

# **Modelování sušicího procesu pro materiály tvaru válce**

Modeling of drying process for cylindrical bodies

Bc. Vojtěch Grygar

---

Diplomová práce  
2011

 Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
akademický rok: 2010/2011

## **ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Vojtěch GRYGAR**  
Osobní číslo: **A09338**  
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Modelování sušicího procesu pro materiály tvaru válce**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární studii týkající se způsobů tvorby difuzních matematických modelů.
2. Sestavte difúzní model popisující rozložení vlhkosti v materiálech tvaru válce.
3. Navržený model verifikujte na případu vysychání bobů zelené kávy v průběhu skladování.
4. Dosažené výsledky zhodnoťte v závěru práce.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. KOLOMAZNÍK, K. Modelování zpracovatelských procesů. 1.vyd. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1990. 191s. ISBN 80-214-01141
2. CRANK, J. The Mathematics of Diffusion Oxford: Oxford University Press, 1979, 414s. ISBN 978-0-19-853411-2
3. MEHRER, H. Diffusion of solids. Springer Berlin Heidelberg New York, 2007, 645s. ISBN 978-3-540-71486-6
4. BIRD, B., R., WARREN, S., E., EDWIN, L., N. Transport Phenomena. 2. vyd. USA: University of Wisconsin-Madison, Hamilton Printing, 2002, ISBN 0-471-41077-2
5. BOUDA, L. Dlouhodobé skladování zelené kávy. Zlín 2008. 45 s. Bakalářská práce na Technologické fakultě Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně. Vedoucí bakalářské práce Ing. Vladimír Mrkvička, Ph.D.
6. KOLAT, P. Přenos tepla a hmoty, 3.vyd. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2001, 266 s. ISBN 80-248-0003-9
7. NEKOVÁŘ, P. Difuzní procesy. Sbíрка příkladů, 1.vyd. Praha: VŠCHT Praha, 1993, 136s. ISBN 80-7080-193-X
8. PILAŘ, A. a kolektiv Příklady chemicko-inženýrských výpočtů III, 1.vyd. Praha 1973, SNTL ? Nakladatelství technické literatury, 340 s. ISBN 04-607-73

Vedoucí diplomové práce:

**doc. Ing. Dagmar Janáčková, CSc.**

Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání diplomové práce:

**25. února 2011**

Termín odevzdání diplomové práce:

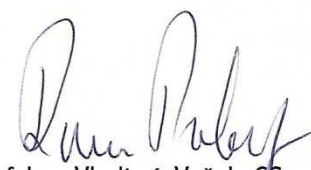
**3. června 2011**

Ve Zlíně dne 25. února 2011



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.

*děkan*



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.

*ředitel ústavu*

## ABSTRAKT

Obsahem diplomové práce je návrh difúzního matematického modelu popisujícího sušící procesy pro dlouhodobé vysychání sušeného materiálu základních tvarů - desky, válce a koule. Na základě řešení deterministického modelu vysychání je odvozen úbytek vlhkosti v materiálu. Pomocí programu COMSOL MULTIPHYSICS, ve kterém byly definovány počáteční a okrajové podmínky, bylo namodelováno dlouhodobé vysychání sušeného materiálu. Za účelem porovnání výsledků získaných z programu COMSOL, byla vytvořena funkční programová aplikace v prostředí MATLAB, která umožňuje zobrazit vlhkostní pole v materiálu, 3D graf vlhkostních polí a úbytek vlhkosti v materiálu. Pomocí této aplikace lze srovnávat výsledky i při změnách některého ze zadávaných parametrů. Na základě navržených matematických modelů lze předpovídat úbytek vlhkosti v materiálu, tato skutečnost byla ověřena na výsledcích dlouhodobého sušení zelených kávových bobů ve skladu.

Klíčová slova: matematický model, difúzní model, sušící proces, úbytek hmotnosti, zelená káva

## ABSTRACT

The diploma thesis deals with a design of a diffusion mathematical model describing the drying processes for long-lasting desiccation of dried substances prototypically shaped as plane, cylinder, and sphere. A decrease in the substance humidity shrinkage is derived from the result in deterministic model of desiccation. The long-term desiccation of the dried substances has been simulated on the basis of COMSOL MULTIPHYSICS program, where initial and marginal conditions were defined. The functional program application in MATLAB has been created in order to draw a contrast among particular results obtained from the COMSOL program. The application enables delineating the moisture extent in substances, 3D graph of moisture extent, and a decrease in the substance humidity degree. By means of the mentioned application, it is achievable to evaluate the results even in terms of changes in some of the set parameters. The shrinkage in substance moisture can be predicted in relation to suggested mathematical models. This fact has been confirmed by the results of long-lasting desiccation of green coffee-beans in the warehouse.

Keywords: mathematical model, diffusion model, drying processes, humidity shrinkage, green coffee

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucí mé diplomové práce doc. Ing. Dagmar Janáčové CSc. za její čas, připomínky, cenné rady a hlavně za trpělivost během vedení této práce.

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>8</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>9</b>
<b>1 SUŠENÍ</b> .....	<b>10</b>
<b>2 VLASTNOSTI VLHKÉHO VZDUCHU</b> .....	<b>13</b>
<b>3 MATEMATICKÉ MODELOVÁNÍ</b> .....	<b>14</b>
3.1 PŘÍMÉ MODELOVÁNÍ .....	14
3.2 NEPŘÍMÉ MODELOVÁNÍ .....	14
3.3 KOMBINACE OBOU METOD .....	15
<b>4 KLASIFIKACE MATEMATICKÝCH MODELŮ</b> .....	<b>16</b>
4.1 STOCHASTICKÝ A DETERMINISTICKÝ MODEL.....	16
4.2 LINEÁRNÍ A NELINEÁRNÍ MODEL .....	16
4.3 JEDNOROZMĚRNÝ A MNOHOROZMĚRNÝ MODEL .....	16
<b>5 TVORBA MATEMATICKÝCH MODELŮ</b> .....	<b>17</b>
5.1 STOCHASTICKÝ MODEL - ČERNÁ SCHRÁNKA .....	18
5.2 DETERMINISTICKÝ MODEL .....	19
<b>6 POČÁTEČNÍ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY</b> .....	<b>20</b>
<b>7 MATEMATICKÉ DIFÚZNÍ MODEL Y VYSYCHÁNÍ</b> .....	<b>22</b>
<b>8 SOFTWARE PRO MODELOVÁNÍ</b> .....	<b>25</b>
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>27</b>
<b>9 NÁVRH MATEMATICKÉHO MODELU</b> .....	<b>28</b>
<b>10 MODELOVÁNÍ V COMSOL MULTIPHYSIC</b> .....	<b>29</b>
10.1 MODELOVÁNÍ MATERIÁLU TVARU DESKY .....	30
10.2 MODELOVÁNÍ MATERIÁLU TVARU VÁLCE .....	34
10.3 MODELOVÁNÍ MATERIÁLU TVARU KOULE .....	36
<b>11 PROGRAMOVÁ APLIKACE</b> .....	<b>38</b>
<b>12 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ Z PROGRAMU COMSOL A MATLAB</b> .....	<b>49</b>
<b>13 ÚBYTEK VLHKOSTI V MATERIÁLU</b> .....	<b>51</b>
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>54</b>
<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ</b> .....	<b>CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	<b>58</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....	<b>60</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ</b> .....	<b>62</b>
<b>SEZNAM TABULEK</b> .....	<b>64</b>

## ÚVOD

Má-li být technologie konkurence schopná při zachování určité kvality, musí se výrobní proces optimalizovat a tím dojde nejen ke snížení nákladů na výrobu, ale i úspory všech prostředků s výrobou spojených. Toho lze dosáhnout zavedením prvků automatického řízení a výpočetní techniky do technologie, kterými můžeme daný výrobní proces monitorovat a vizualizovat. Aby bylo možné tyto prvky začlenit, je nutné znát matematický model, který popisuje probíhající děje v procesech.

Mezi velmi časté technologické operace, které se vyskytují ve výrobních procesech, jsou sušicí procesy, které odstraňují nežádoucí vlhkost z materiálu. Jsou řazeny mezi časově a energeticky náročné procesy spadající do kategorie difúzních dějů s mezní vrstvou, která určuje, jak rychle bude vlhkost z materiálu odcházet, a proto je důležité nastavit režim sušicího procesu podle požadavků na daný děj.

Dříve bylo nutné provádět složité experimentování nově vytvořených technologií v laboratorních podmínkách nebo přímo na reálném zařízení za částečného provozu a to z důvodu rozsáhlých a složitých procesů, které se nedaly jednoduše popsat matematicky. Se začleňováním výpočetní techniky do výrobních systémů se sice rozšířila možnost popsat procesy pomocí deterministických matematických modelů, ale i tak se dnes setkáváme s procesy, které jsou natolik komplikované, že ani zjednodušení nám v daný okamžik nepomůže, a proto se i nadále můžeme setkat se stochastickými modely. Při tvorbě stochastického popisu se vychází pouze z opakovaných experimentálních měření, ze zkušeností a s pomocí teorie pravděpodobnosti. Pomocí těchto zkušeností a empirických závislostí lze probíhající děje v procesu popsat, ovšem pouze za konkrétních podmínek.

Při realizaci technologický procesů se bez matematického modelování jen stěží obejdeme. Výhodou je i to, že při rozšíření výrobního procesu o další technologie není ve většině případů nutné odstavovat zařízení a na něm provádět experiment nebo jej realizovat v laboratoři, ale vše se dá díky různým počítačovým softwarům nasimulovat tak, abychom si udělali představu o tom, jak se přidání nové technologie projeví v dané fázi procesu.

Cílem diplomové práce je návrh matematického modelu dlouhodobých sušicích procesů pro materiály tvaru válce, pomocí kterého můžeme predikovat úbytek vlhkosti v materiálu, a jeho následná verifikace na vysychání zelených kávových bobů ve skladu. Simulace úbytku vlhkosti v materiálu byla provedena pomocí programu COMSOL MULTIPHYSICS.

## **TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 SUŠENÍ

Sušení je proces, při kterém se pomocí tepelné energie odstraňuje vlhkost z materiálu vypařováním a odváděním par. Jedná se o poměrně komplikovaný děj, při kterém současně dochází ke sdílení tepla a hmoty. Z hlediska sdílení hmoty spadá do skupiny difúzních procesů, protože přenos vlhkosti je realizován samovolným pohybem molekul z oblasti vyšší koncentrace do oblasti s koncentrací nižší vlivem tepelného pohybu.

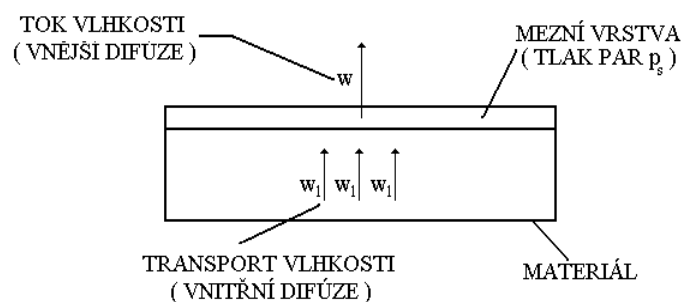
Hnací silou sušicího procesu je tok vlhkosti, který nastává rozdílem tlaků vodní pára  $p_s$  v mezní vrstvě a v okolním prostředí  $p_o$ . [1]

Obecně mohou nastat tři případy:

je-li  $p_s > p_o$  nastane tok vlhkosti z mezní vrstvy do okolí – sušení, v opačném případě, tj. když  $p_s < p_o$  nastává tok vlhkosti z okolí do materiálu – vlhčení a poslední možností je, jestliže  $p_s = p_o$  materiál dosáhl tzv. rovnovážné vlhkosti s okolím.

Pokud se vlhkost okolí neliší moc od vlhkosti v mezní vrstvě, tj. rozdíly parciálních tlaků vodních par  $p_s$  a okolí  $p_o$  nejsou velké, dochází ke zdlouhavějšímu procesu sušení a mluvíme o tzv. vysychání.

Aby proces sušení probíhal správným způsobem, je nutné zajistit stálé a dostačující sycení mezní vrstvy vlhkostí, v opačném případě dochází k přesušení sušeného materiálu a narušení jeho struktury. [2]



Obr. 1.1 – sušicí proces – transport vlhkosti

### Způsoby sušení:

- a) sušící vzduch proudí podél povrchu materiálu buď z jedné, nebo z obou stran
- b) sušící plyn proudí vrstvou hrubších částic sušeného materiálu uloženého na sítu
- c) částice materiálu padají proudícím plynem – rychlost proudění je malá, aby nedocházelo k unášení sušeného materiálu
- d) sušící plyn prochází vrstvou zrnitého materiálu rychlostí větší, než je prahová rychlost fluidace. Plyn odcházející z fluidní vrstvy obsahuje určitý podíl sušeného materiálu, který se zachycuje za sušárnou pomocí filtrů nebo cyklónu
- e) sušený materiál je zároveň sušen a přemísťován sušícím plynem, který má větší rychlost, než je prahová rychlost úletu

### Sušící křivky

Sušící křivka je závislost měrné vlhkosti materiálu na čase v průběhu procesu sušení.

Proces sušení lze rozdělit na tři období:

#### 1. Počáteční období

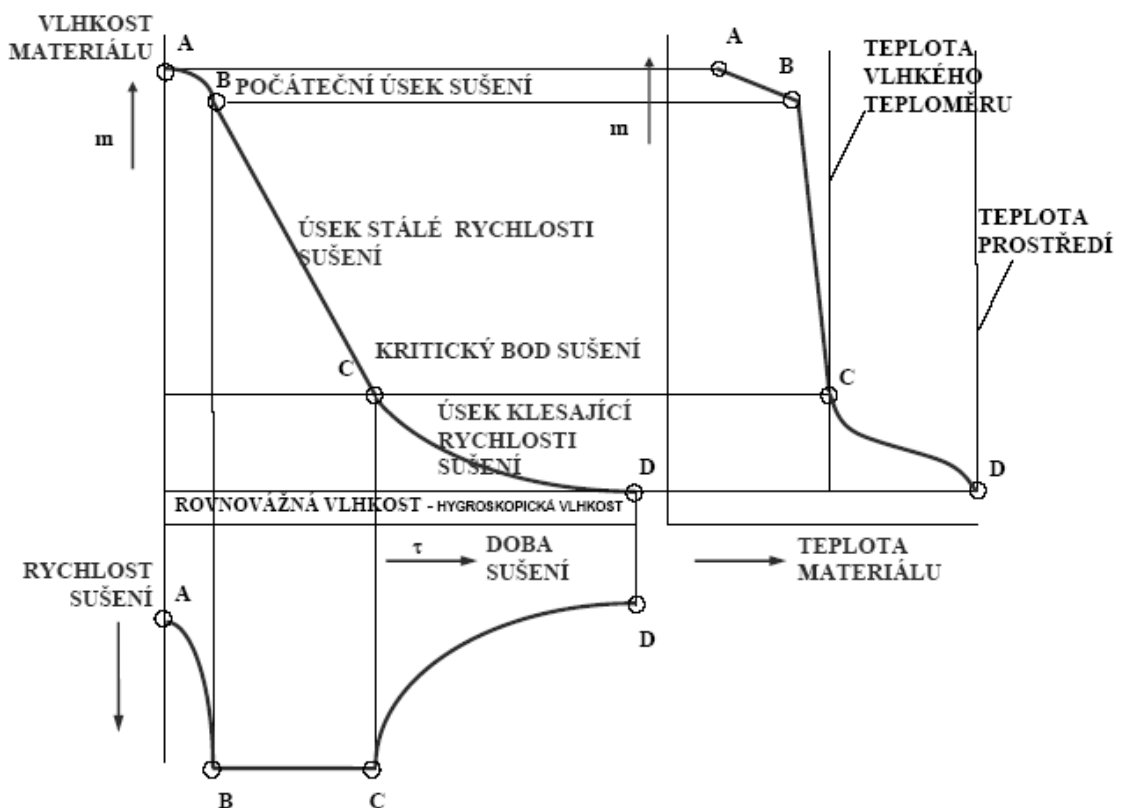
sušený materiál se zahřívá z počáteční teploty  $t_p$  na teplotu vlhkého teploměru  $t_w$ , tj. teploty, při níž je teplo potřebné k vypařování vody do vzduchu odebíráno přestupem tepla z okolního vzduchu, a zároveň se z povrchu začne odpařovat vlhkost. Hybné síly sdílení tepla a hmoty budou nenulové a v materiálu začne klesat koncentrace vlhkosti. Období trvá od bodu A do bodu B znázorněných na sušící křivce. Odpařováním vody z povrchu se proces ohřívání zpomaluje a to z důvodu, že se na něj spotřebovává teplo dodávané ze sušícího vzduchu. Toto počáteční období trvá jen krátce a u některých experimentů jej nemusíme ani zachytit. [1]

#### 2. I. období sušení – konstantní rychlost sušení

V bodě B dosáhl materiál teploty vlhkého teploměru. K určení této teploty slouží Mollierův  $h-x$  diagram. Rychlost sušení je konstantní, až do bodu C. V tomto bodě je hodnota vlhkosti v materiálu rovna kritické vlhkosti. [2]

3. II. období sušení – klesající rychlost sušení

V bodě C nastává okamžik, kdy se na povrchu materiálu přestává tvořit vrstva kapaliny. Do styku se vzduchem se dostávají částice materiálu, čímž se rychlost sušení začne snižovat. Materiál se ohřívá a jeho teplota vzroste nad teplotu vlhkého teploměru. Tím klesá hybná síla sdílení tepla a zpomaluje se i sdílení hmoty, protože dráha difundující páry je složitější a tudíž odpor proti difúzi je větší. V bodě D je teplota materiálu téměř rovna teplotě sušicího vzduchu a vlhkost materiálu je prakticky rovna rovnovážné vlhkosti. Děj sdílení tepla a hmoty se zastavuje – materiál v tomto okamžiku nelze více vysušit. [2]



Obr. 1.2 – sušící křivka



Obr. 1.3 – rozložení vlhkosti v materiálu během sušení

## 2 VLASTNOSTI VLHKÉHO VZDUCHU

Pro sušení se nejčastěji používá vzduch, který vždy obsahuje větší či menší množství vodních par – pak mluvíme o tzv. vlhkém vzduchu. Kromě teploty a tlaku je nutné vyjádřit i množství vodních par ve vzduchu a to parciálním tlakem vodní páry  $p_A$ , vlhkostí  $Y_A$  nebo relativní vlhkostí  $\varphi_A$  a platí [3], [5]:

relativní hmotnostní zlomek vody ve vzduchu – **vlhkost vzduchu**  $Y_A$

$$Y_A = \frac{m_A}{m_B} \quad (2.1)$$

kde  $m_A$  – hmotnost vodních par

$m_B$  – hmotnost absolutně suchého vzduchu

**relativní vlhkost**  $\varphi_A$

$$\varphi_A = \frac{p_A}{p_A^o} \quad (2.2)$$

kde  $p_A$  - parciální tlak vodní páry

$p_A^o$  - parciální tlak nasycené vodní páry

**měrná entalpie**  $I$  – vyjadřuje energetickou hustotu vzduchu

$$I = I_A + I_B \quad (2.3)$$

kde  $I_A$  – měrná entalpie suchého vzduchu

$I_B$  – měrná entalpie vodní páry

**teplota rosného bodu**  $t_r$  – teplota, při které je vzduch nasycen vodními parami,  $\varphi_A = 1$ .

Pokud je teplota nižší než teplota rosného bodu, nastává kondenzace.

**teplota vlhkého teploměru bodu**  $t_w$  – teplota, při níž je teplo potřebné k vypařování vody do vzduchu odebíráno přestupem tepla z okolního vzduchu

### 3 MATEMATICKÉ MODELOVÁNÍ

Při návrhu nebo změnách technologií ve výrobním procesu, které bývají v dnešní době rozsáhlé a dosti komplikované, je nutné se zdanou problematikou dějů probíhajících ve výrobních procesech před jejich realizací důkladně seznámit a získat patřičné zkušenosti na tzv. modelu procesu. V takovém případě mluvíme o modelování procesu. U všech metod modelování je důležité si zodpovědět otázku, jak přesné modelování daného systému musí být, tzn., jak moc se má daný model podobat reálnému systému.

#### 3.1 Přímé modelování

První možností modelování je přímé modelování. Toto modelování je vhodné pro méně rozsáhlý systém. V takovém případě se vytvoří zmenšená kopie reálného zařízení v k tomu určených laboratořích a nastaví se odpovídající provozní podmínky, ve kterých se dané zařízení má vyskytovat – teplota, tlak, vlhkost apod. Na tomto modelu je pak prováděn experiment, na základě kterého se získají důležité parametry, které nám poskytují informace o vlastnostech zkoumaného procesu. [4]

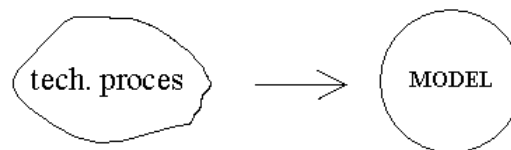
#### 3.2 Nepřímé modelování

Metoda přímého modelování nevyužívá matematických, fyzikálních ani chemických zákonitostí. Tyto vlastnosti jsou využívány metodou nepřímého modelování. V tomto případě se získá tzv. matematický model, který je tvořen skupinou parametrů, které jsou svázány relačními operátory a funkčními vztahy. Tento model popisuje výsledné chování daného procesu. Nutno podotknout, že při sestavování takového matematického modelu dochází k určitému zjednodušení dané problematiky. Důvod tohoto zjednodušení vyplývá z komplikovaného popisu některých fází daného procesu. [6]

### 3.3 Kombinace obou metod

Každá výše zmíněná metoda má své kladné a záporné stránky. V dnešní době se přímá metoda už téměř nepoužívá. Důvodem jsou zmiňované rozsáhlé procesy, jejichž realizace v laboratorních podmínkách je obtížná. Také nastavení provozních podmínek bývá v laboratoři dosti komplikované. V takovém případě se tato metoda stává ekonomicky nezajímavou.

Na druhou stranu ani metody nepřímého modelování nelze vždy použít samostatně, jelikož některé parametry např. difúzní koeficient, lze získat jen z laboratorních experimentů. A takto získaná hodnota je do matematického modelu začleněna v podobě konstanty. Z těchto důvodů je zřejmé, že pro seznámení se s problematikou navrhovaného systému je nejvhodnější volit obě metody modelování a dosáhnout tak optimálních výsledků při sestavování matematických modelů procesů. [7]



Obr. 3.1 – zjednodušený model technologického procesu

## 4 KLASIFIKACE MATEMATICKÝCH MODELŮ

Matematický model určitého systému nám udává matematické vztahy mezi veličinami, nejčastěji v závislosti na čase, které charakterizují daný proces. Mezi tyto veličiny patří teplota, tlak, koncentrace látky apod. Systémy závislé na čase, pak nazýváme dynamickými systémy. Vztahy mezi těmito veličinami jsou popsány algebraickými, diferenciálními nebo diferenčními rovnicemi. Podle způsobu vytváření matematický vztahů lze matematické modely dynamických systémů rozdělit do několika skupin. [6]

### 4.1 Stochastický a deterministický model

Při návrhu stochastického matematického modelu se vychází z podstaty pravděpodobnosti, tzn., že chování modelovaného systému je popsáno pomocí pravděpodobnostních funkcí. Důvodem takového popisu jsou náhodné veličiny přiváděné na vstup modelu a získání náhodných výstupů takového systému. V takovém případě je nutné provést více měření, aby bylo s určitou pravděpodobností možno definovat výstupy.

Jiným případem je deterministický model, ve kterém jsou informace o zkoumaném systému známy s jistotou. Momentální výstup technologického procesu, lze pak definovat pomocí předcházejícího stavu a působícím vstupem. Do svého popisu systému tedy nezahrnuje náhodné jevy, kterými může být reálný systém ovlivňován. [7]

### 4.2 Lineární a nelineární model

Hlavním rozdílem jsou vzájemné vazby mezi matematickými funkcemi. Vazby mohou být lineární nebo nelineární.

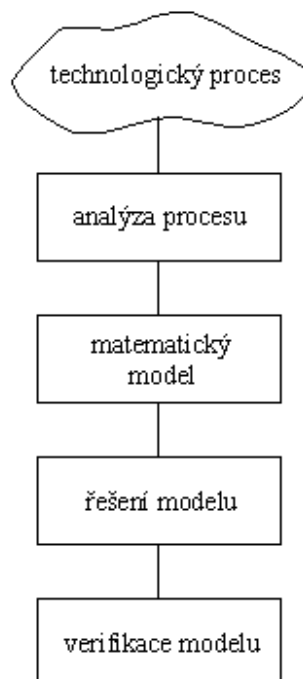
### 4.3 Jednorozměrný a mnohorozměrný model

Má-li systém víc jak jeden vstup a jeden výstup jedná se o tzv. mnohorozměrný model. V opačném případě je to model jednorozměrný. [6]

## 5 TVORBA MATEMATICKÝCH MODELŮ

V předešlé části byly zmíněny obecné možnosti realizace technologických procesů. V dnešní době, zvláště rozvojem automatizovaných systémů, se věnuje velká pozornost převážně nepřímému modelování tzv. matematické modelování.

Při vyvážení matematických modelů se vychází z obecného postupu znázorněného schematicky na Obr. 5.1



Obr. 5.1 – obecný postup vytváření matematických modelů

V první fázi se provádí důkladná analýza procesu, při které se specifikují děje, které v systému probíhají a určí se jejich podstata. Vymezí se vlivy působící na proces a jeho průběh. Určí se veličiny, které proces popisují. Další krok spočívá v rozhodnutí, které děje a veličiny jsou do modelu zahrnuty, a které nejsou tak podstatné a je možné je neuvažovat a navrhovaný model si tak zjednodušit a získat tzv. teoretický model.

Pokud by byly totiž zahrnuty veškeré aspekty, lze se snadno dostat do situace, kdy navržený matematický model je velmi složitě popsán a jeho řešení by bylo těžké až téměř nemožné.[6]

Dalším krokem je sestavení matematického popisu procesu na základě teoretického modelu, tzn., vytvoření matematických vztahů, které popisují jednotlivé zákonitosti modelovaného procesu. Výsledkem je obecný matematický model procesu.

Takto získaný model je nutno vyřešit tzn. zvolit vhodnou metodu pro řešení modelových rovnic a převést je na takový tvar, který je možno zapsat do softwaru pro řešení na počítači. [7]

Poslední fází je vytvoření simulačního programu, ve kterém se nastaví podmínky, které jsou srovnatelné pro reálný proces. Proveďte se simulace, čímž se získají hodnoty pro porovnání s hodnotami reálného technologického procesu. Provádí se tedy verifikace vytvořeného matematického modelu. A tím se zjistí, zda navržený matematický model vyhovuje a lze jej tedy bez větších problémů využívat nebo naopak nevyhovuje a to znamená, že se v předchozích krocích dopustilo jistých chyb, např. některé děje, které v procesu probíhají, byly opomenuty, byla provedena neúměrná zjednodušení apod. a je nutné matematický model upravit.

Z těchto kroků je patrné, že tvorba matematických modelů není nijak lehkou záležitostí a je důležité si uvědomit podstatu a mechanismus zkoumaného systému. K získání matematických modelů lze využít metody černé schránky – stochastické modely nebo metody založené na základě bilancí – deterministické modely. [8]

## 5.1 Stochastický model - černá schránka

Při tomto postupu není snahou si vytvořit představu o dějích, které v technologickém procesu probíhají. Zkoumaný systém je považován pouze za zdroj vztahů mezi vstupem a výstupem. Na základě předpokládaného chování systému se volí vhodný tvar matematického popisu, který obsahuje parametry neznámých hodnot. Na vstup systému je přiváděn proměnlivý signál a v pravidelných intervalech jsou odečítány hodnoty vstupů a výstupů. Tento krok je opakován až do získání dlouhé řady odpovídajících si dvojic. Výsledky jsou zpracovány tak, aby byly zjištěny neznámé parametry matematického popisu. [4]

Výhodou této metody je, že se nesledují děje uvnitř zkoumaného systému, ale stačí jen sledovat vstupní a výstupní hodnoty. Nevýhodou je fakt, že takto sestavený model je možné použít pouze na konkrétní technologický proces a za konkrétních podmínek, pro který byl navržen. [7]

## 5.2 Deterministický model

Jedná se o vytváření matematických modelů na základě bilancí. Bilancemi se rozumí aplikace zákonů o zachování na zkoumaný systém. Patří sem zejména zákony o zachování hmoty a energie. Je odhadnuto, že tímto způsobem je tvořeno až 80% matematických modelů. Při použití této metody je snahou rozdělit děje, které probíhají uvnitř systému, na soustavy jednodušších dějů, které je možno následně popsat pomocí zákonů o zachování.

Bilance veličiny je dána bilančním vztahem.[7]:

$$vstup + vznik = výstup + akumulace$$

*Vstup* je množství bilancované veličiny, které za bilanční časový úsek vstoupí z okolí přes rozhraní do systému.

*Vznik* je množství bilancované veličiny, které za bilanční časový úsek uvnitř systému vznikne (z jiné, nebilancované veličiny) nebo zanikne (změna na jinou, nebilancovanou veličinu).

*Výstup* je množství bilancované veličiny, které za bilanční časový úsek vystoupí ze systému do okolí.

*Akumulace* je změna množství bilancované veličiny uvnitř systému za bilanční časový interval.

Důležitým krokem při bilancování je volba hranic systému. Při níž se vychází, jak z konstrukčního tvaru zkoumaného systému, tak zda se vytváří model se soustředěnými parametry – v matematickém popisu nejsou souřadnice nezávisle proměnné nebo model s parametry rozloženými tj. alespoň jedna souřadnice je nezávisle proměnná. V takovém případě je nutno volit vhodný souřadný systém – kartézský (pravoúhlý), cylindrický (válcový), sférický (kulový) systém[8]

## 6 POČÁTEČNÍ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Jelikož většina matematických modelů je popsána pomocí diferenciálních rovnic, je nutné matematický popis doplnit příslušným počtem okrajových a počátečních podmínek. Pro každou nezávisle proměnnou je potřeba tolik vzájemně nezávislých podmínek, jaký je nejvyšší se vyskytující stupeň derivace podle této proměnné. [8]

Pro popis obecného matematického tvaru druhů počátečních a okrajových podmínek lze použít následující označení veličin:

$u$  - závisle proměnná,  $t$  - čas,  $x, y, z$  - souřadnice,  $f$  - funkční předpis, jehož tvar je známý a hodnotu funkce můžeme kdykoliv vypočítat

### Počáteční podmínka

je obvykle jedna a definuje situaci na počátku řešení

pro  $t = t_0$ ,  $u = f(x, y, z)$ , tj. na počátku (v čase  $t_0$ ) je závisle proměnná  $u$  známou funkcí souřadnic  $x, y, z$

### Okrajové podmínky

jsou podmínky, které v určitých bodech musí funkce popřípadě derivace funkcí splňovat. Vyskytují se v případech, kde jako nezávisle proměnné vystupují souřadnice.

Rozeznáváme tři základní typy okrajových podmínek:

a) okrajová podmínka 1. druhu (Dirichletova)

pro  $x = x_0$ ,  $u = f(y, z, t)$ , tj. hodnota závisle proměnné v místě  $x_0$  je známou funkcí ostatních souřadnic a času

b) okrajová podmínka 2. druhu (Neumannova)

pro  $x = x_0$ ,  $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = f(y, z, t)$ , tj. hodnota derivace závisle proměnné podle jedné souřadnice (např. podle  $x$  v bodě  $x_0$ ) je známou funkcí ostatních souřadnic a času

Často se lze setkat s okrajovou podmínkou 2. druhu ve tvaru

pro  $x = x_0$ ,  $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ , tj. derivace závisle proměnné podle normály k nějaké ploše je nulová

c) okrajová podmínka 3. druhu (Newtonova) :

pro  $x = x_0$ ,  $a \cdot u(x_0, y, z, t) + b \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = f(y, z, t)$ , tj. hodnota lineární kombinace hodnoty závisle proměnné  $u$  v bodě  $x_0$  a její derivace podle  $x$  v místě  $x_0$  je známou funkcí ostatních souřadnic a času, konstanty  $a$ ,  $b$  jsou koeficienty lineární kombinace.

## 7 MATEMATICKÉ DIFÚZNÍ MODELY VYSYCHÁNÍ

### Matematický model vysychání pro materiály tvaru desky

Matematický model vychází z difúzních modelů, jež jsou takové modely, u kterých se předpokládá, že transport vlhkosti uvnitř pevné fáze lze popsat difúzní rovnicí, jejímž řešením je vlhkostní pole uvnitř pevné fáze.

Základní deterministický difúzní model s podmínkami tvoří matematickým modelem vlhkosti [4]:

$$\frac{\partial c}{\partial t}(x, t) = \frac{\partial^2 c}{x^2} \quad (7.1)$$

symetrii vlhkostního pole v pevné fázi značí podmínka

$$\frac{\partial c}{\partial x}(0, t) = 0 \quad (7.2)$$

okrajová podmínka prvního druhu – předpoklad dokonalého proudění vzduchu

$$c(l, t) = c_{0p}(t) \quad (7.3)$$

konstantní rozdělení vlhkosti v tuhé fázi

$$c(x, 0) = c_p \quad (7.4)$$

Výsledné řešení vlhkostního pole v materiálu tvaru desky, získané Laplaceovou transformací [9]:

$$\frac{c - c_{0p}}{c_p - c_{0p}} = \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} e^{\frac{-D(2n+1)^2 \pi^2 t}{4l^2}} \cos\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2l}\right) \quad (7.5)$$

kde:  $c$  – koncentrace vlhkosti,  $t$  – čas,  $l$  – tloušťka desky,  $x$  – souřadnice polohy,  $c_{0p}$  – počáteční koncentrace vlhkosti v okolí,  $c_p$  – počáteční koncentrace vlhkosti v materiálu,  $D$  – difúzní koeficient

**Matematický model vysychání pro materiály tvaru válce**

Základní deterministický difúzní model s podmínkami tvoří matematickým modelem vlhkosti v materiálu tvaru válce [9]

$$\frac{\partial c}{\partial t}(x, t) = \frac{1}{r_v} \frac{\partial}{\partial r} \left( r_v D \frac{\partial c}{\partial r_v} \right) \quad (7.6)$$

symetrii vlhkostního pole v pevné fázi značí podmínka

$$\frac{\partial c}{\partial r_v}(0, t) = 0 \quad (7.7)$$

okrajová podmínka prvního druhu – předpoklad dokonalého proudění vzduchu

$$c(a_v, t) = c_{0p}(t) \quad (7.8)$$

konstantní rozdělení vlhkosti v tuhé fázi

$$c(r_v, 0) = c_p \quad (7.9)$$

Výsledné řešení vlhkostního pole v materiálu tvaru válce

$$\frac{c - c_{0p}}{c_p - c_{0p}} = \frac{2}{a_v} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-D\alpha_n^2 t} J_0(r_v \alpha_n)}{\alpha_n J_1(a_v \alpha_n)} \quad (7.10)$$

kde:

$J_0$  – Besselova funkce nultého řádu,  $J_1$  – Besselova funkce prvního řádu,  $\alpha_n$  – kořeny rovnice  $J_0(a_v, \alpha_n) = 0$ ,  $a_v$  – souřadnice polohy pro válec,  $r_v$  – poloměr válce

**Matematický model vysychání pro materiály tvaru koule**

Matematický model vlhkosti v materiálu tvaru koule tvoří s podmínkami základní deterministický difúzní model [9]

$$\frac{\partial c}{\partial t}(x, t) = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial r_k^2} + \frac{2}{r_k} \frac{\partial c}{\partial r_k} \right) \quad (7.11)$$

symetrii vlhkostního pole v pevné fázi značí podmínka

$$\frac{\partial c}{\partial r_k}(0, t) = 0 \quad (7.12)$$

okrajová podmínka prvního druhu – předpoklad dokonalého proudění vzduchu

$$c(a_k, t) = c_{0p}(t) \quad (7.13)$$

konstantní rozdělení vlhkosti v tuhé fázi

$$c(r_k, 0) = c_p \quad (7.14)$$

Výsledné řešení vlhkostního pole v materiálu tvaru koule, získané Laplaceovou transformací:

$$\frac{c - c_{0p}}{c_p - c_{0p}} = -\frac{2a_k}{\pi r_k} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi r_k}{a_k} e^{-\frac{Dn^2\pi^2 t}{a_k^2}} \quad (7.15)$$

kde:

$a_k$  – souřadnice polohy pro kouli,  $r_k$  – poloměr koule

## 8 SOFTWARE PRO MODELOVÁNÍ

### MATLAB

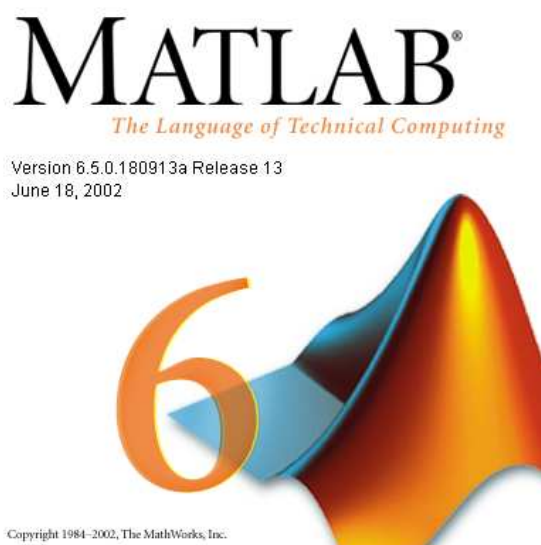
(MATrix LABoratory = maticová laboratoř) je výkonné integrované prostředí pro vědeckotechnické výpočty, modelování, návrhy algoritmů, simulace, měření a zpracovávání signálu, návrhy řídicích a komunikačních systémů aj.

Výpočetní systém MATLAB se během uplynulých let stal celosvětovým standardem v oblasti technických výpočtů a simulací nejen ve vědě, výzkumu, ale i v průmyslu a v oblasti vzdělávání.

MATLAB vychází z filozofie, že vše je matice – má-li jeden řádek nebo jeden sloupec mluví se o vektoru, má-li právě jeden řádek a jeden sloupec jedná se o skalár. Pro numerické operace s maticemi je důležité výpočetní jádro, jež je základním komponentem MATLABu.

Snadné zobrazení výsledků výpočtů umožňuje tzv. grafický podsystém. Pomocí něj je práce s grafy rychlá a snadná. Rozšiřujícími možnostmi jádra MATLABu jsou tzv. toolboxy. Toolboxy jsou knihovny funkcí orientované na konkrétní vědní a technické obory. Každý uživatel si je může dokoupit jako přídatné moduly.

MATLAB poskytuje svým uživatelům nejen mocné grafické a výpočetní nástroje, ale i rozsáhlé specializované knihovny funkcí spolu s výkonným programovacím jazykem čtvrté generace. Knihovny jsou svým rozsahem využitelné prakticky ve všech oblastech lidské činnosti.



Obr. 8.1 – úvodní okno programu MATLAB

## COMSOL MULTIPHYSICS

COMSOL Multiphysics je určen všem vývojářům, výzkumným i vědeckým pracovníkům a díky široké nabídce funkcí pro zobrazování vypočtených výsledků je určen také vysokým i specializovaným školám. Zájemci mají jedinečnou možnost názorně pronikat do podstaty fyzikálních procesů. Do řešení je možné zahrnout několik fyzikálních vlivů najednou tzv. multifyzikální úlohy a tak provádět komplexnější analýzu modelu.

Obecně jsou úlohy parciálních diferenciálních rovnic řešitelné na základě definice prostředí, které tato rovnice popisuje a zadáním okrajových podmínek na plochách, hranách nebo bodech v daném geometrickém modelu. Uživatel musí vědět, jaké fyzikální vlivy na zobrazenou geometrii působí.

COMSOL Multiphysics obsahuje knihovny parciálních diferenciálních rovnic, které definují různé aplikační režimy. Výběrem režimu se uživateli v grafickém editoru automaticky zobrazují příslušná dialogová okna pro zadávání vlastností oblastí a okrajových podmínek. Hlavní výhodou COMSOLu je možnost kombinace několika aplikačních režimů do jednoho modelu.



Obr. 8.2 – úvodní okno programu COMSOL

## **I. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 9 NÁVRH MATEMATICKÉHO MODELU

Cílem v této části práce, je navrhnout matematický model sušících procesů pro materiály základních tvarů – desky, válce, koule a následně provést verifikaci těchto modelů na výsledcích dlouhodobého sušení zelených kávových bobů v žocích uskladněných ve skladu. Tyto naměřené hodnoty jsem převzal z bakalářské práce Lubomíra Boudy [10], jenž měřil úbytky hmotnosti kávových bobů. A pomocí programu COMSOL MULTIPHYSICS simulovat úbytek vlhkosti v materiálu za čas.

S ohledem na pórovitost materiálu a sílu vazby vlhkosti jsem provedl přepočítání difúzního koeficient

$$D_m = \frac{D}{\varepsilon(1+K)} \quad (9.1)$$

A pro obecnější vyjádření matematických modelů jsem zavedl bezrozměrné veličiny

$$C = \frac{c - c_{op}}{c_p - c_{op}},$$

$$\text{pro desku: } F_{0D} = \frac{D_m t}{l^2}, X = \frac{x}{l},$$

$$\text{pro válec: } F_{0V} = \frac{D_m t}{a^2}, R_v = \frac{r_v}{a_v},$$

$$\text{pro kouli: } F_{0K} = \frac{D_m t}{a_k^2}, R_k = \frac{r_k}{a_k} \quad (9.2)$$

Aplikací bezrozměrných kritérií na rovnice (7.5), (7.10) a (7.15) jsem získal upravené bezrozměrné matematické modely vlhkosti pro materiál tvaru desky:

$$C = \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} e^{-\frac{F_{0D}(2n+1)^2 \pi^2}{4}} \cos\left(\frac{(2n+1)\pi X}{2}\right) \quad (9.3)$$

tvaru válce:

$$C = 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-F_{0V} \alpha_n^2} J_0(R_v \alpha_n)}{\alpha_n J_1(\alpha_n)} \quad (9.4)$$

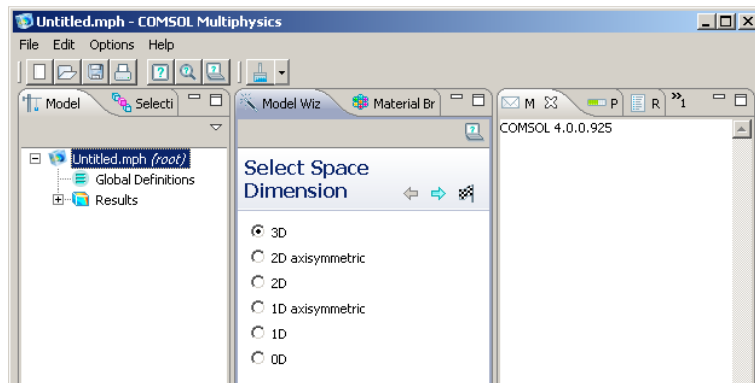
a tvaru koule

$$C = -\frac{2}{\pi R_k} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin(n\pi R_k) e^{-F_{0K} n^2 \pi^2} \quad (9.5)$$

## 10 MODELOVÁNÍ V COMSOL MULTIPHYSIC

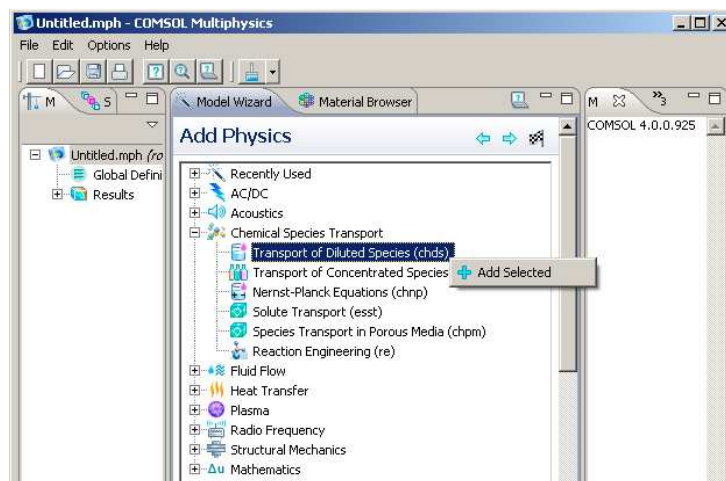
Nejprve jsem se seznámil s, pro mě dosud neznámým, programem COMSOL MULTIPHYSIC.

Po spuštění programu je nutné nejprve vybrat dimenzi, ve které se má provádět modelování dané úlohy.



Obr. 10.1 – okno programu COMSOL po spuštění – výběr dimenze

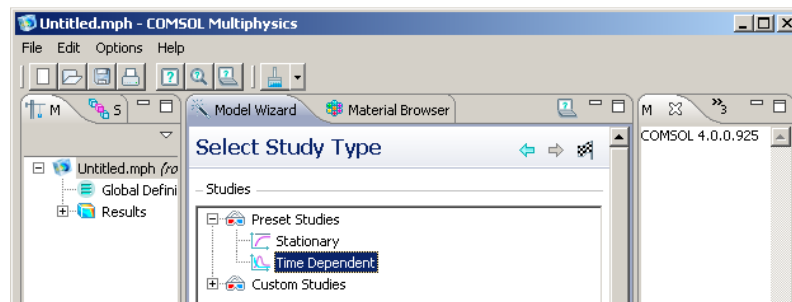
Pro moji úlohu modelování jsem vybral 3D dimenzi a kliknutím na šipku jsem se dostal do výběru fyzik. Zde je nutné vybrat všechny fyziky, které popisují děje probíhající v daném zadání.



Obr. 10.2 – okno programu COMSOL – výběr fyzik

Pro moji úlohu jsem zvolil Chemical Species Transport – Transport of Diluted Species (chds) a přes pravé tlačítko (Add Selected) přidal fyziku do programu pro modelování.

Posledním krokem, než jsem přešel k samostatnému modelování, je výběr typu výpočtu (Study type)



Obr. 10.3 – okno programu COMSOL – výběr typu výpočtu

Jelikož při modelování zjišťuji parametr závislý na čase – změna koncentrace vlhkosti v materiálu, tak i typ výpočtu volím časově závislý – Time Dependent. Nyní mám provedeny všechny kroky a mohu přistoupit k samotnému modelování.

### 10.1 Modelování materiálu tvaru desky

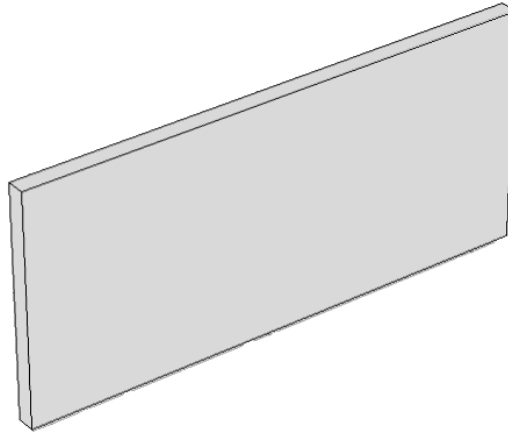
V této části jsem aproximoval tvar materiálu na tvar desky. Aby bylo možné uplatnit vztah (9.3), musí pro tloušťku aproximované desky platit, že je mnohem menší než nejkratší strana (min. 10x).

Nejdříve jsem si v programu COMSOL nadefinoval parametry potřebné pro modelování a jejich snazší změnu.

Parameters			
Name	Expression	Value	Description
dif	$2.5e-9[m^2/s]$	2.5E-9 m <sup>2</sup> /s	difúzní koeficient
por	0.5	0.5	porozita
vazba	1	1	síla vazby
cp	$4500[mol/m^3]$	4500 mol/m <sup>3</sup>	poč. kon. v materiálu
cop	$4000[mol/m^3]$	4000 mol/m <sup>3</sup>	poč. kon. v okolí

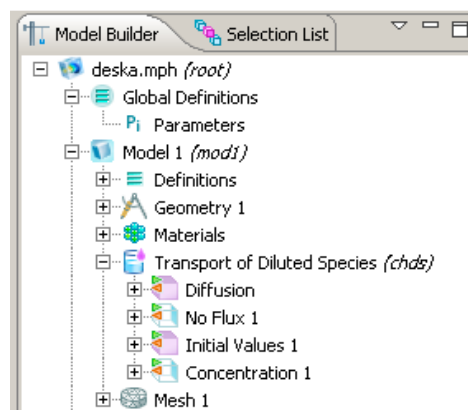
Obr. 10.4 – nadefinované parametry pro modelování

V dalším kroku jsem nakreslil aproximovanou desku



Obr. 10.5 – náčrt desky v programu COMSOL

Nastavil okrajové a počáteční podmínky v Transport of Diluted Species



Obr. 10.6 – nastavení okrajových a počátečních podmínek



Obr. 10.7 – nastavení difúzního koeficientu v sekci Diffusion

▼ Initial Values

Concentration:

c  mol/m<sup>3</sup>

Obr. 10.8 – nastavení počáteční koncentrace v materiálu

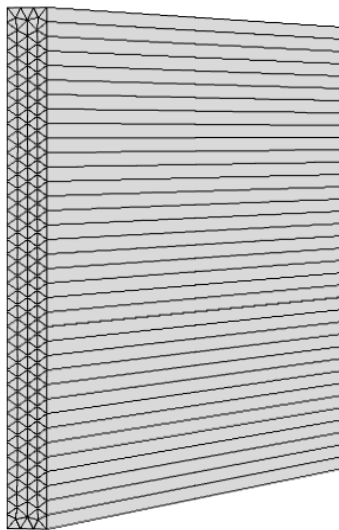
▼ Concentration

Species c

$c_{0,c}$   mol/m<sup>3</sup>

Obr. 10.9 – nastavení počáteční koncentrace v okolí

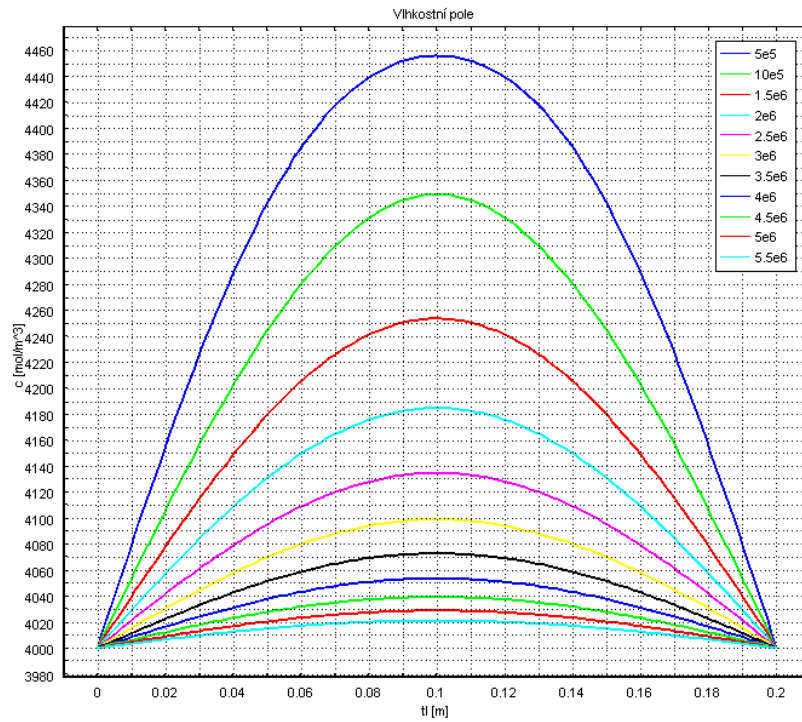
Další fází je vytvoření sítě pro výpočet a platí, čím je síť jemnější, tím se dosáhne přesnějších výsledků.



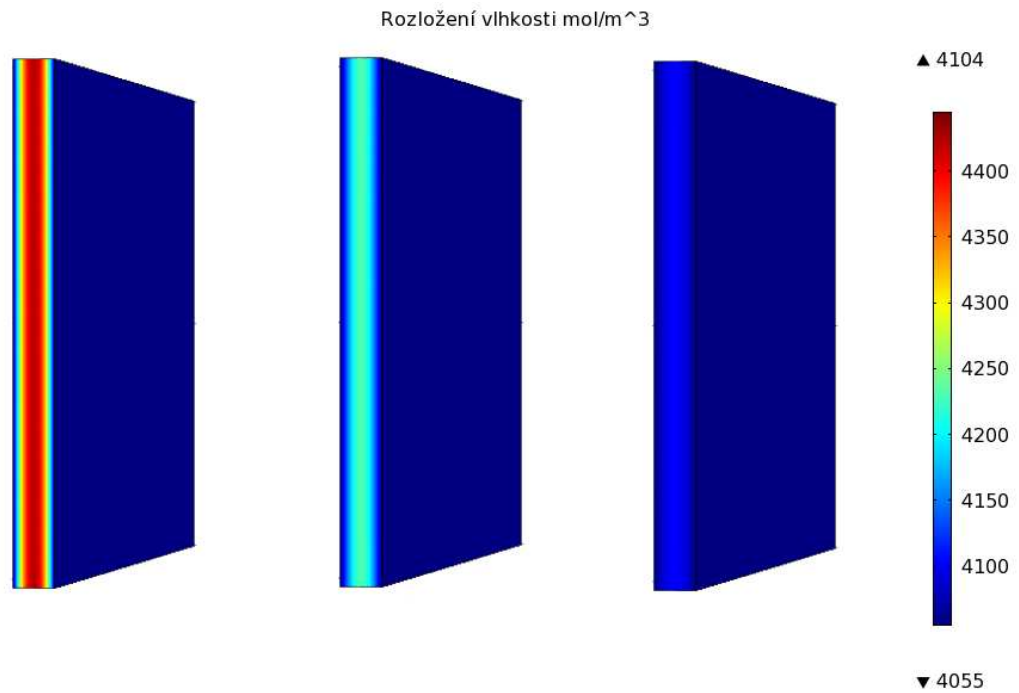
Obr. 10.10 – vytvoření sítě - deska

V posledním kroku jsem nastavil časy, pro které se má provést modelování a tlačítkem compute spustil výpočet.

Jako výstup jsem získal koncentrační pole vlhkosti a 3D objekt s rozloženou koncentrací v materiálu.



Obr. 10.11 – vlhkostní pole v materiálu tvaru desky

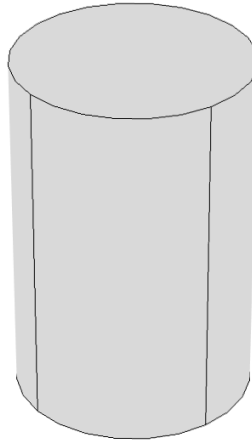


Obr. 10.12 – rozložení vlhkosti v materiálu pro časy  $5 \cdot 10^5$ s,  $2 \cdot 10^6$ s a  $4,5 \cdot 10^6$ s

## 10.2 Modelování materiálu tvaru válce

Tvar sušeného materiálu jsem aproximoval na tvar válce.

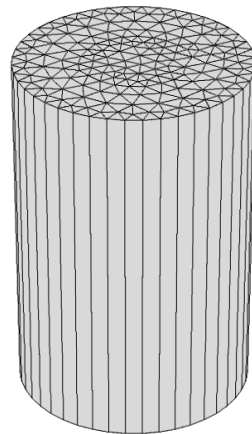
Nakreslil jsem aproximovaný válec



Obr. 10.13 – náčrtek válce v programu COMSOL

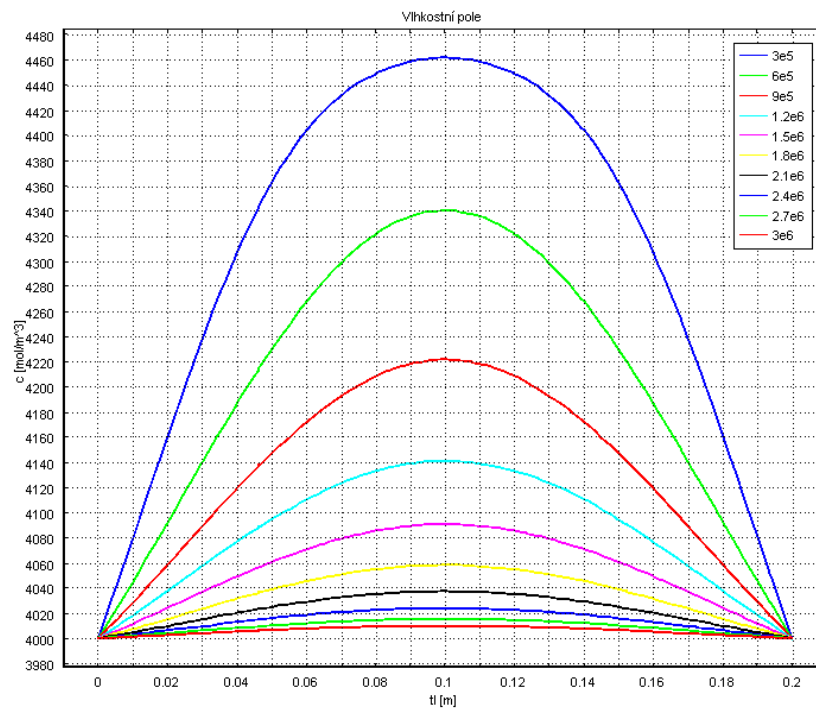
Nastavil okrajové a počáteční podmínky v Transport of Diluted Species stejně jako u desky.

V další fázi jsem vytvořil síť pro výpočet - čím je síť jemnější, tím lze dosáhnout přesnějších výsledků.

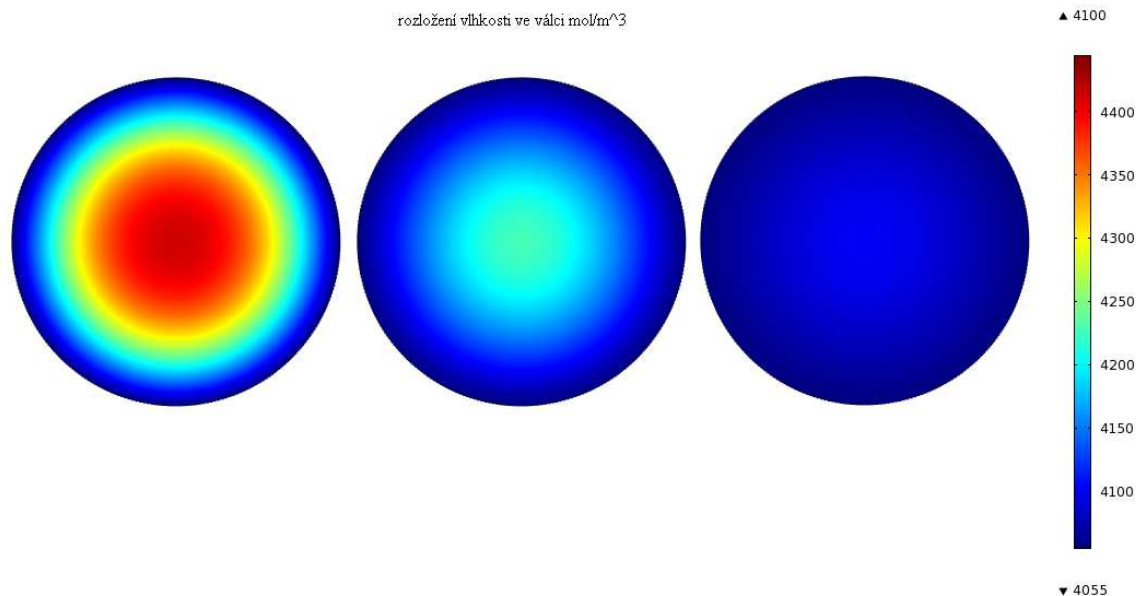


Obr. 10.14 – vytvoření sítě - válec

Po provedení výpočtu jsem získal koncentrační pole vlhkosti a 3D objekt s rozloženou koncentrací v materiálu.



Obr. 10.15 – vlhkostní pole v materiálu tvaru válce

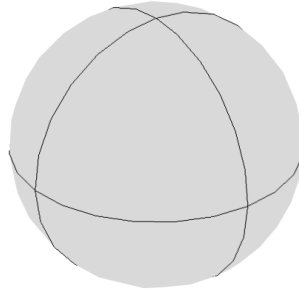


Obr. 10.16 – rozložení vlhkosti ve válci pro časy  $2,7 \cdot 10^5$ s,  $1 \cdot 10^6$ s a  $1,9 \cdot 10^6$ s

### 10.3 Modelování materiálu tvaru koule

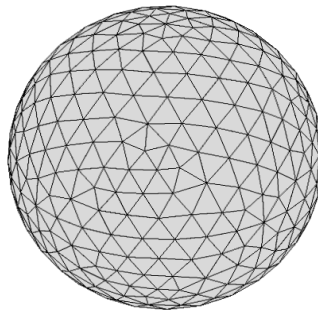
Tvar materiálu jsem aproximoval na tvar koule.

V prvním kroku jsem nakreslil aproximovanou kouli



Obr. 10.17 – náčrtek koule v programu COMSOL

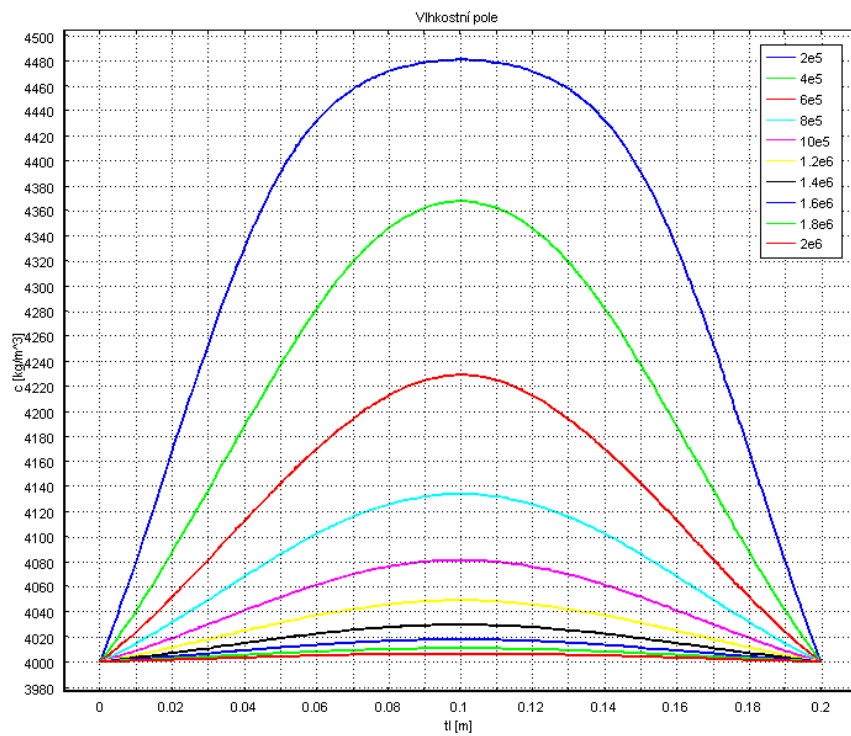
V další fázi je nutné vytvořit síť pro výpočet - čím bude síť jemnější, tím se dosáhne přesnějších výsledků.



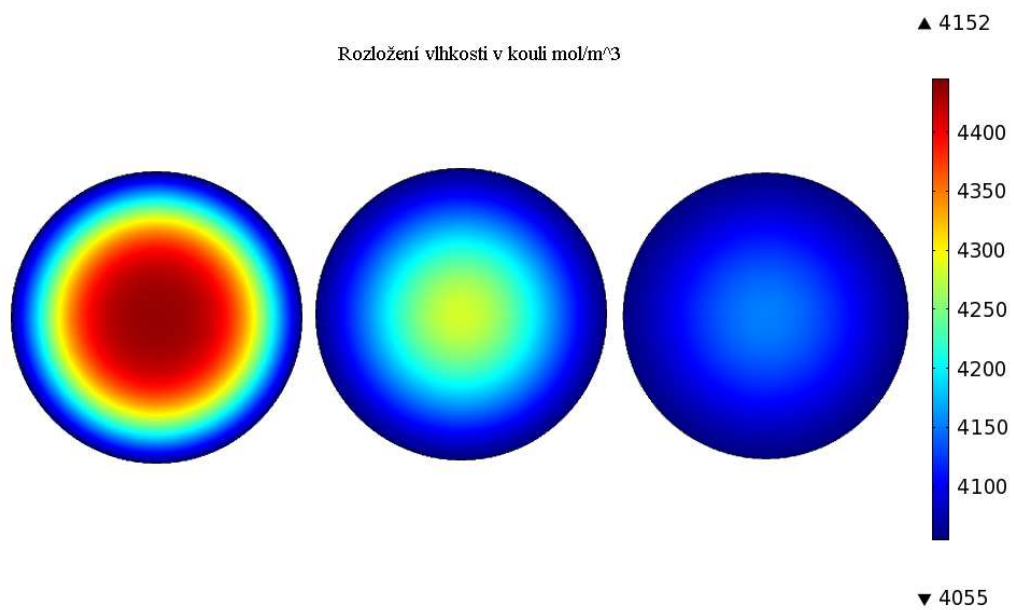
Obr. 10.18 – vytvoření sítě - koule

V posledním kroku jsem nastavil časy, pro které se má provést modelování a spustil výpočet.

Jako výstup jsem získal koncentrační pole vlhkosti a 3D objekt s rozloženou koncentrací v materiálu.



Obr. 10.19 – vlhkostní pole v materiálu tvaru koule



Obr. 10.20 – rozložení vlhkosti v kouli pro časy  $2 \cdot 10^5$  s,  $6 \cdot 10^5$  s a  $1 \cdot 10^6$  s

## 11 PROGRAMOVÁ APLIKACE

Aby bylo možné porovnat výsledky vypočítané pomocí programu COMSOL MULTIPHYSIC a určit s jakou přesností počítá a zda jsem nastavil správně okrajové a počáteční podmínky modelu, vytvořil jsem v prostředí MATLAB aplikaci, která za pomoci vztahů (9.3 - 9.5) vykresluje vlhkostní pole v materiálu, 3D graf vlhkostního pole a v neposlední řadě také úbytek vlhkosti v sušeném materiálu.

Po spuštění aplikace se zobrazí úvodní okno s nadefinovanými parametry pro výpočet.

The screenshot shows a window titled "Vysychání" with the following parameters and options:

- Vyberte tvar materiálu:**
  - deska
  - válec
  - koule
- porozita:
- síla vazby:
- difuzní koeficient [m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>]:
- tloušťka materiálu [m]:
- hmotnost suš. mat. [kg]:
- hustota mat. [kg.m<sup>-3</sup>]:
- kon. v materiálu [kg.m<sup>-3</sup>]:
- koncentrace okolí [kg.m<sup>-3</sup>]:
- počet poloh:
- počet prvků sumy:
- čas [s]:
- Grafy:
  - úbytek
  - 3D graf
  - vlhkostní pole

Buttons:

Obr. 11.1 – úvodní obrazovka programové aplikace

Nejdříve je nutné vyplnit všechny potřebné parametry pro výpočet. Z obrázku je patrné, že hmotnost a hustota materiálu nejsou pro výpočet důležité a nemusí se zadávat – tyto hodnoty jsou neaktivní. V případě, že uživatel zaškrtně možnost zobrazení grafu úbytku vlhkosti v materiálu, stanou se tyto hodnoty aktivní a pro pokračování ve výpočtu je třeba hodnoty parametrů doplnit. Další možností je zobrazení vlhkostního pole a 3D grafu vlhkostního pole a to zaškrtnutím příslušného políčka.

V horní části okna lze vybrat tvar sušeného materiálu, tj. vybírám příslušný matematický model, jehož zápis v programové aplikaci MATLAB vypadá následovně:

pro desku:

```

1 for o=1:grafKP
2   for r=1:ppoloh
3     poloha=linspace(-1,1,ppoloh);
4     for j=1:i
5       s1(j)=(((-1)^(j-1))/(2*(j-1)+1))*((exp((-t(o))*((2*(j-1)+1)^2)*pi^2)/4))*cos(((2*(j-1)+1)*pi*poloha(r))/(2));
6       sumal=sumal+s1(j);
7     end
8     C(r,o)=((4/pi)*sumal);
9     sumal=0;
10  end
11 end

```

pro válec:

```

12 for r=1:ppoloh
13   poloha=linspace(-1,1,ppoloh);
14   for j=1:i
15     s1(j)=((exp((-t(o))*q(j)^2))*besselj(0,(poloha(r))*q(j)))/(q(j)*besselj(1,(q(j))));
16     sumal=sumal+s1(j);
17   end
18   C(r,o)=real((2)*sumal);
19   sumal=0;
20 end

```

v tomto případě bylo ještě nutné nalézt kořeny Besselovy funkce:

```

21 for i=1:Q
22   x=in:0.0001:i*pi;
23   a=besselj(0,x);
24   A=[a;x];
25   B=find(abs(A)==min(abs(a(abs(a)>=0))));
26   q(i)=(A(B+1))/1;
27   in=q(i)+0.1;
28 end

```

pro kouli:

```

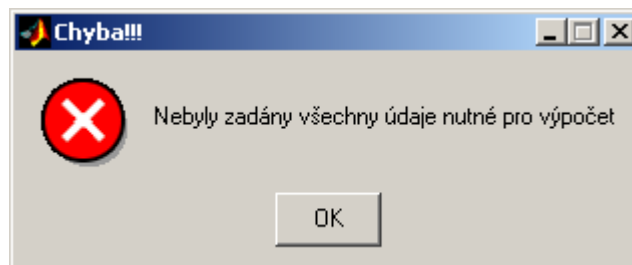
29 for o=1:grafKP
30   for r=1:ppoloh
31     poloha=linspace(-1,1,ppoloh);
32     for j=1:i
33       s1(j)=((-1)^j/j)*sin((j*pi*poloha(r)))*exp(-t(o)*(j^2)*(pi^2));
34       sumal=sumal+s1(j);
35     end
36     C(r,o)=-(((2/(pi*poloha(r)))*sumal));
37     sumal=0;
38   end
39 end

```

Pro zadávání času lze použít tři možnosti:

1. funkci `linspace(od, do, kolik)`, kde platí: `od` – počáteční čas, `do` – konečný čas, `kolik` – počet hodnot v daném intervalu
2. zápis ve tvaru `od:krok:do`, `od` – počáteční čas, `do` – konečný čas, `krok` – hodnota udávající krok posloupnosti
3. vypsáním vlastních hodnot oddělených mezerou popř. čárkou

Při vynechání prázdného políčka u povinného parametru a snaze přejít k výpočtu stisknutím tlačítka vypočítat, budete upozorněni chybovou hláškou a výpočet se neprovede, dokud nebudou všechny hodnoty řádně vyplněny.

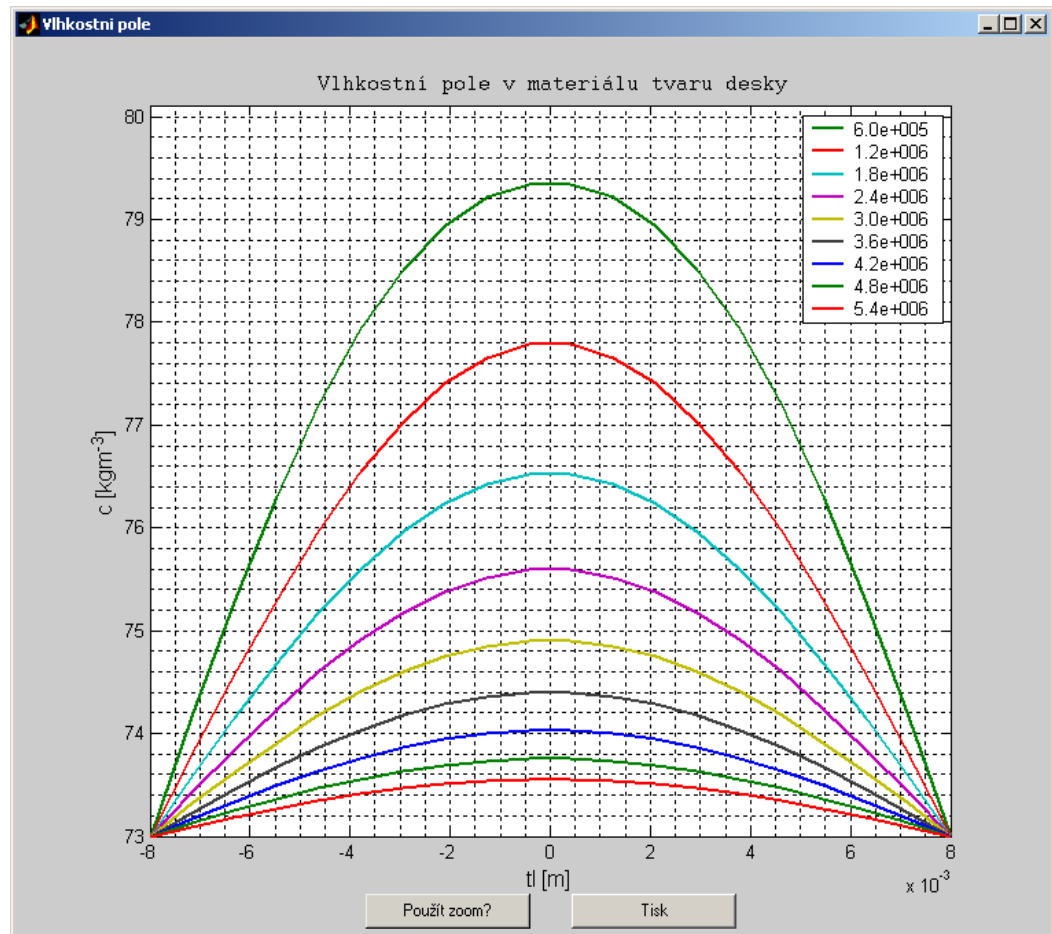


Obr. 11.2 – chybové hlášení

V případě, že je vše v pořádku mohou při výpočtu nastat tři režimy a to:

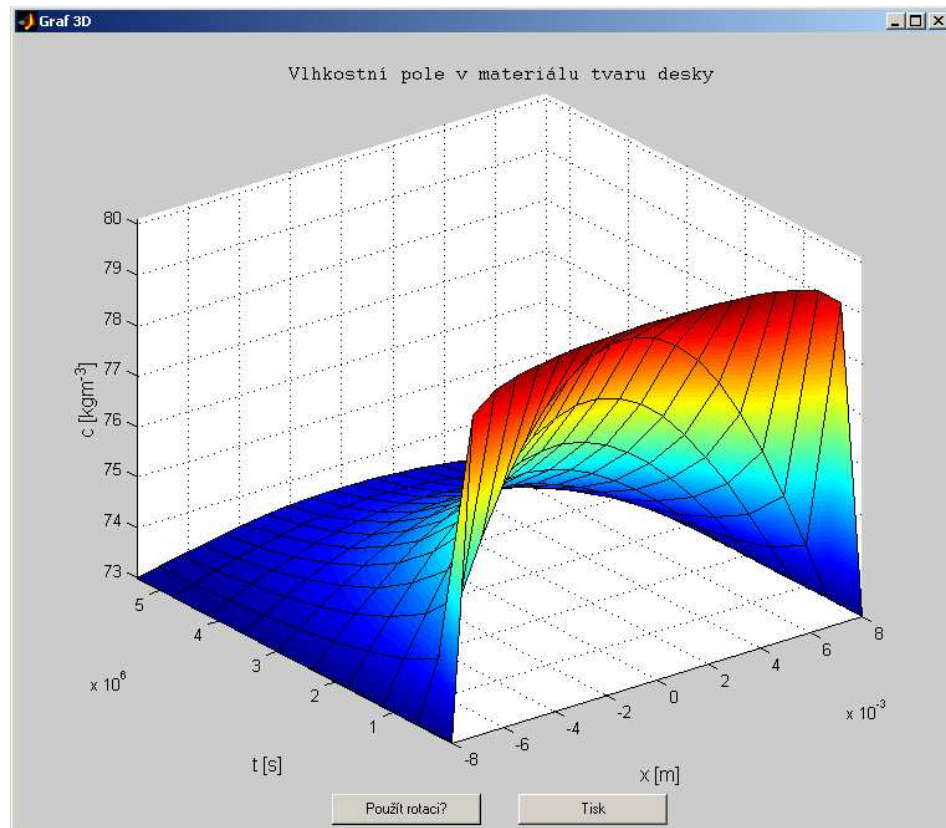
1. jestliže počet poloh  $> 1$  a počet časů, pro které má být výpočet proveden, je  $> 1$ , tak v tomto případě se vykreslí vlhkostní pole a v případě zaškrtnutí políček pro vykreslení úbytku vlhkosti v materiálu a 3D grafu vlhkostního pole i tyto grafy.
2. pokud počet poloh  $> 1$  a počet časů  $= 1$ , dojde k vykreslení pouze vlhkostní pole pro daný čas. Nicméně lze v tomto režimu porovnávat změnu vlhkostní pole změnou některého z parametrů v úvodním okně.
3. když počet poloh  $= 1$ , vypíší se pouze hodnoty koncentrací pro zadané časy v konkrétním zadaném bodě.

## Režim 1



Obr. 11.3 – vlhkostní pole – programová aplikace

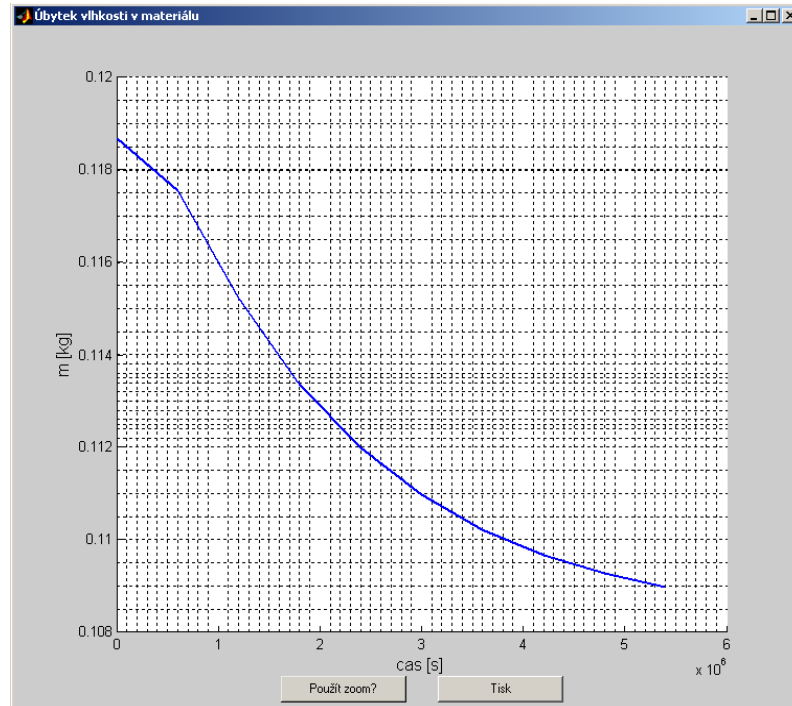
V režimu 1 je vykresleno vlhkostní pole pro daný materiál s příslušnou legendou. V případě odstranění jakékoliv křivky stačí na požadovanou křivku kliknout, označit ji, a klávesou delete ji smazat. Zobrazené okno ještě disponuje dvojicí tlačítek. Použitím tlačítka zoom se aktivuje zoom a je možné si přibližovat části grafu. Tlačítko tisk posílá obrázek přímo do výchozí tiskárny



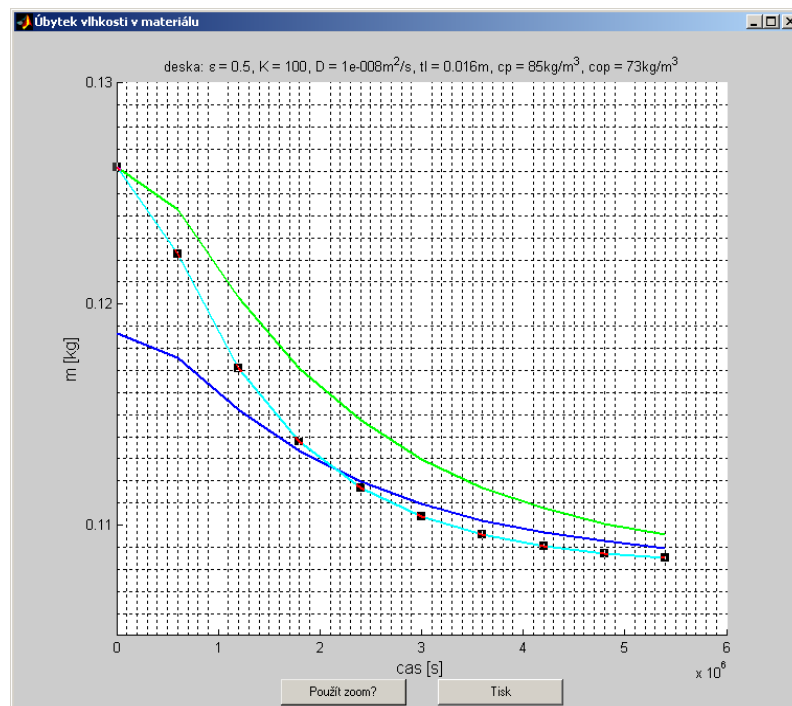
Obr. 11.4 – 3D graf vlhkostního pole

Na obrázku je zobrazen 3D graf vlhkostního pole sušeného materiálu tvaru desky. Opět jsou zde dvě tlačítka, kde tisk plní stejnou funkci jako v předchozím případě a tlačítko pro použití rotace umožňuje graf natáčet v jakémkoliv směru.

Další graf, který lze v tomto režimu zobrazit, je úbytek vlhkosti v materiálu. Graf je opět vybaven dvojicí tlačítek pro zoom a tisk. Navíc pokud graf necháme otevřený a změníme jakýkoliv parametr v úvodním okně a provedeme výpočet, zobrazí se následující křivka do stejného grafu a tím máme možnost sledovat, jak se po změně dané hodnoty mění křivka. Počet křivek v jednom grafu není omezen. Aby bylo možné zpětně dohledat, které parametry byly pro danou křivku změněny, postačí kliknout na křivku, označit ji, a v horní části grafu se zobrazí všechny hodnoty parametrů. Jednotlivé označené křivky lze odstranit pomocí klávesy delete.

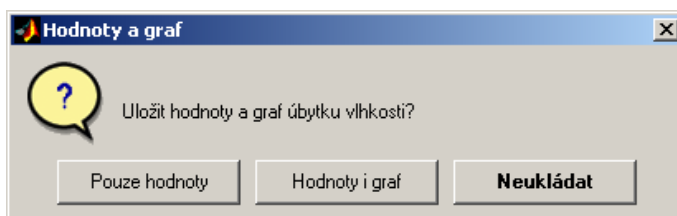


Obr. 11.5 – úbytek vlhkosti v materiálu

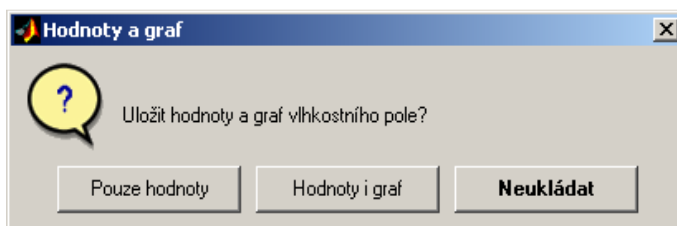


Obr. 11.6 – úbytek vlhkosti v materiálu – změna parametrů

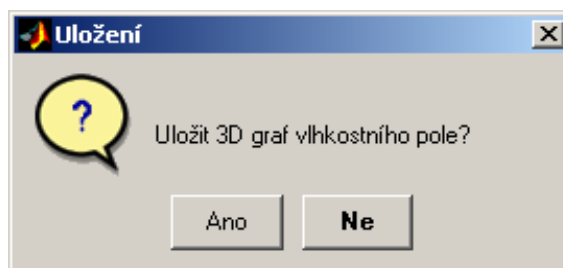
V případě zavření kteréhokoliv grafu budete dotázáni, zda chcete uložit hodnoty a graf do souboru. Na výběr máte několik možností a to uložení pouze hodnot, grafu i hodnot, anebo neukládat nic. Menší odlišnost je u ukládání 3D grafu, kde jste pouze dotázáni, zda chcete uložit pouze graf.



Obr. 11.7 – hlášení při ukládání úbytku vlhkosti

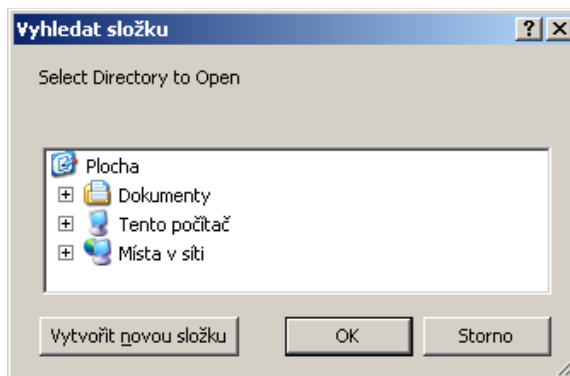


Obr. 11.8 – hlášení při ukládání vlhkostního pole

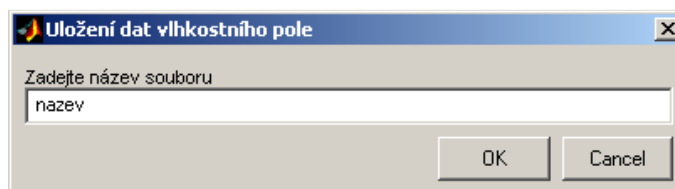


Obr. 11.9 – hlášení při ukládání 3D grafu vlhkostního pole

Při ukládání si sami volíte, kam chcete soubory uložit a pod jakým názvem. V případě, že ukládáte společně s daty i graf, bude graf uložen na stejné místo pod stejným jménem. Data jsou ukládána do sešitu aplikace Microsoft Excel a graf je ukládán jako obrázek ve formátu JPG.



Obr. 11.10 – výběr místa pro uložení data a grafu



Obr. 11.11 – zadání názvu souboru

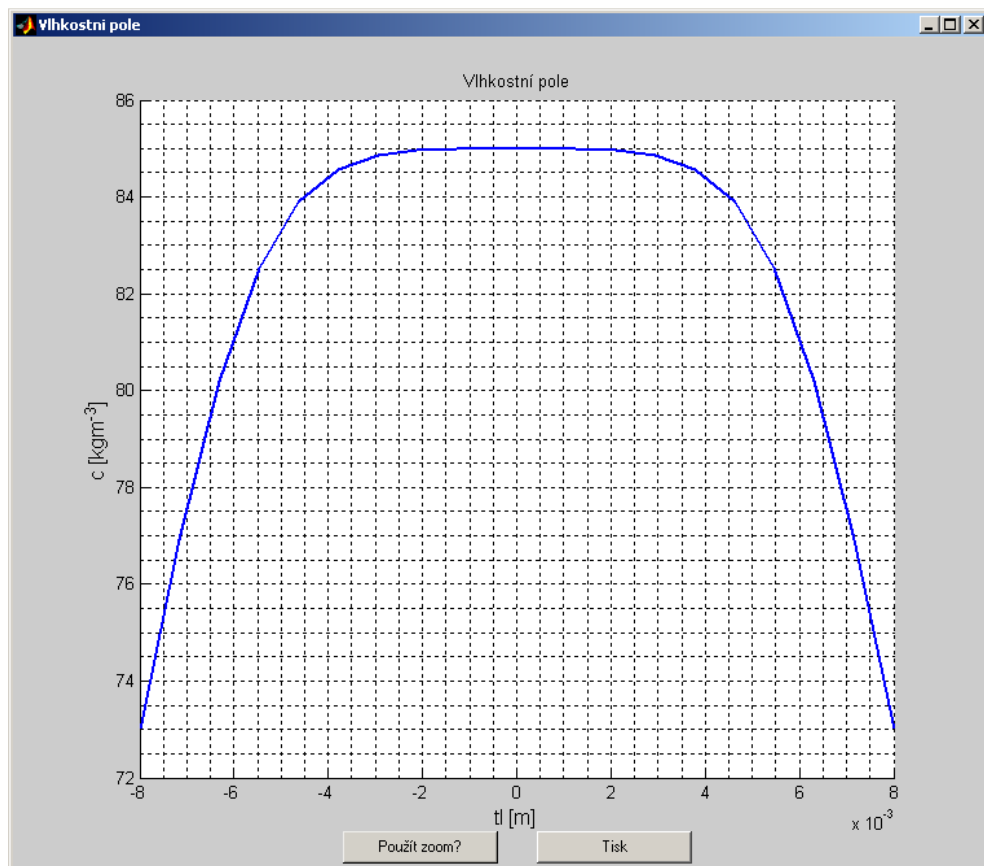
Do souboru jsou importovány zadané parametry, pro které se výpočet prováděl a hodnoty koncentrací v dané poloze a času.

	porozita	K	D	tl	cp	cop	
	0.5	800	0.000001	0.2	81	72	
poloha	-0.1	-0.08947	-0.07895	-0.06842	-0.05789	-0.04737	-0.03684
čas							
0	72	80.16961	80.63645	80.82471	80.93571	81.01161	81.0661
500000	72	73.50049	74.93529	76.24664	77.39089	78.34146	79.08822
1000000	72	73.02572	74.02193	74.96032	75.81479	76.56227	77.18334
1500000	72	72.74901	73.47749	74.1655	74.79424	75.34658	75.80752
2000000	72	72.55014	73.08526	73.59077	74.05287	74.45897	74.79799
2500000	72	72.40427	72.79751	73.16899	73.50859	73.80704	74.05619
3000000	72	72.29709	72.58608	72.85907	73.10864	73.32797	73.51107
3500000	72	72.21833	72.4307	72.63132	72.81472	72.9759	73.11046
4000000	72	72.16045	72.31651	72.46395	72.59873	72.71718	72.81606
4500000	72	72.11791	72.2326	72.34095	72.44	72.52704	72.59971
5000000	72	72.08665	72.17094	72.25056	72.32335	72.38732	72.44072

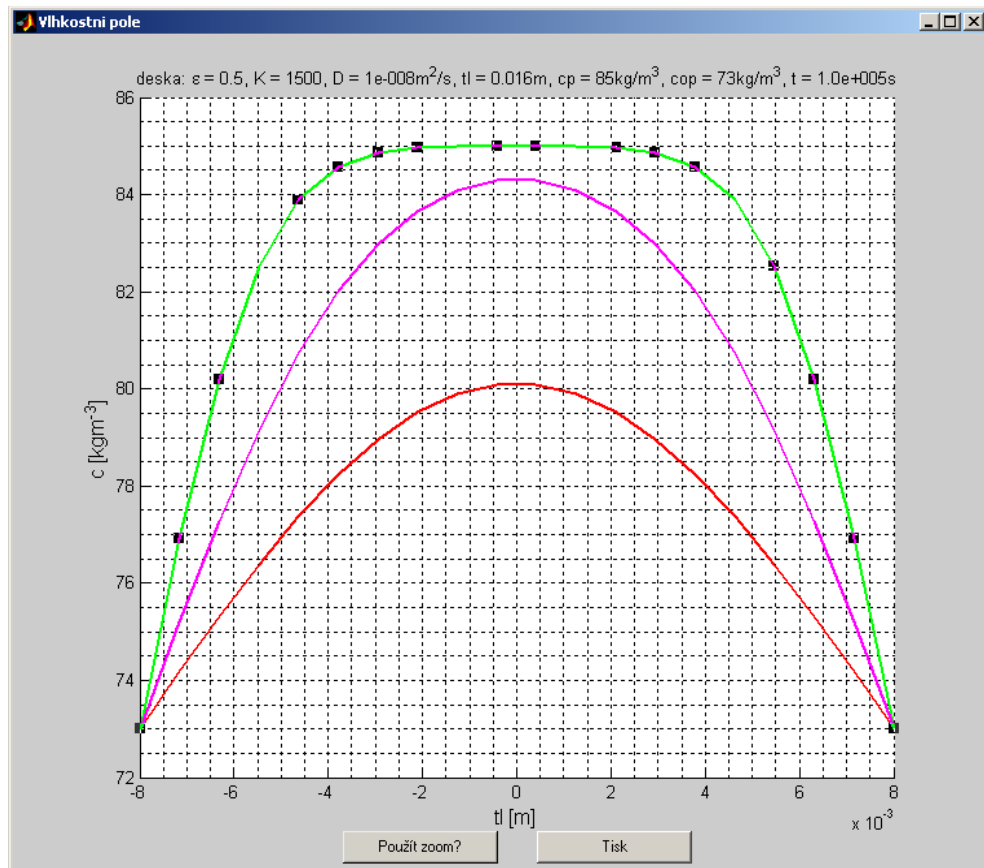
Obr. 11.12 – ukázka uložení data do Excelu

## Režim 2

V režimu 2 je vykresleno vlhkostní pole pro vybraný materiál. V případě nezavření okna lze opět změnou parametrů pozorovat změnu křivek. Hodnoty parametrů jednotlivých křivek, lze zobrazit nad grafem a to označením příslušné křivky. Jejich odstranění lze provést pomocí klávesy delete. Zobrazené okno má ještě k dispozici dvojici tlačítek pro zoom a tisk grafu.



Obr. 11.13 – vlhkostní pole pro čas  $1 \cdot 10^5$ s

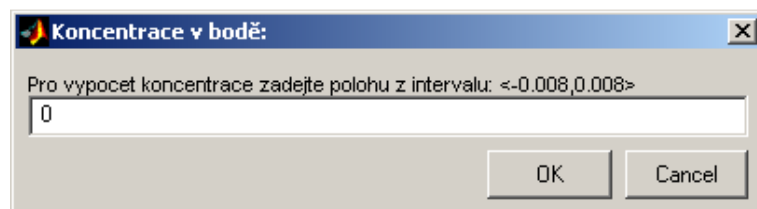


Obr. 11.14 – vlhkostní pole – změna parametrů

Pro ukládání hodnot a grafů platí Obr. 11.7 – Obr. 11.9

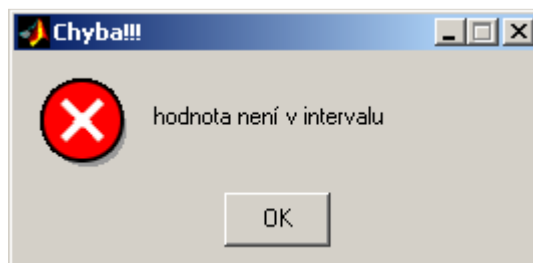
### Režim 3

V tomto režimu je nutné zadat bod z určitého intervalu – tj. zadat hodnotu v mezích šířky materiálu, ve kterém se spočítá koncentrace pro zadané časy, a tyto hodnoty jsou následně vypsány do tabulky.

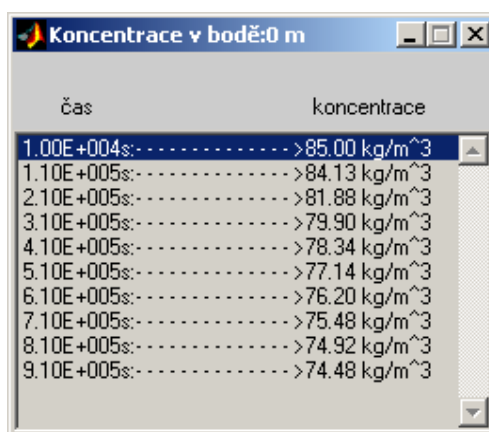


Obr. 11.15 – volba bodu pro výpočet koncentrace

V případě, že zadaná hodnota neleží v daném intervalu, zobrazí se chybové hlášení upozorňující na tuto skutečnost. Toto hlášení se objeví na 5s a poté budete vyzváni k opětovnému zadání nové hodnoty.



Obr. 11.16 – chybové hlášení – hodnota mimo interval



The image shows a data window titled 'Koncentrace v bodě:0 m'. It contains a list with two columns: 'čas' (time) and 'koncentrace' (concentration). The data is as follows:

čas	koncentrace
1.00E+004s	>85.00 kg/m <sup>3</sup>
1.10E+005s	>84.13 kg/m <sup>3</sup>
2.10E+005s	>81.88 kg/m <sup>3</sup>
3.10E+005s	>79.90 kg/m <sup>3</sup>
4.10E+005s	>78.34 kg/m <sup>3</sup>
5.10E+005s	>77.14 kg/m <sup>3</sup>
6.10E+005s	>76.20 kg/m <sup>3</sup>
7.10E+005s	>75.48 kg/m <sup>3</sup>
8.10E+005s	>74.92 kg/m <sup>3</sup>
9.10E+005s	>74.48 kg/m <sup>3</sup>

Obr. 11.17 – výpis hodnot koncentrací v daném bodě

## 12 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ Z PROGRAMU COMSOL A MATLAB

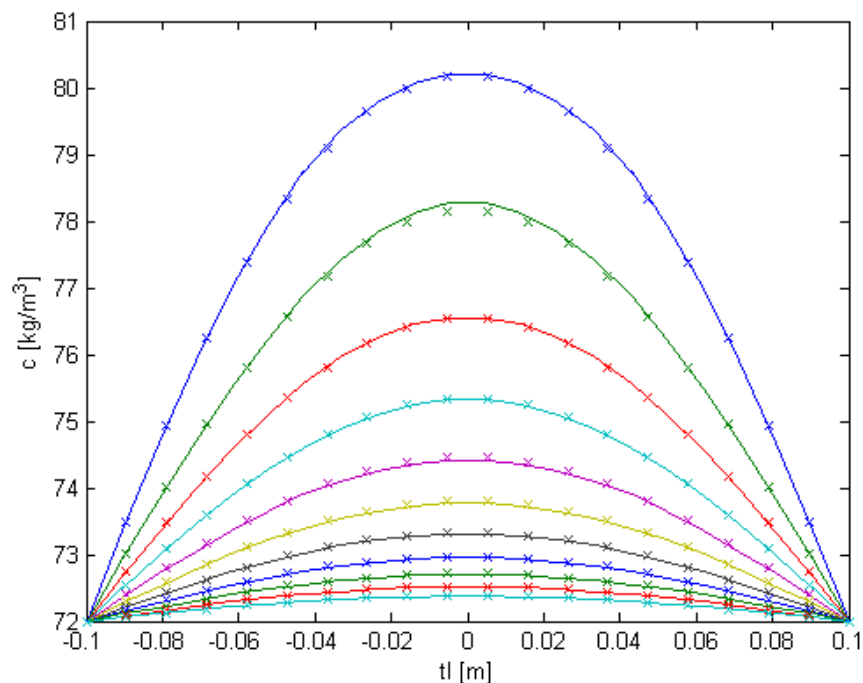
V této části jsem porovnal výsledky vlhkostních polí pro materiály tvaru desky, válce a koule získaných výpočtem ze zadaných hodnot pomocí programu COMSOL a MATLAB. Navíc jsem musel data z COMSOLu, kde hodnota koncentrace je vyjádřena v  $\text{mol/m}^3$  převést pomocí molární hmotnosti na  $\text{kg/m}^3$ .

Hodnoty získané pomocí programu MATLAB jsou vykresleny pomocí značky **x** a data získaná z COMSOLu jsem vykreslil plnou čarou.

Z jednotlivých grafů je možné vidět nepatrné rozdíly, ale tyto odlišnosti lze potlačit vytvořením jemnější sítě při výpočtu v programu COMSOL popřípadě nastavením většího počtu poloh v programové aplikaci MATLAB.

### DESKA

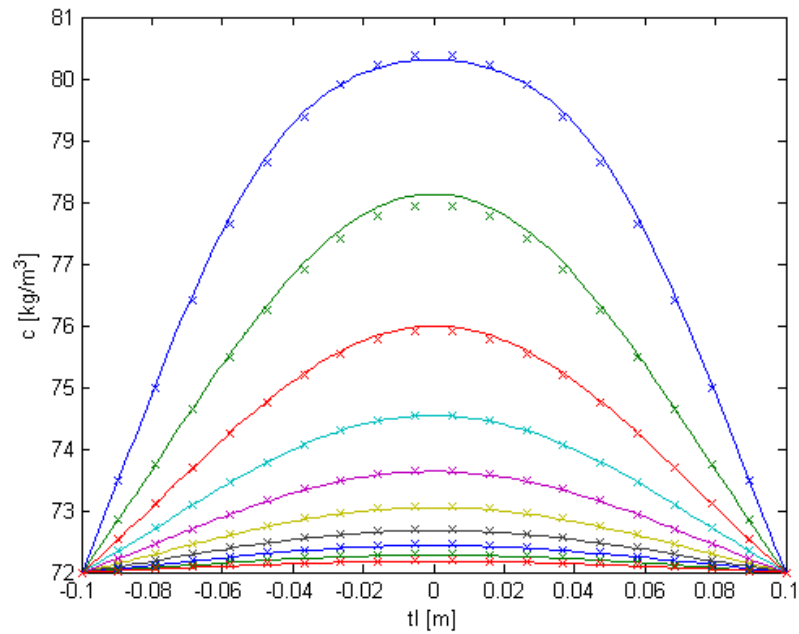
parametry výpočtu:  $\varepsilon=0.5$ ,  $K=800$ ,  $tl=0.2\text{m}$ ,  $D=1e-6\text{m}^2/\text{s}$ ,  $c_p=81\text{kg/m}^3$ ,  $c_{op}=72\text{kg/m}^3$ ,  
 $t=5e5:5e5:5e6\text{s}$



Obr. 12.1 – srovnání vlhkostních polí – deska

VÁLEC

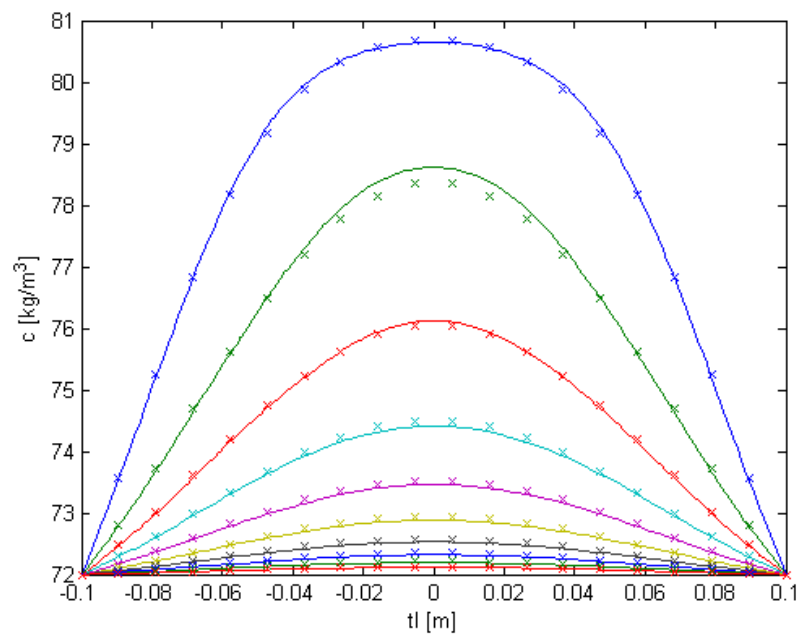
parametry výpočtu:  $\varepsilon=0.5$ ,  $K=800$ ,  $tl=0.2m$ ,  $D=1e-6m^2/s$ ,  $c_p=81kg/m^3$ ,  $c_{op}=72 kg/m^3$ ,  
 $t=3e5:3e5:3e6s$



Obr. 12.2 – srovnání vlhkostních polí – válec

KOULE

parametry výpočtu:  $\varepsilon=0.5$ ,  $K=800$ ,  $tl=0.2m$ ,  $D=1e-6m^2/s$ ,  $c_p=81kg/m^3$ ,  $c_{op}=72 kg/m^3$ ,  
 $t=2e5:2e5:2e6s$



Obr. 12.3 – srovnání vlhkostních polí – koule

### 13 ÚBYTEK VLHKOSTI V MATERIÁLU

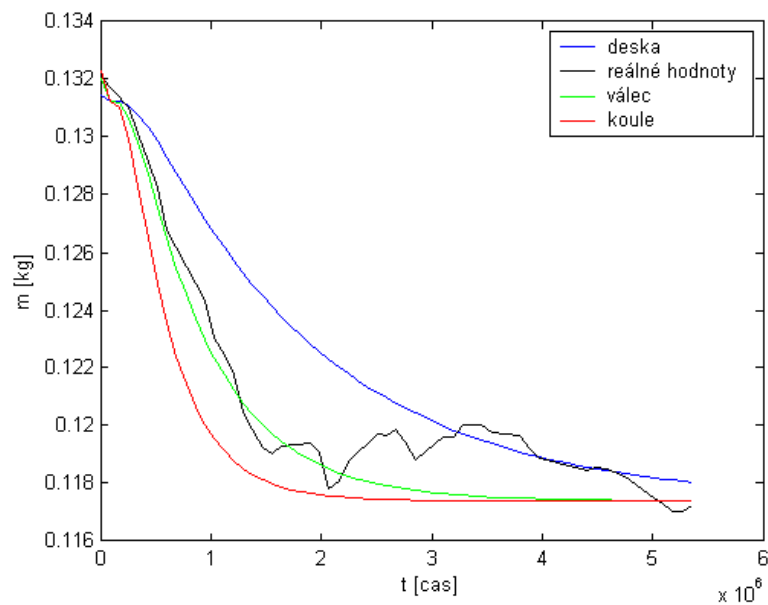
V této části diplomové práce jsem se zaměřil na srovnání dat získaných modelováním pro různé typy tvarů sušeného materiálu s reálným měřením úbytku vlhkosti ve skladu. K dispozici mám hodnoty z pěti vzorků, jejichž hmotnost je cca 1kg s počáteční vlhkostí 12%.

Tab. 1 – nastavené parametry

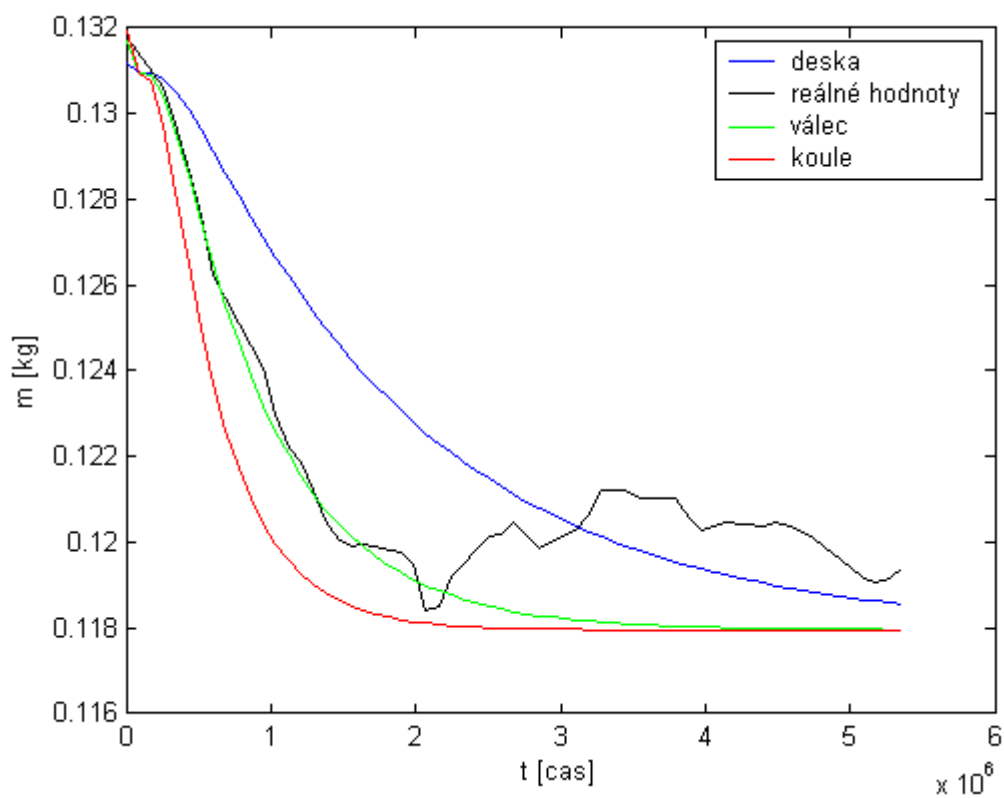
parametr	hodnota
$\varepsilon$	0.5
K	1
D	$2.5e-9 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$
tloušťka, průměr	0.2 m
$\rho$	$675 \text{ kg.m}^{-3}$
cp	$80.5 \text{ kg.m}^{-3}$
cop	$72 \text{ kg.m}^{-3}$

Tab. 2 – hmotnost jednotlivých vzorků

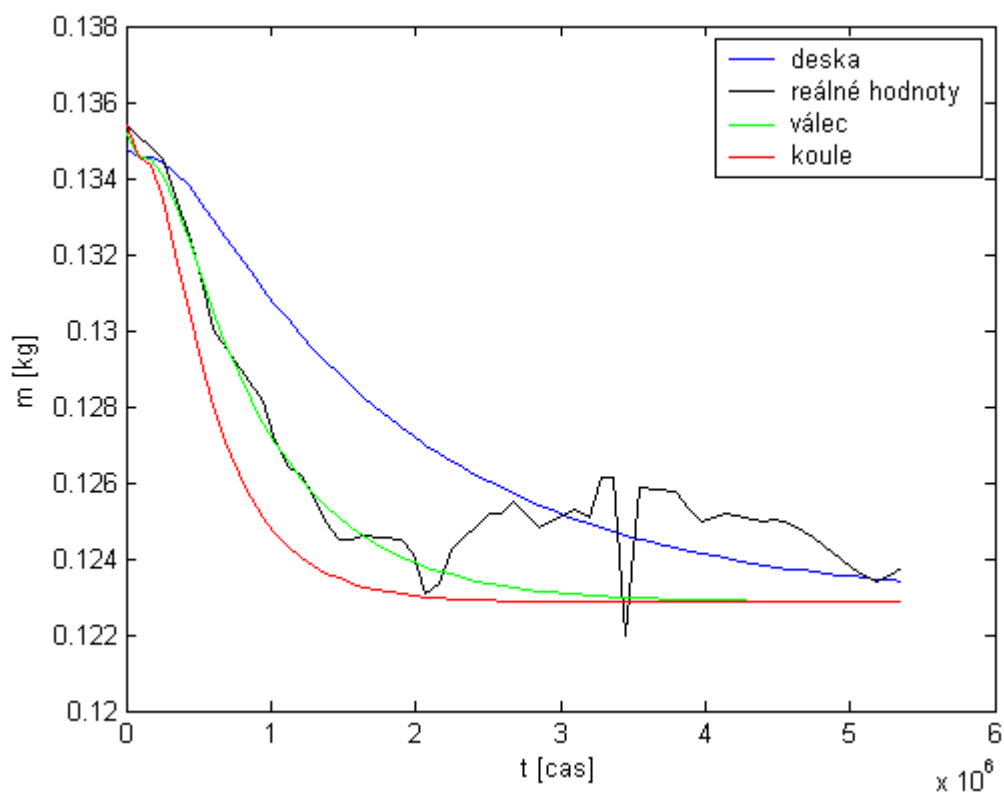
vzorek	1	2	3	4	5
m [g]	1100.57	1098.19	1128.25	1129.34	1192.19



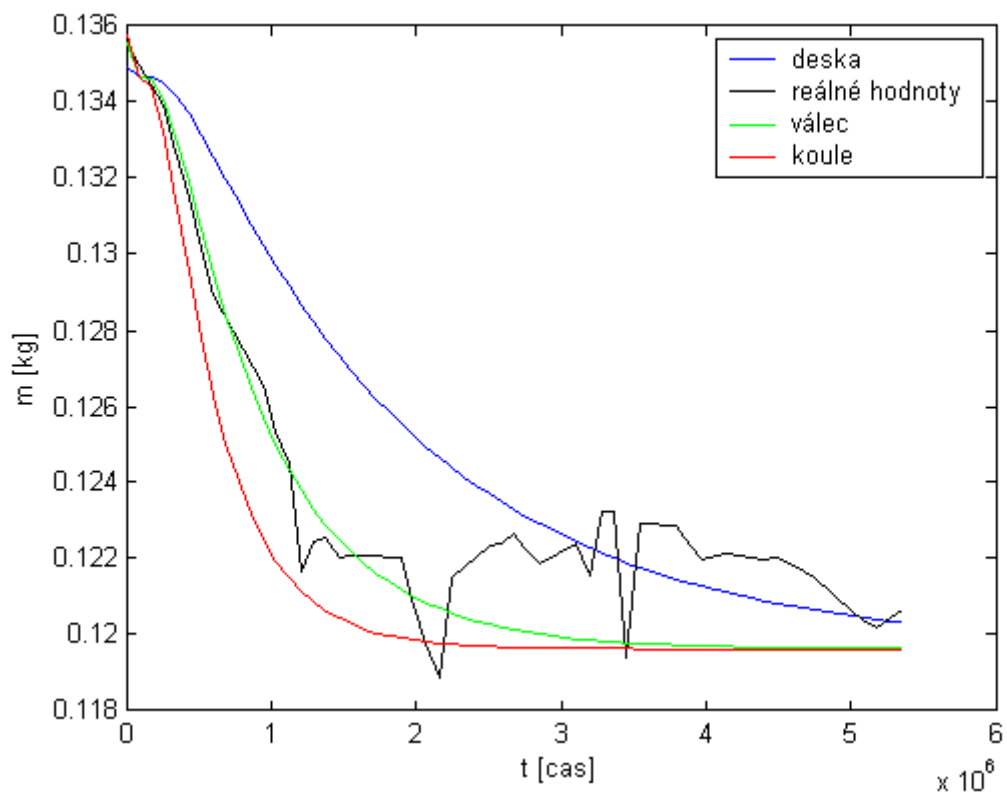
Obr. 13.1 – vzorek 1



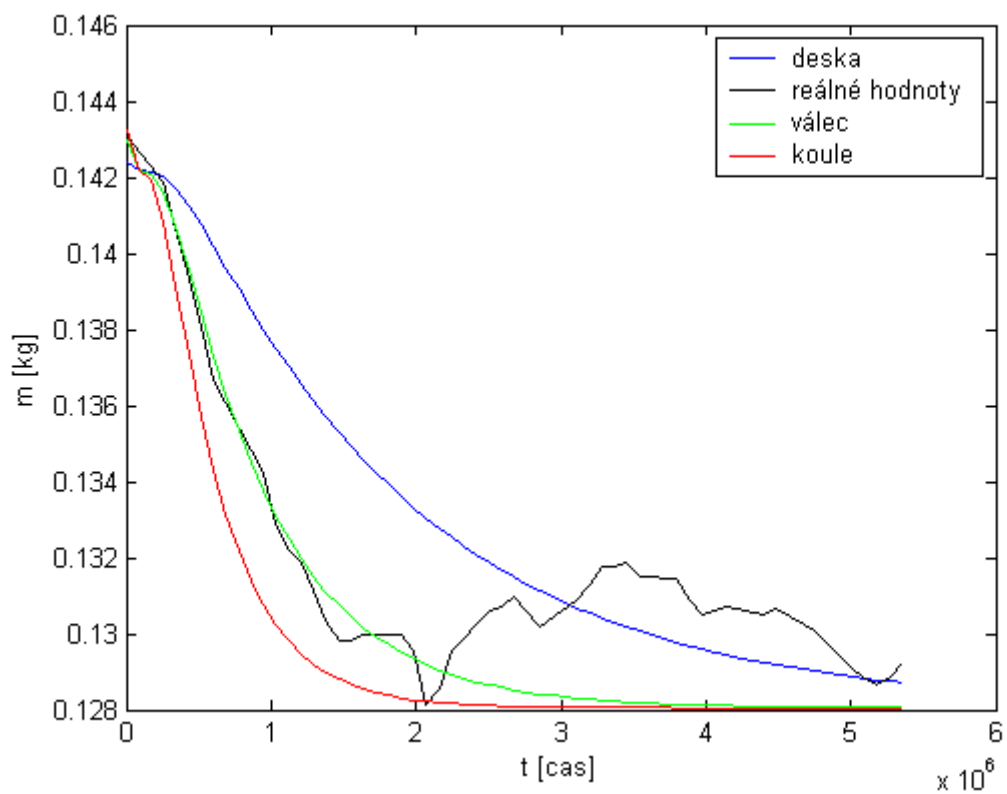
Obr. 13.2 – vzorek 2



Obr. 13.3 – vzorek 3



Obr. 13.4 – vzorek 4



Obr. 13.5 – vzorek 5

## ZÁVĚR

Diplomová práce je zaměřena na matematickém modelování dlouhodobého vysychání sušeného materiálu, kdy sušící vzduch proudí podél povrchu materiálu.

V první části jsem provedl literární studii týkající se procesu sušení, tj. operace pro odstranění přebytečné vlhkosti z pevné fáze, který je součástí mnoha technologických operací v různém odvětví průmyslu a to i několikrát, a proto je důležité se zabývat popisem dějů v těchto procesech probíhajících.

Důkladněji jsem se seznámil s vlastnostmi vlhkého vzduchu, jako nejčastěji používaného média pro dlouhodobé sušení.

V další části jsem popsal odlišnosti přímého a nepřímého matematického modelování, jejich výhody a nevýhody. Obeznámil jsem se s odlišným postupem při návrhu deterministických a stochastický matematických modelů a stanovení počátečních a okrajových podmínek.

Dále jsem se věnoval difúzním matematickým modelům vázané složky pro materiály tvaru desky, válce a koule, které vycházejí z řešení II. Fickova zákona pro příslušné počáteční a okrajové podmínky, jehož řešením se získají vztahy pro výpočet vlhkostních polí v tuhé fázi.

V praktické části jsem provedl přepočty difúzního koeficientu s ohledem na pórovitost materiálu a sílu vazby vlhkosti. Dále jsem matematické modely pro obecnější vyjádření přepsal pomocí definovaných bezrozměrných kritérií na bezrozměrný tvar.

V programu COMSOL MULTIPHYSICS jsem nakreslil příslušné tvary sušícího materiálu, nadefinoval počáteční a okrajové podmínky a jako výsledek jsem získal vlhkostní pole v materiálu.

Na základě řešení deterministických difúzních modelů sušícího procesu jsem vytvořil funkční programovou aplikaci v prostředí MATLAB, pomocí které jsem ověřil výsledky dosažené v COMSOLu. Program umožňuje zobrazit nejen úbytek vlhkosti, ale i 2D a 3D graf vlhkostních polí v tuhé fázi. Dále je schopen porovnávat vlhkostní pole a úbytek vlhkosti při změně některého ze zadávaných parametrů a tím máme možnost pozorovat, jak tyto změny ovlivňují vysychání materiálu.

V poslední části jsem měl k dispozici naměřená data úbytku vlhkosti pro pět vzorků dlouhodobého sušení zelených kávových bobů ve skladě [10]. Tyto hodnoty jsem

aproximoval křivkami úbytku vlhkosti, získaných pomocí navržených matematických modelů popisujících vlhkost v materiálu v závislosti na čase a typu tvaru sušeného materiálu. Předpokládal jsem, že nejlepšího řešení se dosáhne matematickým model navrženým pro tvar válce, což se nakonec i potvrdilo. Z toho vyplývá, že modely vytvořené v programové aplikaci lze predikovat úbytek vlhkosti nejen pro zelené kávové boby, ale jakýkoliv materiál. Programová aplikace tedy bude využívána nejen při výuce, ale také jí bude možno využít při řešení sušících procesů v praxi, protože hodnoty vypočítává ve zlomcích vteřiny na rozdíl od ručního počítání, kdy jsou výpočty vzhledem rozsáhlým vztahům komplikované a časově náročné a tohle všechno považuji za hlavní přínos mé diplomové práce.

## SUMMARY

The diploma thesis concerns mathematical simulation of long-term desiccation of dried substance; on terms that the drying air is flowing along the substance surface.

Referring to the first part, the literary study dealing with the desiccation process; i.e. operations for surplus desiccation disposal from the solid substance, has been done. This process seems to be a part of many technological operations in a range of industry fields; therefore it is crucial to tackle a description of the courses in these processes.

The author has familiarized himself more thoroughly with the humidity air features as it is said to be most often used medium for long-term desiccation. The author has familiarized himself more thoroughly with the humidity air features as it is said to be most often used medium for long-term desiccation. Regarding the next part, there are the differences of direct and indirect mathematical simulation and also their advantages and disadvantages described. The person behind has acquainted himself with different approach to designing deterministic and stochastic mathematical models and setting initial and marginal conditions.

Diffusion mathematical models of bound constituent for substances shaped as plant, cylinder, and sphere resulting from II. Fick's theory for relevant initial and marginal conditions were dealt with. Using the II. Fick's theory's solution, the relations for computation of humidity extents in solid phase.

The practical part deals with a computation of a diffusion coefficient with respect to porosity of the substance and the humidity texture intensity. Consequently, the mathematical models for more general explanation have been transcribed as non-dimensional shape by means of defined non-dimensional criteria. The relevant shapes of dehydrated substance have been drawn in COMSOL MULTIPHYSICS program, the initial and marginal conditions were defined and as a result, the humidity extent in the substance has been obtained.

Based on solution from deterministic diffusion models of dehydration process, the functional program application in MATLAB has been created by the author. By means of this application, the results obtained from COMSOL have been verified. The program enables us to show not only the humidity shrinkage, but 2D and 3D chart of humidity extents in solid phase. Furthermore, it is able to compare humidity extents and humidity

shrinkage; even if there are changed some of the given parameters. Therefore, we have a possibility to observe how those changes influence the dehydration of the substance.

The last part of the thesis copes with the measured data of the humidity shrinkage for five samples of long-term dehydration of green coffee beans in the warehouse [10]. Those data were approximated with the moisture shrinkage curves, obtained by means of designed mathematical models describing substance humidity in dependence on time and the type of dehydrated substance.

It was presupposed that the best solution would be achieved by the mathematical model designed for the shape of cylinder. This assumption has been verified. For this reason, it might be said that models created in program application can predict the moisture shrinkage not only for green coffee beans but for any kind of substance. Consequently, the program application will be used not only as a part of schooling, but it might be employed in dealing with the dehydration processes at working life. It counts the data faster in comparison to manual counting in which the results are time consuming and because of large connections complicated. Therefore, I consider this fact as the main contribution of my diploma thesis.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] HOLEČEK, O., Sušení, <http://www.vscht.cz/uchi/ped/labchi/S.pdf>, [cit. 27. 5. 2011]
- [2] JANÁČOVÁ, D., Procesní inženýrství II, <http://vyuka.fai.utb.cz>, [cit. 27. 5. 2011]
- [3] KOLOMAZNÍK, K., Teorie technologických procesů III, VUT Brno, 1978
- [4] KOLOMAZNÍK, K., Modelování zpracovatelských procesů, 1. vydání, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1990, 191s. ISBN 80-214-01141
- [5] ŠNITA, D., Chemické inženýrství I., 1. vyd., VŠCHT Praha, 2006, 318s., ISBN 80-7080-589-7
- [6] FÁBRY, J. Matematické modelování, 1. vyd. Praha, Nakladatelství Oeconomica v Praze, 146s., ISBN 978-80-245-1266-2
- [7] Řízení technologických procesů, <http://rtp.webzdarma.cz/>, [cit. 27. 5. 2011]
- [8] Modelování a simulace, <http://uprt.vscht.cz/kminekm/mrt/F2/F2-ram.htm> [cit. 27. 5. 2011]
- [9] CRANK, J. The Mathematics of Diffusion Oxford: Oxford University Press, 1979, 414s. ISBN 978-0-19-853411-2
- [10] BOUDA, L. Dlouhodobé skladování zelené kávy. Zlín 2008. 45 s. Bakalářská práce na Technologické fakultě Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně. Vedoucí bakalářské práce Ing. Vladimír Mrkvička, Ph.D.
- [11] GRYGAR, V. Návrh matematického modelu popisujícího vysychání zelené kávy, [www.posterus.sk](http://www.posterus.sk) , ISSN 1338-0087
- [12] MEHRER, H. Diffusion of solids. Springer Berlin Heidelberg New York, 2007, 645s., ISBN 978-3-540-71486-6
- [13] BIRD, B., R., WARREN, S., E., EDWIN, L., N. Transport Phenomena. 2. vyd. USA: University of Wisconsin-Madison, Hamilton Printing, 2002, ISBN 0-471-41077-2
- [14] KOLAT, P. Přenos tepla a hmoty, 3.vyd. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2001, 266 s. ISBN 80-248-0003-9
- [15] NEKOVÁŘ, P. Difúzní procesy. Sbírká příkladů, 1.vyd. Praha: VŠCHT Praha, 1993, 136s., ISBN 80-7080-193-X

- [16] PILAŘ, A. a kolektiv Příklady chemicko-inženýrských výpočtů III, 1.vyd. Praha 1973, SNTL – Nakladatelství technické literatury, 340 s. ISBN 04-607-73
- [17] ZAPLATÍLEK, K., DOŇAR, B., MATLAB pro začátečníky. Praha 2007, 152s., ISBN 80-7300-175-6
- [18] ZAPLATÍLEK, K., DOŇAR, B., MATLAB tvorba uživatelských aplikací. Praha 2005, 216s., ISBN 80-7300-133-0
- [19] PERŮTKA, K., MATLAB – základy pro studenty automatizace a informační technologie. UTB ve Zlíně 2005, ISBN 80-7318-355-2
- [20] KOVÁŘÍK, M., Počítačové zpracování dat v programu MATLAB, Bučovice 2008, 278s., ISBN 978-8087106-09-9
- [21] KOVÁŘÍK, M., Matematické aplikace v Matlabu, Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2008, 278s., ISBN 978-80-7318-753-8

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

<i>Symbol</i>	Význam	Jednotka
$\alpha_n$	n-tý kořen Besselovy funkce	[1]
$\rho$	hustota	[kg·m <sup>-3</sup> ]
$\varphi_A$	relativní vlhkost	[1, %]
$a_k$	souřadnice polohy - koule	[m]
$a_v$	souřadnice polohy - válec	[m]
$b$	poloviční tloušťka tuhé fáze	[m]
$c$	koncentrace nevázané složky v pevné fázi	[kg·m <sup>-3</sup> ]
$C$	bezrozměrné vlhkostní pole složky v tuhé fázi	[1]
$c_A$	koncentrace vázané složky	[kg·m <sup>-3</sup> ]
$c_0$	koncentrace složky v okolí	[kg·m <sup>-3</sup> ]
$C_0$	bezrozměrná koncentrace vlhkosti v okolí	[1]
$c_p$	počáteční koncentrace vlhkosti v tuhé fázi	[kg·m <sup>-3</sup> ]
$c_{0p}$	počáteční koncentrace vlhkosti v tuhé fázi	[kg·m <sup>-3</sup> ]
$c(t)$	koncentrace složky, která difúzí přejde do okolí	[kg·m <sup>-3</sup> ]
$D$	hodnota difúzního koeficientu	[m <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup> ]
$D_m$	hodnota modifikovaného difúzního koeficientu $D_m = \frac{D}{\varepsilon(1+K)}$	[m <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup> ]
$\varepsilon$	porozita	[1]
$FO_D$	fourierovo kritérium, bezrozměrný čas - deska	[1]
$FO_K$	fourierovo kritérium, bezrozměrný čas - koule	[1]
$FO_V$	fourierovo kritérium, bezrozměrný čas - válec	[1]
$I$	měrná entalpie	[J/kg]
$I_A$	měrná entalpie suchého vzduchu	[J/kg]
$I_B$	měrná entalpie vodní páry	[J/kg]

$J_0$	Besselova funkce 0. řádu	[1]
$J_1$	Besselova funkce 1. řádu	[1]
$k$	konstanta, $k = \frac{D}{1+K}$	[1]
$K$	rovnovážná konstanta sorpce (síla vazby sorbované složky na tuhou fázi)	[1]
$m_A$	hmotnost vodních par	[kg]
$m_B$	hmotnost absolutně suchého vzduch	[kg]
$p_A$	parciální tlak vodních par	[pa]
$p_A^0$	parciální tlak nasycené vodní páry	[pa]
$p_0$	tlak okolí	[pa]
$p_s$	tlak vodních par	[pa]
$r_k$	poloměr koule	[m]
$r_v$	poloměr válce	[m]
$R_k$	bezrozměrná vzdálenost - koule	[1]
$R_v$	bezrozměrná vzdálenost - válec	[1]
$t$	čas	[s]
$t_p$	teplota materiálu před sušením	[K]
$t_w$	teplota vlhkého teploměru	[K]
$w$	tok vlhkosti – vnější difúze	[g/m <sup>2</sup> s]
$w_I$	transport vlhkosti – vnitřní difúze	[g/m <sup>2</sup> s]
$x$	souřadnice polohy - deska	[m]
$X$	bezrozměrná vzdálenost - deska	[1]
$Y_A$	relativní hmotnostní zlomek vody ve vzduchu	[1]

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1.1 – sušicí proces – transport vlhkosti.....	10
Obr. 1.2 – sušicí křivka.....	12
Obr. 1.3 – rozložení vlhkosti v materiálu během sušení.....	12
Obr. 3.1 – zjednodušený model technologického procesu .....	15
Obr. 5.1 – obecný postup vytváření matematických modelů .....	17
Obr. 8.1 – úvodní okno programu MATLAB.....	25
Obr. 8.2 – úvodní okno programu COMSOL.....	26
Obr. 10.1 – okno programu COMSOL po spuštění – výběr dimenze .....	29
Obr. 10.2 – okno programu COMSOL – výběr fyzik.....	29
Obr. 10.3 – okno programu COMSOL – výběr typu výpočtu.....	30
Obr. 10.4 – nadefinované parametry pro modelování .....	30
Obr. 10.5 – náčrt desky v programu COMSOL .....	31
Obr. 10.6 – nastavení okrajových a počátečních podmínek .....	31
Obr. 10.7 – nastavení difúzního koeficientu v sekci Diffusion .....	31
Obr. 10.8 – nastavení počáteční koncentrace v materiálu .....	32
Obr. 10.9 – nastavení počáteční koncentrace v okolí .....	32
Obr. 10.10 – vytvoření sítě - deska.....	32
Obr. 10.11 – vlhkostní pole v materiálu tvaru desky.....	33
Obr. 10.12 – rozložení vlhkosti v materiálu pro časy $5 \cdot 10^5$ s, $2 \cdot 10^6$ s a $4,5 \cdot 10^6$ s.....	33
Obr. 10.13 – náčrt válce v programu COMSOL .....	34
Obr. 10.14 – vytvoření sítě - válec.....	34
Obr. 10.15 – vlhkostní pole v materiálu tvaru válce.....	35
Obr. 10.16 – rozložení vlhkosti ve válci pro časy $2,7 \cdot 10^5$ s, $1 \cdot 10^6$ s a $1,9 \cdot 10^6$ s.....	35
Obr. 10.17 – náčrt koule v programu COMSOL.....	36
Obr. 10.18 – vytvoření sítě - koule .....	36
Obr. 10.19 – vlhkostní pole v materiálu tvaru koule .....	37
Obr. 10.20 – rozložení vlhkosti v kouli pro časy $2 \cdot 10^5$ s, $6 \cdot 10^5$ s a $1 \cdot 10^6$ s .....	37
Obr. 11.1 – úvodní obrazovka programové aplikace.....	38
Obr. 11.2 – chybové hlášení .....	40
Obr. 11.3 – vlhkostní pole – programová aplikace.....	41
Obr. 11.4 – 3D graf vlhkostního pole .....	42
Obr. 11.5 – úbytek vlhkosti v materiálu .....	43

Obr. 11.6 – úbytek vlhkosti v materiálu – změna parametrů.....	43
Obr. 11.7 – hlášení při ukládání úbytku vlhkosti.....	44
Obr. 11.8 – hlášení při ukládání vlhkostního pole.....	44
Obr. 11.9 – hlášení při ukládání 3D grafu vlhkostního pole.....	44
Obr. 11.10 – výběr místa pro uložení data a grafu .....	45
Obr. 11.11 – zadání názvu souboru .....	45
Obr. 11.12 – ukázka uložení data do Excelu .....	45
Obr. 11.13 – vlhkostní pole pro čas $1 \cdot 10^5$ s .....	46
Obr. 11.14 – vlhkostní pole – změna parametrů.....	47
Obr. 11.15 – volba bodu pro výpočet koncentrace .....	47
Obr. 11.16 – chybové hlášení – hodnota mimo interval.....	48
Obr. 11.17 – výpis hodnot koncentrací v daném bodě .....	48
Obr. 12.1 – srovnání vlhkostních polí – deska .....	49
Obr. 12.2 – srovnání vlhkostních polí – válec .....	50
Obr. 12.3 – srovnání vlhkostních polí – koule.....	50
Obr. 13.1 – vzorek 1 .....	51
Obr. 13.2 – vzorek 2 .....	52
Obr. 13.3 – vzorek 3 .....	52
Obr. 13.4 – vzorek 4 .....	53
Obr. 13.5 – vzorek 5 .....	53

**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1 – nastavené parametry .....	51
Tab. 2 – hmotnost jednotlivých vzorků .....	51