S., & Brázdová, A. (2005). *Matematika 3 pro 1. ročník ZŠ*. Didaktis.

Bulín, J., Korityák, S., Palková, M., Skříčková, M., Synková, P., Tarábková, M., & Vance, K. (2007). *Matematika pro 2. ročník základní školy*. Didaktis.

Blažková, J., Chramostová, I., Kalovská, M., Kopřivová, I., Mejtská, R., & Tarábková, M. (2008). *Matematika pro 3. ročník základní školy*. Didaktis.

Blažková, J., Chramostová, I., Kalovská, M., Kopřivová, I., Loučková, K., Palková, M., & Vallová, O. (2009). *Matematika pro 4. ročník základní školy*. Didaktis.

Blažková, J., Chramostová, I., Ledvinka, Š., & Nečasová, R. (2011). *Matematika pro 5. ročník základní školy*. Didaktis.

Nakladatelství Fraus

Kozlová, M., Halasová, J., Pěchoučková, Š., & Tomšíková, J. (2021). *Matematika se Čtyřlístkem 1: Učebnice pro 1. ročník základní školy, 1. díl*. Fraus.

Kozlová, M., Halasová, J., Pěchoučková, Š., & Tomšíková, J. (2021). *Matematika se Čtyřlístkem 1: Učebnice pro 1. ročník základní školy, 2. díl*. Fraus.

Kozlová, M., Halasová, J., Pěchoučková, Š., & Rakoušová, A. (2012). *Matematika se Čtyřlístkem 2: Učebnice pro 2. ročník základní školy*. Fraus.

Kozlová, M., Halasová, J., Pěchoučková, Š., & Rakoušová, A. (2013). *Matematika se Čtyřlístkem 3: Učebnice pro 3. ročník základní školy*. Fraus.

Kozlová, M., Halasová, J., Pěchoučková, Š., Rakoušová, A., & Kašparová, M. (2014). *Matematika se Čtyřlístkem 4: Učebnice pro 4. ročník základní školy*. Fraus.

Pěchoučková, Š., Rakoušová, A., & Kašparová, M. (2015). *Matematika se Čtyřlístkem 5: Učebnice pro 5. ročník základní školy*. Fraus.

Nakladatelství Fraus

Bomerová, E., & Michnová, J. (2019). *Matematika 1: Objevuj matematiku dle prof. Hejného, 1. díl*. Fraus.

Bomerová, E., & Michnová, J. (2019). *Matematika 1: Objevuj matematiku dle prof. Hejného, 2. díl*. Fraus.

Bomerová, E., & Michnová, J. (2019). *Matematika 2: Objevuj matematiku dle prof. Hejného, 1. díl*. Fraus.

Bomerová, E., & Michnová, J. (2019). *Matematika 2: Objevuj matematiku dle prof. Hejného, 2. díl*. Fraus.

Bomerová, E., & Michnová, J. (2020). *Matematika 3: Objevuj matematiku dle prof. Hejného*. Fraus.

Bomerová, E., & Michnová, J. (2021). *Matematika 4: Objevuj matematiku dle prof. Hejného*. Fraus.

Bomerová, E., & Michnová, J. (2022). *Matematika 5: Objevuj matematiku dle prof. Hejného*. Fraus.

Nakladatelství H-mat

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2018). *Matematika 1: Pracovní učebnice pro 1. ročník, 1. díl ze 3*. H-mat.

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2018). *Matematika 1: Pracovní učebnice pro 1. ročník, 2. díl ze 3*. H-mat.

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2018). *Matematika 1: Pracovní učebnice pro 1. ročník, 3. díl ze 3*. H-mat.

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2019). *Matematika 2: Pracovní učebnice pro 2. ročník, 1. díl ze 3*. H-mat.

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2019). *Matematika 2: Pracovní učebnice pro 2. ročník, 2. díl ze 3.* H-mat.

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2019). *Matematika 2: Pracovní učebnice pro 2. ročník, 3. díl ze 3.* H-mat.

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2020). *Matematika 3: Učebnice pro 1. stupeň ZŠ.* H-mat.

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2021). *Matematika 4: Učebnice pro 1. stupeň ZŠ.* H-mat.

Hejný, M., Slezáková, J., Jirotková, D., Ročák, Š., Strnad, V., & Kuřík Sukniak, A. (2022). *Matematika 5: Učebnice pro 1. stupeň ZŠ.* H-mat.

Nakladatelství Nová škola Brno

Rosecká, Z., & Procházková, E. (2012). *Matematika pro 1. ročník základní školy, 1. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nakladatelství Nová škola Brno.

Rosecká, Z. (2013). *Matematika pro 1. ročník základní školy, 2. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nakladatelství Nová škola Brno.

Rosecká, Z., & Procházková, E. (2011). *Matematika pro 2. ročník základní školy, 1. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nakladatelství Nová škola Brno.

Rosecká, Z. (2014). *Matematika pro 2. ročník základní školy, 2. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nakladatelství Nová škola Brno.

Rosecká, Z. (2012). *Matematika pro 3. ročník základní školy, 1. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nakladatelství Nová škola Brno.

Rosecká, Z. (2013). *Matematika pro 3. ročník základní školy, 2. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nakladatelství Nová škola Brno.

Rosecká, Z. (2013). *Matematika pro 4. ročník základní školy, 1. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nakladatelství Nová škola Brno.

Rosecká, Z. (2014). *Matematika pro 4. ročník základní školy, 2. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nakladatelství Nová škola Brno.

Rosecká, Z. (2014). *Matematika pro 5. ročník základní školy, 1. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nakladatelství Nová škola Brno.

Rosecká, Z. (2015). *Matematika pro 5. ročník základní školy, 2. díl: Učebnice vytvořená v souladu s RVP ZV*. Nakladatelství Nová škola Brno.

Nakladatelství Nová škola

Doležalová, A. B., Novotný, M., & Novák, F. (2022). *Matýskova matematika: Učebnice pro 1. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV: 1. díl – Počítání do pěti*. Nová škola.

Doležalová, A. B., Novotný, M., & Novák, F. (2022). *Matýskova matematika: Učebnice pro 1. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV: 2. díl – Počítání do deseti*. Nová škola.

Doležalová, A. B., Novotný, M., & Novák, F. (2022). *Matýskova matematika: Učebnice pro 1. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV: 3. díl – Počítání do dvaceti*. Nová škola.

Doležalová, A. B., Novotný, M., & Novák, F. (2023). *Matýskova matematika: Učebnice pro 2. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV: 4. díl – Počítání do dvaceti s přechodem přes desítku*. Nová škola.

Doležalová, A. B., Novotný, M., & Novák, F. (2022). *Matýskova matematika: Učebnice pro 2. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV: 5. díl – Počítání do sta*. Nová škola.

Doležalová, A. B., Novotný, M., & Novák, F. (2023). *Matýskova matematika: Učebnice pro 2. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV: 6. díl – Vyvození násobení a dělení*. Nová škola.

Novotný, M., & Novák, F. (2023). *Matýskova matematika: Učebnice pro 3. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV: 7. díl – Zdokonalujeme se v počítání do sta*. Nová škola.

Novotný, M., & Novák, F. (2023). *Matýskova matematika: Učebnice pro 3. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV: 8. díl – Počítání do tisíce*. Nová škola.

Novotný, M., & Novák, F. (2021). *Matýskova matematika pro 4. ročník, 1. díl: Učebnice pro základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV*. Nová škola.

Novotný, M., & Novák, F. (2021). *Matýskova matematika pro 4. ročník, 2. díl: Učebnice pro základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV*. Nová škola.

Novotný, M., & Novák, F. (2023). *Matýskova matematika pro 5. ročník, 1. díl: Učebnice pro základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV*. Nová škola.

Novotný, M., & Novák, F. (2022). *Matýskova matematika pro 5. ročník, 2. díl: Učebnice pro základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV*. Nová škola.

Novotný, M., & Novák, F. (2023). *Geometrie: Učebnice pro 3. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV: Matýskova matematika*. Nová škola.

Novotný, M., & Novák, F. (2021). *Geometrie pro 4. ročník: Matýskova matematika: Učebnice pro základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV*. Nová škola.

Novotný, M., & Novák, F. (2023). *Geometrie pro 5. ročník: Matýskova matematika: Učebnice pro základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV*. Nová škola.

Nakladatelství Prodos

Molnár, J., & Mikulenková, H. (2023). *Matematika a její aplikace 1 – 1. díl*. Prodos.

Molnár, J., & Mikulenková, H. (2023). *Matematika a její aplikace 1 – 2. díl*. Prodos.

Molnár, J., & Mikulenková, H. (2023). *Matematika a její aplikace 1 – 3. díl*. Prodos.

Molnár, J., & Mikulenková, H. (2023). *Matematika a její aplikace 2 – 1. díl*. Prodos.

Molnár, J., & Mikulenková, H. (2023). *Matematika a její aplikace 2 – 2. díl*. Prodos.

Molnár, J., & Mikulenková, H. (2023). *Matematika a její aplikace 2 – 3. díl*. Prodos.

Molnár, J., & Mikulenková, H. (2023). *Matematika a její aplikace 3 – 1. díl*. Prodos.

Molnár, J., & Mikulenková, H. (2023). *Matematika a její aplikace 3 – 2. díl*. Prodos.

Molnár, J., & Mikulenková, H. (2023). *Matematika a její aplikace 3 – 3. díl*. Prodos.

Molnár, J., Mikulenková, H., Olšáková, V., & Kotačková, P. (2023). *Matematika a její aplikace 4 – 1. díl*. Prodos.

Molnár, J., Mikulenková, H., Olšáková, V., & Kotačková, P. (2023). *Matematika a její aplikace 4 – 2. díl*. Prodos.

Molnár, J., Mikulenková, H., Olšáková, V., & Kotačková, P. (2023). *Matematika a její aplikace 4 – 3. díl*. Prodos.

Molnár, J., Mikulenková, H., Olšáková, V., & Kotačková, P. (2023). *Matematika a její aplikace 5 – 1. díl*. Prodos.

Molnár, J., Mikulenková, H., Olšáková, V., & Kotačková, P. (2023). *Matematika a její aplikace 5 – 2. díl*. Prodos.

Molnár, J., Mikulenková, H., Olšáková, V., & Kotačková, P. (2023). *Matematika a její aplikace 5 – 3. díl*. Prodos.

Nakladatelství Prometheus

Hošpesová, A., Divíšek, J., & Kuřina, F. (2010). *Svět čísel a tvarů: Učebnice pro 1. ročník základní školy*. Prometheus.

Hošpesová, A., Divíšek, J., & Kuřina, F. (2010). *Svět čísel a tvarů: Učebnice pro 2. ročník základní školy*. Prometheus.

Hošpesová, A., Divíšek, J., & Kuřina, F. (2014). *Svět čísel a tvarů: Učebnice pro 3. ročník základní školy*. Prometheus.

Hošpesová, A., Divíšek, J., & Kuřina, F. (2014). *Svět čísel a tvarů: Učebnice pro 4. ročník základní školy*. Prometheus.

Hošpesová, A., Divíšek, J., & Kuřina, F. (2014). *Svět čísel a tvarů: Učebnice pro 5. ročník základní školy*. Prometheus.

Nakladatelství SPN

Čížková, M. (2024). *Matematika pro 1. ročník základní školy: Pracovní učebnice, 1. díl*. SPN.

Čížková, M. (2024). *Matematika pro 1. ročník základní školy: Pracovní učebnice, 2. díl*. SPN.

Čížková, M. (2024). *Matematika pro 1. ročník základní školy: Pracovní učebnice, 3. díl*. SPN.

Čížková, M. (2019). *Matematika pro 2. ročník základní školy: Pracovní učebnice, 1. díl*. SPN.

Čížková, M. (2019). *Matematika pro 2. ročník základní školy: Pracovní učebnice, 2. díl*. SPN.

Čížková, M. (2022). *Matematika pro 3. ročník základní školy*. SPN.

Eiblová, L., Melichar, J., & Šestáková, M. (2024). *Matematika pro 4. ročník základní školy*. SPN.

Vacková, I., Fajfrlíková, L., & Uzlová, Z. (2024). *Matematika pro 4. ročník základní školy*. SPN.

Vydavatelství Studio 1+1

- Potůčková, J. (2018). *Matematika pro 1. ročník ZŠ, 1. díl*. Studio 1+1.
- Potůčková, J. (2018). *Matematika pro 1. ročník ZŠ, 2. díl*. Studio 1+1.
- Potůčková, J. (2018). *Matematika pro 1. ročník ZŠ, 3. díl*. Studio 1+1.
- Potůčková, J. (2012). *Matematika pro 2. ročník ZŠ, 1. díl*. Studio 1+1.
- Potůčková, J. (2012). *Matematika pro 2. ročník ZŠ, 2. díl*. Studio 1+1.
- Potůčková, J. (2012). *Matematika pro 2. ročník ZŠ, 3. díl*. Studio 1+1.
- Potůčková, J. (2007). *Matematika pro 3. ročník ZŠ, 1. díl*. Studio 1+1.
- Potůčková, J. (2007). *Matematika pro 3. ročník ZŠ, 2. díl*. Studio 1+1.
- Potůčková, J. (2007). *Matematika pro 3. ročník ZŠ, 3. díl*. Studio 1+1.
- Blažková, R., & Potůčková, J. (2017). *Matematika pro 4. ročník ZŠ, 1. díl*. Studio 1+1.
- Blažková, R., & Potůčková, J. (2017). *Matematika pro 4. ročník ZŠ, 2. díl*. Studio 1+1.
- Blažková, R., & Potůčková, J. (2017). *Matematika pro 4. ročník ZŠ, 3. díl*. Studio 1+1.
- Blažková, R., & Potůčková, J. (2020). *Matematika pro 5. ročník ZŠ, 1. díl*. Studio 1+1.
- Blažková, R., & Potůčková, J. (2020). *Matematika pro 5. ročník ZŠ, 2. díl*. Studio 1+1.
- Blažková, R., & Potůčková, J. (2020). *Matematika pro 5. ročník ZŠ, 3. díl*. Studio 1+1.

Vydavatelství Taktik

- Faltinová, M., Pítová, L., Švihlová, Z., Kubíčková, A., & Špačková, I. (2022). *Hravá matematika 1 – 1. díl pracovní učebnice pro 1. ročník ZŠ*. Taktik.
- Pítová, L., Švihlová, Z., Kubíčková, A., & Špačková, I. (2022). *Hravá matematika 1 – 2. díl pracovní učebnice pro 1. ročník ZŠ*. Taktik.
- Švihlová, Z., Kubíčková, A., Špačková, I., & Coufalová, J. (2022). *Hravá matematika 1 – 3. díl pracovní učebnice pro 1. nebo 2. ročník ZŠ*. Taktik.
- Faltinová, M., Pítová, L., Švihlová, Z., Špačková, I., & Olžbutová, J. (2022). *Hravá matematika 2 – 1. díl pracovní učebnice pro 2. ročník ZŠ*. Taktik.
- Vondrášková, Š., Hubková, M., Faltinová, M., Švihlová, Z., Špačková, I., & Olžbutová, J. (2022). *Hravá matematika 2 – 2. díl pracovní učebnice pro 2. ročník ZŠ*. Taktik.

Balejová, R., Hubková, M., Vondrášková, Š., & Špačková, I. (2021). *Hravá matematika 3 – 1. díl: Učebnice pro 3. ročník ZŠ*. Taktik.

Balejová, R., Hubková, M., Vondrášková, Š., & Špačková, I. (2021). *Hravá matematika 3 – 2. díl: Učebnice pro 3. ročník ZŠ*. Taktik.

Faltinová, M., Pítová, L., & Vondrášková, Š. (2020). *Hravá matematika 4 – 1. díl: Učebnice pro 4. ročník ZŠ*. Taktik.

Bártová, M., Beďačová, M., Faltinová, M., Hubková, M., Palošová, M., & Vondrášková, Š. (2020). *Hravá matematika 4 – 2. díl: Učebnice pro 4. ročník ZŠ*. Taktik.

Bártová, M., Beďačová, M., Faltinová, M., Janečková, M., & Rybová, J. (2023). *Hravá matematika 5 – 1. díl: Učebnice pro 5. ročník ZŠ*. Taktik.

Bártová, M., Chytrý, V., Faltinová, M., Janečková, M., Štaffová, I., Vavřínová, E., & Rybová, J. (2023). *Hravá matematika 5 – 2. díl: Učebnice pro 5. ročník ZŠ*. Taktik.

PŘÍLOHA P II: ZÁZNAMOVÝ ARCH PRO KÓDOVÁNÍ

ZÁZNAMOVÝ ARCH

NÁZEV UČEBNICE:		
NAKLADATELSTVÍ/VYDAVATELSTVÍ:		
ROČNÍK, DÍL:		
POČET UČEBNÍCH ÚLOH CELKEM:		
ČETNOST NESTANDARDNÍCH UČEBNÍCH ÚLOH (n_i , f_i):		
ČETNOST STANDARDNÍCH UČEBNÍCH ÚLOH (n_i , f_i):		
Typ nestandardní učební úlohy	Absolutní četnost n_i	Relativní četnost f_i (%)
Slovní úlohy (Ú)		
Číselné a obrázkové řady (Ř)		
Matematická schémata (S)		
Úlohy na prostorovou představivost (P)		
Σ		100 %
SEZNAM NESTANDARDNÍCH UČEBNÍCH ÚLOH V DANÉ UČEBNICI (strana/cvičení, typ nestandardní učební úlohy)		
1	17	
2	18	
3	19	
4	20	
5	21	
6	22	
7	23	
8	24	
9	25	
10	26	
11	27	
12	28	
13	29	
14	30	
15	31	
16	32	

ZÁZNAMOVÝ ARCH

33	62
34	63
35	64
36	65
37	66
38	67
39	68
40	69
41	70
42	71
43	72
44	73
45	74
46	75
47	76
48	77
49	78
50	79
51	80
52	81
53	82
54	83
55	84
56	85
57	86
58	87
59	88
60	89
61	90

ZÁZNAMOVÝ ARCH

91	120
92	121
93	122
94	123
95	124
96	125
97	126
98	127
99	128
100	129
101	130
102	131
103	132
104	133
105	134
106	135
107	136
108	137
109	138
110	139
111	140
112	141
113	142
114	143
115	144
116	145
117	146
118	147
119	148

PŘÍLOHA P III: UKÁZKA ZÁZNAMU KÓDU DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU

ZÁZNAMOVÝ ARCH

NÁZEV UČEBNICE: <i>Hravá matematika 5</i>		
NAKLADATELSTVÍ/VYDAVATELSTVÍ: <i>Taktik</i>		
ROČNÍK, DÍL: <i>5., 2.</i>		
POČET UČEBNÍCH ÚLOH CELKEM: <i>424</i>		
ČETNOST NESTANDARDNÍCH UČEBNÍCH ÚLOH (n_i , f_i): <i>49 (11,6 %)</i>		
ČETNOST STANDARDNÍCH UČEBNÍCH ÚLOH (n_i , f_i): <i>375 (88,4 %)</i>		
Typ nestandardní učební úlohy	Absolutní četnost n_i	Relativní četnost f_i (%)
Slovní úlohy (Ú)	<i>5</i>	<i>10,204</i>
Číselné a obrázkové řady (Ř)	<i>1</i>	<i>2,041</i>
Matematická schémata (S)	<i>11</i>	<i>22,449</i>
Úlohy na prostorovou představivost (P)	<i>32</i>	<i>65,306</i>
Σ	<i>49</i>	100 %
SEZNAM NESTANDARDNÍCH UČEBNÍCH ÚLOH V DANÉ UČEBNICI (strana/cvičení, typ nestandardní učební úlohy)		
1 <i>6/7</i>	<i>Ř</i>	17
2 <i>11/3</i>	<i>S</i>	18
3 <i>11/4</i>	<i>Ú</i>	19
4		20
5		21
6		22
7		23
8		24
9		25
10		26
11		27
12		28
13		29
14		30
15		31
16		32

Poznámka: Předkládaný záznamový arch slouží pouze na ukázkou práce s daným záznamovým archem, neobsahuje tedy úplný seznam nestandardních úloh v dané učebnici.