

$$= \frac{2}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$F(s) = L\left\{\frac{2}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}}\right\} = \int_0^{\infty} \frac{2}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot e^{-st} dt = \frac{2}{T} \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{T}} \cdot e^{-st} dt$$

$$F(s) = \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{\frac{1}{T} + s} \cdot \left[ e^{-t\left(\frac{1}{T} + s\right)} \right]_0^{\infty} = \frac{2}{Ts + 1}$$

2. Nájďte L-obraz funkcie  $f(t) = e^{4t}$

$$F(s) = L\{e^{4t}\} = \int_0^{\infty} e^{4t} \cdot e^{-st} dt$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{(4-s)t} dt = \left[ \frac{e^{-(s-4)t}}{-(s-4)} \right]_0^{\infty} = \left[ \frac{e^{-\infty}}{-(s-4)} - \frac{e^0}{-(s-4)} \right] = \left[ 0 + \frac{1}{s-4} \right] = \frac{1}{s-4}$$

3. Nájďte L-obraz funkcie  $f(t) = e^{-3t}$

$$F(s) = L\{e^{-3t}\} = \int_0^{\infty} e^{-3t} \cdot e^{-st} dt$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-(3+s)t} dt = \left[ \frac{e^{-(3+s)t}}{-(s+3)} \right]_0^{\infty} = \left[ \frac{e^{-\infty}}{-(s+3)} - \frac{e^0}{-(s+3)} \right] = \left[ 0 + \frac{1}{s+3} \right] = \frac{1}{s+3}$$

4. Nájďte originál k funkcii  $F(s) = \frac{3-0,5s}{s(s+3)(s+1)}$  (Heavisidov rozvoj)

$$F(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+1} + \frac{A_3}{s+3}$$

$$A_1 = \left[ \frac{3-0,5s}{(s+2)(s+3)s} \cdot s \right]_{s=0} = \left[ \frac{3-0,5s}{s^2+5s+6} \right]_{s=0} = \frac{3-0}{6} = \frac{3}{6} = 0,5$$

$$A_2 = \left[ \frac{3-0,5s}{(s+2)(s+3)s} \cdot (s+2) \right]_{s=-2} = \frac{3+1}{-2(-2+3)} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$= \frac{3 + 1,5}{-3 \cdot (-3 + 2)} = \frac{4,5}{3} = 1,5$$

$$F(s) = \frac{0,5}{s} - \frac{2}{s+2} + \frac{1,5}{s+3}$$

$$f(t) = 0,5 - 2e^{-2t} + 1,5e^{-3t};$$

5. Nájďte originál k funkcii  $F(s) = \frac{2-0,5s}{(s+3)(s+1)s}$ . (Pomocou rezídua)

$$f(t) = \sum \operatorname{res} \left[ \frac{2-0,5s}{(s+3)(s+1)s} \right]_{s=s_k} =$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{2-0,5s}{(s+3)(s+1)} \cdot e^{st} = \frac{2}{3} = 0,67$$

$$\lim_{s \rightarrow -1} \frac{2-0,5s}{(s+3)s} \cdot e^{st} = \frac{1,5}{-2} e^{-t} = -0,75e^{-t}$$

$$\lim_{s \rightarrow -3} \frac{2-0,5s}{s(s+1)} \cdot e^{st} = \frac{0,5}{6} e^{-3t} = 0,083e^{-3t}$$

$$f(t) = 0,67 - 0,75e^{-t} + 0,083e^{-3t}$$

6. Nájďte originál k funkcii  $F(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+3)^2}$

$$F(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{B_1}{s+3} + \frac{B_2}{(s+3)^2} + \frac{A_2}{s+1}$$

$$B_2 = \left[ \frac{1}{s(s+1)(s+3)^2} \cdot (s+3)^2 \right]_{s=-3} = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{1}{6} = 0,167$$

$$B_1 = \frac{1}{1!} \lim_{s \rightarrow -3} \frac{d}{ds} \cdot \left[ \frac{1}{s(s+1)} \right] = -\frac{5}{144} = 0,0347$$

$$\left[ \frac{1}{s^2+s} \right]' = -\frac{2s+1}{(s^2+s)^2}$$

$$A_1 = \left[ \frac{1}{s(s+1)(s+3)^2} \cdot s \right]_{s=0} = \frac{1}{(s+1)(s+3)^2} = \frac{1}{9} = 0,111$$

$$A_2 = \left[ \frac{1}{s(s+1)(s+3)^2} \cdot (s+1) \right]_{s=-1} = \frac{1}{s(s+3)^2} = \frac{1}{-4} = -0,25$$

$$f(t) = 0,111 + 0,0347e^{-3t} + 0,167t \cdot e^{-3t} - 0,25e^{-t}$$

$$\frac{1}{(s+a)^2} = t \cdot e^{-at}$$

7. Rie-te diferenciálnu rovnicu  $y''(t) + 4y'(t) + 3y(t) = 12$  s po iato nými podmienkami  $y(0)=4$ ;  $y'(0)=0$ ;  $u(t)$  jednotkový skok.

$$L\{u(t)\} = U(s) = \frac{1}{s}$$

$$s^2 \cdot Y(s) - s \cdot y(0) - y'(0) + 4 \cdot (s \cdot Y(s) - y(0)) + 3 \cdot Y(s) = 12 \cdot \frac{1}{s}$$

$$s^2 \cdot Y(s) - 4 \cdot s + 4 \cdot Y(s) - 16 + 3 \cdot Y(s) = 12 \cdot \frac{1}{s}$$

$$Y(s) \cdot (s^2 + 4 \cdot s + 3) = 4s + 16 + 12 \cdot \frac{1}{s}$$

$$Y(s) \cdot (s^2 + 4 \cdot s + 3) = \frac{4 \cdot s^2 + 16 \cdot s + 12}{s}$$

$$Y(s) = \frac{4 \cdot (s^2 + 4 \cdot s + 3)}{s \cdot (s^2 + 4 \cdot s + 3)} = \frac{4}{s}$$

$$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\}$$

$$y(t) = 4;$$

8. Rie-te diferenciálnu rovnicu  $y'(t) + 4y(t) = e^{-4t}$  s po iato nou podmienkou  $y(0)=0$

$$s \cdot Y(s) - y(0) + 4 \cdot Y(s) = \frac{1}{s+4}$$

$$Y(s)(s+4) = \frac{1}{s+4}$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s+4)^2}$$

9. Použitím Routh-Schurova kritéria určíte stabilitu systému popísaného prenosom:

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 2s^2 + 3s + 4}$$

- zostavíme schému z menovateľa a prenosu:

1	2	3	4	
2		4		.(-0,5)
0	2	1	4	

System je stabilný.

10. Použitím Routh-Schurova kritéria určíte stabilitu polynómu:

$$a(s) = s^6 + 2s^5 + 3s^4 + 8s^3 + 4s^2 + 6s + 7$$

1	2	3	8	4	6	7
2		8		6		.(-0,5)
0	2	-1	8	1	6	7

Polynóm je nestabilný, pretože (-1) nie je kladné číslo.

11. Doplníte tak, aby bol systém stabilný.

$$a(s) = 6s^3 + 3s^2 + \alpha s + 6$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 6 & \alpha & 0 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$\alpha > 36$

12. Prevod medzi zlofkovým a exponenciálnym tvarom ko

$$G(s) = \frac{1}{3s+1}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{3j\omega+1} \cdot \frac{1-3j\omega}{1-3j\omega} = \frac{1-3j\omega}{1+9\omega^2} = \frac{1}{1+9\omega^2} + \frac{-3\omega}{1+9\omega^2} j$$

$$P(\omega) = \frac{1}{1+9\omega^2}$$

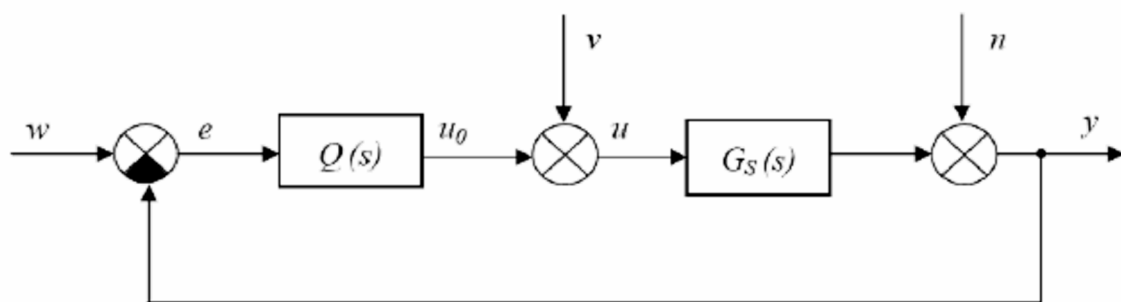
$$Q(j) = \frac{-3\omega}{1+9\omega^2}$$

13. Návrh regulátora pomocou polynomiálnej syntézy pre 1DOF

Jednorozmerný lineárne spojité riadený dynamický systém je daný diferenciálnou rovnicou:

$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_1 u'(t) + b_0 u(t)$$

$$5y''(t) + 7y'(t) + 3y(t) = 6u(t)$$



$G_S(s)$  ó prenos sústavy

$Q(s)$  ó prenos regulátora

$v, n$  ó poruchy

$w$  ó fiadaná hodnota

y- výstupná veličina

$$G_s(s) = \frac{6}{5s^2 + 7s + 3} = \frac{b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{b}{a}$$

fiadaná hodnota:

$$w(t)=1$$

$$w(s) = \frac{h_w}{f_w} = \frac{1}{s}$$

Poruchy pôsobiace na sústavu:

$$v(t) = n(t) = 0$$

$$v(s) = \frac{h_v}{f_v} = 0$$

$$n(s) = \frac{h_n}{f_n} = 0$$

$$f_w = s \quad f_v = 1 \quad f_n = 1$$

Určenie stupňa a polynómu  $f(s)$

$$f(s) = s \quad \deg f = 1$$

Charakteristická rovnica:

$$d = p.a + q.b = a.f.\tilde{p} + b.q$$

Určenie stupňa a polynómu  $q(s), \tilde{p}(s), d(s)$

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 = 2 + 1 - 1 = 2$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\deg d = 2.\deg a + \deg f - 1 = 4 + 1 - 1 = 4$$

$$q(s) = q_2.s^2 + q_1.s + q_0$$

$$\tilde{p}(s) = \tilde{p}_1.s + \tilde{p}_0$$

$$d(s) = d_4.s^4 + d_3.s^3 + d_2.s^2 + d_1.s + d_0$$

$$d(s) = (s + m)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_1 & b_0 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & 0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \text{inv}(\mathbf{A}) \cdot \mathbf{B}$$

$$d(s) = (s + 0,4)^4 = s^4 + 1,6s^3 + 0,96s^2 + 0,256s + 0,0256$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,6 \\ 0,96 \\ 0,256 \\ 0,0256 \end{pmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,04 \\ 0,0133 \\ 0,0227 \\ 0,0043 \end{pmatrix}$$

$$Q(s) = \frac{0,0133s^2 + 0,0227s + 0,0043}{0,2s^2 + 0,04s}$$

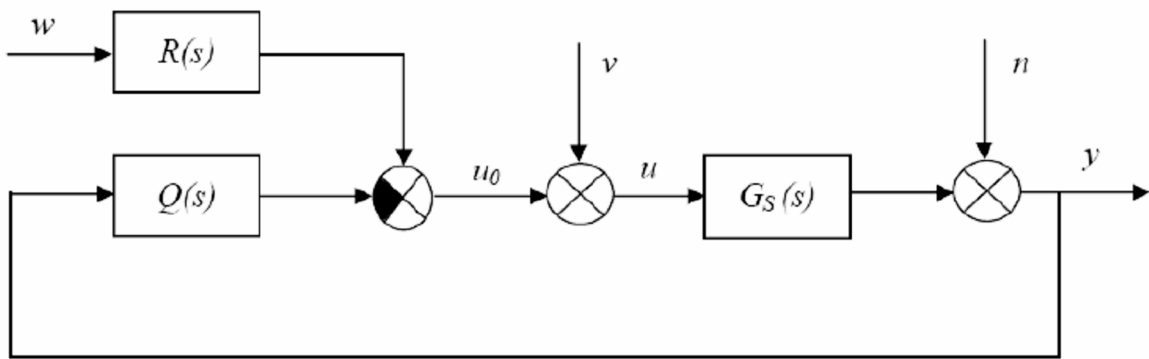
$$\underline{m = 1,5}$$

$$d(s) = (s + 1,5)^4 = s^4 + 6s^3 + 13,5s^2 + 13,5s + 5,0625$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 13,5 \\ 13,5 \\ 5,0625 \end{pmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,92 \\ 1,0767 \\ 1,79 \\ 0,8438 \end{pmatrix}$$

$$Q(s) = \frac{1,0767s^2 + 1,79s + 0,8438}{0,2s^2 + 0,92s}$$

14. 2DOF Návrh regulátora pomocou polynomiálnej syntézy pre 2DOF



$G_S(s)$  ó prenos sústavy

$Q(s)$  ó prenos regulátoru

$v, n$  ó poruchy

$w$  ó fiadaná hodnota

$e$ - regula ná odchýlka

$u$ - ak ná veli ina

$y$ - výstupná veli ina

$$G_S(s) = \frac{6}{5s^2 + 7s + 3} = \frac{b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{b}{a}$$

Ur enie stup a polynómu  $q(s), \tilde{p}(s), d(s)$

$$k = \deg f_2 - \deg f_1 - \deg a = 1 - 0 - 2 = -1 \Rightarrow k = 0$$

$$\deg d = 2 \cdot \deg a + \deg f_1 - 1 + k = 4 + 0 - 1 + 0 = 3$$

$$\deg r = \deg f_2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$\deg t = \deg d - \deg f_2 = 3 - 1 = 2$$

$$\underline{m = 0,7}$$

$$d(s) = (s + 0,7)^3 = s^3 + 2,1s^2 + 1,47s + 0,343$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2,1 \\ 1,47 \\ 0,343 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,14 \\ -0,0183 \\ -0,0128 \end{pmatrix}$$

$$s^3 : t_2 \quad = 1$$

$$s^2 : t_1 \quad = 2,1$$

$$s^1 : t_0 \quad = 1,47$$

$$s^0 : 6 \cdot r_0 = 0,343$$

$$b_0 \cdot r_0 = d_0$$

$$6 \cdot r_0 = 0,343 \Rightarrow r_0 = 0,0572$$

$$Q(s) = \frac{q_1 \cdot s + q_0}{p_1 \cdot s + p_0} = \frac{-0,0183s - 0,0128}{0,2s + 0,14}$$

$$R(s) = \frac{r_0}{p_1 \cdot s + p_0} = \frac{0,0572}{0,2s + 0,14}$$

$$t(s) = s^2 + 2,1s + 1,47$$

$$\underline{m = 1}$$

$$d(s) = (s + 1)^3 = s^3 + 3s^2 + 3s + 1$$

$$\begin{matrix}
 A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 6 \end{pmatrix} & D = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} & \Lambda = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,32 \\ 0,0267 \\ 0,0067 \end{pmatrix}
 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned}
 s^3: & \quad t_2 & & = 1 \\
 s^2: & \quad t_1 & & = 3 \\
 s^1: & \quad t_0 & & = 3 \\
 s^0: & & 6 \cdot r_0 & = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_0 \cdot r_0 &= d_0 \\
 6 \cdot r_0 &= 1 \Rightarrow r_0 = 0,1667
 \end{aligned}$$

$$Q(s) = \frac{q_1 \cdot s + q_0}{p_1 \cdot s + p_0} = \frac{0,0267s + 0,0067}{0,2s + 0,32}$$

$$R(s) = \frac{r_0}{p_1 \cdot s + p_0} = \frac{0,1667}{0,2s + 0,32}$$

$$t(s) = s^2 + 3s + 3$$

15. Ur enie diferenciálnej rovnice a prenosovej funkcie LSDS

- dif. rovnica  $5y''(t) + 7y'(t) + 3y(t) = 3u'(t) + 6u(t)$

Rovnica je druhého rádu s nenulovou pravou stranou.

- prenosová funkcia (prenos), s nulovými po iato nými podmienkami

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$5 \cdot s^2 Y(s) - sY(0) - Y'(0) + 7Y(s) - Y(0) + 3Y(s) = 3sU(s) - U(0) + 6U(s)$$

$$Y(s) \cdot (5s^2 + 7s + 3) = U(s) \cdot (3s + 6)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(3s + 6)}{(5s^2 + 7s + 3)}$$

System je 2. rádu.  $R = 2$

Relatívny rád  $\rho_{RR} = 2 - 1 = 1$

$$N_1 = -2$$

$$N_2 = + \text{nekone no (komplexné nekone no)}$$

Póly

$$5s^2 + 7s + 3 = 0$$

$$D = 49 - 60$$

$$D = -11 \text{ (komplexné koren)}$$

$$P_{1,2} = \frac{-7 + \sqrt{-11}}{10} = -0,7 + 0,33j$$

$$P_{1,2} = \frac{-7 - \sqrt{-11}}{10} = -0,7 - 0,33j$$

Stabilita

- pretože je polynóm 2. stupňa, tak z podmienky pro polynóm 2. a nižšieho rádu plyní, že ak sú všetky koeficienty kladné tak je polynóm (systém) stabilný.

- všetky póly sú v ľavej časti komplexnej roviny, to znamená že je polynóm stabilný.

Kmitavosť (periodicita)

- o kmitavosti rozhoduje menovateľ prenosu. Korene sú komplexné, systém je periodický

Fázovosť

- o fázovosti rozhoduje nulový

- všetky nuly (neuvádzame komplexné nekone no) vyčíslia v ľavej časti komplexnej roviny. Jedná sa o systém minimálne fázový.

Impulzná funkcia sa spočíta ako derivácia prechodovej funkcie

$$i(t) = h'(t)$$

Výpočet pomocou derivácie

$$e^{-0,7t} \cdot \cos 0,33t)'$$

$$3e^{-0,7t} \cdot \cos 0,33t \cdot 0,33 - 3,33e^{-0,7t} \cdot (-0,7) \cdot \cos 0,33t -$$

$$- 3,33e^{-0,7t} (-\sin 0,33t \cdot (0,33))$$

$$i(t) = 3,9199e^{-0,7t} \cdot \sin 0,33t + 1,0011e^{-0,7t} \cdot \cos 0,33t$$

Po iato ná koncová hodnota pre impulznú funkciu

$$i(0) = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{3s+6}{5s^2+7s+3} = \frac{3s^2+6s}{5s^2+7s+3} = 1$$

$$i(\infty) = \lim_{s \rightarrow \infty} s G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{3s+6}{5s^2+7s+3} = 0 \cdot \frac{6}{3} = 0$$

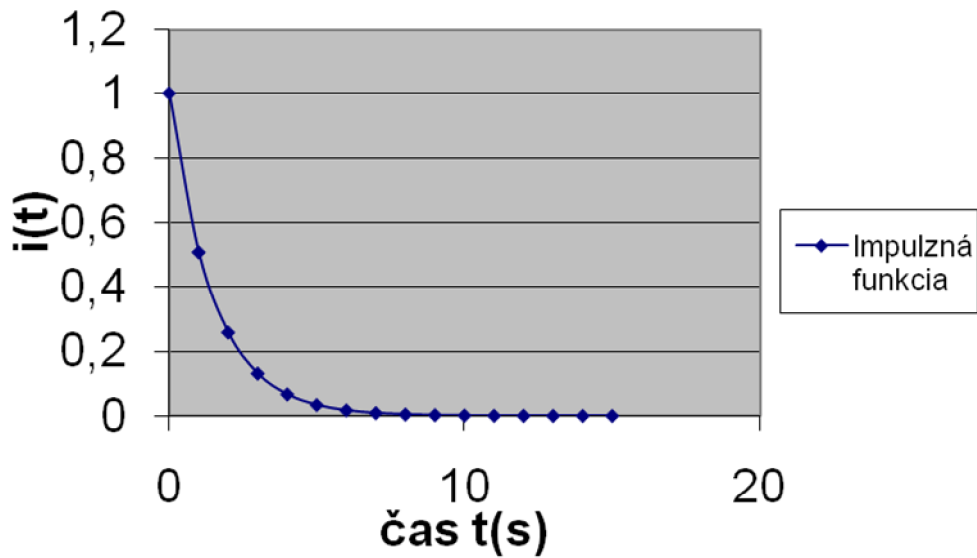
### Graf impulznej funkcie

V programe Microsoft Excel

$$i(t) = 3,9199e^{-0,7t} \cdot \sin 0,33t + 1,0011e^{-0,7t} \cdot \cos 0,33t$$

t(s)	i(t)
0	1,00108
1	0,50833
2	0,2579866
3	0,130863
4	0,0663508
5	0,033626
6	0,0170339
7	0,0086252
8	0,00436566
9	0,00220886
10	0,00111713
11	0,00056478
12	0,000285447
13	0,000144215
14	0,00007284
15	0,000036776

## á funkcia



Výpočet prechodovej funkcie:

$$H(s) = \frac{G(s)}{s}$$

$$G(s) = \frac{3s + 6}{(5s^2 + 7s + 3)}$$

$$h(t) = L^{-1}\{H(s)\} = L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{3(s+2)}{5s \cdot (s^2 + 1,4s + 0,6)}\right\} = \frac{3}{5} \cdot L^{-1}\left\{\frac{s+2}{s \cdot (s^2 + 1,4s + 0,6)}\right\}$$

$$h(t) = \frac{3}{5} \cdot L^{-1}\left\{\frac{s+2}{s \cdot \left((s+0,7)^2 + (\sqrt{0,11})^2\right)}\right\}$$

Konstanty použité pri riešení a ich označenie:

$$a = 0,7$$

$$n_1 = -2$$

$$= \sqrt{0,11} = 0,332 \text{ (pri úprave na tvorec } 0,6 \text{ ó } 0,49 = 0,11 = 2)$$

ciálne zlomky

$$h(t) = \frac{5}{5} \cdot L^{-1} \left\{ \frac{s - n_1}{s \cdot ((s+a)^2 + \omega^2)} \right\} = \frac{5}{5} \cdot L^{-1} \left\{ \frac{A}{s} + \frac{\omega \cdot B}{((s+a)^2 + \omega^2)} + \frac{(s+a) \cdot C}{((s+a)^2 + \omega^2)} \right\}$$

Všeobecný výpočet neurčitých koeficientov:

$$s - n_1 = A \cdot ((s+a)^2 + \omega^2) + B \cdot \omega \cdot s + C \cdot s \cdot (s+a)$$

$$s - n_1 = A \cdot (s^2 + 2 \cdot a \cdot s + a^2 + \omega^2) + B \cdot \omega \cdot s + C \cdot s^2 + C \cdot a \cdot s$$

$$s - n_1 = A \cdot s^2 + 2A \cdot a \cdot s + A \cdot a^2 + A \cdot \omega^2 + B \cdot \omega \cdot s + C \cdot s^2 + C \cdot a \cdot s$$

$$s^2: \quad 0 = A + C$$

$$s^1: \quad 1 = 2 \cdot a \cdot A + \omega \cdot B + a \cdot C$$

$$s^0: \quad -n_1 = a^2 \cdot A + \omega^2 \cdot A$$

Výpočet koeficientov

$$s^2: \quad 0 = A + C$$

$$1 = 2 \cdot 0,7 \cdot 3,33 + B \cdot 0,33 + (-3,33 \cdot 0,7)$$

$$s^1: \quad 1 = 2Aa + B\omega + Ca$$

$$1 = 4,662 + 0,33B - 2,331$$

$$0 = A + C$$

$$s^0: \quad -N_1 = Aa^2 + A\omega^2$$

$$B = -4,02$$

$$C = -3,333$$

$$-(-2) = 0,7^2 A + A(\sqrt{0,11})^2$$

$$A = 3,333$$

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{3 \cdot A}{5} \cdot \frac{1}{s} + \frac{3 \cdot B}{5} \cdot \frac{\omega}{((s+a)^2 + \omega^2)} + \frac{3 \cdot C}{5} \cdot \frac{(s+a)}{((s+a)^2 + \omega^2)} \right\}$$

$$h(t) = \frac{3 \cdot A}{5} + \frac{3 \cdot B}{5} \cdot e^{-at} \cdot \sin \omega t + \frac{3 \cdot C}{5} \cdot e^{-at} \cdot \cos \omega t$$

$$h(t) = \frac{3 \cdot 3,333}{5} - \frac{3 \cdot 4,02}{5} \cdot e^{-0,7t} \cdot \sin \sqrt{0,11}t - \frac{3 \cdot 3,333}{5} \cdot e^{-0,7t} \cdot \cos \sqrt{0,11}t$$

$$h(t) = \underline{1,9998 - 2,412 \cdot e^{-0,7t} \cdot \sin \sqrt{0,11}t - 1,9998 \cdot e^{-0,7t} \cdot \cos \sqrt{0,11}t}$$

hodovú funkciu.

$$h(0) = \lim_{s \rightarrow 0} s H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{3s + 6}{5s^2 + 7s + 3} = \frac{3}{\infty} = 0$$

Koncová hodnota:

$$h(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s)/s = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3s + 6}{5s^2 + 7s + 3} = 2$$

$$h(\infty) = 2$$

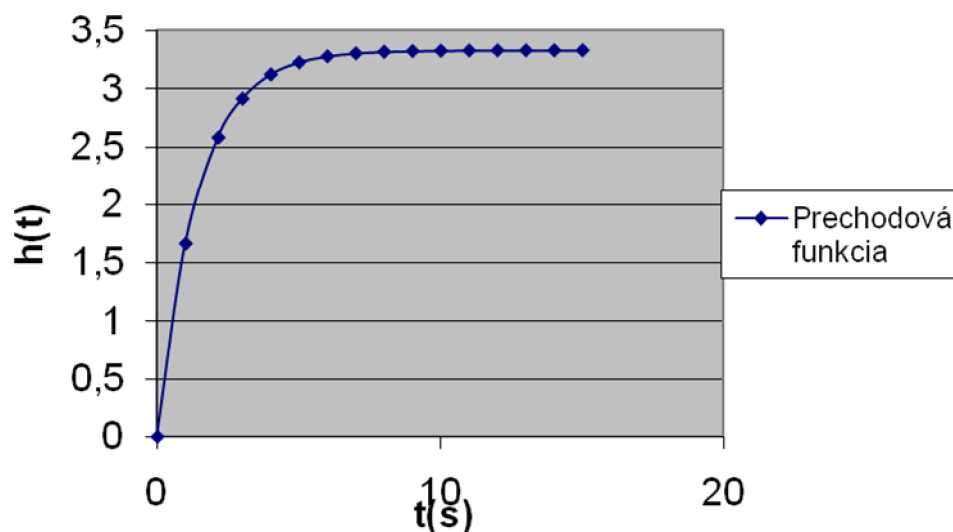
Statické zosílenie  $K \left( \frac{b_0}{a_0} \right) = 2$

### Grafy prechodovej funkcie

V programe Microsoft Excel

t(s)	h(t)
0	0
1	1,6649
2,15	2,57972
3	2,91378
4	3,12196
5	3,226
6	3,27801
7	3,30402
8	3,317
9	3,3235
10	3,32676
11	3,32838
12	3,3292
13	3,3296
14	3,3298
15	3,3299

## Prechodová funkcia



Určenie frekvencného prenosu

$$G(s) = \frac{3s + 6}{5s^2 + 7s + 3}$$

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= \frac{3j\omega + 6}{5 \cdot (j\omega)^2 + 7j\omega + 3} = \frac{3j\omega + 6}{3 - 5\omega^2 + 7j\omega} \cdot \frac{3 - 5\omega^2 - 7j\omega}{3 - 5\omega^2 - 7j\omega} = \\ &= \frac{(3j\omega + 6) \cdot (3 - 5\omega^2 - 7j\omega)}{(3 - 5\omega^2)^2 + 49\omega^2} = \frac{9j\omega - 15j\omega^3 + 21\omega^2 + 18 - 30\omega^2 - 42j\omega}{(3 - 5\omega^2)^2 + 49\omega^2} = \\ &= \frac{18 - 9\omega^2 - 33j\omega - 15j\omega^3}{(3 - 5\omega^2)^2 + 49\omega^2} \end{aligned}$$

$$G(j\omega) = \frac{18 - 9\omega^2}{25\omega^4 + 19\omega^2 + 9} + j \cdot \frac{-\omega(33 + 15\omega^2)}{25\omega^4 + 19\omega^2 + 9}$$

$$G(j\omega) = \sqrt{\left(\frac{18 - 9\omega^2}{(3 - 5\omega^2) + 49\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{33\omega + 15\omega^3}{(3 - 5\omega^2) + 49\omega^2}\right)^2} \cdot e^{-j \cdot \arctan \frac{33\omega + 15\omega^3}{18 - 9\omega^2}}$$

$$G(j\omega) = \sqrt{\frac{(18 - 9\omega^2)^2 + (33\omega + 15\omega^3)^2}{(25\omega^4 + 19\omega^2 + 9)^2}} \cdot e^{-j \cdot \arctan \frac{11\omega + 5\omega^3}{6 - 3\omega^2}}$$

$$G(j\omega) = \sqrt{\frac{225\omega^6 + 1071\omega^4 + 765\omega^2 + 324}{625\omega^8 + 950\omega^6 + 811\omega^4 + 342\omega^2 + 81}} \cdot e^{-j \cdot \arctan \frac{11\omega + 5\omega^3}{6 - 3\omega^2}}$$

Reálna časť prenosu  $G(j\omega)$  :

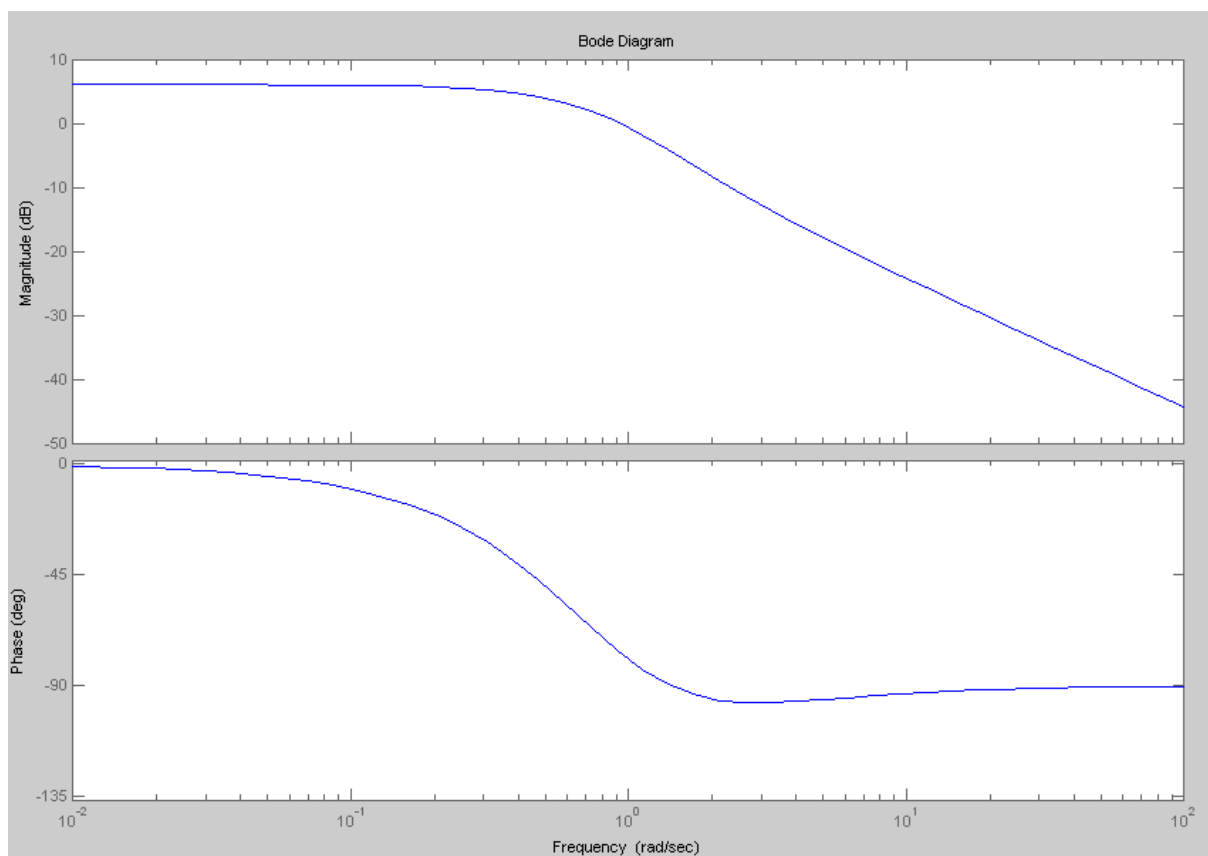
$$\operatorname{Re}(G(j\omega)) = \frac{18 - 9\omega^2}{25\omega^4 + 19\omega^2 + 9}$$

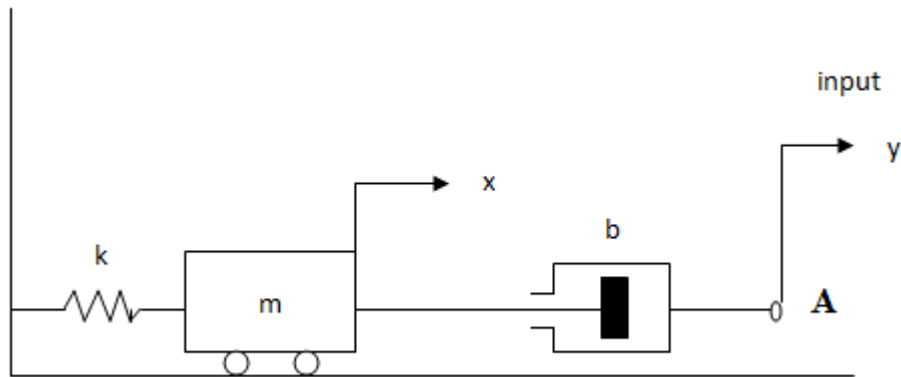
Hodnoty na ose y vypočítame z imaginárnej časti prenosu  $G(j\omega)$  :

$$\operatorname{Im}(G(j\omega)) = -\frac{\omega(33 + 15\omega^2)}{25\omega^4 + 19\omega^2 + 9}$$

Frekvenčné charakteristiky v logaritmických súradniciach (Bodeho krivky)

v programe Matlab - `bode([3 6],[5 7 3])`





Mechanický systém znázornený na obrázku je spojitú v pokoji. Pri  $t=0$ , bod posunu vstupu platí pre bod A. Predpokladajme, že systém zostane lineárny počas celej doby odozvy. Posun  $x$  sa meria od rovnovážnej polohy. Ak  $m = 1\text{kg}$ ,  $b = 5\text{ N-s/m}$  a  $k = 6\text{N/m}$  nájdite rovnicu pre  $x(t)$ .

Riešenie:

Rovnica pohybu pre tento systém:

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot (\dot{x} - \dot{y}) + k \cdot x = 0$$

$$m \cdot \ddot{x} + b\dot{x} + kx = b\dot{y}$$

Zoberieme L-transformáciu tejto poslednej rovnice a dostaneme:

$$(m \cdot s^2 + b \cdot s + k)X(s) = bsY(s)$$

teda:

$$\frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{bs}{ms^2 + bs + k}$$

Vstup  $y$  je jednotkový skok,  $Y(s) = \frac{1}{s}$ . Tak:

$$X(s) = \frac{bs}{ms^2 + bs + k} \cdot \frac{1}{s} = \frac{b}{ms^2 + bs + k}$$

Dosadením danej číselnej hodnoty pre  $m$ ,  $b$ ,  $k$  do poslednej rovnice, dostaneme  $X(s)$

$$X(s) = \frac{5}{s^2 + 5s + 6} = \frac{5}{(s+2) \cdot (s+3)}$$

Spätná L-transformácia pre  $X(s)$  je

$$\begin{aligned} &= \operatorname{res} \left[ \frac{5}{(s+3)(s+2)} e^{st} \right]_{s=-2} + \operatorname{res} \left[ \frac{5}{(s+3)(s+2)} e^{st} \right]_{s=-3} = \\ &= \lim_{s \rightarrow -3} \left[ (s+3) \frac{5}{(s+3)(s+2)} e^{st} \right] + \lim_{s \rightarrow -2} \left[ (s+2) \frac{5}{(s+3)(s+2)} e^{st} \right] = 5e^{-2t} - 5e^{-3t}; \end{aligned}$$