

Elektronická podpora seminářů predmetu Teória systémov

Electronic support to seminars of the course:
System Theory

Michaela Matelová

Bakalárska práca
2011



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

akademický rok: 2010/2011

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Michaela MATELOVÁ**
Osobní číslo: **A06036**
Studijní program: **B 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**

Téma práce: **Elektronická podpora seminářů předmětu Teorie systémů**

Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se s osnovami předmětu Teorie systémů a nastudujte témata zde probíraná.
2. Z pedagogicko-didaktického hlediska stručně zdůvodněte elektronickou podporu materiálů seminářů předmětu Teorie systémů.
3. Z dostupných materiálů přehledně zpracujte prezentaci v prostředí MS PowerPoint, která bude sloužit jako podpora výpočtů v seminářích předmětu Teorie systémů.
4. Navrhněte a vypracujte vlastní řešené vzorové příklady k probíraným tématům.
5. Nastudujte a stručně popište jazyk HTML.
6. Vytvořte webové stránky, jejichž obsah bude korespondovat s vytvořenou prezentací, a tyto publikujte na internetu.
7. Vytvořte obrazovou studijní pomůcku (plakát) se základními pojmy z předmětu.

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. PROKOP, Roman, MATUŠŮ, Radek, PROKOPOVÁ, Zdenka. Teorie automatického řízení – lineární spojité dynamické systémy. Zlín : Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2006. 102 s. První vydání. ISBN 80-7318-369-2.
2. BALÁTĚ, Jaroslav. Automatické řízení. 1. vyd. Praha : BEN – technická literatura, 2004. 664 s.
3. OGATA, Katsuhiko. Modern Control Engineering. 5th edition, 2010. New Jersey: Prentice Hall. 894 s. ISBN 978-0-13-615673-4.
4. OGATA, Katsuhiko. System Dynamics. 4th edition, 2004. New Jersey: Prentice Hall. 767 s. ISBN 0-13-142462-9.
5. ŠTECHA, Jan, HAVLENA, Vladimír. Teorie dynamických systémů. 2. vydání. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1996. 248 s. ISBN 80-01-00941-6.

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Libor Pekař

Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání bakalářské práce:

22. července 2011

Termín odevzdání bakalářské práce:

2. září 2011

Ve Zlíně dne 9. srpna 2011

prof. Ing. Vladimír Vešek, CSc.

děkan



prof. Ing. Vladimír Vešek, CSc.

ředitel ústavu

ABSTRAKT

V úvode bakalárskej práce sa zaoberáme problematikou modernizácie vzdelávania a súčasne zaradením IKT do výchovno-vzdelávacieho procesu. Táto práca je však zameraná hlavne na doplnenie prednášok predmetu Teórie systémov. Jeho hlavné využitie je nasmerované na semináre tohto predmetu. Zhrňuje základné poznatky o chovaní systémov, ktoré nám objasnia fungovanie vzťahov a pravidlá ich použitia. Tieto príklady môžu slúžiť aj ako pomoc pri precvičovaní. Dôležitou súčasťou je aj prezentácia, ktorá by mohla slúžiť ako podporný výukový materiál pre semináre Teórie systémov alebo nástenný prehľad slúžiaci k úvodnej hodine. Okrem iného je v tejto práci vytvorená webová stránka pre ľahký prístup k informáciám.

Kľúčové slová: IKT, HTML, Teória systémov, Laplaceova transformácia, Lineárne spojité dynamický systém, Štandardná fundamentálna matica systémov.

ABSTRACT

The introduction of bachelor work deals with the modernization of education, while bringing ICT into the educational process. This work is mainly focused on the subject of lectures complement systems theory. Its main use is directed at seminars in the subject. It summarizes the basic knowledge about the behavior of systems that we clarify the functioning of relationships and rules for their use. These examples may also serve as an aid in practicing. An important part is the presentation that could serve as a support material for teaching seminars systems theory, or wall that serves to review the initial hour. Amongst other things, this work created a website for easy access to information.

Keywords: ICT, HTML, system theory, Laplace transform, linear continuous dynamical system, standard fundamental matrix system.

Ďakujem vedúcemu mojej bakalárskej práce, Ing. Liborovi Pekařovi, za ochotu so mnou spolupracovať, za poskytnuté odborné informácie a materiály, cenné rady a podnety, ktoré boli pre mňa veľkým prínosom pri tvorbe tejto práce.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- § že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- § že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	9
I TEORETICKÁ ČASŤ	10
1 MODERNIZÁCIA VZDELÁVANIA SO ZAMERANÍM NA UČEBNÚ POMÔCKU	11
1.1 MODERNIZÁCIA UČEBNÝCH POMÔCOK	11
1.2 INFORMAČNÉ A KOMUNIKAČNÉ TECHNOLOGIE VO VZDELÁVANÍ	13
1.2.1 Multimédiá, hypermédiá a ich vzťah k IKT	14
2 ELEKTRONICKÁ PODPORA TEÓRIE SYSTÉMOV PROSTREDNÍCTVOM PREZENTÁCIE A INTERNETU	15
2.1 ELEKTRONICKÁ PODPORA	15
2.1.1 Práca s jazykom HTML	15
2.1.1.1 Štruktúra dokumentu	16
2.1.1.2 Komentáre dokumentu	16
2.1.1.3 Formátovanie textu v dokumente	17
2.1.1.4 Práca s farbami v dokumente	18
2.1.1.5 Vkládanie obrázkov	18
3 PREHĽAD PREDMETOV SEMINÁROV TEÓRIE SYSTÉMOV	19
3.1 VZORY A OBRAZY FUNKCIÍ V LAPLACEOVEJ TRANSFORMÁCII	19
3.2 SPÄTNÁ LAPLACEOVA TRANSFORMÁCIA, VETA O REZÍDUÁCH, HEAVISIDOV ROZVOJ	21
3.3 RIEŠENIE OBYČAJNÝCH DIFERENCIÁLNYCH ROVNÍC POMOCOU L-T	23
3.4 VÝPOČET FREKVENČNÝCH CHARAKTERISTÍK	23
3.4.1 Nyquistova krivka (amplitúdovo fázová frekvenčná charakteristika)	24
3.4.2 Bodeho krivky	24
3.5 STABILITA LSDS	25
3.5.1 Algebraické kritériá stability	26
3.5.2 Geometrické kritériá stability	27
3.6 PREVOD STAVOVÉHO POPISU NA PRENOS (VSTUPNO-VÝSTUPNÝ POPIS)	29
3.7 PREVOD VSTUPNE-VÝSTUPNÉHO POPISU NA STAVOVÝ	30
3.8 JORDANOV KANONICKÝ TVAR	31
3.8.1 Prevod vonkajšieho popisu LSDS na Jordanov kanonický tvar	31
3.8.2 Transformácia stavov	34
3.9 ŠTANDARDNÁ FUNDAMENTÁLNA MATICA SYSTÉMU	35
3.10 RIEŠENIE STAVOVEJ ROVNICE A VLASTNOSTI SYSTÉMOV	36
3.10.1 Riaditeľnosť a dosiahnuteľnosť systému	37
3.10.2 Pozorovateľnosť a rekonštruovateľnosť systému	37
3.11 RIEŠENIE DIOFANTICKÝCH ROVNÍC V OKRUHU POLYNÓMOV	38
3.11.1 Lineárna diofantická rovnica	38

3.11.2	Riešenie diofantických rovníc v okruhu polynómov	38
3.11.3	Polynomiálna metóda návrhu regulátorov.....	39
3.12	ĽAVÝ A PRAVÝ MATICOVÝ ZLOMOK, STABILITA MIMO SYSTÉMOV, RIEŠENIE MATICOVÝCH DIOFANTICKÝCH ROVNÍC	41
3.13	RIADENIE MIMO SYSTÉMOV.....	43
II	PRAKTICKÁ ČASŤ.....	45
4	PRAKTICKÉ PRÍKLADY.....	46
4.1	VZORY A OBRAZY FUNKCIÍ V LAPLACEOVEJ TRANSFORMÁCII	46
4.2	SPÄTNÁ LAPLACEOVA TRANSFORMÁCIA.....	46
4.3	STABILITA LSDS	47
4.4	PREVOD STAVOVÉHO POPISU NA PRENOS	48
4.5	PREVOD VSTUPNE-VÝSTUPNÉHO POPISU NA STAVOVÝ	48
4.6	ĽAVÝ A PRAVÝ MATICOVÝ ZLOMOK, STABILITA MIMO SYSTÉMOV, RIEŠENIE MATICOVÝCH DIOFANTICKÝCH ROVNÍC	49
	ZÁVER.....	50
	ZÁVER V ANGLIČTINE.....	51
	ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY.....	52
	ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK.....	54
	ZOZNAM OBRÁZKOV.....	55
	ZOZNAM TABULIEK.....	56
	ZOZNAM PRÍLOH.....	57

ÚVOD

V prvej časti mojej bakalárskej práce sme sa zaoberali problematikou modernizácie vzdelávania, zaradením informačno-komunikačných technológií do výchovno-vzdelávacieho procesu, multimédiami a hypermédiami. Okrajovo sme načrtli aj prácu v jazyku HTML a rozobrali sme teoretickú časť Teórie systémov preberanú v seminároch. Snažili sme sa o zrozumiteľné zapísanie vzťahov.

Naším hlavným cieľom bolo popísať preberaný obsah na seminároch Teórie systémov a využitie získaných poznatkov k riešeniu príkladov. Práca obsahuje všetok potrebný materiál na semináre Teórie systémov, ktorý je určený ako dopĺňujúca časť výučby tohto predmetu pre odbor Informačné a riadiace technológie.

Súčasťou bakalárskej práce je aj prezentácia v MS PowerPoint, ktorá obsahuje teóriu a riešené príklady k danej problematike z Teórie systémov a mala by slúžiť ako výukový materiál na semináre predmetu. Ďalej práca obsahuje aj nástenný prehľad, ktorý môže byť použitý na úvodnej hodine ako malá prezentácia toho, čo študentov čaká. Ako podporu prezentácie a nástenného prehľadu sme vytvorili webovú stránku, ktorá je umiestnená aj na Internete.

Praktická časť práce obsahuje riešenia niekoľkých vzťahov. Snažili sme sa, aby študenti neprišli o postup riešenia daného príkladu podobne, ako pri riešených príkladoch v prezentácii. Táto časť obsahuje aj praktické ukážky riešenia a tvorby webovej stránky.

V prílohách sa nachádzajú riešené príklady na precvičenie učiva.

Som rada, že som si vybrala túto tému, nakoľko viem, že poznatky z tejto oblasti mi môžu pomôcť aj pri mojom ďalšom štúdiu.

I. TEORETICKÁ ČASŤ

1 MODERNIZÁCIA VZDELÁVANIA SO ZAMERANÍM NA UČEBNÚ POMÔCKU

V tejto kapitole sme sa zamerali na modernizáciu výchovno-vzdelávacieho procesu ako celku. Bližšie rozoberáme materiálne vyučovacie prostriedky so zameraním na informačnú a komunikačnú technológiu (ďalej IKT), multimédiá a hypermédiá. Ich zaradením, využitím, pôsobením a vplyvom vo výchovno-vzdelávacom procese.

1.1 Modernizácia učebných pomôcok

Modernizáciu môžeme chápať ako prispôsobenie momentálneho stavu modernými zariadeniami, resp. inováciu výchovno-vzdelávacieho procesu chápeme ako prispôsobenie tohto procesu súčasným i budúcim požiadavkám vyplývajúcich z vedecko-technického pokroku.

Európska únia (ďalej EÚ) neustále vyzýva členské štáty k modernizácii vzdelávania. Zlepšovanie kvality je pre štáty EÚ dôležitým faktorom.

Mnohé štáty sa snažia zlepšiť kvalitu a štandardy:

- § neustálym vzdelávaním a školením pedagogických pracovníkov,
- § vylepšením starých alebo zavedením nových reforiem,
- § zabezpečením modernej IKT,
- § motiváciou učiteľov i študentov,
- § vypracovaním učebných osnov a tematických plánov so zreteľom na postupujúci vývoj vedy a techniky,
- § prepojením škôl medzi sebou,
- § prepojením škôl s trhom práce, resp. s konkrétnymi spoločnosťami,

- § sledováním a následným stanovením potřebných zručností a kvalifikací pro budoucnost,
- § neustálým sledováním a následným doplněním obsahu vzdělání,
- § začleněním různě znevýhodněných studentů, např. ekonomicky, zdravotně znevýhodněných a pod.

Zvyšování kvality a úrovně vzdělání je příčinou vzniku rozličných projektů, které je možno realizovat i díky podpoře a dotacím z EU a státu.

V současnosti se kladie důraz na modernizaci strojů, systémů, výrobních procesů a pod., proto se od studentů žádá ochota k sebvzdělávání a samostatnému rozvoji osobnosti.

Modernizace učebních pomůcek (dále UP) na školách by měla začínat systematickou aplikací nejnovších poznatků vědy a techniky. Tyto poznatky by měly být sestaveny tak, aby poskytly základní případně pokročilé informace v příslušném odborném oboru s naznačením následujícího pravděpodobného vývoje.

Na univerzitách je potřebné:

- § pravidelně sledovat nové technologie, pracovní postupy a výrobní procesy zejména v odvětvích, na které je škola zaměřená,
- § umožnit i následné prohlubování vzdělání pedagogickým pracovníkem a zvyšovat tak jeho odbornost,
- § modernizovat učebny a laboratorie,
- § pravidelně upravovat učební osnovy, aby odpovídaly novým trendům ve vzdělávání a praxi,
- § zabezpečit ideální podmínky vzdělávání (atmosféra, hygiena, klima a pod.).

1.2 Informačné a komunikačné technológie vo vzdelávaní

Keď chceme hovoriť o inovácii – modernizácii vzdelávania, nesmieme zabudnúť na IKT. V súčasnosti sú od učiteľov a študentov vyžadované aspoň základné zručnosti na počítači a Internete. IKT vnáša študentom do života nové možnosti vzdelávania a samovzdelávania prostredníctvom elektronických učebníc a encyklopédií.

Priamo vo vyučovaní umožňujú IKT [9]:

- § precvičenie učiva,
- § prezentáciu učiva,
- § precvičovanie a kontrolu dosiahnutých vedomostí,
- § simulácie,
- § didaktické hry za pomoci počítača.

Nevýhody IKT vo vyučovacom procese:

- § zvýšenie nákladov na vzdelávanie,
- § neustále vzdelávanie učiteľov,
- § nedostatok kvalifikovaných pedagógov s potrebnou počítačovou gramotnosťou,
- § finančné zaťaženie škôl na vybavenie laboratórií s novou IKT,
- § IKT môže mať nepriaznivý vplyv na zdravie používateľa,
- § neustále obnovovanie osnov.

1.2.1 Multimédiá, hypermédiá a ich vzťah k IKT

Multimédiá a hypermédiá sú najúčinnšie využívané vo výchovno-vzdelávacom procese práve prostredníctvom IKT. IKT umožňujú bezprostrednú realizáciu a účinnú aplikáciu multimédií a hypermédií, t.j. umožňujú:

- § transformovať učivo do podoby vhodnej pre študentov,
- § prezentáciu učiva obsiahnutého multimédiom a hypermédiom,
- § rozvíjať tvorivosť študentov,
- § podporovať názornosť a spätnú väzbu vo vyučovaní.

Multimédiá a hypermédiá by bez IKT nenašli vo výučbe uplatnenie a neboli by využiteľné. Hypermédiá nám slúžia na prepojenie užívateľa s webovou stránkou, ktorú potrebujú. Prakticky nás posielajú na stránku, ktorú hľadáme.

Multimédiá môžeme v škole charakterizovať ako počítačovú podporu riadenú učiteľom alebo študentom, ktorí vo vzájomnej interakcii smerujú k vymedzeným cieľom výučby. Najčastejšie využívaným multimédiom na školách je prezentácia vytvorená v programe PowerPoint.

Prezentácia na seminároch Teórie systémov umožňuje zefektívniť činnosť učiteľa a zároveň umožňuje študentom systematizáciu učiva do logicky usporiadaných prvkov.

2 ELEKTRONICKÁ PODPORA TEÓRIE SYSTÉMOV PROSTREDNÍCTVOM PREZENTÁCIE A INTERNETU

Ako systém môžeme chápať všeobecné súbory prvkov, medzi ktorými sa nachádzajú vzájomné vzťahy a tiež ako celok má k svojmu okoliu určité vzťahy. Každý systém je popísaný týmito základnými vlastnosťami:

§ chovanie systému,

§ štruktúrou systému.

S týmito vlastnosťami sa v priebehu práce bližšie zoznámime [1].

2.1 Elektronická podpora

Táto práca je spracovaná aj do elektronickej formy prezentácie za pomoci MS PowerPoint. Vďaka tomu som si obnovila poznatky práce v tomto prostredí ako napr. tvorba a práca s textom, tvorba vzorcov, práca s pozadím alebo práca s animáciami.

Ďalšia elektronická pomôcka tejto práce je vytvorená stránka v jazyku HTML. Prostredníctvom tohto jazyka môžeme zobrazovať stránky a prenášať stránky cez WWW. Jednotlivé stránky sú pri tom prepojené odkazy, t.j. ďalšia stránka sa nám otvorí kliknutím na odkaz.

2.1.1 Práca s jazykom HTML

Neoddeliteľnou súčasťou pri práci je dodržiavanie štruktúry HTML dokumentu. Do hlavičky dokumentu sa zadá názov stránky. V tele dokumentu tvoríme našu stránku. Bolo nutné zoznámiť sa s vývojovým prostredím, teda textovým editorom a prehliadačom. Pre túto prácu sme využili bezplatný software PSPad, ktorý je možné ľahko získať z internetu. Bolo potrebné ozrejmiť si základnú prácu v tomto prostredí ako napr. príkazy pre vloženie

obrázkov, písanie textu a presne dodržiavať všetky pravidlá pri vytváraní webovej stránky. Navrhovaná webová stránka vznikla prostredníctvom návrhu stránky, ktorá umožnila publikovanie prezentácie na Internete. Stránka, ktorá slúži na publikovanie prezentácie, je dostupná na adrese <http://tsutb.host.sk>. Doména stránky bola vytvorená na <http://www.host.sk>.

2.1.1.1 Štruktúra dokumentu

Každá webová stránka musí mať pevne stanovenú štruktúru, ktorá je tvorená použitím špeciálnych formátovacích značiek.

Najskôr je nutné prehliadaču povedať, kde začína a kde končí zdrojový text zobrazovanej stránky. Preto každý dokument HTML začína značkou `<HTML>` a končí jej ukončovacou alternatívou `</HTML>`. Obsah vytvorenej stránky je teda umiestnený medzi tieto dve značky [11].

Dôležitou časťou dokumentu je tiež hlavička a telo dokumentu. Na označenie hlavičky dokumentu sa používa označenie `<HEAD>` a jej následné ukončenie `</HEAD>`. Telo dokumentu má tiež svoje označenie a to `<BODY>`, kde sa nachádza vlastný obsah stránky `</BODY>`. Text, ktorý sa zapisuje do tela je zobrazený v prehliadačovom okne.

2.1.1.2 Komentáre dokumentu

Veľmi dôležitou súčasťou dokumentu sú aj komentáre. Žiadny vplyv na chod stránky nemajú, len nám uľahčujú orientáciu v dokumente. Tiež ich len môžeme využiť pri skrytí rôznej časti programu. Ak chceme funkciu komentárov použiť, tak použijeme označenie `<!-- a -->`.

2.1.1.3 Formátovanie textu v dokumente

V texte používame rôzne formátovanie pre text. Záleží na tom, ako chceme formát v texte využiť, napr. pri nadpisoch, odsekoch, pri zarovnaní dokumentu a pod.

1. Nadpisy

Nadpis do dokumentu vkladáme medzi `<H1>` a `</H1>`. Podľa jednotky by sme mohli povedať, že existuje aj iné označenie. Namiesto jednotky môžeme použiť čísla dva až šesť. Podľa čísla, ktoré použijeme, môžeme meniť druh nadpisu.

2. Odseky

Je nutné, aby sa v zdrojovom kóde presne označovalo, kde sa majú odseky vytvoriť. Text každého odseku musí byť uzatvorený medzi značkami `<P>` a `</P>`. Niekedy je ale treba, aby určitý text v odseku začínal na novom riadku bez ohľadu na veľkosť okna. Toho môžeme dosiahnuť pomocou značky `
` [11].

3. Zarovnanie dokumentu

Formálnu úpravu dokumentu resp. stránky môžeme zabezpečiť aj zarovnaním dokumentu. K tomu sa používa atribút `ALIGN`. Zarovnať dokument môžeme naľavo, napravo a na stred.

4. Nastavenie písma a jeho veľkosti

Na zmenu textu písma sa používa značka ``. Môže byť doplnená o rôzne atribúty.

Použité písmo môže mať veľkosti v rozsahu jeden až sedem. Pričom písmo jeden je najmenšie a písmo veľkosti sedem je logicky najväčšie [10].

Pre zmenu formátu textu existuje v HTML celá rada značiek, ich pomocou je možné zobrazit' písmo tučné alebo kurzívou, podtrhnúť dôležitú vetu alebo preškrtnúť časť dokumentu a pod. [10].

2.1.1.4 Práca s farbami v dokumente

Jedna z vecí, ktorá nás môže upútať na webových stránkach, môže byť jej farebné rozlíšenie. S farbami sa môžeme veľmi dobre pohrať. Môžeme meniť, napr. farbu textu, pozadia a pod.

Farbu v celom dokumente môžeme zmeniť nasledujúco: pomocou atribútu *BGCOLOR* a atribútu *TEXT*, ktoré sa pridávajú k znaku *<BODY>*. Keď si stránku dáme zobrazit' v prehliadači, môžeme si overiť správne nastavenie požadovanej farby.

V HTML dokumentoch je možné meniť farbu písma, a to i tak, aby sa zmenila len časť textu. K tomu používame značku **, vyplňa ju atribút *COLOR*. Ukončenie farby písma sa robí značkou **.

Tab.1. Prehľad číselných kódov niektorých farieb

Farba	Číselný kód
Biela	#FFFFFF
Červená	#FF0000
Čierna	#000000
Zelená	#008000
Modrá	#0000FF
Žltá	#FFFF00
Šedivá	#808080

2.1.1.5 Vkladanie obrázkov

Štandard HTML podporuje dva grafické formáty – GIF a JPEG. Ak máte k dispozícii požadovaný obrázok v príslušnom formáte, môžete ho umiestniť na stránku pomocou značky **. Základné použitie tejto značky je veľmi jednoduché. Stačí zadať pomocou atribútu *SRC* URL obrázku [10].

3 PREHLAD PREDMETOV SEMINÁROV TEÓRIE SYSTÉMOV

Naším cieľom je, aby študenti na hodine pochopili základné vlastnosti dynamických systémov. Hlavne sa snažíme riešiť problematiku spojitých jedno a viacrozmerných lineárnych systémov. Venujeme sa vonkajšiemu a vnútornému popisu, realizácii, spätnej väzbe, Laplaceovej transformácii, stabilite a ďalším vlastnostiam. Absolvovanie predmetu poskytuje znalosti z nasledujúcich oblastí: vonkajší a vnútorný popis systému, stav systému, stavový popis, prenos systému, transformácie stavových popisov, prepis rôznych popisov dynamických systémov, stability, kritériá stability, vlastnosti systémov a pod. Študent je kvalifikovaný pre analýzu, návrh simulácie systémov riadenia na bakalárskej úrovni.

3.1 Vzory a obrazy funkcií v Laplaceovej transformácii

Laplaceova transformácia (ďalej L-T) je jedným zo základných matematických nástrojov teórie automatického riadenia. Umožňuje transformáciu funkcií z časovej oblasti do oblasti komplexnej. Dôsledkom je skutočnosť, že zložité matematické operácie v okruhu diferenciálnych rovníc, ktoré by sme museli vykonať pri analýze a syntéze systému riadenia, môžu byť nahradené jednoduchšími algebrickými operáciami [5].

Definícia L-T:

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1)$$

kde:

f – vzor, originál

F – obraz

Podmienky pre f(t):

§ je po častiach spojitá $t \geq 0$,

§ $f(t) = 0$ pre $t < 0$,

§ $f(t)$ je exponenciálneho rádu („nerastie rýchlejšie ako exponenciálna funkcia“).

Pri riešení príkladov môžeme využiť:

§ Eulerove vzťahy

$$\left. \begin{aligned} e^{jx} &= \cos(x) + j\sin(x) \\ e^{-jx} &= \cos(x) - j\sin(x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin(x) = -0.5j(e^{jx} - e^{-jx}), \cos(x) = 0.5(e^{jx} + e^{-jx}) \quad (2)$$

§ funkciu Per partes

§ vetu o derivácii obrazu

$$L\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n F(s)}{ds^n} \quad (3)$$

§ vetu o derivácii originálu

$$L\left\{\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0) \quad (4)$$

§ vetu o obraze primitívnej funkcie

$$L\left\{\int_0^t f(t) dt\right\} = \frac{1}{s} F(s) \quad (5)$$

§ veta o posunutí originálu (oneskorenie)

$$L\{f(t-t)\} = F(s)e^{-ts} \quad (6)$$

§ veta o linearite (superpozícii)

$$L\{af(t) + bg(t)\} = aF(s) + bG(s) \quad (7)$$

kde:

α, β sú ľubovoľné komplexné konštanty.

3.2 Spätná Laplaceova transformácia, veta o rezíduách, Heavisidov rozvoj

Spätná (inverzná, nepriama) L-T transformuje funkcie komplexnej premennej s na funkcie reálnej premennej t . Nech $F(s)$ je L-T funkcie $f(t)$, $t > 0$; potom je spätná L-T definovaná integrálom (po uzatvorenej krivke).

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma(s)} F(s)e^{st} ds = \sum \text{res}[F(s)e^{st}]_{s=s_k} \quad (8)$$

s_k – singulárne body (póly) $F(s)$

Integrácia je robená v komplexnej rovine a integračná cesta musí byť volená tak, aby obopínala všetky póly [1].

Výpočty môžeme realizovať týmito spôsobmi:

1. Výpočet rezíduí

a) nenásobný pól s_k

$$\text{res}[F(s)e^{st}]_{s=s_k} = \lim_{s \rightarrow s_k} [(s - s_k)F(s)e^{st}] \quad (9)$$

b) n -násobný pól s_k

$$\text{res}[F(s)e^{st}]_{s=s_k} = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{s \rightarrow s_k} \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} [(s - s_k)^n F(s)e^{st}] \quad (10)$$

Môžeme aj využívať aj riešenie s využitím slovníka L-T.

2. Rozklad na parciálne zlomky, Heavisidov rozvoj

Ak chceme urobiť spätnú L-T pre zložitejšiu racionálnu lomenú funkciu (s polynómami vyšších rádov v čitateli a menovateli), než akú sme schopný nájsť v slovníku, je výhodné ju rozložiť na parciálne zlomky. Okrem klasických spôsobov známych z matematiky (metóda neurčitých koeficientov, dosadzovacia metóda), môžeme využiť tzv. Heavisidov rozvoj [12].

a) nenásobný pól s_k

Rozklad potom bude

$$F(s) = \frac{A_1}{s-s_1} + \frac{A_2}{s-s_2} + \dots + \frac{A_n}{s-s_n} \quad (11)$$

kde:

$$A_i = \lim_{s \rightarrow s_i} [(s-s_i)F(s)] = [(s-s_i)F(s)]_{s=s_i}, \quad i = 1, \dots, n$$

(12)

b) k-násobný pól

$$F(s) = \frac{A_1}{s-s_1} + \frac{A_2}{(s-s_1)^2} + \dots + \frac{A_k}{(s-s_1)^k} + \frac{A_{k+1}}{s-s_{k+1}} + \frac{A_{k+2}}{s-s_{k+2}} + \dots + \frac{A_n}{s-s_n} \quad (13)$$

kde:

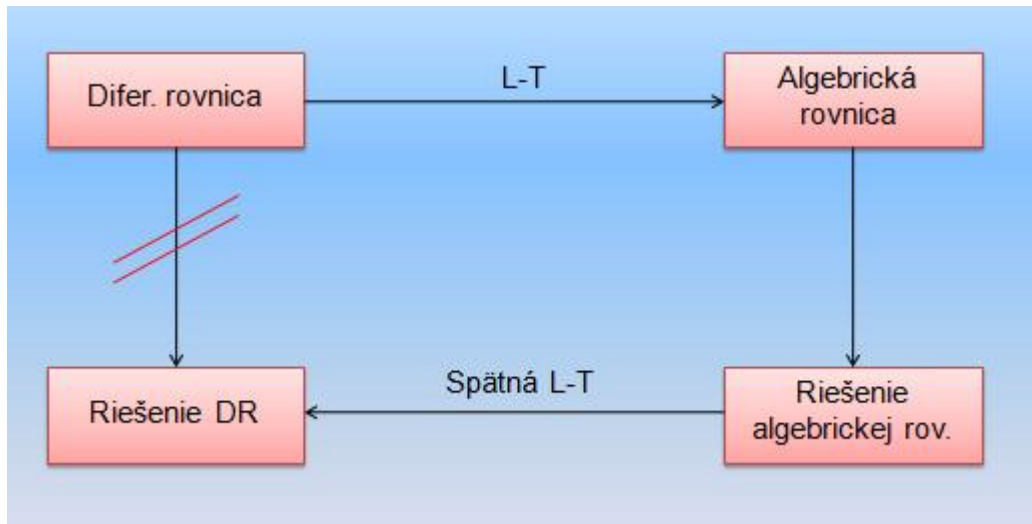
$$A_k = \left[(s-s_1)^k F(s) \right]_{s=s_1}$$

(14)

$$A_{k-j} = \frac{1}{j!} \frac{d^{(j)}}{ds^{(j)}} \left[(s-s_1)^k F(s) \right]_{s=s_1}, \quad j = 1, 2, \dots, k-1 \quad (15)$$

a A_l , $l = k+1, \dots, n$ sa vypočítajú ako v prípade nenásobných koreňov.

3.3 Riešenie obyčajných diferenciálnych rovníc pomocou L-T



Obr.1. Riešenie diferenciálnych rovníc pomocou L-T

Dôležitosť L-T spočíva v tom, že derivácia vzoru sa zobrazí do násobku obrazu premennou s . Hlavnou výhodou jej použitia je to, že relatívne neľahké riešenie diferenciálnych rovníc priamo v časovej oblasti je po transformácii nahradené riešením ľahším – diferenciálne rovnice sú totiž prevedené na rovnice algebraické (v oblasti komplexnej premennej s). Po vyriešení je výsledok možno previesť späť do časovej oblasti pomocou spätnej L-T. Tento postup je schematicky znázornený na Obr.1. Význam L-T v teórii riadenia je však ešte vyšší. Umožňuje totiž popis LSDS pomocou tzv. prenosových funkcií (prenosov), namiesto diferenciálnych rovníc [12].

3.4 Výpočet frekvenčných charakteristík

Frekvenčný prenos:

$$G(j\omega) = G(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = A(\omega)e^{ij(\omega)} \quad (16)$$

je podiel Fourierových obrazov výstupu a vstupu pri nulových počiatočných podmienkach.

$A(\omega)$ - amplitúda (modul)

$\varphi(\omega)$ - fázové posunutie (argument)

§ prechod harmonického signálu,

§ u lineárnych systémov zmena fázy a amplitúdy, nemení sa frekvencia ω .

3.4.1 Nyquistova krivka (amplitúdovo fázová frekvenčná charakteristika)

Je to grafické zobrazenie $G(j\omega)$ v komplexnej rovine pre $0 \leq \omega \leq \infty$. Pre stabilný systém, kde sa relatívny rád rovná rádu (prenosu), platí: Nyquistova krivka bude „začínať“ na kladnej reálnej osi v hodnote statického zosilnenia, obieha v zápornom smere (t.j. v smere hodinových ručičiek) počiatok komplexnej roviny toľkokrát, koľkého je prenos rádu, „končí“ v počiatku.

3.4.2 Bodeho krivky

1. Amplitúdovo logaritmická frekvenčná charakteristika

§ grafické zobrazenie $A(\omega)$ [dB] pre $0 \leq \omega \leq \infty$,

§ $A[\text{dB}] = 20 \log A$.

2. Fázová logaritmická frekvenčná charakteristika

§ grafické zobrazenie $\varphi(\omega)$ pre $0 \leq \omega \leq \infty$,

§ $\varphi(\omega)$ nie je v dB,

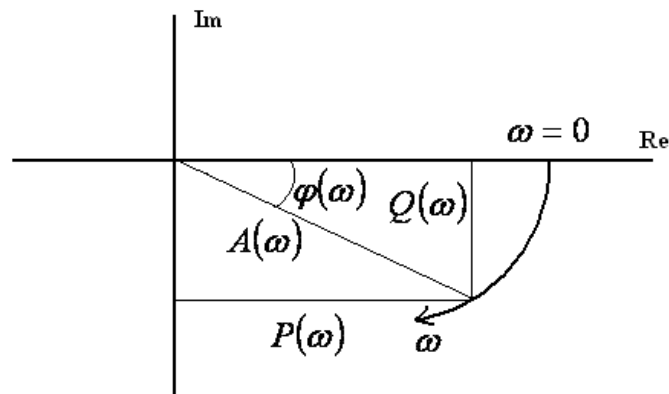
§ logaritmické súradnice kvôli ľahšiemu vytváraniu kriviek pre zložitejšie prenosy – môžeme potom superponovať.

Prevod medzi zložkovým a exponenciálnym tvarom komplexného čísla (viď Obr.2.):

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \text{Re}G(j\omega) + j\text{Im}G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (17)$$

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (18)$$

$$j(\omega) = \arctan\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right) \quad (19)$$



Obr.2. Vzťah medzi zložkovým a exponenciálnym tvarom komplexného čísla

Pozn.: Tiež sa používa aj Nicholsov diagram zobrazujúci závislosť medzi $A(\omega)$ [dB] a $\varphi(\omega)$. V Matlabe sa k tomu používa príkaz *nichols*.

3.5 Stabilita LSDS

Stabilitou dynamických systémov sa na prelome 19. a 20. storočia zaoberal L. P. Ljapunov. Jeho definície sú doteraz platné pre tzv. vnútornú stabilitu nielen pre lineárne, ale aj nelineárne systémy. Stabilita dynamického systému v zmysle tejto definície je schopnosť vrátiť sa po vychýlení späť do pôvodného stavu. Toto vychýlenie je vždy spôsobené nenulovými počiatočnými podmienkami, teda Ljapunovská stabilita je vlastnosťou len ľavej časti diferenciálnej rovnice (menovateľa prenosu).

LSDS je stabilný práve vtedy, ak má menovateľ jeho prenosu korene len v ľavej časti komplexnej roviny [12].

K tomu, aby korene polynómu

$$a(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (20)$$

ležali len v ľavej časti komplexnej roviny je nutné, aby $a_i > 0$ pre všetky $i = 0, 1, \dots, n$ [12].

HURWITZOVO KRITÉRIUM

Ak budú všetky hlavné subdeterminanty kladné, potom bude systém stabilný.

Hurwitzova matica:

$$H_n = \begin{pmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & a_2 & a_0 \end{pmatrix} \quad (n \times n)$$

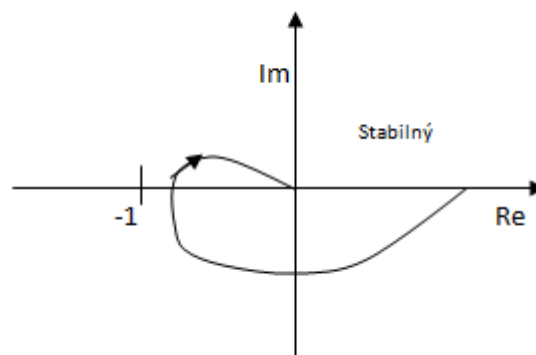
Ak je determinant (ďalej det) $H_{n-1} = 0$, potom sme na hranici stability.

3.5.2 Geometrické kritériá stability

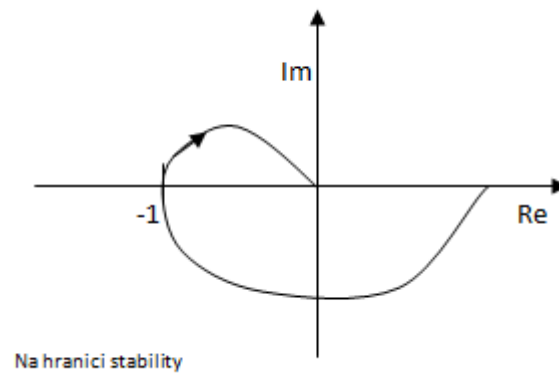
NYQUISTOVO KRITÉRIUM

Nyquistovo kritérium stability umožňuje overovať stabilitu uzavretého regulačného obvodu na základe kmitočtovej charakteristiky otvoreného regulačného obvodu, ktorá môže byť k dispozícii aj v podobe grafu či tabuľky získanej experimentálne [1].

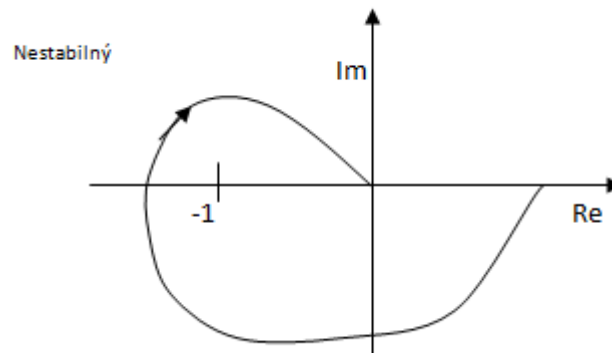
Ak je otvorený regulačný obvod stabilný, potom uzatvorený regulačný obvod bude stabilný vtedy a len vtedy, keď amplitudovo-fázová kmitočtová charakteristika otvoreného regulačného obvodu (Nyquistova krivka) neobklopuje kritický bod $[-1; j0]$ [1].



Obr.3. Stabilný priebeh Nyquistovej krivky



Obr.4. Nyquistova krivka na hranici stability



Obr.5. Nyquistova krivka pre nestabilný systém

MICHAJLOVOVO – LEONHARDOVO KRITÉRIUM

Zostrojíte hodograf (Michajlovovu krivku): $a(j\omega) = a(s)|_{s=j\omega}$. Polynóm je stabilný vtedy, ak Michajlovova krivka obkruží v kladnom smere (t.j. proti smere hodinových ručičiek) okolo počiatku komplexnej roviny uhol $n\frac{P}{2}$ (t.j. postupne prejde n kvadranty).

3.6 Prevod stavového popisu na prenos (vstupno-výstupný popis)

Existuje vždy len jeden takýto prevod: stavový popis LSDS všeobecne:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (21)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \quad (22)$$

kde:

\mathbf{A} ($n \times n$) je matica systému (dynamiky),

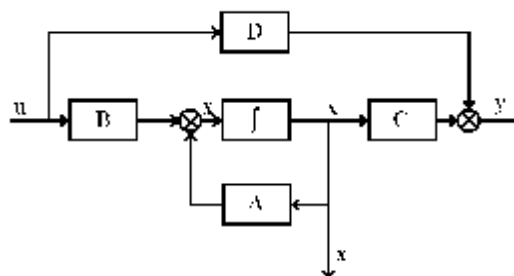
\mathbf{B} ($n \times m$) je matica budenia (vstupu),

\mathbf{C} ($l \times n$) je matica výstupu,

\mathbf{D} ($l \times m$) je matica prevodu,

n, m, l – počet stavových, resp. výstupných, resp. vstupných premenných.

Tu berieme do úvahy len SISO systémy, t.j. $m = 1, l = 1$, potom $y(t)$ a $u(t)$ sú skaláre.



Obr.6. Vnútoraná štruktúra LSDS

Konverzia stavového popisu na prenosovú funkciu je jednoznačná a vzťah pre ňu je možné odvodiť pomocou L-T. Jej aplikácia na rovnicu (21) a využitím vety o obraze derivácie dostaneme: [12]

$$s\mathbf{X}(s) - \mathbf{x}_0 = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}U(s) \quad (23)$$

$$Y(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}(s) + \mathbf{D}U(s) \quad (24)$$

Predpoklad nulových počiatočných podmienok:

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) = \mathbf{B}U(s) \quad (25)$$

kde: \mathbf{I} je jednotková matica

$$Y(s) = [\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}]U(s) \quad (26)$$

potom:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} = \frac{1}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})} \mathbf{C} \text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (27)$$

Pozn.: $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ je charakteristický polynóm systému. Vlastné čísla prislúchajúce matici \mathbf{A} sú potom pólmí systému.

3.7 Prevod vstupne-výstupného popisu na stavový

Ak existuje jeden, potom existuje nekonečne veľa takýchto prevodov. Študujeme tu len systémy s jedným vstupom a výstupom (SISO).

Prevod z prenosovej funkcie na stavový popis jednoznačný nie je a závisí na definícii stavových premenných. Zvyčajnou voľbou je n stavových veličín pre systém popísaný diferenciálnou rovnicou n -tého stupňa a to tak, že stavy definujeme ako výstupnú veličinu $y(t)$ a $(n-1)$ jej derivácií. [12]

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1}u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1\dot{u}(t) + b_0u(t), \quad m \leq n \quad (28)$$

Snahou je získať stavový popis LSDS tak ako v rovniciach (21) a (22):

1. Priamou metódou (kanonický tvar vzhľadom k vstupu, Frobeniov tvar)
 - a) $m < n, m = 0$,
 - b) $m < n, m > 0$,
 - c) $m = n, m > 0$ – pre reálne „prírodné“ systémy len hypotetický prípad.

2. Inverzným postupom k predošlému („anglo-americký“, „USA“)

Tento stavový popis dáv *tf2ss* v Matlabe. Princíp: Stavové veličiny sa nedefinujú od najnižšej, ale od najvyššej derivácie.

3. Metódou postupnej integrácie

Princíp: Za deriváciu stavovej veličiny označíme nulové derivácie v diferenciálnej rovnici a celú rovnicu integrujeme. Takto pokračujeme dovtedy, kým je čo integrovať.

3.8 Jordanov kanonický tvar

Hlavným plusom Jordanovho kanonického tvaru (ďalej JKT) je, že v prípade nenásobných systémových pólov sú jednotlivé stavové rovnice pre jednotlivé stavové premenné na sebe nezávislé. JKT uľahčuje riešenie stavových rovníc aj v prípade násobných pólov, ktoré je možné vykonať podľa jednoduchej schémy.

Stacionárne dynamické systémy konečného rozmeru, t.j. s konečným počtom nezávislých výstupných veličín a s konečným rádom jednotlivých subsystémov, môžeme vo všeobecnom prípade rozdeliť na štyri rôzne dielčie systémy, podľa toho, aké vlastnosti dielčí systém má [1].

3.8.1 Prevod vonkajšieho popisu LSDS na Jordanov kanonický tvar

K nájdeniu JKT je výhodnejšie vyjsť z prenosu systému, nie z diferenciálnej rovnice. Rozlišujeme dva prípady podľa násobnosti prenosových pólov.

1. Nenásobné prenosové póly s_i

Uvažujme o prenos v tvare súčtu parciálnych zlomkov

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{s - s_i} + b_n = \sum_{i=1}^n A_i \frac{X_i(s)}{U(s)} + b_n, \quad (29)$$

kde na pravej strane je naznačené, ako budú definované stavové premenné, t.j.:

$$\frac{1}{s - s_i} = \frac{X_i(s)}{U(s)} \Leftrightarrow x'_i(t) = u(t) + s_i x_i(t) \quad (30)$$

potom je zrejmé, že:

$$y(t) = b_n u(t) + \sum_{i=1}^n A_i x_i(t) \quad (31)$$

z toho vyplývajú matice:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \mathbf{L} & 0 \\ & s_2 & & 0 \\ \mathbf{M} & & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \mathbf{L} & s_n \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \mathbf{M} \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = (A_1 \quad A_2 \quad \mathbf{L} \quad A_n), \mathbf{D} = b_n \quad (32)$$

2. Násobné prenosové póly s_i

Nech má prenos výhradne viacnásobné póly, t.j.:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{\prod_{i=1}^p (s - s_i)^{n_i}} = \\ &= \sum_{j=1}^{n_1} \frac{A_{1j}}{(s - s_1)^{n_1 - j + 1}} + \sum_{j=1}^{n_2} \frac{A_{2j}}{(s - s_2)^{n_2 - j + 1}} + \dots + \sum_{j=1}^{n_p} \frac{A_{pj}}{(s - s_p)^{n_p - j + 1}} + b_n \end{aligned} \quad (33)$$

kde:

p je počet násobných pólov s násobnosťou n_j a $n_1 + n_2 + \dots + n_p = n$. Stavové premenné (veličiny) sa potom volia nasledujúco: uvažujme len pól s_1 , ostatné póly sa budú riešiť podobne. Časť prenosu rozloženého na parciálne zlomky prislúchajúc pólou s_1 má tvar:

$$\frac{A_{11}}{(s - s_1)^{n_1}} + \frac{A_{12}}{(s - s_1)^{n_1 - 1}} + \dots + \frac{A_{1n_1}}{s - s_1} \quad (34)$$

Ak zavedieme (n_1) tú stavovú premennú ako:

$$\frac{1}{s - s_1} = \frac{X_{n_1}(s)}{U(s)} \Leftrightarrow x'_{n_1}(t) = u(t) + s_1 x_{n_1}(t) \quad (35)$$

tak predposledný v rovnici (34) môžeme písať ako:

$$\frac{A_{1n_1-1}}{(s-s_1)^2} = A_{1n_1-1} \frac{1}{(s-s_1)} \frac{1}{(s-s_1)} = A_{1n_1-1} \frac{1}{(s-s_1)} \frac{X_{n_1}(s)}{U(s)} \quad (36)$$

Ak teraz zavedieme (n_1-1) tú stavovú premennú, získame:

$$x'_{n_1-1}(t) = s_1 x_{n_1-1}(t) + x_{n_1}(t) \quad (37)$$

Ak takto pokračujeme ďalej, zavedenie stavových premenných prislúchajúcich koreňom s_l končí výrazom

$$x'_1(t) = s_1 x_1(t) + x_2(t) \quad (38)$$

Podobne sa zavedú stavové premenné $x_{n_1+1}(t), x_{n_1+2}(t), \dots, x_n(t)$ prislúchajúcim koreňom s_2 až s_p . Potom platí:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = A_{11} \frac{X_1(s)}{U(s)} + A_{12} \frac{X_2(s)}{U(s)} + \dots + A_{1n_1} \frac{X_{n_1}(s)}{U(s)} + \dots + A_{pn_p} \frac{X_n(s)}{U(s)} + b_n \quad (39)$$

teda:

$$y(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + \dots + A_{pn_p}x_n(t) + b_n u(t) \quad (40)$$

Čo nás dovedie k matici:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} s_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & \mathbf{O} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{O} & 1 \\ & & & s_1 \\ & & \mathbf{O} & \\ & & & & s_p & 1 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & s_p & \mathbf{O} & 0 \\ & & & & 0 & 0 & \mathbf{O} & 1 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & s_p \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{M} \\ 0 \\ 1 \\ \mathbf{M} \\ 0 \\ \mathbf{M} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (41)$$

$$\mathbf{C} = (A_{11} \quad A_{12} \quad \mathbf{L} \quad A_{1n_1} \quad \mathbf{L} \quad A_{p1} \quad A_{p2} \quad \mathbf{L} \quad A_{pn_p}), \mathbf{D} = b_n$$

3.8.2 Transformácia stavov

V tejto kapitole uvedieme všeobecný postup transformácie jedného stavového popisu na druhý. Nech je vektor stavových premenných $x(t)$ vyjadrený vo vektorovom priestore s euklidovskou bázou, teda súradnice stavového vektora v tomto priestore sú číselne rovné prvkom vektora $x(t)$. Ak zavedieme inú bázu Q (zloženú z lineárne nezávislých vektorov) stavového priestoru, potom nové súradnice $z(t)$ v tejto báze budú dané vzťahom:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{Q}\mathbf{z}(t) \quad (42)$$

Maticе Q o rozmere $(n \times n)$ sa nazýva transformačná matica. Ak dosadíme predošlý vzťah do stavových rovníc (21) a (22), po úprave získame:

$$\mathbf{v}'(t) = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{Q}\mathbf{v}(t) + \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (43)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{Q}\mathbf{v}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (44)$$

Tu sú zrejme vzťahy medzi pôvodnými $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$ a novými stavovými $(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{D}})$ maticami (pri zmene bázy stavového priestoru)

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}} &= \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{Q} \\ \bar{\mathbf{B}} &= \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B} \\ \bar{\mathbf{C}} &= \mathbf{C}\mathbf{Q} \\ \bar{\mathbf{D}} &= \mathbf{D} \end{aligned} \quad (45)$$

Teraz uvažujme opačnou úlohou: Ak poznáme dvojicu stavových popisov $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$ a $(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{D}})$, zaujíma nás, ako nájdeme transformačnú maticu. Pre jednoduchosť predpokladajme systém s jedným vstupom a jedným výstupom. Zostavme tzv. maticu riaditeľnosti:

$$\mathbf{P}_C = \begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \mathbf{L} & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{pmatrix}, \bar{\mathbf{P}}_C = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{B}} & \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}} & \bar{\mathbf{A}}^2\bar{\mathbf{B}} & \mathbf{L} & \bar{\mathbf{A}}^{n-1}\bar{\mathbf{B}} \end{pmatrix} \quad (46)$$

po dosadení získame vzťah:

$$\mathbf{P}_C = \mathbf{Q}\bar{\mathbf{P}}_C \quad (47)$$

Za predpokladu, že majú matice P_c, \bar{P}_c hodnosť n (teda majú plnú hodnosť), potom Q je určené jednoznačne vzťahom:

$$Q = P_c (\bar{P}_c)^{-1} \quad (48)$$

Podobne môžeme postupovať tak, že sa zostaví matica pozorovateľnosti:

$$P_o = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ C^2 A \\ \mathbf{M} \\ C^{n-1} A \end{pmatrix}, \bar{P}_o = \begin{pmatrix} \bar{C} \\ \bar{C}A \\ \bar{C}^2 \bar{A} \\ \mathbf{M} \\ \bar{C}^{n-1} \bar{A} \end{pmatrix} \quad (49)$$

a ďalej počítat:

$$Q = (\bar{P}_o)^{-1} P_o \quad (50)$$

Ďalej sa dozvieme, že plná hodnosť matíc riaditeľnosti a pozorovateľnosti znamená, že systém je riaditeľný, resp. pozorovateľný.

3.9 Štandardná fundamentálna matica systému

Stavový popis LSDS predstavuje sústavu OLDR 1. rádu s konštantnými koeficientmi. Pre riešenie rovnice (21) je najskôr nutné vyriešiť homogénnu sústavu rovníc (Cauchyho úloha – vektor počiatkových podmienok):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (51)$$

jej riešením je:

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}_0 \quad (52)$$

kde:

$\Phi(t) = e^{\mathbf{A}t}$ je štandardná fundamentálna matica systému, tiež matica prechodu – prevádza jeden stav na druhý.

Fundamentálna matica systému je báza riešenia homogénnej rovnice (alebo tiež fundamentálna matica riešenia) je matica lineárne nezávislých riešení homogénnej sústavy (bez počiatkových podmienok): $\mathbf{V}(t) = (\mathbf{v}_1(t), \mathbf{v}_2(t), \dots, \mathbf{v}_n(t))$, kde $\mathbf{v}_i(t)$ sú módy, teda lineárne nezávislé riešenia v tvare stĺpcových vektorov. Módy riešenia sú dané vlastnými číslami matice A , ich násobnosťou a príslušnými vlastnými vektormi. Platí, že lineárne kombinácie $\mathbf{V}(t)\mathbf{C}$ lineárne nezávislých riešení homogénnej rovnice je tiež jej riešením (kde \mathbf{C} je matica konštánt). Štandardná (normovaná) fundamentálna matica $\Phi(t)$ je potom taká lineárna kombinácia $\mathbf{V}(t)$, ktorá má tú vlastnosť, že pre $t = 0$ (všeobecne v počiatku) je rovná jednotkovej matici, teda:

$$\Phi(0) = \mathbf{V}(0)\mathbf{C} = \mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{C} = \mathbf{V}^{-1}(0) \quad (53)$$

Pomocou matice prechodu prechádza jeden stav na druhý; (počiatkový stav na stav v čase t).

Ďalšie vlastnosti $\Phi(t)$:

- 1) $\Phi(-t) = \Phi^{-1}(t)$
- 2) $\Phi(t_1 + t_2) = \Phi(t_1)\Phi(t_2)$
- 3) $\Phi(t) = e^{\mathbf{A}t} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{A}t)^i}{i!}$ (Taylorov rozvoj exponenciály)

Spôsoby riešenia $\Phi(t)$: klasické riešenie a riešenie s využitím L-T. Niektoré ďalšie spôsoby riešenia: využitím Jordanovho tvaru matice A , rozvoj do mocniny rady, ...

3.10 Riešenie stavovej rovnice a vlastnosti systémov

Riešenie nehomogénnej stavovej rovnice (21) je:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t)\mathbf{x}(0) + \int_0^t \Phi(t-t)\mathbf{B}u(t)dt \quad (54)$$

výstup $y(t)$ je potom daný rovnicou výstupu (22).

Špeciálne prípady:

§ ak $u(t) = \delta(t)$, $y(t) = \mathbf{x}(t) = 0$, potom riešenie dáva impulznú funkciu,

§ ak $u(t) = 1(t)$, $y(t) = \mathbf{x}(t) = 0$, potom riešenie dáva prechodovú funkciu.

3.10.1 Riaditeľnosť a dosiahnuteľnosť systému

Stav $x(t_1) \neq 0$ lineárneho systému je riaditeľný, ak existuje časový okamžik $t_2 > t_1$ a taký vstup $u(t)$, ktorým sa systém prevedie zo stavu $x(t_1)$ do stavu $x(t_2) = 0$ a interval $t_2 - t_1$ je konečný.

Stav $x(t_1)$ lineárneho systému je dosiahnuteľný, ak existuje časový okamžik $t_0 < t_1$, kde $(t_1 - t_0)$ je konečný interval a taký vstup $u(t)$, ktorým sa systém prevedie z počiatočného stavu $x(t_0) = 0$ do žiadaného stavu $x(t_1)$ [1].

U stacionárnych LSDS platí: kritérium riaditeľnosti sa rovná kritériu dosiahnuteľnosti.

Matica riaditeľnosti:

$$\mathbf{P}_C = \begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{L} & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (55)$$

má plnú hodnotu, vtedy $\det \mathbf{P}_C \neq 0$.

3.10.2 Pozorovateľnosť a rekonštruovateľnosť systému

Stav $x(t_0)$ systému je pozorovateľný, ak ho môžeme určiť pomocou budúcich hodnôt $y(t)$, $t_0 > t$, výstupného vektora a interval $t - t_0$ je konečný.

Stav $x(t_0)$ systému je rekonštruovateľný, ak ho môžeme určiť pomocou predchádzajúcich hodnôt $y(t)$, $t < t_0$, výstupného vektora a interval $t_0 - t$ je konečný [1].

U stacionárnych LSDS platí: kritérium pozorovateľnosti je rovné kritériu rekonštruovateľnosti. Matica pozorovateľnosti:

$$P_o = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ M \\ C^{n-1}A \end{pmatrix} \quad (56)$$

má plnú hodnotu, vtedy $\det P_o \neq 0$.

3.11 Riešenie diofantických rovníc v okruhu polynómov

Rovnica v tvare:

$$ax + by = c \quad (57)$$

sa nazýva diofantická a je definovaná v množine, ktorá sa nazýva okruh. V rovnici (57) predstavujú a, b, c známe a x, y hľadané neznáme prvky z daného okruhu. Diofantické rovnice dostali svoje meno podľa Diofanta (okolo roku 240), ktorý podstatne zjednodušil grécke zapisovanie číslíc a svojimi prácami vybudoval základy algebrického zápisu [12].

Príklady okruhov: reálne čísla, celé čísla, polynómy nad celými i reálnymi číslami.

3.11.1 Lineárna diofantická rovnica

Aby bola diofantická rovnice vždy riešiteľná, musí ku každej dvojici (či všeobecne n -tici) prvkov a, b existovať vždy jej najväčší spoločný deliteľ c . Príklady hlavných ideálov: reálne čísla, polynómy nad reálnymi číslami. Musí platiť: najväčší spoločný deliteľ a a b delí c .

3.11.2 Riešenie diofantických rovníc v okruhu polynómov

Na riešenie používame tieto metódy:

1. metódu neurčitých koeficientov,

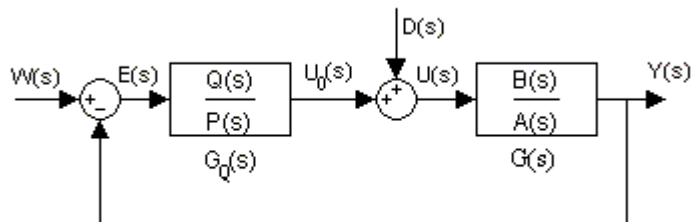
2. zovšeobecnovaný Euklidov algoritmus:

Zovšeobecňuje známy algoritmus hľadania najväčšieho spoločného deliteľa dvoch celých čísiel. V každom kroku algoritmu existuje riešenie dvoch diofantických rovníc. Cieľom je získať riešenie práve zadanej diofantickej rovnice alebo najväčší spoločný deliteľ a a b .

3.11.3 Polynomiálna metóda návrhu regulátorov

Pri riadení sa najčastejšie používajú dve konfigurácie uzatvoreného regulačného obvodu:

1. Systém riadenia 1DOF



Obr.7. Systém riadenie s jedným stupňom voľnosti
(1DOF)

kde:

$G(s)$ - riadená sústava

$G_Q(s)$ - regulátor

$w(s)$ - obraz žiadanej hodnoty

$d(s)$ - obraz poruchy

Požiadavky na kvalitu riadenia:

§ asymptotické sledovanie žiadanej hodnoty a kompenzácia poruchy,

§ stabilita regulačného obvodu.

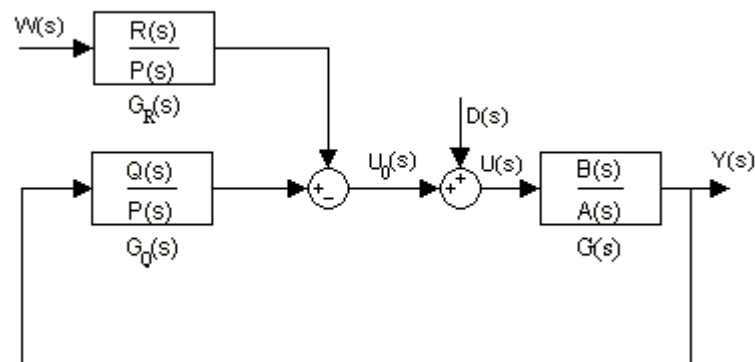
Stabilita je zaistená riešením diofantickej rovnice

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = c(s) \quad (58)$$

Návrh regulátorov polynomiálnou metódou:

$$\begin{aligned} \deg q &= \deg a + \deg f - 1 \\ \deg \tilde{p} &\geq \deg a - 1 \\ \deg c &= 2 \deg a + \deg f - 1 \end{aligned} \quad (59)$$

2. Systém riadenia 2DOF



Obr.8. Systém riadenia s dvoma stupňami voľnosti (2DOF)

kde:

$G_Q(s)$ - „spätnoväzobný“ regulátor

$G_R(s)$ - „priamoväzobný“ regulátor

Požiadavky na riadenie:

§ asymptotické sledovanie žiadanej hodnoty

pre riešenie získame následnou analýzou obvodu diofantickú rovnicu:

$$f_w(s)t(s) + b(s)r(s) = c(s), \quad (60)$$

§ kompenzácia poruchy

pri kompenzácii prítomných porúch dostaneme rovnicu:

$$p(s) = \bar{p}(s)f_d(s) \quad (61)$$

§ stabilita regulačného obvodu

je zaistená riešením diofantickej rovnice (58).

Voľba stupňov polynómov vzhľadom k fyzikálnej realizovateľnosti regulátorov:
 $k \geq \deg f_w - \deg f_d - \deg a$ (musí byť $k \geq 0$):

$$\begin{aligned} \deg q &= \deg a - 1 + \deg f_d \\ \deg \tilde{p} &= \deg a - 1 + k \\ \deg r &= \deg f_w - 1 \\ \deg c &= 2 \deg a - 1 + \deg f_d + k \\ \deg t &= 2 \deg a - 1 + \deg f_d + k - \deg f_w \end{aligned} \quad (62)$$

Pozn.: V Matlabe slúži k riešeniu diofantických rovníc funkcia *axbyc*, ktorej parametre sú polynómy a, b, c .

3.12 Ľavý a pravý maticový zlomok, stabilita MIMO systémov, riešenie maticových diofantických rovníc

V praxi sa môžeme veľmi často stretnúť so systémami, u ktorých sa vstupných a výstupných veličín vyskytuje viac. Nejde pri tom o situáciu, kedy jedna vstupná veličina ovplyvňuje len jednu výstupnú (to by sa vlastne jednalo len o niekoľko paralelných nezávislých regulačných obvodov), ale o systémy, pri ktorých sú veličiny previazané navzájom a všeobecne môže každý vstup ovplyvniť ktorýkoľvek výstup a tieto systémy sa nazývajú mnohorozmerné [12].

Používame skratku MIMO – Multi-Input Multi-Output.

Popisom MIMO systému je sústava diferenciálnych rovníc:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1(t) + a_1 y_1(t) + a_2 y_2(t) &= b_1 u_1(t) + b_2 u_2(t) \\ a_3 y_1(t) + \dot{y}_2(t) + a_4 y_2(t) &= b_3 u_1(t) + b_4 u_2(t) \end{aligned} \quad (63)$$

sústavu môžeme vyjadriť v maticovom tvare:

$$\begin{pmatrix} s + a_1 & a_2 \\ a_3 & s + a_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{pmatrix} \quad (64)$$

všeobecne platí:

$$\mathbf{A}(s)\mathbf{Y}(s) = \mathbf{B}(s)\mathbf{U}(s) \quad (65)$$

kde rozmery polynomiálnych matic sú: $\mathbf{A}(s)$ ($l \times l$), $\mathbf{B}(s)$ ($l \times m$).

Maticový prenos $\mathbf{G}(s)$ ($l \times m$), pre ktorý platí:

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s)\mathbf{U}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{U}(s) \quad (66)$$

$$\mathbf{G}(s) = \begin{pmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \mathbf{L} & G_{1m}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \mathbf{L} & G_{2m}(s) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ G_{l1}(s) & G_{l2}(s) & \mathbf{L} & G_{lm}(s) \end{pmatrix} \quad (67)$$

Ak existuje ľavý maticový zlomok, dá sa vždy otočiť na pravý:

$$\mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s) = \mathbf{B}_p(s)\mathbf{A}_p^{-1}(s) \quad (68)$$

Pre stabilitu MIMO systémov je rozhodujúci det $\mathbf{A}(s)$, resp. det $\mathbf{A}_p(s)$. MIMO systém je stabilný vtedy a len vtedy, ak je det $\mathbf{A}(s)$ (det $\mathbf{A}_p(s)$) stabilný polynóm, t.j. má korene v ľavej časti komplexnej roviny [12].

Riešenie maticových diofantických rovníc:

Pre ľavý maticový zlomok. Úlohou je nájsť maticu $\mathbf{X}(s), \mathbf{Y}(s), \mathbf{A}_p(s), \mathbf{B}_p(s)$ vyhovujúcu (zároveň) rovniciam:

$$\mathbf{A}(s)\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}(s)\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}(s) \quad (69)$$

$$-\mathbf{A}(s)\mathbf{B}_p(s) + \mathbf{B}(s)\mathbf{A}_p(s) = \mathbf{0} \quad (70)$$

zostavíme schému:

$$\left(\begin{array}{c|c} \mathbf{A}(s) & \mathbf{B}(s) \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{array} \right) \quad (71)$$

potom platí:

$$\left(\begin{array}{c|c} \mathbf{A}(s) & \mathbf{B}(s) \\ \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{array} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{X}(s) & -\mathbf{B}_P(s) \\ \mathbf{Y}(s) & \mathbf{A}_P(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{X}(s) & -\mathbf{B}_P(s) \\ \mathbf{Y}(s) & \mathbf{A}_P(s) \end{pmatrix} \quad (72)$$

Násobenie sprava tzv. maticou rotácií je ekvivalentné elementárnym stĺpcovým úpravám. Potom pomocou týchto úprav prejdeme z pôvodnej schémy na finálnu schému:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{X}(s) & -\mathbf{B}_P(s) \\ \mathbf{Y}(s) & \mathbf{A}_P(s) \end{pmatrix} \quad (73)$$

Pozn.: Cieľom úprav je získať v prvom „riadku“ matice $\mathbf{C}(s)$ nulovú maticu.

3.13 Riadenie MIMO systémov

Ukážeme si algebraický spôsob návrhu regulátora v okruhu polynomiálnych matíc (jedná sa o nekomutatívny okruh). Regulačný obvod je analogický k jednorozmernému 1DOF (Obr.7).

Označenie signálov a prenosov v obvode:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s) = \mathbf{B}_P(s)\mathbf{A}_P^{-1}(s) \quad (l \times m) - \text{riadená sústava}$$

$$\mathbf{G}_Q(s) = \mathbf{P}^{-1}(s)\mathbf{Q}(s) = \mathbf{Q}_P(s)\mathbf{P}_P^{-1}(s) \quad (m \times l) - \text{regulátor}$$

$$\mathbf{w}(s) = \mathbf{F}_w^{-1}(s)\mathbf{h}_w(s) \quad (l \times 1) - \text{obraz vektoru žiadanych hodnôt}$$

$$\mathbf{d}(s) = \mathbf{F}_d^{-1}(s)\mathbf{h}_d(s) \quad (m \times 1) - \text{obraz vektoru vstupných poruchových veličín}$$

Požiadavky na kvalitu riadenia:

§ asymptotické sledovanie žiadanej hodnoty a kompenzácia poruchy,

§ stabilita regulačního obvodu

MIMO regulační obvod je stabilní právě vtedy, ak (pre zľava nesúdelný maticový zlomok $\mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s)$) platí:

$$\mathbf{A}(s)\mathbf{P}_P(s) + \mathbf{B}(s)\mathbf{Q}_P(s) = \mathbf{C}(s) \quad (74)$$

kde: $\mathbf{C}(s)$ je stabilná matica.

Pozn.: Prenos riadenia MIMO regulačného obvodu je (z dôvodu prehľadnosti bez premennej s)

$$\mathbf{G}_{WY} = \mathbf{B}_P(\mathbf{P}\mathbf{A}_P + \mathbf{Q}\mathbf{B}_P)^{-1}\mathbf{Q} = \mathbf{P}_P(\mathbf{A}\mathbf{P}_P + \mathbf{B}\mathbf{Q}_P)^{-1}\mathbf{B}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q} \quad (75)$$

Často u mnohorozmerného regulačného obvodu požadujeme, aby jedna riadiaca veličina spôsobovala zmenu len jednej odpovedajúcej regulovanej veličiny. Takýto regulačný obvod označujeme ako autonómny [7].

II. PRAKTICKÁ ČASŤ

4 PRAKTICKÉ PŘÍKLADY

V tejto kapitole nás čakajú ukážky vybraných riešených príkladov a ukážeme si, ako prakticky využiť teoretické znalosti v praxi.

4.1 Vzory a obrazy funkcií v Laplaceovej transformácii

Eulerove vzťahy: Nájdite L-obraz funkcie $f(t) = \sin(9t)$

$$\left. \begin{array}{l} e^{jx} = \cos(x) + j\sin(x) \\ e^{-jx} = \cos(x) - j\sin(x) \end{array} \right\} \Rightarrow \sin(x) = -0.5j(e^{jx} - e^{-jx}), \cos(x) = 0.5(e^{jx} + e^{-jx}) \quad (76)$$

a dosadíme do def. integrálu

$$\begin{aligned} F(s) &= \int_0^{\infty} \sin(9t)e^{-st} dt = \int_0^{\infty} -0.5j(e^{9jt} - e^{-9jt})e^{-st} dt = -0.5j \int_0^{\infty} (e^{(9j-s)t} - e^{-(9j+s)t}) dt \\ &= -0.5j \int_0^{\infty} e^{(9j-s)t} dt + 0.5j \int_0^{\infty} e^{-(9j+s)t} dt = \frac{0.5j}{s-9j} [e^{-(s-9j)t}]_0^{\infty} - \frac{0.5j}{s+9j} [e^{-(s+9j)t}]_0^{\infty} \\ &= \frac{0.5j}{s-9j} (0-1) - \frac{0.5j}{s+9j} (0-1) = 0.5j \left(\frac{-1}{s-9j} + \frac{1}{s+9j} \right) = \frac{9}{s^2+81} \end{aligned}$$

4.2 Spätná Laplaceova transformácia

VELTA O REZIDUÁCH

Nájdite originál $f(t)$ k funkcii $F(s) = \frac{2}{s(s+1)(s+2)}$

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum \operatorname{res} \left[\frac{2}{s(s+1)(s+2)} e^{st} \right]_{s=s_k} = \operatorname{res} \left[\frac{2}{s(s+1)(s+2)} e^{st} \right]_{s=0} + \operatorname{res} \left[\frac{2}{s(s+1)(s+2)} e^{st} \right]_{s=-1} \\ &+ \operatorname{res} \left[\frac{2}{s(s+1)(s+2)} e^{st} \right]_{s=-2} = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{2}{s(s+1)(s+2)} e^{st} \right] + \lim_{s \rightarrow -1} \left[(s+1) \frac{2}{s(s+1)(s+2)} e^{st} \right] \\ &+ \lim_{s \rightarrow -2} \left[(s+2) \frac{2}{s(s+1)(s+2)} e^{st} \right] = 1 - 2e^{-t} + e^{-2t} \end{aligned}$$

HEAVISIDOV ROZVOJ

Nájdite originál $f(t)$ k funkcii $F(s) = \frac{2}{s(s+1)(s+2)}$ s pomocou Heavisidova rozvoja:

$$F(s) = \frac{2}{s(s+1)(s+2)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+1} + \frac{A_3}{s+2}$$

$$A_1 = \left[s \frac{2}{s(s+1)(s+2)} \right]_{s=0} = 1$$

$$A_2 = \left[(s+1) \frac{2}{s(s+1)(s+2)} \right]_{s=-1} = -2$$

$$A_3 = \left[(s+2) \frac{2}{s(s+1)(s+2)} \right]_{s=-2} = 1$$

S využitím L-T slovníka: $f(t) = 1 - 2e^{-t} + e^{-2t}$

4.3 Stabilita LSDS

HURWITZOVO KRITÉRIUM

Použitím Hurwitzovho kritéria určte stabilitu systému popísaného prenosom:

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 40},$$

Hurwitzova matica je:

$$H_3 = \begin{pmatrix} 2 & 40 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 40 \end{pmatrix}$$

$$|H_1| = 2 > 0$$

$$|H_2| = 2 \cdot 2 - 40 \cdot 1 = -36 < 0 \quad \Rightarrow \quad \text{systém je nestabilný}$$

4.4 Prevod stavového popisu na prenos

Je daný stavový popis jednorozmerného LSDS

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = (1 \quad 0) \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

Určte prenos systému (uvažujte nulové počiatkové podmienky). Matice stavového popisu teda sú:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = (1 \quad 0), \mathbf{D} = 0$$

teraz stačí dosadiť

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} = \frac{1}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})} \mathbf{C} \text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{B} + \mathbf{D} = (1 \quad 0) \left[\begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{s^2 + 4s + 3} (1 \quad 0) \begin{pmatrix} s+4 & 1 \\ -3 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2 + 4s + 3} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

4.5 Prevod vstupne-výstupného popisu na stavový

PRIAMA METÓDA

LSDS je popísaný diferenciálnou rovnicou $\dot{x}(t) + 3x(t) + 2y(t) = 5u(t) + 4u(t)$. Nájdite jeho stavový popis v kanonickom Frobeniovom tvare. V tomto prípade urobíme dekompozíciu pôvodnej diferenciálnej rovnice na dve rovnice vždy s nulovou deriváciou na jednej strane a zavedieme pomocnú premennú $z(t)$:

$$\dot{x}(t) + 3x(t) + 2z(t) = u(t)$$

$$y(t) = 5x(t) + 4z(t)$$

Zavedieme stavové premenné, tento krát ako derivácie pomocnej veličiny $z(t)$:

$$x_1(t) = z(t)$$

$$x_2(t) = \dot{x}(t) = \dot{x}_1(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \ddot{x}(t) = 5u(t) - 3\dot{x}(t) - 2z(t) = 5u(t) - 3x_2(t) - 2x_1(t)$$

môžeme určiť matice **A**, **B** ako

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Matice **C** a **D** získame z predchádzajúcich rovníc (po dekompozícii)

$$y(t) = 5\dot{x}(t) + 4z(t) = 5x_2(t) + 4x_1(t)$$

$$\mathbf{C} = (4 \ 5), \quad \mathbf{D} = 0$$

4.6 Ľavý a pravý maticový zlomok, stabilita MIMO systémov, riešenie maticových diofantických rovníc

Určte prenosovú maticu systému

$$\dot{x}_1(t) + y_1(t) + 2y_2(t) = 0,5u_1(t) + u_2(t)$$

$$y_1(t) + \dot{x}_2(t) + y_2(t) = 0,5u_1(t) + 2u_2(t)$$

a rozhodnite o jeho stabilite.

$$\begin{pmatrix} s+1 & 2 \\ 1 & s+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 & 1 \\ 0,5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(s) &= \begin{pmatrix} s+1 & 2 \\ 1 & s+1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0,5 & 1 \\ 0,5 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2 + 2s - 1} \begin{pmatrix} s+1 & -2 \\ -1 & s+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,5 & 1 \\ 0,5 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{s^2 + 2s - 1} \begin{pmatrix} 0,5s - 0,5 & s - 3 \\ 0,5s & 2s + 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

O stabilite rozhoduje $\det A(s)$, čo je polynóm $s^2 + 2s - 1$ (teda spoločný menovateľ všetkých prenosov v prenosovej matici), ktorý je zrejme nestabilný.

ZÁVER

V súčasnosti je nedostatok vhodných vyučovacích prostriedkov. Dôvodom tohto nedostatku sú finančné prostriedky, v niektorých prípadoch zlá spolupráca medzi školami navzájom, ale i medzi školami a štátom. Školy by sa mali viac zaujímať o tento problém, spolu sa podieľať na tvorbe nových, resp. inovovať staršie vyučovacie materiály. Pedagogickí pracovníci najlepšie vedia, čo môže pomôcť študentom pri ich štúdiu a práve tento fakt by ich mal motivovať k tvorbe nových vyučovacích prostriedkov, ktoré by uľahčili nielen prácu žiakom, ale i učiteľom.

Túto prácu sme sa snažili zamerať na vytvorenie výukových textov, prezentácie a webovej stránky k predmetu Teória systémov, ale len k seminárom, čo je len menšie doplnenie celkového predmetu, ktorý sa na UTB, fakulte Aplikovanej informatiky pre odbor Informačné a riadiace technológie učí v piatom semestri štúdia, pre ľahšie vysvetlenie, ale i pochopenie učiva.

V teoretickej časti sme sa okrajovo dostali do oblasti pedagogiky, resp. modernizácie vzdelávania, kde sme si povedali, prečo je nutné neustále zlepšovať kvalitu výučby, ale aj to, ako to môžeme sčasti dosiahnuť. Stručne sme popísali jazyk HTML, ktorý je jedným zo základných prostriedkov pri vytváraní webových stránok. Tiež sme popísali základné značky, atribúty pre stručné vysvetlenie najbežnejších úkonov.

Praktická časť je venovaná ukázkam riešeni praktických príkladov. Ďalšie riešené príklady sú zobrazené v prezentácii i v prílohe riešených príkladov, pridanej k tejto práci.

Touto prácou sme chceli dosiahnuť to, aby sa študentom učivo ľahšie učilo, aby ľahšie chápali tento predmet, čo sme sa snažili docieľiť vhodným usporiadaním učiva do jednotlivých tematických celkov.

ZÁVER V ANGLIČTINE

At present, there is the lack of adequate teaching resources. The reason for this lack are funds, in some cases, poor cooperation between the schools themselves, but also between schools and the state. Schools should be more interested in this problem together to participate in the creation of new or innovate more teaching materials. Teaching staff know best what can help students with their studies and this fact should motivate them to create new learning resources, which would facilitate not only their pupils but also teachers.

This work we tried to focus on the creation of educational texts, presentations and Web pages to the subject of systems theory, but only to the seminar, which is only a minor addition to the overall subject matter which the UTB Faculty of Applied Informatics Department of Information Technology Management teaches in the fifth semester of study, for ease of explanation, but also an understanding of the curriculum.

In the theoretical part, we got into a marginal area or pedagogy. modernization of education, where we said, why is it necessary to constantly improve the quality of teaching, but also how it can be partially achieved. We briefly describe the HTML, which is one of the principal means for creating websites. We also describe the basic brand attributes for a brief explanation of the most common operations.

The practical part is devoted to practical examples of sample solution. More solved examples are shown in the presentation and the annex with examples added to this work. With this work we wanted to reach out to students subject matter easier to learn, easy to understand this subject, we tried to achieve a suitable layout of the curriculum into thematic units.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATURY

- [1] BALÁTĚ, Jaroslav: Automatické řízení. 1.vyd. Praha: BEN – technická literatura, 2004. 664 s. ISBN 80-7300-020-2.
- [2] BROŽA, Petr: *Tvorba WWW stránek pro úplné začátečníky*. 5.vyd. Brno: Computer Press, 2004. 150 s. ISBN 80-7318-465-6.
- [3] BURANSKÝ, Imrich: *HTML a DHTML Hotová řešení*. 1. vyd. Brno: Computer Press, 2003. 260 s. ISBN 80-251-0164-9.
- [2] BURGEROVÁ, J., BURGER, V.: Internet ako informačné médium vo vzdelávaní, In: *Fyzikálne vzdelávanie dnes a po roku 2000: Zborník z medzinárodnej vedeckej konferencie konanej v dňoch 18.-21.1.1998 v Prešove*. Prešov: Katedra fyziky FHPV PU, 1998, s. 71-72. ISBN 80-88885-31-0
- [4] DELLWIG, Ingo: *HTML 4 príručka tvůrce webu*. 1. vyd. Grada Publishing: Praha, 2002. 272 s. ISBN 80-247-0297-5.
- [5] DOSTÁL, P., GAZDOŠ, F.: *Řízení technologických procesů*. 1. vyd. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2006. 80 s. ISBN 80-7318-465-6.
- [6] JANIŠ, K.: *Obecná didaktika – vybraná témata*. 4. vyd. Hradec Králové: GAUDEAMUS. 2010. 109 s. ISBN 978-80-7435-047-4.
- [7] Kubík, S., Kotek, Z., Strejc, V., Štecha, J.: *Teorie automatického řízení I, Lineární a nelineární systémy*. 1. vyd. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1982. 523 s.
- [8] OGATA, Katsuhiko: *System Dynamics*. 4th ed. New Jersey : Prentice Hall, 2004. 767 s. ISBN 0-13-142462-9.
- [9] PETLÁK, E.: *Všeobecná didaktika*. Bratislava: IRIS, 2004. 311 s. ISBN 80-89018-64-5.
- [10] PÍSEK, Slavoj: *HTML tvorba jednoduchých internetových stránek*. 2. vyd. Praha: Grada Publishing, 2006. 108 s. ISBN 978-80-247-1767-8.
- [11] PÍSEK, Slavoj: *Vytváříme internetové stránky*. Praha: Grada Publishing, 2003. 88 s. ISBN 80-247-0573-7.

- [12] PROKOP, R., MATUŠŮ, R., PROKOPOVÁ, Z.: *Teorie automatického řízení – lineární spojité dynamické systémy*. 1. vyd. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2006. 102 s. ISBN 80-7318-3369-2
- [13] PROKOP, R., PROKOPOVÁ, Z.: *Teorie automatického řízení II pro bakalářské studium*. 1. vyd. Zlín : Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2000. 80 s. ISBN 80-214-1741-2.
- [13] TUREK, I.: *Didaktika*. Bratislava: Iura Edition, 2008. 596 s. ISBN 978-80-8078-198-9.
- [14] Doména. Dostupná z WWW: www.host.sk
- [15] Návrh webovej stránky. Dostupný z WWW: www.freewebsitetemplates.com
- [16] Výukový materiál poskytnutý od pána Ing. Libora Pekaře

ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK

L-T	Laplaceova transformácia
IKT	Informačné a komunikačné technológie
EU	Európska únia
UP	Učebná pomôcka
WWW	World Wide Web
HTML	Hypertext Markup Language
L-obraz	Laplaceov obraz
DR	Diferenciálna rovnica
det	Determinant
SISO	Single-Input Single-Output
MIMO	Multi-Input Multi-Output
LSDS	Lineárne spojité dynamický systém
1DOF	Systém s jedným stupňom voľnosti
2DOF	Systém s dvomi stupňami voľnosti

ZOZNAM OBRÁZKOV

Obr.1. Riešenie diferenciálnych rovníc pomocou L-T.....	23
Obr.2. Vzťah medzi zložkovým a exponenciálnym tvarom komplexného čísla.....	25
Obr.3. Stabilný priebeh Nyquistovej krivky.....	27
Obr.4. Nyquistova krivka na hranici stability.....	28
Obr.5. Nestabilný priebeh Nyquistovej krivky.....	28
Obr.6. Vnútoraná štruktúra LSDS.....	29
Obr.7. Systém riadenie s jedným stupňom voľnosti (1DOF).....	39
Obr.8. Systém riadenia s dvoma stupňami voľnosti (2DOF).....	40

ZOZNAM TABULIEK

Tab.1. Prehľad číselných kódov niektorých farieb.....	18
---	----

ZOZNAM PRÍLOH

Príloha 1: Prezentácia v MS PowerPoint

Príloha 2: Slovník L-T

Príloha 3: Nástenný prehľad

Príloha 4: Zverejnená webová stránka

Príloha 5: Typové Bodeho krivky systému

Príloha 6: Riešené príklady

PRÍLOHA P I: UKÁŽKA WWW STRÁNKY


Teória systémov



Fakulta Aplikovanej informatiky

Elektronická podpora seminárov
predmetu Teória systémov

Volám sa Michaela Matelová. Toto je obsah mojej bakalárskej práce na Internet. Práca je zameraná na ovládanie predmetu Teória systémov pre fakultu Aplikovanej informatiky na Univerzite Tomáše Bati. Sú tu umiestnené prezentácie, ktoré nám podrobne popisujú čo sa na danej hodine preberá.

 Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Pierre Simon de Laplace (1749-1827)

Laplace je považovaný za jedného z najväčších vedcov. Zaoberal sa matematikou analýzou, teóriou pravdepodobnosti, nebeskou mechanikou, teóriou potenciálu, zaviedol pojem Laplaceovej transformácie, použil tzv. Laplaceov operátor (v parciálnej diferenciálnej rovnici pre potenciál silového poľa). Je autorom teórie o vzniku siločnej sústavy z rotujúcej mlhoviny.

- ❖ [Home](#)
- ❖ [Laplaceova transformácia](#)
- ❖ [Spätná Laplaceova transformácia](#)
- ❖ [Riešenie obyčajných lineárnych diferenciálnych rovníc pomocou Laplaceovej transformácie](#)

PRÍLOHA P II: UKÁŽKA PREZENTÁCIE

Elektronická podpora
seminárov predmetu
Teória systémov

Výpracovala: Michaela Matečková

Osnova predmetu

Cvičenie 1: Laplaceova transformácia (L-T)

- priama L-T
- obrazy vybraných funkcií
- vlastnosti L-T

Cvičenie 1 - 2: Spätná L-T

- spätná L-T
- veta o reziduách
- Heavisidov rozvoj

Cvičenie 2: Riešenie obyčajných lineárnych diferenciálnych rovníc (OLDR) pomocou L-T

- riešenie OLDR s konštantnými parametrami pomocou L-T
- výpočet impulznej a prechodovej funkcie z OLDR

Osnova predmetu

Cvičenie 3: Výpočet frekvenčných charakteristik

- frekvenčný prenos a jeho tvary
- AFFCH, Bodeho krivky

Cvičenie 3 - 4: Stabilita LSDS

- Ljapunovská stabilita
- BIBO stabilita
- algebrické a geometrické kritériá stability

Cvičenie 4: Prevod stavového popisu na prenos (vstupno-výstupný popis)

- stavový popis
- charakteristická rovnica a póly systému
- prevod SS \rightarrow TF

Osnova predmetu

Cvičenie 5: Prevod vstupno-výstupného popisu na stavový

- priama metóda (Frobeniov tvar s/bez derivácie na pravej strane)
- postup inverzný k priamej metóde („USA“)
- Metóda postupnej integrácie a kanonický tvar vzhľadom k výstupu

Cvičenie 6: Jordanov kanonický tvar, transformácia stavov

- Jordanov kanonický tvar
- transformácia stavov
- Výpočet transformačnej matice

Osnova predmetu

Cvičenie 7: Štandardná fundamentálna matica systému

- homogénna stavová rovnica
- fundamentálna a štandardná fundamentálna matica systému (matica prechodu)
- výpočet „klasiccky“ a pomocou L-T
- využitie Jordanovho tvaru pri výpočte matice prechodu

Cvičenie 8: Riešenie stavovej rovnice a vlastností systémov

- nehomogénna stavová rovnica
- výpočet impulznej a prechodovej funkcie zo stavového popisu
- riaditeľnosť a pozorovateľnosť systému

Osnova predmetu

Cvičenie 9 - 10: Riešenie diofantických rovníc v okruhu polynómov – polynomiálna metóda návrhu regulátorov

- pojem okruhu a telesá
- lineárna diofantická rovnica
- metóda neurčitých koeficientov
- zovšeobecnený Euklidov algoritmus
- uzavretý spätnoväzobný regulačný obvod typu 1DOF a 2DOF
- popis systému v okruhu polynómov
- polynomiálna syntéza

Osnova predmetu

Cvičenie 10: Ľavý a pravý maticový zlomok, stabilita MIMO systémov, riešenie maticových diofantických rovníc

- popis a stabilita MIMO LSDS

Cvičenie 11 - 12: Riadenie MIMO systémov (syntéza regulačného obvodu)

- autonómnosť prenosovej matice riadenia
- Invariantnosť voči poruche
- polynomiálny prístup k riadeniu MIMO systémov

Cvičenie 1

Laplaceova transformácia

Definícia L-7:

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

kde: f - vzor, originál,
 F - obraz

Podmienky pre $f(t)$:

- je po častiach spojitá pre $t \geq 0$
- $f(t) = 0$ pre $t < 0$
- $f(t)$ je exponenciálneho rádu („nerastie rýchlejšie než exponenciálna funkcia“) – kvôli konvergencii integrálu
- [Vlastnosti - vety - budú demonštrované na príkladoch]

Laplaceova transformácia

Príklad 1: Nájdite L-obraz funkcie.

Riešenie: Pre riešenie využijeme Eulerove vzťahy

$$\begin{aligned} e^{ix} - \cos(x) + j\sin(x) &\Rightarrow \sin(x) - 0.5j(e^{ix} - e^{-ix}) \\ e^{ix} - \cos(x) - j\sin(x) &\Rightarrow \sin(x) - 0.5j(e^{ix} - e^{-ix}) \end{aligned}$$

a dosadíme do def. integrálu:

$$\begin{aligned} F(s) &= \int_0^{\infty} \sin(9t)e^{-st} dt = \int_0^{\infty} 0.5j(e^{9jt} - e^{-9jt})e^{-st} dt = -0.5j \int_0^{\infty} (e^{(9-j)s} - e^{-(9+j)s}) dt = \\ &= -0.5j \int_0^{\infty} e^{(9-j)s} dt + 0.5j \int_0^{\infty} e^{-(9+j)s} dt = \frac{0.5j}{s-9j} [e^{(9-j)s}]_0^{\infty} - \frac{0.5j}{s+9j} [e^{-(9+j)s}]_0^{\infty} = \\ &= \frac{0.5j}{s-9j} (0-1) - \frac{0.5j}{s+9j} (0-1) = 0.5j \left(\frac{-1}{s-9j} + \frac{1}{s+9j} \right) = \frac{9}{s^2 + 81} \end{aligned}$$

Laplaceova transformácia

Príklad 2: Nájdite L-obraz funkcie $F(s) = \int_0^{\infty} t^2 e^{-st} dt$

Riešenie:

Per partes: $v = t^2 \Rightarrow v' = 2t$

$$u' = e^{-st} \Rightarrow u = -\frac{1}{s} e^{-st}$$

$$F(s) = \left[t^2 \left(-\frac{1}{s} e^{-st} \right) \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} 2t \left(-\frac{1}{s} e^{-st} \right) dt = \left[-\frac{t^2 e^{-st}}{s} \right]_0^{\infty} + \frac{2}{s} \int_0^{\infty} t e^{-st} dt$$

$$(0-0) + \frac{2}{s} \int_0^{\infty} t e^{-st} dt = \frac{2}{s} \int_0^{\infty} t e^{-st} dt$$

Laplaceova transformácia

$$\int_0^{\infty} t e^{-st} dt = \left[t \left(-\frac{1}{s} e^{-st} \right) \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \left(-\frac{1}{s} e^{-st} \right) dt =$$

$$\left[-\frac{te^{-st}}{s} \right]_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt - \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \left[-\frac{1}{s} e^{-st} \right]_0^{\infty} =$$

$$\left(0 - \frac{1}{s} \right) - \frac{1}{s} \Rightarrow F(s) = \frac{2}{s} \left[\frac{1}{s} \right] = \frac{2}{s^2}$$