

Optimální umístění pólů pro návrh řízení SISO systémů

Optimal Pole Placement for SISO Systems Control Design

Bc. Petr Jakuba

Diplomová práce
2013

 Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: Bc. Petr JAKUBA
Osobní číslo: A11552
Studijní program: N3902 Inženýrská informatika
Studijní obor: Automatické řízení a informatika
Forma studia: kombinovaná

Téma práce: Optimální umístění pólů pro návrh řízení SISO systémů

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární řešení na dané téma.
2. Odvoďte vztahy pro výpočet parametrů 1DoF i 2DoF regulátorů metodou umístění pólů pro vybrané spojitě přenosy.
3. Navrhněte a v prostředí MATLAB/Simulink realizujte přehledné GUI, které umožní navrhnout 1DoF i 2DoF regulátor metodou umístění pólů pro vybrané přenosy a simulovat průběh řízení.
4. Póly bude možné zadat buď uživatelem nebo se budou optimalizovat vybranou numerickou metodou na základě uživatelem zvolených cílů řízení.
5. Na vybraném jednodušším případě proveďte přehledné srovnání výsledků numerické optimalizace pólů s jinou výpočtovou metodou.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **DOSTÁL, Petr; MATUŠŮ, Radek. Stavová a algebraická teorie řízení. Zlín: UTB ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, 2010. ISBN 978-80-7318-991-4.**
2. **BALÁTĚ, Jaroslav. Automatické řízení. Praha: BEN-technická literatura, 2003. ISBN 80-7300-020-2.**
3. **SKOGESTAD, Sigurd; POSTLETHWAITE, Ian. Multivariable Feedback Control: Analysis and Design. Chichester: Wiley, 2005. ISBN 0-470-01168-8.**
4. **BARTKO, Róbert. MATLAB II.: Optimalizácia. Praha: VŠCHT Praha, 2008. ISBN 978-80-7080-691-3.**
5. **ZAPLATÍLEK, Karel; DOŇAR, Bohuslav. MATLAB – tvorba uživatelských aplikací. Praha: BEN – Technická literatura, 2004. ISBN 80-7300-133-0.**
6. **THE MATHWORKS, Inc. Optimization Toolbox: User's Guide. 2012. MATLAB.**

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. František Gazdoš, Ph.D.

Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce:

24. února 2013

Termín odevzdání diplomové práce:

11. června 2013

Ve Zlíně dne 24. února 2013

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Obsah diplomové práce je zaměřen na návrh optimálního umístění pólů uzavřeného regulačního obvodu, který zajistí požadovanou kvalitu regulačního pochodu. V teoretické části je analyzována problematika několika numerických metod sloužících k hledání extrému funkce jako prostředku vedoucího k minimalizaci hodnot kritéria popisující kvalitu regulačního pochodu. V praktické části jsou tyto numerické metody reprezentovány funkcemi z Optimization toolboxu programu MATLAB a díky vytvořenému uživatelskému grafickému rozhraní můžeme snadno získat póly regulačního obvodu odpovídající vybranému kritériu kvality. Následně jsou vypočteny parametry zvolené struktury regulátoru a získané výsledky mohou být ověřeny pomocí simulace.

Klíčová slova: Návrh řízení, Optimální umístění pólů, 1DOF, 2DOF, optimalizace, jakost regulačního pochodu, MATLAB, GUI

ABSTRACT

The content of the thesis is aimed on a design of optimal pole placement closed loop control systems, which provides required control quality. There is analyzed a problem of several numerical methods served as looking for an extreme value of a function in the theoretical part of thesis. These numerical methods minimize values of evaluation criteria describing a control quality and they are represented by MATLAB Optimization toolbox functions in the practical part of the thesis. Thanks to graphic user interface what was made we can simply get control system poles corresponding with a selected quality criteria. Afterwards, there are calculated parameters of a selected control structure and all results can be verified by the simulation.

Keywords: Contro system design, Optimal pole placement, 1DOF, 2DOF, optimization, control quality, MATLAB, GUI

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu své diplomové práce doc. Ing. Františku Gazdošovi, Ph.D. za poskytnuté rady a velkou trpělivost při řešení práce. Taktéž bych rád poděkoval všem, kteří mi poskytli jakékoliv další rady či zázemí k realizaci mé práce.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

| | |
|------------------------------------------------------------------------|-----------|
| ÚVOD | 9 |
| I TEORETICKÁ ČÁST | 10 |
| 1 ZÁKLADNÍ POJMY | 11 |
| 1.1 POJEM SYSTÉM | 11 |
| 1.2 KLASIFIKACE SYSTÉMU | 11 |
| 1.3 POPIS SYSTÉMU | 12 |
| 2 POLYNOMIÁLNÍ METODY SYNTÉZY JEDNOROZMĚROVÝCH SYSTÉMŮ | 14 |
| 2.1 OBECNÉ POŽADAVKY NA SYNTÉZU REGULAČNÍHO SYSTÉMU | 14 |
| 2.2 POLYNOMIÁLNÍ METODA V SYNTÉZE REGULAČNÍHO SYSTÉMU..... | 15 |
| 2.3 1DOF KONFIGURACE SYSTÉMU ŘÍZENÍ..... | 16 |
| 2.4 2DOF KONFIGURACE SYSTÉMU ŘÍZENÍ..... | 19 |
| 2.5 METODA PŘÍŘAZENÍ PÓLŮ | 21 |
| 2.6 PARAMETRIZACE STABILIZUJÍCÍCH REGULÁTORŮ..... | 23 |
| 3 OPTIMÁLNÍ ŘÍZENÍ REGULAČNÍHO POCHODU | 25 |
| 3.1 KRITÉRIA HODNOTÍCÍ PRŮBĚH ŘÍZENÉHO VÝSTUPU | 25 |
| 3.1.1 Kritérium trvalé regulační odchylky | 25 |
| 3.1.2 Kritérium maximálního přeregulování..... | 27 |
| 3.1.3 Kritérium doby regulace | 27 |
| 3.1.4 Kritérium tlumení regulačního pochodu | 28 |
| 3.2 INTEGRÁLNÍ KRITÉRIA KVALITY REGULAČNÍHO POCHODU | 29 |
| 3.2.1 Lineární integrální kritérium | 29 |
| 3.2.2 Kvadratické integrální kritérium | 31 |
| 3.2.3 ITAE integrální kritérium | 32 |
| 3.2.4 Další integrální kritéria | 33 |
| 4 OPTIMALIZACE | 34 |
| 4.1 ZÁKLADNÍ POJMY | 34 |
| 4.1.1 Nutné podmínky prvního řádu pro minimum funkce..... | 34 |
| 4.1.2 Nutné podmínky druhého řádu pro minimum funkce..... | 35 |
| 4.1.3 Postačující podmínky pro minimum funkce | 36 |
| 4.1.4 Konvexní funkce | 36 |
| 4.2 NEWTONOVA METODA | 37 |
| 4.3 NELDER-MEAD METODA | 39 |
| 4.4 SEKVENČNÍ KVADRATICKÉ PROGRAMOVÁNÍ | 41 |
| II PRAKTICKÁ ČÁST | 44 |
| 5 PRAKTICKÁ UKÁZKA NÁVRHU REGULÁTORŮ POLYNOMIÁLNÍ METODOU | 45 |

| | | |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 5.1 | NÁVRH REGULÁTORU METODOU 1DOF | 45 |
| 5.2 | NÁVRH REGULÁTORU METODOU 2DOF | 47 |
| 5.3 | UMÍSTĚNÍ PÓLŮ PŘENOSU SYSTÉMU | 51 |
| 5.4 | NAVRŽENÉ REGULÁTORY PRO VYBRANÉ SOUSTAVY | 51 |
| 6 | POUŽITÁ KRITÉRIA KVALITY REGULAČNÍHO POCHODU | 53 |
| 6.1 | INTEGRÁLNÍ KRITÉRIA | 53 |
| 6.2 | KRITÉRIA HODNOTÍCÍ PRŮBĚH ŘÍZENÉHO VÝSTUPU | 54 |
| 7 | PROGRAMOVÉ VYBAVENÍ OPTIMALPP | 55 |
| 7.1 | MATLAB | 55 |
| 7.2 | OPTIMALPP | 55 |
| 7.3 | OPTIMIZATION TOOLBOX MATLAB | 60 |
| 7.3.1 | Fminunc | 60 |
| 7.3.2 | Fminsearch | 61 |
| 7.3.3 | Fminimax | 62 |
| 8 | PRAKTICKÁ UKÁZKA NUMERICKÉ OPTIMALIZACE PÓLŮ | 64 |
| 8.1 | VYUŽITÍ NUMERICKÝCH METOD PRO NÁVRH 1DOF REGULÁTORU | 64 |
| 8.1.1 | Závislost na změně kritéria kvality regulačního pochodu u proporcionální soustavy | 64 |
| 8.1.2 | Závislost na změně kritéria kvality regulačního pochodu u integrační soustavy | 65 |
| 8.1.3 | Závislost na změně výchozích odhadů pólů u proporcionální soustavy | 66 |
| 8.1.4 | Závislost na změně výchozích odhadů pólů u integrační soustavy | 68 |
| 8.2 | VYUŽITÍ NUMERICKÝCH METOD PRO NÁVRH 2DOF REGULÁTORU | 69 |
| 8.2.1 | Závislost na změně kritéria kvality regulačního pochodu u proporcionální soustavy | 69 |
| 8.2.2 | Závislost na změně kritéria kvality regulačního pochodu u integrační soustavy | 71 |
| 8.2.3 | Závislost na změně výchozích odhadů pólů u proporcionální soustavy | 72 |
| 8.2.4 | Závislost na změně výchozích odhadů pólů u integrační soustavy | 74 |
| 8.2.5 | Závislost na změně váhového koeficientu φ u proporcionální soustavy | 75 |
| 8.3 | UKÁZKA MINIMALIZACE KRITÉRIA KVALITY REGULAČNÍHO POCHODU | 77 |
| | ZÁVĚR..... | 80 |
| | ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ | 82 |
| | SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY | 83 |
| | SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK | 84 |
| | SEZNAM OBRÁZKŮ | 86 |
| | SEZNAM TABULEK..... | 87 |
| | SEZNAM PŘÍLOH..... | 88 |

ÚVOD

Úlohy optimalizace, jako formulace technických problémů kde je naším cílem nalézt nejlepší variantu z dané množiny, byly původně tématem matematické analýzy reagující na podněty přicházející z různých oborů lidského života. Teprve rozvoj počítačů po roce 1950 umožňuje vývoj účinných výpočetních postupů na rozdíl od dříve využívaného řešení na obecné úrovni z důvodu velkého počtu proměnných a omezujících podmínek.

V posledních několika desetiletích jsme zaznamenali prudký rozvoj technologií a bylo nutné se přesunout z řešení matematických úloh typu lineární rovnice na úlohy systému nelineárních parciálních diferenciálních rovnic či nerovnic. Získané výsledky však ukazují, že správně formulované matematické rovnice popisující reálný model, napomáhají rozvoji stále nových numerických metod a algoritmů. Tyto nové numerické techniky nalézají své uplatnění teprve s rozvojem počítačů.

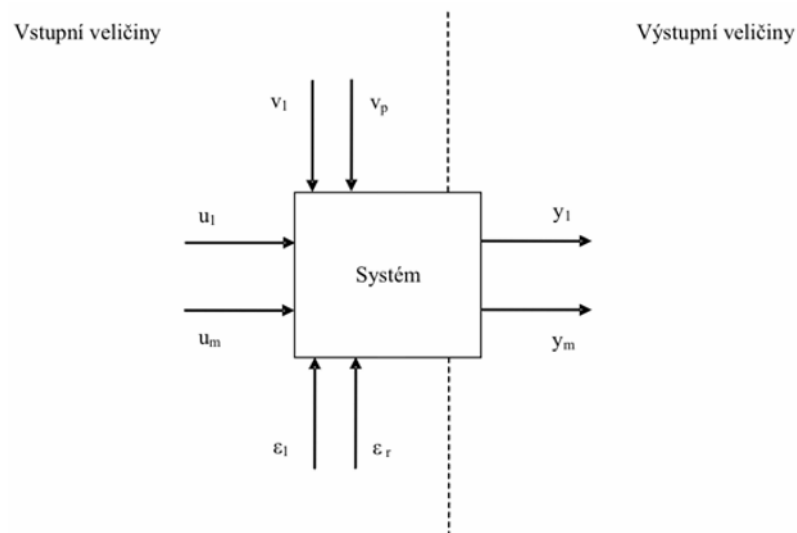
V dnešní době je optimalizace nedílnou součástí jakéhokoliv dalšího rozvoje a její aplikace na matematické modely reálných soustav ať už z oblasti automatického řízení či jiného oboru umožňuje nejen získání možných řešení ale dokonce toho jednoho nejlepšího pro daný záměr, což je nezbytné z důvodu neustále se zvyšujících nároků na vyvíjené produkty. Součástí procesu snižování ekonomických nákladů při modernizaci jsou simulace a modelování, neboť výrazně zkracují čas mezi návrhem a výrobou, taktéž mohou zamezit vzniku havárie při experimentování na reálné soustavě. Nespornou výhodou matematických modelů je fakt, že se jedná o nehmotnou věc a neomezují nás v práci například povětrnostní podmínky či zeměpisná poloha. Optimalizace není potřebná pouze při návrhu, mnohdy hraje velkou roli i v samotném výrobním procesu a měla by mít za cíl propojit co nejvíce různých faktorů v komplexní celek a dosáhnout co nejvyšší efektivity. Automatické řízení není výjimkou. Využívá matematického modelu popisujícího řízenou soustavu, kterou máme na základě nějakého kritéria řídit tak, aby bylo dosaženo požadovaných cílů. Musíme tedy zvolit optimální metodu řízení této soustavy, navrhnout parametry regulátoru a v ideálním případě simulovat průběh regulačního pochodu. Získané výsledky vyhodnotíme a můžeme přistoupit k práci s reálnou soustavou. Pravděpodobně jediná cesta vedoucí k úspěchu v dnešní době, nejen v automatizaci, je použití matematického modelu kombinovaného s metodami optimalizace v závislosti na požadovaném výsledku a to vše realizováno pomocí výpočetní techniky.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 ZÁKLADNÍ POJMY

1.1 Pojem systém

Pojmem systém obecně rozumíme soubor prvků, sdružený vzájemnými vazbami do smysluplného celku, jenž je určitým způsobem vázán ke svému okolí. Prvky systému jsou spojeny účelově, přičemž toto spojení nazýváme struktura systému a zahrnuje jak způsob uspořádání vzájemných vazeb mezi prvky systému, tak i samotné chování těchto prvků. Systém je taktéž charakterizován svým chováním vzhledem k podnětům svého okolí, které působí na jeho vstup a vytváří adekvátní odezvy objevující se na jeho výstupu. Obecně můžeme říci, že určité struktury systému odpovídá jednoznačně určité chování.[2]



Obr. 1.1 - Pojem systému[5]

Jak vidíme na obrázku (Obr. 1.1) vstupní veličiny systému dělíme na akční, tedy ty které můžeme vědomě ovlivňovat a na měřitelné a neměřitelné poruchy. Výstupní veličiny systému se taktéž dělí na měřitelné a neměřitelné. [5]

u_1, u_m – akční veličiny, v_1, v_p – měřitelné poruchy, $\varepsilon_l, \varepsilon_r$ – neměřitelné poruchy, y_1, y_m – měřitelné i neměřitelné výstupní veličiny systému

1.2 Klasifikace systému

Z hlediska relací klasifikujeme systémy následovně dle tabulky (Tab. 1 – Klasifikace systémů)

Tab. 1 – Klasifikace systémů

| | |
|-----------------|---------------|
| Statický | Dynamický |
| Deterministický | Stochastický |
| Lineární | Nelineární |
| T-variantní | T-invariantní |
| Jednorozměrný | Vícerozměrný |

[5]

Z hlediska charakteru dělíme systémy na abstraktní a hmotné. Za hmotné systémy považujeme všechny takové, jejichž prvky i vazby jsou fyzikálně měřitelné, ostatní považujeme za abstraktní. Dále můžeme dělit systémy podle způsobu jejich vzniku a to tak, že ty které byly vytvořeny duševní a fyzickou prací člověka nazýváme systémy umělé, ostatní považujeme za systémy přirozené. Dalším důležitým faktorem při třídění systémů je zpracování vstupní informace, to může být prováděno hydraulicky, mechanicky, elektronicky apod. Hledisek jak třídit systémy je nepřeborné množství, vždy záleží za jakým účelem toto třídění provádíme. [2]

1.3 Popis systému

Známe několik způsobů jak popsat statické a dynamické vlastnosti systému a můžeme je rozdělit na dvě skupiny, přičemž ta první se zabývá vnějším popisem a popisuje relace mezi jeho vstupem a výstupem. Při tomto popisu není nutné znát vnitřní strukturu systému, analyzujeme jeho reakce na vstupní signály. Mezi způsoby vnějšího popisu systému patří například lineární diferenciální rovnice systému, přenosová funkce, rozložení pólů a nul systému v komplexní rovině, přechodová funkce a přechodová charakteristika, frekvenční charakteristika v komplexní rovině, amplitudová a fázová charakteristika v logaritmických souřadnicích.[2]

Vnitřním popisem chování dynamického systému v časové oblasti se zabývá druhá skupina a tento popis vede na stavový model systému. Vzhledem k tomu, že skutečné systémy obsahují prvky kumulující energii jako jsou například setrvačné hmotnosti, indukčnosti, kapacity apod. je dynamika systému převážně způsobena závislostí okamžitého stavu systému na stavech předcházejících. V diskrétním systému je dynamika realizována zpožděním. Vnitřní popis umožňuje získat všechny dílčí stavy systému,

přičemž pro jednorozměrný lineární systém jsou jeho vlastnosti nejčastěji popsány diferenciálními rovnicemi nebo přenosy. [2]

2 POLYNOMIÁLNÍ METODY SYNTÉZY JEDNOROZMĚROVÝCH SYSTÉMŮ

2.1 Obecné požadavky na syntézu regulačního systému

Syntézou regulačního obvodu rozumíme stanovení struktury a parametrů regulačního obvodu za účelem splnění požadavků, které jsou kladeny na regulační pochod. Metoda návrhu regulačního obvodu spočívá v přímé extrapolaci nebo interpolaci z již známých řešení. Požadavky na regulační obvod vychází z provozních podmínek jako jsou například rozměry a hmotnost zařízení, cena provedení, pracovní prostředí, požadavky na typizaci s ohledem na jednoduchost údržby zařízení, požadavky na režim provozu a další. [2]

Důležitým faktorem při návrhu regulačního obvodu je dokázat správně převést požadavky projektanta či technologa na matematický model splňující všechna kritéria a cíle regulačního pochodu. Rozlišujeme dva výchozí krajní předpoklady pro syntézu regulačního obvodu. V prvním předpokladu můžeme libovolně volit strukturu a parametry regulačního obvodu v závislosti na fyzikální realizovatelnosti. Obvykle se jedná o nový návrh technologického zařízení. Ve druhém předpokladu je naopak plně zadána struktura regulátoru a některé parametry regulačního obvodu, zde se jedná o průmyslovou aplikaci regulace. V praxi se samozřejmě vyskytuje spousta případů které leží mezi těmito dvěma krajními předpoklady, jako příklad si můžeme uvést servomechanismy, u kterých vstupním signálem je řídicí veličina a výstupem poloha či rychlost, jenž by měla přesně sledovat vstupní signál.[2]

Optimalizaci přenosu regulátoru k dané soustavě ovlivňujeme především volbou struktury regulátoru a nastavením hodnot jednotlivých konstant přenosu regulátoru, kde naším cílem je dosažení předepsané přesnosti regulace v ustáleném stavu a jakosti regulačního pochodu.[2]

Při syntéze regulačního obvodu potřebujeme znát vlastnosti regulované soustavy, předpokládaný průběh žádané hodnoty, poruchových veličin, omezení akčních veličin, provozní podmínky a požadavky na jakost regulace. **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**

U jednorozměrných regulačních obvodů po volbě struktury regulátoru pokračujeme návrhem správného zesílení a časových konstant regulátoru. Tuto část nazýváme optimální seřazení regulátoru.[2]

Obecným požadavkem syntézy regulačního obvodu je co nejkratší doba regulace a dosažení co nejmenšího překmitu. Optimální seřízení je obvykle kompromisem mezi těmito dvěma protichůdnými požadavky. V závislosti na specifických vlastnostech některých regulovaných soustav klademe důraz na průběh regulačního pochodu například minimalizací regulační odchylky či minimalizací doby regulace.[2]

2.2 Polynomiální metoda v syntéze regulačního systému

Polynomiální metoda je založena na racionálních přenosech lineárních systémů, které chápe jako podíly dvou polynomů. Návrh regulátoru tedy spočívá v řešení polynomiálních rovnic, kde výsledné vztahy jsou výhodně použitelné například při programování či jako součást adaptivního řízení. [1]

Konvenční metody syntézy jsou obvykle založeny na volbě konkrétního typu regulátoru a následném výpočtu jeho parametrů podle předem daných pravidel a vztahů. Při použití polynomiální metody návrhu regulátoru však určujeme i jeho strukturu, což nám umožňuje relativně snadnější návrh vhodného regulátoru pro obtížněji říditelné systémy mezi které například jsou nestabilní, neminimálně fázové či s dopravním zpožděním. [1]

Návrh regulátoru pomocí polynomiální metody je závislý na několika základních požadavcích systému řízení. Mezi tyto požadavky patří

- Stabilita systému řízení.
- Vnitřní ryzost systému řízení (přenosy všech prvků systému musí být ryzí, neboť tato metoda poskytuje pouze fyzikálně realizovatelné regulátory).
- Asymptotické sledování žádané hodnoty výstupu.
- Úplná kompenzace poruchy vstupující do systému řízení.
- Požadovaná kvalita regulačního pochodu.

[1]

Stabilizace regulačního obvodu může být realizována i nestabilním regulátorem, což je z praktického pohledu diskutabilní. Proto může být vyžadováno i zajištění stability regulátoru, což je formulováno jako požadavek silné stability.

Uvažujme přenosy jednotlivých prvků v regulačním obvodu jako podíly polynomů, tedy přenos akční veličiny má tvar

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (2.1.)$$

kde $b(s)$ a $a(s)$ představují polynomy v s . Předpokládejme že polynomy b a a jsou nesoudělné a splňují podmínku ryzosti přenosu

$$\deg b(s) \leq \deg a(s) \quad (2.2.)$$

Přenos poruchy v řízeném systému má tvar

$$G(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{c(s)}{a(s)} \quad (2.3.)$$

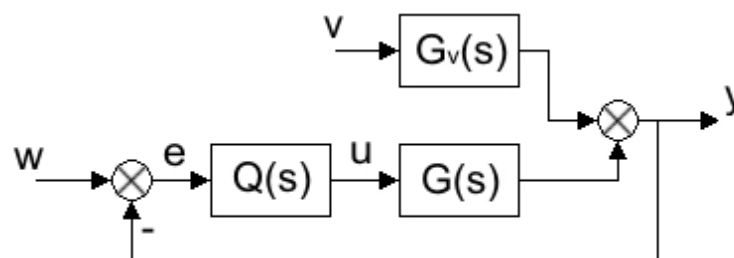
kde $c(s)$ a $a(s)$ představují nesoudělné polynomy v s

$$\deg c(s) \leq \deg a(s) \quad (2.4.)$$

Tyto předpoklady jsou platné i v dalších částech práce.[1]

2.3 1DOF konfigurace systému řízení

Označení 1DOF vzniklo z anglického one degree of freedom, v překladu jeden stupeň volnosti. Tato klasická konfigurace se zpětnovazebním regulátorem je na obrázku (Obr. 2.1).



Obr. 2.1 – 1DOF konfigurace systému řízení

$G(s)$, $G_v(s)$ – systém s odpovídajícími přenosy, $Q(s)$ – zpětnovazební regulátor, y – řízený výstup (výstupní veličina), u – akční veličina, w – referenční signál (žádaná hodnota), e – regulační odchylka, v – porucha vstupující do řízeného systému

Přenos regulátoru v řízeném systému má obecně tvar

$$Q(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (2.5.)$$

kde $q(s)$ a $p(s)$ představují nesoudělné polynomy v s

$$\deg q(s) \leq \deg p(s) \quad (2.6.)$$

Obraz referenčního signálu má tvar

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} \quad (2.7.)$$

Obraz poruchy má tvar

$$V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (2.8.)$$

Pro obrazy řízeného výstupu a akčního vstupu platí

$$Y(s) = G(s)U(s) + G_v(s)V(s) = \frac{b(s)}{a(s)}U(s) + \frac{c(s)}{a(s)}V(s) \quad (2.9.)$$

$$U(s) = Q(s)E(s) = Q(s)[W(s) - Y(s)] = \frac{q(s)}{p(s)}[W(s) - Y(s)] \quad (2.10.)$$

Po úpravách rovnic (2.9.) a (2.10.) získáme základní vztahy pro signály v regulačním obvodu. V zájmu zkrácení zápisu bude v některých dalších vztazích argument s u polynomů vynechán a bude zachován pouze u obrazů signálů. [1]

Obraz výstupní veličiny má tvar

$$Y(s) = \frac{1}{d} [bqW(s) + cpV(s)] \quad (2.11.)$$

Obraz regulační odchylky má tvar

$$E(s) = \frac{p}{d} [aW(s) - cV(s)] \quad (2.12.)$$

Obraz akční veličiny má tvar

$$U(s) = \frac{q}{d} [aW(s) - cV(s)] \quad (2.13.)$$

kde d představuje charakteristický polynom uzavřeného regulačního obvodu definovaný jako

$$d = ap + bq \quad (2.14.)$$

Systém řízení je stabilní, pokud polynomy a a p v přenosu zpětnovazebního regulátoru jsou řešenými polynomiální rovnice, takže podmínka vnitřní stability uzavřeného regulačního obvodu má tvar

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (2.15.)$$

Jelikož $d(s)$ je stabilní polynom, je zajištěna stabilita řízení.[1]

Dosazením do obrazu regulační odchylky dostaneme vztah

$$E(s) = \frac{p}{d} \left[a \frac{h_w}{f_w} - c \frac{h_v}{f_v} \right] \quad (2.16.)$$

Regulační odchylka musí být nulová, aby byly splněny požadavky asymptotického sledování a kompenzace poruchy, tudíž

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (2.17.)$$

použitím Laplaceovy transformace získáme vztah

$$\lim_{s \rightarrow 0} [sE(s)] = 0 \quad (2.18.)$$

Tato podmínka bude splněna za předpokladu že se podaří eliminovat oba jmenovatele f_w a f_v z obrazu regulační odchylky (2.16). Jestliže bude existovat polynom f jako nejmenší násobek f_w a f_v a pro polynom p bude platit

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s) \quad (2.19.)$$

dojde tedy k jejich úplné eliminaci. Ve výjimečných případech se setkáme s tím, že není nutná eliminace obou členů f_w a f_v . [1]

Dosazením nyní získáme polynomiální rovnici ve tvaru

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (2.20.)$$

Úvahou o řešitelnosti polynomiálních rovnic metodou neurčitých koeficientů získáme vztahy pro výpočet stupňů polynomů

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 \quad (2.21.)$$

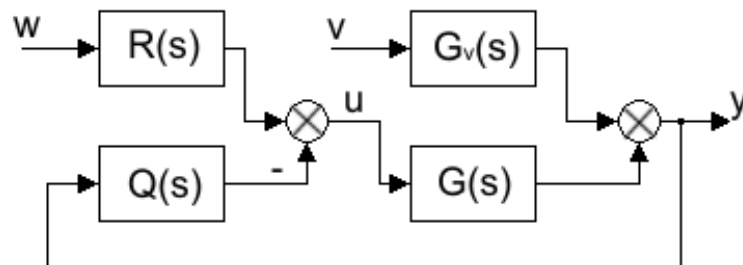
$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 \quad (2.22.)$$

$$\deg d \geq 2 \deg a + \deg f - 1 \quad (2.23.)$$

Tyto odvozené vztahy umožňují rychlé určení struktury regulátoru a sestavení polynomiální rovnice pro daný přenos řízeného signálu a definované vstupní signály.[1]

2.4 2DOF konfigurace systému řízení

Označení 2DOF vzniklo z anglického two degrees of freedom, v překladu dva stupně volnosti. Regulátor v tomto případě obsahuje nejen zpětnovazební ale také přímovazební část, jak je možno vidět na obrázku (Obr. 2.2 – 2DOF konfigurace systému řízení).



Obr. 2.2 – 2DOF konfigurace systému řízení

Přenosy obou částí regulátoru jsou ve tvaru podílu nesoudělných polynomů q , p a r , p

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)}, R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} \quad (2.24.)$$

Obraz řízeného výstupu má tvar

$$Y(s) = G(s)U(s) + G_v(s)V(s) = \frac{b(s)}{a(s)}U(s) + \frac{c(s)}{a(s)}V(s) \quad (2.25.)$$

Obraz akčního vstupu má tvar

$$U(s) = R(s)W(s) - Q(s)Y(s) = \frac{r(s)}{p(s)}W(s) - \frac{q(s)}{p(s)}Y(s) \quad (2.26.)$$

Základní signály v regulačním obvodu mají tvar

$$Y(s) = \frac{1}{d} [brW(s) + cpV(s)] \quad (2.27.)$$

$$E(s) = \frac{1}{d} [(d - br)W(s) - cpV(s)] \quad (2.28.)$$

$$U(s) = \frac{1}{d} [arW(s) - cqV(s)] \quad (2.29.)$$

stabilita je zajištěna zpětnovazební částí regulátoru s polynomy přenosu danými řešením polynomiální rovnice (2.14.). [1]

Dosažením do obrazu regulační odchyvky dostaneme vztah

$$E(s) = \frac{1}{d} \left[(d - br) \frac{h_w}{f_w} - cp \frac{h_v}{f_v} \right] \quad (2.30.)$$

Postačující podmínkou pro úplnou kompenzaci poruchy je, aby polynom f_v dělil polynom p , takže polynom p musí být ve tvaru

$$p(s) = f_v(s) \tilde{p}(s) \quad (2.31.)$$

Postačující podmínkou asymptotického sledování je, aby polynom f_w dělil polynom $d-br$, tedy $d-br$ musí být součinem nějakého polynomu t a polynomu f_w

$$d - br = t f_w \quad (2.32.)$$

Výsledný regulátor získáme řešením těchto dvou polynomiálních rovnic

$$a(s) f_v(s) \tilde{p}(s) + b(s) q(s) = d(s) \quad (2.33.)$$

$$t(s) f_w(s) + b(s) r(s) = d(s) \quad (2.34.)$$

Neznámé stupně polynomů odvodíme podobně jako v předchozím případě.

$$\deg q = \deg a + \deg f_v - 1 \quad (2.35.)$$

$$\deg r = \deg f_w - 1 \quad (2.36.)$$

Pro určení čísla k použijeme následující podmínku ryzosti

$$\deg r(s) \leq \deg p(s) \quad (2.37.)$$

tedy číslo k může být pouze nulové nebo kladné. Pro volbu k si určíme k_0 podle následujícího vztahu

$$k_0 = \deg f_w - \deg f_v - \deg a \quad (2.38.)$$

a pro k platí

$$\begin{aligned} k &\geq 0 & \text{pro } k_0 &\leq 0 \\ k &\geq k_0 & \text{pro } k_0 &> 0 \end{aligned} \quad (2.39.)$$

Přičemž rovnost pro nestriktně ryzí, ostrá nerovnost pro striktně ryzí regulátor. [1]

Zbylé vztahy pro výpočet stupně polynomů jsou tyto

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 + k \quad (2.40.)$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f_v - 1 + k \quad (2.41.)$$

$$\deg t = 2 \deg a + \deg f_v - \deg f_w - 1 + k \quad (2.42.)$$

Jestliže referenčním signálem je skok, je v čitateli přenosu přímovazební části regulátoru ve 2DOF konfiguraci pouze konstanta.

Jestliže jmenovatel přenosu poruchy obsahuje člen s^k , kde $k=1,2,\dots$, je prostý člen polynomu r roven prostému členu polynomu p , přičemž $r_0=q_0=d_0$ a v tomto případě nemusí být druhá polynomiální rovnice vůbec řešena.

Pokud do systému řízení nevstupuje porucha nebo je pouze náhodného charakteru, položíme $f_v=1$. [1]

2.5 Metoda přiřazení pólů

Nutnou podmínkou při řešení stability systémů řízení je v předchozích dvou konfiguracích, aby polynomy v přenosech regulátorů byly výsledkem řešení polynomiálních rovnic se stabilním polynomem na pravé straně. Je známo, že kvalita řízení je dána rozložením pólů přenosu uzavřeného regulačního obvodu. Tyto póly jsou kořeny stabilního polynomu d na pravé straně polynomiálních rovnic, ze kterých jsou počítány polynomy v přenosech regulátorů. [1]

Obecně můžeme polynom d zapsat takto

$$d(s) = \prod_{i=1}^{\deg d} (s - s_i) \quad (2.43.)$$

kde $s_i = \alpha_i + j\beta_i$. Polynom d je stabilní pokud reálné složky kořenů jsou záporné. Platí tedy

$$\operatorname{Re}[s_i] = \alpha_i < 0 \quad \text{pro } i = 1, \dots, \operatorname{deg} d \quad (2.44.)$$

Při volbě reálných pólů je imaginární složka β nulová, což má za následek aperiodický regulační pochod. V případě že by se mezi zvolenými póly vyskytovaly dvojice pólů komplexně sdružené, bude výsledný pochod kmitavý. Rychlost regulačního pochodu je dána vzdáleností reálných složek pólů od nuly, čím budou vzdálenější v záporném smyslu, tím bude regulační pochod rychlejší s většími nároky na akční zásah. Póly mohou být voleny i vícenásobné.[1]

Volba pólů, mají-li být různé a má-li být dosaženo předepsané kvality regulačního pochodu, není jednoduchá. Naopak volbou jednoho mnohonásobného pólu získáme jednodušší výpočty, avšak za cenu toho, že výsledný regulační pochod je na mezi aperiodicity. Existují ovšem metody, které vedou ke zjednodušení výpočtových vztahů a taktéž dosažení kvalitního průběhu řízení. Pokud část pólů uzavřeného regulačního obvodu souvisí s parametry přenosu řízeného systému, mohou být parametry regulátoru nastavovány pomocí jediného volitelného parametru.[1]

Polynom d pro stabilní a nekmitavé systémy můžeme volit ve tvaru

$$d(s) = a(s)(s + \alpha)^{\operatorname{deg} d - \operatorname{deg} a} \quad (2.45.)$$

Polynom d pro nestabilní a nekmitavé systémy můžeme volit ve tvaru

$$d(s) = n(s)(s + \alpha)^{\operatorname{deg} d - \operatorname{deg} a} \quad (2.46.)$$

polynom a je zde nestabilní a naopak polynom n je stabilní, který získáme spektrální faktorizací

$$a^*(s)a(s) = n^*(s)n(s) \quad (2.47.)$$

kde $a^*(s)$, $n^*(s)$ jsou konjugované polynomy a platí pro ně

$$\begin{aligned} a^*(s) &= a(-s) \\ n^*(s) &= n(-s) \end{aligned} \quad (2.48.)$$

Konjugovaný polynom získáme z polynomu tak, že u koeficientů při lichých mocninách s změnímme znaménka a při sudých znaménka ponecháme. Následný součin konjugovaného a původního polynomu obsahuje pouze sudé mocniny s . Stupeň polynomu n volíme následovně

$$\deg n = \deg a \quad (2.49.)$$

Při volbách (2.45.) a (2.46.) mohou být parametr regulátoru nastavovány pomocí jednoho volitelného kladného parametru a . [1]

Pro všechny typy systémů a jestliže referenčním signálem i poruchou jsou skokové funkce, můžeme polynom d volit následovně

$$d(s) = g(s)m(s) \quad (2.50.)$$

přičemž g je vždy stabilní polynom získaný spektrální faktorizací

$$[sa(s)]^* \varphi sa(s) + b^*(s)b(s) = g^*(s)g(s) \quad (2.51.)$$

kde φ je volitelný koeficient. Spektrální faktorizace je známá z teorie lineárního kvadratického řízení, kde je použita při minimalizaci kvadratického funkcionálu

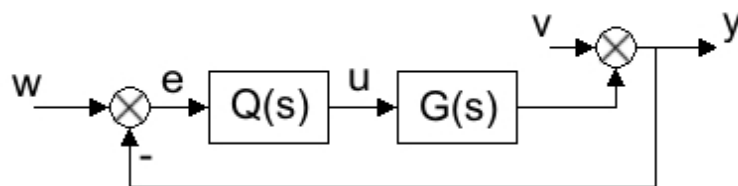
$$J = \int_0^{\infty} [e^2(t) + \varphi u^2(t)] dt \quad (2.52.)$$

Všechny volby typu (2.50.) vedou k regulátorům, jejichž parametry mohou být nastavovány jedním volitelným parametrem φ . [1]

Polynom $m(s)$ v rovnici (2.50.) může být volen pro stabilní a nekmitavý systém $m(s)=a(s)$, pro nestabilní systém $m(s)=n(s)$, kde polynom $n(s)$ je dán spektrální faktorizací v rovnici (2.47.). [1]

2.6 Parametrizace stabilizujících regulátorů

Nazývá se také jako metoda Youla-Kučerovy parametrizace stabilizujících regulátorů. Vycházíme z představy zpětnovazebního řízení na obrázku (Obr. 2.3 – Zpětnovazební systém řízení [1]).



Obr. 2.3 – Zpětnovazební systém řízení [1]

Přenos řízeného systému je dán vztahem

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (2.53.)$$

Přenos zpětnovazebního regulátoru je dán vztahem

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (2.54.)$$

Obraz výstupu získáme jednoduchými úpravami

$$Y(s) = \frac{1}{1 + G(s)R(s)}V(s) + \frac{G(s)R(s)}{1 + G(s)R(s)}W(s) = G_{vy}(s)V(s) + G_{wy}(s)W(s) \quad (2.55.)$$

přičemž $G_{vy}(s)$ je citlivostní funkce a $G_{wy}(s)$ je komplementární citlivostní funkce.[1]

Jestliže nyní do nich dosadíme za G a Q přenosy, získáme

$$G_{vy} = a \frac{p}{ap + bq} = aX, G_{wy} = b \frac{q}{ap + bq} = bY \quad (2.56.)$$

Za předpokladu že Q má stabilizovat řízení, musí být X a Y stabilní racionální funkce, které jsou řešením rovnice stability

$$aX + bY = 1 \quad (2.57.)$$

Řešení můžeme hledat i v parametrickém tvaru

$$\begin{aligned} X &= x + bT \\ Y &= y - aT \end{aligned} \quad (2.58.)$$

kde x a y jsou polynomy splňující Bézoutovu rovnici

$$ax + by = 1 \quad (2.59.)$$

a T je volný parametr z okruhu stabilních racionálních funkcí. Množina stabilizujících regulátorů odpovídá tedy vztahu

$$Q = \frac{y - aT}{x + bT} \quad (2.60.)$$

Takto získaný regulátor je pouze stabilizující. Jakékoliv další požadavky na systém řízení, jako jsou vnitřní ryzost, asymptotické sledování žádané hodnoty, úplná eliminace poruchy či předepsaná kvalita řízení zužují třídu přípustných regulátorů a vedou zpravidla k jedinému řešení.[1]

3 OPTIMÁLNÍ ŘÍZENÍ REGULAČNÍHO POCHODU

Úlohu regulace můžeme rozdělit z hlediska přítomnosti náhodných poruch a chyb měření a kritérií posuzování jejich funkce do dvou krajních skupin.

První skupinu tvoří náhodné chyby měření regulované veličiny a neměřené náhodné poruchy, které jsou vzhledem ke změnám žádané hodnoty nevýznamné či zanedbatelné, jelikož funkce regulačního obvodu se posuzuje podle tvaru odezvy na skok žádané hodnoty nebo poruchy.

Druhou skupinu tvoří náhodné změny neměřené poruchy, případně chyby měření regulované veličiny jsou dominantní vzhledem ke skokovým změnám žádané hodnoty nebo poruchy. V tomto případě se funkce regulace posuzuje podle schopnosti regulačního obvodu tyto nahodilosti kompenzovat.[7]

V případě že požadujeme aby průběh výstupní veličiny při řízení měl určitý charakter, nevystačíme si pouze s nutnou podmínkou, kterou je stabilita regulačního obvodu. Je nutné použít některé z kritérií kvality, přičemž obvykle výběr tohoto kritéria souvisí do značné míry s typem řízeného procesu.[6]

V současnosti je formulováno několik kritérií pro přechodový děj uzavřeného regulačního obvodu. Patří mezi ně například přeregulování, regulační odchylka v ustáleném stavu, časová konstanta náběhu a komplexní kritérium velikosti regulačních ploch. Pro funkci regulačních obvodů s náhodnou poruchou je vhodným kritériem rozptyl nebo směrodatná odchylka regulované veličiny od žádané hodnoty, toto kritérium nazýváme kvadratické.[7]

Každé řízení je ve skutečnosti realizováno v konečném čase, teoreticky ovšem probíhá na nekonečném časovém horizontu a některá kritéria jsou právě založena na tomto předpokladu.[6]

3.1 Kritéria hodnotící průběh řízeného výstupu

3.1.1 Kritérium trvalé regulační odchylky

Podle tohoto kritéria nehodnotíme průběh řízeného výstupu ale zkoumáme jeho asymptotické vlastnosti. Jelikož závěry ke kterým dospějeme jsou platné jak při sledování

referenčního signálu tak při kompenzaci poruchy, budeme uvažovat případ kdy dochází ke skokové změně žádané hodnoty výstupu a změnu poruchy budeme považovat za nulovou.

Trvalá regulační odchylka je tedy definována takto

$$TRO = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \quad (3.1.)$$

za předpokladu že regulační odchylka

$$e(t) = w(t) - y(t) \quad (3.2.)$$

použitím Laplaceovy transformace dostane

$$TRO = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s[W(s) - Y(s)] \quad (3.3.)$$

Použijme nyní vztah pro přenos žádané hodnoty na výstup

$$F_{w/y}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{b(s)q(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} \quad (3.4.)$$

dosazením obrazu skoku o velikosti w_0 , přičemž $W(s) = w_0/s$, získáme vztah

$$\begin{aligned} TRO &= \lim_{s \rightarrow 0} s[W(s) - F_{w/y}(s)W(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} [1 - F_{w/y}(s)] = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \left[1 - \frac{b(s)q(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} \right] \frac{w_0}{s} = w_0 \lim_{s \rightarrow 0} \frac{a(s)p(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} \end{aligned} \quad (3.5.)$$

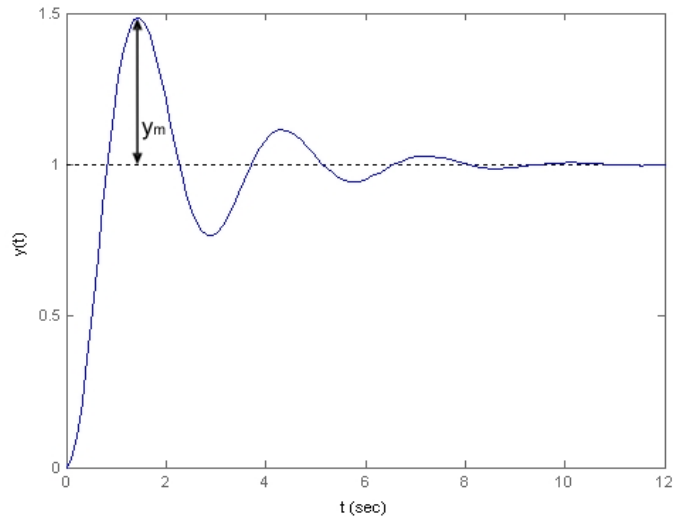
Víme, že pro regulátory neobsahující integrační složku je $p(s) = 1$, tedy i $p(0) = 1$. Limity polynomů a , b pro $s \rightarrow 0$ jsou dány jejich prostými členy a_0 , b_0 a pro polynom q platí $q(0) = q_0$. Pro regulátory bez integrační složky tedy platí vztah

$$TRO = w_0 \frac{a_0}{a_0 + b_0 q_0} \neq 0 \quad (3.6.)$$

Takovýto regulátor ovšem ponechává trvalou regulační odchylku, která se s rostoucí hodnotou q_0 zmenšuje. Regulátory obsahující integrační složku kde $p(s) = s$ a $p(0) = 0$, nezanechávají trvalou regulační odchylku. Takto získaný závěr platí pro proporcionální soustavy a neplatí pro referenční signály a poruchy z jiných tříd funkcí, jako jsou například rampové nebo harmonické funkce.[6]

3.1.2 Kritérium maximálního přeregulování

Maximální přeregulování je výška překmitu regulované veličiny nad hodnotu žádané hodnoty ke kterému dochází v první fázi regulace, jak je viditelné na obrázku (*Obr. 3.1 – Maximální přeregulování*).



Obr. 3.1 – Maximální přeregulování

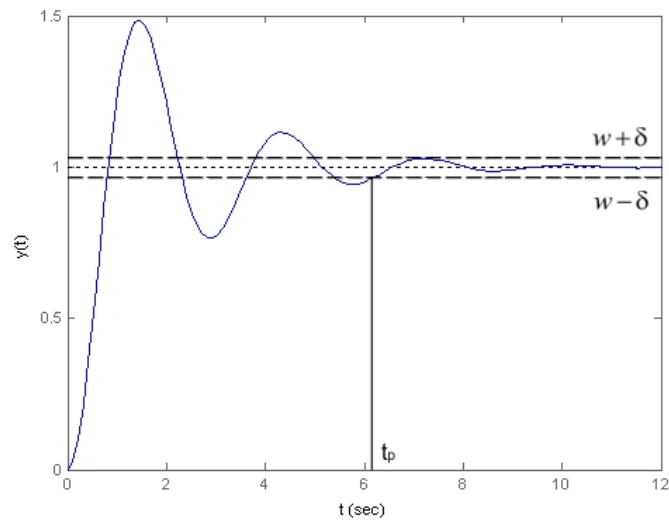
Maximální přeregulování se obvykle hodnotí procenty, podle vztahu

$$\sigma[\%] = \frac{y_M}{w} \quad (3.7.)$$

Toto kritérium je možno použít jak pro aperiodické tak i periodické regulační pochody.[6]

3.1.3 Kritérium doby regulace

Za dobu regulace t_p považujeme čas, kdy se regulovaná veličina ustálí v pásmu ohraničeném v okolí žádané hodnoty w a dále již hranice tohoto pásma nepřekročí, jak je znázorněno na obrázku (*Obr. 3.2 – Doba regulace*).



Obr. 3.2 – Doba regulace

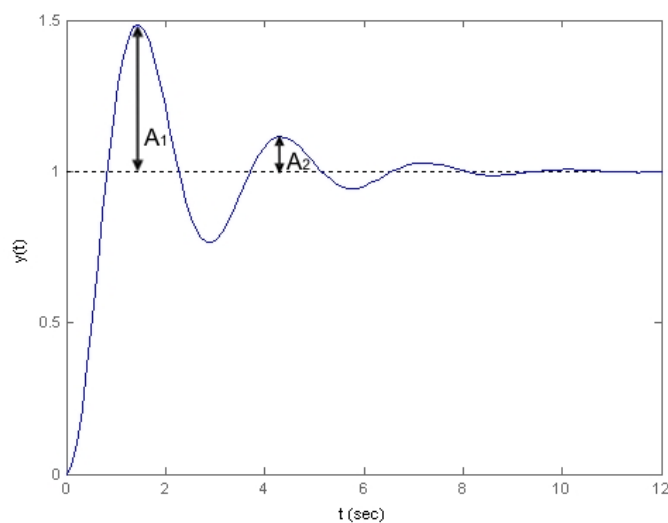
Za předpokladu že celkový čas regulace t je větší než doba ustálení t_p , tedy $t > t_p$, platí

$$w - \delta \leq y(t) \leq w + \delta \quad (3.8.)$$

Toto kritérium je použitelné i pro periodické regulační pochody.[6]

3.1.4 Kritérium tlumení regulačního pochodu

Kritérium tlumení regulačního pochodu slouží pro hodnocení periodických regulačních pochodů, kdy výstupní veličina má charakter tlumených kmitů, jak můžeme vidět na obrázku (Obr. 3.3 – Tlumený regulační pochod).



Obr. 3.3 – Tlumený regulační pochod

Toto kritérium je založeno na hodnocení dvou po sobě jdoucích amplitud kmitů a jeho výsledkem je koeficient tlumení ξ který získáme dle tohoto vztahu

$$\xi = \frac{A_1 - A_2}{A_1} \quad (3.9.)$$

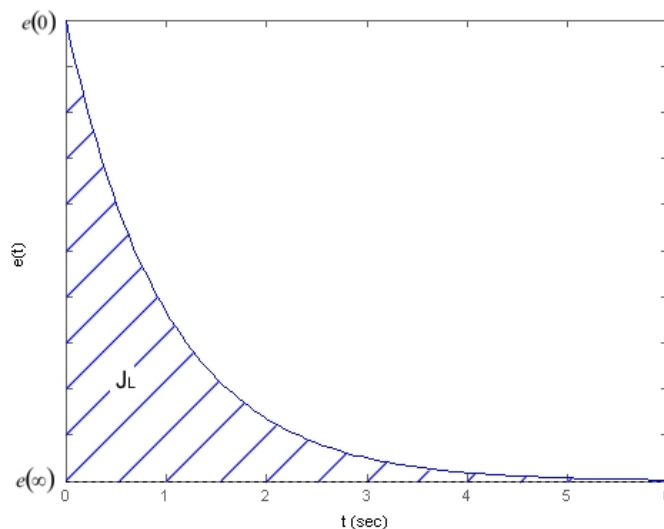
Výsledný koeficient tlumení musí ležet na intervalu $0 < \xi < 1$. V případě že je koeficient tlumení $\xi = 1$, jedná se o průběh aperiodický. Ve druhém případě, tedy pokud $\xi = 0$, jedná se o netlumené kmity, regulovaná soustava se nachází na mezi stability.[6]

3.2 Integrální kritéria kvality regulačního pochodu

Integrální kritéria kvality regulace zajišťují kvalitu nastavení parametrů regulátoru v časové oblasti. Při návrhu se nejčastěji vychází z regulační odchylky $e(t)$, kterou získáme z odezvy regulačního obvodu na skokovou změnu žádané hodnoty a je snahou aby jednotlivé integrály nabývaly minimálních hodnot.[6][8]

3.2.1 Lineární integrální kritérium

Lineární kritérium počítá plochu mezi průběhem regulační odchylky $e(t)$ a ustálenou regulační odchylkou $e(\infty)$. Tato plocha, nazývaná lineární regulační plocha, je zobrazena na obrázku (Obr. 3.4 – Lineární regulační plocha).



Obr. 3.4 – Lineární regulační plocha

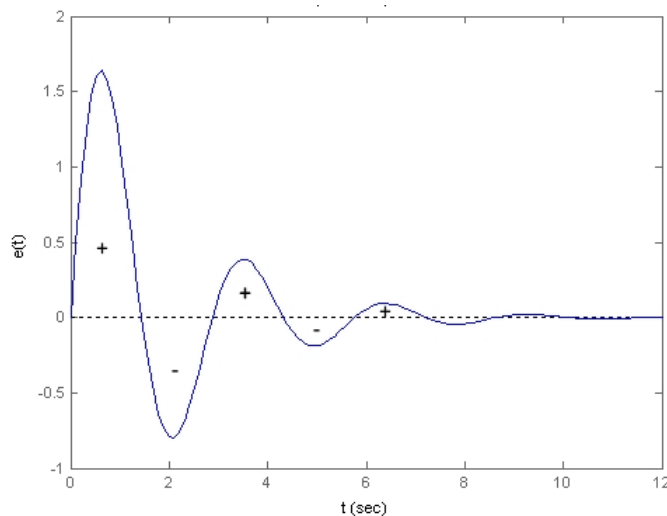
A je definována integrálem

$$J_L = \int_0^{\infty} [e(t) - e(\infty)] dt \quad (3.10.)$$

Pokud bychom neodečetli ustálenou regulační odchylku $e(\infty)$, docházelo by v případě její nenulovosti k nekonečné hodnotě kritéria J_L . Obvody s astatismem alespoň prvního řádu mají nulovou ustálenou regulační odchylku, takže $e(\infty)=0$, čímž můžeme předchozí rovnici zjednodušit na tvar

$$J_L = \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (3.11.)$$

Z hlediska výpočtu integrálu je nutné, aby uvažovaný systém byl aperiodický, jinak by docházelo ke sčítání ploch s kladnými a zápornými znaménky a integrál by nabýval nejmenší hodnotu pro netlumené kmity, tedy regulovaný systém na mezi stability. Na následujícím obrázku (*Obr. 3.5 – Průběh regulační odchylky při kmitavém regulačním pochodu*) vidíme jak by docházelo ke sčítání ploch u kmitavého systému.



Obr. 3.5 – Průběh regulační odchylky při kmitavém regulačním pochodu

Řešení tohoto problému představuje použití modifikovaného kritéria usměrněné lineární plochy

$$J_{LU} = \int_0^{\infty} |e(t) - e(\infty)| dt \quad (3.12.)$$

Plochy pod osou $e(\infty)$ se přičítají a zhoršují hodnotu kritéria. Použití modifikovaného kritéria není určeno pro jeho zjednodušenou variantu (3.11.) z důvodu nelinearity absolutní hodnoty, která znemožňuje analytický výpočet, který je v případě prostého lineárního kritéria a předpokladu nekmitavého průběhu možný.[6][8]

3.2.2 Kvadratické integrální kritérium

Toto kritérium vyjadřuje kvadratickou regulační plochu a je popsáno rovnicí

$$J_K = \int_0^{\infty} [e(t) - e(\infty)]^2 dt \quad (3.13.)$$

U tohoto kritéria nám nevadí záporné hodnoty regulační odchylky, neboť jejich kvadrát je kladné číslo. Pro systémy s astatismem, tedy ustálená regulační odchylka je nulová, můžeme opět uvést zjednodušený vztah

$$J_K = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (3.14.)$$

Kvadratické kritérium je použitelné jak pro nekmitavé, tak i kmitavé regulační pochody. Je zřejmé, že toto kritérium přikládá větší váhu větším odchylkám $e(t)$, tedy těm které vznikají na začátku přechodového děje. Tento jev bývá považován za jeho nevýhodu, neboť při minimalizaci kvadratického kritéria se systém snaží co nejrychleji eliminovat právě největší odchylky na počátku, což přináší relativně veliký překmit a kmitavost regulační odchylky. Výhodou tohoto kritéria je jeho poměrně jednoduchý výpočet. [6][8]

Existuje několik metod výpočtu integrálního kritéria, zde je uveden přímý výpočet pomocí residuové věty.

Výše uvedený integrál (3.14.) je možno chápat jako funkci horní meze, která přejde v limitě na J_K . Platí tedy

$$J_K = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} e^2(t) dt \quad (3.15.)$$

nyňí uplatníme větu o konečné limitě

$$J_K = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} e^2(t) dt = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} \{e^2(t)\} \quad (3.16.)$$

V Laplaceově transformaci součinu dvou funkcí v čase odpovídá konvoluce obrazů, takže

$$\{e(t) \cdot e(t)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-jw}^{c+jw} E(s-q)E(q) dq \quad (3.17.)$$

dosadíme

$$J_K = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi j} \int_{c-jw}^{c+jw} E(s-q)E(q) dq = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-jw}^{c+jw} E(-q)E(q) dq \quad (3.18.)$$

nyní nahradíme integrál na pravé straně rovnice integrálem po uzavřené křivce, který je roven $2\pi j$ násobku sumy residuí v pólech integrované funkce ležící uvnitř integrační křivky. Póly $E(p)$ musí být stabilní, leží tedy všechny póly $E(q)$ v levé polorovině a póly $E(-q)$ v pravé polorovině komplexní roviny. Integrační drahou zvolíme imaginární osu uzavřenou půlkružnicí o nekonečném poloměru. Dostáváme se tedy ke vztahu

$$J_K = \sum_{q_i} \text{res} E(-q)E(q) \quad (3.19.)$$

přičemž q_i jsou póly funkce $E(q)$. [6][8]

3.2.3 ITAE integrální kritérium

ITAE kritérium odstraňuje nevýhody kvadratického kritéria, které jsou uvedeny výše. Jeho název vychází z anglického Integral of time multiplied by absolute value of error. Patří mezi váhová kritéria, kde váha regulační odchylky narůstá lineárně s časem. Analytický výpočet je téměř nemožný z důvodu přítomnosti nelineární funkce absolutní hodnoty. Rovnice popisující ITAE kritérium je následující

$$J_{ITAE} = \int_0^{\infty} |e(t) - e(\infty)| t dt \quad (3.20.)$$

I v tomto případě můžeme použít zjednodušené verze pro soustavy s $e(\infty)=0$.

$$J_{ITAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| t dt \quad (3.21.)$$

K výpočtu ITAE kritéria je možno použít hodnot získaných z opakovaných simulací pro ladění konstant regulátoru pomocí gradientních metod nebo metod nelineární optimalizace. V případě, že můžeme experimentovat přímo se skutečným zařízením, můžeme brát regulační odchylku $e(t)$ ze vstupu na regulátor. [8]

3.2.4 Další integrální kritéria

Existuje řada dalších různých integrálních kritérií sloužících jak pro hodnocení průběhu regulačního pochodu, tak pro návrh regulátoru. Obvykle využívají váhového koeficientu φ , který si volí uživatel. Příkladem takového kritéria může být toto

$$J_{eu} = \int_0^{\infty} [e^2(t) + \varphi u^2(t)] dt \quad (3.22.)$$

penalizuje nejen kvadrát regulační odchylky, ale také kvadrát akčního zásahu.

4 OPTIMALIZACE

Úlohami optimalizace je hledání extrému funkce jedné či více proměnných. Hledáme tedy minimum či maximum nějaké funkce v zadané množině, které má obvykle spojitost s nějakým reálným problémem a tyto hodnoty vyjadřují například minimum energie či maximální entropii. Funkce jejíž extrém hledáme se nazývá účelová. Množinou, ve které je řešení hledáno rozumíme oblast, kde je toto řešení například fyzikálně realizovatelné. Pro teorii automatického řízení nás bude asi nejvíce zajímat minimum funkce, které například můžeme využít za účelem minimalizace regulační odchylky nebo nějakého v předešlé kapitole definovaného kritéria.

Optimalizační metody uvedené v kapitolách (4.2) až (4.4) jsou použity jako součást funkcí pro hledání extrému v Optimization toolboxu MATLABu a budou využity v praktické části práce pro minimalizaci kritérií kvality regulačního pochodu.

4.1 Základní pojmy

4.1.1 Nutné podmínky prvního řádu pro minimum funkce

Definujme si nyní základní pojmy pro určení minima funkce více proměnných. Hledáme minimum funkce

$$\min_{x \in R^n} f(x) \quad (4.1.)$$

kde n jsou proměnné, bez vedlejších podmínek a za předpokladu že

$$f : R^n \rightarrow R \quad (4.2.)$$

je spojitě derivovatelná.

Když pro všechna x v okolí bodu x^* platí

$$f(x) \geq f(x^*) \quad (4.3.)$$

poté je bod x^* lokálním minimem funkce $f(x)$. Jestliže nerovnost (4.3.) platí pro všechny

$$x \in R^n \quad (4.4.)$$

potom bod x^* je globálním minimem funkce $f(x)$. V případě že by nerovnost v rovnici (4.3.) byla ostrá, jedná se o lokální (globální) minimum funkce $f(x)$. [3]

Pro nalezení minima funkce můžeme ovšem zvolit i jiný postup. Když x^* je lokální minimum funkce $f(x)$, potom

$$\nabla f(x^*) = 0 \quad (4.5.)$$

kde

$$\nabla f(x^*) \quad (4.6.)$$

označuje gradient funkce f v bodě x^* a 0 označuje sloupcovou matici nul. Toto je nutná podmínka pro nalezení minima funkce, není ovšem postačující.[3]

4.1.2 Nutné podmínky druhého řádu pro minimum funkce

Lokální minimum funkce musí být stacionárním bodem, avšak stacionární bod nemusí být lokálním minimem funkce. Předpokládejme tedy že x^* je lokální minimum funkce $f(x)$. Potom matici

$$\nabla^2 f(x^*) \quad (4.7.)$$

nazýváme kladně semidefinitní. Tento vztah také označuje Hessovu matici nebo Hessián funkce f v bodě x^* . Tedy

$$\nabla^2 f(x^*) = \begin{matrix} \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_n^2} \end{matrix} \quad (4.8.)$$

Matice je kladně definitní pokud platí

$$\forall x \in R^n, x \neq 0 : x^T A x > 0 (x^T A x \geq 0) \quad (4.9.)$$

Následující tři výroky považujeme za ekvivalentní

- Matice je kladně definitní.
- Všechny vlastní čísla matice jsou kladné.
- Všechny determinanty hlavních submatic jsou kladné.

[3]

4.1.3 Postačující podmínky pro minimum funkce

Nyní si uveďme nutnou a postačující podmínku, která nám řekne jaké podmínky musí lokální minimum splňovat a zároveň, že bod x^* je lokálním minimem funkce.

Nechť je bod x^* stacionárním bodem a pokud je matice (4.8.) kladně definitní, potom bod x^* nazýváme ostrým lokálním minimem.[3]

4.1.4 Konvexní funkce

Při úloze hledání minima funkce je velmi často nutné hledat globální minimum. K určení zda je globální minimum zároveň také lokálním minimem nám pomůže zavedení pojmu konvexní funkce a to ze dvou důvodů

- Mnoho praktických optimalizačních problémů vede na hledání minima cílové funkce, která je konvexní.
- Třída konvexních funkcí má několik matematických vlastností, které nám ulehčí řešení optimalizačních úloh. Mezi tyto vlastnosti například patří, že lokální minimum konvexní funkce je zároveň globálním minimem.

Nechť je $f(x)$ funkcí n proměnných a pro libovolné dva body

$$x, y \in R^n \quad a \quad \forall \lambda \in \langle 0;1 \rangle \quad (4.10.)$$

platí

$$(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y) \quad (4.11.)$$

potom tuto funkci nazýváme konvexní. V případě že nerovnost ve vztahu je ostrá, nazýváme tuto funkci ostře konvexní.[3]

Geometricky si to můžeme představit tak, že vezmeme dva libovolné body z grafu funkce a spojíme je přímkou. Takto vzniklý segment přímky je celý na grafem funkce.

Nechť je funkce $f(x)$ dvakrát spojitě derivovatelná, potom je funkce konvexní pokud splňuje jednu z následujících podmínek

$$\forall x, y \in R^n : f(y) \geq f(x) + \nabla f(x)^T (x - y) \quad (4.12.)$$

nebo

$$\forall x, y \in R^n \quad (4.13.)$$

je Hessián funkce $f(x)$ kladně semidefinitní maticí.[3]

4.2 Newtonova metoda

Jedná se o jednu z neznámějších optimalizačních metod, kde hledáme minimum funkce více proměnných $f(x)$ s použitím derivací. Existuje několik dalších metod, které jsou založeny právě na Newtonově metodě. Cílem optimalizace je nalézt minimum $f(x)$ funkce více proměnných. Necht' je funkce $f(x)$ dvakrát diferencovatelná. Nutnou podmínkou pro minimum funkce tedy je

$$\nabla f(x^*) = 0 \quad (4.14.)$$

Z této podmínky může vzniknout soustava nelineárních algebraických rovnic, která není analyticky řešitelná. Soustavu (4.14.) můžeme řešit pomocí iterací. Předpokládejme že neznáme hodnotu minima x^* a jsme v bodě mimo minimum x . Rozvineme tedy naši funkci

$$\nabla f(x) \quad (4.15.)$$

pomocí Taylorovy řady a dostaneme

$$\nabla f(x^*) = \nabla f(x) + \nabla^2 f(x)(x^* - x) + R(\|x^* - x\|) = 0 \quad (4.16.)$$

kde

$$\nabla^2 f(x) \quad (4.17.)$$

je Hessova matice funkce $f(x)$ nebo Hessián. Pokud zanedbáme členy vyššího řádu

$$R(\|x^* - x\|) \quad (4.18.)$$

získáme lineární soustavu rovnic

$$\nabla f(x) + \nabla^2 f(x)(x^* - x) = 0 \quad (4.19.)$$

Tímto krokem se ovšem nedostaneme do minima a proto označíme bod x_1 , abychom zdůraznili že se nejedná o minimum x^* . Celá rovnice nyní vypadá takto

$$\nabla f(x) + \nabla^2 f(x)(x_1 - x) = 0 \quad (4.20.)$$

Pokud nyní předpokládáme, že matice (4.17.) je regulární, potom existuje řešení ve tvaru

$$x_1 = x - \nabla^2 f(x)^{-1} \nabla f(x) \quad (4.21.)$$

Tímto najdeme nový bod, kterým se přiblížíme k hledanému minimu a tento výpočet opakujeme z nového bodu. Nyní tento postup můžeme shrnout do několika kroků.

- V prvním kroku máme zadanou funkci $f(x)$, startovní bod x_1 a podmínky při jejich splnění hledání minima funkce končí dosažením maximálního počtu iteračních kroků n_{max} nebo minimální vzdálenost bodů ve dvou následujících krocích iterace ε . Nastavme $i=1$.
- Ve druhém kroku vypočítáme hodnotu gradientu funkce

$$\nabla f(x_i) \quad (4.22.)$$

pokud platí

$$\nabla f(x_i) = 0 \quad (4.23.)$$

našli jsme minimum funkce.

V případě že ne, vypočítáme Hessián funkce

$$\nabla^2 f(x_i) = 0 \quad (4.24.)$$

a řešíme soustavu lineárních rovnic ve tvaru

$$\nabla^2 f(x_i) d_i = -\nabla f(x_i) \quad (4.25.)$$

- Ve třetím kroku vypočítáme nový bod

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + d_i \\ i &= i + 1 \end{aligned} \quad (4.26.)$$

- Nyní opakujeme kroky dva až tři, dokud nebudou splněny podmínky ukončení iterace.

Při řešení Newtonovy metody potřebujeme vypočítat první a druhé derivace funkce v každém bodě. Při výpočtu funkce nemusí získané hodnoty klesat. Algoritmus nezaručuje, že iterační body konvergují k přesnému řešení, nýbrž Newtonova metoda zaručuje pouze lokální konvergenci. V případě že je bod v blízkosti minima, metoda konverguje.

Výhodou Newtonovy metody je rychlá konvergence k lokálnímu minimu. v případě že hledáme minimum kvadratické funkce, nacházíme stacionární bod po jednom iteračním

kroku. Naopak nevýhodou této metody je, že zaručuje pouze vyhledání lokálního minima a Hessián a gradient je nutné počítat v každém iteračním kroku. Získaný Hessián nemusí být vždy kladně definitní, ale v případě že kladně definitní je, potom d_l má klesající směr.[3]

4.3 Nelder-Mead metoda

Nelder-Mead metoda zvyšuje účinnost hledání tím, že je modifikována konstantnost simplexů, mají nepravidelnou délku stran. Z tohoto faktu plyne občas využívaný název, metoda nepravidelného simplexu. Definujme si, že x_h je vrchol s největší funkční hodnotou, x_s je vrchol s druhou největší funkční hodnotou a x_c je těžiště všech vrcholů v okolí x_h . [3]

Byla zadána n -rozměrná funkce $f(x)$, startovací bod x_l , počáteční délky stran nepravidelného simplexu h , délku stranu při které je výpočet ukončen h_{end} , přičemž ε je zadané číslo a platí $\varepsilon > 0$.

Nyní si uvedeme postup výpočtu

- Vypočítáme vrcholy nepravidelného simplexu pomocí vztahu

$$\begin{aligned} x_{j+1} &= x_l + h_j e_j \\ \text{kde } j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4.27.)$$

e_j je n -rozměrná sloupcová matice tvořená nulami a na pozici j je hodnota jedna. Vypočítáme funkční hodnoty ve všech vrcholech a najdeme vrchol s největší funkční hodnotou x_h .

Reflexe, přesuneme vrchol s největší funkční hodnotou x_h a překlopíme celý simplex, nově získaný vrchol bude mít hodnotu

$$\begin{aligned} x_0 &= x_c + \alpha(x_c - x_h), \\ x_c &= \frac{1}{n} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq h}}^{n+1} x_i \end{aligned} \quad (4.28.)$$

Vypočítáme funkční hodnotu v novém vrcholu $f(x_0)$.

- Zjistíme zda pro funkční hodnotu v novém vrcholu platí

$$f(x_l) \leq f(x_0) \leq f(x_s) \quad (4.29.)$$

pokud ano, nahradíme ji bodem x_0 a vrátíme se ke kroku reflexe. V případě že ne, pokračujeme dalším krokem, expanzí.

Expanze, v případě že pro funkční hodnotu v novém vrcholu platí

$$f(x_0) < f(x_1) \quad (4.30.)$$

zvětšíme simplex faktorem $\gamma > 1$ a získáme tak nový bod x_{00} , pro který platí

$$x_{00} = x_c + \gamma(x_0 - x_c) \quad (4.31.)$$

- Zkontrolujeme zda pro $f(x_{00})$ platí

$$f(x_{00}) < f(x_1) \quad (4.32.)$$

pokud ano, nahradíme bod x_h bodem x_{00} a vrátíme se ke kroku reflexe. Pokud ne, pokračujeme dalším krokem.

- Zkontrolujeme zda pro $f(x_{00})$ platí

$$f(x_{00}) \geq f(x_1) \quad (4.33.)$$

v případě že ano, nahradíme bod x_h bodem x_0 a vrátíme ke kroku reflexe.

Kontrakce, v případě že pro funkční hodnotu v novém vrcholu platí vztah

$$f(x_s) < f(x_0) \quad (4.34.)$$

zvětšíme simplex faktorem $0 < \beta < 1$. Tím získáme nový bod x_{00} .

- Zkontrolujeme zda platí vztah

$$f(x_0) < f(x_h) \quad (4.35.)$$

pokud ano, platí

$$x_{00} = x_c + \beta(x_0 - x_c) \quad (4.36.)$$

pokud ne, pokračujeme dalším krokem.

- Zkontrolujeme zda platí

$$f(x_0) \geq f(x_h) \quad (4.37.)$$

pokud ano, platí

$$x_{00} = x_c + \beta(x_h - x_c) \quad (4.38.)$$

- Zkontrolujeme zda platí

$$f(x_{00}) < f(x_h) \wedge f(x_{00}) < f(x_0) \quad (4.39.)$$

pokud ano, nahradíme bod x_h bodem x_{00} a opět se vrátíme ke kroku reflexe.

- Zkontrolujeme zda platí

$$f(x_{00}) \geq f(x_h) \vee f(x_{00}) > f(x_0) \quad (4.40.)$$

pokud ano, zmenšíme strany simplexu na polovinu od bodu x_l a vrátíme se ke kroku reflexe.

Pokud dochází k dosažení maximálního počtu iterací, délce strany simplexu nebo následující podmínce

$$\sum_{j=1}^{n+1} (f(x_j) - f(x_0))^2 \leq \varepsilon \quad (4.41.)$$

Hodnoty konstant, které byly navrženy tvůrci této metody jsou $\alpha=1, \beta=0,5, \gamma=2$. [3]

4.4 Sekvenční kvadratické programování

Definujme si nejprve minimum funkce s lineárními vedlejšími podmínkami. Optimalizační úloha je zadaná všeobecnou cílovou funkcí. Vedlejší podmínky mohou být lineární či všeobecného charakteru. Mějme funkci

$$\min_{x \in R^n} f(x) \quad (4.42.)$$

s vedlejšími podmínkami

$$\begin{aligned} a_i^T x &= b, & i \in E, \\ a_i^T x &\geq b & i \in I. \end{aligned} \quad (4.43.)$$

kde E a I jsou konečné množiny indexů. [3]

Pro řešení takto zadaného problému můžeme použít metody řešení kvadratického problému. Všeobecná cílová funkce zvyšuje složitost úlohy. Řešení nedokážeme ve všeobecnosti najít konečným počtem kroků, ale jen se k němu přiblížíme nekonečnou posloupností iteračních kroků. [3]

Uvažujme tedy optimalizační úlohu hledání minima funkce

$$\min_{x \in R^n} f(x) \quad (4.44.)$$

s vedlejšími podmínkami ve tvaru rovnic

$$h_j(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (4.45.)$$

kde

$$f(x), h_j(x), j = 1, 2, \dots, r \quad (4.46.)$$

jsou dvakrát spojitě diferencovatelné funkce. Označme si tedy

$$\begin{aligned} L(x, \lambda) &= f(x) + \sum_{i=1}^r \lambda_i h_i(x) = f(x) + h^T \lambda, \\ A(x) &= [\nabla h_1(x) \quad \nabla h_2(x) \quad \dots \quad \nabla h_r(x)]^T \end{aligned} \quad (4.47.)$$

nutná podmínka minima má tvar

$$F(x, \lambda) = \begin{bmatrix} \nabla f(x) + A(x)^T \lambda \\ h(x) \end{bmatrix} = 0 \quad (4.48.)$$

Nyní jsme dostali soustavu $(n+r)$ rovnic a k jejímu řešení můžeme použít Newtonovu metodu. Jakobián funkce $F(x, \lambda)$ je

$$\nabla F(x, \lambda) = \begin{bmatrix} W(x, \lambda) & A(x)^T \\ A(x) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla^2 f(x) + \nabla A(x)^T \lambda & A(x)^T \\ A(x) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.49.)$$

Řešení pomocí Newtonovy metody v k -tém kroku má tvar

$$\nabla F(x_k, \lambda_k) d_k = -F(x_k, \lambda_k), \quad (4.50.)$$

po dosazení dostáváme

$$\nabla F(x_k, \lambda_k) \begin{bmatrix} x_{k+1} - x_k \\ \lambda_{k+1} - \lambda_k \end{bmatrix} = -F(x_k, \lambda_k), \quad (4.51.)$$

$$\begin{bmatrix} W(x_k, \lambda_k) & A(x_k)^T \\ A(x_k) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k+1} - x_k \\ \lambda_{k+1} - \lambda_k \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla f(x_k) + A(x_k)^T \lambda_k \\ h(x_k) \end{bmatrix} \quad (4.52.)$$

po úpravách získáme tvar

$$\begin{bmatrix} W(x_k, \lambda_k) & A(x_k)^T \\ A(x_k) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k+1} - x_k \\ \lambda_{k+1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla f(x_k) \\ h(x_k) \end{bmatrix} \quad (4.53.)$$

[3]

II. PRAKTICKÁ ČÁST

5 PRAKTICKÁ UKÁZKA NÁVRHU REGULÁTORŮ POLYNOMIÁLNÍ METODOU

Na základě vztahů, které byly odvozeny v teoretické části práce byly navrženy regulátory pro vybrané typy regulovaných soustav. Celý postup bude demonstrován pro přenos jedné z nich a u zbylých budou pouze uvedeny výsledné tvary regulátorů.

Bylo vybráno těchto šest typů regulovaných soustav, tři proporcionální

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s + a_0} \quad (5.1.)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (5.2.)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (5.3.)$$

a tři integrační

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s} \quad (5.4.)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s(s + a_1)} \quad (5.5.)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s(s + a_1)} \quad (5.6.)$$

5.1 Návrh regulátoru metodou 1DOF

Pro demonstraci odvození parametrů regulátoru byla zvolena tato proporcionální soustava druhého řádu s relativním řádem přenosu jedna

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (5.7.)$$

Žádaná hodnota je uvažována ve tvaru skokového signálu, obraz žádané hodnoty je

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} = \frac{w_0}{s} \quad (5.8.)$$

a platí tedy

$$f_w(s) = s \Rightarrow \deg(f_w) = 1 \quad (5.9.)$$

Poruchová veličina je taktéž uvažována ve tvaru skokového signálu, její obraz má tvar

$$V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} = \frac{v_0}{s} \quad (5.10.)$$

a platí tedy

$$f_v(s) = s \Rightarrow \deg(f_v) = 1 \quad (5.11.)$$

Nejmenším společným násobkem $f_w(s)$ a $f_v(s)$ je $f(s)$, kde

$$f(s) = s \Rightarrow \deg(f) = 1 \quad (5.12.)$$

Stupně polynomů zpětnovazebního regulátoru a jejich tvar určíme pomocí dříve odvozených vztahů. Platí tedy

$$\deg(q) = \deg a + \deg f - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \Rightarrow q(s) = q_2 s^2 + q_1 s + q_0 \quad (5.13.)$$

$$\deg(\tilde{p}) = \deg a - 1 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \tilde{p}(s) = \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0 \quad (5.14.)$$

$$\begin{aligned} \deg(d) &= 2 \deg a + \deg f - 1 = 2 \cdot 2 + 1 - 1 = 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow d(s) &= d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0 \end{aligned} \quad (5.15.)$$

Přenos regulátoru má potom tvar

$$Q(s) = \frac{q(s)}{f(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)} \quad (5.16.)$$

Nyní dosadíme tyto získané vztahy do obecné polynomiální rovnice uzavřeného regulačního obvodu

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (5.17.)$$

pro levou stranu polynomiální rovnice tedy platí

$$\begin{aligned} a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) &= \\ &= (s^2 + a_1 s + a_0)s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0) + (b_1 s + b_0)(q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = \\ &= \tilde{p}_1 s^4 + (\tilde{p}_0 + a_1 \tilde{p}_1 + b_1 q_2) s^3 + (a_1 \tilde{p}_0 + a_0 \tilde{p}_1 + b_0 q_2 + b_1 q_1) s^2 + \\ &+ (a_0 \tilde{p}_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0) s + b_0 q_0 \end{aligned} \quad (5.18.)$$

a pro pravou stranu polynomiální rovnice platí

$$d(s) = d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0 = \quad (5.19.)$$

Porovnáním koeficientů při stejných mocninách a úpravou obecné polynomiální rovnice získáme

$$\begin{aligned} s^4 : \quad & \tilde{p}_1 & & = & d_4 \\ s^3 : \quad & a_1 \tilde{p}_1 + \tilde{p}_0 + b_1 q_2 & & = & d_3 \\ s^2 : \quad & a_0 \tilde{p}_1 + a_1 \tilde{p}_0 + b_0 q_2 + b_1 q_1 & & = & d_2 \\ s^1 : \quad & a_0 \tilde{p}_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0 & & = & d_1 \\ s^0 : \quad & & & & b_0 q_0 = d_0 \end{aligned} \quad (5.20.)$$

a vztahy pro výpočet parametrů regulátoru mají tvar

$$\begin{aligned} \tilde{p}_1 &= d_4 \\ \tilde{p}_0 &= d_3 - a_1 \tilde{p}_1 - b_1 q_2 \\ q_2 &= \frac{d_2 - a_1 \tilde{p}_0 - a_0 \tilde{p}_1 - b_1 q_1}{b_0} \\ q_1 &= \frac{d_1 - a_0 \tilde{p}_0 - b_1 q_1}{b_0} \\ q_0 &= \frac{d_0}{b_0} \end{aligned} \quad (5.21.)$$

Získanou soustavu rovnic můžeme také převést do maticového tvaru, což nám umožní její jednodušší řešení

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & b_1 & 0 & 0 \\ a_0 & a_1 & b_0 & b_1 & 0 \\ 0 & a_0 & 0 & b_0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (5.22.)$$

5.2 Návrh regulátoru metodou 2DOF

Pro návrh regulátoru metodou 2DOF uvažujme stejný přenos regulované soustavy, tedy

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5.23.)$$

Žádanou hodnotu uvažujme jako skokový signál

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} = \frac{w_0}{s} \quad (5.24.)$$

a opět tedy platí

$$f_w(s) = s \Rightarrow \deg(f_w) = 1 \quad (5.25.)$$

Poruchová veličina je uvažována ve tvaru skokového signálu, její obraz má tvar

$$V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} = \frac{v_0}{s} \quad (5.26.)$$

a platí tedy

$$f_v(s) = s \Rightarrow \deg(f_v) = 1 \quad (5.27.)$$

Stupně polynomů zpětnovazebního regulátoru a jejich tvar určíme pomocí dříve odvozených vztahů pro 2DOF konfiguraci řízení. Platí tedy

$$\deg(q) = \deg(a) + \deg(f_v) - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \Rightarrow q(s) = q_2 s^2 + q_1 s + q_0 \quad (5.28.)$$

$$\deg(r) = \deg(f_w) - 1 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow r(s) = r_0 \quad (5.29.)$$

$$k_0 = \deg(f_w) - \deg(f_v) - \deg(a) = 1 - 1 - 2 = -2 \Rightarrow k = 0 \quad (5.30.)$$

$$\deg(\tilde{p}) = \deg(a) - 1 + k = 2 - 1 + 0 = 1 \Rightarrow \tilde{p}(s) = \tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0 \quad (5.31.)$$

$$\begin{aligned} \deg(d) &= 2 \deg(a) + \deg(f_v) - 1 + k = 2 \cdot 2 + 1 - 1 + 0 = 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow d(s) &= d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0 \end{aligned} \quad (5.32.)$$

$$\begin{aligned} \deg(t) &= 2 \deg(a) + \deg(f_v) - \deg(f_w) - 1 + k = 2 \cdot 2 + 1 - 1 - 1 + 0 = 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow t(s) &= t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0 \end{aligned} \quad (5.33.)$$

Přenos zpětnovazební části regulátoru má potom tvar

$$Q(s) = \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)} \quad (5.34.)$$

Přenos přímovazební části regulátoru má potom tvar

$$R(s) = \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)} \quad (5.35.)$$

Nyní dosadíme tyto získané vztahy do obecné polynomiálních rovnic uzavřeného regulačního obvodu, kde první rovnice má tvar

$$a(s)f_v(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (5.36.)$$

a druhá rovnice má tvar

$$t(s)f_w(s) + b(s)r(s) = d(s) \quad (5.37.)$$

Pro levou stranu první polynomiální rovnice tedy platí

$$\begin{aligned} a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) &= \\ &= (s^2 + a_1s + a_0)s(\tilde{p}_1s + \tilde{p}_0) + (b_1s + b_0)(q_2s^2 + q_1s + q_0) = \\ &= \tilde{p}_1s^4 + (\tilde{p}_0 + a_1\tilde{p}_1 + b_1q_2)s^3 + (a_1\tilde{p}_0 + a_0\tilde{p}_1 + b_0q_2 + b_1q_1)s^2 + \\ &+ (a_0\tilde{p}_0 + b_0q_1 + b_1q_0)s + b_0q_0 \end{aligned} \quad (5.38.)$$

a pro pravou stranu první polynomiální rovnice platí

$$d(s) = d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 \quad (5.39.)$$

Pro levou stranu druhé polynomiální rovnice platí

$$\begin{aligned} t(s)f_w(s) + b(s)r(s) &= (t_3s^3 + t_2s^2 + t_1s + t_0)s + (b_1s + b_0)r_0 = \\ &= t_3s^4 + t_2s^3 + t_1s^2 + (t_0 + b_1r_0)s + b_0r_0 \end{aligned} \quad (5.40.)$$

a pro pravou stranu platí

$$d(s) = d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 \quad (5.41.)$$

Porovnáním koeficientů při stejných mocninách a úpravou obecných polynomiálních rovnic získáme soustavu rovnic pro výpočet zpětnovazební části regulátoru

$$\begin{aligned} s^4 : \quad & \tilde{p}_1 & & = d_4 \\ s^3 : \quad & a_1\tilde{p}_1 + \tilde{p}_0 + b_1q_2 & & = d_3 \\ s^2 : \quad & a_0\tilde{p}_1 + a_1\tilde{p}_0 + b_0q_2 + b_1q_1 & & = d_2 \\ s^1 : \quad & a_0\tilde{p}_0 + b_0q_1 + b_1q_0 & & = d_1 \\ s^0 : \quad & & b_0q_0 & = d_0 \end{aligned} \quad (5.42.)$$

a soustavu rovnic pro výpočet přímovazební části regulátoru

$$\begin{aligned}
 s^4 : t_3 & & & = d_4 \\
 s^3 : & t_2 & & = d_3 \\
 s^2 : & & t_1 & = d_2 \\
 s^1 : & & & t_0 + b_1 = d_1 \\
 s^0 : & & & b_0 = d_0
 \end{aligned} \tag{5.43.}$$

Z těchto rovnic jsme získali následující vztahy pro výpočet parametrů regulátorů

$$\begin{aligned}
 \tilde{p}_1 &= d_4 \\
 \tilde{p}_0 &= d_3 - a_1 \tilde{p}_1 - b_1 q_2 \\
 q_2 &= \frac{d_2 - a_1 \tilde{p}_0 - a_0 \tilde{p}_1 - b_1 q_1}{b_0} \\
 q_1 &= \frac{d_1 - a_0 \tilde{p}_0 - b_1 q_1}{b_0} \\
 q_0 &= \frac{d_0}{b_0}
 \end{aligned} \tag{5.44.}$$

$$\begin{aligned}
 t_3 &= d_4 \\
 t_2 &= d_3 \\
 t_1 &= d_2 \\
 t_0 &= d_1 - b_1 r_0 \\
 r_0 &= \frac{d_0}{b_0}
 \end{aligned} \tag{5.45.}$$

Získané soustavy rovnic můžeme také převést do maticového tvaru, což nám umožní jejich jednodušší řešení

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & b_1 & 0 & 0 \\ a_0 & a_1 & b_0 & b_1 & 0 \\ 0 & a_0 & 0 & b_0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \tag{5.46.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_3 \\ t_2 \\ t_1 \\ t_0 \\ r_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \tag{5.47.}$$

Není nutné řešit celou soustavu rovnic (5.47.), pro návrh přímovazebního regulátoru je nutné znát pouze polynom $r(s)$, v našem případě tedy jen člen r_0 .

5.3 Umístění pólů přenosu systému

Jak již bylo vysvětleno dříve, umístěním pólů regulačního pochodu můžeme ovlivnit jeho vlastnosti a chování. Při návrhu regulátorů metodami 1DOF a 2DOF, jsme vždy na pravé straně polynomiálních rovnic použili stabilní polynom $d(s)$, abychom zajistili vnitřní stabilitu uzavřeného regulačního obvodu. Použili jsme polynom tohoto tvaru

$$d(s) = d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 \quad (5.48.)$$

Pro vybrané soustavy, uvedené dříve, jsme vypočítali, že $\deg d(s)=2$ nebo $\deg d(s)=4$. Uvažujme tedy polynom $d(s)$ pro $\deg d(s)=2$ tohoto tvaru

$$d(s) = d_2s^2 + d_1s + d_0 = (s + \alpha_1)(s + \alpha_2) \quad (5.49.)$$

a polynom $d(s)$ pro $\deg d(s)=4$ tohoto tvaru

$$d(s) = d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = (s + \alpha_1)(s + \alpha_2)(s + \alpha_3)(s + \alpha_4) \quad (5.50.)$$

Nyní definujme vztah α_i vzhledem k pólům p_i polynomu $d(s)$

$$p_i = -\alpha_i \quad (5.51.)$$

Vhodnou volbou $\alpha_i > 0$ tedy můžeme dosáhnout požadovaného stabilního aperiodického chování regulované soustavy.

Na základě zvoleného kritéria kvality regulačního pochodu potom hledáme minimum dané účelové funkce, tedy hodnoty α_i , které mu odpovídají. S rostoucím stupněm polynomu $d(s)$ značně stoupá náročnost nalezení minima účelové funkce.

5.4 Navržené regulátory pro vybrané soustavy

V následující tabulce (*Tab. 2 – Regulované soustavy s navrženými regulátory*) jsou zobrazeny vybrané přenosy soustavy a k nim navržené struktury regulátorů metodou 1DOF a 2DOF.

Tab. 2 – Regulované soustavy s navrženými regulátory

| Regulovaná soustava | 1DOF | 2DOF |
|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| $G(s) = \frac{b_0}{s + a_0}$ | $Q(s) = \frac{q_1 s + q_0}{s \tilde{p}_0}$ | $Q(s) = \frac{q_1 s + q_0}{s \tilde{p}_0}$ |
| | | $R(s) = \frac{r_0}{s \tilde{p}_0}$ |
| $G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$ | $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ | $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ |
| | | $R(s) = \frac{r_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ |
| $G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$ | $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ | $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ |
| | | $R(s) = \frac{r_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ |
| $G(s) = \frac{b_0}{s}$ | $Q(s) = \frac{q_1 s + q_0}{s \tilde{p}_0}$ | $Q(s) = \frac{q_1 s + q_0}{s \tilde{p}_0}$ |
| | | $R(s) = \frac{r_0}{s \tilde{p}_0}$ |
| $G(s) = \frac{b_0}{s(s + a_1)}$ | $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ | $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ |
| | | $R(s) = \frac{r_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ |
| $G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s(s + a_1)}$ | $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ | $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ |
| | | $R(s) = \frac{r_0}{s(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)}$ |

6 POUŽITÁ KRITÉRIA KVALITY REGULAČNÍHO POCHODU

6.1 Integrální kritéria

Několik základních typů integrálních kritérií kvality regulačního pochodu spolu s jejich výhodami a nevýhodami již bylo uvedeno dříve v teoretické části této práce. Nyní si uvedme tři, které jsou použity v praktické části k optimalizaci regulačního pochodu.

Prvním z nich je kvadratické integrální kritérium. Již v teoretické části této práce byla uvedena jeho spojitá verze. Nicméně použití spojité verze pro naše výpočetní účely není vhodné z důvodu nedostatečných výpočetních kapacit a použití číslicové výpočetní techniky. Uvedeme si proto zde pro každé z těchto integrálních kritérií také jeho odpovídající diskrétní tvar.

Kvadratické integrální kritérium

$$J_1 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (6.1.)$$

jeho odpovídající diskrétní tvar

$$J_1 = \sum_0^k e^2(k) \quad (6.2.)$$

Druhé použité integrální kritérium penalizuje nejen kvadrát regulační odchylky ale také kvadrát akčního zásahu. O tom, jakou vahou bude působit kvadrát akčního zásahu vzhledem ke kvadrátu regulační odchylky rozhoduje váhový koeficient, který se značí φ a platí, že $\varphi > 0$. Vztah popisující toto kritérium je

$$J_2 = \int_0^{\infty} [e^2(t) + \varphi \cdot u^2(t)] dt \quad (6.3.)$$

jeho odpovídající diskrétní tvar

$$J_2 = \sum_0^k [e^2(k) + \varphi \cdot u^2(k)] \quad (6.4.)$$

Třetí použité integrální kritérium penalizuje kvadrát regulační odchylky a kvadrát derivace akčního zásahu. O váze jednotlivých argumentů opět rozhoduje váhový koeficient φ . Vztah popisující kritérium je následující

$$J_3 = \int_0^{\infty} [e^2(t) + \varphi \cdot [u'(t)]^2] dt \quad (6.5.)$$

jeho odpovídající diskrétní tvar

$$J_3 = \sum_0^k [e^2(k) + \varphi \cdot \Delta u^2(k)] \quad (6.6.)$$

6.2 Kritéria hodnotící průběh řízeného výstupu

První použité kritérium z této skupiny penalizuje překmit regulované veličiny vůči žádané hodnotě, jeho velikost se uvádí v procentech žádané hodnoty a značí se σ . Při optimalizaci účelové funkce, tedy hledání pólů regulované soustavy takových, aby překmit žádané hodnoty byl co nejmenší by daná úloha měla obecně více řešení a nebyly by prakticky použitelné, například z důvodu dlouhé doby regulace. Je tedy v tomto kritériu ještě zahrnuta doba regulace t_p , již zmíněná v teoretické části práce. Váhu jednotlivých argumentů nastavujeme opět váhovým koeficientem φ . Toto kritérium má tvar

$$J_4 = \sigma + \varphi \cdot t_p \quad (6.7.)$$

Druhé použité kritérium v této skupině opět penalizuje dobu regulace t_p , ale spolu s ní je penalizována i absolutní hodnota akčního zásahu u_{max} , opět z praktických důvodů. Váhu jednotlivých argumentů opět nastavujeme váhovým koeficientem φ . Toto kritérium má tvar

$$J_5 = t_p + \varphi \cdot |u_{max}| \quad (6.8.)$$

U tohoto typu kritérií je prakticky nutné využít více aspektů kvality regulačního pochodu, kde potom hledáme minimum nějakého kompromisu mezi nimi, zohledněného zmíněným váhovým koeficientem. V případě že bychom použili pouze jeden z nich, například pouze dobu regulace t_p , mohlo by dojít k tomu, že použitý akční zásah bude v nekonečnu, tedy fyzikálně nerealizovatelný.

7 PROGRAMOVÉ VYBAVENÍ OPTIMALPP

Za účelem praktického využití doposud získaných znalostí, uvedených v předchozích částech této práce, byl v prostředí MATLAB vytvořen program s názvem Optimalpp. Jedná se o zkratku z anglického výrazu optimal pole placement. Již z názvu je zřejmé, že cílem programu je nalezení optimálního umístění pólů uzavřeného regulačního obvodu. Tento program je optimalizován pro verzi MATLAB 7.10.0(R2010a). Jelikož postupem času dochází k drobným změnám v MATLABu i jeho toolboxech může se stát, že optimalpp nebude plně kompatibilní s jinou verzí. V případě jakékoliv nejistoty doporučuji použití příkazu *help*.

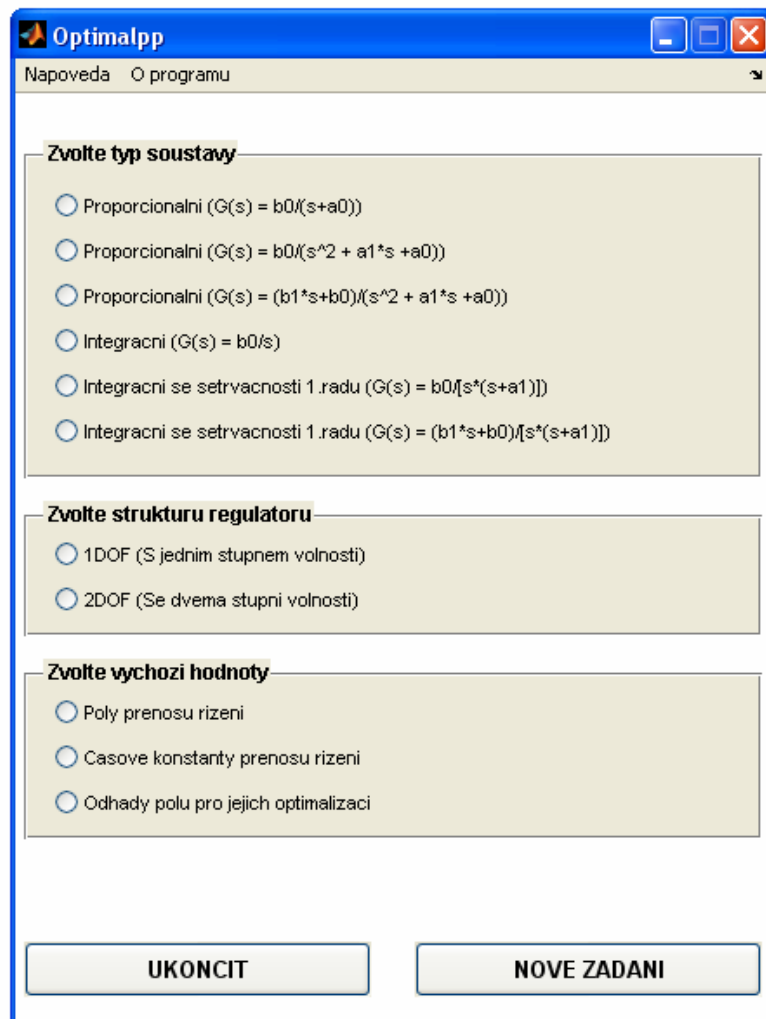
7.1 MATLAB

MATLAB je interaktivní programové prostředí vyvinuté společností MathWorks určené pro vědeckotechnické účely a simulace. Umožňuje počítání s maticemi, vykreslování grafů, tvorbu a implementaci algoritmů, tvorbu uživatelského grafického rozhraní a mnohé další. Součástí MATLABu jsou takzvané toolboxy, jejichž počet závisí na zakoupené licenci. Tyto toolboxy slouží k usnadnění práce v různých odvětvích počínaje matematikou, přes automatické řízení až k ekonomii.

Simulink je část instalace MATLABu sloužící k simulaci dynamických systémů. Obsahuje interaktivní ovládací prostředí, kde výsledný model získáte výběrem a vhodným spojením bloků. Tyto bloky obsahují například zdroje signálů či zobrazovací zařízení. Simulink je možné kombinovat s m-fily a díky tomu vytvářet přesnější a různorodější modely systémů.

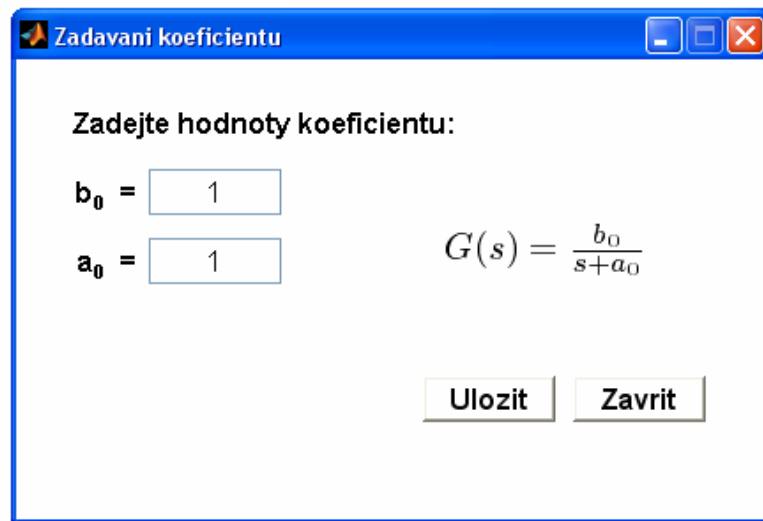
7.2 Optimalpp

Optimalpp je souborem několika vzájemně propojených m-file a simulinkových schémat. Po jeho spuštění se uživateli zobrazí základní okno, které vidíme na obrázku (*Obr. 7.1 – Základní okno Optimalpp*).



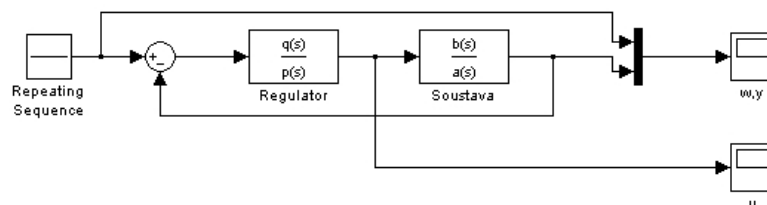
Obr. 7.1 – Základní okno Optimalpp

V záložce nápověda umístěné v horní části okna je uveden stručný návod, jak s touto aplikací pracovat. Při pohledu na okno jsou markantní tři oblasti. První z nich je charakterizována volbou soustavy. Zde si musíme zvolit jednu z dříve uvedených regulovaných soustav v tabulce (*Tab. 2 – Regulované soustavy s navrženými regulátory*), a v následně zobrazeném novém okně zadat její koeficienty, jak můžeme opět vidět na obrázku (*Obr. 7.2 – Okno pro zadávání koeficientů regulované soustavy*).

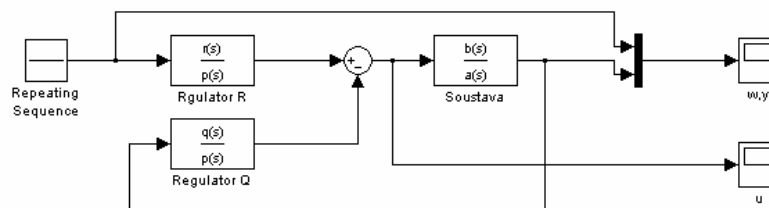


Obr. 7.2 – Okno pro zadávání koeficientů regulované soustavy

Druhou markantní oblastí je volba struktury regulátoru, zde je na výběr ze dvou možností a to 1DOF a 2DOF konfigurace. Tyto možnosti korespondují se simulinkovými schémata na následujících obrázcích (Obr. 7.3 - Simulinkové schéma 1DOF), (Obr. 7.4 – Simulinkové schéma 2DOF).



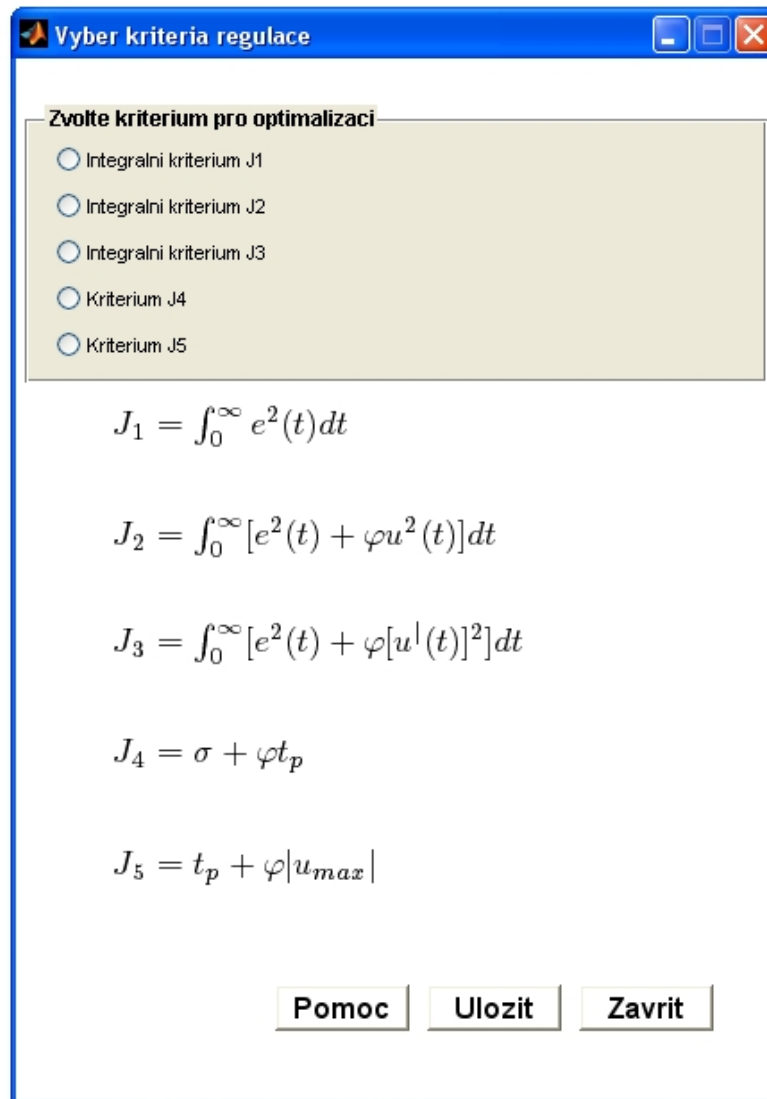
Obr. 7.3 - Simulinkové schéma 1DOF



Obr. 7.4 – Simulinkové schéma 2DOF

Třetí markantní oblastí je volba výchozích hodnot. V prvních dvou možnostech uživatel zadá buď póly nebo časové konstanty přenosu uzavřeného regulačního obvodu. Tyto zadané hodnoty jsou následně použity k výpočtům parametrů regulátoru podle jeho dříve zvolené struktury. Třetí možností je zadat odhady pólů uzavřeného regulačního

obvodu a tyto odhady následně nechat optimalizovat třemi vybranými funkcemi optimization toolboxu na základě uživatelem zvoleného kritéria jakosti regulačního pochodu. Vybrat může jedno z kritérií uvedených v kapitole 6 této práce. Okno pro výběr kritéria optimalizace se zobrazí ihned po zadání odhadů pólů a je zobrazeno na obrázku (Obr. 7.5 – Okno pro volbu kritéria optimalizace).



Obr. 7.5 – Okno pro volbu kritéria optimalizace

Po volbě kritéria může být uživatel požádán o dodatečné doplnění jeho hodnot, jako je například váhový koeficient φ . Vše potřebné je vysvětleno v nápovědě skrývající se pod tlačítkem pomoc. Stiskem tlačítka uložit se spustí postupně optimalizační funkce Fminunc, Fminsearch a Fminimax, které jsou vysvětleny dále.

Dokončením optimalizačních procesů a výpočtů parametrů regulátoru se zobrazí okno, kde je shrnuto vše co bylo uživatelem zadáno a taktéž výsledky optimalizací jednotlivých funkcí či výpočtů parametrů regulátoru. Obsah tohoto okna se přizpůsobuje uživatelem dříve zvoleným variantám a může vypadat jako na obrázku (Obr. 7.6 – Souhrnné zobrazení výsledků optimalpp).

Zobrazení vysledku

Prenos soustavy:

| | | |
|---------|---|-------------------------------------------------------|
| $b_0 =$ | 1 | $G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$ |
| $a_0 =$ | 1 | |
| $a_1 =$ | 1 | $Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)}$ |

Poly regulatoru:

| | | |
|---------|----|-------------------------------------|
| $p_1 =$ | -1 | $R(s) = \frac{r_0}{s(p_1 s + p_0)}$ |
| $p_2 =$ | -1 | |
| $p_3 =$ | -1 | |
| $p_4 =$ | -1 | $J_1 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$ |

| | | | |
|----------------------|---------|---------------------------|--------|
| Poly Fminunc: | | Regulator Fminunc: | |
| $p_1 =$ | -1.0551 | $q_2 =$ | 2.4589 |
| $p_2 =$ | -1.0551 | $q_1 =$ | 1.4778 |
| $p_3 =$ | -1.0551 | $q_0 =$ | 1.2393 |
| $p_4 =$ | -1.0551 | $p_1 =$ | 1 |
| $J =$ | 3.6601 | $p_0 =$ | 3.2204 |
| $E =$ | 1 | $r_0 =$ | 1.2393 |

| | | | |
|-------------------------|---------|------------------------------|--------|
| Poly Fminsearch: | | Regulator Fminsearch: | |
| $p_1 =$ | -1.055 | $q_2 =$ | 2.4589 |
| $p_2 =$ | -1.0551 | $q_1 =$ | 1.4778 |
| $p_3 =$ | -1.0551 | $q_0 =$ | 1.2393 |
| $p_4 =$ | -1.0551 | $p_1 =$ | 1 |
| $J =$ | 3.6601 | $p_0 =$ | 3.2204 |
| $E =$ | 1 | $r_0 =$ | 1.2393 |

| | | | |
|-----------------------|---------|----------------------------|--------|
| Poly Fminimax: | | Regulator Fminimax: | |
| $p_1 =$ | -1.0551 | $q_2 =$ | 2.4589 |
| $p_2 =$ | -1.0551 | $q_1 =$ | 1.4778 |
| $p_3 =$ | -1.0551 | $q_0 =$ | 1.2393 |
| $p_4 =$ | -1.0551 | $p_1 =$ | 1 |
| $J =$ | 3.6601 | $p_0 =$ | 3.2204 |
| $E =$ | 4 | $r_0 =$ | 1.2393 |

SIMULOVAT

NOVE ZADANI **POMOC**

Obr. 7.6 – Souhrnné zobrazení výsledků optimalpp

Vysvětlení obsahu celého okna je skryto pod tlačítkem pomoc. V případě že je uživatel spokojen se zobrazenými výsledky, může si stiskem tlačítka nechat simulovat chování regulované veličiny a akčního zásahu nebo zadávání hodnot opakovat.

7.3 Optimization toolbox MATLAB

Funkce které používáme k optimalizaci regulačního pochodu jsou *Fminunc*, *Fminsearch* a *Fminimax* a jsou součástí Optimization toolboxu v MATLABu. Veškerou nápovědu a pár ukázkových příkladů k těmto funkcím najdeme v helpu, nicméně základní poznatky jsou uvedeny v dalších kapitolách.

7.3.1 Fminunc

Tato funkce hledá minimum nelineární funkce více proměnných $f(x)$, bez vedlejších podmínek a je definována takto

$$\min_x f(x) \quad (7.1.)$$

kde x je vektor a $f(x)$ je skalární funkce.

Syntaxe která je použita v programu Optimalpp je následující

$$[x, fval, exitflag] = fminunc(@fce_fminunc, x0) \quad (6.9.)$$

kde x je vektor hodnot v nalezeném minimu cílové funkce. *Fval* vrací hodnotu cílové funkce vypočítané v řešení x . *Exitflag* vrací hodnotu která popisuje podmínky ukončení funkce, v souhrnném zobrazení programu Optimalpp je značena *E* a hodnoty kterých může nabývat jsou uvedeny v následující tabulce (*Tab. 3 – Hodnoty exitflag funkce fminunc*).

Tab. 3 – Hodnoty exitflag funkce fminunc

| Hodnota | Podmínky ukončení |
|---------|-----------------------------------------------------------|
| 1 | Funkce konvergovala k řešení x |
| 2 | Změna x byla menší než předepsaný požadavek |
| 3 | Změna v cílové funkci byla menší než předepsaný požadavek |
| 5 | Nelze zmenšovat funkci podél určeného směru vyhledávání |
| 0 | Příliš mnoho vyhodnocení nebo iterací funkce |
| -1 | Algoritmus byl ukončen výstupní funkcí |

x_0 jsou počáteční odhady, které zadává uživatel jako odhad pólů uzavřeného regulačního obvodu.

Funkce *Fminunc* používá jako algoritmus pro řešení velkých úloh Metodu přípustných oblastí prostoru. Tato metoda je založená na Newtonově metodě, která je vysvětlena v kapitole 4.2 této práce. Pro řešení středních úloh se používá Kwazi-Newtonova BFGS metoda kombinovaná s kvadratickou a kubickou jednorozměrnou procedurou hledání minima.[3][4]

7.3.2 Fminsearch

Tato funkce hledá minimum nelineární funkce více proměnných $f(x)$ bez vedlejších podmínek

$$\min_x f(x) \quad (7.2.)$$

kde x je vektor a $f(x)$ je skalární funkce.

Syntaxe která je použita v programu Optimalpp je následující

$$[x,fval,exitflag] = fminsearch(@fce_fminsearch,x_0) \quad (6.10.)$$

kde x je vektor hodnot v nalezeném minimu cílové funkce. *Fval* vrací hodnotu cílové funkce vypočítané v řešení x . *Exitflag* vrací hodnotu která popisuje podmínky ukončení funkce, v souhrnném zobrazení programu Optimalpp je značena *E* a hodnoty kterých může nabývat jsou uvedeny v následující tabulce (*Tab. 4 – Hodnoty exitflag funkce fminsearch*).

Tab. 4 – Hodnoty exitflag funkce fminsearch

| Hodnota | Podmínky ukončení |
|---------|----------------------------------------------|
| 1 | Funkce konvergovala k řešení x |
| 0 | Příliš mnoho vyhodnocení nebo iterací funkce |
| -1 | Algoritmus byl ukončen výstupní funkcí |

x_0 jsou počáteční odhady, které zadává uživatel jako odhad pólů uzavřeného regulačního obvodu.

Funkce *Fminsearch* používá Nelder-Mead metodu, která je vysvětlena v kapitole 4.3. Pro nespojitý problém může být tato funkce robustnější než *Fminunc*. [3][4]

7.3.3 Fminimax

Tato funkce hledá minimum z maximální hodnoty vektorové funkce $f(x)$

$$\min_x \max_f f(x) \quad (7.3.)$$

s vedlejšími podmínkami

$$\begin{aligned} c(x) &\leq 0, \\ ceq(x) &= 0, \\ A * x &\leq b, \\ Aeq * x &= beq, \\ lb &\leq x \leq ub \end{aligned} \quad (7.4.)$$

kde x , b , beq , lb , ub jsou vektory, A , Aeq jsou matice a $c(x)$, $ceq(x)$, $f(x)$ jsou vektorové funkce.

Syntaxe která je použita v programu Optimalpp je následující

$$[x, fval, maxfval, exitflag] = fminimax(@fce_fminimax, x0) \quad (6.11.)$$

kde x je vektor hodnot v nalezeném minimu cílové funkce. $Fval$ vrací hodnotu cílové funkce vypočítané v řešení x . $Maxfal$ vrací maximální hodnoty funkce v řešení x . $Exitflag$ vrací hodnotu která popisuje podmínky ukončení funkce, v souhrnném zobrazení programu Optimalpp je značena E a hodnoty kterých může nabývat jsou uvedeny v následující tabulce (Tab. 5 – Hodnoty *exitflag* funkce *fminimax*).

Tab. 5 – Hodnoty *exitflag* funkce *fminimax*

| Hodnota | Podmínky ukončení |
|---------|---------------------------------------------------------------|
| 1 | Funkce konvergovala k řešení x |
| 4 | Velikost ve směru hledání je menší než předepsaný požadavek |
| 5 | Velikost směrových derivací je menší než předepsaný požadavek |
| 0 | Příliš mnoho vyhodnocení nebo iterací funkce |
| -1 | Algoritmus byl ukončen výstupní funkcí |
| -2 | Nebyl nalezen žádný přípustný bod |

$x0$ jsou počáteční odhady, které zadává uživatel jako odhad polů uzavřeného regulačního obvodu.

Funkce *Fminimax* používá pro vyhledávání metodu sekvenčního programování, která je popsána v kapitole 4.4. Dále ještě využívá jednorozměrnou optimalizaci a výpočet hessiánu.[3][4]

8 PRAKTICKÁ UKÁZKA NUMERICKÉ OPTIMALIZACE PÓLŮ

Numerická optimalizace pólů, v našem případě reprezentována funkcemi *Fminunc*, *Fminsearch* a *Fminimax* v MATLABu, byla otestována na několika náhodně zvolených případech tak, aby bylo využito všech uvedených kritérií pro seřízení regulačního pochodu a taktéž 1DOF i 2DOF struktur regulátoru. Všechny zjištěné poznatky, společně s podmínkami za jakých k nim došlo jsou prezentovány v následující několika kapitolách.

8.1 Využití numerických metod pro návrh 1DOF regulátoru

8.1.1 Závislost na změně kritéria kvality regulačního pochodu u proporcionální soustavy

Byla náhodně zvolena proporcionální soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s + a_0} = \frac{2}{s + 4} \quad (8.1.)$$

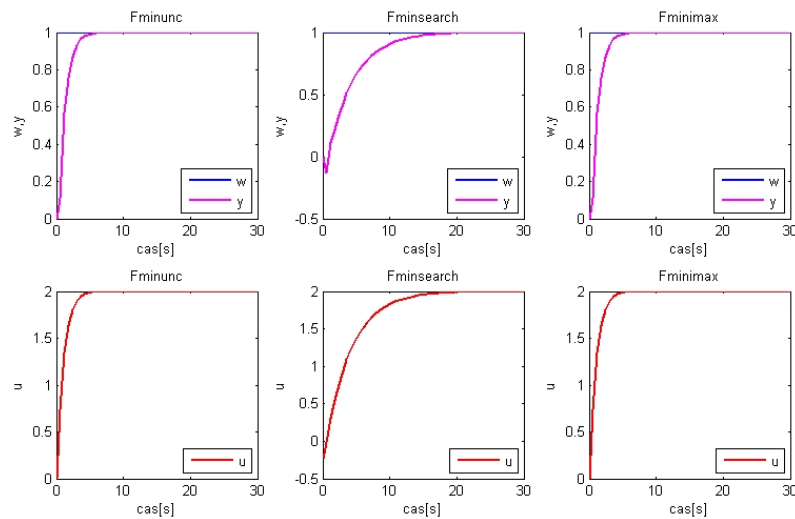
Výchozí odhady pólů pro numerické metody byly zvoleny $p_1 = -1$, $p_2 = -3$.

Cílem bylo zjistit, zda tyto tři numerické metody dokáží najít vhodné póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu pro různé typy kritérií seřízení regulačního pochodu při stejných počátečních podmínkách.

Pro kritéria J_1 a J_2 ani jedna z funkcí nenalezla póly přenosu takové, aby zajistily stabilní regulační pochod. Pro kritérium J_3 všechny funkce došly ke stejnému výsledku a vzniklý regulační pochod byl kmitavý s postupným ustálením se na žádané hodnotě. Při použití kritérií J_4 a J_5 bylo hledání pólů ukončeno, s jednou výjimkou, vždy po několika iteracích s výsledkem že zadané odhady pólů jsou optimálním řešením. Získaný regulační pochod je bez překmitu s poměrně rychlým dosažením žádané hodnoty. Na obrázku (*Obr. 8.1 - Regulační pochody pro kritérium J_5*) je uvedeno srovnání regulačních pochodů všech použitých funkcí pro kritérium J_5 a můžeme zde vidět již zmíněnou výjimku, kdy funkce *Fminsearch* našla póly odlišné od zadaných odhadů, které jsou zobrazeny v tabulce (*Tab. 6 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru*), ovšem k dosažení žádané hodnoty zde dochází o poznání později.

Tab. 6 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro kritérium J_5

| F_{minunc} | | $F_{minsearch}$ | | $F_{minimax}$ | |
|--------------|-----|-----------------|----------|---------------|-----|
| p_1 | -1 | p_1 | -0,26063 | p_1 | -1 |
| p_2 | -3 | p_2 | -3,2678 | p_2 | -3 |
| J_5 | 34 | J_5 | 33,9981 | J_5 | 34 |
| q_1 | 0 | q_1 | -0,23567 | q_1 | 0 |
| q_0 | 1,5 | q_0 | 0,42601 | q_0 | 1,5 |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |



Obr. 8.1 - Regulační pochody pro kritérium J_5

8.1.2 Závislost na změně kritéria kvality regulačního pochodu u integrační soustavy

Byla náhodně zvolena integrační soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s} = \frac{3}{s} \quad (8.2.)$$

Výchozí odhady pólů pro numerické metody byly zvoleny $p_1=-1$, $p_2=-3$.

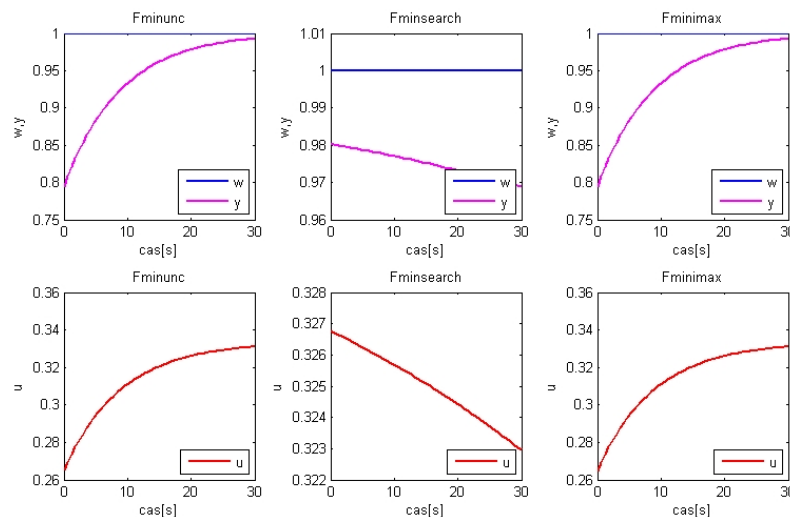
Cílem bylo zjistit, zda tyto tři numerické metody dokáží najít vhodné póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu pro různé typy kritérií seřízení regulačního pochodu při stejných počátečních podmínkách.

Zvoleným numerickým metodám se pro kritéria jakosti regulačního pochodu J_1 , J_2 , J_4 nepodařilo naleznout takové póly, aby zajistily stabilní regulační pochod. Za použití

kritéria J_3 , byl dosažený regulační pochod stabilní, bez překmitu s poměrně rychlým dosažením žádané hodnoty. V posledním případě, za použití kritéria J_5 , funkce $Fminsearch$ našla póly způsobující nestabilní regulační pochod a funkce $Fminunc$ a $Fminimax$ našly jako optimální řešení póly, které nezpůsobují překmit žádané hodnoty, nicméně k jejímu dosažení dojde až za použitým časovým intervalem, jak můžeme vidět na obrázku (Obr. 8.2 – Ukázka regulačního pochodu pro kritérium J_5). Hodnoty těchto vypočtených pólů jsou uvedeny v tabulce (Tab. 7 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru).

Tab. 7 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro kritérium J_5

| $Fminunc$ | | $Fminsearch$ | | $Fminimax$ | |
|-----------|----------|--------------|----------|------------|----------|
| p_1 | -0,14681 | p_1 | 0,015596 | p_1 | -0,14684 |
| p_2 | -3,7359 | p_2 | -49,7843 | p_2 | -3,7343 |
| J_5 | 30,6868 | J_5 | 30,6665 | J_5 | 30,6868 |
| q_1 | 1,2942 | q_1 | 16,6001 | q_1 | 1,2937 |
| q_0 | 0,18283 | q_0 | -0,25908 | q_0 | 0,18277 |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |



Obr. 8.2 – Ukázka regulačního pochodu pro kritérium J_5

8.1.3 Závislost na změně výchozích odhadů pólů u proporcionální soustavy

Byla zvolena proporcionální soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s + a_0} = \frac{2}{s + 4} \quad (8.3.)$$

Výchozí odhady pólů pro numerické metody byly zvoleny dle následující tabulky (Tab. 8 – Volba výchozích odhadů pólů URO).

Tab. 8 – Volba výchozích odhadů pólů URO

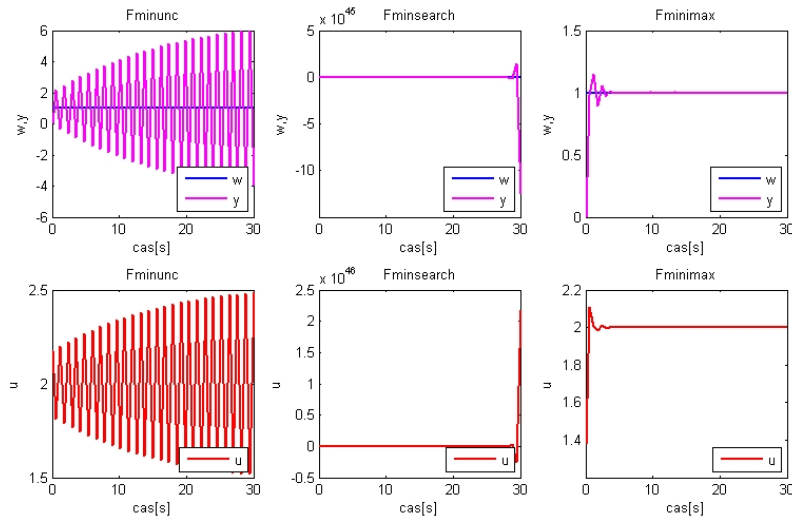
| Číslo pokusu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| p_1 | -1 | -1 | -1 | -3 | -5 | -3 | -5 | -7 |
| p_2 | -1 | -3 | -5 | -1 | -1 | -3 | -5 | -7 |

Cílem bylo zjistit, jak tyto tři numerické metody dokáží najít vhodné póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu pro různé výchozí odhady pólů za použití kritéria kvality regulačního pochodu J_4 .

Prvním zjištěním bylo, že nezáleží na pořadí zadávání odhadů pólů, tedy pokusy 2, 4 a 3, 5 měly totožné výsledky. S výjimkou pokusů 7 a 8, byly zadané odhady pólů totožné s nalezenými řešeními. V pokusech 7 a 8 se ukázala funkce $F_{minimax}$ jako robustnější než zbylé dvě, neboť dokázala mnohem déle zajistit nalezení pólů vedoucích ke stabilnímu regulačnímu pochodu, což je viditelné na následujícím obrázku (Obr. 8.3 – Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 8). Získané hodnoty při pokusu osm jsou uvedeny v tabulce (Tab. 9 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru).

Tab. 9 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro pokus číslo 8

| | F_{minunc} | | $F_{minsearch}$ | | $F_{minimax}$ |
|-------|--------------|-------|-----------------|-------|---------------|
| p_1 | -4,1747 | p_1 | -7,4594 | p_1 | -3,3776 |
| p_2 | -4,1747 | p_2 | -2,8875 | p_2 | -3,3776 |
| J_4 | 60 | J_4 | 60 | J_4 | 60 |
| q_1 | 2,1747 | q_1 | 3,1734 | q_1 | 1,3776 |
| q_0 | 8,7139 | q_0 | 10,7694 | q_0 | 5,7041 |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |



Obr. 8.3 – Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 8

8.1.4 Závislost na změně výchozích odhadů pólů u integrační soustavy

Byla zvolena integrační soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s} = \frac{3}{s} \quad (8.4.)$$

Struktura regulátoru 1DOF. Výchozí odhady pólů pro numerické metody byly zvoleny dle následující tabulky (Tab. 10 – Volba výchozích odhadů pólů URO).

Tab. 10 – Volba výchozích odhadů pólů URO

| Číslo pokusu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|
| p_1 | -1 | -1 | -1 | -4 | -7 | -4 | -7 |
| p_2 | -1 | -4 | -7 | -1 | -1 | -4 | -7 |

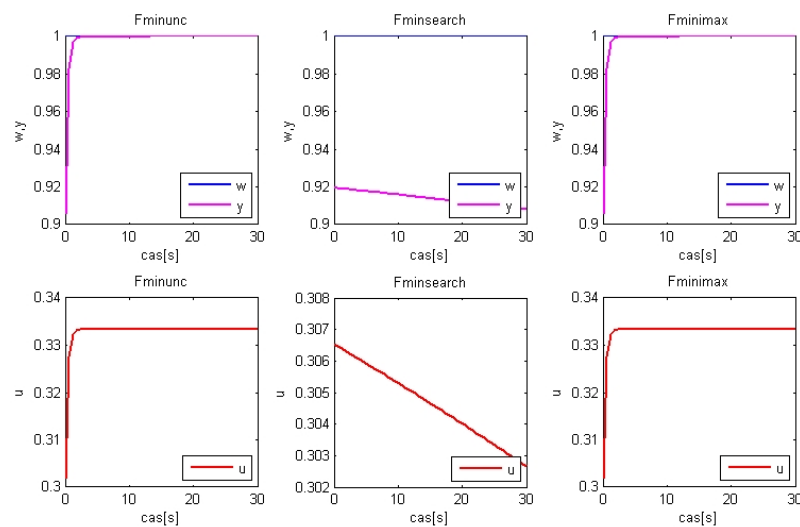
Cílem bylo zjistit, jak tyto tři numerické metody dokáží najít vhodné póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu pro různé výchozí odhady pólů za použití kritéria kvality regulačního pochodu J_5 .

Bylo zjištěno, že za těchto podmínek funkce *Fminsearch* nedokáže nalézt póly uzavřeného regulačního obvodu takové, aby nezpůsobovaly nestabilní regulační pochod s výjimkou pokusu číslo jedna. Pro ostatní získané regulační pochody platí, že nikdy nedošlo k překmitu žádané hodnoty a s vzájemnou rostoucí vzdáleností pólů se doba dosažení žádané hodnoty prodlužuje. Při volbě stejných odhadů pólů uzavřeného regulačního obvodu byly získané výsledky rozdílné, při pokusu číslo sedm byla získaná

soustava nestabilní a naopak při pokusu číslo šest, získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce (Tab. 11 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru), došlo k dosažení žádané hodnoty poměrně rychle jak je vidět na obrázku (Obr. 8.4 - Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 6).

Tab. 11 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro pokus číslo 6

| F_{minunc} | | $F_{minsearch}$ | | $F_{minimax}$ | |
|--------------|---------|-----------------|-----------|---------------|---------|
| p_1 | -4,7704 | p_1 | -11,4429 | p_1 | -4,7704 |
| p_2 | -4,7704 | p_2 | 0,004933 | p_2 | -4,7704 |
| J_5 | 30,7367 | J_5 | 30,6664 | J_5 | 30,7367 |
| q_1 | 3,1803 | q_1 | 3,8126 | q_1 | 3,1803 |
| q_0 | 7,5856 | q_0 | -0,018664 | q_0 | 7,5855 |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |



Obr. 8.4 - Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 6

8.2 Využití numerických metod pro návrh 2DOF regulátoru

8.2.1 Závislost na změně kritéria kvality regulačního pochodu u proporcionální soustavy

Byla zvolena proporcionální soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s + a_0} = \frac{2}{s + 4} \quad (8.5.)$$

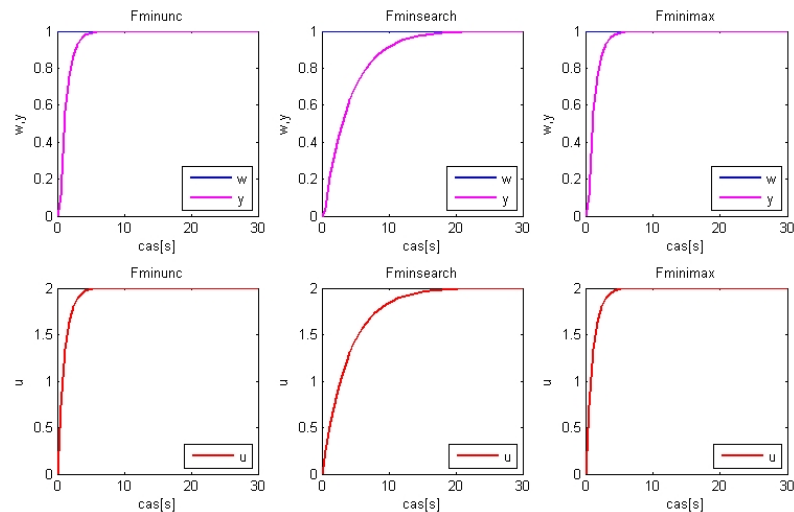
Výchozí odhady pólů pro numerické metody byly zvoleny $p_1 = -1$, $p_2 = -3$.

Cílem bylo zjistit, zda tyto tři numerické metody dokáží najít vhodné póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu pro různé typy kritérií seřízení regulačního pochodu při stejných počátečních podmínkách.

Použité funkce našly pro kritéria J_1 a J_3 totožné póly, nedochází k překmitu žádané hodnoty a její dosažení je poměrně rychlé. Pro kritérium J_2 způsobují nalezené póly nestabilní regulační pochod. Jako v předchozím případě, pro kritéria J_4 a J_5 , bylo vyhledávání ukončeno po několika iteracích a za řešení jsou považovány zadané odhady pólů, opět s výjimkou funkce $F_{minsearch}$ pro kritérium J_5 , což můžeme vidět na následujícím obrázku (*Obr. 8.5 – Regulační pochody pro kritérium J_5*) a hodnoty jsou uvedeny v tabulce (*Tab. 12 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru*).

Tab. 12 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro kritérium J_5

| <i>Fminunc</i> | | <i>Fminsearch</i> | | <i>Fminimax</i> | |
|----------------|-----|-------------------|----------|-----------------|-----|
| p_1 | -1 | p_1 | -0,25608 | p_1 | -1 |
| p_2 | -3 | p_2 | -3,2702 | p_2 | -3 |
| J_5 | 34 | J_5 | 33,9979 | J_5 | 34 |
| q_1 | 0 | q_1 | -0,23684 | q_1 | 0 |
| q_0 | 1,5 | q_0 | 0,41882 | q_0 | 1,5 |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |
| r_0 | 1,5 | r_0 | 0,41882 | r_0 | 1,5 |

Obr. 8.5 – Regulační pochody pro kritérium J_5

8.2.2 Závislost na změně kritéria kvality regulačního pochodu u integrační soustavy

Byla zvolena integrační soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s} = \frac{3}{s} \quad (8.6.)$$

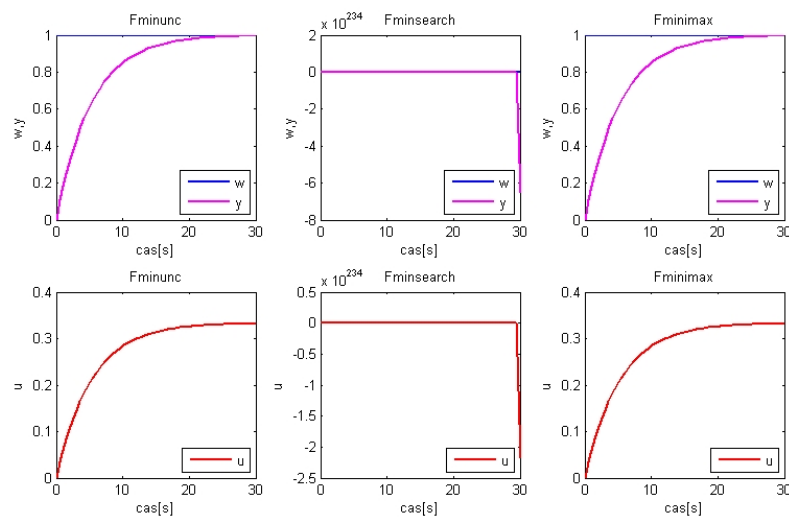
Výchozí odhady pólů pro numerické metody byly zvoleny $p_1 = -1$, $p_2 = -3$.

Cílem bylo zjistit, zda tyto tři numerické metody dokáží najít vhodné póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu pro různé typy kritérií seřízení regulačního pochodu při stejných počátečních podmínkách.

V tomto případě jsou s výjimkou kritéria J_5 , získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce (Tab. 13 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru), kde funkce *Fminsearch* našla póly způsobující nestabilní regulační pochod, dosažené výsledky jednotlivých funkcí pro každé z kritérií prakticky totožné. Výsledný regulační pochod je vždy bez překmitu, jen se mění doba dosažení žádané hodnoty v závislosti na použitém kritériu jakosti regulačního pochodu. Ukázka regulačního pochodu je na obrázku (Obr. 8.6 - Ukázka regulačního pochodu pro kritérium J_5).

Tab. 13 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro kritérium J_5

| F_{minunc} | | $F_{minsearch}$ | | $F_{minimax}$ | |
|--------------|----------|-----------------|-----------|---------------|---------|
| p_1 | -0,25579 | p_1 | -114,1812 | p_1 | -0,2558 |
| p_2 | -3,6419 | p_2 | -10926,43 | p_2 | -3,6405 |
| J_5 | 30,698 | J_5 | 30,6667 | J_5 | 30,698 |
| q_1 | 1,2992 | q_1 | 3680,2 | q_1 | 1,2988 |
| q_0 | 0,31052 | q_0 | 415864,2 | q_0 | 0,31041 |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |
| r_0 | 0,31052 | r_0 | 415864,2 | r_0 | 0,31041 |



Obr. 8.6 - Ukázka regulačního pochodu pro kritérium J_5

8.2.3 Závislost na změně výchozích odhadů pólů u proporcionální soustavy

Byla zvolena proporcionální soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s + a_0} = \frac{2}{s + 4} \quad (8.7.)$$

Struktura regulátoru 2DOF. Výchozí odhady pólů pro numerické metody byly zvoleny dle následující tabulky (Tab. 14 – Volba výchozích odhadů pólů URO).

Tab. 14 – Volba výchozích odhadů pólů URO

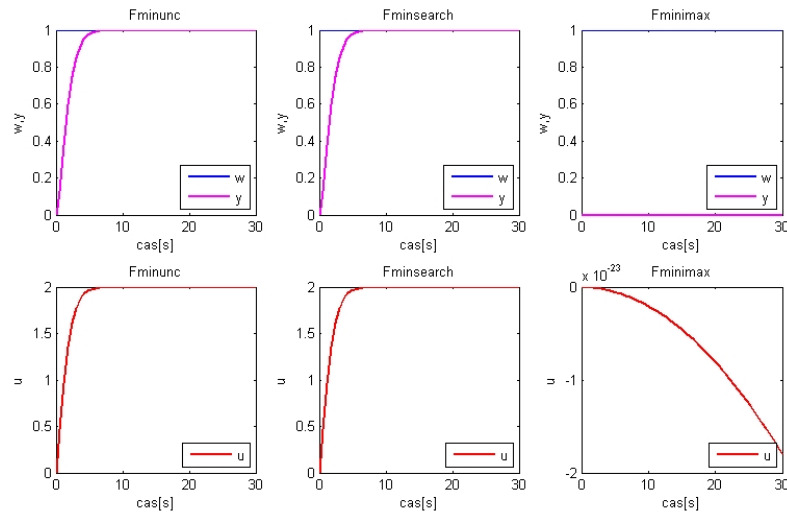
| Číslo pokusu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| p_1 | -1 | -1 | -1 | -3 | -5 | -3 | -5 | -7 |
| p_2 | -1 | -3 | -5 | -1 | -1 | -3 | -5 | -7 |

Cílem bylo zjistit, jak tyto tři numerické metody dokáží najít vhodné póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu pro různé výchozí odhady pólů za použití kritéria kvality regulačního pochodu J_1 .

Nalezené póly měly se dvěma výjimkami vždy stejné hodnoty. Regulační pochod byl bez překmitu s poměrně rychlým dosažením žádané hodnoty. V kapitole 8.1.3, tedy za stejných podmínek a pouze při odlišné struktuře regulátoru byla funkce $F_{minimax}$ robustnější, nyní je tomu právě naopak, jak můžeme vidět na obrázku (Obr. 8.7 – Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 8). Získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce (Tab. 15 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru).

Tab. 15 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro pokus číslo 8

| F_{minunc} | | $F_{minsearch}$ | | $F_{minimax}$ | |
|--------------|----------|-----------------|----------|---------------|-----------------------|
| p_1 | -1,1311 | p_1 | -1,1311 | p_1 | $1,4 \cdot 10^{-13}$ |
| p_2 | -1,1311 | p_2 | -1,1311 | p_2 | $-1,4 \cdot 10^{-13}$ |
| J_1 | 0,66811 | J_1 | 0,66811 | J_1 | 100 |
| q_1 | -0,86891 | q_1 | -0,86891 | q_1 | -2 |
| q_0 | 0,63968 | q_0 | 0,63969 | q_0 | $-9,8 \cdot 10^{-27}$ |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |
| r_0 | 0,63968 | r_0 | 0,63968 | r_0 | $-9,8 \cdot 10^{-27}$ |



Obr. 8.7 – Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 8

8.2.4 Závislost na změně výchozích odhadů pólů u integrační soustavy

Byla zvolena integrační soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s} = \frac{3}{s} \quad (8.8.)$$

Struktura regulátoru 2DOF. Výchozí odhady pólů pro numerické metody byly zvoleny dle následující tabulky (Tab. 16 – Volba výchozích odhadů pólů URO).

Tab. 16 – Volba výchozích odhadů pólů URO

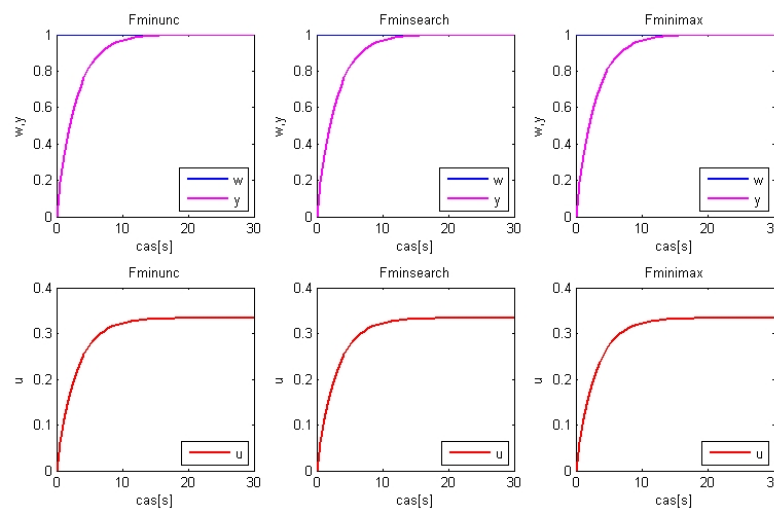
| Číslo pokusu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|
| p_1 | -1 | -1 | -1 | -4 | -5 | -4 | -5 |
| p_2 | -1 | -4 | -5 | -1 | -1 | -4 | -5 |

Cílem bylo zjistit, jak tyto tři numerické metody dokáží najít vhodné póly přenosu uzavřeného regulačního obvodu pro různé výchozí odhady pólů za použití kritéria kvality regulačního pochodu J_2 .

Výsledky pokusů jedna až pět, jsou naprosto totožné, vždy byly nalezeny stejné póly pro všechny funkce bez ohledu na změnu počátečních odhadů pólů uzavřeného regulačního obvodu. Při pokusech šest a sedm nedokázala funkce *Fminimax* nalézt póly které by zajistily stabilní regulační pochodu. Pokus jedna je zobrazen na obrázku (Obr. 8.8 – Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 1) a získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce (Tab. 17 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru).

Tab. 17 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro pokus číslo 1

| <i>Fminunc</i> | | <i>Fminsearch</i> | | <i>Fminimax</i> | |
|----------------|---------|-------------------|---------|-----------------|---------|
| p_1 | -1,0255 | p_1 | -1,0255 | p_1 | -1,0256 |
| p_2 | -1,0255 | p_2 | -1,0255 | p_2 | -1,0256 |
| J_5 | 20,9144 | J_5 | 20,9144 | J_5 | 20,9144 |
| q_1 | 0,68368 | q_1 | 0,68368 | q_1 | 0,68372 |
| q_0 | 0,35056 | q_0 | 0,35056 | q_0 | 0,3506 |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |
| r_0 | 0,35056 | r_0 | 0,35056 | r_0 | 0,3506 |



Obr. 8.8 - Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 1

8.2.5 Závislost na změně váhového koeficientu φ u proporcionální soustavy

Byla zvolena proporcionální soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s + a_0} = \frac{2}{s + 4} \quad (8.9.)$$

Výchozí odhady pólů pro numerické metody byly zvoleny $p_1 = -1$, $p_2 = -1$, kritérium kvality regulačního pochodu J_3 .

Cílem bylo zjistit, jakým způsobem dokáže změna váhového koeficientu φ ovlivnit výsledek optimalizace regulačního pochodu za použití funkcí *Fminunc*, *Fminsearch* a *Fminimax*.

Váhový koeficient φ byl volen dle následující tabulky (Tab. 18 – Volba výchozích odhadů pólů URO).

Tab. 18 – Volba výchozích odhadů pólů URO

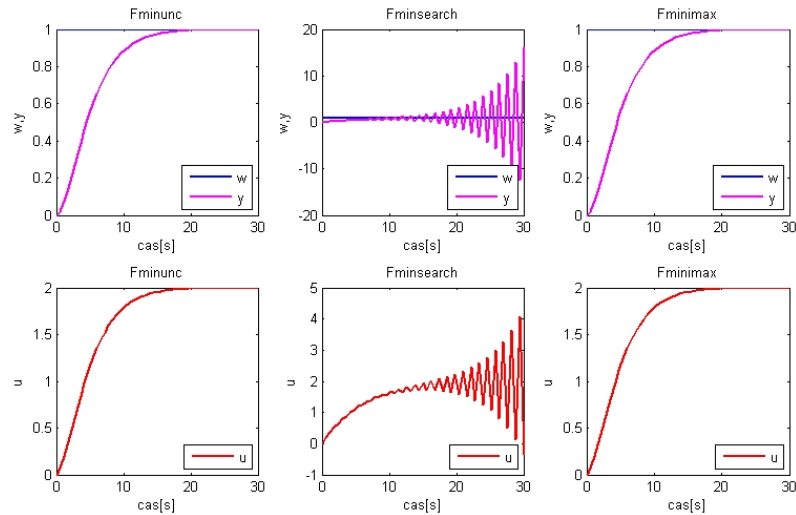
| | | | | | | | | | |
|--------------|-----|---|---|---|---|----|----|----|-----|
| Číslo pokusu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| φ | 0,1 | 1 | 2 | 4 | 7 | 15 | 25 | 50 | 100 |

Získaný regulační pochod byl vždy bez překmitu, maximální hodnota akčního zásahu byla vždy stejná. S rostoucí hodnotou váhového koeficientu roste doba dosažení žádané hodnoty avšak změna velikosti váhového koeficientu je zratelná až v řádu desítek.

Při pokusu číslo devět, získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce (Tab. 19 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru), kdy váhový koeficient $\varphi=100$, funkce $F_{minsearch}$ nalézá póly které způsobují nestabilní regulační pochod, jak můžeme vidět na obrázku (Obr. 8.9 – Ukázka regulačního pochodu pro $\varphi=100$).

Tab. 19 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro váhový koeficient $\varphi=100$

| F_{minunc} | | $F_{minsearch}$ | | $F_{minimax}$ | |
|--------------|----------|-----------------|---------|---------------|----------|
| p_1 | -0,37141 | p_1 | -4,3115 | p_1 | -0,37141 |
| p_2 | -0,37141 | p_2 | -0,1646 | p_2 | -0,37141 |
| J_3 | 19,2592 | J_3 | 17,4326 | J_3 | 19,2592 |
| q_1 | -1,6286 | q_1 | 0,23808 | q_1 | -1,6286 |
| q_0 | 0,068973 | q_0 | 0,35485 | q_0 | 0,068973 |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |
| r_0 | 0,068973 | r_0 | 0,35485 | r_0 | 0,068973 |

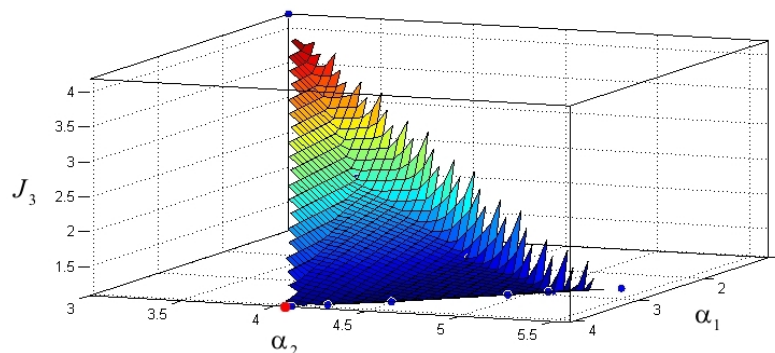

 Obr. 8.9 – Ukázka regulačního pochodu pro $\varphi=100$

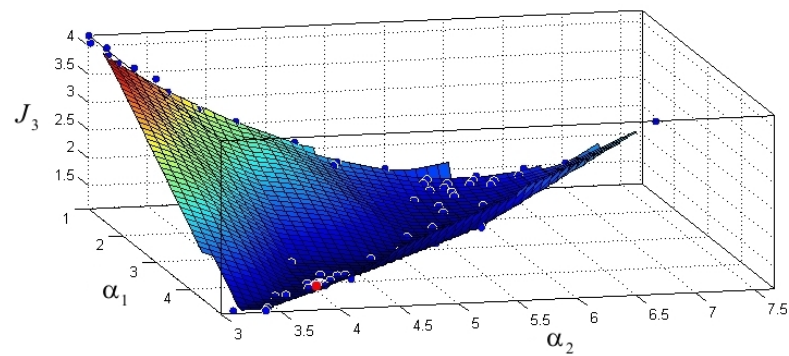
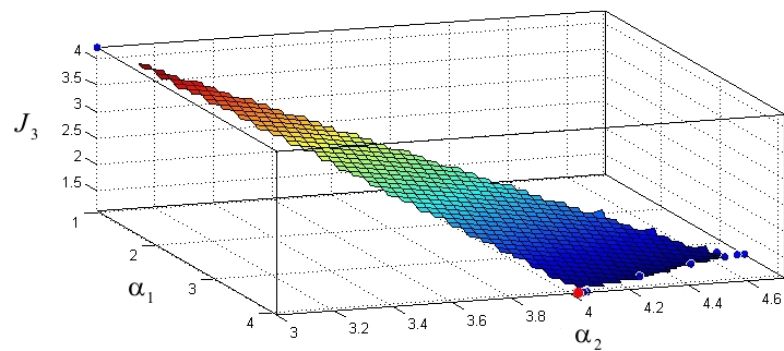
8.3 Ukázka minimalizace kritéria kvality regulačního pochodu

Byla zvolena proporcionální soustava

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s + a_0} = \frac{2}{s + 4} \quad (8.10.)$$

odhady pólů pro optimalizační funkce $p_1=-1$, $p_2=-3$, regulátor se strukturou 1DOF, kritérium kvality regulačního pochodu J_3 . Na dalších obrázcích je vidět, jak jednotlivé funkce, reprezentující numerické metody, hledaly optimální umístění pólů uzavřeného regulačního obvodu za dříve zmíněného předpokladu $\alpha_i=-p_i$

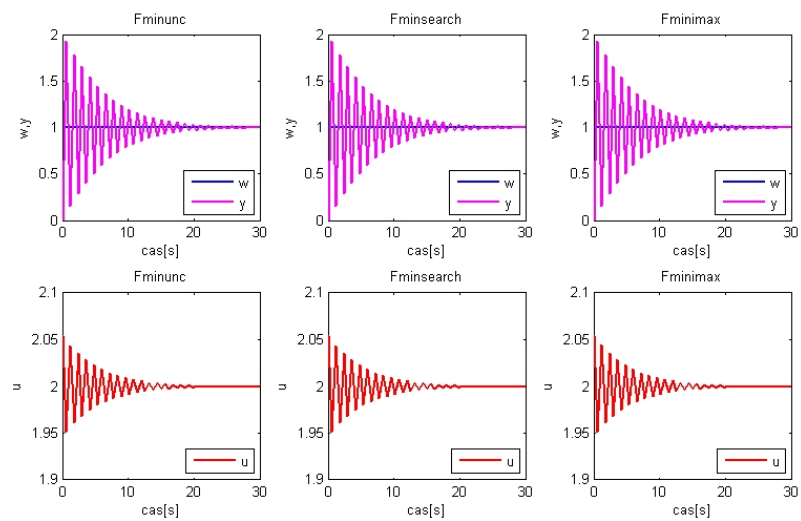

 Obr. 8.10 – Minimalizace kritéria J_3 funkcí Fminunc

Obr. 8.11 – Minimalizace kritéria J_3 funkcí $F_{\text{minsearch}}$ Obr. 8.12 – Minimalizace kritéria J_3 funkcí F_{minimax}

Každá z funkcí potřebovala k nalezení minimální hodnoty hledaného kritéria jiný počet iterací, avšak výsledné hodnoty jsou u všech totožné. Obrázky (Obr. 8.10 – Minimalizace kritéria J_3 funkcí F_{minunc}), (Obr. 8.11 – Minimalizace kritéria J_3 funkcí $F_{\text{minsearch}}$), (Obr. 8.12 – Minimalizace kritéria J_3 funkcí F_{minimax}) tedy reprezentují rozdílnost numerických metod, které jednotlivé funkce využívají k hledání minima účelové funkce. Takto získané póly uzavřeného regulačního obvodu, uvedeny v tabulce (Tab. 20 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru), způsobují kmitání výstupní veličiny s postupným ustálením se na žádané hodnotě, jak je vidět na obrázku (Obr. 8.13 – Regulační pochod).

Tab. 20 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru

| <i>Fminunc</i> | | <i>Fminsearch</i> | | <i>Fminimax</i> | |
|----------------|---------|-------------------|---------|-----------------|---------|
| p_1 | -4,0544 | p_1 | -4,0543 | p_1 | -4,0544 |
| p_2 | -4,0544 | p_2 | -4,0544 | p_2 | -4,0544 |
| J_3 | 1,0936 | J_3 | 1,0936 | J_3 | 1,0936 |
| q_1 | 2,0544 | q_1 | 2,0544 | q_1 | 2,0544 |
| q_0 | 8,219 | q_0 | 8,219 | q_0 | 8,219 |
| p_0 | 1 | p_0 | 1 | p_0 | 1 |



Obr. 8.13 – Regulační pochod

ZÁVĚR

Obsah diplomové práce je zaměřen na hledání optimálního umístění pólů SISO systémů numerickými metodami s cílem vytvořit programovou aplikaci, která umožní návrh regulátorů struktury 1DOF a 2DOF na základě vybraného kritéria kvality regulačního pochodu.

V teoretické části této práce byla provedena literární studie týkající se hledání extrémů funkce více proměnných, které je nezbytné znát. Taktéž jsem se seznámil se základy metody umístění pólů a tyto znalosti jsem následně využil při tvorbě mé diplomové práce.

V praktické části jsem se nejprve zabýval odvozením vztahů umožňující výpočet parametrů regulátoru se strukturami 1DOF a 2DOF pro vybrané typy proporcionálních a integračních regulovaných soustav.

Na základě odvozených vztahů jsem se začal zabývat tvorbou samotné aplikace, která časově velmi zdlouhavé a mnohdy nerealizovatelné hledání optimální polohy pólů uzavřeného regulačního obvodu usnadnila, či vůbec umožnila. Za tímto účelem jsem zvolil programové prostředí MATLAB, nejen protože je dostupné na učebnách všem studentům Fakulty aplikované informatiky, ale protože jeho součástí je tzv. Optimization toolbox ve kterém jsou obsaženy funkce určené pro hledání extrémů založené na různých numerických metodách a jejich kombinacích, umožňující hledání jak s použitím okrajových podmínek tak bez nich. Použití těchto funkcí pro několik druhů regulovaných soustav v kombinaci s několika kritérii regulačního pochodu způsobovala nemalé problémy, proto můžeme říci, že současné nastavení parametrů jednotlivých funkcí je jistým kompromisem zohledňujícím širší využití aplikace.

Vytvořená aplikace umožňuje výpočet parametrů regulátoru pro struktury 1DOF a 2DOF, kde póly uzavřeného regulačního obvodu mohou být zadány uživatelem přímo nebo mohou být výsledkem optimalizace vybranými funkcemi na základě zvoleného kritéria kvality regulačního pochodu. Uživatel si může nechat simulovat regulační pochod na základě získaných hodnot.

Funkce vytvořené aplikace byla předvedena na několika příkladech, přičemž hledání optimálního řešení umístění čtyř pólů se i za pomoci číslicové techniky ukázalo jako nelehká úloha, neboť počet iterací které numerické metody potřebují k nalezení

extrému funkce mnohdy překračují naše současné výpočetní kapacity. Jako nejspolehlivější se ukázala funkce *Fminunc*. Funkce *Fminimax* využívá velkého množství parametrů a je tedy vhodnější spíše pro specifické nastavení. Nejjednodušeji použitelnou je funkce *Fminsearch*, kde si vystačíte pouze s výchozími odhady a jen výjimečně je hledání ukončeno chybou.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

The content of the thesis is focused on numerical methods looking for optimal pole placement SISO systems with an aim to create an application what makes possible to design 1DOF or 2DOF controller based on a selected quality criteria control.

In the theoretical part was made a literary study about looking for an extreme value of multivariable function what is necessary to know. I was familiarized with a pole placement basics and that was used in the creation of my thesis.

In the practical part I was occupied by deriving equations what makes possible to calculate 1DOF and 2DOF controller values designated for a few proportional and integration system models.

I started to make the application based on acquired equations which makes possible or easier to find optimal pole placement control systems. I chose MATLAB development environment partially because Faculty of applied informatics students use it often. But the main reason is that Optimization toolbox is a part of MATLAB. Optimization toolbox includes functions looking for an extreme value based on several numerical methods and their combinations. These functions provide searching with or without boundary conditions. It caused a lot of problems to use these functions for several control systems combined with several quality criteria control. Current setting is a certain compromise enabling a broader use of this application.

The application provides calculating 1DOF or 2DOF structure controller parameters. Closed loop system poles could be entered directly by user or they could be a result of selected functions optimization based on chose quality criteria control. The system control could be simulated by user.

The application was demonstrated on a few examples. Searching for optimal 4 pole placement turned out to be a difficult issue even when you use an electronic technique because iteration value, what functions need, exceed our current possibility. The most reliable was the function *Fminunc*. The function *Fminimax* makes use of a big amount of specifications so it is better to use it for specific settings. The function *Fminsearch* is simple to use, you need just initial poles estimate and searching is rarely ended by an error.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] DOSTÁL, Petr a Radek MATUŠŮ. Stavová a algebraická teorie řízení. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. 2010. ISBN 978-80-7318-991-4.
- [2] BALÁTĚ, Jaroslav. *Automatické řízení*. Praha: BEN – Technická literatura. 2004. ISBN 80-7300-148-9.
- [3] BARTKO, Róbert. *MATLAB II.: Optimalizácia*. Praha: VŠCHT Praha, 2008. ISBN 978-80-7080-691-3.
- [4] THE MATHWORKS, Inc. *Optimization Toolbox: User's Guide*. 2012. MATLAB.
- [5] PROKOP, R., MATUŠŮ, R., PROKOPOVÁ, Z.. *Teorie automatického řízení – lineární spojité dynamické systémy*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. 2006. ISBN 80-7318-369-2.
- [6] DOSTÁL, Petr a František GAZDOŠ. *Řízení technologických procesů*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. 2007. Elektronická skripta.
- [7] TŮMA, Jiří. *Složité systémy řízení. I. Díl: Regulace soustav s náhodnými poruchami*. Ostrava: Vysoká škola Báňská – Technická univerzita Ostrava. 1997. ISBN 80-7078-534-9.
- [8] BLAHA, Petr a Per VAVŘÍN. *Řízení a regulace 1. Základy regulace lineárních systémů – spojité a diskrétní*. VUT Brno: VUT Brno. 2004. Dostupné z: <https://sites.google.com/site/rizeniaregulace1/prednasky>.
- [9] JUREK, Miloš. *Numerické metody optimalizace*. Zlín. 2007. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky. Vedoucí práce Radek Matušů.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

- a Vektor koeficientů jmenovatele přenosu regulované soustavy.
- b Vektor koeficientů čitatele přenosu regulované soustavy.
- d Charakteristický polynom uzavřeného regulačního obvodu.
- e Vektor regulačních odchylek.
- E Konečná množina indexů.
- $E(s)$ L-přenos regulační odchylky.
- $f(x)$ Účelová funkce.
- $G(s)$ L-přenos regulované soustavy.
- I Konečná množina indexů.
- J_{eu} Integrační kritérium penalizující kvadráty regulační odchylky a akčního zásahu.
- J_{ITAE} ITAE integrační kritérium kvality regulačního pochodu.
- J_K Kvadratické kritérium kvality regulačního pochodu.
- J_L Lineární kritérium kvality regulačního pochodu.
- J_{LU} Usměrněné lineární kritérium kvality regulačního pochodu.
- p Vektor koeficientů jmenovatele přenosu zpětnovazebního i přímovazebního regulátoru.
- q Vektor koeficientů čitatele přenosu zpětnovazebního regulátoru.
- $Q(s)$ L-přenos zpětnovazebního regulátoru.
- r Vektor koeficientů čitatele přenosu přímovazebního regulátoru.
- $R(s)$ L-přenos přímovazebního regulátoru.
- t_p Doba ustálení se regulované veličiny v daném okolí žádané hodnoty.
- u Vektor řídicích veličin.
- $U(s)$ L-přenos akční veličiny.
- v Vektor měřitelných poruch.

| | |
|---------------|-------------------------------------------------|
| w | Referenční signál. |
| y | Vektor výstupních veličin. |
| $Y(s)$ | L-přenos regulované veličiny. |
| δ | Pásmo kolem žádané hodnoty. |
| ε | Vektor neměřitelných poruch. |
| σ | Hodnota maximálního přeregulování v procentech. |
| φ | Váhový koeficient. |

SEZNAM OBRÁZKŮ

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Obr. 1.1 - Pojem systému[5]</i> | 11 |
| <i>Obr. 2.1 – 1DOF konfigurace systému řízení[1]</i> | 16 |
| <i>Obr. 2.2 – 2DOF konfigurace systému řízení[1]</i> | 19 |
| <i>Obr. 2.3 – Zpětnovazební systém řízení [1]</i> | 23 |
| <i>Obr. 3.1 – Maximální přeregulování</i> | 27 |
| <i>Obr. 3.2 – Doba regulace</i> | 28 |
| <i>Obr. 3.3 – Thumený regulační pochod</i> | 28 |
| <i>Obr. 3.4 – Lineární regulační plocha</i> | 29 |
| <i>Obr. 3.5 – Průběh regulační odchylky při kmitavém regulačním pochodu</i> | 30 |
| <i>Obr. 7.1 – Základní okno Optimalpp</i> | 56 |
| <i>Obr. 7.2 – Okno pro zadávání koeficientů regulované soustavy</i> | 57 |
| <i>Obr. 7.3 - Simulinkové schéma 1DOF</i> | 57 |
| <i>Obr. 7.4 – Simulinkové schéma 2DOF</i> | 57 |
| <i>Obr. 7.5 – Okno pro volbu kritéria optimalizace</i> | 58 |
| <i>Obr. 7.6 – Souhrnné zobrazení výsledků optimalpp</i> | 59 |
| <i>Obr. 8.1 - Regulační pochody pro kritérium J_5</i> | 65 |
| <i>Obr. 8.2 – Ukázka regulačního pochodu pro kritérium J_5</i> | 66 |
| <i>Obr. 8.3 – Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 8</i> | 68 |
| <i>Obr. 8.4 - Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 6</i> | 69 |
| <i>Obr. 8.5 – Regulační pochody pro kritérium J_5</i> | 71 |
| <i>Obr. 8.6 - Ukázka regulačního pochodu pro kritérium J_5</i> | 72 |
| <i>Obr. 8.7 – Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 8</i> | 74 |
| <i>Obr. 8.8 - Ukázka regulačního pochodu pro pokus číslo 1</i> | 75 |
| <i>Obr. 8.9 – Ukázka regulačního pochodu pro $\varphi=100$</i> | 77 |
| <i>Obr. 8.10 – Minimalizace kritéria J_3 funkcí F_{minunc}</i> | 77 |
| <i>Obr. 8.11 – Minimalizace kritéria J_3 funkcí $F_{minsearch}$</i> | 78 |
| <i>Obr. 8.12 – Minimalizace kritéria J_3 funkcí $F_{minimax}$</i> | 78 |
| <i>Obr. 8.13 – Regulační pochod</i> | 79 |

SEZNAM TABULEK

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Tab. 1 – Klasifikace systémů</i> | 12 |
| <i>Tab. 2 – Regulované soustavy s navrženými regulátory.....</i> | 52 |
| <i>Tab. 3 – Hodnoty exitflag funkce fminunc</i> | 60 |
| <i>Tab. 4 – Hodnoty exitflag funkce fminsearch</i> | 61 |
| <i>Tab. 5 – Hodnoty exitflag funkce fminimax</i> | 62 |
| <i>Tab. 6 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro kritérium J_5</i> | 65 |
| <i>Tab. 7 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro kritérium J_5</i> | 66 |
| <i>Tab. 8 – Volba výchozích odhadů pólů URO.....</i> | 67 |
| <i>Tab. 9 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro pokus číslo 8</i> | 67 |
| <i>Tab. 10 – Volba výchozích odhadů pólů URO.....</i> | 68 |
| <i>Tab. 11 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro pokus číslo 6</i> | 69 |
| <i>Tab. 12 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro kritérium J_5</i> | 70 |
| <i>Tab. 13 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro kritérium J_5</i> | 72 |
| <i>Tab. 14 – Volba výchozích odhadů pólů URO.....</i> | 73 |
| <i>Tab. 15 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro pokus číslo 8</i> | 73 |
| <i>Tab. 16 – Volba výchozích odhadů pólů URO.....</i> | 74 |
| <i>Tab. 17 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro pokus číslo 1</i> | 75 |
| <i>Tab. 18 – Volba výchozích odhadů pólů URO.....</i> | 76 |
| <i>Tab. 19 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru pro váhový koeficient $\varphi=100$</i> | 76 |
| <i>Tab. 20 – Získané hodnoty pólů, kritéria a parametrů regulátoru.....</i> | 79 |

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha P I Systavy rovnic pro výpočet parametrů regulátorů vybraných
regulovaných soustav

PŘÍLOHA P I: SOUSTAVY ROVNIC PRO VÝPOČET PARAMETRŮ REGULÁTORŮ VYBRANÝCH REGULOVANÝCH SOUSTAV

Soustavy rovnic pro výpočet parametrů regulátorů pro jednotlivé regulované soustavy, které byly odvozeny, odpovídají těmto maticovým tvarům. Pro přenos regulované soustavy (5.1.) odpovídají matice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_0 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ t_0 \\ r_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Pro přenos regulované soustavy (5.2.) odpovídají matice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_1 & b_0 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & 0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_3 \\ t_2 \\ t_1 \\ t_0 \\ r_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Pro přenos regulované soustavy (5.3.) odpovídají matice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & b_1 & 0 & 0 \\ a_0 & a_1 & b_0 & b_1 & 0 \\ 0 & a_0 & 0 & b_0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_3 \\ t_2 \\ t_1 \\ t_0 \\ r_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Pro přenos regulované soustavy (5.4.) odpovídají matice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_0 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ t_0 \\ r_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Pro přenos regulované soustavy (5.5.) odpovídají matice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & b_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_3 \\ t_2 \\ t_1 \\ t_0 \\ r_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Pro přenos regulované soustavy (5.6.) odpovídají matice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & b_0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_0 \\ q_2 \\ q_1 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_3 \\ t_2 \\ t_1 \\ t_0 \\ r_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 \\ d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

