

Vybrané metody nelineárního řízení

Selected Methods of Nonlinear Control

Bc. Eva Kurečková

Diplomová práce
2013



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
akademický rok: 2012/2013

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Eva Kurečková**
Osobní číslo: **A11541**
Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Vybrané metody nelineárního řízení**

Zásady pro vypracování:

1. Uvedte základní vlastnosti nelineárních systémů, stavový popis, linearizace, stabilita.
2. Popište vybrané metody lineárního a nelineárního řízení nelineárních systémů.
3. Analyzujte metodu exaktní linearizace pro řízení nelineárního procesu.
4. Popište Wienerův a Hammersteinův model nelineárního procesu a možnost identifikace jeho lineární a nelineární části.
5. Aplikujte metodu exaktní linearizace na model za sebou zapojených zásobníků na kapalinu.
6. Použijte řízení na základě Wienerova resp. Hammersteinova modelu pro řízení průtočného chemického reaktoru s promícháváním.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

1. KRSTIC, M., I. KANELAKOPOULOS a P. V. KOKOTOVIC. Nonlinear and Adaptive Control Design. New York: Wiley, 1995.
2. SLOTINE, J. J. E. a W. LI. Applied Nonlinear Control. Prentice-Hall. New Jersey: Englewood Cliff, 1991.
3. CORRIOU, J. P. Process Control. Theory and Applications. London: Springer-Verlag, 2004.
4. BÁNYÁSZ, C. a L. KEVICZKY. A simple PID regulator applicable for a class of factorable nonlinear plants. In: 2002 American Control Conference, Anchorage, Alaska, USA. 2002, s. 2354-2359.
5. DOSTÁL, P., J. VOJTĚŠEK a V. BOBÁL. Simulation of the 2DOF nonlinear adaptive control of a chemical reactor. In: Proceeding of 25th European Conference on Modelling and Simulation, Krakow, Poland. 2011, s. 494-499.
6. DOSTÁL, P., M. KUBALČÍK, V. BOBÁL a J. VOJTĚŠEK. Nonlinear Adaptive Control of a Chemical Reactor. In: Proceeding of 19th Mediterranean Conference on Control and Automation, Corfu, Greece. 2011, s. 600-605.
7. SASTRY, S. Nonlinear Systems – Analysis, Stability and Control. London: Springer-Verlag, 1999.

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Petr Dostál, CSc.**
Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **24. února 2013**

Termín odevzdání diplomové práce: **11. června 2013**

Ve Zlíně dne 24. února 2013


prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan




prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Hlavním smyslem práce je představit a porovnat vybrané metody řízení nelineárních systémů z oblasti lineárního i nelineárního řízení. Pro návrh řízení nelineárních systémů je možné systém linearizovat a pro získaný linearizovaný matematický model použít některou z metod lineární teorie řízení. V práci je uvedeno několik metod linearizace, z nichž některé poskytují přesnou náhradu původního systému. Další možností je například použití metod založených na faktorizaci systému na lineární dynamickou a nelineární statickou část, označovaných jako Wienerův nebo Hammersteinův model. V první části práce jsou vysvětleny principy jednotlivých metod a pojmy nezbytné pro jejich použití. V další jsou uvedeny aplikace uvedených metod pro řízení zvolených nelineárních systémů. Poslední kapitola obsahuje porovnání metod lineárního a nelineárního řízení, které byly použity pro řízení stejného systému.

Klíčová slova: nelineární systémy, nelineární řízení, linearizace, Wienerův model

ABSTRACT

The main purpose of this thesis is a presentation and a comparison of chosen nonlinear system control methods from linear and nonlinear control area. System can be linearized and some method of linear theory can be used for obtained linearized model to the control design procedure. Several linearization methods are described in the thesis; some of them provide the exact approximation of the original system. Methods, which are based on a factorization of the control system on static nonlinear and dynamic linear part, known as Wiener or Hammerstein model, are another possibility. The principles of described methods and some essential terms are explained in the first part of the thesis. Next part is focused on application of mentioned methods for the control of chosen nonlinear systems. A comparison of linear control and nonlinear control methods, used for control of the same process, is presented in the last chapter.

Keywords: nonlinear systems, nonlinear control, linearization, Wiener model

Ráda bych poděkovala především panu prof. Ing. Petru Dostálovi, CSc., vedoucímu diplomové práce, za velkou podporu, motivaci, nadšení při práci a projevenou důvěru v mé schopnosti a také za poskytnutí materiálů a četné rady. Ráda bych zde také poděkovala všem vyučujícím, se kterými jsem se při studiu na FAI setkala za získané znalosti a schopnosti, které vyústily v tuto diplomovou práci.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	9
I TEORETICKÁ ČÁST	10
1 VLASTNOSTI NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ	11
1.1 STAVOVÝ POPIS NELINEÁRNÍHO SYSTÉMU	11
1.2 TYPICKÉ VLASTNOSTI NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ	12
1.2.1 Mnohonásobné izolované rovnovážné stavy	12
1.2.2 Limitní cykly	12
1.2.3 Bifurkace	12
1.2.4 Únik v konečném čase	12
1.3 STABILITA	13
1.3.1 Ljapunovská stabilita	13
1.3.2 Asymptotická stabilita	14
2 LINEARIZACE NELINEÁRNÍHO SYSTÉMU	15
2.1 PŘIBLIŽNÁ LINEARIZACE	15
2.2 EXAKTNÍ LINEARIZACE	16
2.2.1 Základní pojmy	16
2.2.1.1 Existence inverzního zobrazení	16
2.2.1.2 Existence rozšíření na invertovatelné zobrazení	16
2.2.1.3 Lieova derivace	17
2.2.2 Exaktní transformace dynamického systému	17
2.2.3 Exaktní linearizace nelineárního systému	17
2.2.3.1 Úplně exaktně linearizovatelný systém	17
2.2.3.2 Systém s úplně exaktně linearizovatelnou dynamikou	18
2.2.3.3 Systém exaktně linearizovatelný ze vstupu na výstup	18
2.2.3.4 Systém s částečně exaktně linearizovatelnou dynamikou	18
2.2.4 Relativní stupeň SISO systému	18
2.2.5 Relativní stupeň MIMO systému	19
2.3 POSTUPNÁ LINEARIZACE	22
3 METODY LINEÁRNÍHO ŘÍZENÍ NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ	23
3.1 STABILIZACE SYSTÉMU POMOCÍ EXAKTNÍ LINEARIZACE	23
3.2 ŘÍZENÍ POMOCÍ POSTUPNÉ LINEARIZACE	24
4 METODY NELINEÁRNÍHO ŘÍZENÍ NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ	27
4.1 ŘÍZENÍ S WIENEROVÝM MODELEM	27
4.1.1 Statická nelineární část	28
4.1.2 Externí lineární model	29
4.1.3 Odhad parametrů modelu	29
4.1.4 Dynamická lineární část	30
II PRAKTICKÁ ČÁST	33
5 LINEÁRNÍ ŘÍZENÍ SYSTÉMU	34
5.1 SYSTÉM ZÁSOBNÍKŮ NA KAPALINU V SÉRII	34
5.1.1 SISO systém zásobníků na kapalinu	34
5.1.2 MIMO systém zásobníků na kapalinu	35

5.2	STABILIZACE SYSTÉMU ZÁSOBNÍKŮ NA KAPALINU POMOCÍ EXAKTNÍ LINEARIZACE 37	
5.2.1	Exaktní linearizace MIMO zásobníků v sérii	37
5.2.2	Stabilizační zpětná vazba MIMO zásobníků v sérii	38
5.2.3	Simulace stabilizace MIMO zásobníků v sérii	39
5.3	ŘÍZENÍ SYSTÉMU ZÁSOBNÍKŮ NA KAPALINU POMOCÍ POSTUPNÉ LINEARIZACE.....	40
5.3.1	Postupná linearizace SISO zásobníků v sérii	40
5.3.2	Řízení SISO zásobníků polynomiální metodou v 1DOF konfiguraci	41
5.3.3	Počáteční nastavení regulátoru	42
5.3.4	Simulace řízení SISO zásobníků pomocí postupné linearizace.....	43
6	NELINEÁRNÍ ŘÍZENÍ SYSTÉMU	45
6.1	ŘÍZENÍ PRŮTOČNÉHO CHEMICKÉHO REAKTORU	45
6.1.1	Statická charakteristika CSTR.....	47
6.2	ŘÍZENÍ PRŮTOČNÉHO CHEMICKÉHO REAKTORU S WIENEROVÝM MODELEM	48
6.2.1	Statická nelineární část	48
6.2.2	Externí lineární model	49
6.2.3	Odhad parametrů modelu	50
6.2.4	Dynamická lineární část	50
6.2.5	Simulace řízení CSTR s Wienerovým modelem.....	51
7	POROVNÁNÍ METOD LINEÁRNÍHO A NELINEÁRNÍHO ŘÍZENÍ	54
7.1	ŘÍZENÍ ZÁSOBNÍKŮ NA KAPALINU S WIENEROVÝM MODELEM.....	54
7.1.1	Statická charakteristika SISO zásobníků na kapalinu	54
7.1.2	Statická nelineární část	55
7.1.3	Externí lineární model	56
7.1.4	Simulace řízení CSTR s Wienerovým modelem.....	57
7.2	POROVNÁNÍ ŘÍZENÍ S POSTUPNOU LINEARIZACÍ A S WIENEROVÝM MODELEM	59
	ZÁVĚR.....	60
	ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ	62
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	64
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	66
	SEZNAM OBRÁZKŮ.....	67
	SEZNAM TABULEK	69
	SEZNAM PŘÍLOH.....	70

ÚVOD

Téma práce náleží do velmi zajímavé a aktuální části moderní teorie řízení, ve které se uplatňují aplikace jak adaptivního, tak i nelineárního řízení [4] – [11], [13] – [16].

Značná část technologických procesů se projevuje nelineárním chováním a z hlediska teorie systémů je zařazena do třídy nelineárních systémů. Jejich modely jsou prezentovány soustavou nelineárních diferenciálních rovnic [1] – [3], [9], [14] – [17]. Náhrada těchto modelů modely lineárními téměř vždy představuje určitou formu zjednodušení a s tím spojené nepřesnosti. Na druhou stranu se zvětšující se přesností modelu roste složitost popisu až do té míry, že je model pro praktické účely nepoužitelný.

Lineární popis dynamického systému je vhodný pro dostatečně malé okolí pracovního bodu, ve kterém lze nahradit nelineární model za lineární se zachováním požadované přesnosti. Výhodou lineárního popisu je existence systematických matematických metod a softwarových řešení, která lze v různých oblastech analýzy a syntézy použít [1], [3], [12].

Mnohým z nevýhod spojených s linearizací systému lze předejít použitím metod, které nevyžadují linearizovaný model. Existuje řada metod, z nichž dobrých výsledků dosahují metody založené na faktorizaci systému na statickou nelineární a dynamickou lineární část, označované jako Wienerovy nebo Hammersteinovy modely [4] – [9], [13].

Přínosem práce je porovnání dvou často používaných způsobů návrhu řízení – s využitím linearizace a následného řízení metodami lineárního řízení [1] – [3], [12], [17] a nelineární řízení založené na faktorizaci systému [4] – [9], [13].

První část práce představuje základní vlastnosti nelineárních systémů a způsoby jejich linearizace, včetně pokročilých metod, jež poskytují přesnou aproximaci systému [1] – [3], [9], [14] – [17]. Dále je práce rozdělena na dvě hlavní skupiny metod řízení, skupina lineárních metod řízení obsahuje metodu s využitím exaktní linearizace [1] a metodu s postupnou linearizací, nelineární řízení zastupuje metoda řízení s Wienerovým modelem.

Všechny uvedené metody jsou aplikovány na řízení vybraných nelineárních systémů, lineární metody na systém válcových zásobníků na kapalinu v sérii a nelineární řízení na systém průtočného chemického reaktoru [3].

V závěru práce se nachází porovnání lineární metody řízení s postupnou linearizací a nelineárního řízení s Wienerovým modelem, které byly použity pro řízení systému dvou válcových zásobníků na kapalinu v sérii.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 VLASTNOSTI NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ

Obecně lze za nelineární systém považovat systém, u kterého jsou vzájemné vazby mezi veličinami nebo aspoň jejich část nelineární [1], [3], [12]. Pro nelineární systémy je typická nelineární statická charakteristika, tedy závislost výstupní veličiny na vstupní veličině v ustáleném stavu. Z toho vyplývá, že na základě znalosti chování systému v určité stavové oblasti lze odvodit chování toho systému pro celý stavový prostor [1], [16], [17].

Nelineární dynamický systém je model vhodný pro popis široké škály i velmi složitých reálných objektů. Jeho největší nevýhodou je nutnost použití náročnějšího matematického aparátu a skutečnost, že metody řízení jsou často vhodné pouze pro systémy, pro které byly navrženy. Proto je často výhodné i pro nelineární systémy využívat standardní lineární postupy [1], [3], [9] – [12], [15] – [17].

1.1 Stavový popis nelineárního systému

Nelineární spojité dynamické systémy (NSDS) jsou v časové oblasti popsány nelineárními diferenciálními rovnicemi [1] - [3], [12], [16]. Obecně lze stavový popis NSDS vyjádřit stavovou rovnicí ve tvaru

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)], \quad (1)$$

a rovnicí výstupu

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)]. \quad (2)$$

kde $\dot{\mathbf{x}}(t) = d\mathbf{x}(t)/dt$ a t je čas, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ je vektor stavu systému, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ vektor vstupu a $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^r$ vektor výstupu, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ a $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^r$ jsou nelineární vektorové funkce [2], [3].

Pro t -invariantní systém, kde vektorové funkce \mathbf{f} a \mathbf{g} nejsou explicitně závislé na čase, získáváme jednodušší model

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (3)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (4)$$

Jestliže se v rovnici výstupu nevyskytuje vstupní veličina \mathbf{u} , pak systém splňuje silnou podmínku fyzikální realizovatelnosti, jestliže se zde vyskytují pouze okamžité hodnoty vstupu, jedná se o systém splňující slabou podmínku fyzikální realizovatelnosti [3].

1.2 Typické vlastnosti nelineárních systémů

Pro nelineární systémy jsou typické některé vlastnosti, které se u lineárních systémů nevyskytují. Mezi nejvýznamnější z těchto jevů patří existence více řešení nebo žádného řešení, únik v konečném čase, mnohonásobné izolované rovnovážné stavy, limitní cykly, synchronizace, bifurkace a další složité dynamické chování (chaos, turbulence, ...) [1], [2], [16].

1.2.1 Mnohonásobné izolované rovnovážné stavy

Na rozdíl od lineárních systémů, nelineární systémy mohou mít více izolovaných rovnovážných stavů (ekvilibríí). Oblast, ve které systém konverguje do příslušného rovnovážného stavu, označujeme jako bazén atraktivity rovnovážného stavu a hranice mezi těmito oblastmi jako rozvodí [1].

1.2.2 Limitní cykly

Oscilace nelineárního systému mají po odeznění přechodových jevů stejnou amplitudu a frekvenci pro všechny počáteční podmínky. V blízkosti limitního cyklu se nenacházejí žádná další periodická řešení, všechna blízká řešení k limitnímu cyklu konvergují [1].

1.2.3 Bifurkace

Bifurkace je jev, při kterém dochází ke změně počtu rovnovážných stavů a změně jejich stability v důsledku změny parametrů systému [1].

1.2.4 Únik v konečném čase

Pro nestabilní lineární systémy platí, že jejich trajektorie uniká do nekonečna asymptoticky, tedy v nekonečném čase. U nelineárních systémů může řešení nabývat nekonečné hodnoty i v konečném čase, jak ukazuje následující příklad [1].

$$\dot{x} = x^2, \quad x(0) = x_0 > 0, \quad \Rightarrow \quad x(t) = \frac{x_0}{1 - x_0 t} \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow 1/x_0} x(t) = \infty$$

1.3 Stabilita

Stabilita je základní vlastností systému, která je nezbytná pro jeho použitelnost. Jestliže systém není stabilní, dochází k neomezeným odchýlkám, jež mohou způsobit až destrukci regulované soustavy [1], [14]. U nelineárních systémů posuzujeme především stabilitu rovnovážných bodů, přičemž rozlišujeme stabilitu Ljapunovskou a asymptotickou, globální a lokální. Pro určení stability používáme například první a druhou Ljapunovu metodu.

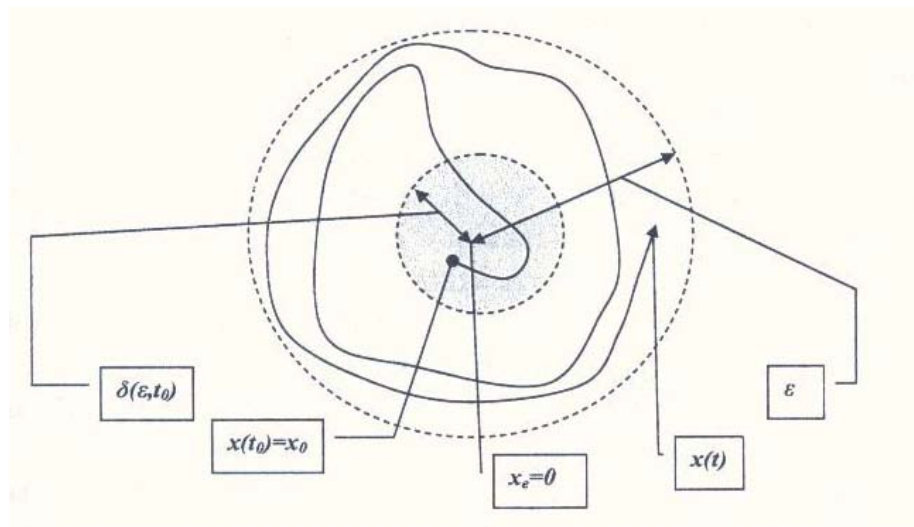
1.3.1 Ljapunovská stabilita

Rovnovážný stav je Ljapunovsky stabilní [1], [2], jestliže všechny trajektorie, jež mají počátek v dostatečně malé vzdálenosti, neopustí jeho blízké okolí.

Podle definice [1] nazýváme rovnovážný stav Ljapunovsky stabilním, jestliže platí

$$\forall t_0 \in \mathbb{R}, \forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon, t_0) > 0 \text{ takové, že} \quad (5)$$

$$\forall x_0, \|x_0\| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow \|x(t_0, x_0, t)\| < \varepsilon \quad \forall t > t_0$$



Obr. 1. Ljapunovská stabilita rovnovážného stavu [1]

Rovnovážný stav systému může být globálně Ljapunovsky stabilní, pouze tehdy je-li systém globálně definovaný, což znamená, že je definovaný na oblasti \mathbb{R}^n [1].

Jestliže je systém definovaný na oblasti $\Omega \subset \mathbb{R}^n, \Omega \neq \mathbb{R}^n$, pak může být na této oblasti pouze lokálně Ljapunovsky stabilní [1].

1.3.2 Asymptotická stabilita

Pro asymptoticky stabilní rovnovážný stav platí, že trajektorie započaté v dostatečné blízkosti neopustí jeho blízké okolí a navíc tyto trajektorie k danému rovnovážnému stavu konvergují [1]. Asymptotická stabilita má velký význam v regulačních obvodech, kde požadujeme, aby regulovaná veličina konvergovala k žádané hodnotě.

Rovnovážný stav nazýváme globálně asymptoticky stabilní [1], jestliže je globálně Ljapunovsky stabilní a platí

$$\forall x_0 \in \mathbb{R}^n, \forall t_0 \in \mathbb{R} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x(t_0, x_0, t) = 0 \quad (6)$$

Rovnovážný stav systému je lokálně asymptoticky stabilní na oblasti $\Omega \subset \mathbb{R}^n, \Omega \neq \mathbb{R}^n$, jestliže je lokálně Ljapunovsky stabilní na oblasti Ω a podmínka (6) platí pro všechna x_0 taková, že $\forall t \geq t_0: x(t_0, x_0, t) \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$ [1].

2 LINEARIZACE NELINEÁRNÍHO SYSTÉMU

Pro určení stability systému, při návrhu řízení, případně při řešení dalších úloh s nelineárními systémy je často vhodné pracovat s aproximací nelineárního systému systémem lineárním, který nazýváme linearizovaný model. Linearizaci provádíme v okolí vhodného pracovního bodu daného ustálenými hodnotami vektoru stavu \mathbf{x}^s . Tyto hodnoty získáme řešením nelineárních rovnic, které získáme z dynamického modelu po vynulování derivací stavových veličin podle času a po zadání ustálených hodnot vstupů \mathbf{u}^s [3]. V diplomové práci je použita metoda přibližné linearizace [1], [3], [12], [16], [17], metoda exaktní linearizace [1] a metoda postupné linearizace [9].

2.1 Přibližná linearizace

Nelineární t -invariantní striktně ryzí systém je dán rovnicemi

$$\dot{\mathbf{x}}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}', \mathbf{u}'), \mathbf{y}' = \mathbf{g}(\mathbf{x}'), \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u}' \in \mathbb{R}^m, \mathbf{y}' \in \mathbb{R}^r \quad (7)$$

s počáteční podmínkou

$$\mathbf{x}'(t_0) = \mathbf{x}'^s \quad (8)$$

Vektory původního modelu jsou označeny čárkou.

Dále předpokládejme, že pravá strana systému a výstupní zobrazení jsou spojitě diferencovatelná v okolí pracovního bodu. Pak přibližná linearizace systému, odvozená pomocí Taylorova rozvoje \mathbf{f} v okolí pracovního bodu, je dána následujícím systémem maticových rovnic

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}^s \mathbf{x} + \mathbf{B}^s \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}^s \mathbf{x} \end{aligned} \quad (9)$$

kde

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}'^s \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u} = \mathbf{u}' - \mathbf{u}'^s \in \mathbb{R}^m, \mathbf{y} = \mathbf{y}' - \mathbf{y}'^s \in \mathbb{R}^r \quad (10)$$

Matice $\mathbf{A}^s, \mathbf{B}^s, \mathbf{C}^s$ získáme ze vztahů

$$\mathbf{A}^s := \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}'}(\mathbf{x}'^s, \mathbf{u}'^s), \mathbf{B}^s := \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}'}(\mathbf{x}'^s, \mathbf{u}'^s), \mathbf{C}^s := \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}'}(\mathbf{x}'^s) \quad (11)$$

2.2 Exaktní linearizace

Exaktní linearizace je definována pomocí přesné (exaktní) transformace, jež umožní získat jednodušší (úplně nebo alespoň částečně lineární) reprezentaci systému, kterou lze použít jako přesný ekvivalent nelineárního systému [1].

Ještě před uvedením definice exaktní transformace budou stručně vysvětleny některé pojmy, které se v definici vyskytují, případně pojmy nezbytné pro použití exaktní linearizace.

2.2.1 Základní pojmy

2.2.1.1 Existence inverzního zobrazení

Mějme hladké zobrazení

$$\xi = T(x) = \begin{bmatrix} T_1(x) \\ T_2(x) \\ \vdots \\ T_n(x) \end{bmatrix}, T: \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n, T(x_0) = \xi_0 \quad (12)$$

a necht' je jeho Jakobián v bodě x_0 regulární čtvercovou maticí, pak $T(x)$ je lokálně hladce invertovatelné [1], tedy v okolí bodu x_0 pro něj platí

$$T^{-1}(T(x)) = x, T(T^{-1}(\xi)) = \xi \quad (13)$$

2.2.1.2 Existence rozšíření na invertovatelné zobrazení

Mějme hladké zobrazení

$$\hat{\xi} = T(x) = \begin{bmatrix} T_1(x) \\ \vdots \\ T_p(x) \end{bmatrix}, T: \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^p, p \leq n, T(x_0) = \hat{\xi}_0 \quad (14)$$

a necht' je jeho Jakobián v bodě x_0 $p \times n$ maticí o plné hodnosti. Potom existuje $p - n$ hladkých funkcí $T_{p+1}(x), \dots, T_n(x)$, takových, že hladké zobrazení

$$\xi = T(x) = \begin{bmatrix} T_1(x) \\ \vdots \\ T_n(x) \end{bmatrix}, T: \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n, T(x_0) = \xi_0 := \begin{bmatrix} \hat{\xi}_0 \\ T_{p+1}(x_0) \\ \vdots \\ T_n(x_0) \end{bmatrix} \quad (15)$$

je lokálně hladce invertovatelné [1].

2.2.1.3 Lieova derivace

Uvažujme vektorové pole, složené z hladkých funkcí

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (16)$$

Lieovou derivací [1], [12] libovolné hladké funkce $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ podle vektorového pole $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ nazýváme funkci značenou $L_f \mathbf{g}(\mathbf{x})$, která je definována vztahem

$$L_f \mathbf{g}(\mathbf{x}) := \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial x_i} f_i(\mathbf{x}) \quad (17)$$

2.2.2 Exaktní transformace dynamického systému

Mějme nelineární t -invariantní striktně ryzí systém

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^r, \quad (18)$$

jehož rovnovážný stav je dán bodem $(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e)$ takovým, že platí

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e) = \mathbf{0}, \mathbf{g}(\mathbf{x}_e) = \mathbf{0} \quad (19)$$

Exaktní transformace [1] spočívající ve změně stavových souřadnic a zavedení nové vstupní proměnné je tvořena dvojicí následujících hladkých invertovatelných zobrazení

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{T}(\mathbf{x}), \mathbf{v} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (20)$$

Transformovaný systém je dán následujícími vztahy

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \tilde{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{v}), \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{g}}(\boldsymbol{\xi}), \quad \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^m, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^r \quad (21)$$

2.2.3 Exaktní linearizace nelineárního systému

Rozlišujeme několik typů exaktní linearizace, podle stupně linearizovatelnosti systému.

2.2.3.1 Úplně exaktně linearizovatelný systém

Nelineární systém je úplně exaktně linearizovatelný [1], jestliže je po transformaci (20) ekvivalentní následujícímu říditelnému a pozorovatelnému systému

$$\dot{\xi} = F\xi + Hv, \quad y = G\xi \quad (22)$$

2.2.3.2 Systém s úplně exaktně linearizovatelnou dynamikou

Nelineární systém má úplně exaktně linearizovatelnou dynamiku [1], jestliže je po transformaci (20) ekvivalentní následujícímu říditelnému systému s nelineárním výstupem

$$\dot{\xi} = F\xi + Hv, \quad y = \tilde{g}(\xi) \quad (23)$$

2.2.3.3 Systém exaktně linearizovatelný ze vstupu na výstup

Nelineární systém je exaktně linearizovatelný ze vstupu na výstup [1], jestliže je po transformaci (20) ekvivalentní následujícímu systému lineárnímu ze vstupu na výstup

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_l &= F_l \xi_l + H_l v \\ \dot{\xi}_{nl} &= f_{nl}(\xi_l, \xi_{nl}, v), \\ y &= G_l \xi_l \end{aligned} \quad \xi_l = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_p \end{bmatrix}, \quad \xi_{nl} = \begin{bmatrix} \xi_{p+1} \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix} \quad (24)$$

Nelineární část systému $\dot{\xi}_{nl} = f_{nl}(0, \xi_{nl}, 0)$ nazýváme nulovou dynamikou systému. Na základě nulové dynamiky definujeme minimalitu ve fázi nelineárního systému [1].

2.2.3.4 Systém s částečně exaktně linearizovatelnou dynamikou

Nelineární systém má částečně exaktně linearizovatelnou dynamiku [1], jestliže je po transformaci (20) ekvivalentní následujícímu částečně lineárnímu systému s nelineárním výstupem

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_l &= F_l \xi_l + H_l v \\ \dot{\xi}_{nl} &= f_{nl}(\xi_l, \xi_{nl}, v), \\ y &= \tilde{g}(\xi) \end{aligned} \quad \xi_l = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_p \end{bmatrix}, \quad \xi_{nl} = \begin{bmatrix} \xi_{p+1} \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix} \quad (25)$$

2.2.4 Relativní stupeň SISO systému

Relativní stupeň nelineárního SISO systému (18) v okolí U_0 jeho rovnovážného stavu v počátku [1] je definován jako celé číslo p takové, že platí:

1. $L_h L_f^k g(x) = 0 \quad \forall x \in U_0, \quad \forall k = 0, \dots, p-2;$

$$2. L_h L_f^{p-1} g(0) \neq 0$$

Z této definice vyplývá, že systém má relativní stupeň pouze tehdy, když jeho $p-1$ časových derivací výstupu nezávisí přímo na vstupu a funkce, kterou je násoben vstup v p -té časové derivaci výstupu je v okolí počátku nenulová [1].

Na základě této vlastnosti relativního stupně byl navržen postup pro získání exaktní linearizace systému spočívající v zavedení následujících stavových a vstupních souřadnic.

$$\xi_1 = g(\mathbf{x}) \quad (26)$$

Linearizovaný model je tedy popsán níže uvedenou soustavou diferenciálních rovnic

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2 \quad (27)$$

Aby se opravdu jednalo o exaktní linearizaci systému, musíme dokázat, že systém souřadnic (26) lze doplnit dalšími vhodnými funkcemi, tak aby se jednalo o hladkou transformaci. Podle věty o existenci rozšíření na invertovatelné zobrazení (viz podkapitola 2.2.1.2) stačí dokázat, že jakobián funkcí transformace (26) je maticí o plné hodnosti [1].

Pro SISO systémy exaktně linearizovatelné ze vstupu na výstup platí, že mají relativní stupeň p , právě tehdy když mají $n - p$ dimensionální nulovou dynamiku. Úplně exaktně linearizovatelné SISO systémy mají relativní stupeň n , jen tehdy když mají triviální 0-dimensionální nulovou dynamiku [1].

2.2.5 Relativní stupeň MIMO systému

Vícerozměrné systémy mají r relativních stupňů, které tvoří vektorový relativní stupeň. Každý relativní stupeň je získán postupným derivováním jednoho z výstupů, stejně jako u SISO systémů, jen se ve výsledku může objevit závislost na více než jednom vstupu. Tímto postupem získáme matici interakcí, podle které určíme, jestli vektorový relativní stupeň existuje [1].

Čtvercový vícerozměrný (SMIMO) systém má vektorový relativní stupeň v okolí rovnovážného stavu \mathcal{N}_e , jestliže splňuje následující podmínky:

1. Pro všechna $i_1, \dots, i_m, i_1 < p_1 - 1, \dots, i_m < p_m - 1$ a všechna $x \in \mathcal{N}_e$ platí

$$L_H L_f^{i_j} g_j(\mathbf{x}) = 0, \quad j = 1, \dots, m.$$

2. Matice interakcí $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ je dána

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D}(\mathbf{x}) &= L_H \mathbf{g}, \quad \mathbf{g} = [g_1(\mathbf{x}) \dots g_r(\mathbf{x})]^T, \\
 \mathbf{D}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} L_{h^1} L_f^{p_1-1} g_1(\mathbf{x}) & \dots & L_{h^m} L_f^{p_1-1} g_1(\mathbf{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{h^1} L_f^{p_m-1} g_m(\mathbf{x}) & \dots & L_{h^m} L_f^{p_m-1} g_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (28)
 \end{aligned}$$

a je regulární pro všechna $\mathbf{x} \in \mathcal{N}_e$ [1].

Jestliže má SMIMO systém vektorový relativní stupeň (p_1, \dots, p_m) , pak je lokálně exaktně linearizovatelný ze vstupu na výstup a je možné jej upravit pomocí stavové zpětné vazby tak, aby každý vstup ovlivňoval právě jeden výstup. Pro takový SMIMO systém platí [1]:

1. $p := p_1 + p_2 + \dots + p_m \leq n$ (29)
2. nové stavové a vstupní souřadnice jsou pro vhodné doplňující funkce $\varphi_1, \dots, \varphi_{n-p}$ dány následujícími zobrazeními

$$\xi = T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_1(\mathbf{x}) \\ L_f g_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{p_1-1} g_1(\mathbf{x}) \\ g_2(\mathbf{x}) \\ L_f g_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{p_2-1} g_2(\mathbf{x}) \\ \dots \\ g_m(\mathbf{x}) \\ L_f g_m(\mathbf{x}) \\ \dots \\ L_f^{p_m-1} g_m(\mathbf{x}) \\ \varphi_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_{n-p}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{D}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \begin{bmatrix} (p_1 - 1) \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \\ L_f^{p_1} g_1(\mathbf{x}) \\ (p_2 - 1) \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \\ L_f^{p_2} g_2(\mathbf{x}) \\ \dots \\ (p_m - 1) \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \\ L_f^{p_m} g_m(\mathbf{x}) \\ (n - p) \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Linearizovaný model je tedy popsán těmito diferenciálními rovnicemi

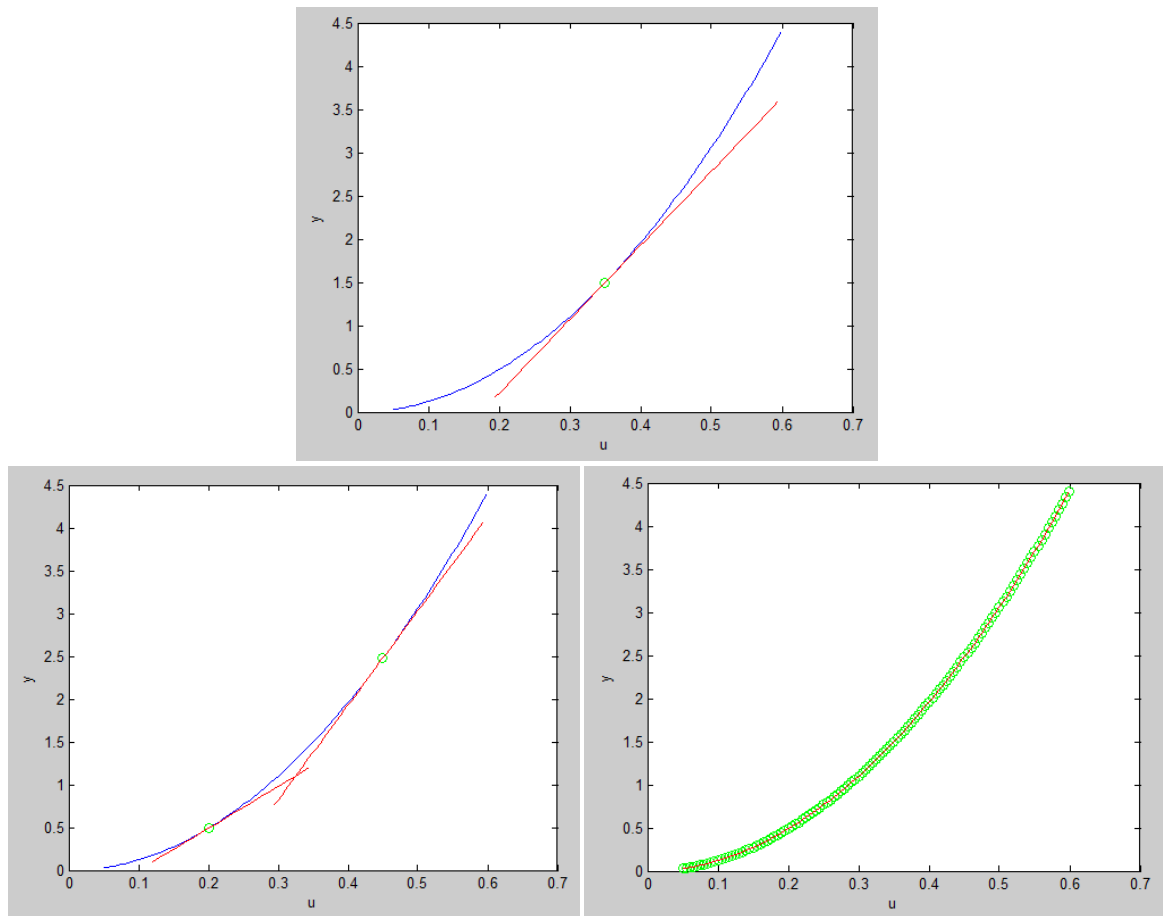
$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \xi_1^1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \xi_1^m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \dot{\boldsymbol{\xi}} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \xi_1^1 \\ \vdots \\ \xi_{p_1-1}^1 \\ \xi_{p_1}^1 \\ \vdots \\ \xi_1^m \\ \vdots \\ \xi_{p_m-1}^m \\ \xi_{p_m}^m \\ \vdots \\ \xi_1^{nd} \\ \vdots \\ \xi_n^{nd} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_2^1 \\ \vdots \\ \xi_{p_1}^1 \\ v_1 \\ \vdots \\ \xi_2^m \\ \vdots \\ \xi_{p_m}^m \\ v_m \\ \vdots \\ \phi_1^{nd}(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{v}) \\ \vdots \\ \phi_n^{nd}(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{v}) \end{pmatrix} \quad (31)$$

SMIMO systém je úplně exaktně linearizovatelný [1], když pro jeho vektorový relativní stupeň platí

$$p := p_1 + p_2 + \dots + p_m = n \quad (32)$$

2.3 Postupná linearizace

Hlavní myšlenkou tohoto způsobu linearizace je výpočet linearizovaného modelu ve více pracovních bodech [9]. Podle části statické charakteristiky, ve které se systém aktuálně nachází, se použije této oblasti přiřazený linearizovaný model. Jestliže se počet pracovních bodů bude blížit k nekonečnu, získáme spojitou aproximaci, kdy v každém bodě pracujeme s přesnou linearizací systému.



Obr. 2. Porovnání linearizace v 1 bodě ve 2 bodech a ve více bodech

Linearizace v jednotlivých bodech je provedena metodou přibližné linearizace. Pomocí vztahu (11) získáme matice \mathbf{A}^s , \mathbf{B}^s , \mathbf{C}^s , které společně tvoří stavový popis linearizovaného modelu. Jestliže pro další postup potřebujeme vstupně-výstupní popis systému, přenosovou funkci vypočítáme podle vztahu

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}^s (s\mathbf{I} - \mathbf{A}^s)^{-1} \mathbf{B}^s, \quad (33)$$

kde s je parametr Laplaceovy transformace.

3 METODY LINEÁRNÍHO ŘÍZENÍ NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ

Prvním krokem lineárního řízení nelineárního systému je získání linearizovaného modelu. Často používanou metodou je metoda přibližné linearizace [1], [3], [9], [12], [17], která nevyžaduje náročnější matematický aparát, ale jak je z jejího názvu patrné, při použití přibližné linearizace v jednom pracovním bodě nedochází k úplné shodě mezi původním a linearizovaným systémem. Tímto se do celého návrhu řízení dostává nepřesnost, která však může být na oblasti dostatečně blízké pracovnímu bodu pro slabě nelineární systémy tolerovatelná. Existují však i pokročilejší metody linearizace, uvedené v předchozí kapitole, které na zvolené oblasti poskytují přesnou aproximaci systému [1], [9].

Dalším krokem je výběr metody lineárního řízení, jež bude vhodná pro zvolenou metodu linearizace i pro následné řízení systému.

3.1 Stabilizace systému pomocí exaktní linearizace

Řízení exaktně linearizovaného systému je navrženo pro exaktně linearizovaný model v nových stavových a vstupních souřadnicích a následně převedeno pomocí inverzních transformací do původní oblasti. Jelikož vztahy pro inverzní transformace mohou být poměrně složité, používá se [1] řízení systému v podobě stabilizace pomocí statické stavové zpětné vazby.

Jestliže je nelineární dynamický systém (18) minimální ve fázi na ~~oblasti~~ **oblasti** je stabilizovatelný statickou stavovou zpětnou vazbou na téže oblasti. Podmínku minimality ve fázi splňuje takový systém, který má stabilní nulovou dynamiku. Nulovou dynamikou nazýváme nelineární část dynamiky systému exaktně linearizovatelného ze vstupu na výstup (24) nebo systému s částečně exaktně linearizovatelnou dynamikou (25), úplně exaktně linearizovatelný systém (22) má triviální 0-dimensionální nulovou dynamiku [1].

Statickou stavovou zpětnou vazbu získáme řešením úlohy o přiřazení pólů lineárním stavovým regulátorem s využitím Ackermanovy formule [3], [12].

Uvažujme úplně exaktně linearizovaný model systému (18)

$$\dot{\xi} = F\xi + Hv, \quad y = G\xi \quad (22)$$

Cílem stabilizace je převést systém z počátečního nenulového stavu $x(0) = x_0 \neq 0$ do koncového nulového stavu, tak aby statická stavová zpětná vazba měla požadované póly λ_i , $i = 1, \dots, n$ [3].

Stabilizační stavová zpětná vazba je dána vztahem

$$v = -R\xi \quad (34)$$

Po dosazení do vztahu (22) dostaneme

$$\dot{\xi} = (F - HR)\xi \quad (35)$$

Vlastní čísla matice $(F - HR)$ představují také póly stavové zpětné vazby. Vztah pro výpočet řádkové matice R [3] je dán Ackermanovou formulí následovně

$$R = eQ_R^{-1}P_n(F), \quad (36)$$

kde e je vektor o rozměrech $(1 \times n)$

$$e = (0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1), \quad (37)$$

Q_R je matice říditelnosti

$$Q_r = (H \ FH \ \dots \ F^{n-1}H) \quad (38)$$

a $P_n(F)$ je dáno

$$P_n(F) = (F^n + c_{n-1}F^{n-1} + \dots + c_1F + c_0I), \quad (39)$$

přičemž koeficienty c získáme z charakteristického polynomu n -tého stupně s kořeny λ_i

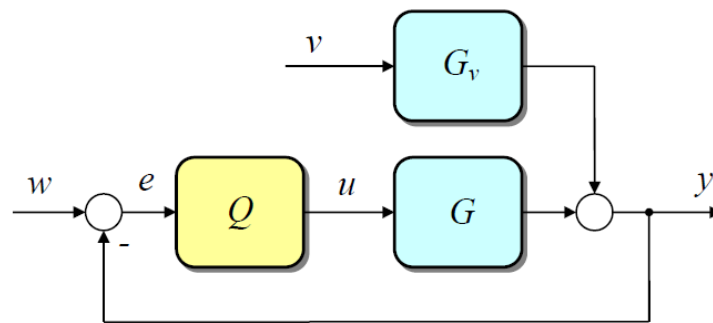
$$P_n(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_n) = (\lambda^n + c_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + c_1\lambda + c_0) \quad (40)$$

3.2 Řízení pomocí postupné linearizace

Jelikož metoda postupné linearizace poskytuje i vstupně-výstupní popis systému, lze pro návrh řízení použít lineární metody řízení, které tento popis systému vyžadují.

Polynomiální metoda řízení [3], [4], [6], [7], [9], [13] vychází z přenosových funkcí jednotlivých prvků regulačního obvodu, se kterými dále pracuje jako s podíly polynomů. Určení struktury a výpočet parametrů regulátoru získáme řešením polynomiálních rovnic. Tento způsob syntézy je vhodný pro širokou škálu systémů - pro systémy s neminimálně fázovým chováním, s integračními vlastnostmi, pro nestabilní systémy a zároveň pro různé druhy signálů žádané veličiny (referenčního signálu) a poruchy [3].

Polynomiální metodu syntézy lze použít pro různé konfigurace systému řízení, nejběžněji se setkáváme se strukturami 1DOF a 2DOF, kde označení DOF znamená stupeň volnosti (z anglického degree of freedom) [3], [4], [7], [9], [13]. Pro řízení s využitím postupné linearizace byla zvolena 1DOF konfigurace, jež představuje zapojení se zpětnovazebním regulátorem.



Obr. 3. Schéma konfigurace 1DOF [3]

V obrázku Obr. 3 bloky G a G_v představují přenos akční veličiny a poruchy řízeného systému a Q je zpětnovazební regulátor. Přenosové funkce těchto prvků jsou dány vztahem (41). Signál y představuje regulovanou veličinu, u akční zásah, v poruchu, e regulační odchylku a w referenční signál. Laplaceovy obrazy těchto signálů jsou označeny velkým písmenem.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)}, \quad G_v(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{c(s)}{a(s)}, \quad Q(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (41)$$

Obrazy žádané a poruchové veličiny, vyjádřené rovněž podílem polynomů lze zapsat jako

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)}, \quad V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (42)$$

Polynomiální rovnice, jejíž řešení poskytuje hodnoty parametrů regulátorů a vztahy pro určení stupňů polynomů v polynomiální rovnici jsou odvozeny z následujících požadavků na systém řízení

- a) stabilita systému řízení
- b) vnitřní ryzost systému řízení (podmínka fyzikální realizovatelnosti prvků)
- c) asymptotické sledování žádané veličiny
- d) úplná kompenzace poruchy
- e) požadovaná kvalita řízení (úloha přiřazení pólů)

Pro výše uvedené základní požadavky, které je možné rozšířit o další, byla odvozena následující polynomiální rovnice

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s), \quad p(s) = f(s)\tilde{p}(s) \quad (43)$$

Polynom $f(s)$ je nejmenší společný násobek polynomů $f_w(s)$ a $f_v(s)$, které jsou dány tvarem vstupních signálů. Neznámými polynomy jsou $\tilde{p}(s)$ a $q(s)$, určující přenos regulátoru a charakteristický polynom regulačního obvodu $d(s)$. Pro jejich stupně platí:

$$\begin{aligned} \deg q(s) &= \deg a(s) + \deg f(s) - 1 \\ \deg \tilde{p}(s) &\geq \deg a(s) - 1 \\ \deg d(s) &\geq 2 \deg a(s) + \deg f(s) - 1 \end{aligned} \quad (44)$$

Polynomiální rovnici řešíme například metodou neurčitých koeficientů [3].

Určení polynomu $d(s)$ je výsledkem úlohy přiřazení pólů přenosu uzavřeného regulačního obvodu. Pro splnění podmínky stability musí být charakteristický polynom $d(s)$ stabilní. Vhodným rozložením pólů přenosu regulačního obvodu však neovlivňujeme pouze stabilitu regulačního obvodu, ale také kvalitu řízení [3].

Základní tvar polynomu $d(s)$ je

$$d(s) = \prod_{i=1}^{\deg d(s)} (s - s_i), \quad (45)$$

kde s_i jsou obecně komplexní čísla $s_i = \alpha_i + j\beta_i$ představující póly charakteristického polynomu. Jestliže se póly nachází v levé polorovině komplexní roviny ($\alpha_i < 0$) polynom je stabilní. Pro pouze reálné póly bude průběh regulované veličiny aperiodický, při výskytu alespoň jednoho komplexně sdruženého pólu bude výsledný regulační pochod kmitavý. Nejjednodušší výpočet získáme pro polynom s jediným vícenásobným pólem

$$d(s) = (s + \alpha)^{\deg d(s)} \quad (46)$$

Použití tohoto vztahu může být pro některé systémy nevhodné. Doporučenými tvary $d(s)$ pro stabilní a nekmitavé systémy je (47) a pro nestabilní nekmitavé systémy (48).

$$d(s) = a(s)(s + \alpha)^{\deg d(s) - \deg a(s)} \quad (47)$$

$$d(s) = n(s)(s + \alpha)^{\deg d(s) - \deg a(s)} \quad (48)$$

Polynom $n(s)$ získáme spektrální faktorizací podle vztahů (49).

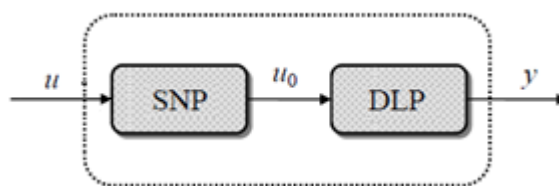
$$a^*(s)a(s) = n^*(s)n(s) \quad (49)$$

Polynomiální metoda řízení v konfiguraci 2DOF bude použita dále, jako součást nelineárního řízení s Wienerovým modelem.

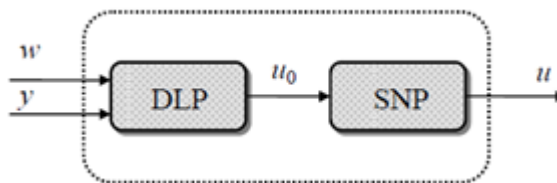
4 METODY NELINEÁRNÍHO ŘÍZENÍ NELINEÁRNÍCH SYSTÉMŮ

Pojmem nelineární řízení nelineárních systémů jsou označeny metody, které nejsou založeny na linearizaci systému a následném návrhu řízení pro linearizovaný model. Tyto metody jsou tedy vhodné i pro systémy vysokých řádů a složité struktury, pro které jsou výpočty nutné k získání dostatečně přesného linearizovaného modelu neúnosně náročné.

Dobrych výsledků dosahují metody založené na faktorizaci systému na statickou nelineární a dynamickou lineární část, označované jako Hammersteinovy a Wienerovy modely [4] - [9], [13].



Obr. 4. Hammersteinův model systému



Obr. 5. Wienerův model systému

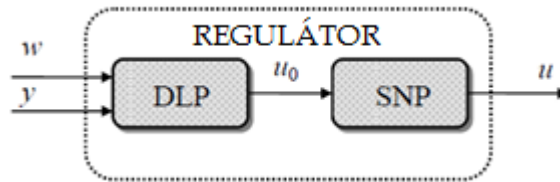
Statická nelineární část obvykle vyhodnocuje statickou charakteristiku na základě aktuální hodnoty regulované veličiny [4] - [9], dynamickou lineární část představují metody lineárního řízení, například PID regulátor [5] nebo polynomiální metoda řízení v konfiguraci 1DOF [7] či 2DOF [4].

4.1 Řízení s Wienerovým modelem

V následující kapitole bude představen konkrétní způsob řízení nelineárního systému s použitím Wienerova modelu, který bude v praktické části použit pro řízení systému chemického reaktoru a systému zásobníků na kapalinu v sérii.

Jak již bylo uvedeno výše, Wienerův model spočívá v rozdělení systému na dvě části. Regulátor tedy tvoří dva bloky označené jako statická nelineární statická (SNP) a dynamická lineární část (DLP). Podrobnější schéma zobrazující oba bloky s popisem

vstupních a výstupních signálů je na obrázku Obr. 6., kde w , y a u odpovídají běžně používanému značení v regulačních obvodech (viz kapitola 3.2, popis Obr. 3.). Signál u_0 je výstup DLP, který představuje rozdíl řízené veličiny vztážený k její požadované hodnotě.



Obr. 6. Schéma regulátoru [4]

4.1.1 Statická nelineární část

SNP je odvozena ze simulované nebo měřené statické charakteristiky, která zobrazuje závislost ustálených stavů výstupní veličiny $\eta(t)$ na vstupní veličině $v(t)$. Na statické charakteristice je nutné zvolit pracovní bod v^s, η^s , pracovní interval $v_{min} \leq v(t) \leq v_{max}$ a hraniční body v_L, v_U , pro které platí $v_L \leq v^s \leq v_U$. Těmto hodnotám vstupní veličiny odpovídají podle statické charakteristiky hodnoty η_{min}, η_{max} a η_L, η_U . Pro účely řízení definujeme

$$u(t) = v(t) - v^s, \quad y(t) = \eta(t) - \eta^s \quad (50)$$

Hodnoty statické charakteristiky upravíme pomocí pomocných proměnných

$$\gamma = \frac{v^s - v_L}{v_L}, \quad \psi = \eta^s - \eta_L \quad (51)$$

a získáme závislost $\psi = f(\gamma)$ [4].

V dalším kroku provedeme inverzi $\psi = f(\gamma)$, kterou následně aproximujeme vhodnou funkcí z okruhu polynomů, exponenciálních funkcí, případně jinou funkcí. Výslednou aproximaci označíme jako $\gamma(\psi)$ [4].

Změnu akčního zásahu $u(t) = \Delta v(t)$ pro každé η můžeme vypočítat podle následujícího vztahu

$$u(t) = \Delta v(t) = v_L \left(\frac{d\gamma}{d\psi} \right)_{\psi(\eta)} u_0(t) \quad (52)$$

4.1.2 Externí lineární model

System skládající se ze SNP a modelu řízeného systému bude průběžně identifikován jako spojitý externí lineární model CT ELM (z angličtiny – continuous-time external linear model) [4]. Struktura CT ELM je určena podle tvaru simulovaných přechodových charakteristik tohoto systému SNP + model řízeného procesu, přičemž pro adaptivní systémy platí, že můžeme aproximovat systém vyššího řádu modelem nižšího řádu s proměnnými parametry. Výsledný tvar CT ELM můžeme obecně zapsat ve tvaru diferenciální rovnice

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j u^{(j)}(t) \quad (53)$$

nebo přenosovou funkcí

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U_0(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} \quad (54)$$

4.1.3 Odhad parametrů modelu

Pro odhad parametrů CT ELM bude použita přímá metoda. Jelikož derivace vstupu a výstupu nemůžeme měřit přímo, použijeme filtrované proměnné u_{of} a y_f , přičemž časová konstanta filtru musí být menší než časová konstanta řízeného procesu. Filtry můžeme popsat následujícími rovnicemi

$$c(\sigma)u_{of}(t) = u_0(t), \quad (55)$$

$$c(\sigma)y_f(t) = y(t), \quad (56)$$

kde $\sigma = d/dt$ má význam operátoru derivace a $c(\sigma)$ je stabilní polynom, který splňuje podmínku $\deg c(\sigma) \geq \deg a(\sigma)$. Polynomy $a(\sigma)$ a $c(\sigma)$ jsou typu $a(\sigma) = \sigma^n + a_{n-1}\sigma^{n-1} + \dots + a_1\sigma + a_0$, jejichž stupeň n je shodný s řádem CT ELM [4].

Laplaceovou transformací rovnic filtrů (55), (56) získáme

$$c(s)U_{of}(s) = U_0(s) + \mu_1(s), \quad (57)$$

$$c(s)Y_f(s) = Y(s) + \mu_2(s), \quad (58)$$

$\mu_1(s)$, $\mu_2(s)$ jsou polynomy počátečních podmínek.

Dosažením do vztahu pro přenosovou funkci (54) a matematickou úpravou

$$Y_f(s) = \frac{b(s)}{a(s)} U_{0f}(s) + M(s) = G(s)U_{0f}(s) + M(s), \quad (59)$$

kde $M(s)$ je racionální funkce vyjadřující vliv počátečních podmínek [4].

Dále jsou filtrované proměnné a jejich derivace vzorkovány v časových intervalech $t_k = kT_S$, $k = 0, 1, 2, \dots$, kde T_S je zvolená perioda vzorkování.

Vektor odhadů parametrů modelu ve tvaru

$$\Theta^T(t_k) = [a_0 a_1 \dots a_{n-1} b_0 b_1 \dots b_m] \quad (60)$$

získáme z rovnice

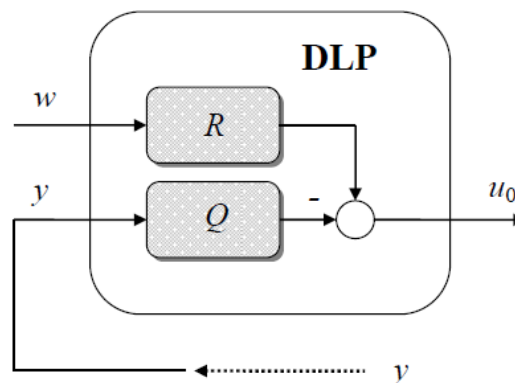
$$y_f^{(n)}(t_k) = \Theta^T(t_k) \phi(t_k) + \mu(t_k), \quad (61)$$

kde $\phi(t_k)$ je regresní vektor definovaný

$$\phi(t_k) = [-y_f(t_k) - y_f^{(1)}(t_k) \dots - y_f^{(n-1)}(t_k) u_{0f}(t_k) u_{0f}^{(1)}(t_k) \dots u_{0f}^{(m)}(t_k) 1] \quad (62)$$

4.1.4 Dynamická lineární část

Návrh lineární části řízení je prováděn polynomiální metodou v konfiguraci 2DOF, kterou tvoří zpětnovazební regulátor Q a přímovazební regulátor R .



Obr. 7. DLP v konfiguraci 2DOF [4]

Signál w je žádaná hodnota, y regulovaná veličina a u_0 představuje vstup do části pro odhad parametrů CT ELM a zároveň vstup do SNP. Porucha v působící v další části systému řízení a žádaná hodnota w jsou uvažovány jako skokové funkce a pro jejich Laplaceovy obrazy platí

$$W(s) = \frac{w_0}{s}, V(s) = \frac{v_0}{s} \quad (63)$$

Přenosové funkce regulátorů jsou dány jako následující podíly polynomů

$$R(s) = \frac{r(s)}{p(s)}, Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (64)$$

Podmínka ryzosti regulátorů bude splněna, jestliže bude platit

$$\deg r \leq \deg p, \deg q \leq \deg p \quad (65)$$

Polynom $p(s)$ můžeme, při uvažování w a v jako skokových funkcí, zapsat jako

$$p(s) = s\tilde{p}(s) \quad (66)$$

Další vztahy pro návrh řízení jsou odvozeny pro následující požadavky na regulační pochod

- a) stabilita systému řízení
- b) vnitřní ryzost systému řízení (podmínka fyzikální realizovatelnosti prvků)
- c) asymptotické sledování žádané veličiny
- d) úplná kompenzace poruchy
- e) požadovaná kvalita řízení (úloha přiřazení pólů)

Pro splnění výše uvedených požadavků musí systém řízení vyhovovat následujícím polynomiálním rovnicím, jejichž řešením získáme parametry přenosů obou regulátorů [3], [4].

$$\begin{aligned} a(s)s\tilde{p}(s) + b(s)q(s) &= d(s), \\ t(s)s + b(s)r(s) &= d(s) \end{aligned} \quad (67)$$

Stupně neznámých polynomů $q(s)$, $\tilde{p}(s)$, $d(s)$, $r(s)$ a $t(s)$ vypočítáme podle

$$\begin{aligned} \deg q(s) &= \deg a(s) + \deg f_v(s) - 1 \\ \deg \tilde{p}(s) &= \deg a(s) - 1 + k \\ \deg d(s) &= 2 \deg a(s) + \deg f_v(s) - 1 + k \\ \deg r(s) &= \deg f_w(s) - 1 \\ \deg t(s) &= 2 \deg a(s) + \deg f_v(s) - \deg f_w(s) - 1 + k \end{aligned} \quad (68)$$

Konstanta k může být pouze nulová nebo kladná, pro záporné hodnoty následujícího vztahu používáme hodnotu nula.

$$k \geq \deg f_w(s) - \deg f_v(s) - \deg a(s) \quad (69)$$

Charakteristický polynom $d(s)$ byl zvolen ve tvaru (48), který poskytuje dobrou kvalitu řízení pro aperiodické řízené procesy [3], [4].

Polynomiální rovnice (67) řešíme metodou neurčitých koeficientů. Výsledkem je maticová rovnice, která v každém okamžiku vzorkování poskytuje hodnoty parametrů regulátorů [4].

II. PRAKTICKÁ ČÁST

5 LINEÁRNÍ ŘÍZENÍ SYSTÉMU

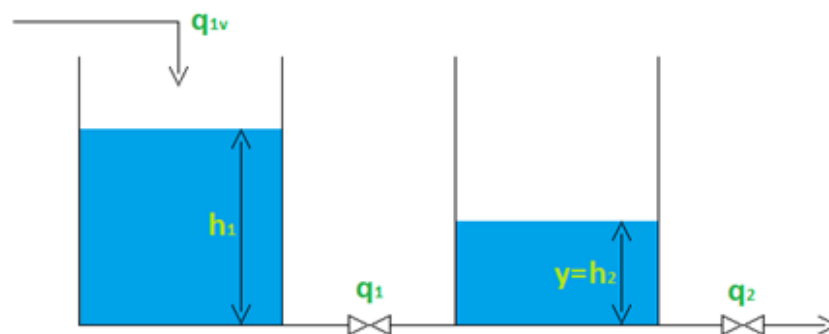
V této kapitole jsou metody lineárního řízení uvedené v teoretické části demonstrovány na vybraných modelech systémů. Pro každou z metod je vypočítán linearizovaný model, na základě tohoto modelu jsou provedeny výpočty potřebné pro regulaci a v závěru je simulační ověření regulačního pochodu.

5.1 Systém zásobníků na kapalinu v sérii

Vhodným nelineárním modelem pro použití metod lineárního řízení je systém dvou válcových zásobníků na kapalinu v sérii, který můžeme použít v jednorozměrné i vícerozměrné variantě [9].

5.1.1 SISO systém zásobníků na kapalinu

Jednorozměrný (SISO – single input single output) systém válcových zásobníků na kapalinu v sérii je znázorněn na obrázku Obr. 8.



Obr. 8. Grafické znázornění SISO systému válcových zásobníků na kapalinu

Vstupem do systému je řízený přítok do prvního zásobníku q_{1v} , výstupem je výška hladiny v druhém zásobníku h_2 , stavy představují výšky hladin h_1 a h_2 . Průtoky ze zásobníků jsou označeny q_1 a q_2 , plochy hladin jsou dány konstantami F_1 , F_2 a k_1 , k_2 představují konstanty ventilu.

Stavový popis systému je dán následujícími rovnicemi

$$F_1 \frac{dh_1(t)}{dt} + q_1 = q_{1v}, \quad F_2 \frac{dh_2(t)}{dt} + q_2 = q_1, \quad (70)$$

kde průtoky q_1, q_2 jsou dány

$$q_1 = k_1 \sqrt{|h_1 - h_2|}, \quad q_2 = k_2 \sqrt{h_2} \quad (71)$$

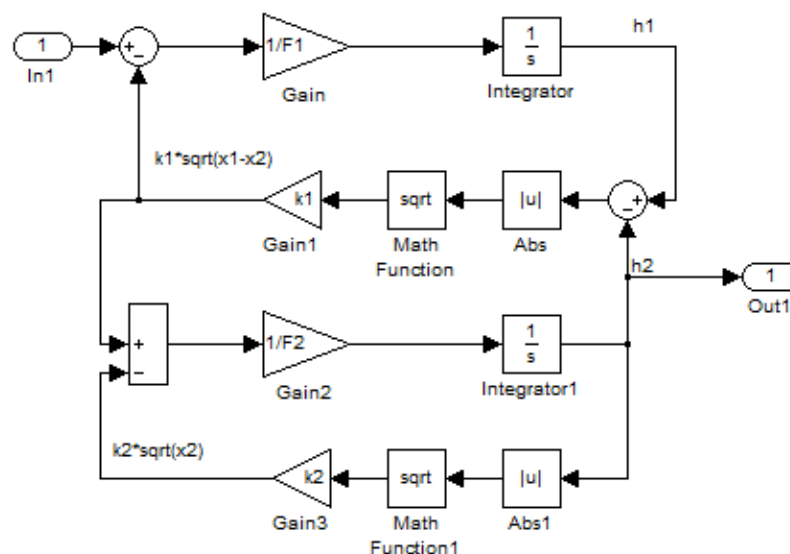
Dosazením a úpravou získáme

$$\begin{aligned} \frac{dh_1(t)}{dt} &= \frac{q_{1v}}{F_1} - \frac{k_1}{F_1} \sqrt{|h_1 - h_2|}, \\ \frac{dh_2(t)}{dt} &= \frac{k_1}{F_2} \sqrt{|h_1 - h_2|} - \frac{k_2}{F_2} \sqrt{h_2} \end{aligned} \quad (72)$$

Hodnoty ustálených stavů získáme řešením nelineárních rovnic, které získáme, jestliže derivace v rovnicích stavového popisu položíme rovny nule. Po úpravě jsou tyto rovnice

$$q_{1v}^s = k_1 \sqrt{|h_1^s - h_2^s|}, \quad q_{1v}^s = k_2 \sqrt{|h_2^s|} \quad (73)$$

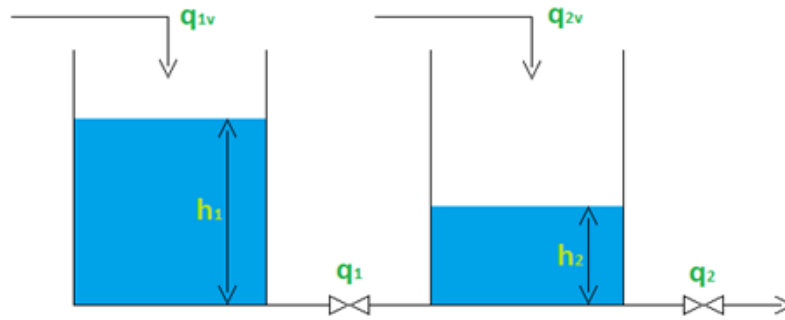
Pro účely simulací řízení byl vytvořen subsystém *SISO_zasobniky* v prostředí Simulink.



Obr. 9. Simulinkový model SISO zásobníků v sérii

5.1.2 MIMO systém zásobníků na kapalinu

Vícerozměrný (MIMO – multi input multi output) systém válcových zásobníků na kapalinu v sérii, znázorněn na obrázku Obr. 10., má dva vstupy a dva výstupy, takový systém lze označit jako čtvercový (SMIMO – square MIMO) [1].



Obr. 10. Grafické znázornění MIMO systému válcových zásobníků na kapalinu

Vstupy do systému představují přítoky q_{1v} a q_{2v} , výstupy jsou výšky hladiny v zásobnících h_1 , h_2 , které jsou opět i stavy systému. System dále popisují konstanty F_1 , F_2 a k_1 , k_2 , které mají stejný význam jako u SISO systému dvou zásobníků na kapalinu.

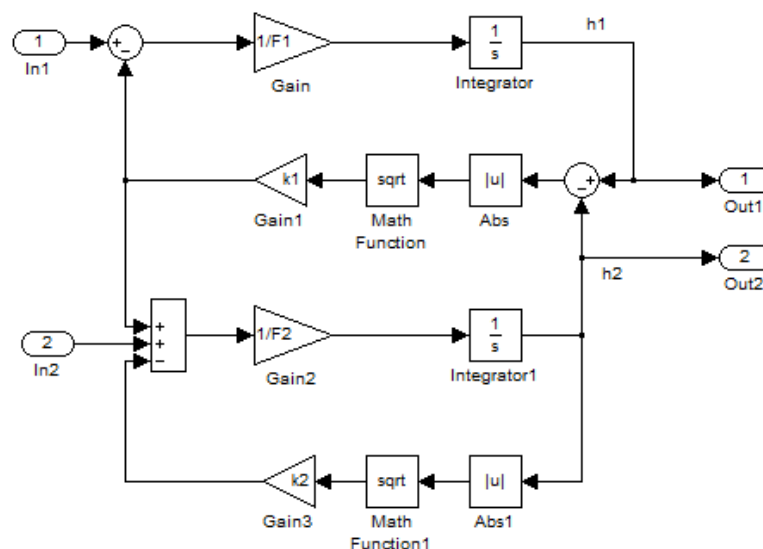
Pro MIMO systém zásobníků na kapalinu získáváme následující stavový popis

$$\begin{aligned} \frac{dh_1(t)}{dt} &= \frac{q_{1v}}{F_1} - \frac{k_1}{F_1} \sqrt{|h_1 - h_2|}, \\ \frac{dh_2(t)}{dt} &= \frac{q_{2v}}{F_2} + \frac{k_1}{F_2} \sqrt{|h_1 - h_2|} - \frac{k_2}{F_2} \sqrt{h_2} \end{aligned} \quad (74)$$

Nelineární rovnice pro výpočet hodnot ustálených stavů jsou ve tvaru

$$q_{1v}^s = k_1 \sqrt{|h_1^s - h_2^s|}, q_{1v}^s + q_{2v}^s = k_2 \sqrt{|h_2^s|} \quad (75)$$

Vícerozměrný model byl také naprogramován v prostředí Simulink a je representován subsystémem *MIMO_zasobniky*.



Obr. 11. Simulinkový model MIMO zásobníků v sérii

5.2 Stabilizace systému zásobníků na kapalinu pomocí exaktní linearizace

Jelikož je metoda exaktní linearizace vhodná i pro vícerozměrné systémy, bude výpočet exaktně linearizovaného modelu a následná stabilizace demonstrována na MIMO systémů dvou válcových zásobníků na kapalinu v sérii (viz kapitola 5.1.2). Nejprve bude vypočítán linearizovaný model, pro který budou dále vypočítány parametry stabilizující zpětné vazby. V závěru bude stabilizační zpětná vazba transformována do původní oblasti a použita pro simulaci stabilizace systému.

5.2.1 Exaktní linearizace MIMO zásobníků v sérii

Stavový popis zvoleného systému (74) upravíme, do tvaru, kde všechny stavové veličiny patří vektoru $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$, vstupní veličiny vektoru $\mathbf{u} = [u_1 \ u \ \dots \ u_m]^T$ a výstupní $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_r]^T$.

$$\begin{aligned}\frac{dx_1(t)}{dt} &= \frac{u_1}{F_1} - \frac{k_1}{F_1} \sqrt{|x_1 - x_2|}, \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= \frac{u_2}{F_2} + \frac{k_1}{F_2} \sqrt{|x_1 - x_2|} - \frac{k_2}{F_2} \sqrt{x_2}\end{aligned}\quad (76)$$

Pro výstupy ze systému platí

$$y_1 = h_1 = x_1, \quad y_2 = h_2 = x_2 \quad (77)$$

Vypočítáme úplné časové derivace výstupů a zapíšeme je v maticovém tvaru

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 = \dot{x}_1 &= \frac{u_1}{F_1} - \frac{k_1}{F_1} \sqrt{|x_1 - x_2|}, \quad \dot{y}_2 = \dot{x}_2 = \frac{u_2}{F_2} + \frac{k_1}{F_2} \sqrt{|x_1 - x_2|} - \frac{k_2}{F_2} \sqrt{x_2} \\ \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{k_1}{F_1} \sqrt{|x_1 - x_2|} \\ \frac{k_1}{F_2} \sqrt{|x_1 - x_2|} - \frac{k_2}{F_2} \sqrt{x_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{F_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{F_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (78)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{F_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{F_2} \end{bmatrix}, \quad \det \mathbf{D}(\mathbf{x}) = \frac{1}{F_1 F_2} \quad (79)$$

Z výpočtů vyplývá, že matice interakcí $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ je vždy regulární maticí a systém tedy má vektorový relativní stupeň.

$$p := p_1 + p_2 = 1 + 1 = 2 = n \quad (80)$$

Jelikož se vektorový relativní stupeň p rovná řádu systému, jedná se úplně exaktně linearizovaný systém.

Exaktní transformace systému určíme podle vztahů (30) následovně

$$\xi_1 = x_1, \xi_2 = x_2, v_1 = \frac{u_1}{F_1} - \frac{k_1}{F_1} \sqrt{|x_1 - x_2|}, v_2 = \frac{u_2}{F_2} + \frac{k_1}{F_2} \sqrt{|x_1 - x_2|} - \frac{k_2}{F_2} \sqrt{x_2} \quad (81)$$

Exaktně linearizovaný model systému (31) je pak dán rovnicemi

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= v_1 \\ \dot{\xi}_2 &= v_2 \\ y_1 &= \xi_1, y_2 = \xi_2 \end{aligned} \quad (82)$$

5.2.2 Stabilizační zpětná vazba MIMO zásobníků v sérii

Lineární stavový popis systému (82) v maticovém tvaru (22) je

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{bmatrix} &= \mathbf{F} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \mathbf{H} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \mathbf{G} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (83)$$

Úloha o přiřazení pólů lineárním stavovým regulátorem s využitím Ackermanovy formule [3] byla řešena pomocí příkazu *place* programu Matlab. Výsledkem je stabilizační stavová statická zpětná vazba (34) ve tvaru

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = -\mathbf{R} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\xi_1 \\ -\xi_2 \end{bmatrix} \quad (84)$$

Porovnáním se vztahy (81) získáme

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{u_1}{F_1} - \frac{k_1}{F_1} \sqrt{|x_1 - x_2|} = -\xi_1 = -x_1 \\ v_2 &= \frac{u_2}{F_2} + \frac{k_1}{F_2} \sqrt{|x_1 - x_2|} - \frac{k_2}{F_2} \sqrt{x_2} = -\xi_2 = -x_2 \end{aligned} \quad (85)$$

Po úpravě získáme rovnice stabilizační zpětné vazby v původní oblasti

$$\begin{aligned} u_1 &= -x_1 F_1 + k_1 \sqrt{|x_1 - x_2|} \\ u_2 &= -x_2 F_2 - k_1 \sqrt{|x_1 - x_2|} + k_2 \sqrt{x_2} \end{aligned} \quad (86)$$

5.2.3 Simulace stabilizace MIMO zásobníků v sérii

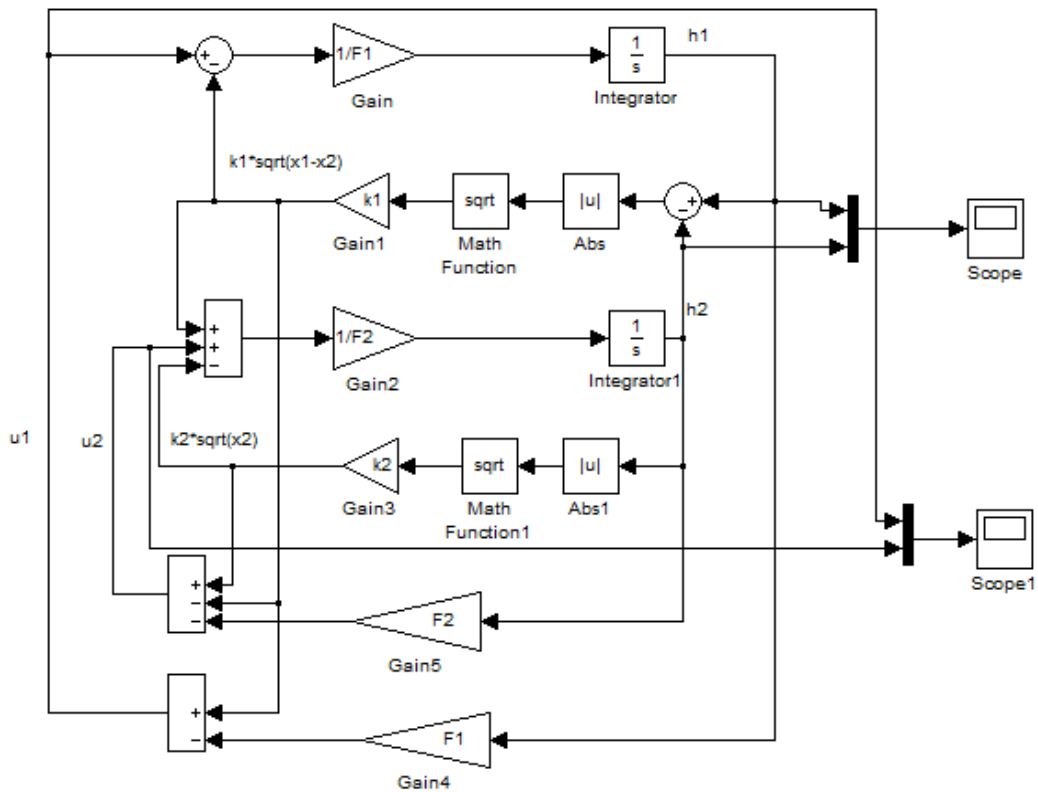
Pro simulaci byly zvoleny následující hodnoty konstant:

$$\begin{array}{lll}
 F_1 = 2 \text{ m}^2 & k_1 = 0,283 \text{ m}^{2,5}/\text{min} & q_{1v}^s = 0,2 \text{ m}^3/\text{min} \\
 F_2 = 1,8 \text{ m}^2 & k_2 = 0,286 \text{ m}^{2,5}/\text{min} & q_{2v}^s = 0,15 \text{ m}^3/\text{min}
 \end{array}$$

Počáteční výšky hladiny vypočítáme podle vztahů (75).

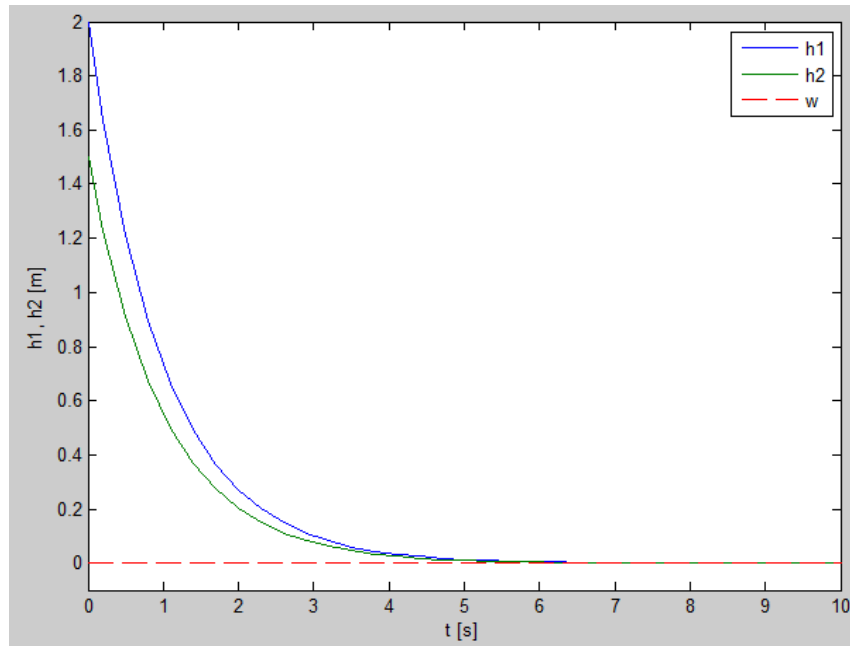
$$h_2^s = \left(\frac{q_{1v}^s + q_{2v}^s}{k_2} \right)^2 = 1,5 \text{ m}; \quad h_1^s = \left(\frac{q_{1v}^s}{k_1} \right)^2 + h_2^s = 2 \text{ m}$$

Simulace regulačního pochodu byla provedena v programu Matlab/Simulink.



Obr. 12. Schéma simulace v programu Simulink

Průběhy stabilizovaných výšek hladin v nádržích jsou zobrazeny na následujícím obrázku.



Obr. 13. Průběh výšek hladin v nádržích

5.3 Řízení systému zásobníků na kapalinu pomocí postupné linearizace

Metoda řízení pomocí postupné linearizace [9] bude použita pro řízení SISO zásobníků na kapalinu (viz kapitola 5.1.1).

Hlavní myšlenkou metody postupné linearizace je výpočet přibližné linearizace v bodě statické charakteristiky, ve kterém se systém právě nachází. Nezbytnou vstupní informací jsou tedy aktuální hodnoty výšek hladin, na základě kterých se v každém kroku vypočítá linearizovaný model.

5.3.1 Postupná linearizace SISO zásobníků v sérii

Počáteční podmínky jsou dány

$$h_1(0) = h_{10}, h_2(0) = h_{20} \quad (87)$$

Uvažujme popis systému rovnicemi (70), (71), pak pro linearizaci v jednotlivých bodech h_{1i}, h_{2i} platí

$$\Delta q_1 = \left(\frac{\partial q_1}{\partial h_1} \right)_{h_{1i}, h_{2i}} \Delta h_1 + \left(\frac{\partial q_1}{\partial h_2} \right)_{h_{1i}, h_{2i}} \Delta h_2 = \frac{k_1}{2\sqrt{h_{1i} - h_{2i}}} (\Delta h_1 - \Delta h_2) = \quad (88)$$

$$\Delta q_2 = \left(\frac{\partial q_2}{\partial h_2} \right)_{h_{1i}, h_{2i}} \Delta h_2 = \frac{k_2}{2\sqrt{h_{2i}}} \Delta h_2 = \frac{k_2 \sqrt{h_{2i}}}{2h_{2i}} \Delta h_2 = K_{1i} \Delta h_2 \quad (89)$$

Jestliže označíme $\Delta h_1 = x_1$, $\Delta h_2 = x_2$, $\Delta q_{1v} = u_1$, pak linearizovaný model bude dán následující soustavou diferenciálních rovnic

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11,i}x_1 + a_{12,i}x_2 + bu_1 \\ \dot{x}_2 &= a_{21,i}x_1 + a_{22,i}x_2 \\ y &= x_2 \end{aligned} \quad (90)$$

kde

$$a_{11,i} = -\frac{K_{1i}}{F_1}, a_{12,i} = \frac{K_{1i}}{F_1}, a_{21,i} = \frac{K_{1i}}{F_2}, a_{22,i} = -\frac{K_{1i} + K_{2i}}{F_2}, b = \frac{1}{F_1} \quad (91)$$

Stavový popis linearizovaného modelu v maticovém tvaru je

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (92)$$

Pro matice \mathbf{A}_i , \mathbf{B} a \mathbf{C} platí

$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} a_{11,i} & a_{12,i} \\ a_{21,i} & a_{22,i} \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{F_1} \quad (93)$$

Přenosovou funkci systému získáme podle vztahu (33).

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_i)^{-1}\mathbf{B} = \frac{1}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_i)} \mathbf{C} \text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_i) \mathbf{B} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_{0,i}}{s^2 + a_{1,i}s + a_{0,i}} \quad (94)$$

Koeficienty polynomů $b(s)$ a $a(s)$ jsou dány

$$b_{0,i} = ba_{21,i}, a_{1,i} = -a_{11,i} - a_{22,i}, a_{0,i} = a_{11,i}a_{22,i} - a_{12,i}a_{21,i} \quad (95)$$

5.3.2 Řízení SISO zásobníků polynomiální metodou v 1DOF konfiguraci

Návrh řízení pro příslušný linearizovaný model bude proveden polynomiální metodou se strukturou 1DOF (viz kapitola 3.2) [3], [7]. Přenosy jednotlivých prvků regulačního obvodu obecně dány rovnicemi (41) a (42) mají pro SISO systém dvou válcových zásobníků na kapalinu v sérii tuto konkrétnější podobu:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_{0,i}}{s^2 + a_{1,i}s + a_{0,i}} \quad (96)$$

$$Q(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q_{2,i}s^2 + q_{1,i}s + q_{0,i}}{s(s + \tilde{p}_{0,i})}$$

Žádaná veličina i porucha jsou uvažovány jako skokové funkce, tedy

$$W(s) = \frac{w_0}{s}, \quad V(s) = \frac{v_0}{s} \quad (97)$$

Parametry regulátoru jsou získány z polynomiální rovnice (43), kde $f(s) = s$, metodou neurčitých koeficientů. Charakteristický polynom $d(s)$ je ve tvaru (48) a pro stupně polynomů $\tilde{p}(s)$, $q(s)$ a $d(s)$ platí vztahy (44).

$$(s^2 + a_{1,i}s + a_{0,i})s(s + \tilde{p}_{0,i}) + b_{0,i}(q_{2,i}s^2 + q_{1,i}s + q_{0,i}) = n(s)(s + \alpha)^2, \quad (98)$$

kde α je volitelný parametr ovlivňující umístění pólů regulačního obvodu a

$$n(s) = s^2 + n_{1,i}s + n_{0,i}, n_{0,i} = \sqrt{a_{0,i}^2}, n_{1,i} = \sqrt{a_{1,i}^2 + 2n_{0,i} - 2a_{0,i}} \quad (99)$$

Výsledkem metody neurčitých koeficientů je maticová rovnice

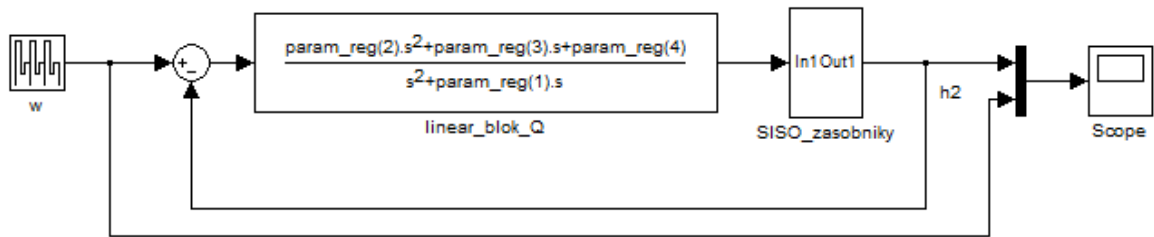
$$\begin{pmatrix} \tilde{p}_{0,i} \\ q_{2,i} \\ q_{1,i} \\ q_{0,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{1,i} & b_{0,i} & 0 & 0 \\ a_{0,i} & 0 & b_{0,i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{0,i} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} d_{3,i} - a_{1,i} \\ d_{2,i} - a_{0,i} \\ d_{1,i} \\ d_{0,i} \end{pmatrix} \quad (100)$$

Koeficienty polynomu $d(s)$ jsou dány

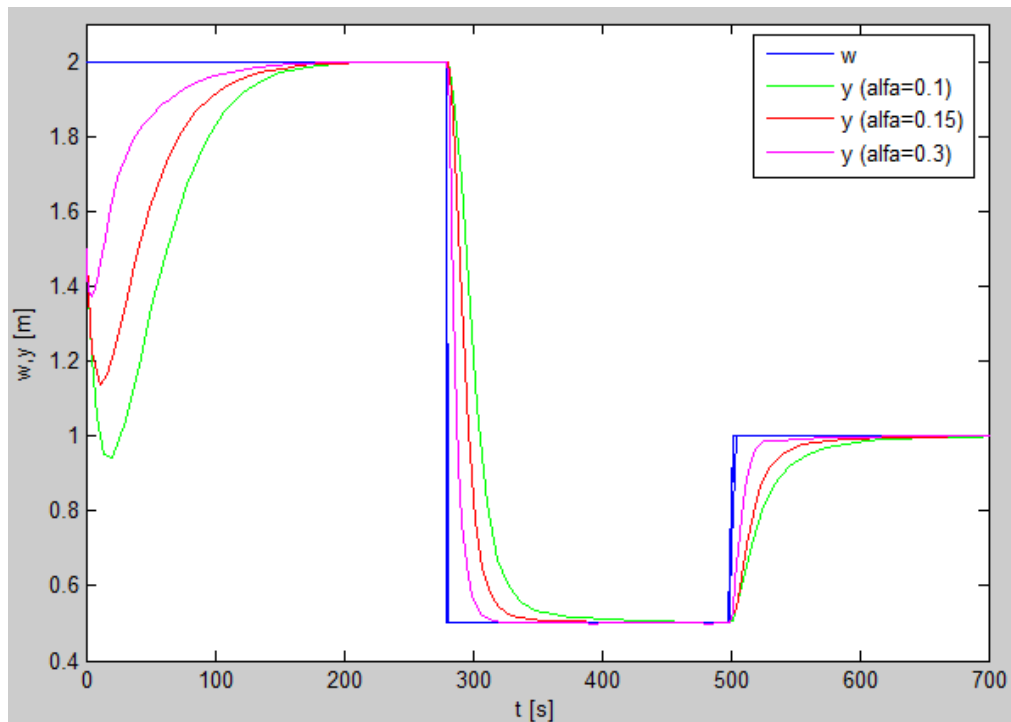
$$d_{3,i} = n_{1,i} + 2\alpha, d_{2,i} = 2\alpha n_{1,i} + n_{0,i} + \alpha^2, d_{1,i} = 2\alpha n_{0,i} + \alpha^2 n_{1,i}, d_{0,i} = \alpha^2 n_{0,i} \quad (101)$$

5.3.3 Počáteční nastavení regulátoru

Pro samotné řízení potřebujeme vhodně zvolit počáteční nastavení regulátoru. Toto nastavení určíme podle simulace řízení s použitím linearizace v jednom bodě statické charakteristiky. Na základě výsledků simulace také získáme vhodnou hodnotu volitelného parametru α . Hodnoty konstant a ustálených stavů jsou stejné jako v kapitole 5.2.3. Parametry regulátoru jsou počítány pouze jedenkrát, na počátku simulace, pomocí vztahů uvedených v předchozí kapitole. Pro různé hodnoty α byly pomocí simulačního schématu (Obr. 14) získány výsledky uvedené na Obr. 15.



Obr. 14. Simulační schéma pro adaptační fázi řízení SISO zásobníků



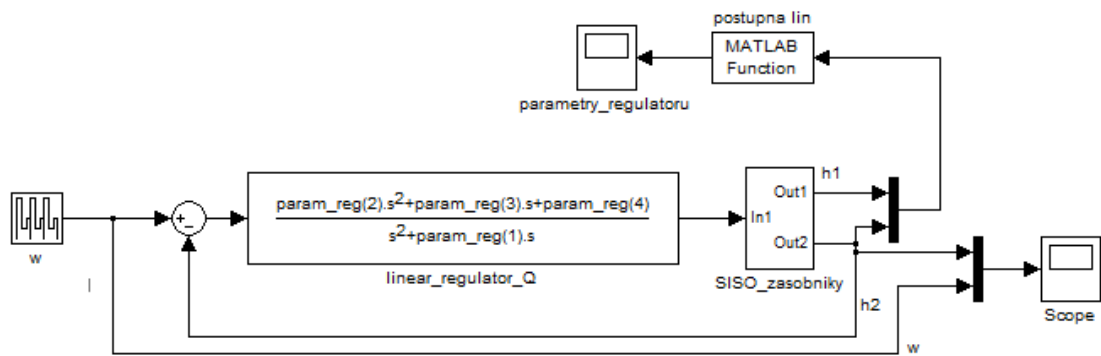
Obr. 15. Průběhy výšek hladiny ve druhém zásobníku pro různé hodnoty α

Z obrázku Obr. 15 je patrné, že nejlepší výsledků dosaženo při $\alpha = 0,3$, pro menší hodnoty klesá kvalita regulace, pro větší hodnoty se regulační obvod stává nestabilním. Počáteční nastavení parametrů regulátoru je tedy:

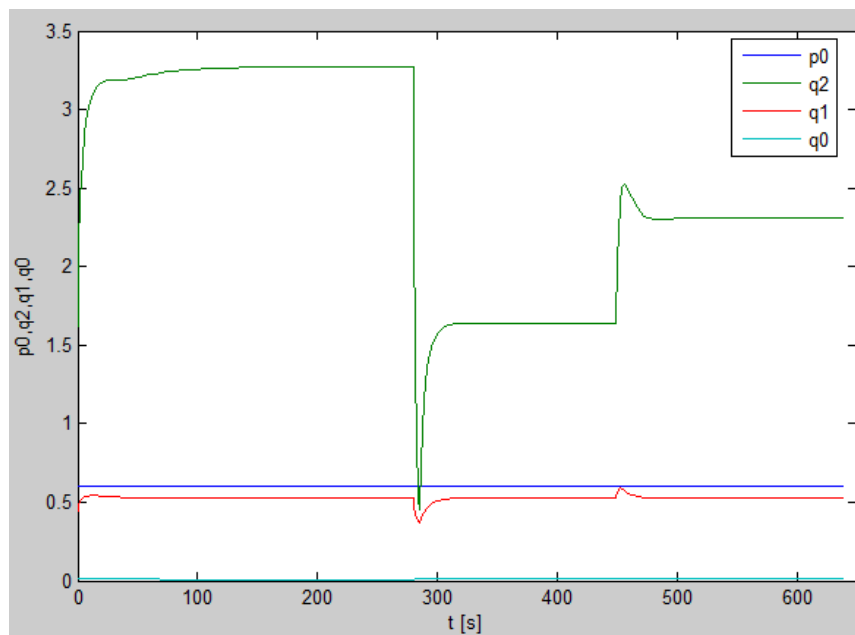
$$\tilde{p}_0 = 0,6000 \quad q_2 = 1,6191 \quad q_1 = 0,4470 \quad q_0 = 0,0105$$

5.3.4 Simulace řízení SISO zásobníků pomocí postupné linearizace

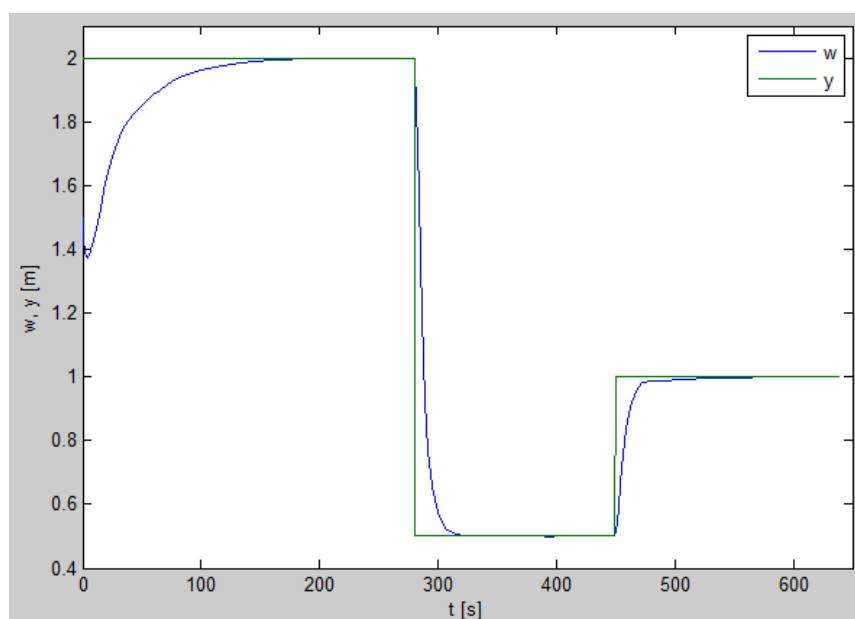
Simulace probíhá se stejným nastavením konstant a s počátečním nastavením regulátoru získaným v předchozí podkapitole. V každém kroku simulace je na základě aktuálního výstupu vypočítán linearizovaný model a parametry regulátoru Q .



Obr. 16. Simulační schéma řízení SISO zásobníku pomocí postupné linearizace



Obr. 17. Průběh parametrů regulátoru Q



Obr. 18. Průběh regulačního pochodu s postupnou linearizací

6 NELINEÁRNÍ ŘÍZENÍ SYSTÉMU

Pojmem nelineární řízení byly označeny metody řízení nelineárních systémů, které nevyžadují linearizovaný model. V této práci je použita metoda založená na Wienerově modelu, která je vhodná pro širokou škálu nelineárních systémů. Velkou výhodou metody je vhodnost použití i pro systémy vyšších řádů a se složitější strukturou [4], [9], [13]. Proto je použití metody demonstrováno na řízení systému průtočného chemického reaktoru, označovaného [4] jako CSTR – continuous stirred tank reactor.

6.1 Řízení průtočného chemického reaktoru

Je uvažován průtočný chemický reaktor s exotermní reakcí 1. řádu podle schématu $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C$ s dokonale promíchávaným chladicím pláštěm. Stavový popis tohoto systému tvoří následující čtyři nelineární diferenciální rovnice.

$$\frac{dc_A}{dt} = -\left(\frac{q_r}{V_r} + k_1\right)c_A + \frac{q_r}{V_r}c_{Af} \quad (102)$$

$$\frac{dc_B}{dt} = -\left(\frac{q_r}{V_r} + k_2\right)c_B + k_1c_A + \frac{q_r}{V_r}c_{Bf} \quad (103)$$

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{h_r}{(\rho c_p)_r} + \frac{q_r}{V_r}(T_{rf} - T_r) + \frac{A_h U}{V_r(\rho c_p)_r}(T_c - T_r) \quad (104)$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{q_c}{V_c}(T_{cf} - T_c) + \frac{A_h U}{V_c(\rho c_p)_c}(T_r - T_c) \quad (105)$$

Jsou dány počáteční podmínky

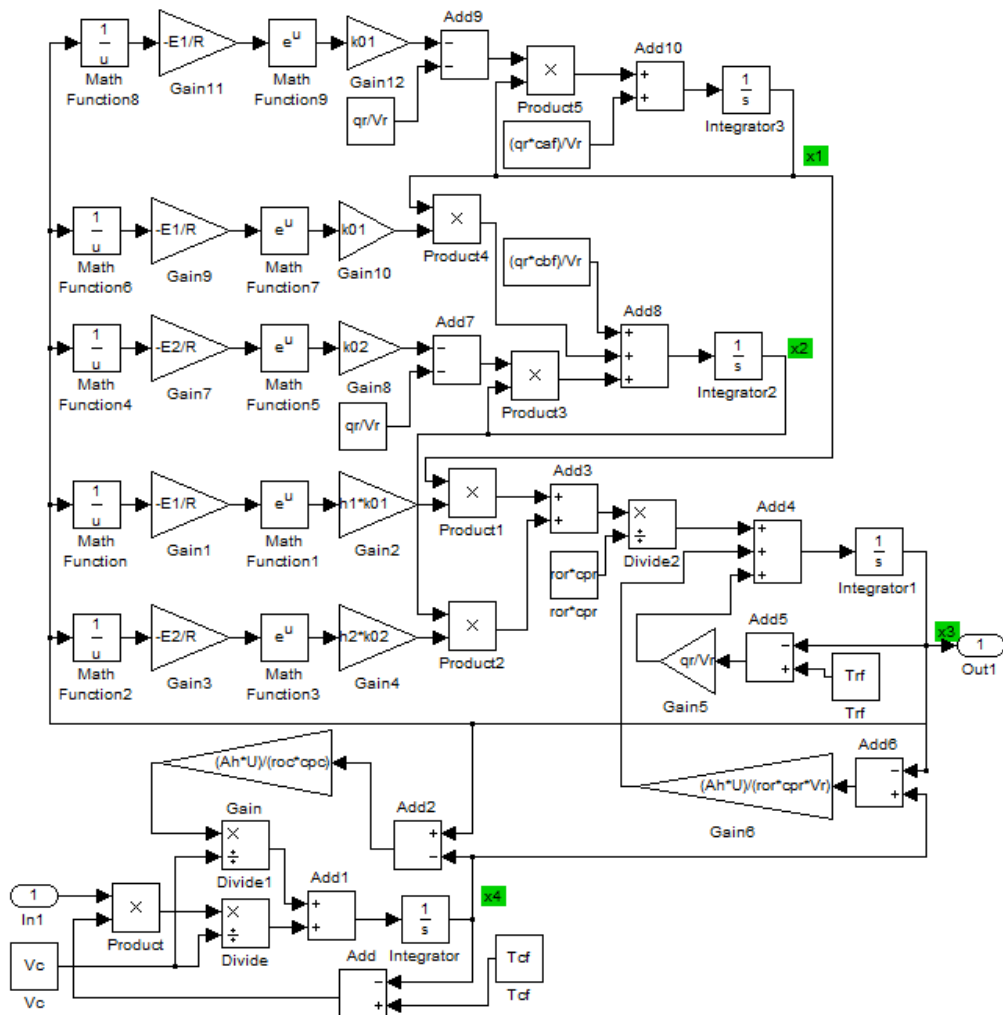
$$c_A(0) = c_A^s, c_B(0) = c_B^s, T_r(0) = T_r^s, T_c(0) = T_c^s \quad (106)$$

Znakem c jsou označeny koncentrace, T teploty, V objemy, ρ hustoty, c_p měrné tepelné kapacity, q jsou objemové průtoky, A_h je teplosměnná plocha a U je koeficient přestupu tepla. Indexem $(\cdot)_r$ jsou označeny veličiny popisující reakční směs, $(\cdot)_c$ veličiny popisující chladicí směs, $(\cdot)_f$ ustálené vstupy a $(\cdot)^s$ počáteční podmínky. Reakční rychlost a reakční teplo jsou dány

$$k_j = k_{0j} \exp\left(\frac{-E_j}{RT_r}\right), j = 1, 2 \quad (107)$$

$$h_r = h_1 k_1 c_A + h_2 k_2 c_B \quad (108)$$

V programu Simulink byl vytvořen subsystém *chem_reaktor*, který bude dále použit pro simulaci statické charakteristiky systému a pro řízení systému.



Obr. 19. Simulinkový model systému CSTR

V simulacích a výpočtech byly použity níže uvedené hodnoty konstant a ustálených stavů.

Tab. 1. Hodnoty konstant, ustálených vstupů a počátečních podmínek

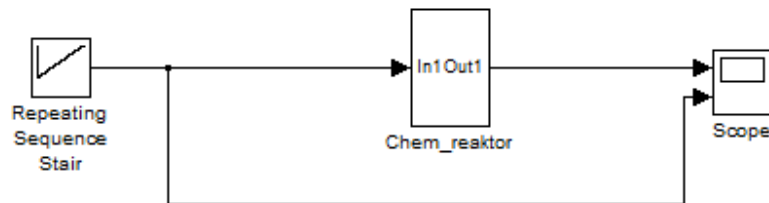
$V_r = 1,2 \text{ m}^3$	$c_{pr} = 4,05 \text{ kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$	$T_r^s = 324,80 \text{ K}$
$V_c = 0,64 \text{ m}^3$	$c_{pc} = 4,18 \text{ kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$	$T_c^s = 306,28 \text{ K}$
$\rho_r = 985 \text{ kg m}^{-3}$	$A_h = 5,5 \text{ m}^2$	$c_{Af}^s = 2,85 \text{ kmol m}^{-3}$
$\rho_c = 998 \text{ kg m}^{-3}$	$U = 43,5 \text{ kJ m}^{-2}\text{min}^{-1}\text{K}^{-1}$	$c_{Bf}^s = 0 \text{ kmol m}^{-3}$
$k_{10} = 5,616 \cdot 10^{16} \text{ min}^{-1}$	$E_1/R = 13477 \text{ K}$	$T_{rf}^s = 323 \text{ K}$
$k_{20} = 1,128 \cdot 10^{18} \text{ min}^{-1}$	$E_2/R = 15290 \text{ K}$	$T_{cf}^s = 293 \text{ K}$
$h_1 = 4,8 \cdot 10^4 \text{ kJ kmol}^{-1}$	$c_A^s = 1,5796 \text{ kmol m}^{-3}$	$q_r^s = 0,08 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$
$h_2 = 2,2 \cdot 10^4 \text{ kJ kmol}^{-1}$	$c_B^s = 1,1975 \text{ kmol m}^{-3}$	$q_c^s = 0,08 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$

Pro účely řízení definujeme vstup $u(t)$ a výstup $y(t)$ jako

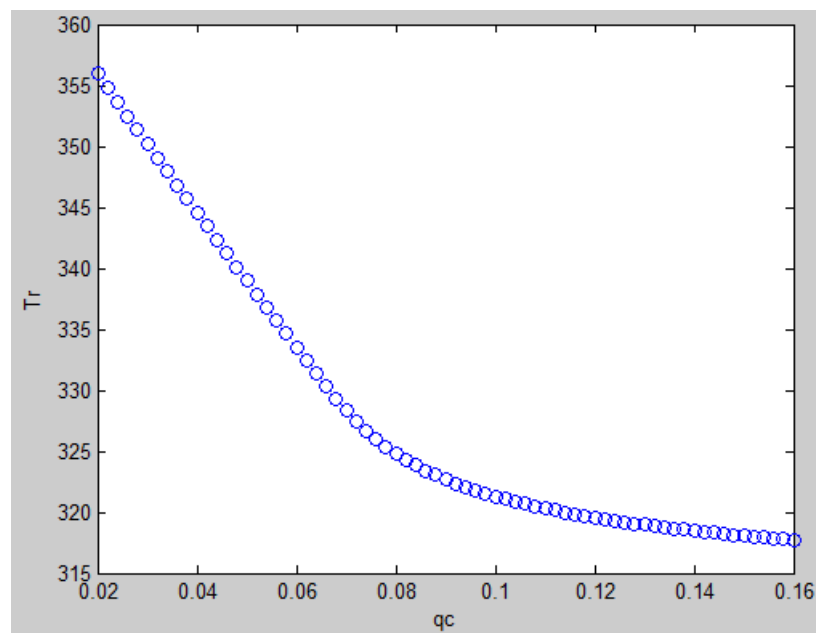
$$u(t) = q_c(t) - q_c^s, y(t) = T_r(t) - T_r^s \quad (109)$$

6.1.1 Statická charakteristika CSTR

Statickou charakteristiku systému průtočného chemického reaktoru lze získat ze simulace jako závislost ustálených výstupů na vstupech. Ustálené hodnoty výstupů byly získány pomocí níže uvedeného schématu v programu Simulink a tyto hodnoty byly dále zpracovány do grafu, který je zobrazen na obrázku Obr. 21.



Obr. 20. Simulinkové schéma pro získání statické charakteristiky



Obr. 21. Statická charakteristika systému CSTR

Pro pracovní bod $q_c^s = 0,08 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$, $T_r^s = 324,80 \text{ K}$ byly zvoleny okrajové hodnoty pracovního intervalu q_{cmin} , q_{cmax} a hraniční body q_{cL} , q_{cU} (viz kapitola 4.1.1).

$$q_{cmin} = 0,02 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$$

$$q_{cL} = 0,016 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$$

$$q_{cmax} = 0,12 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$$

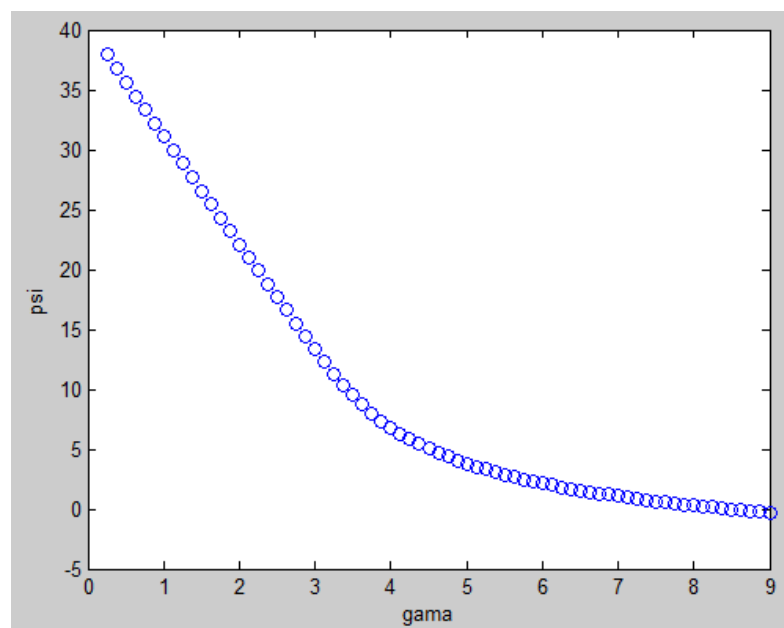
$$q_{cU} = 0,13 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$$

6.2 Řízení průtočného chemického reaktoru s Wienerovým modelem

Návrh řízení systému CSTR je proveden podle postupu a vztahů uvedených v kapitole 4.1. V této kapitole jsou uvedeny výsledné vztahy a grafy jednotlivých částí regulačního obvodu s Wienerovým modelem pro řízený systém CSTR.

6.2.1 Statická nelineární část

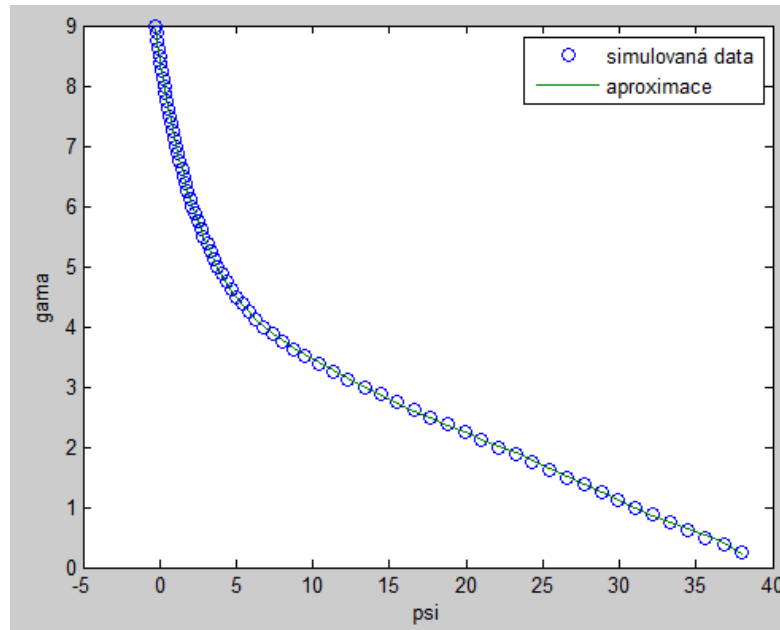
Hodnoty statické charakteristiky byly upraveny podle vztahu (51), kde $\eta = T_r$ a $v = q_c$.



Obr. 22. Závislost $\psi = f(\gamma)$

Získaná závislost $\psi = f(\gamma)$ byla invertována a aproximována exponenciální funkcí:

$$\gamma = -74071,7 + 2,4589 \exp\left(-\frac{\psi}{3,967}\right) + 74076 \exp\left(-\frac{\psi}{697475}\right) \quad (110)$$



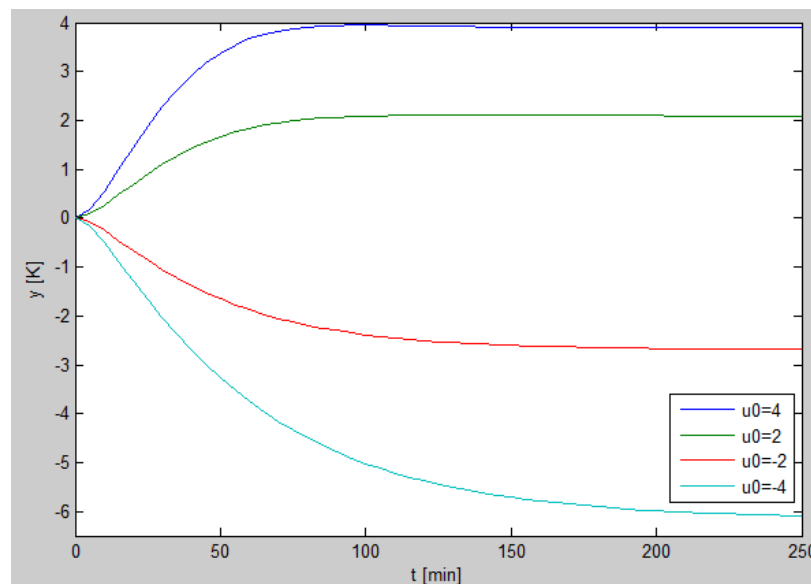
Obr. 23. Invertovaná statická charakteristika a její aproximace

Derivace aproximační funkce, potřebná pro výpočet $u(t)$ (52) je ve tvaru

$$\frac{d\gamma}{d\psi} = -0,6198 \exp\left(-\frac{\psi}{3,967}\right) - 0,1062 \exp\left(-\frac{\psi}{697475}\right) \quad (111)$$

6.2.2 Externí lineární model

Pro určení struktury CT ELM byly simulovány přechodové charakteristiky systému SNP+CSTR v okolí pracovního bodu ($q_c^s = 0,08 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$, $T_r^s = 324,80 \text{ K}$). Přechodové charakteristiky pro několik skokových změn u_0 jsou zobrazeny na obrázku Obr. 24.



Obr. 24. Přechodové charakteristiky SNP+CSTR

Podle tvaru přechodových charakteristik byl zvolen model druhého řádu representovaný lineární diferenciální rovnicí druhého řádu.

$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_0u_0(t) \quad (112)$$

Přenosová funkce (54) je tedy ve tvaru

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U_0(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (113)$$

6.2.3 Odhad parametrů modelu

Parametry filtrů v rovnicích (57), (58) byly zvoleny

$$c(s) = s^2 + c_1s + c_0 = s^2 + 1,5s + 0,5 \quad (114)$$

Pro model druhého řádu je regresní vektor (62) definován jako

$$\boldsymbol{\phi}(t_k) = \left[-y_f(t_k) - y_f^{(1)}(t_k) \ u_{0f}(t_k) \ 1 \right] \quad (115)$$

Vektor parametrů

$$\boldsymbol{\Theta}^T(t_k) = [a_0 \ a_1 \ b_0 \ \mu] \quad (116)$$

je získán řešením rovnice (61).

6.2.4 Dynamická lineární část

Struktura regulátorů Q a R (64) vychází ze struktury řízeného systému, representovaného přenosovou funkcí (113). Pro stupeň polynomu $a(s)$ $\deg a = 2$ jsou stupně neznámých polynomů

$$\deg q = 2, \deg \tilde{p} = 1, \deg r = 0, \deg d = 4 \quad (117)$$

Přenosové funkce regulátorů jsou tedy

$$Q(s) = \frac{q(s)}{s\tilde{p}(s)} = \frac{q_2s^2 + q_1s + q_0}{s(s + p_0)} \quad (118)$$

$$R(s) = \frac{r(s)}{s\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{s(s + p_0)} \quad (119)$$

Charakteristický polynom $d(s)$ je ve tvaru

$$d(s) = n(s)(s + \alpha)^2, \quad (120)$$

kde

$$n(s) = s^2 + n_1s + n_0, \quad n_0 = \sqrt{a_0^2}, \quad n_1 = \sqrt{a_1^2 + 2n_0 - 2a_0} \quad (121)$$

Maticová rovnice (122), která je výsledkem řešení polynomiálních rovnic (67) metodou neurčitých koeficientů, umožňuje získání parametrů regulátorů (118),(119).

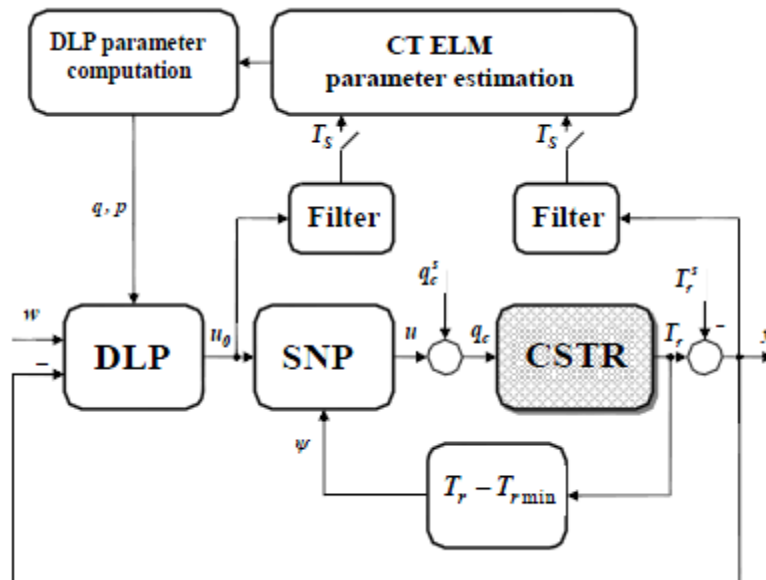
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_0 & 0 & 0 \\ a_0 & 0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \check{p}_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_3 - a_1 \\ d_2 - a_0 \\ d_1 \\ d_0 \end{pmatrix}, \quad (122)$$

kde

$$d_3 = n_1 + 2\alpha, \quad d_2 = 2\alpha n_1 + n_0 + \alpha^2, \quad d_1 = 2\alpha n_0 + \alpha^2 n_1, \quad d_0 = \alpha^2 n_0 \quad (123)$$

6.2.5 Simulace řízení CSTR s Wienerovým modelem

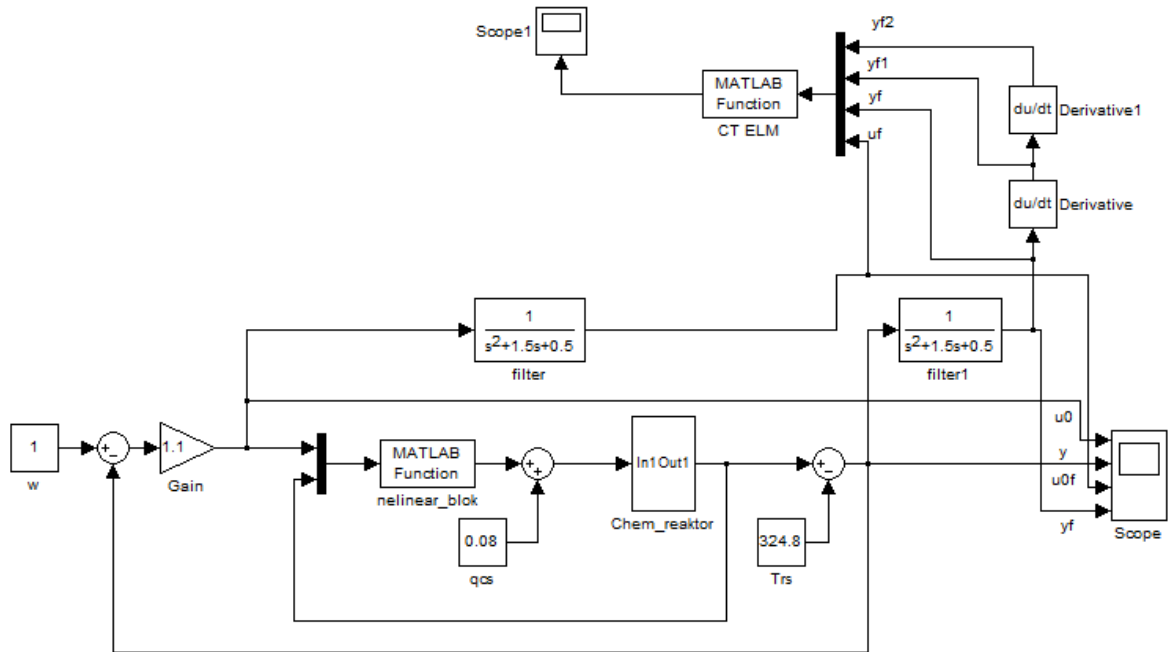
Grafické znázornění celého adaptivního systému řízení je na obrázku Obr. 25.



Obr. 25. Systém řízení s Wienerovým modelem [4]

Před samotným řízením systému je třeba získat počáteční nastavení regulátorů DLP. K tomuto účelu slouží adaptační fáze, která nejprve identifikuje systém SNP+CSTR v regulačním obvodu s P regulátorem. Na základě získaných parametrů modelu jsou

vypočítány počáteční parametry regulátorů Q a R , které se při samotném řízení vypočítávají v každém kroku simulace.

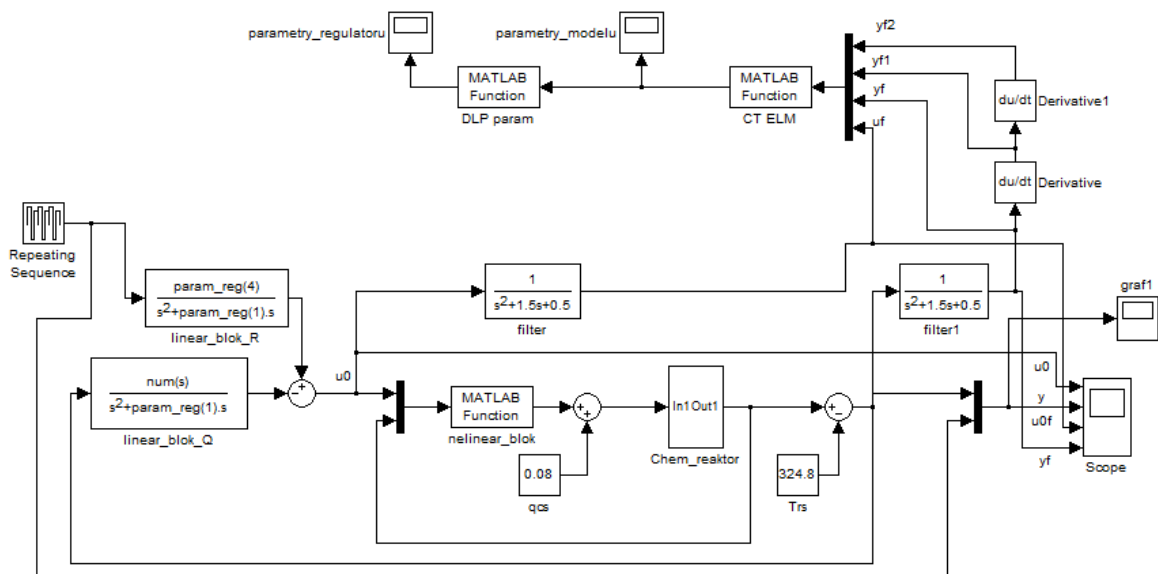


Obr. 26. Simulinkové schéma pro adaptační fázi řízení

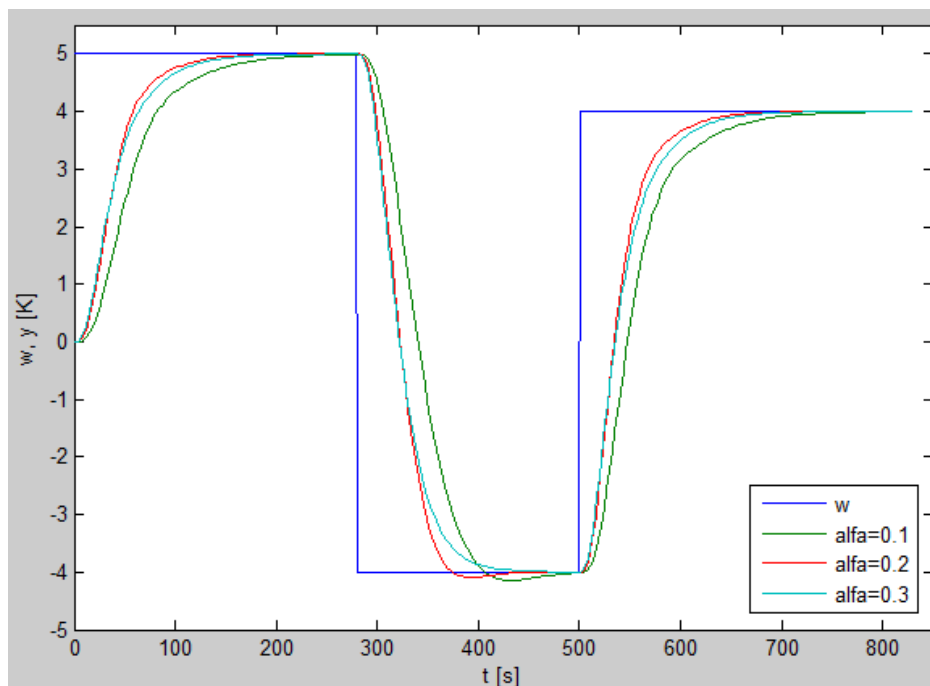
Model systému SNP+CSTR byl v adaptační fázi identifikován jako

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U_0(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} = \frac{0,0046}{s^2 + 0,1458s + 0,0039} \quad (124)$$

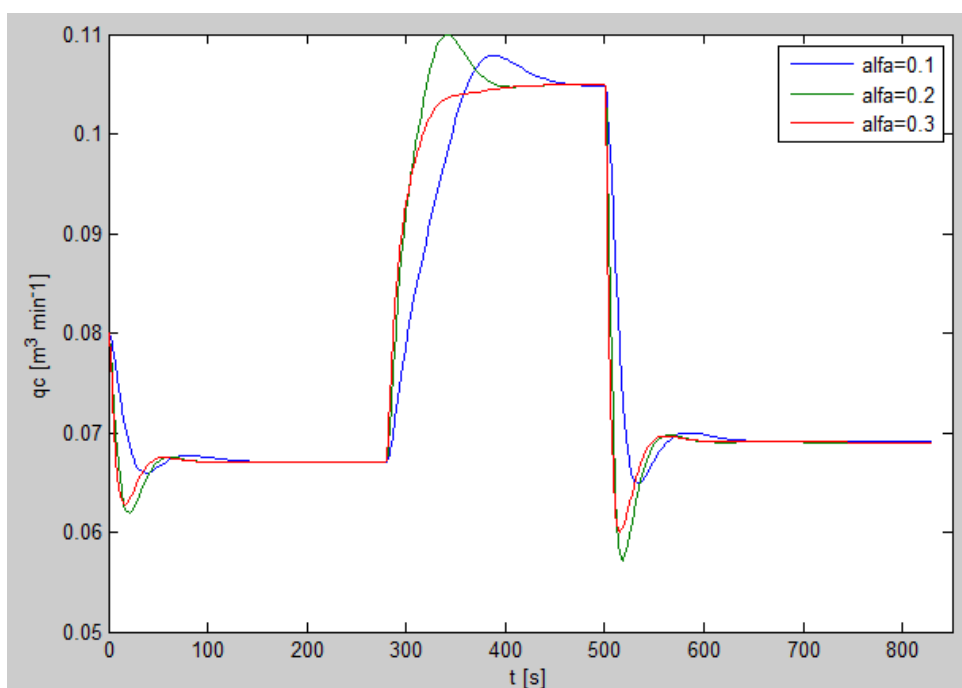
Simulace řízení byla rovněž naprogramována v programu Matlab/Simulink, níže je uvedeno simulační schéma a výsledek regulačního pochodu.



Obr. 27. Schéma simulace řízení s Wienerovým modelem



Obr. 28. Průběh regulované a žádané odchyly teploty reakční směsi



Obr. 29. Průběh průtoku chlazení

7 POROVNÁNÍ METOD LINEÁRNÍHO A NELINEÁRNÍHO ŘÍZENÍ

Závěrečná kapitola obsahuje porovnání výše uvedených metod lineárního a nelineárního řízení. Jelikož byla metoda s využitím exaktní linearizace použita ke stabilizaci systému, není možné ji přímo porovnat s ostatními metodami. Porovnávána tedy bude metoda řízení s využitím postupné linearizace a metoda s Wienerovým modelem, které budou použity pro řízení systému válcových SISO zásobníků na kapalinu v sérii (viz kapitola 5.1.1).

Řízením SISO zásobníků na kapalinu v sérii s využitím postupné linearizace se podrobně zabývá kapitola 5.3, jež obsahuje všechny potřebné výpočty, simulační schémata a grafy simulovaných průběhů sledovaných veličin.

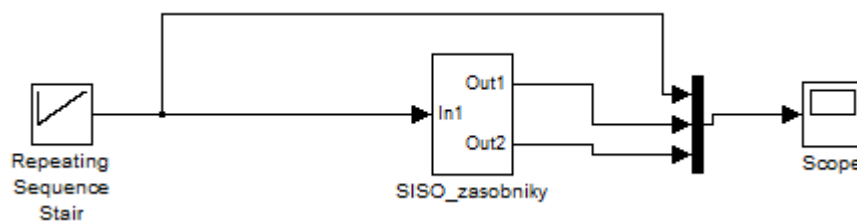
Nelineární řízení s Wienerovým modelem bylo použito pro řízení průtočného chemického reaktoru v kapitole 6.2 a nyní bude aplikováno na řízení systému SISO zásobníků na kapalinu v sérii.

7.1 Řízení zásobníků na kapalinu s Wienerovým modelem

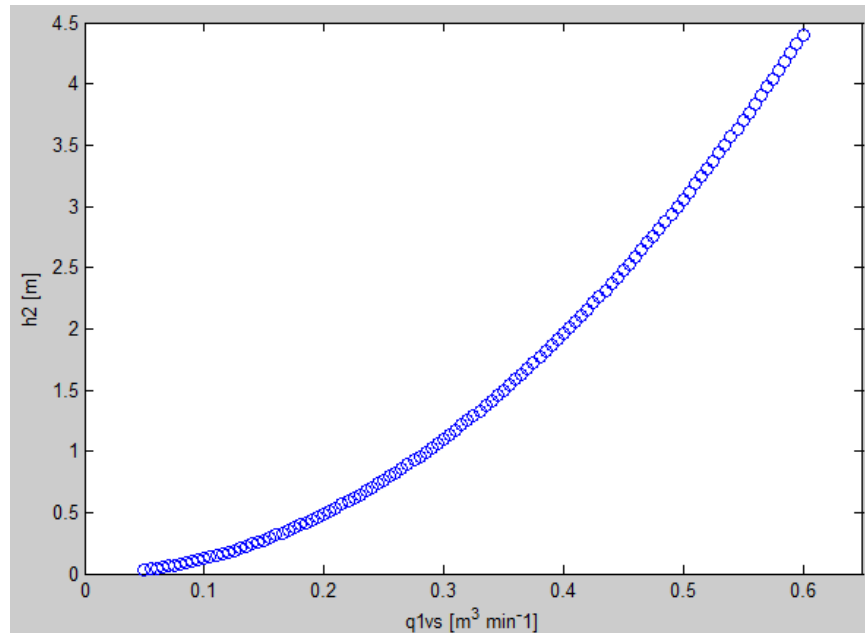
Postup návrhu řízení je velmi podobný postupu v kapitole 6.2, regulační obvod se skládá se stejných částí a je snadné jej upravit pro řízení jiného systému, což je velkou výhodou metody řízení s Wienerovým modelem.

7.1.1 Statická charakteristika SISO zásobníků na kapalinu

Pro funkci statické nelineární části (SNP) je nezbytná znalost statické charakteristiky, kterou získáme například ze simulace. K tomuto účelu slouží následující schéma vytvořené v programu Matlab/Simulink.



Obr. 30. Simulinkové schéma pro získání statické charakteristiky



Obr. 31. Statická charakteristika systému SISO zásobníků

Pracovní bod byl zvolen $q_{1vs}^s = 0,35 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$, $h_2^s = 1,4982 \text{ m}$, kde ustálená výška hladiny byla vypočítána podle vztahu (73). Dále byly zvoleny okrajové hodnoty pracovního intervalu q_{1vmin} , q_{1vmax} a hraniční body q_{1vL} , q_{1vU} (viz kapitola 4.1.1).

$$q_{1vmin} = 0,0378 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$$

$$q_{1vL} = 0,0311 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$$

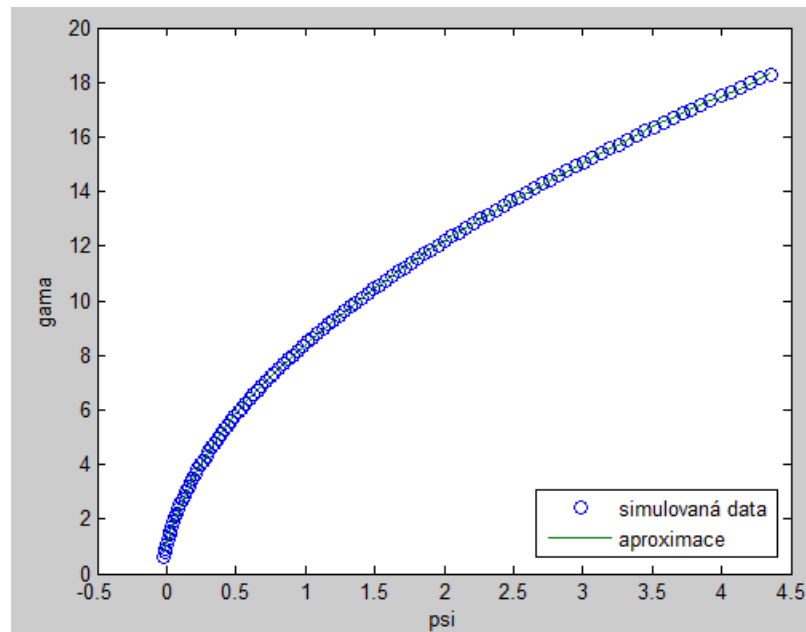
$$q_{1vmax} = 0,58 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$$

$$q_{1vU} = 0,6 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$$

7.1.2 Statická nelineární část

Hodnoty statické charakteristiky SISO zásobníků byly upraveny podle vztahu (51), kde $\eta = h_2$ a $v = q_{1v}$. Získaná závislost $\psi = f(\gamma)$ byla invertována a aproximována polynomiální funkcí:

$$\gamma = 0,0196t^7 - 0,3225t^6 + 2,1519t^5 - 7,487t^4 + 14,6699t^3 - 16,8418t^2 \quad (125)$$



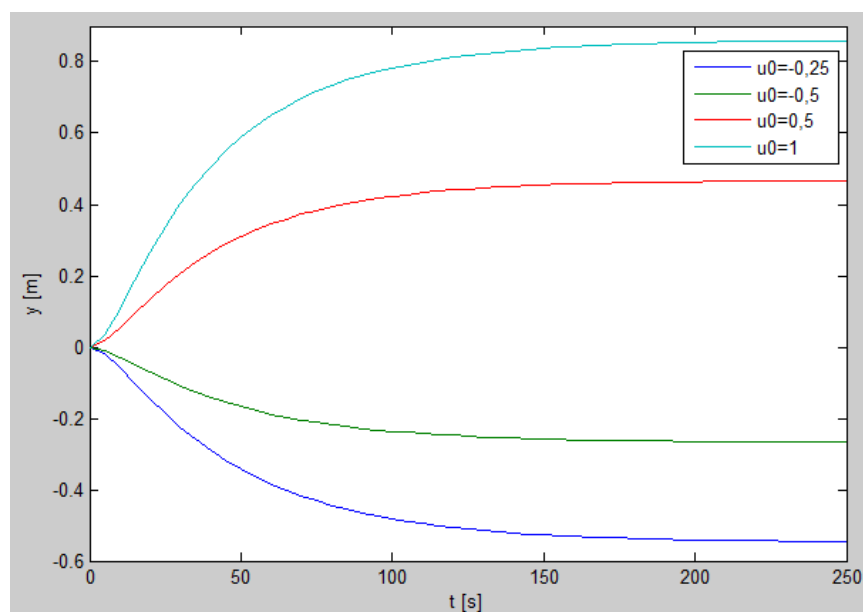
Obr. 32. Invertovaná statická charakteristika a její aproximace

Derivace aproximační funkce, potřebná pro výpočet $u(t)$ (52) je ve tvaru

$$\frac{d\gamma}{d\psi} = 0,137t^6 - 1,935t^5 + 10,7594t^4 - 29,948t^3 + 44,0098t^2 - 33,6835t + 15,0792 \quad (126)$$

7.1.3 Externí lineární model

Struktura CT ELM byla určena podle tvaru simulovaných přechodových charakteristik systému SNP+SISO zásobníky, které jsou pro několik hodnot u_0 , zobrazeny na Obr. 33.



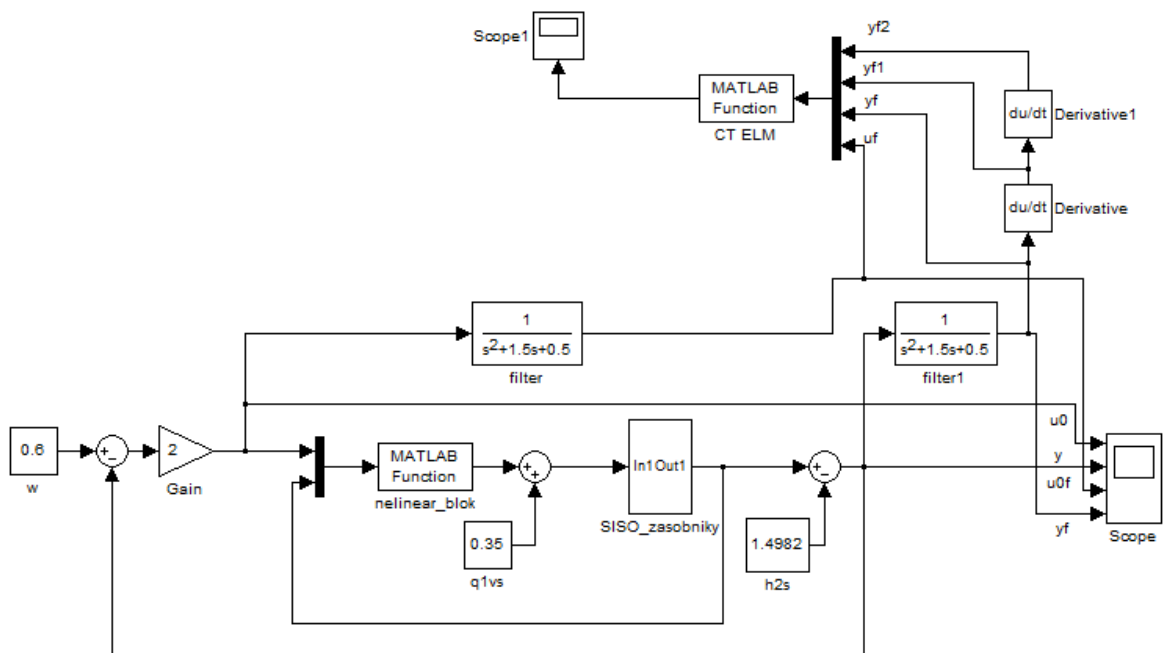
Obr. 33. Přechodové charakteristiky SNP+SISO zásobníky

CT ELM byl opět zvolen jako model druhého řádu, který je popsán lineární diferenciální rovnicí (112) a jeho přenosová funkce je ve tvaru (113).

Jelikož je struktura modelu shodná se strukturou použitou pro řízení průtočného chemického reaktoru (CSTR), jsou vztahy pro odhad parametrů modelu (kapitola 6.2.3) a pro dynamickou lineární část (kapitola 6.2.4) totožné.

7.1.4 Simulace řízení CSTR s Wienerovým modelem

Pro výpočet počátečního nastavení regulátorů je nezbytné identifikovat parametry modelu, k tomuto účelu slouží adaptační fáze, ve které je opět použit P regulátor s malým zesílením.

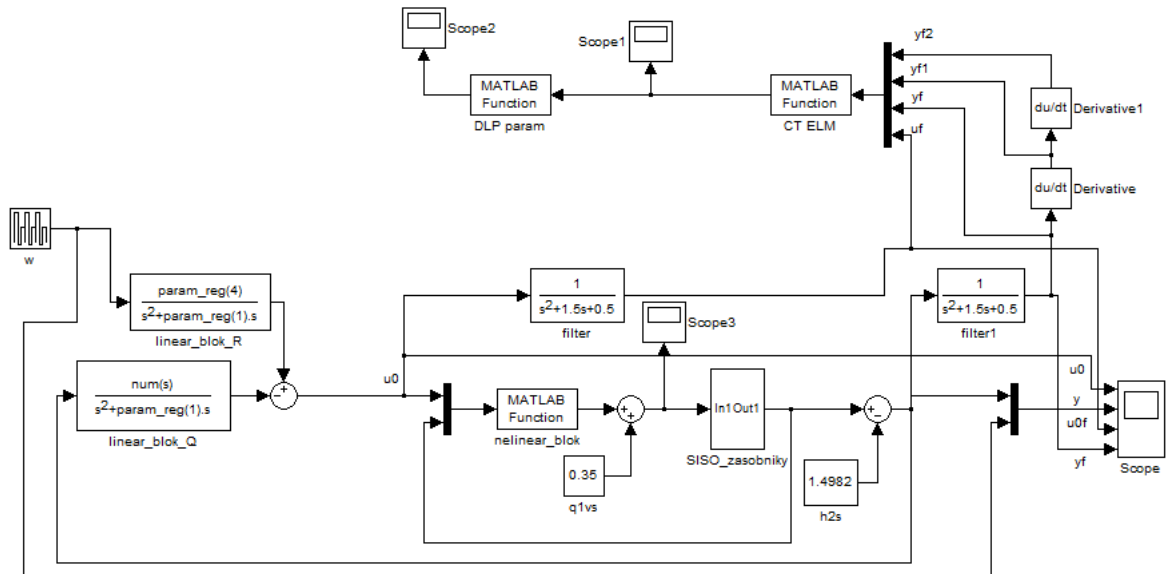


Obr. 34. Simulinkové schéma pro adaptační fázi řízení

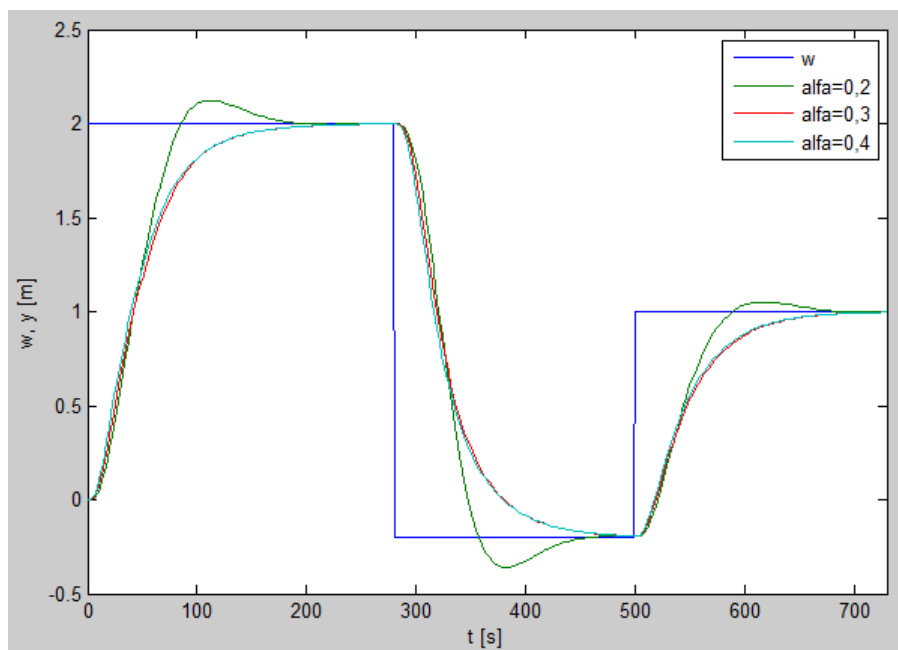
Model systému byl v adaptační fázi identifikován jako

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U_0(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} = \frac{0,0041}{s^2 + 0,1841s + 0,0042} \quad (127)$$

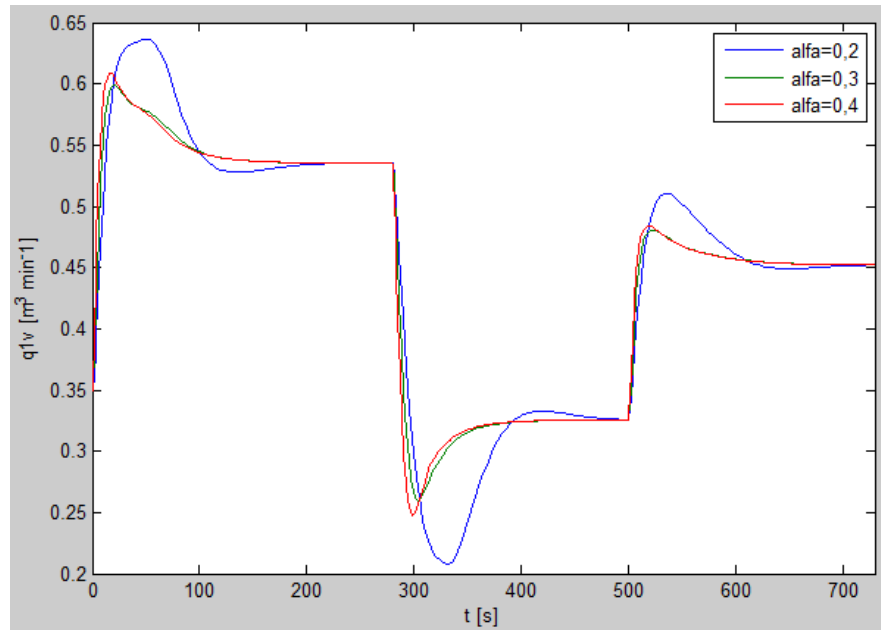
Simulace řízení byla naprogramována s různými hodnotami konstanty α . Simulační schéma a průběhy výšky hladiny a přítoku do zásobníku jsou uvedeny na následujících obrázcích.



Obr. 35. Schéma simulace řízení s Wienerovým modelem



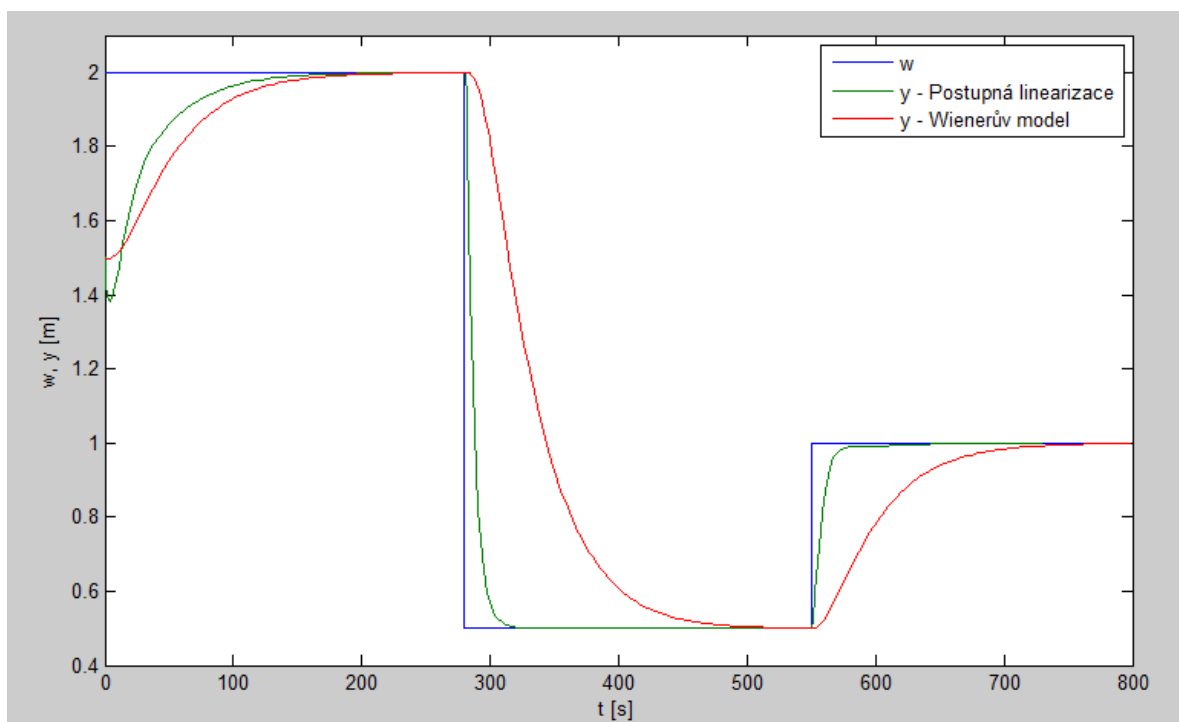
Obr. 36. Průběh regulované a žádané odchylky výšky hladiny



Obr. 37. Průběh přítoku do prvního zásobníku

7.2 Porovnání řízení s postupnou linearizací a s Wienerovým modelem

Pro porovnání lineárního a nelineárního řízení byla vybrána metoda s využitím postupné linearizace (s hodnotou parametru $\alpha = 0,2$) a metoda řízení s Wienerovým modelem ($\alpha = 0,3$), které byly použity pro řízení systému válcových SISO zásobníků na kapalinu.



Obr. 38. Porovnání metod lineárního a nelineárního řízení

ZÁVĚR

Práce obsahuje tři vybrané metody řízení nelineárních systémů – metodu s využitím exaktní linearizace systému a metodu s postupnou linearizací, jež byly zařazeny do skupiny lineárních metod řízení nelineárních systémů, a metodu řízení s Wienerovým modelem, která v práci zastupuje nelineární metody řízení. V první části práce byly představeny teoretické podklady a principy jednotlivých metod, které byly v další části aplikovány na řízení zvolených nelineárních systémů.

Metoda exaktní linearizace poskytuje přesnou náhradu původního systému pomocí exaktních transformací. Metoda umožňuje získat vhodný linearizovaný model, pro který je následně proveden návrh řízení. Výsledné vztahy je však nutné převést do původní oblasti pomocí inverzních transformací, jež bývají značně složité a omezují tak výběr metod lineární teorie řízení na základní metody. Další nevýhodou této metody jsou neúnosně komplikované výpočty pro systémy se složitější strukturou. V práci byla metoda exaktní linearizace použita pro stabilizaci systému dvou vícerozměrných válcových zásobníků na kapalinu v sérii.

Další metodou lineárního řízení je metoda s postupnou linearizací, která je založena na výpočtu přibližné linearizace ve více bodech statické charakteristiky. Se zvyšujícím se počtem pracovních bodů získáváme přesnou náhradu původního systému. Na základě získaného linearizovaného modelu jsou vypočítávány parametry regulátoru, který se v aktuálním bodě statické charakteristiky používá pro řízení systému. Metoda byla použita pro řízení jednorozměrného systému dvou válcových zásobníků na kapalinu v sérii polynomiální metodou v konfiguraci 1DOF. Metoda dosahuje velmi dobrých výsledků, ale pro systémy vyšších řádů je výpočet linearizovaného modelu neúnosně náročný.

Wienerův model spočívá ve faktorizaci regulátoru na statickou nelineární a dynamickou lineární část. Statická nelineární část je odvozena z inverze a následné aproximace statické charakteristiky řízeného systému, dynamická lineární část je odvozena polynomiální metodou ve 2DOF konfiguraci se systémem tvořeným statickou nelineární částí regulátoru a řízeným procesem. Parametry dynamické lineární části regulátoru jsou průběžně identifikovány metodou nejmenších čtverců. Metoda je vhodná i pro systémy vyšších řádů s libovolně složitou strukturou. Další předností metody je jednoduchost úpravy regulačního obvodu pro různé řízené soustavy. Metoda řízení s Wienerovým modelem byla použita pro simulaci řízení průtočného chemického reaktoru, kde dosahovala velmi dobrých výsledků.

Pro porovnání lineárních a nelineárních metod řízení byla zvolena metoda s postupnou linearizací a metoda s Wienerovým modelem, které byly aplikovány na simulaci řízení jednorozměrného systému dvou válcových zásobníků na kapalinu v sérii. Regulační pochod obou metod byl bez překmitu, metoda s postupnou linearizací měla výrazně kratší dobu regulace, avšak na počátku regulace došlo k nežádoucímu poklesu řízené výšky hladiny, k čemuž při řízení s Wienerovým modelem nedošlo.

Ze získaných výsledků a porovnání vyplývá, že metody vycházející z linearizovaného modelu nelineárního systému dosahují pro jednodušší systémy vyšší kvality regulace, ale pro složitější systémy jsou kvůli náročným výpočtům nevhodné. Nelineární metoda založená na faktorizaci systému má velkou výhodu v přizpůsobitelnosti navrženého regulačního obvodu pro řízení různých procesů a také v tom, že návrh řízení není výrazně ovlivněn složitostí struktury řízeného procesu.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

Three chosen nonlinear systems controls methods were presented in this thesis – method using exact linearization of system and method with continuous linearization, both classified as linear control methods of nonlinear systems, and control method with Wiener model representing nonlinear control methods. Theoretical background and principles of methods are presented in the first part of the thesis. Described methods were applied on control of nonlinear system in the next part.

Method of exact linearization provides the exact approximation of the origin system by exact transformations. Appropriate linearized model can be obtained this way and then it can be used for design control. Results have to be inverted to the original domain by complicated inverse transformations; only simple methods of linear control theory can be used for this reason. Another disadvantage of this method is unbearably complicated calculations for systems with difficult structure. In this paper, method of exact linearization was used for stabilization of MIMO two cylindrical tanks for liquids in series.

Another method of linear control is the method with continuous linearization based on computing the simple linearization of system in many points of static characteristic. The exact approximation of the original system is obtained from increasing number of operating points. Parameters of controller, which is used for the control of the system at actual operating point, are calculated in accordance to gained linearized model. This method was used for polynomial 1DOF control of SISO system of two cylindrical tanks for liquids in series. Very good results were achieved using this method, but calculations were unbearably complicated for high order systems.

Wiener model is based on a factorization of the control system on static nonlinear and dynamic linear part. The static nonlinear part is derived from inversion and approximation of input-output data, dynamic linear part consists of 2DOF polynomial control based on approximation of nonlinear elements by a CT ELM with directly estimated parameters utilizing the method of least squares. This method is also suitable for high order systems with arbitrarily complex structure. Simplicity of modification for different type of controlled process is the next advantage of this method. The method with Wiener model was used for simulation of the control of continuous stirred tank reactor and good results were achieved.

The method with continuous linearization and the method with Wiener model were chosen for the purpose of the comparison of linear and nonlinear control methods. These methods were applied to the simulation of the control of SISO system of two cylindrical tanks for liquids in series. There was no overshoot in the regulation process of both methods. The control time was shorter when the method with continuous linearization was used, but there was an undesired liquid level drop at the beginning of the regulation process, which was not present during the control with Wiener model method.

Simulations and their comparison suggest that methods based on linearized model of nonlinear system achieve better quality of the control for simple systems, but they are unsuitable for other systems because of the difficulty of calculations. The flexibility of the control system for controlling different type of processes and the fact that the control design procedure is not affected by difficulty of system structure are both significant advantages of methods based on the factorization of the control system.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] ČELIKOVSKÝ, Sergej. *Nelineární systémy*. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2006. ISBN 80-01-03435-6.
- [2] ŠEBEK, Michael. *Nelineární systémy a řízení*. 2012. Studijní materiál ČVUT.
- [3] DOSTÁL, Petr a Radek MATUŠŮ. *Stavová a algebraická teorie řízení*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2010. ISBN 978-80-7318-991-4.
- [4] DOSTÁL, Petr, Jiří VOJTĚŠEK a Vladimír BOBÁL. *Simulation of the 2DOF nonlinear adaptive control of a chemical reactor*. In: Proceeding of 25th European Conference on Modelling and Simulation. Krakow, Poland, June 7-10, 2011, pp. 494-499.
- [5] BÁNYÁSZ, C. a L. KEVICZKY. *A simple PID regulator applicable for a class of factorable nonlinear plants*. In: Proceeding of 2002 American Control Conference, Anchorage, Alaska, USA, 2002, s. 2354-2359.
- [6] BABÍK, Zdeněk. *Využití Hammersteinova a Wienerova modelu při diskretním adaptivním řízení nelineárních procesů*. Trilobit: odborný vědecký časopis. 2012, 2/2012. Dostupné z: http://trilobit.fai.utb.cz/vyuziti-hammersteinova-a-wienerova-modelu-pri-diskretnim-adaptivnim-rizeni-nelinearnich-procesu_079aeb04-15a5-45a1-9413-8cbcde4eb93c
- [7] BRÁZDIL, Michal. *Identifikace a řízení nelineárního systému pomocí Hammersteinova modelu*. Posterus: portál pre odborné publikovanie. 2011, roč. 4, č. 4. Dostupné z: <http://www.posterus.sk/?p=10422>
- [8] TAUFER, Ivan a Oldřich BRÁBEK. *Řízení linearizované soustavy popsané Hammersteinovým modelem*. In: Proceeding of XXVI. ASR '2001 Seminar, Instruments and Control, Ostrava, April 26 - 27, 2001. s. 72-80. Dostupné z: <http://akce.fs.vsb.cz/2001/asr2001/Proceedings/papers/72.pdf>
- [9] KUREČKOVÁ, Eva. *Vybrané metody řízení nelineárních systémů*. In: Sborník elektronických verzí prací STOČ 2013 [online]. 2013 [cit. 2013-05-23]. Dostupné z: http://www.stoc.fai.utb.cz/PDF/kureckova_eva.pdf
- [10] KRSTIC, M., I. KANELAKOPOULOS a P. V. KOKOTOVIC. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. New York: Wiley, 1995.
- [11] SLOTINE, J. J. E. a W. LI. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall. New Jersey: Englewood Cliff, 1991.

- [12]CORRIOU, J. P. *Process Control. Theory and Applications*. London: Springer-Verlag, 2004.
- [13]DOSTÁL, P., M. KUBALČÍK, V. BOBÁL a J. VOJTĚŠEK. *Nonlinear Adaptive Control of a Chemical Reactor*. In: Proceeding of 19th Mediterranean Conference on Control and Automation, Corfu, Greece. 2011, s. 600-605.
- [14]SASTRY, S. *Nonlinear Systems - Analysis, Stability and Control*. London: Springer-Verlag, 1999.
- [15]CHEN, Chyi-Tsong, CHUANG a HWANG. *A Simple Nonlinear Control Strategy for Chemical Processes*. In: Proceeding of 6th Asian Control Conference, Bali, Indonesia. s. 64-70.
- [16]ASTOLFI, A., D. KARAGIANNIS a R. ORTEGA. *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*. London: Springer-Verlag, 2008.
- [17]OGUNNAIKE, B. A. a W. H. RAY. *Process Dynamics, Modeling and Control*. New York: Oxford University Press, 1994.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

NSDS	Nelineární spojité dynamické systémy.
SISO	Systém s jedním vstupem a jedním výstupem.
MIMO	Systém s více vstupy a více výstupy.
SMIMO	MIMO systém se stejným počtem vstupů a výstupů.
1DOF, 2DOF	1 stupeň volnosti, 2 stupně volnosti.
SNP	Statická nelineární část.
DLP	Dynamická lineární část.
PID	Spojité regulátory složené z proporčních, integračních a derivačních částí.
CT ELM	Spojité externí lineární model.
CSTR	Průtočný chemický reaktor.

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1. Ljapunovská stabilita rovnovážného stavu [1]</i>	13
<i>Obr. 2. Porovnání linearizace v 1 bodě ve 2 bodech a ve více bodech</i>	22
<i>Obr. 3. Schéma konfigurace 1DOF [3]</i>	25
<i>Obr. 4. Hammersteinův model systému</i>	27
<i>Obr. 5. Wienerův model systému</i>	27
<i>Obr. 6. Schéma regulátoru [4]</i>	28
<i>Obr. 7. DLP v konfiguraci 2DOF [4]</i>	30
<i>Obr. 8. Grafické znázornění SISO systému válcových zásobníků na kapalinu</i>	34
<i>Obr. 9. Simulinkový model SISO zásobníků v sérii</i>	35
<i>Obr. 10. Grafické znázornění MIMO systému válcových zásobníků na kapalinu</i>	36
<i>Obr. 11. Simulinkový model MIMO zásobníků v sérii</i>	36
<i>Obr. 12. Schéma simulace v programu Simulink</i>	39
<i>Obr. 13. Průběh výšek hladin v nádržích</i>	40
<i>Obr. 14. Simulační schéma pro adaptační fázi řízení SISO zásobníků</i>	43
<i>Obr. 15. Průběhy výšek hladiny ve druhém zásobníku pro různé hodnoty α</i>	43
<i>Obr. 16. Simulační schéma řízení SISO zásobníku pomocí postupné linearizace</i>	44
<i>Obr. 17. Průběh parametrů regulátoru Q</i>	44
<i>Obr. 18. Průběh regulačního pochodu s postupnou linearizací</i>	44
<i>Obr. 19. Simulinkový model systému CSTR</i>	46
<i>Obr. 20. Simulinkové schéma pro získání statické charakteristiky</i>	47
<i>Obr. 21. Statická charakteristika systému CSTR</i>	47
<i>Obr. 22. Závislost $\psi = f(\gamma)$</i>	48
<i>Obr. 23. Invertovaná statická charakteristika a její aproximace</i>	49
<i>Obr. 24. Přechodové charakteristiky SNP+CSTR</i>	49
<i>Obr. 25. Systém řízení s Wienerovým modelem [4]</i>	51
<i>Obr. 26. Simulinkové schéma pro adaptační fázi řízení</i>	52
<i>Obr. 27. Schéma simulace řízení s Wienerovým modelem</i>	52
<i>Obr. 28. Průběh regulované a žádané odchylky teploty reakční směsi</i>	53
<i>Obr. 29. Průběh průtoku chlazení</i>	53
<i>Obr. 30. Simulinkové schéma pro získání statické charakteristiky</i>	54
<i>Obr. 31. Statická charakteristika systému SISO zásobníků</i>	55
<i>Obr. 32. Invertovaná statická charakteristika a její aproximace</i>	56

<i>Obr. 33. Přechodové charakteristiky SNP+SISO zásobníky</i>	<i>56</i>
<i>Obr. 34. Simulinkové schéma pro adaptační fázi řízení</i>	<i>57</i>
<i>Obr. 35. Schéma simulace řízení s Wienerovým modelem</i>	<i>58</i>
<i>Obr. 36. Průběh regulované a žádané odchylky výšky hladiny</i>	<i>58</i>
<i>Obr. 37. Průběh přítoku do prvního zásobníku</i>	<i>59</i>
<i>Obr. 38. Porovnání metod lineárního a nelineárního řízení</i>	<i>59</i>

SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 1. Hodnoty konstant, ustálených vstupů a počátečních podmínek</i>	46
---	----

SEZNAM PŘÍLOH

P I Software.

PŘÍLOHA P I: SOFTWARE

Součástí diplomové práce jsou přiložená simulační schéma a skripty vytvořené v programu Matlab R2008b. Složka *programy* obsahuje tři podsložky – *exaktni-linearizace*, *postupna_linearizace* a *Wieneruv_model*, který je rozdělený na další dvě podsložky *chem_reaktor* a *zasobniky*. V každé koncové složce se nachází model řízeného systému – *MIMO_zasobniky.mdl*, *SISO_zasobniky.mdl* a *chem_reaktor.mdl*, a skript s konstantami pro daný systém. Dále je v každé složce umístěno simulační schéma pro simulaci řízení systému a všechny potřebné skripty.

Pro metodu postupné linearizace a metodu s Wienerovým model jsou přiloženy simulační schémata a výpočetní skripty pro adaptační schéma řízení. Adaptační fáze metody s postupnou linearizací se skládá s výpočtu nastavení regulátoru skriptem *rizeni_postup_lin_adapt_faze_vypocet.m* a simulace řízení s tímto nastavením *rizeni_postup_lin_adaptacni_faze.mdl*. Při použití Wienerova modelu slouží adaptační fáze *rizeni_wm_ch_r_adapt_faze.mdl*, případně *rizeni_wm_zasobniky_adapt_faze.mdl* k získání parametrů systému SNP+řízené soustavy. Na základě získaných dat je vypočítáno počáteční nastavení regulátorů DLP pomocí skriptu *rizeni_wm_ch_r_adapt_DLP.m*, případně *rizeni_wm_zasobniky_adapt_DLP.m*.

Složky obsahující řízení s Wienerovým modelem dále obsahují i simulační schémata pro získání dat statické charakteristiky a modely systémů SNP+řízené soustavy pro simulaci přechodových charakteristik.