

Numerická analýza konstrukčního polymerního prvku

Martin Láník

Bakalářská práce
2010



Univerzita Tomáše Bati ve Zlín
Fakulta technologická

nascannované zadání s. 1

nascannované zadání s. 2

Příjmení a jméno:

Obor:

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby ¹⁾;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen na příslušném ústavu Fakulty technologické UTB ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3 ²⁾;
- beru na vědomí, že podle § 60 ³⁾ odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 ³⁾ odst. 2 a 3 mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Ve Zlíně

.....

¹⁾ zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47 Zveřejňování závěrečných prací:

(1) Vysoká škola nevydělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.

(2) Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlížení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.

(3) Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.

²⁾ zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 35 odst. 3:

(3) Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studijních povinností vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacího zařízení (školní dílo).

³⁾ zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

(1) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst. 3). Odpírá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.

(2) Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.

(3) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školního díla z výdělku jím dosaženého v souvislosti s užitím díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihlédne k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školního díla podle odstavce 1.

ABSTRAKT

Cílem této bakalářské práce je srovnat dva přípravky, sloužící k uchycení dlouhých tyčí při soustružení.

V teoretické části je stručně rozebírán materiál přípravků, dále potom hyperplastické chování materiálu a jeho zkoušení pro stanovení základních hodnot pro FEM analýzy. Dále je zde stručně popsán princip metody konečných prvků neboli FEM.

V praktické části je stanoven FEM model a jsou zde vyhodnoceny výsledky obou přípravků a jejich srovnání.

Klíčová slova: Polyuretan, hyperelastická, nelineární matematické modely, jednoosá, dvouosá napjatost, čistý smyk, FEM

ABSTRACT

The aim of this work is to compare the two parts, used for holding long rods in turning. The theoretical part briefly analyzes the material of parts, then the hyperplastic material behavior and testing to establish baseline values for the FEM analysis. It is also briefly described the principle of the finite element method or FEM. The practical part deals with FEM model and results of both products are evaluated and compared here.

Keywords: Polyurethane, hyperelasticity, nonlinear mathematical models, uniaxial, biaxial tension, pure shear, the FEM

Chtěl bych poděkovat Ing. Jakobovi Javoříkovi, Ph.D. za odborné vedení, ochotu a cenné připomínky při řešení této práce.

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

OBSAH

ÚVOD	10
I TEORETICKÁ ČÁST	11
1 POLYURETAN	12
1.1 ROZDĚLENÍ POLYMERŮ	12
1.2 VZNIK A SLOŽENÍ	12
1.3 HISTORIE.....	15
2 HYPERELASTICITA	18
2.1 HYPERELASTICKÉ MODELY	18
2.1.1 Deformace	18
2.1.2 Modely používané v FEM systémech.....	20
2.2 MÓDY NAMÁHÁNÍ	24
2.2.1 Uniaxiální napjatost	24
2.2.2 Biaxiální napjatost.....	25
2.2.3 Čistý smyk.....	26
3 ZKOUŠENÍ MATERIÁLU	28
3.1 MĚŘÍCÍ TECHNIKA	28
3.2 JEDNOOSÁ TAHOVÁ ZKOUŠKA	29
3.3 DVOUOSÁ TAHOVÁ ZKOUŠKA.....	30
3.4 ZKOUŠKA ČISTÝM SMYKEM.....	33
3.5 OBJEMOVÁ ZKOUŠKA	33
4 FEM ANALÝZY, SYSTÉMY A SOFTWAREOVÁ PODPORA	35
4.1 FEM.....	35
4.2 FEM SOFTWARE.....	36
II PRAKTICKÁ ČÁST	37
5 STANOVENÍ CÍLŮ	38
6 NÁVRH GEOMETRICKÉHO MODELU ZVOLENÉHO PRVKU	39
6.1 PŮVODNÍ NÁVRH	39
6.2 KONEČNÝ NÁVRH.....	39
7 NÁVRH KONEČNĚ PRVKOVÉHO MODELU	41
7.1 MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI	41
7.2 TVORBA SÍTĚ	42
7.3 ZATÍŽENÍ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY.....	42
8 VÝPOČET	44
9 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ	45
9.1 VON MISSESOVO NAPĚTÍ.....	45
9.1.1 Srovnání svěrek	45
9.2 DEFORMACE.....	47
9.2.1 Srovnání svěrek.....	47
9.3 CELKOVÁ PŘÍTLAČNÁ SÍLA	50
ZÁVĚR	51

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	52
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	53
SEZNAM OBRÁZKŮ	54

ÚVOD

Hyperelasticita je vlastnost zejména elastomerních materiálů ale i materiálů vykazujících hyperplastické chování, tzn. velké elastické deformace, velkou nelineární závislost napětí a deformace, velmi malou tuhost materiálu a objemovou nestlačitelnost, mezi takové patří i polyuretan.

Pro stanovení základních údajů materiálů, které jsou později použity při analýze daného konstrukčního prvku jsou používány různé druhy zkoušek, které jsou rozebírány v teoretické části práce. Jelikož u hyperelastického materiálu nelze použít Hookův zákon jsou pro výpočet používány nelineární hyperelastické modely založeny buď na mikromolekulárních modelech vnitřní struktury materiálu nebo na základě pozorování deformačního napětíového chování materiálu na makroskopické úrovni.

V poslední době se stále častěji můžeme setkat s využíváním polymerních materiálů jako konstrukčních prvků. Mezi takové patří i polyuretany, které mají široký sortiment typů. Posle použitých složek popř. relativní molekulové hmotnosti lze dosáhnout materiálů různých vlastností- kapalných, elastických, tvrdých, lineárních i zesíťovaných, které mají rozličné použití (jako lepidla, kaučuky, elastické i tvrdé pěnové hmoty apod.)

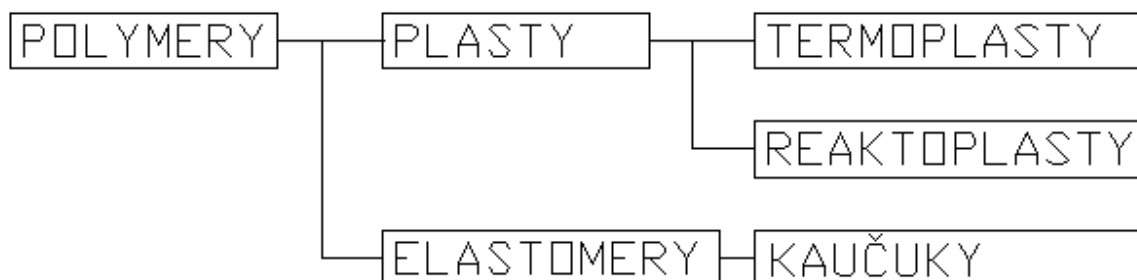
V praktické části je použit MSC.software, který pomocí metody konečných prvků neboli FEM z anglického Finite Element Method slouží k simulaci průběhů napětí, deformací, vlastních frekvencí, proudění tepla, jevů elektromagnetismu, proudění tekutin ad. na vytvořeném geometrickém modelu. Její princip spočívá v diskretizaci spojitého kontinua do určitého (konečného) počtu prvků, přičemž zjišťované parametry jsou určovány v jednotlivých uzlových bodech. Metoda je užívána především pro kontrolu již navržených zařízení, nebo pro stanovení kritického (nejnamáhanějšího) místa konstrukce nebo prvku. Ačkoliv jsou principy této metody známy již delší dobu, k jejímu masovému využití došlo teprve s nástupem moderní výpočetní techniky.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 POLYURETAN

V této části jsou popsány základní vlastnosti polyuretanu, jeho historie od vzniku až po dnešní uplatnění v technické praxi.

1.1 Rozdělení polymerů



Obr. 1. Základní rozdělení polymerů

Polymer je látka, v jejíž makromolekulách se řetězovitě vyskytují menší tzv. monomerní jednotky, většinou se jedná o uhlík, vodík, kyslík a často také dusík a chlor.

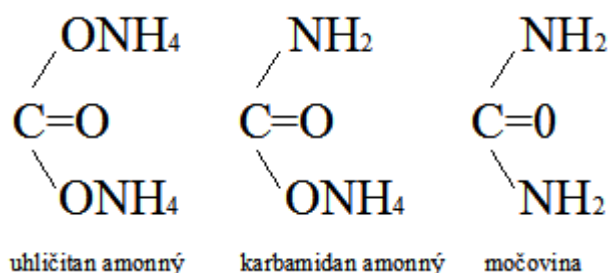
Polyuretan patří do skupiny termoplastů, což jsou plastické, deformovatelné materiály, které si tyto vlastnosti uchovávají i po zahřátí a opětovném ochlazení.

1.2 Vznik a složení

Polyuretany jsou novým druhem polymerů, který dosáhl v posledních dvaceti letech rozsáhlého hospodářského uplatnění. Jsou to materiály, v nichž dospěl k průmyslově a obchodně významnému využití jeden z dávných směrů výzkumu v organické chemii, nastoupený už asi před sto lety, totiž směr výzkumu isokyanátů. Polyuretan je polymer, v jehož opakující se jednotce je uretanová vazba. Pro mnoho pracovníků v oboru plastických hmot nemá termín „uretan“ jasný význam; tento druh organických sloučenin je většinou chemiků málo znám. Někteří snad znají použití uretanů v analytické chemii, kde se stanovením bodu tání jejich derivátů identifikují sloučeniny obsahující hydroxylovou skupinu. [1]

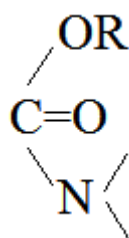
Této třídě sloučenin snadněji porozumíme, vrátíme-li se k základům chemie kyseliny uhličitě a močoviny. Zde, v klasické reakci *Wohlerově* (1828), byla poprvé anorganická látka přeměněna v organickou bez zásahu tzv. „životní síly“, pouhým tepelným rozkladem uhlí-

čitanu na močovinu a vodu. Meziproduktem je přitom karbamidan amonný. Schematicky to lze znázornit takto:



Obr. 2. Wöhlerova reakce

Podobně jako kyselina uhličitá, která je stálá jen v podobě svých solí a esterů, je nestabilní i volná kyselina karbamidová, která se rychle rozkládá na amoniak a kysličník uhličitý. Jediným stálým členem této řady je močovina, která je diamidem kyseliny uhličité. Vzhledem k jejich vyslovené nestabilitě setkáváme se s karbamidovými kyselinami v organické chemii jen ve formě esterů; jsou známy pod názvem „uretany“ a mohou být nejlépe charakterizovány skupinou

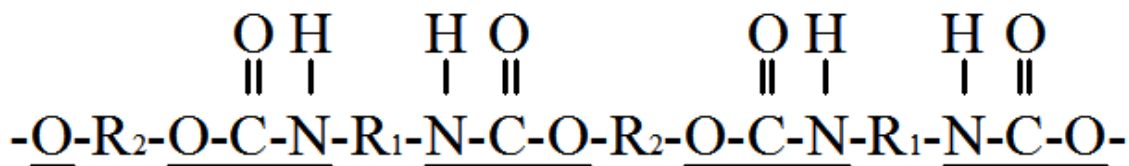


Obr. 3. Amidester kyseliny uhličité

která představuje obecný amidester kyseliny uhličité. Nejznámější z nich je ethyluretan, obvykle jednoduše nazvaný „uretan“ ($\text{NH}_2\text{COOOC}_2\text{H}_5$). Je třeba dodat, že jsou možné tři typy uretanů, lišící se od sebe tím, že mají na dusíkovém atomu substituovány buď oba vodíkové atomy, nebo jen jeden, anebo žádný. [1]

Abychom porozuměli tomu, jak mohou pomocí uretanových vazeb vzniknout polymerní materiály a jak se mohou stát vhodnými pro průmyslové využití, budeme zkoumat stavbu různých polymerů, nevšímajíce si zatím odlišných způsobů jejich přípravy. Vezmeme-li uretanovou skupinu a místo jednomocného alkoholu použijeme sloučeniny s více než jednou hydroxylovou skupinou, jako je např. glykol apod., vytvoříme tím zárodek dalšího růstu molekuly. Podobně použijeme-li při přípravě polyuretanů vhodných vícefunkčních dusíkatých sloučenin, získáme další místa pro růst řetězce. [1]

Nejjednodušší formou polyuretanu je forma lineární, která může být ve své nejelementárnější podobě znázorněna asi takto



Obr. 4. Lineární forma polyuretanu

Uretanová vazba je ve vzorci vždy podtržena. Řetězec tohoto druhu lze srovnat s nylonem a jinými lineárními polymery, a tato skutečnost naznačuje možné použití : takto připravené lineární polyuretany lze upotřebit v podobě vláken nebo štětín. [1]

Zapojením sloučenin více než dvoufunkčních lze připravit polymery s různým stupněm zesíťení, málo až silně rozvětvené. Tak vznikají syntetické látky, které se svými fyzikálními vlastnostmi mění od měkkých elastomerů až po tvrdé nebo i křehké, teplem tvrditelné plastické hmoty podobné fenolformaldehydovým pryskyřicím. Pouhým měněním stupně rozvětvení je tedy teoreticky možno připravit plastické hmoty jakéhokoli známého typu počínaje termoplasty a konče termosety. Kromě těchto variací lze ještě různě obměňovat organické skupiny mezi uretanovými skupinami. Tak lze dojít k ještě jemnějšímu odstupňování fyzikálních vlastností. [1]

Použitím těchto kombinací a různého stupně rozvětvení lze teoreticky připravit plynulou řadu různě tuhých materiálů. Možností je nesmírně mnoho; skutečně si lze jen těžko představit všechny možné variace. I v jednoduchém případě nahoře uvedeného lineárního polyuretanu máme dvě různé organické skupiny P_M a R_2 , pro které můžeme najít v organické chemii mnoho obměn. To je však nejjednodušší případ; protože se využívá i rozvětvení, bývají v molekule tři, čtyři i více různých organických skupin. Takto dosažitelná velká rozmanitost výrobků vysvětluje nynější široké použití polyuretanů v průmyslu. Nejsnadnější a technicky nejužitečnější metodou přípravy uretanové vazby je reakce isokyanátové skupiny ($-N=C=O$), kterou lze považovat za anhydrid nestálé kyseliny karbamidové) s hydroxylovou skupinou $-OH$. [1]

Z toho, co bylo dosud uvedeno, můžeme sestavit následující definici, totiž že polyuretany jsou polymery připravené adiční reakcí mezi polyisokyanáty (bifunkčními nebo vícefunkčními) a sloučeninami bohatými na hydroxylové skupiny (nejméně s dvěma hydroxylovými skupinami v molekule), jako jsou např. glykoly, polyestery, polyethery atd. [1]

1.3 Historie

Ve Spojených státech tyto polymery poprvé upoutaly pozornost plastikářů a chemiků po druhé světové válce. V říjnovém čísle časopisu *Modern Plastics* z r. 1945 se objevil přehledný referát o pokroku v oboru plastických hmot, jehož bylo dosaženo v Německu během války (1939-1945). G. M. Kline, ředitel sekce plastických hmot amerického National Bureau of Standards, podal v něm přehled založený na poznacích získaných během tříměsíční cesty, konané z pověření Úřadu náčelníka dělostřelectva při ministerstvu války. V tomto článku, jakož i v krátké zprávě v časopise *Chemical and Engineering News* z 25. září 1945 pojednává mezi jinými plastickými hmotami i o nové skupině, polyuretanech. Byl tu podán krátký souhrn způsobů přípravy, možností použití a ekonomických otázek. Bylo zřejmé, že jde o nový, neobyčejně výhodný polymerní materiál vyvinutý Němci, ale jak se zdálo, vůbec neznámý ve Spojených státech. Vývoj polyuretanů byl skutečně využit dostatečnou měrou a tak se v Německu brzy po válce vyvinulo ucelené průmyslové odvětví. V roce 1957 se spotřebovalo na výrobu polyuretanů asi 11 000 t diisokyanátů. Avšak rozbor americké patentové literatury ukázal, že společnost DuPont v sérii patentů, přihlášených v letech 1939 a 1940 a udělených začátkem čtyřicátých let, vykonala v tomto směru hodně práce. Její patenty chránily reakční produkty polyisokyanátů s různými glykoly, alkydovými pryskyřicemi, polyestery, diaminy, polyestéramidy atd. Tyto produkty byly v patentech označeny jako vhodné k přípravě vláken, filmů, plastických hmot aj. V uvedených dvou směrech experimentálního výzkumu je třeba hledat počátek hospodářského využití isokyanátových derivátů - polyuretanů. Kromě toho je z americké patentové literatury zřejmé, že začátkem čtyřicátých let bylo mnoho výzkumné práce zaměřeno na použití diisokyanátů jako adhezních prostředků, zvláště pro spojování pryže a neoprenu s kovy a vlákny. První známé průmyslové využití diisokyanátů ve Spojených státech se datuje z počátku druhé světové války. Použilo se difenylmethan-p,p'-diisokyanátů ke zlepšení adheze pryže a neoprenu k syntetickým vláknům. Výrobkem byly nafukovací záchranné čluny a vesty pro letce, známé pod názvem „*Mae West*“. Přes tyto americké výzkumy vyšel skutečný podnět pro průmyslový rozvoj polyuretanů z plodných studií a produktů německých, zvláště dr. O. Bayera. [1]

Jak už bylo řečeno, je chemie polyuretanů pouze odvětvím organické chemie isokyanátové. Už před r. 1850 připravili průkopníci organické chemie Wurtz a Hoffman alifatické i aromatické monoisokyanáty a vysvětlili jejich vlastnosti a reakce. Intenzivní studium izokyanátů bylo však zpočátku brzděno obtížemi a malými výtěžky, které tkvěly v původních

preparačních metodách. Avšak roku 1884 vyvinul *Hentschel* nejvhodnější přípravu isokyanátů - totiž fosgenací primárních aminů, dosáhl výborných výtěžků a zájem o tuto oblast tím vzrostl. Je pochybné, zda by bez této preparační metody mohlo být mnoho uděláno na poli diisokyanátů. [1]

Do třicátých let nebylo studováno skutečné průmyslové využití pochodů, které nás zajímají. Rok 1937 lze označit jako skutečný začátek nynějšího směru výzkumu polyuretanů, protože tehdy se dr. *Otto Bayer* rozhodl experimentovat s adičními produkty diisokyanátů s cílem připravit vlákna stejných nebo lepších vlastností, než má Nylon, které by však nebyly chráněny patenty na Nylon společnosti Du- Pont. 26. března 1937 objevila jeho skupina polyadiční reakci diisokyanátů a později získala německý patent č. 728 981, chránící tuto práci. Skupina patentů vzniklých v této době a již dříve zmíněné patenty společnosti DuPont znamenají počátek patentové literatury, která zahrnuje nyní více než 400 patentů. [1]

Polymočoviny dávaly pouze netavitelné a silně hydrofilní polymery, které nebyly vhodné pro přípravu vláken nebo plastických hmot. Potom v Německu vynalezli a vyvinuli lineární polyuretany, které se ukázaly jako velmi mnohostranné a slibné plastické hmoty. Dosáhly pak takového rozmachu, že se od r. 1941 začaly v Německu vyrábět ve dvou typech. Prvního typu, nazvaného Perlon U, se používalo k přípravě syntetických vláken a žíní; z druhého typu, Igamidu U, se připravovaly plastické hmoty. V témže roce zažádal dr. *Bayer* o přiznání prvního stupně válečné důležitosti pro výstavbu závodu s kapacitou 200 tun alifatických diisokyanátů a 100 tun diisokyanátů aromatických (z toho je patrné, jaký důraz se v té době kladl na Perlon U). Jako důvod pro přiznání této válečné důležitosti uváděl, že jeho skupina dosáhla ještě mnoha dalších úspěchů v průmyslovém využití diisokyanátů a jejich produktů. Ukázaly se možnosti jejich uplatnění v oboru lepidel, pěnových hmot (o tuto oblast projevil velký zájem letectvo), laků a nátěrových hmot, jakož i syntetických usní atd. [1]

V roce 1945 vyslal Úřad generálního ubytovatele vojsk Spojených států do Německa skupinu pozorovatelů, aby pátrala po jakýchkoliv technických pokrocích na poli plastických hmot, které by mohly mít přímé použití v programu výzkumu plastických hmot v souvislosti s pokračující válkou v tichomořské oblasti. Zjistili, že mnoho teoretických předpovědí v oboru isokyanátů již bylo splněno. Kromě lineárních polymerů připravených z alifatických glykolů a alifatických diisokyanátů nabyly důležitosti některé aplikace, využívající

toluylendiisokyanátu a mnoha polyesterů k výrobě pěnových hmot, nátěrových hmot a lepidel. Možnosti použití v leteckém průmyslu byly nejzajímavější. [1]

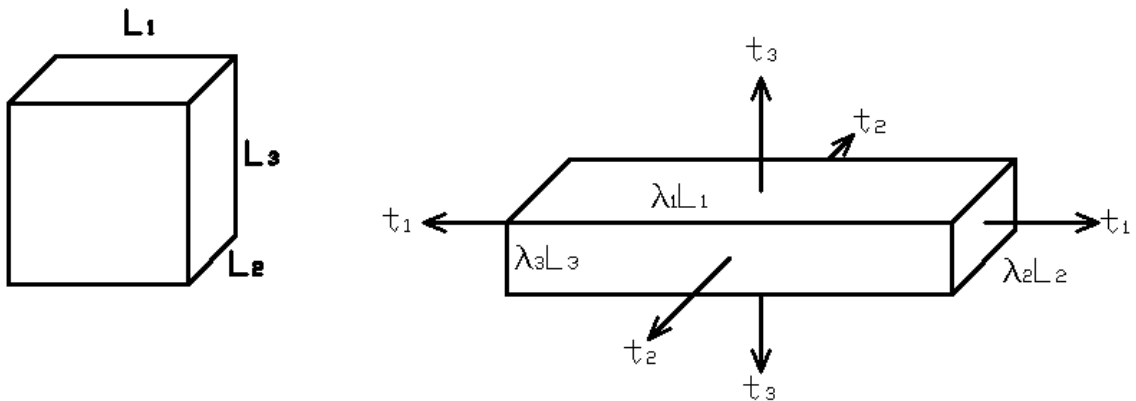
2 HYPERELASTICITA

Hyperelastický materiál obecně vykazuje:

- velké elastické (vratné) deformace
- silně nelineární závislost napětí deformace
- velmi malá tuhost materiálu
- objemová nestlačitelnost

Poměrné protažení λ - poměr protažené(deformované) délky ku původní délce. Kde ΔL_i je nárůst délky, L_i je původní délka a ε_i je poměrná deformace. [3]

$$\lambda_i = \frac{L_i + \Delta L_i}{L_i} = 1 + \varepsilon_i \quad (1)$$



Obr. 5. Změna rozměrů materiálu

2.1 Hyperelastické modely

2.1.1 Deformace

Pro hyperelastický materiál nelze aplikovat Hookův zákon (lze, jen pro případy kde se nepředpokládají velké deformace). Pro přesné výpočty a pro případy větších deformací je nutno použít nelineární popis závislosti napětí-deformace. [3]

Intenzivní vývoj nelineárních hyperelastických materiálových modelů probíhá od 2.pol. 20.století. Tyto modely jsou založeny na definici vztahu pro hustotu deformační energie W . V průběhu posledních 60 let bylo různými autory postupně navrženo velké množství hyperelastických modelů. Tyto modely jsou nezávislé na rychlosti a historii deformace. V posledních letech jsou však publikovány práce zabývající se modelováním zahrnujícím i

tyto efekty. Část hyperelastických modelů je založena na mikromechanických modelech vnitřní struktury materialu, (např. Neo-Hookean, Arruda-Boyce). Materiálové konstanty v těchto modelech mají jednoznačný fyzikální význam. Další skupina modelů byla navržena pouze na základě pozorování deformace napěťového chování materiálu na makroskopické úrovni tak, aby model co nejlépe aproximoval toto pozorování. Takovéto modely (např. Polynomický, Mooney-Rivlin, Ogden, Yeoh, Gent) jsou nazývány fenomenologické a jejich materiálové konstanty často nemají konkrétní fyzikální význam. [3]

Dnes používané hyperelastické modely obecně formulují vztah pro hustotu deformační energie ve tvaru:

$$W = W(I_1, I_2, I_3 \{M\}) \text{ nebo } W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \{M\}) \quad (2)$$

kde I_i jsou invarianty pravého Cauchy-Greenova tenzoru deformace, λ_i jsou hlavní protažení a $\{M\}$ je množina materiálových konstant.

Deformační invarianty I_i jsou definovány vztahy:

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Pro nestlačitelné materiály je invariant $I_3=1$.

Pokud známe funkci W můžeme napětí vypočítat jako derivaci této funkce podle příslušné složky deformace.

$$S_{ij} = 2 \frac{\partial W}{\partial C_{ij}} \quad (4)$$

Kde S_{ij} jsou složky 2. Piola-Kirchhoffova tenzoru napětí a C_{ij} jsou složky pravého Cauchy-Greenova deformačního tenzoru.

Pokud je souřadný systém zvolen tak, že je shodný s hlavními směry deformace, pak je pravý Cauchy-Greenův deformační tenzor definován takto:

$$[C] = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Z rovnice (4) lze tedy odvodit vztah pro složky Cauchyova tenzoru napětí (skutečné napětí).

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial I_1} C_{ij} - 2 \frac{\partial W}{\partial I_2} C_{ij}^{-1} \quad (6)$$

Kde p je nspecifikovaný tlak a δ_{ij} je Kronekerovo delta, pro které platí ($\delta_{ij}=1, i=j; \delta_{ij}=0, i \neq j$) [3]

2.1.2 Modely používané v FEM systémech

Jednotlivé hyperelastické modely se liší definicí funkce hustoty deformacní energie W .

Níže jsou uvedeny dnes nejpoužívanější tvary funkce W , které jsou většinou pojmenovány po svých autorech. [3]

Polynomická funkce

Polynomická forma je založena na prvním a druhém deformacním invariantu (I_1, I_2). Jde o model, jenž má formu:

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (7)$$

kde C_{ij} jsou materiálové konstanty a za N se dosazují hodnoty od jedné do nekonečna, ale obvykle není hodnota N vyšší než 3. Tato forma může být aplikována pro deformaci dosahující až 300 %. [3]

Neo-Hookean

Model Neo-Hookean patří k nejstarším a nejjednodušším modelům. Je možné ho brát, jako podmnožinu polynomické formy pro $N = 1, C_{01} = 0, C_{10} = \mu/2$. Vychází z termodynamických principů a ze statistického přístupu k modelování vnitřní struktury elastomerů. Model není schopen věrohodně postihnout závěrečnou vyztužovací fázi napěťové deformační odezvy elastomeru. Dále model vykazuje lineární chování při smykové deformaci.

$$W = \frac{\mu}{2} (I_1 - 3) \quad (8)$$

kde μ je počáteční smykový modul.

$$\mu = nkT \quad (9)$$

kde n je počet polymerních řetězců v jednotkovém objemu, k je Boltzmannova konstanta a T je absolutní teplota. Model je použitelný pro deformaci do 40 % v jednoosém namáhání. [3]

Yeoh

Model Yeoh je podobný polynomické formě, ale nepoužívá druhého deformačního invariantu a jako takový se obtížněji vyhodnocuje a poskytuje méně přesné výsledky. Jeho výhodou je naopak jeho jednoduchost. Je definován jako:

$$W = \sum_{i=1}^N C_{i0} (I_1 - 3)^i \quad (10)$$

kde C_{i0} je materiálová konstanta a za N se dosazují hodnoty od jedné do nekonečna, ale obvykle není hodnota N vyšší než 3. Pokud $N = 1$ jde o model Neo-Hookean.

Yeoh model je obvykle uvažován s $N = 3$. Tří-parametrový Yeoh model obecně poskytuje dobré výsledky pro deformace velkého rozsahu i když nemusí být přesný pro nižší hodnoty deformace. [3]

Mooney-Rivlin

Ve čtyřicátých letech 20. stol. Mooney navrhl fenomenologický model se dvěma parametry založený na předpokladu lineárního vztahu mezi zatížením a smykem během jednoduché smykové deformace. V padesátých letech Rivlin modifikoval Mooneyho model, aby obdržel obecné vyjádření funkce deformační energie vyjádřené pomocí deformačních invariantů. Používají se dvou, tří, pěti a devíti-parametrové Mooney-Rivlin modely, které také můžeme považovat za speciální případy polynomické formy.

- Dvou-parametrový model je jeden z nejvíce používaných modelů. Je ekvivalentní polynomické formě s $N = 1$:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (11)$$

kde C_{10} , C_{01} jsou materiálové konstanty.

- Tří-parametrový model je shodný s polynomickou formou pro $N=2$ a $C_{20}=C_{02}=0$

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) \quad (12)$$

kde C_{10} , C_{01} , C_{11} jsou materiálové konstanty.

- Pěti-parametrový model je shodný s polynomickou formou pro $N=2$:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 \quad (13)$$

kde C_{10} , C_{01} , C_{11} , C_{20} , C_{02} jsou materiálové konstanty.

- Devíti-parametrový model je shodný s polynomičnou formou pro $N=3$:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 + C_{21}(I_1 - 3)^2(I_2 - 3) + C_{12}(I_1 - 3)(I_2 - 3)^2 + C_{03}(I_2 - 3)^3 \quad (14)$$

kde C_{10} , C_{01} , C_{11} , C_{20} , C_{02} , C_{30} , C_{21} , C_{12} , C_{03} jsou materiálové konstanty.

Dvou-parametrový model je využíván do 90-100 % tahové deformace, ale nemusí být dobře charakterizováno chování materiálu při stlačení. Pěti nebo devíti-parametrové modely mohou být používány pro deformace až do 300 %. [3]

Arruda-Boyce

Arruda-Boyce je model založený na mikromechanice vnitřní struktury elastomeru. Arruda-Boyce může být uvažován jako rozšíření modelu Yeoh pro $N = 5$, kde konstanty mají reálný význam.

$$W = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_L^{2i-2}} (I_1^i - 3^i) \quad (15)$$

kde konstanty C_i jsou definovány jako:

$$C_1 = \frac{1}{2}, \quad C_2 = \frac{1}{20}, \quad C_3 = \frac{11}{1050}, \quad C_4 = \frac{19}{7000}, \quad C_5 = \frac{519}{673750} \quad (16)$$

kde μ je počáteční smykový modul (stejně jako u modelu Neo-Hookean) a λ_L je tzv. "limitní protažení" sítě mikromechanického modelu struktury materiálu, při kterém už se síť dál neprotahuje a napětí se začíná blížit nekonečnu. Jestliže se λ_L rovná nekonečnu, forma Arruda-Boyce přechází na Neo-Hookean. Model je vhodný pro deformaci do 300 %. [3]

Gent

Gentův model je podobný formulačně složitějšímu modelu Arruda-Boyce, jelikož také užívá konceptu limitního síťového protažení, nevychází však z modelu vnitřní struktury elastomeru.

$$W = -\frac{EI_m}{6} \ln\left(1 - \frac{I_1 - 3}{I_m}\right) \quad (17)$$

kde E je počáteční modul pružnosti, který je pro nestlačitelné materiály 3μ . I_m je limitní hodnota členu $(I_1 - 3)$, analogická k λ_L v Arruda-Boyce modelu. Jestliže hodnota přirozeného logaritmu narůstá, výsledná forma se bude podobat modelu Yeoh. Jestliže se I_m bude rovnat nekonečnu model opět přejde na formu Neo-Hookean. Výhody modelu spočívají v jeho jednoduchosti (pouze dvě materiálové konstanty) a schopnosti postihnout závěrečnou vyztužovací fázi napěťové deformační odezvy. [3]

Ogden

Ogden navrhl funkci vyjádřenou v hodnotách hlavních protažení. Tento model je dnes široce používaný a poměrně dobře vystihuje chování elastomeru i při velkých deformacích.

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (18)$$

kde μ_i a α_i jsou materiálové konstanty bez konkrétního fyzikálního významu (μ_i mají však obecně význam počáteční tuhosti). Za N se dosazují hodnoty od jedné do nekonečna, ale obvykle není hodnota N vyšší než 3.

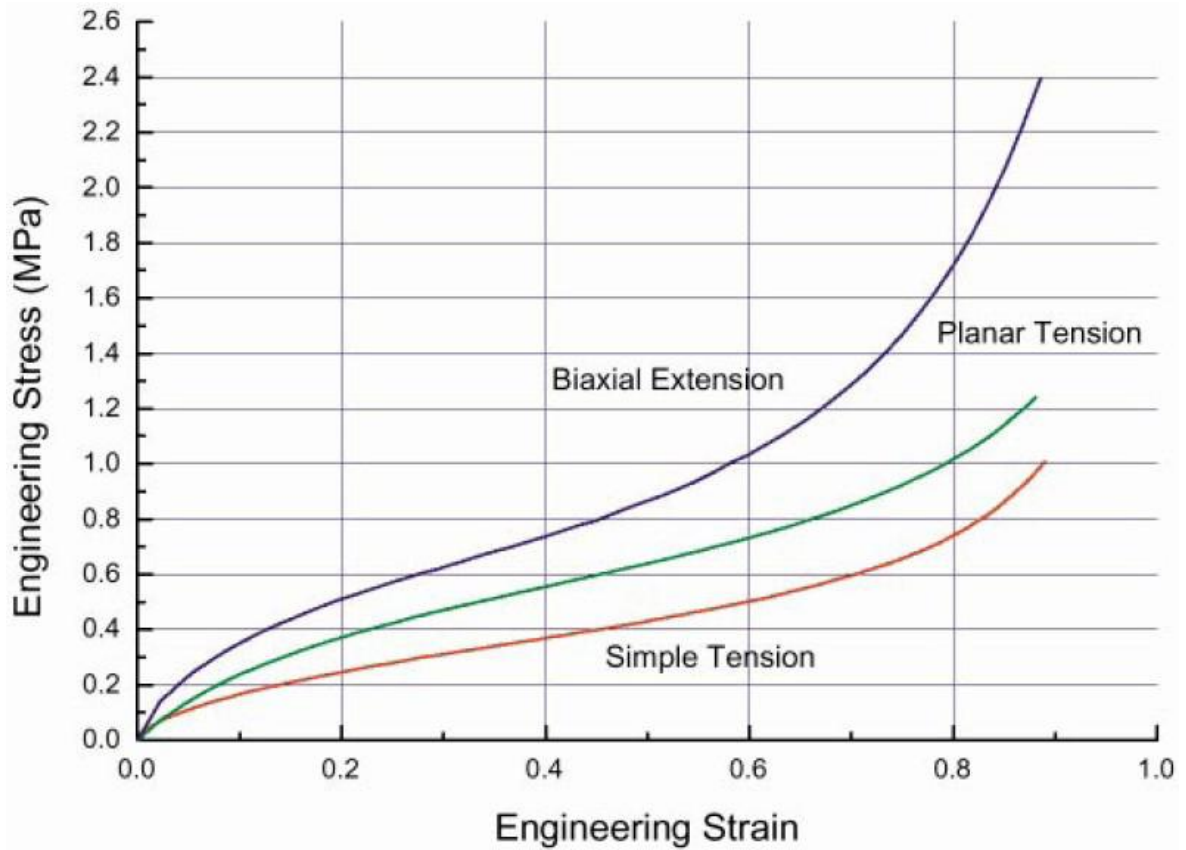
Pro $N = 1$ a $\alpha_i = 2$ se Ogden stává ekvivalentní k modelu Neo-Hookean. Pro $N = 2$, $\alpha_1 = 2$ a $\alpha_2 = -2$ Ogden přechází na dvou-parametrový Mooney-Rivlin model. Ogden může být obecně aplikován pro deformaci do 700 %.

Výše uvedené vztahy jsou v důsledku předpokládané objemové nestlačitelnosti elastomeru nezávislé na třetím invariantu I_3 pravého Cauchy-Greenova deformačního tenzoru. Pro případné zahrnutí objemové stlačitelnosti "téměř nestlačitelných" elastomerů je funkce W doplněna o aditivní člen W_{vol} závislý na I_3 (respektive poměrné objemové deformaci J , pro kterou platí $I_3 = J^2$) a objemovém modulu K . Níže je stručný přehled tvaru W_{vol} používaných v uvedených modelech: [3]

$$W_{vol} = \frac{K}{2} (J - 1)^2 \quad W_{vol} = \frac{K}{4} [(J - 1)^2 (\ln J)^2] \quad W_{vol} = K (J \ln J - J + 1) \quad (19)$$

$$W_{vol} = \frac{9K}{2} (J^{\frac{1}{3}} - 1)^2 \quad W_{vol} = \frac{K}{2} \left(\frac{J-1}{2} - \ln J \right)$$

2.2 Módy namáhání



Obr. 6. Různé druhy namáhání [4]

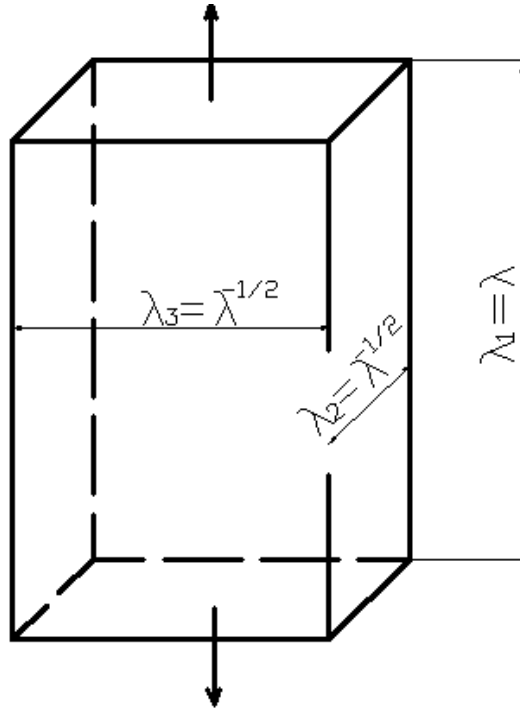
- Engineering stress - Napětí
- Engineering strain - Poměrná deformace ϵ
- Simple tension - Uniaxiální (jednoosá) napjatost
- Biaxial tension - Biaxiální (dvoosá) napjatost
- Planar tension - Čistý smyk

2.2.1 Uniaxiální napjatost

Při jednoosé napjatosti působí na daný prvek tahová síla v jednom směru. Jednoduché prodloužení je definováno poměrným protažením, kdy $\lambda_1 = \lambda$, $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{1/2}$. Tato deformace vyplývá ze stavu nestlačitelnosti, kdy objem zůstává nezměněn, a tudíž $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1$. Pro tento stav napětí, kde jsou boční strany daného vzorku nezátížené, platí $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ a rovnice pro tyto napětí se stane rovnicí neznámého stlačení P:

$$\sigma = 2 \left[\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} \right) + \lambda^{-1} \left(\frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] (\lambda^2 - \lambda^{-1}) \quad (20)$$

kde σ je skutečné napětí. Tato rovnice je „velko-deformační“ ekvivalent Hookova zákona, $\sigma = E \cdot \varepsilon$ aplikovaného při malých deformacích. [2]



Obr. 7. Uniaxiální napjatost

2.2.2 Biaxiální napjatost

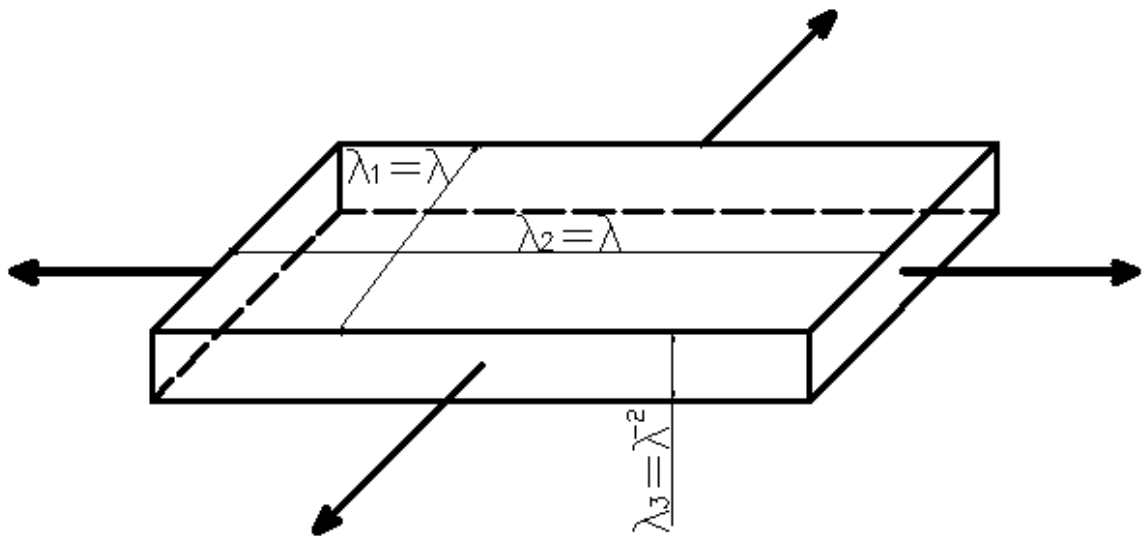
Poměrné protažení je dáno $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\lambda_3 = \lambda^{-2}$. Napětí σ_3 je rovno nule, neboť tato strana prvku je nezátížená. [2]

Následné stlačení přechází na:

$$P = -2 \left(\lambda^{-4} \frac{\partial W}{\partial I_1} - \lambda^{-4} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \cdot (\lambda^2 - \lambda^{-4}) \quad (21)$$

Napětí σ_1 a σ_2 jsou dány jako:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 2 \left[\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} \right) + \lambda^2 \cdot \left(\frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] (\lambda^2 - \lambda^{-4}) \quad (22)$$



Obr. 8. Biaxiální napjatost

2.2.3 Čistý smyk

Tento stav je definován jako napětí působící ve směru 1 v takové formě, že je zabráněno změně šířky ve směru 2, tzn. $\lambda_2 = 1$. Při smykové deformaci linie rovnoběžná s jednou z hlavních os nepodléhá žádnému prodloužení. Název „čistý“ znamená, že hlavní osy nerotují během deformace. Výška daného vzorku ve vertikálním směru, směru namáhání, je značně menší, než horizontální šířka w ve směru druhém, a to řádově méně než jedna desetina w . Dlouhé horizontální svorky zabraňují kontrakci vedlejších stran vzorku a dochází k napětí ve vertikálním směru. Smyk vzniká v příčné rovině pod úhlem 45° . [2]

Poměrné prodloužení je při deformaci $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = \lambda$, $\lambda_3 = \lambda^{-1}$, napětí $\sigma_3 = 0$. Napětí σ_2 je vyvoláno tuhými svorkami (které brání kontrakci), takže nulové není. Tlak P je pak:

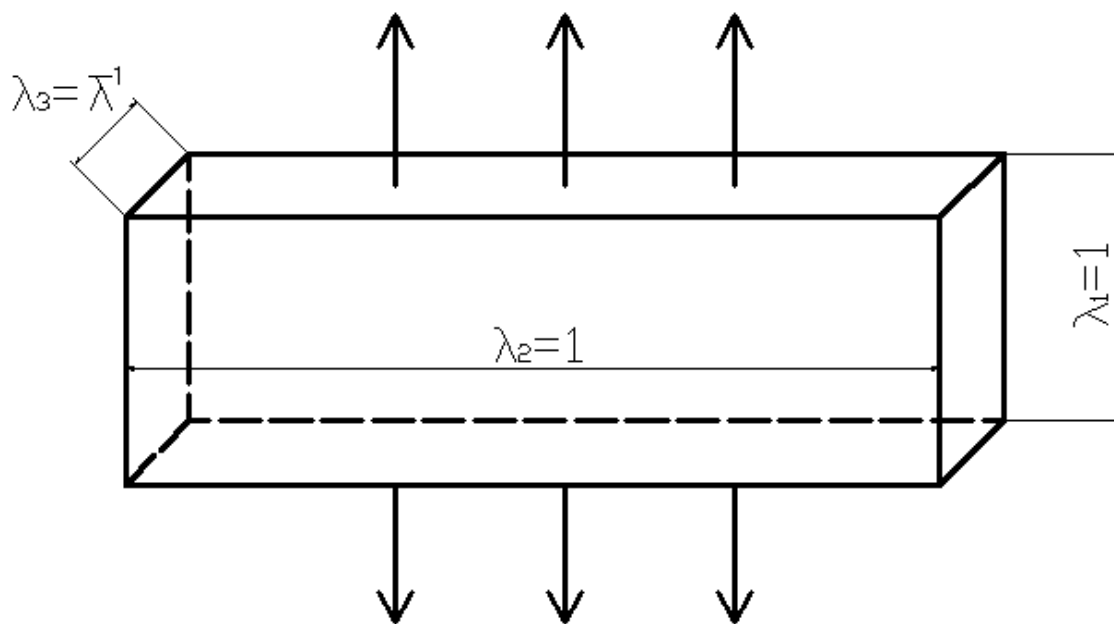
$$P = -2 \left(\lambda^{-2} \frac{\partial W}{\partial I_1} - \lambda^{-2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (22)$$

Napětí σ_1 v protahovaném směru je:

$$\sigma_1 = \sigma = 2 \left[\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} \right) + \left(\frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] (\lambda^2 - \lambda^{-2}) \quad (23)$$

Vedlejší napětí:

$$\sigma_2 = 2 \left[\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} \right) + \lambda^2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] (1 - \lambda^{-2}) \quad (24)$$



Obr. 9. Čistý smyk

3 ZKOUŠENÍ MATERIÁLU

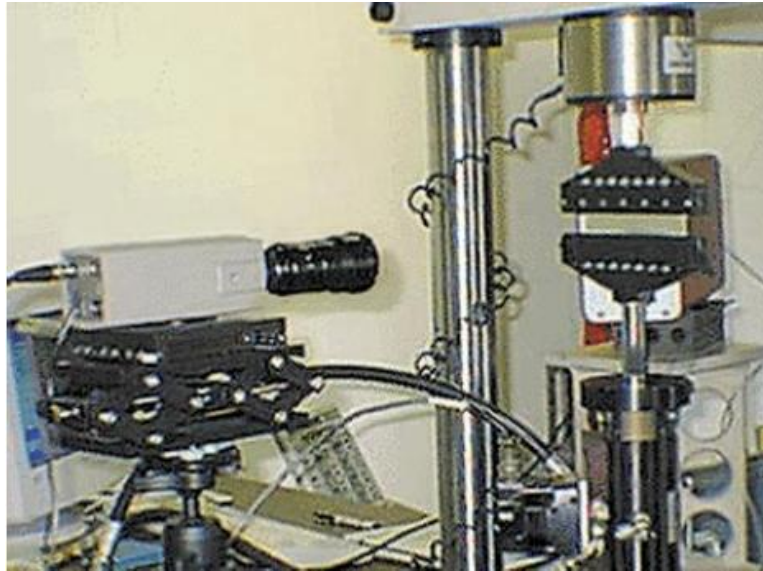
Existuje několik norem pro zkoušení materiálů. Avšak experimentální požadavky pro analýzy jsou poněkud odlišné než většina normovaných zkušebních metod. Patřičné experimenty nejsou ještě jasně definované národní nebo mezinárodní normovací organizací. Tato potíže pochází z komplexu matematických modelů, které jsou potřebné k definování nelineárních a téměř nestlačitelných vlastností elastomerů. Zkoušení popsané níže definuje a splňuje vstupní požadavky hyperplastických materiálových modelů, které existují

v nelineárním konečně prvkovém softwaru jako je MSC.Marc. Přestože jsou zkoušky provedené samostatně a deformační stavy jsou různé, tak jsou data ze všech individuálních zkoušek použita jako sada. To znamená, že vzorky použité pro jednotlivé experimenty musí být ze stejného materiálu. [4]

3.1 měřicí technika

Základní měřicí techniky prodiskutovované zde jsou omezeny silou, délkou a časem. Síla je obvykle měřena snímačem zatížení. Snímač zatížení ve skutečnosti měří změny v odporu napěťových měřičů umístěných v přemostění na rámu stroje.. Změna odporu je převáděna na zápis síly. Výstup ze snímače zatížení se zadává do systému sběru dat v počítači spolu s počáteční plochou vzorku. Záznam síly je rozdělen do původní plochy vzorku automaticky systémem sběru dat. [4]

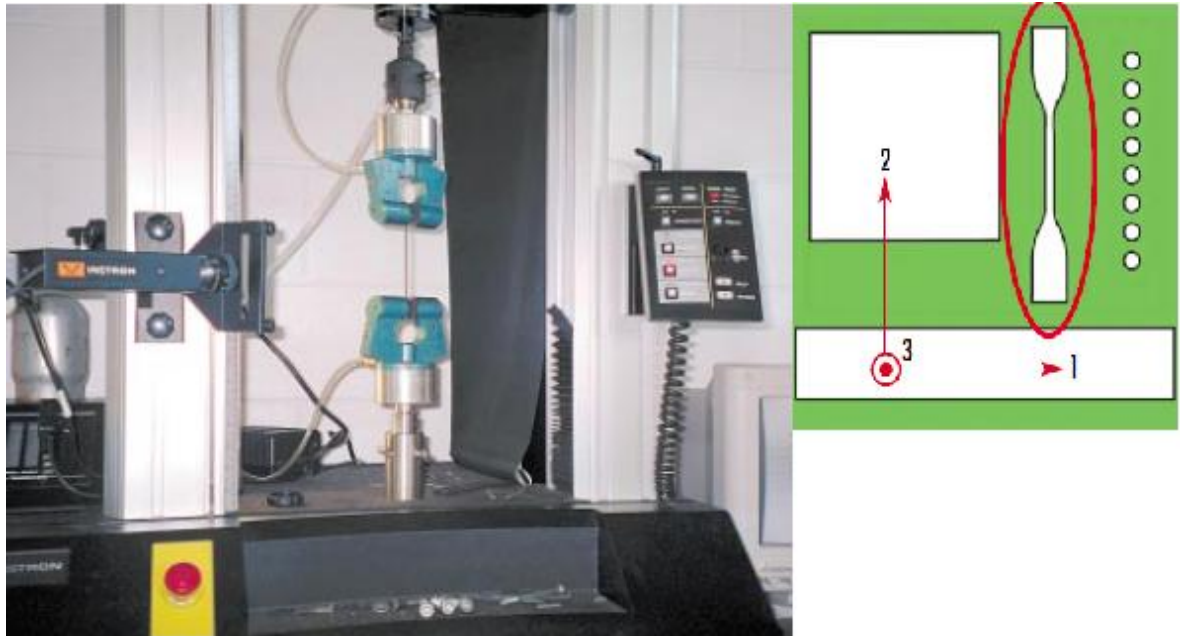
Délka nebo pozice je měřitelná bezkontaktním zařízením, jako je video extenzometr (obr.10) nebo kontaktním zařízením. Video extenzometr měří rozdíly v barvě mezi dvěma body na vzorku. Délka mezi těmito dvěma body je nepřetržitě zaznamenávána do systému sběru dat. Další bezkontaktní technikou je laserový extenzometr. Laser vysílá plošné světlo které je odraženo zpět od zrcátka připevněného na vzorku (obr.). Na začátku zkoušky, je zadána počáteční délka do systému pro sběr dat, a jak zkouška pokračuje, jsou zaznamenávány změny v délce do tohoto systému. Čas je zaznamenáván systémem, který pak synchronizuje sílu a měřenou délku. Zaznamenaná data mohou být vypsána do souboru ASCII, který obsahuje napětí, deformaci a čas, které jsou později použita pro hyperplastický materiálový model dílce. [4]



Obr. 10. Videoextenzometr a měřicí přístroj [4]

3.2 Jednoosá tahová zkouška

Jednoduché tahové zkoušky jsou velice oblíbené. Nejdůležitější požadavek je, aby se postupně dosáhlo stavu prostého tahového namáhání, vorek je mnohem delší ve směru protažení než v šířce a tloušťce. Na geometrii vzorku lze aplikovat metodu konečných prvků pro určení poměru délky vzorku k šířce. Výsledek této analýzy ukáže, že vzorek musí být nejméně 10 krát delší než je jeho šířka a tloušťka. Protože zkouška není určena k roztržení vzorku nemusí se používat zkušební tělísko, které se běžně používá k zamezení roztržení vzorku v upínadle. Také není požadována absolutní velikost vzorku, délkou se v tomto případě rozumí délka mezi nástrojovými svěrkami. Svorky na vzorku vytvářejí neurčitý stav síly a napětí v oblasti kolem svěrek v průběhu upnutí. Proto prodloužení L/Lo musí být měřeno na vzorku, ale pryč od svorky, tam kde působí prostý tahový stav. Zatížení P je měřeno snímačem zatížení. K měření okamžité plochy A , kolmé k zatížení se používá posuvné měřidlo. [4]



Obr. 11. Jednoosá tahová zkouška [4]

3.3 Dvouosá tahová zkouška

a) Kruhová

Rovnoměrné napěťové deformační stavy jsou dosaženy radiálním roztahováním kruhového disku. Nominální rovnoměrné biaxiální napětí působící uvnitř vzorku na jeho vnitřním průměru se vypočítá jako:

$$\sigma = \frac{P}{A_0}, \text{ kde } A_0 = \pi \cdot D \cdot t_0 \quad (25)$$

- D je původní průměr mezi dírami na obvodu.
- P je suma radiálních sil
- t_0 je původní tloušťka.

Neboť v rovině vzorku je deformační stav je stejný, radiální členy síly a napětí jsou stejné s polárními a k rovině kolmé komponenty získávají stejnou hodnotu. Jinými slovy, jestliže se čtvercový nebo kruhový vorek deformuje na větší čtverec nebo kruh je vzorek protahován. [4]

b) Čtvercová

Rovnoměrné napěťové deformační stavy mohou být také dosaženy radiálním roztahováním čtvercové folie. Nominální rovnoměrné biaxiální napětí obsažené uvnitř vzorku se vypočítá jako:

$$\sigma = \frac{P}{A_0}, \text{ kde } A_0 = W \cdot t_0 \quad (26)$$

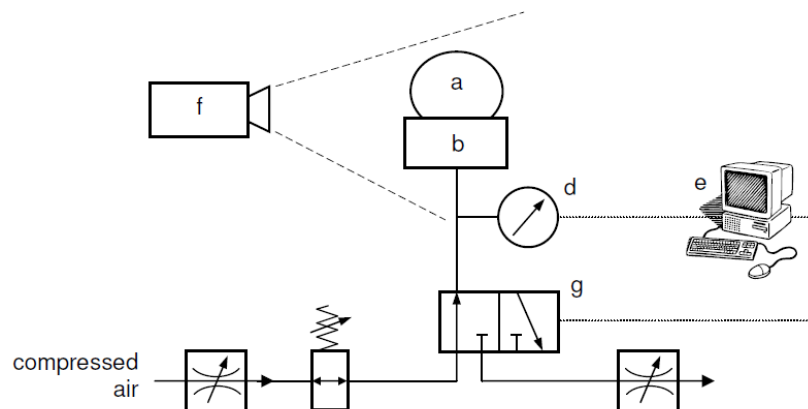
- W je plocha vzorku
- P je průměr sil kolmých k ploše vzorku
- t_0 je původní tloušťka vzorku

U obou případů musí být bezkontaktní napěťové měřicí přístroje používány tak, aby se napětí měřilo pryč od svorkové hrany. [4]

c) Nafukování

Schematický pohled zkušebního zařízení je na obr.12. Vzorek (a) určité tloušťky je pevně uchycen mezi dvěma prstenci s vnitřním průměrem 40mm, které jsou uchyceny na desce (b). Další funkcí desky je přivádět stlačený vzduch na jednu stranu vzorku. Tlak vzduchu je regulován tlakovým regulátorem (c) a regulačním ventilem (g). Aktuální hodnota tlaku se zaznamenává pomocí tlakového čidla (d). Nafouknutí vzorku je zaznamenáváno CCD kamerou s vysokým rozlišením (f). Počítač se používá ke kontrole tlakového ventilu.

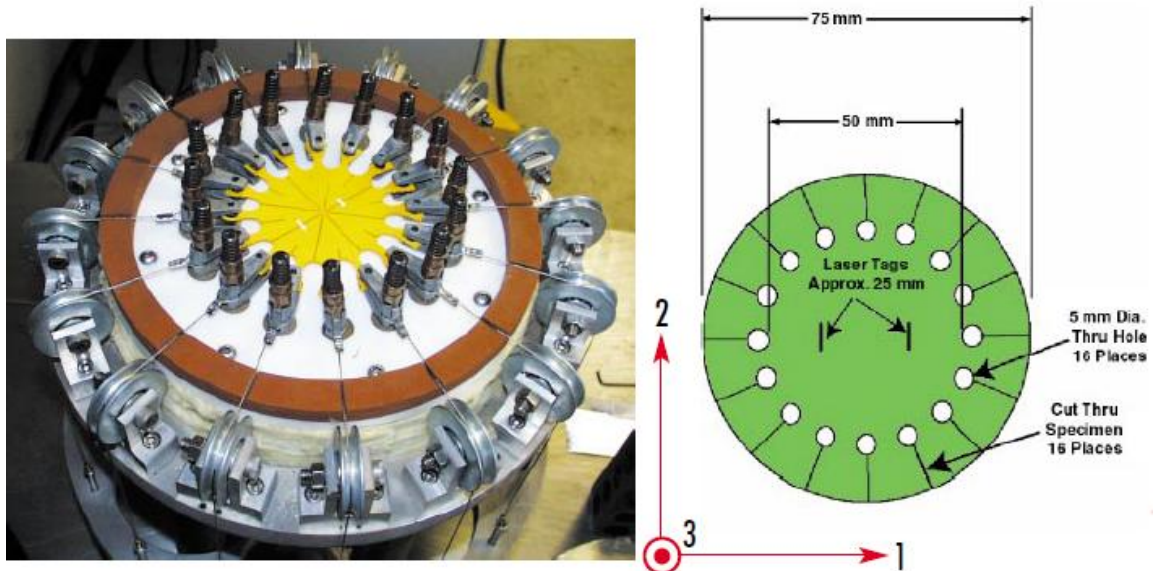
Bílé pásy byly nakresleny uprostřed vzorku pro měření roztažení. To je důležité pro měření protahování a poloměru zakřivení pouze v oblasti blízko pólu (mezi pásy) nafouklého vzorku a nikoli na celou bublinu, protože dvouosá napjatost se vyskytuje pouze na pólu (obr.13).



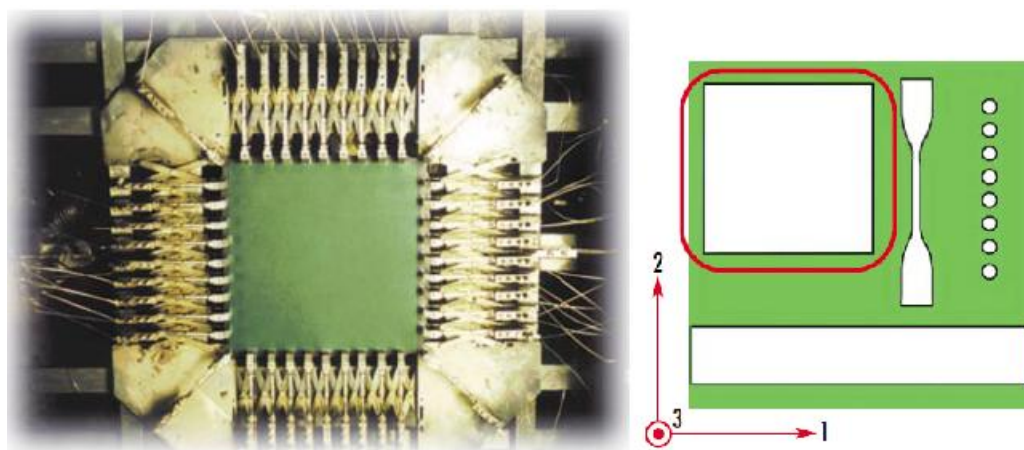
Obr. 12. Schéma zkušebního zařízení



Obr. 13. Nafouknutý vzorek



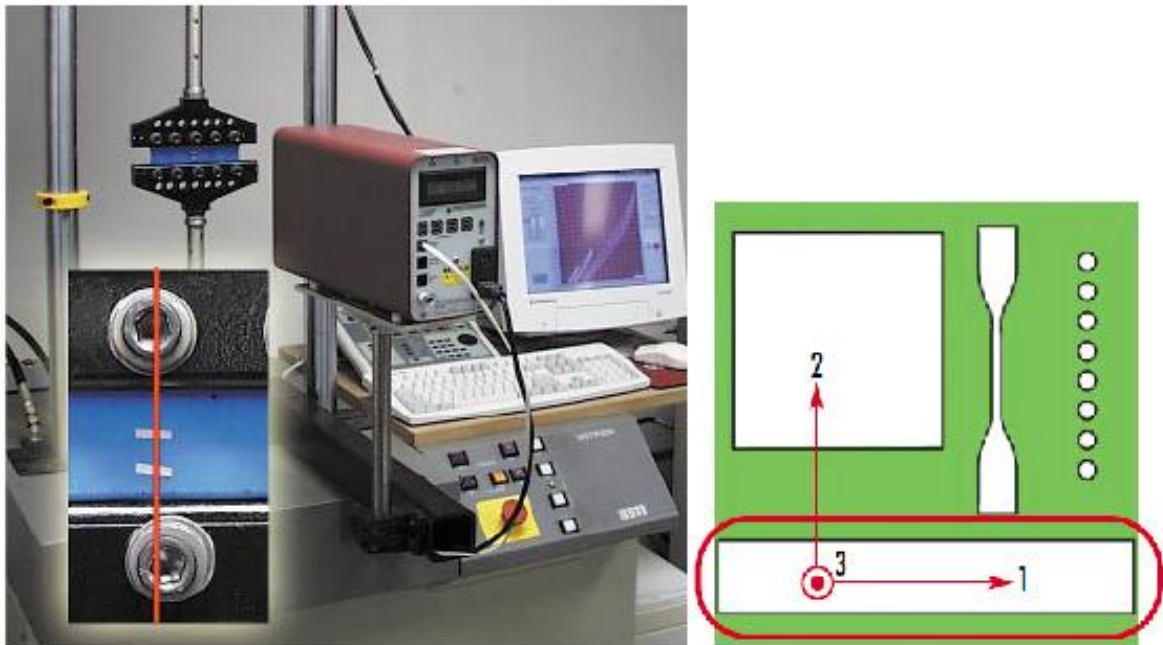
Obr. 14. Dvousá kruhová tahová zkouška [4]



Obr. 15. Dvousá čtvercová tahová zkouška [4]

3.4 Zkouška čistým smykem

Zkouška se na první pohled jeví jako tahová zkouška. Nejvýznamnějším rozdílem je že je vzorek mnohem kratší ve směru zatěžování než je jeho šířka. Stav čistého smyku ve vzorku existuje pod úhlem 45° ke směru protahování. Cílem je vytvořit zkoušku, ve které je vzorek je dokonale omezen v příčném směru, takže všechno ztenčování vzorku se děje ve směru tloušťky. Požadavek na vzorek je, aby byl nejméně 10 krát širší než rozměr ve směru protahování. Tato zkouška je na tento poměr velice citlivá. [4]



Obr. 16. Zkouška čistým smykem a laserový extenzometr se značkami na vzorku [4]

3.5 Objemová zkouška

Při objemové zkoušce je vzorek (nebo více vzorků) umístěn do dutiny zkušební desky a jsou mazány silikonovým olejem. Na vzorky působí píst, napětí od něj je pak:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = - \left| \frac{P}{A_0} \right| \quad (27)$$

- A_0 je plocha pístu
- P je tlaková síla pístu

Jelikož jsou vzorky pevně bočně omezeny ve zkušební desce, tak se odehrává deformace pouze ve směru působení pístu. Informace týkající se objemového modulu můžou být také

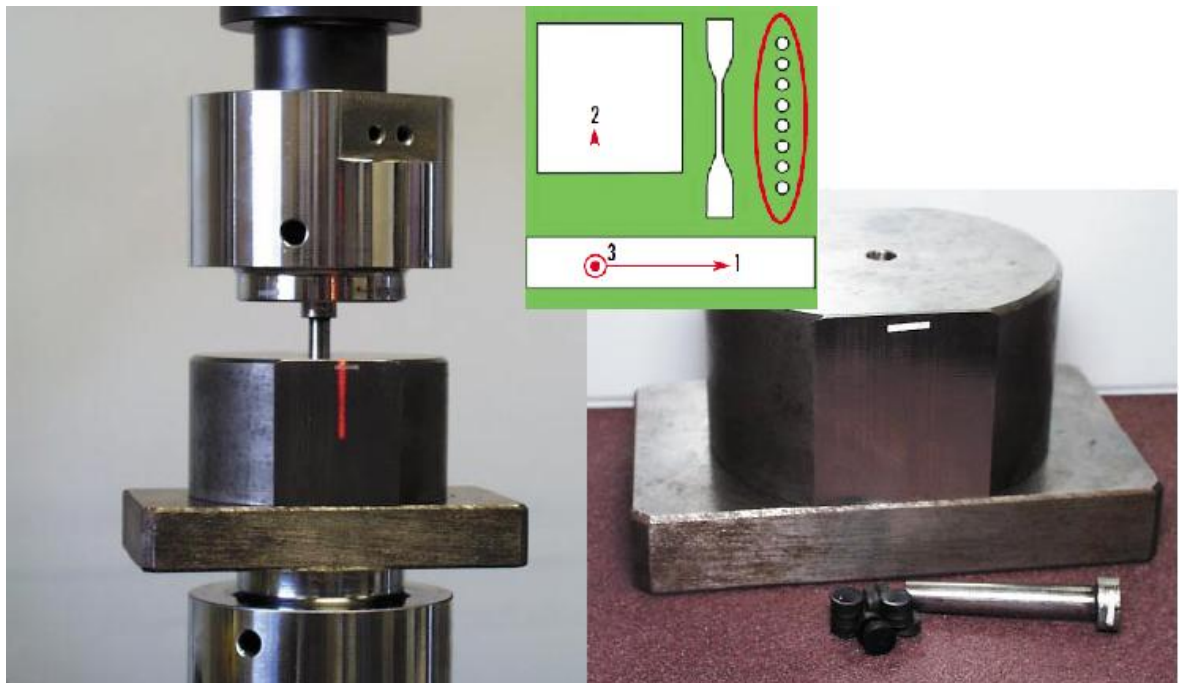
získány měřením relativní plochy v jednoosé nebo dvouosé tahové zkoušce. V tomto případě nemusí být objemová zkouška provedena. U materiálů kde je stlačitelnost velmi důležitá, např. pěna, musí být objemový test provedený použitím nestlačitelné kapaliny, jako je např. voda. V tomto případě jsou deformace ve všech směrech stejné: [4]

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (28)$$

a výsledné napětí je:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p \quad (29)$$

Kde $-p$ je tlaková síla kapaliny



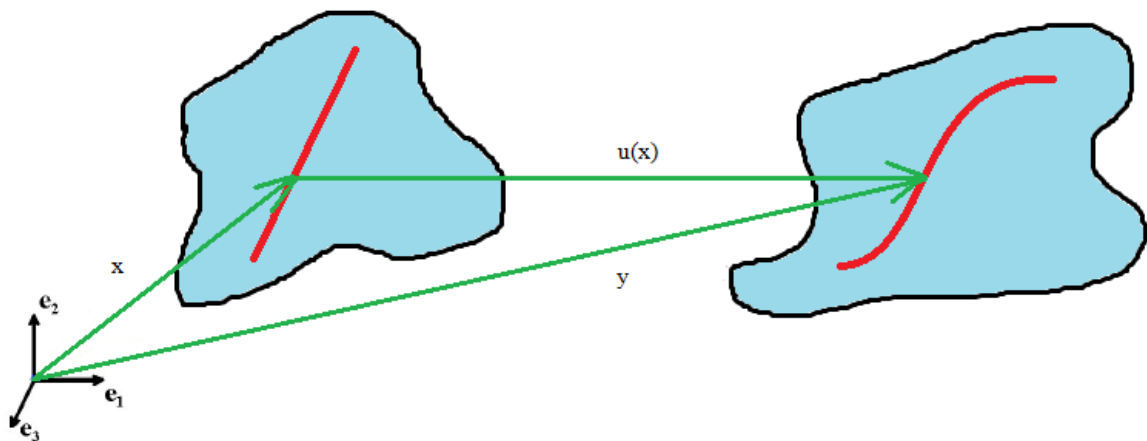
Obr. 17. Objemová zkouška [4]

4 FEM ANALÝZY, SYSTÉMY A SOFTWAREVÁ PODPORA

4.1 FEM

FEM = **F**inite **E**lement **M**ethod (Metoda konečných prvků)

Slouží k řešení parciálních derivačních rovnic. FEM je zobecněna Ritz-Galerkinova variační metoda, užívající bázových funkcí s malým kompaktním nosičem, úzce spjatým se zvoleným rozdělením řešené oblasti na konečné prvky. [5]



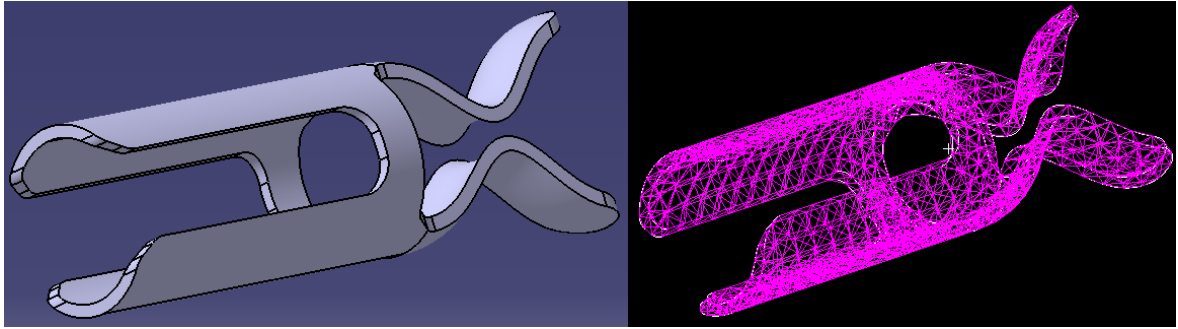
Obr. 18. Vektor posunutí bodů $u(x)$ tělesa

V mechanice pevných těles je FEM využívána především k popisu a řešení "pole posunutí" v tělese zatíženém vnějšími silami. Pokud známe vektory posunutí $u(x)$ bodů tělesa, můžeme určit deformační a napěťové pole. [5]

Dva základní typy FEM analýzy pevných těles:

- **statický** - rovnováha vnitřních a vnějších sil působících na těleso. Tato analýza není závislá na čase. $\sum F = 0$
- **dynamický** - např. vibrace, šíření vln, rychlé děje (exploze, rázy). Tato analýza je závislá na čase. $\sum F = m \cdot a$

FEM systémy obecně pracují v následujícím pořadí: V preprocesoru se vytváří geometrický model, definují se jeho vlastnosti a také materiálové vlastnosti, vytváří se na něm síť, která obsahuje určitý počet elementů (počet závisí na přesnosti výpočtu) a stanovují se okrajové podmínky spolu s uchycením a zatížením. Takto definovaný a zatížený model je později podroben výpočtu v tzv. solveru. Vypočtené výsledky (deformace, posunutí aj.) jsou zobrazovány v postprocesoru. [5]



Obr. 19. Geometrický model x FEM model

4.2 FEM software

FEM software jsou nejrozšířenějšími programy pro řešení strukturálních analýz ve světě.

Při řešení mojí práce jsem použil programy MSC.Patran a MSC.Marc.

Patran je konečně prvkový pre a postprocesor, který vytváří rozhraní se všemi hlavními CAD systémy jako jsou např. CATIA, ProE, CAD aj. Umožňuje přenášet modelová data odkudkoliv kamkoliv. MSC.Marc je solver, ve kterém probíhá výpočet. [6]

II. PRAKTICKÁ ČÁST

5 STANOVENÍ CÍLŮ

Cílem této bakalářské práce je porovnat dva přípravky pro uchycení dlouhých tyčí při soustružení. Jednotlivé přípravky (původní návrh a konečný přípravek) budou podrobeny analýze pomocí FEM.softwaru, konkrétně programu MSC.Patran a MSC.MARC a MENTAT

6 NÁVRH GEOMETRICKÉHO MODELU ZVOLENÉHO PRVKU

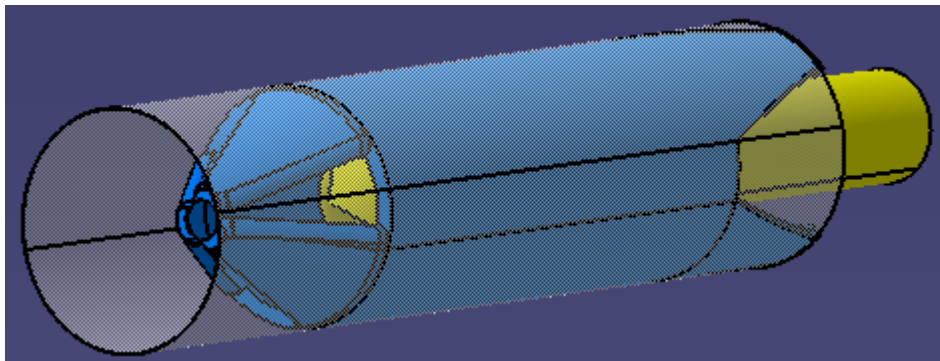
Pro vymodelování součástí byl použit program CATIA a vytvořený model byl importován do programu MSC.Patran, který umožňuje import souboru bez převádění do jiného formátu. V MSC Patran lze sice vytvářet modely ale spíše jednodušších tvarů.

Pro analýzu a zjištění potřebných hodnot je nutné vytvořit geometrii zatěžujícího případu, tzn. vytvořit tyč, a trubku, ve které bude svěrka umístěna viz. obr 20. a 21.

Svěrky budou při soustružení umístěny v trubce, která se otáčí současně s vřetenem soustruhu. Materiál (tyče) jsou poté zasouvány do takto umístěné svěrky. Svěrky slouží k uchycení materiálů různých průřezů nejen kruhových.

6.1 Původní návrh

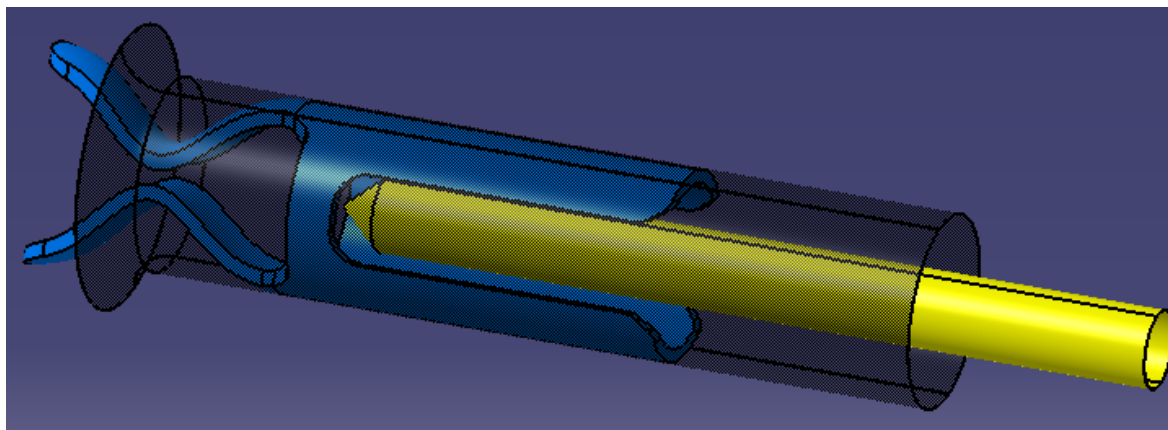
Pro simulaci zatížení svěrky u původního návrhu uvažujeme svěrku umístěnou v trubce, u které dochází k zatížení tyčí posouvající se ve směru osy svěrky.



Obr. 20. Původní návrh

6.2 Konečný návrh

Pro simulaci zatížení svěrky u konečného návrhu uvažujeme svěrku umístěnou uvnitř trubky ale s packami vně trubky. Zatížení proběhne nejprve nasunutím trubky ve směru osy, kdy dojde ke stlačení pacek a poté posunem tyče ve stejném směru. Při soustružení je svěrka umístěna celá uvnitř trubky. Tento model (obr.21) slouží pouze pro simulaci zatížení.



Obr. 21. Konečný návrh

7 NÁVRH KONEČNĚ PRVKOVÉHO MODELU

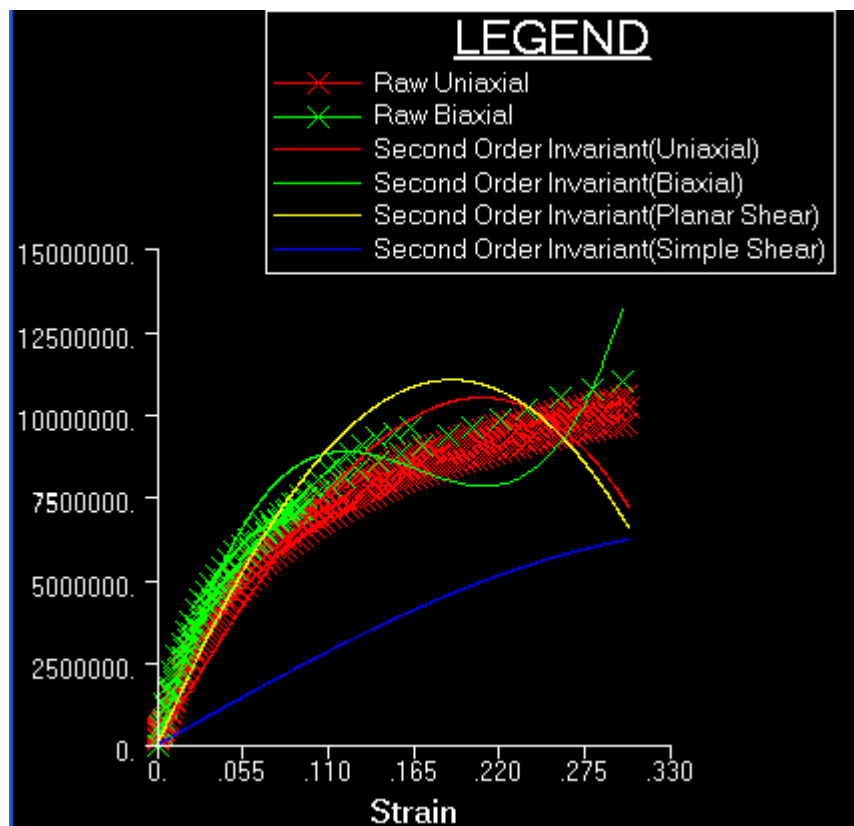
Pro výpočet výsledných deformací, napětí a celkové přitlačné síly je třeba definovat několik základních údajů. Jsou to materiálové vlastnosti, tělesové vlastnosti, tvorba sítě a definování zatížení, které jsou postupně zadávány do programu.

7.1 Materiálové vlastnosti

Pro materiál obou přípravků (svěrek) polyuretan je nutné určit jeho základní údaje a vlastnosti. Ty se určí pomocí zkoušek viz. teoretická část a jsou uloženy jako data pro použití v FEM programu MSC.Patran.

Dále je třeba určit patřičný matematický model, jehož charakteristika se bude co nejvíce podobat výsledkům zkoušek. Tím je pro zadanou úlohu 2nd order invariant. Materiálové konstanty mají dle programu hodnoty $c_{10}=21876056$ Pa, $c_{01}=8658192$ Pa, $c_{11}=28158256$ Pa, $c_{20}=44433040$ Pa.

Na obrázku 19. vidíme výsledky jednotlivých zkoušek pro PUR zanesené do jednoho grafu závislosti napětí x deformace a porovnané s matematickým modelem 2nd order invariant.

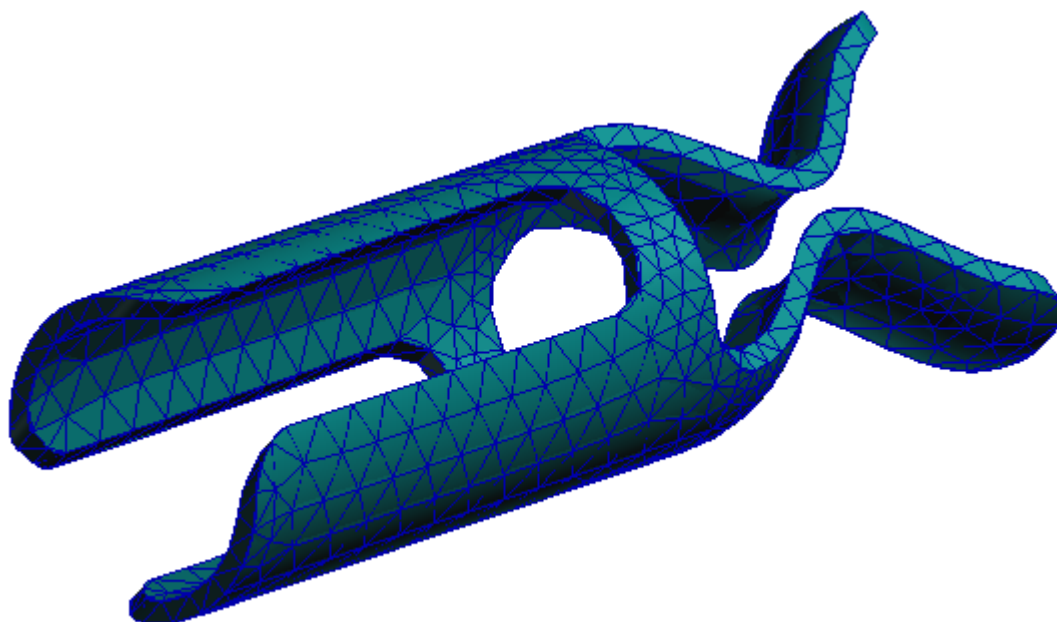


Obr. 22. Výsledky zkoušek polyuretanu srovnané s 2nd order invariant modelem

7.2 Tvorba sítě

Síť je tvořena uzly (nody), které jsou definovány číslem, souřadnicemi a stupni volnosti a elementy, které jsou definovány číslem, připojenými uzly, interpolací, integračními body a materiálovými vlastnostmi.

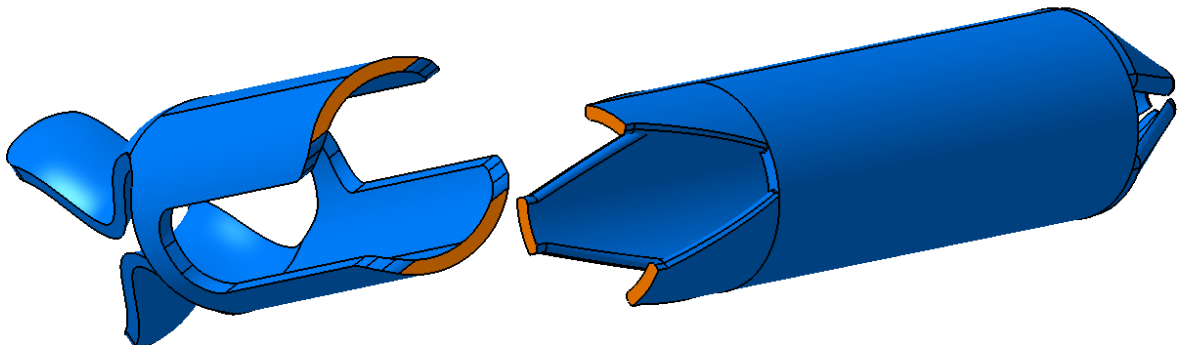
Pro zadaná tělesa jsem zvolil typ síťovací metody pro 3D těleso (solid) tet mesh, která vytváří elementy ve tvaru čtyřstěnu s trojúhelníkovými plochami stěn. MSC.Patran vypočetl celkový počet nodů 947 a počet elementů 2396 pro konečný návrh a 3028 nodů 9235 elementů pro původní návrh.



Obr. 23. Zesíťované těleso

7.3 Zatížení a okrajové podmínky

Jak už bylo zmíněno výše, zatížení se musí podobat skutečnosti. K tomuto účelu slouží vytvořená tyč uvnitř svěrky a trubka, ve které je svěrka umístěna. K nehybnému uchycení svěrky slouží okrajová podmínka, u které se nadefinuje nulový pohyb u krajních ploch svěrek, čímž se zamezí jakémukoliv posunu svěrek při zatěžování, neboli odeberou se 3 posunutí ve směru x , y a z nehybně uchycené plochy svěrek jsou zvýrazněny na obrázku 24.



Obr. 24. Nehybně uchycené plochy svěrek

Pomocí podmínky Contact se nadefinuje co s čím má být v kontaktu. Rozlišují se dva základní typy:

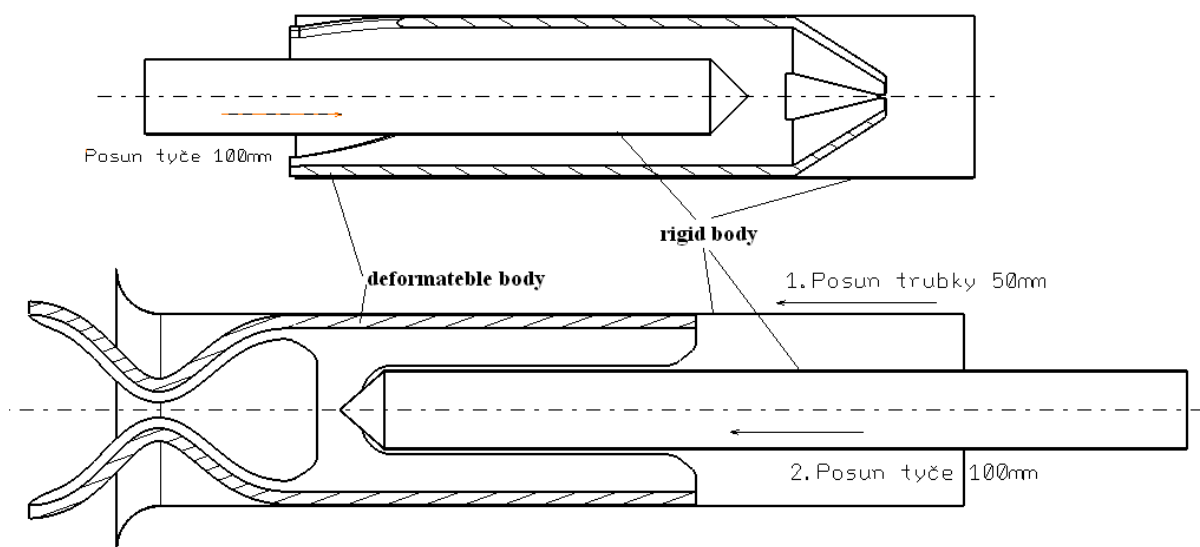
- Deformovatelné těleso (deformable body)
- Pevné (nedefinovatelné) těleso (rigid body)

Pro simulaci zatížení musí být na svěrci vytvořena okrajová podmínka contact s deformable body a na tyči a trubce contact s rigid body aby docházelo pouze k deformaci svěrky.

Zatížení při simulaci nadefinujeme pomocí:

- posunu trubky a tyče v ose svěrky u konečného návrhu
- Pouze pomocí posunu tyče u původního návrhu

Ve skutečnosti jsou ale obě svěrky při soustružení uvnitř trubky, zobrazené zatížení slouží pouze pro simulaci v FEM softwaru.



Obr. 25. Způsob zatížení svěrek

8 VÝPOČET

Při analýze byly vybrány tyto výstupy výpočtu:

Uzlové výsledky: -contact normal force (kontaktní normálová síla)
 -displacement (posunutí)

Elementové výsledky: -total strain (deformace)
 -Von Missesovo napětí

Pro zobrazení namáhání a deformace svěrek byly použity výsledky Von Missesova napětí a výsledky displacement (posunutí) kontaktních částí svěrek.

Pro srovnání obou svěrek poslouží zejména contact normal force (kontaktní normálová síla) v oblastech sevření materiálu, což je síla kterou působí svěrky na tyče. Tato síla jako jediná byla určena pomocí programu MSC.Patran ostatní výsledky byly odečteny v solveru MSC.Marcu - Mentatu.

9 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

9.1 Von Missesovo napětí

Jde o skalár, pomocí kterého lze určit selhání isotropního materiálu zatíženého obecným víceosým (prostorovým) napětím. Je srovnáváno s pevnostními parametry materiálu získanými při jednoosém stavu zatížení. Lze ho určit z druhého invariantu deviačního (distorzního) napětí:

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 6(\sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 + \sigma_{12}^2)}{2}} \quad (30)$$

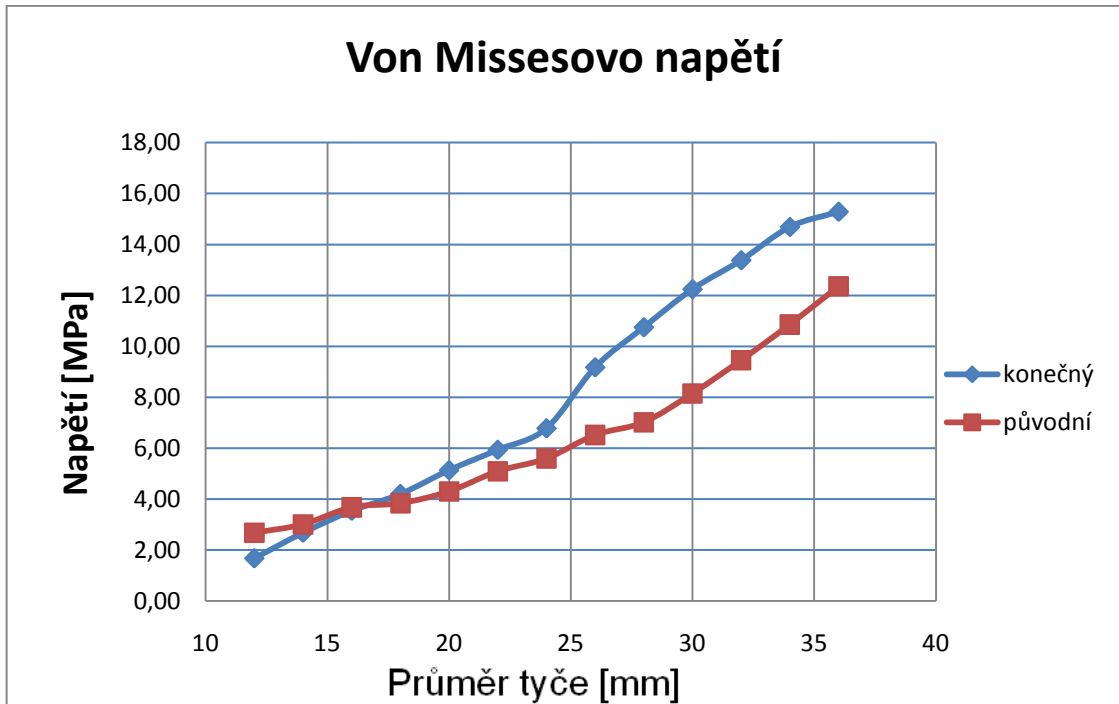
9.1.1 Srovnání svěrek

U obou případů bylo použito 13 tyčí různých průměrů dle zadání. Oba návrhy vykazují rostoucí tendenci napětí se zvětšujícím se průměrem tyče viz. tabulka 1. a graf.

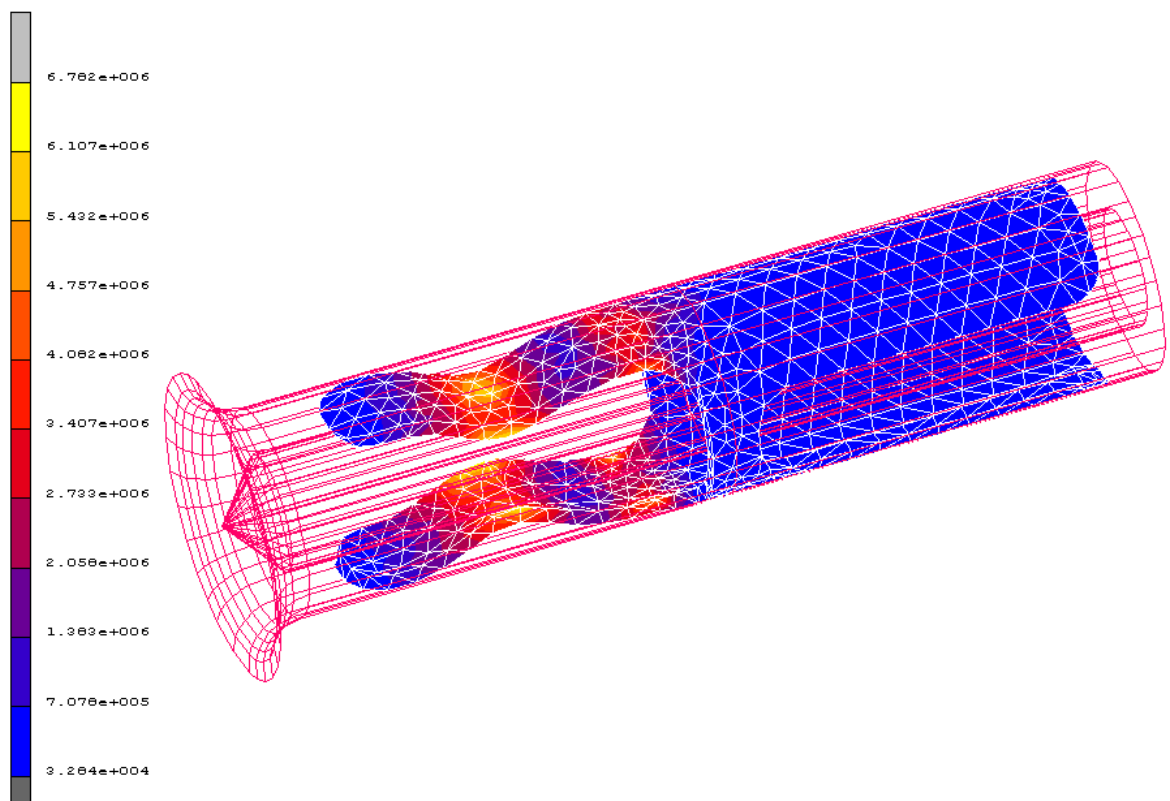
Jako příklad je na následujících obrázcích (obr.27 a 28) vidět napětí při zatížení tyčí průměru 24mm u obou návrhů.

	KONEČNÝ NÁVRH	PŮVODNÍ NÁVRH
průměr tyče	Napětí Von Misses [Mpa]	
12	1,68	2,68
14	2,69	3,01
16	3,55	3,68
18	4,21	3,84
20	5,14	4,31
22	5,94	5,10
24	6,78	5,60
26	9,18	6,52
28	10,75	7,02
30	12,25	8,15
32	13,38	9,46
34	14,69	10,86
36	15,29	12,36

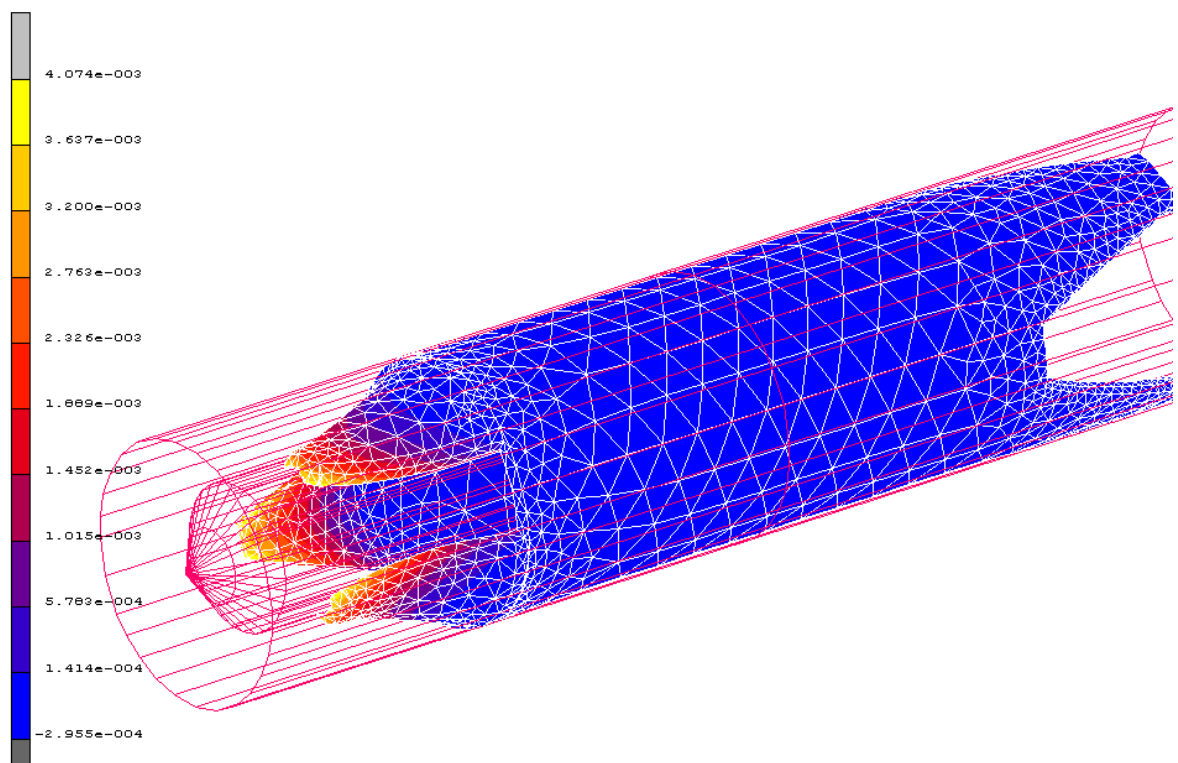
Tab. 1. Srovnání svěrek- Von Missesovo napětí



Obr. 26. Graf - Von Missesovo napětí



Obr. 27. Von Missesovo napětí při zatížení tyčí průměru 24mm-konečný návrh



Obr. 28. Von Missesovo napětí při zatížení tyčí průměru 24mm-původní návrh

9.2 Deformace

Deformace byla měřena u obou návrhů v místě kontaktu svěrky s tyčí.

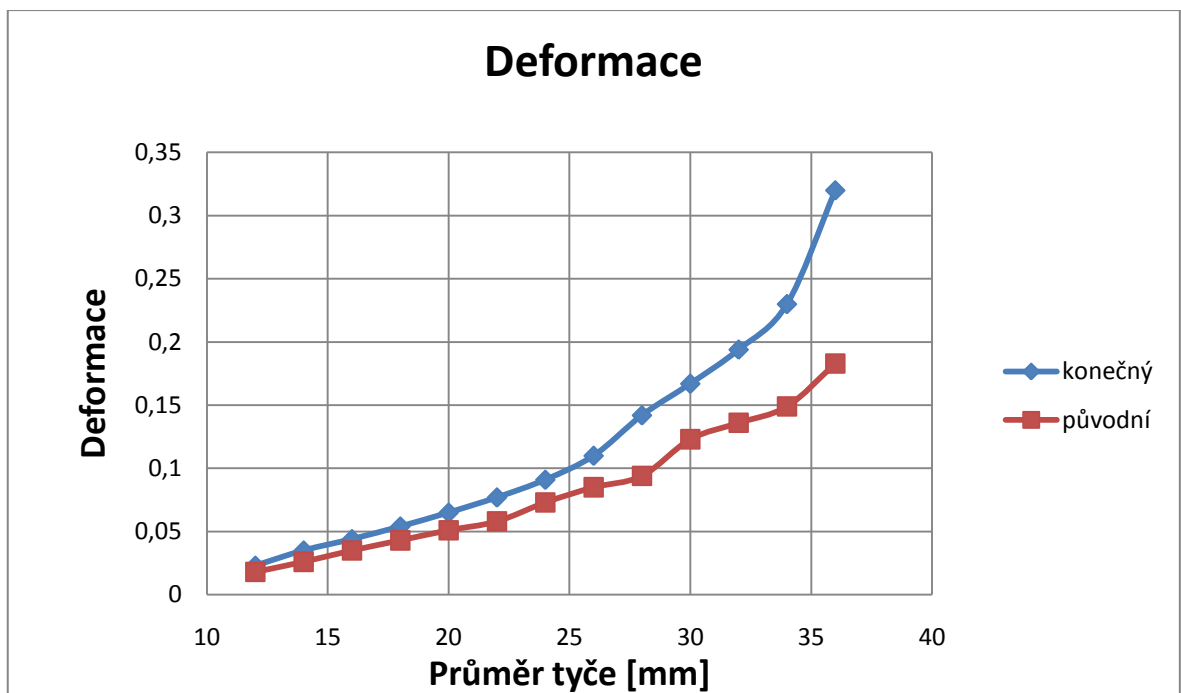
9.2.1 Srovnání svěrek

U obou případů bylo použito 13 tyčí různých průměrů dle zadání. Oba návrhy vykazují rostoucí deformace se zvětšujícím se průměrem tyče viz. tabulka 2. a graf.

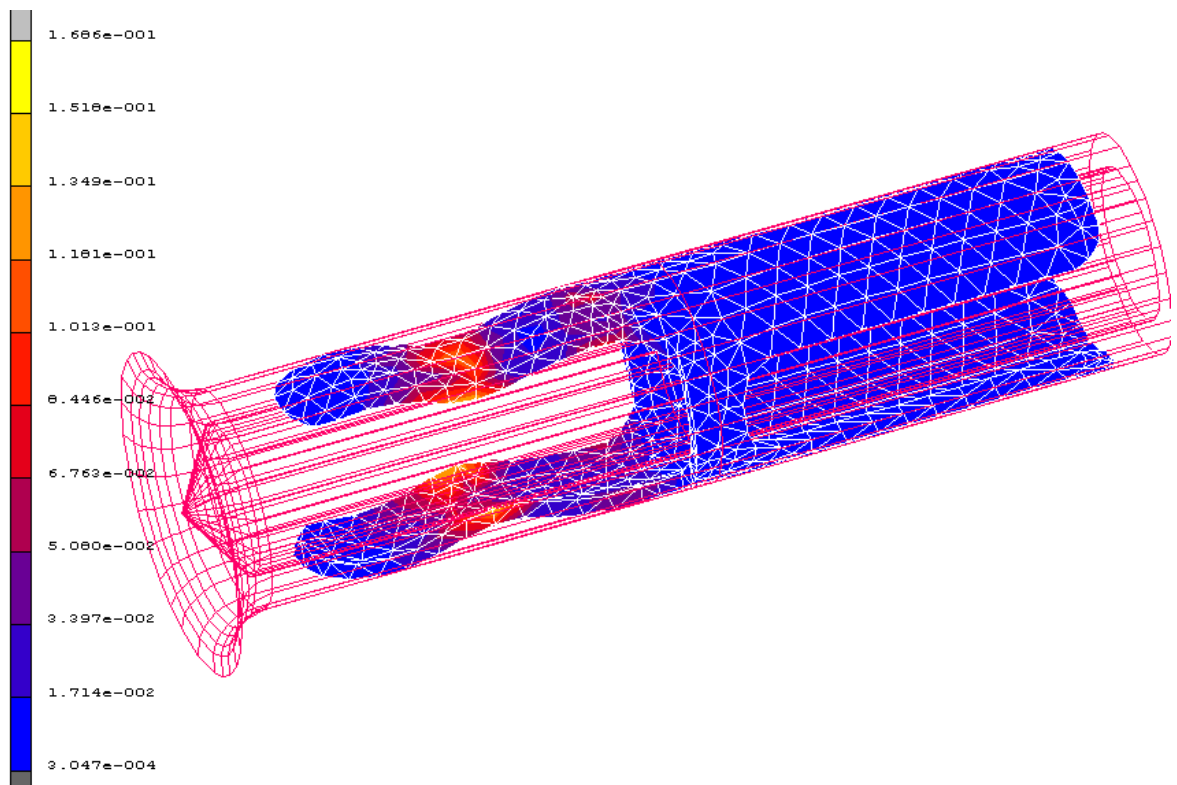
Jako příklad je na následujících obrázcích (obr.30 a 31) vidět deformace při zatížení tyčí průměru 30mm u obou návrhů.

Průměr trubky	KONEČNÝ NÁVRH	PŮVODNÍ NÁVRH
	Deformace	
12	0,023	0,018
14	0,035	0,026
16	0,044	0,035
18	0,054	0,043
20	0,065	0,051
22	0,077	0,058
24	0,091	0,073
26	0,11	0,085
28	0,142	0,094
30	0,167	0,123
32	0,194	0,136
34	0,23	0,149
36	0,32	0,183

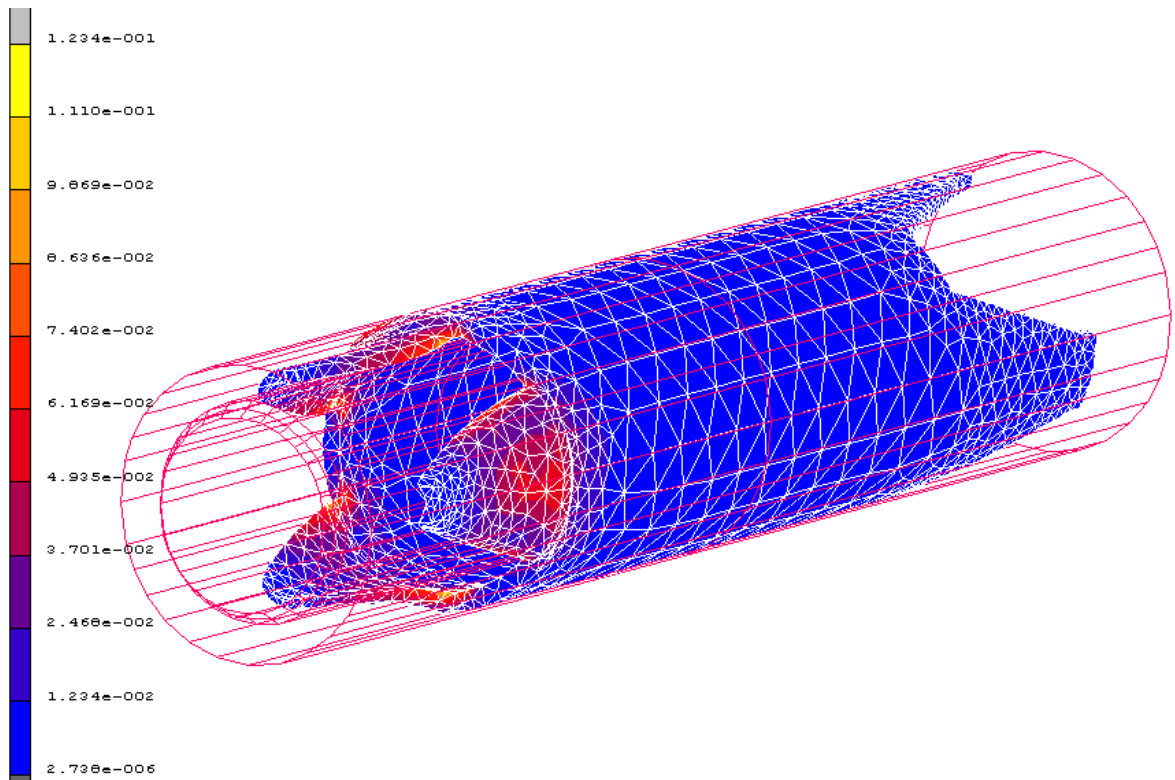
Tab. 2. Srovnání svěrek- deformace



Obr. 29. Graf - Deformace



Obr. 30. Deformace svěrky při zatížení tyčí průměru 30mm-konečný návrh



Obr. 31. Deformace svěrky při zatížení tyčí průměru 30mm-původní návrh

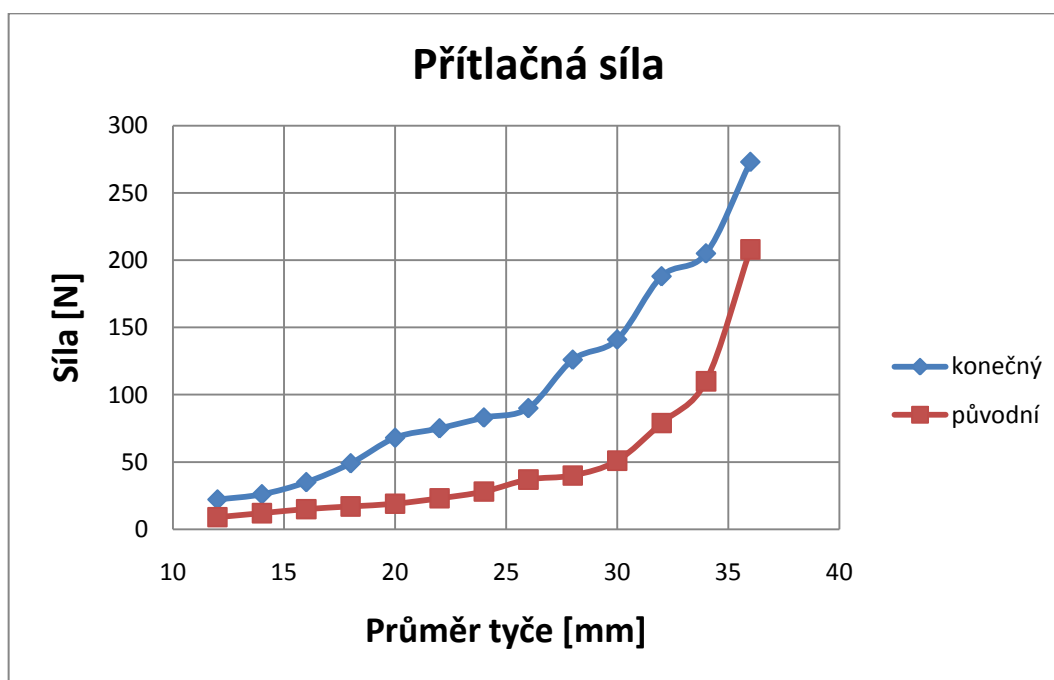
9.3 Celková přitlačná síla

Jedná se o sílu, kterou působí svěrka na tyč neboli síla, která drží svěrku při soustružení. Tato síla byla měřena v oblasti kontaktu svěrek s tyčemi. Pomocí MSC.Patran byl vytvořen zápis síly, tzn. byly vypsány jednotlivé síly na uzlech ve vybrané oblasti, které byly poté algebraicky sečteny a označeny jako celková přitlačná síla.

Průměr tyče [mm]	KONEČNÝ NÁVRH	PŮVODNÍ NÁVRH
	Přitlačná síla [N]	
12	22	9
14	26	12
16	35	15
18	49	17
20	68	19
22	75	23
24	83	28
26	90	37
28	126	40
30	141	51
32	188	79
34	205	110
36	273	208

Tab. 3. Celková přitlačná síla

Následující graf ukazuje přitlačnou v závislosti na průměru tyče.



Obr. 32. Graf přitlačné síly

ZÁVĚR

V této bakalářské práci byly porovnávány dva návrhy svěrek pro uchycení dlouhých tyčí při soustružení.

Pro srovnání těchto svěrek posloužil program MSC. Patran a MSC. MARC. V tomto softwaru byly nadefinovány geometrické a konečněprvkové modely, přiřazení materiálových vlastností a také vhodného matematického modelu čímž je 2nd order invariant, dále pak vytvoření zatížení a okrajových podmínek.

Obě svěrky byly pevně uchyceny čímž jim bylo zabráněno v jakémkoliv posunu. Simulace zatížení byla provedena pomocí tyčí zasouvajících se do svěrek ve směru jejich os. Jako hlavní srovnávací hodnota byla určena celková přítláčná síla a vedlejší hodnoty Von Misesovo napětí a deformace kontaktních částí svěrek.

Z vypočtených hodnot napětí a posunutí je jasně patrná zvyšující se tendence napětí i deformace s rostoucím průměrem tyčí. K největšímu napětí i deformaci docházelo v oblasti kontaktu svěrek s tyčemi, kdy největší vypočtené napětí činilo 15,29 MPa. Tyto hodnoty byly zaneseny do grafů, a jak je vidět křivky se od sebe nijak zvlášť neliší a slouží spíše pro představu, jak se jednotlivé svěrky chovají při zatížení. Kdežto graf přítláčné síly ukazuje, že konečný návrh působí větší přítláčnou silou než původní návrh. Pro srovnání: max. hodnota síly u průměru tyče 12 mm je u původního návrhu 9N a u konečného 22N. U největšího průměru tyče 36 mm je to pak u původního návrhu 208N a u konečného 273N.

Z těchto výsledků usuzuji že konečný návrh svěrky je pro daný problém vhodnější.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Dombrow, B. A. *Polyuretany*, 1st ed.; Praha:SNTL, 1961.
- [2] Kledrowetz, J. Numerická simulace mechanického chování elastomerního prvku. Bc. práce, UTB Zlín, 2008.
- [3] Ing. Javořík, Ph.D, J. *Hyperelasticita, učební text*
- [4] Nonlinear finite element analysis of elastomers. 2000. MSC.Software. <http://www.mscsoftware.com/> (accessed May 20, 2010).
- [5] Ing. Javořík, Ph.D, J. *Aplikace výpočetních metod, učební text*
- [6] Introduction to MSC.Marc and Mentat, 2000. MSC.Software. [www.http://www.store.mscsoftware.com/](http://www.store.mscsoftware.com/) (accessed May 20, 2010).

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

λ_i	Poměrné prodloužení v obecném směru
ε	Poměrná deformace
W	Hustota deformačního potenciálu [Pa]
I	Deformační invariant
S_{ij}	Složky druhého Piola-Kirchhoffova tenzoru napětí
C_{ij}	Složky pravého Cauchy-Greenova deformačního tenzoru.
σ_{ij}	Skutečné napětí
p	Nespecifikovaný tlak
δ_{ij}	Kronekerovo delta
μ	Počáteční smykový modul
n	Počet polymerních řetězců v jednotkovém objemu
k	Boltzmanova konstanta
T	Absolutní teplota
E	Počáteční modul pružnosti
μ_i	Materiálová konstanta
α_i	Materiálová konstanta
K	Objemový modul
J	Poměrná objemová deformace
D	Původní průměr
P	Suma radiálních sil
t_0	Původní tloušťka
A_0	Plocha pístu

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1. Základní rozdělení polymerů</i>	12
<i>Obr. 2. Wöhlerova reakce</i>	13
<i>Obr. 3. Amidester kyseliny uhličitě</i>	13
<i>Obr. 4. Lineární forma polyuretanu</i>	14
<i>Obr. 5. Změna rozměrů materiálu</i>	18
<i>Obr. 6. Různé druhy namáhání [4]</i>	24
<i>Obr. 7. Uniaxiální napjatost</i>	25
<i>Obr. 8. Biaxiální napjatost</i>	26
<i>Obr. 9. Čistý smyk</i>	27
<i>Obr. 10. Videoextenzometr a měřicí přístroj [4]</i>	29
<i>Obr. 11. Jednoosá tahová zkouška [4]</i>	30
<i>Obr. 12. Schéma zkušebního zařízení</i>	31
<i>Obr. 13. Nafouknutý vzorek</i>	32
<i>Obr. 14. Dvouosá kruhová tahová zkouška [4]</i>	32
<i>Obr. 15. Dvouosá čtvercová tahová zkouška [4]</i>	32
<i>Obr. 16. Zkouška čistým smykem a laserový extenzometr se značkami na vzorku [4]</i>	33
<i>Obr. 17. Objemová zkouška [4]</i>	34
<i>Obr. 18. Vektor posunutí bodů $u(x)$ tělesa</i>	35
<i>Obr. 19. Geometrický model x FEM model</i>	36
<i>Obr. 20. Původní návrh</i>	39
<i>Obr. 21. Konečný návrh</i>	40
<i>Obr. 22. Výsledky zkoušek polyuretanu srovnané s 2nd order invariant modelem</i>	41
<i>Obr. 23. Zesíťované těleso</i>	42
<i>Obr. 24. Nehybně uchycené plochy svěrek</i>	43
<i>Obr. 25. Způsob zatížení svěrek</i>	43
<i>Obr. 26. Graf - Von Missesovo napětí</i>	46
<i>Obr. 27. Von Missesovo napětí při zatížení tyčí průměru 24mm-konečný návrh</i>	46
<i>Obr. 28. Von Missesovo napětí při zatížení tyčí průměru 24mm-původní návrh</i>	47
<i>Obr. 29. Graf - Deformace</i>	48
<i>Obr. 30. Deformace svěrky při zatížení tyčí průměru 30mm-konečný návrh</i>	49
<i>Obr. 31. Deformace svěrky při zatížení tyčí průměru 30mm-původní návrh</i>	49
<i>Obr. 32. Graf přítláčné síly</i>	50

SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 1. Srovnání svěrek- Von Missesovo napětí</i>	45
<i>Tab. 2. Srovnání svěrek- deformace</i>	48
<i>Tab. 3. Celková přitlačná síla.....</i>	50