

# **Analýza sociálních sítí metodami formální konceptuální analýzy**

The Analysis of Social Networks Using Formal Concept Analysis  
Methods

Bc. Jakub Formánek

---

Diplomová práce  
2014



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
akademický rok: 2013/2014

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: Bc. Jakub Formánek  
Osobní číslo: A11432  
Studijní program: N3902 Inženýrská informatika  
Studijní obor: Počítačové a komunikační systémy  
Forma studia: prezenční

Téma práce: Analýza sociálních sítí metodami formální  
konceptuální analýzy

Téma anglicky: The Analysis of Social Networks Using Formal Concept Analysis  
Methods 1

Zásady pro vypracování:

1. Zpracujte literární rešerši na téma sociální sítě (blogy) a uveďte jejich základní charakteristiky.
2. V teoretické části formulujte základní pojmy a věty z teorie uspořádaných množin a svazů. Tvrzení uvádějte bez důkazů, pouze s odkazem na odbornou literaturu.
3. Dále uveďte definici a základní vlastnosti Galoisových konexí a jejich konkrétní příklady.
4. V praktické části zpracujte základy a vlastnosti formální konceptuální analýzy a uveďte hlavní reprezentační větu.
5. Dále uveďte konkrétní příklady kontextů a jejich konceptuálních svazů z oblasti sociálních sítí.
6. Metodami formální konceptuální analýzy zpracujte rozbor sociálních sítí a navigaci ve vytvořených konceptuálních svazech.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. WILLE, R., GANTER, B., Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations. 1st ed. Springer, 1998. 284 s. ISBN 3-540-62771-5.
2. KUČERA, Radan, Základy teorie svazů [online]. Icit. 2013-02-07. Dostupné z: <http://www.math.muni.cz/kucera/texty/Svazy2003.pdf>.
3. Website Navigation. [online]. Icit. 2013-02-06. Dostupné z: <http://www.webpagemistakes.ca/website-navigation/>.
4. BĚLOHLÁVEK, Radim, Konceptuální svazy a formální konceptuální analýza [online]. Icit. 2013-02-06. Dostupný z: <http://belohlavek.inf.upol.cz/vyuka/IntroFCA.pdf>.
5. PRISS, Uta, Formal Concept Analysis in Information Science [online]. Icit. 2013-02-06. Dostupný z: <http://www.upriss.org.uk/papers/arist.pdf>.
6. BIRKHOFF, Garrett, Lattice Theory. 3rd ed. USA : American Mathematical Society, 1967. 189 s.

Vedoucí diplomové práce:

**RNDr. Jiří Klimeš, CSc.**

Ústav matematiky

Datum zadání diplomové práce:

**7. února 2014**

Termín odevzdání diplomové práce:

**27. května 2014**

Ve Zlíně dne 7. února 2014

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*děkan*



prof. Ing. Karel Vlček, CSc.  
*ředitel ústavu*

## ABSTRAKT

Diplomová práce je zaměřena na téma sociálních sítí a jejich analýzu pomocí formální konceptuální analýzy. Práce je rozdělena na dvě části. Teoretická část práce obsahuje zpracovanou literární rešerši na téma sociální sítě, popisuje historii sociálních sítí a podrobněji přibližuje několik nejpopulárnějších sociálních sítí v dnešní době. V teoretické části rovněž nalezneme formulace základních pojmů a vět z teorie uspořádaných množin a svazů. Nechybí zde ani definice Galoisových konexí, které spolu s teorií uspořádaných množin a svazů tvoří základ pro formální konceptuální analýzu. Samotná formální konceptuální analýza je zpracována v praktické části práce. Úvodní kapitoly jsou věnované matematickým základům a vlastnostem formální konceptuální analýzy. Následující kapitoly se zabývají aplikací formální konceptuální analýzy na oblast sociálních sítí.

Klíčová slova: uspořádané množiny, teorie svazů, Galoisovy konexe, formální konceptuální analýza, sociální sítě.

## ABSTRACT

The master's thesis is focused on social networks and their analysis using the method of formal concept analysis. The thesis is divided into two parts. The theoretical part contains a review of social networks, describes a history of social networking and gives information about the most popular social networks nowadays. The theoretical part also contains a formulation of basic terms and definitions from the theory of ordered sets and lattices and definition of Galois connections. The theory of Galois connections, ordered sets and lattices is the basis of formal concept analysis. The formal concept analysis is described in the practical part of the thesis. Opening chapters are dealing with mathematical basics and properties of formal concept analysis. Next chapters are focusing on the application of formal concept analysis in the area of social networks.

Keywords: ordered sets, lattice theory, Galois connections, formal concept analysis, social networks.

Touto formou bych rád poděkoval vedoucímu mé diplomové práce panu RNDr. Jiřímu Klimešovi, CSc. za poskytování odborných rad, užitečných připomínek, doporučení, korektur a odborné konzultace.

Rovněž bych rád poděkoval celé mé rodině a přítelkyni za podporu při studiu.

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>10</b>
<b>1 SOCIÁLNÍ SÍTĚ</b> .....	<b>11</b>
1.1 ÚVOD DO SOCIÁLNÍCH SÍTÍ .....	11
1.2 DEFINICE STRÁNEK SOCIÁLNÍCH SÍTÍ .....	11
1.3 HISTORIE STRÁNEK SOCIÁLNÍCH SÍTÍ .....	13
1.3.1 Počátky .....	13
1.3.2 Vzestup a pád sítě Friendster .....	15
1.3.3 Vznik nových sítí .....	16
1.3.4 MySpace .....	17
1.3.5 Globální fenomén .....	18
1.3.6 Rozšíření specifických komunitních sítí .....	18
1.4 SOUČASNOST A SOCIÁLNÍ SÍTĚ .....	20
1.4.1 Facebook .....	21
1.4.2 Twitter .....	23
1.4.3 LinkedIn .....	24
1.4.4 Instagram .....	25
1.4.5 Google+ .....	27
1.4.6 Pinterest .....	28
<b>2 TEORIE USPOŘÁDANÝCH MNOŽIN A SVAZŮ</b> .....	<b>30</b>
2.1 ZÁKLADNÍ POJMY .....	30
2.2 USPOŘÁDANÉ MNOŽINY .....	31
2.2.1 Uspořádání .....	31
2.2.2 Základní pojmy v uspořádaných množinách .....	32
2.2.3 Hasseův diagram .....	34
2.3 ZÁKLADY TEORIE SVAZŮ .....	35
2.3.1 Polosvazy .....	35
2.3.2 Svazy .....	37
2.3.3 Podsvazy .....	39
2.3.4 Ideál, filtr, izomorfismus, homomorfismus .....	40
2.3.5 Úplné svazy .....	42
2.3.6 Věty o pevných bodech .....	43
2.3.7 Modulární, distributivní a komplementární svazy .....	44
2.4 GALISOVY KONEXE (ADJUNKCE) .....	46
2.5 GALISOVY KONEXE V SOCIÁLNÍCH SÍTÍCH .....	49
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>51</b>
<b>3 FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZA</b> .....	<b>52</b>
3.1 ÚVOD DO FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZY .....	52
3.2 ZÁKLADNÍ POJMY VE FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZE .....	54
3.2.1 Formální kontext .....	54

3.2.2	Indukované Galoisovy konexe .....	55
3.2.3	Formální koncepty, konceptuální svaz .....	55
3.2.4	Hlavní věta o konceptuálních svazech .....	58
3.2.5	Atributové implikace.....	58
3.2.6	Vícehodnotové kontexty, konceptuální škálování.....	60
<b>4</b>	<b>PRAKTICKÉ VYUŽITÍ FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZY .....</b>	<b>62</b>
4.1	SROVNÁNÍ NEJPOPULÁRNĚJŠÍCH SOCIÁLNÍCH SÍTÍ .....	62
4.2	VÝBĚR SOCIÁLNÍ SÍTĚ PRO PROPAGACI SPOLEČNOSTI A NAVIGACE V KONCEPTUÁLNÍM SVAZU .....	65
4.2.1	Ukázka navigace v konceptuálním svazu a výběr vhodné sociální sítě .....	68
4.3	MOBILNÍ ZAŘÍZENÍ, MOBILNÍ INTERNET A SOCIÁLNÍ SÍTĚ .....	70
	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>76</b>
	<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ .....</b>	<b>78</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>80</b>
	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>85</b>
	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>86</b>
	<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>88</b>

## ÚVOD

Sociální sítě jsou v dnešní době velice moderním trendem. Většina z nás má účet na nějaké sociální síti, ať už ji aktivně využívá, nebo ne. Pojem sociální síť se objevil již kolem roku 1950, kdy antropolog J. A. Barnes použil termín „sociální síť“ k popisu komplexních vztahů v rámci rybářské vesnice v Norsku. S rozvojem Internetu, technologií a vznikem a rychlým vzestupem webových stránek se sociálním zaměřením se však z čistě sociologického pojmu stala jedna z nejpoužívanějších frází na celém světě. První sociální sítě na Internetu se objevily v druhé polovině devadesátých let minulého století. Během své existence prošly řadou změn, což bylo způsobeno nejen růstem popularity, ale především rozvojem technologií. V dnešní době sociální sítě nabízí široké množství služeb, které byly v dobách vzniku prvních sítí nepředstavitelné. Uživatelé dnes mají možnost v rámci sítě komunikovat v reálném čase, a to nejen textově, ale i hlasově nebo pomocí videohovorů. Běžnou činností je také nahrávání, sdílení a prohlížení multimediálního obsahu, používání různých aplikací a hraní her. S rozvojem chytrých telefonů, tabletů a mobilního internetu už uživatel není vázaný na osobní počítač, ale může být v kontaktu s ostatními naprosto kdekoliv. Pro mnoho lidí je používání sociálních sítí neodmyslitelnou součástí každodenního života. Otázkou je, zdali je to správně.

V diplomové práci se budeme zabývat analýzou sociálních sítí pomocí metody formální konceptuální analýzy. Nejprve se však zaměříme na úvod do sociálních sítí, na jejich definici, historii a podrobněji si představíme některé zástupce z celosvětově nejpoužívanějších sociálních sítí v dnešní době. Než přejdeme k samotné formální konceptuální analýze, vysvětlíme si základy z teorie uspořádaných množin a svazů, ze které formální konceptuální analýza vychází.

Formální konceptuální analýza je metoda sloužící k získávání zajímavých informací z dat. Její základ položil kolem 1980 Rudolf Wille, který využil prací Gareta Birkhoffa o teorii uspořádání a svazů. V praktické části diplomové práce si nejprve přiblížíme formální konceptuální analýzu v teoretické rovině, seznámíme se s pojmy jako formální kontext, formální koncept, konceptuální svaz a konceptuální škálování. Pro lepší orientaci a pochopení bude vše vysvětleno na příkladech. Po seznámení s formální konceptuální analýzou tuto metodu aplikujeme na oblast sociálních sítí. Provedeme analýzu několika nejpoužívanějších sociálních sítí a ukážeme si, jakým způsobem může být formální konceptuální analýza využitelná a přínosná v praxi.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

# 1 SOCIÁLNÍ SÍTĚ

## 1.1 Úvod do sociálních sítí

Sociální sítě si získaly obrovskou popularitu již při samotném vzniku a představení veřejnosti. Pro miliony uživatelů se stalo navštěvování stránek sociálních sítí součástí každodenních činností. Existují stovky sociálních sítí využívající různé technologie, které pokrývají široké spektrum zájmů a činností. Ačkoliv většina sociálních sítí nabízí z technologického hlediska velice podobné klíčové vlastnosti, zasahují do množství různorodých kultur. Většina stránek sociálních sítí podporuje udržování kontaktů v již existující sociální skupině nebo síti, ale je i velký počet těch, které pomáhají neznámým lidem navázat kontakt díky společným zájmům, politickým názorům nebo aktivitám. Některé sítě mají rozmanité uživatele, jiné jsou zaměřené na určitou skupinu lidí, například stejné národnosti nebo víry. Sociální sítě se ale také odlišují informačními a komunikačními nástroji, které na svých stránkách podporují. Mezi tyto nástroje patří například blogování, sdílení fotek nebo videí, mobilní přístup [1].

## 1.2 Definice stránek sociálních sítí

Stránky sociálních sítí definujeme jako služby založené na webových technologiích, které jedinci umožňují vytvořit si veřejný nebo poloveřejný profil v rámci určitého systému, formulovat seznam ostatních uživatelů, se kterými sdílí spojení, a zobrazovat a procházet seznamy spojení v rámci systému. Typy a vlastnosti spojení se na různých sociálních sítích liší. Co však dělá sociální sítě unikátními není to, že umožňují uživatelům potkat „cizince“, ale že formulované a vytvořené seznamy spojení v rámci sociální sítě jsou pro další uživatele viditelné a díky tomu často vznikají nová spojení, která by jinak neexistovala. Mnoho uživatelů však sociální sítě nevyužívá primárně k vytváření nových spojení a setkávání nových lidí, ale ke komunikaci s lidmi, které již znají.

Zatímco na stránky sociálních sítí bylo implementováno široké spektrum technických novinek a služeb, jejich páteř je tvořena z viditelných profilů uživatelů a seznamů přátel, kteří jsou rovněž součástí celého systému.

Profily jsou unikátní stránky, kam uživatel vkládá informace sám o sobě. Při registraci na stránkách sociální sítě je uživatel vyzván k vyplnění dotazníku s několika otázkami, mezi něž patří například věk, místo, ve kterém se uživatel nachází, a zájmy. Samotný profil je pak vygenerován z odpovědí na tyto otázky. Většina sociálních sítí uživatele nabádá k nahrání své osobní profilové fotky. Některé stránky sociálních sítí umožňují přidat i multimediální obsah a změnit tak vzhled a styl profilu. Jiné, jako například Facebook, dovolují uživateli rozšířit svůj profil o moduly, tzv. Aplikace [1].

Viditelnost profilu bývá různá a závisí na jednotlivých sociálních sítích a na nastavení uživatele. Například profily na sociální síti Friendster jsou ve výchozím nastavení viditelné všem uživatelům a nezávisí na tom, zda mají zaregistrovaný účet. Naproti tomu sociální síť LinkedIn zobrazuje obsah dle typu účtu, zda je placený, či nikoliv. Stránky sociální sítě MySpace nabízí uživateli možnost vybrat si mezi účtem veřejně přístupným, nebo přístupným pouze přátelům. Facebook tento problém řeší svým způsobem – účty a informace mohou být veřejné, přístupné přátelům, přístupné přátelům mých přátel a nebo soukromé. A právě viditelnost profilů a přístup k nim na sociální síti je primárním faktorem, kterým se od sebe jednotlivé sociální sítě liší.

Po registraci nového účtu jsou uživatelé vyzváni k identifikaci ostatních uživatelů a určení vztahů k nim. Popis vztahů k ostatním uživatelům sítě se může lišit v závislosti na sociální síti. Mezi nejčastěji používané typy vztahů patří „Přátelé“, „Kontakty“ a „Fanoušci“. Většina sociálních sítí vyžaduje potvrzení přátelství oběma stranami. Existují ovšem i jednostranné vazby, které jsou často nazývány „Fanoušci“ nebo „Follower - následovník“. Termín „Přátelé“ může být zavádějící, jelikož vazba na sociální síti nemusí nutně znamenat přátelství i v reálném, osobním životě. Mohou existovat jiné důvody, proč jsou dva uživatelé ve vazbě v rámci systému sociální sítě.

Zobrazování spojení je klíčovou součástí stránek sociálních sítí. Seznam přátel sestává z odkazů směřujících na jednotlivé osobní profily. Pomocí seznamů přátel můžeme projít celý graf sociální sítě jednoduchým klikáním. Na většině stránek je seznam přátel viditelný všem, kteří mají povolený přístup k profilu, ale existují i výjimky. Například někteří uživatelé MySpace dokáží skrýt své přátele a síť LinkedIn umožňuje odhlásit zobrazování sítě přátel.

Většina sociálních sítí také nabízí mechanismus k odesílání zpráv přímo na profil přítele. Tato funkce obvykle zahrnuje odeslání komentáře a nebo soukromé zprávy obdobné emailu.

Pokud odmyslíme všechny profily, přátele, komentáře a soukromé zprávy, stránky sociálních sítí se liší ve svých funkcích a uživatelské základně. Některé sociální sítě jsou vytvořené pro sdílení fotografií (Instagram) nebo videí, jiné mají vestavěnou podporu pro blogování nebo instant messaging – komunikaci v reálném čase.

Mnoho sociálních sítí je určeno pro určitý geografický region nebo jazykovou skupinu, pro specifickou etnickou, náboženskou nebo politickou orientaci. Existují i sítě pro psy (Dogster) a kočky (Catster).

Zatímco jsou sociální sítě často navrženy tak, aby byly široce dostupné, najdou se v rámci jedné sítě i skupiny lidí, které se od ostatních oddělují (podle státní příslušnosti, věku, úrovně vzdělání, nebo jiných faktorů) [1].

## 1.3 Historie stránek sociálních sítí

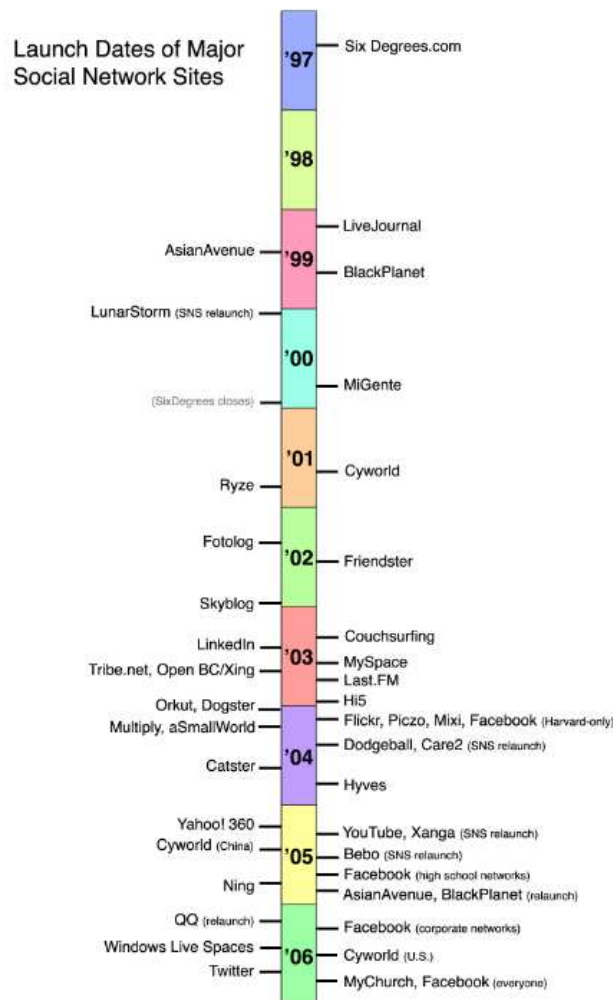
### 1.3.1 Počátky

Podle výše uvedené definice sociálních sítí byla první síť tohoto typu spuštěna v roce 1997. Jmenovala se SixDegrees.com a umožňovala uživatelům vytvářet profily, seznamy přátel a od roku 1998 i procházet seznamy přátel. Každá z těchto funkcí existovala již dříve, ale až SixDegrees.com je všechny použila dohromady. Profily existovaly na většině seznamovacích sítích a seznamy přátel na v sítích AIM a ICQ, ačkoliv nebyly viditelné ostatním uživatelům.

Sociální síť SixDegrees.com sama sebe propagovala jako nástroj, který lidem ulehčí navazování spojení a posílání zpráv mezi uživateli. Přestože SixDegrees zaujala miliony uživatelů, nepodařilo se vytvořit stabilní společnost a v roce 2000 byla zavřena. Její zakladatel je přesvědčen, že tehdy SixDegrees předběhla svoji dobu. I když Internet už byl velice rozšířený, většina uživatelů neměla mnoho přátel, kteří mohli být online, a neměli zájem setkávat se s cizími uživateli. První uživatelé si stěžovali i na nedostatek funkcí.

Od roku 1997 do roku 2001 narůstal počet sociálních nástrojů podporujících různé typy profilů a definovaných seznamů přátel. Sociální sítě AsianAvenue, BlackPlanet a MiGente uživatelům dovozovaly vytvořit osobní, profesionální a nebo seznamovací profil, uživatelé mohli identifikovat své přátele na jejich osobních profilech bez nutnosti souhlasu, šlo tedy nově o jednostranné spojení. Podobně to vyřešili i tvůrci sociální sítě LiveJournal, kteří krátce po založení v roce 1999 představili funkci jednosměrného spojení. Uživatelé LiveJournal označením dalších uživatelů jako přátel automaticky začali sledovat jejich aktivitu. Ve Švédsku došlo v roce 2000 k otevření sociální sítě LunarStorm nabízející uživatelům seznamy přátel, návštěvní knihy, tzv. guestbooks a zápisníky. Původně LunarStorm představoval pouze webovou komunitu [1].

Další vlna stránek sociálních sítí vypukla v roce 2001, kdy byla představena sociální síť Ryze.com. Tato síť vznikla za účelem využití obchodních kontaktů a spojení. Zakladatel Ryze.com uvádí, že síť byla nejprve předvedena jeho přátelům, především členům obchodní a technologické komunity v San Franciscu včetně několika podnikatelů a investorů. Vznikla skupina lidí, kteří stály zároveň za sociálními sítěmi Ryze, Tribe.net, LinkedIn a Friendster. Byli přesvědčeni, že mohou podporovat všechny tyto sítě zároveň, aniž by docházelo k nějakým konfliktům. Nakonec síť Ryze nikdy nezískala masovou podporu a popularitu, Tribe.net zaujala pouze malý segment trhu a sociální síť Friendster se stala největším zklamáním. Pouze síť LinkedIn představuje velice účinný a užitečný obchodní nástroj [1].



Obrázek 1: Časová osa s vyznačenými daty vzniku stránek sociálních sítí a obnovení stránek s novými funkcemi sociálních sítí [1]

### 1.3.2 Vzestup a pád sítě Friendster

Sociální síť Friendster byla spuštěna v roce 2002 jako sociální doplněk sítě Ryze.com. Měla vytvořit konkurenci profitabilní online seznamovací službě Match.com. Zatímco většina seznamovacích stránek se zaměřovala na představování uživatelů cizím lidem, síť Friendster byla navržena tak, aby ulehčila seznamování přátelům přátel. Vycházelo se z předpokladu, že přátelé přátel mohou vytvořit lepší partnerství. Síť Friendster rychle nabyla na oblíbenosti a do května roku 2003 získala zhruba 300 000 nových uživatelů.

Bohužel nápor nových uživatelů zapříčinil technické a sociální potíže. Servery a databáze sítě Friendster nebyly připraveny na tak rapidní nárůst uživatelů, což způsobilo obrovské

potíže a frustraci uživatelů, kteří pro svoje potřeby nahradili síť Friendster i běžný email. Rychlý nárůst počtu uživatelů znemožnil i vybudování stabilní společnosti v rámci sociální sítě. Exponenciální nárůst zničil síť ve společenském kontextu – uživatelé se najednou setkávali se svými nadřizenými nebo bývalými spolužáky po boku svých nejbližších přátel. Friendster dokonce začal omezovat činnost některých uživatelů, což přineslo další důvod k nespokojenosti.

Původní design sítě Friendster uživatelům umožňoval prohlížení profilů až do čtvrté úrovně přátelství (přátelé přátel představovalo jednu úroveň). Aby uživatelé získali přístup k širokému počtu profilů, začali si přidávat do přátel velké množství známých a zajímavě vypadajících cizích lidí. Pro některé uživatele se tato aktivita dokonce stala tou nejpopulárnější. Tito „sběratelé“ přátel byly podvodné profily reprezentující nějakou známou osobnost. Pobouřená společnost začala podvodné profily, tzv. „Fakesters“ rušit a eliminovala funkci přidávání velkého počtu lidí. Zamezili sice vzniku nových podvodných profilů, ale dotklo se to velkého počtu uživatelů, pro které procházení takovýchto profilů představovalo zábavu a možnost hledání lidí, které znají.

Aktivní rušení podvodných profilů a profilů s nereálnými profilovými fotkami se stalo pro mnohé signálem, že společnost nerespektuje zájmy uživatelů. Mnoho původních uživatelů sítě Friendster opustilo kvůli kombinaci technických a sociálních problémů a nedůvěrou mezi uživateli a stránkami sociální sítě.

Sociální síť Friendster upadla, ale v červnu roku 2011 došlo k přeměně na sociální síť zaměřenou na hry, hráče a zábavu a jejím cílem není soutěžit s ostatními sociálními sítěmi, ale doplňovat síť Facebook [1].

### 1.3.3 Vznik nových sítí

Od roku 2003 vzniklo velké množství nových stránek sociálních sítí. Většina z nich se snažila napodobit úspěch sítě Friendster v počátcích tím, že použily podobný systém, kde osobní profil tvořil základní část sítě. Zatímco společensky zaměřené stránky sociálních sítí si získávaly podporu široké veřejnosti, profesionální stránky jako LinkedIn, VisiblePath a Xing se zaměřily na lidi z obchodního sektoru. Vzniklo mnoho stránek sociálních sítí, na nichž uživatelé vytvářeli spojení na základě společných zájmů. Například již zmiňovaná síť

Dogster nebo síť Couchsurfing. Nárůst popularity sociálních medií a zvyšování množství obsahu generovaného uživatelem donutilo i webové stránky na sdílení multimédií implementovat funkce sociálních sítí a tím vznikly další sociální sítě. Jako příklad uvedme síť Flickr na sdílení fotek a YouTube na sdílení videí [1].

### 1.3.4 MySpace

V roce 2003 byl Santa Monice zahájen provoz sociální sítě MySpace, která měla soupeřit se sítěmi Friendster a AsianAvenue. Zakladatelé sítě MySpace chtěli zaujmout nespokojené uživatele sítě Friendster. Potom, co začaly kolovat zvěsti, že Friendster některé služby zpoplatní, uživatelé rozesílali zprávy a nabádali ostatní, aby se připojili k jiné sociální síti – k MySpace nebo Tribe.net. Díky tomu síť MySpace zaznamenala na úkor sítě Friendster prudký nárůst nových uživatelů. Jednou z významných skupin nabádající ostatní k přechodu na jinou sociální síť byly indie – rockové hudební kapely, které Friendster vyhnal ze své sítě kvůli nedodržení předpisů týkajících se profilů. Přestože sociální síť MySpace nebyla založena s ohledem na hudební kapely, nakonec se pro ni staly obrovským přínosem. Indie – rockové kapely z Los Angeles a okolí si vytvářely profily a promotéři využívaly MySpace k propagaci VIP vstupenek do populárních klubů. Hudební skupiny nebyly jediným zdrojem růstu sítě, ale symbiotický vztah mezi kapelami a jejich fanoušky velice významně podpořil její rozšíření. Dynamika mezi kapelami a fanoušky byla vzájemně prospěšná – kapely chtěly kontaktovat své fanoušky, zatímco fanoušci si přáli být v pozornosti ohledně jejich oblíbené kapely a k tomu využívali přátelské spojení s profilem kapely.

Kromě toho se MySpace odlišoval tím, že pravidelně přidával nové funkce na přání uživatelů a umožňoval jim přizpůsobovat si osobní profil. Podporoval také generování unikátních MySpace pozadí a rozvržení na profilech [1].



Obrázek 2: logo sociální sítě MySpace

Od roku 2004 se k síti začalo připojovat mnoho uživatelů mladších než 20 let. Raději než k odmítání nezletilých, vedení MySpace změnilo uživatelskou politiku a povolilo zakládání účtů nezletilým osobám. S rostoucím počtem uživatelů se formovaly tři odlišné skupiny uživatelů – hudebníci/umělci, mládež a starší uživatelé nad 30 let. I přes nedostatek informací v tisku v roce 2004 popularita MySpace stále rostla.

V červenci roku 2005 však MySpace koupila společnost News Corporation za 580 miliónů dolarů a to přitáhlo obrovskou pozornost médií.

### 1.3.5 Globální fenomén

Zatímco sociální síť MySpace přitahovala většinu pozornosti médií v USA a zahraničí, stránky sociálních sítí se množily, rozrůstaly a nabývaly na popularitě v celosvětovém měřítku. Friendster byl oblíbený na tichomořských ostrovech, síť Orkut se stala primární sociální sítí v Brazílii, síť Mixi se rozrostla v Japonsku, LunarStorm ve Švédsku a Bebo byla velice oblíbená ve Velké Británii, na Novém Zélandu a v Austrálii. Kromě toho mnoho předchozích populárních komunikačních služeb začalo implementovat funkce sociálních sítí. Čínská síť QQ pro instant messaging se ihned po přidání profilů a zviditelnění seznamů přátel stala nejrozsáhlejší sociální sítí.

Blogovací servery s funkcemi sociální sítě se také staly populárními. V USA to byly Xanga, LiveJournal a Vox, ve Francii vládl Skyrock, Windows Live Spaces dominoval například v Mexiku, Itálii nebo Španělsku.

Přestože vzniklé sociální sítě jako QQ, Orkut a Live Spaces byly přinejmenším srovnatelně velké jako MySpace, nedostávalo se jim v USA a anglicky mluvících médiích takové pozornosti [1].

### 1.3.6 Rozšíření specifických komunitních sítí

Vedle celosvětových služeb a sociálních sítí bylo spuštěno i několik sítí, které předtím, než se dostaly k širšímu publiku, podporovaly specifickou komunitu. Na rozdíl od předchozích zmíněných sítí byl začátkem roku 2004 představen Facebook, jež byl navržen a omezen pouze pro studenty Harvardovy univerzity. Aby si člověk mohl otevřít účet, musel mít emailovou adresu harvard.edu. Postupně se Facebook rozšířil i na další univerzity. Ovšem

každý, kdo se chtěl připojit, musel mít univerzitní emailovou adresu, což síť stále udržovalo uzavřenou pro širokou veřejnost.

V září roku 2005 se Facebook rozšířil na střední školy, profesionály uvnitř firemních sítí a nakonec ke všem. Otevřením registrace širší veřejnosti ale neznamenalo, že noví uživatelé mohli přistupovat k uživatelům v uzavřené síti. Získání přístupu do firemních sítí mohli získat pouze uživatelé s patřičnou emailovou adresou a přístup do školních sítí musel schválit administrátor.

Zatímco většina sociálních sítí je zaměřená na globální růst, některé jsou určeny pouze pro užší publikum. Jako příklad uveďme síť Couchsurfing nebo BlackPlanet. Existuje i možnost vytvořit si vlastní sociální síť pomocí serveru Ning, což je platforma a hostingová služba, která založení vlastní sítí podporuje.

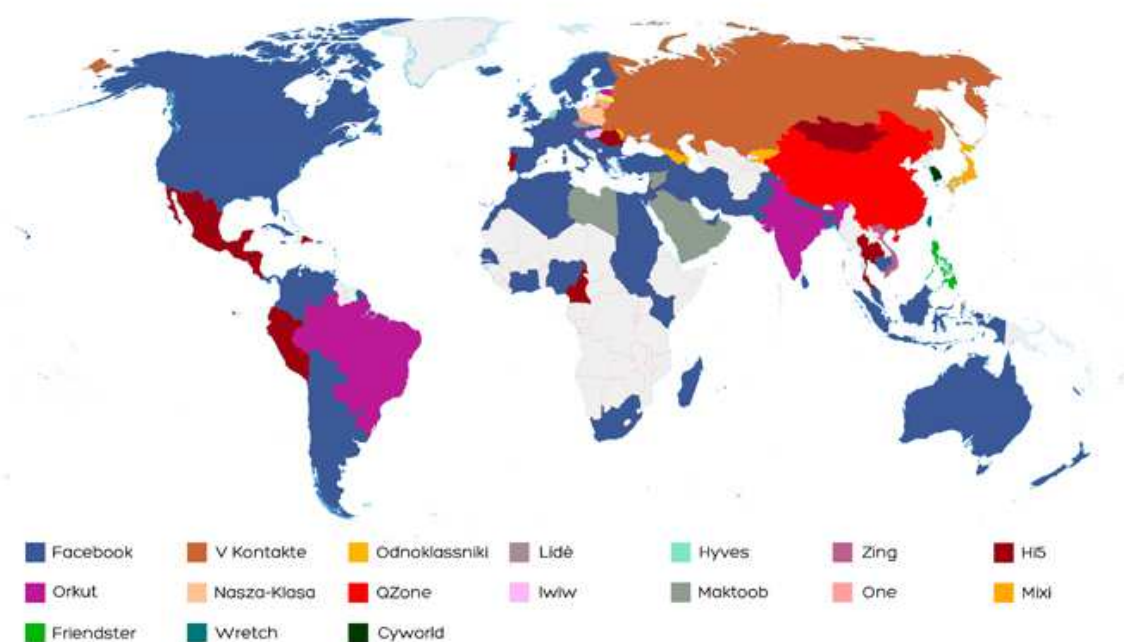
Vzestup sociálních sítí naznačil změnu organizace online komunit. Zatímco webové stránky byly věnované především zájmům, hlavním tématem stránek sociálních sítí byli lidé. Sociální sítě jsou strukturované jako osobní nebo egocentrické sítě s jedincem tvořícím střed své vlastní komunity. Představení nových funkcí sociálních sítí zavedlo nový organizační rámec pro online komunity [1].

## 1.4 Současnost a sociální sítě

Na světě je okolo 7,1 miliardy lidí a šest ze sedmi lidí má přístup k internetu. Počet lidí využívající sociální sítě se každoročně zvyšuje a neexistuje kontinent, kde by se sociální sítě nenacházely. V roce 2012 využívalo sociální sítě ke komunikaci a zábavě 1,47 miliardy lidí. Do konce roku 2013 se počet zvýšil o 18% na 1,73 miliardy. Skoro jedna čtvrtina celosvětové populace dnes využívá sociální sítě. V roce 2013 došlo k nejvyššímu nárůstu uživatelů sociálních sítí v Asii, Latinské Americe, na Středním východě a v Africe. V dalších čtyřech letech analytici předpokládají pokračování velkého nárůstu. Nejvyšší počet uživatelů sociálních sítí je v Asii, okolo 777 miliónů. Celosvětový průměrný čas strávený na sociálních sítích je 5,2 hodin za měsíc. Nejvyšší průměrný čas má Argentina – 9,8 hodiny za měsíc, následuje Brazílie s 9,7 hodiny a Rusko s 9,6 hodiny za měsíc.

Neoblíbenější sociální sítí je v dnešní době Facebook, který se nejvíce používá v Evropě, Americe a Austrálii. Druhé místo patří síti Qzone, lokální sociální sítí v Číně. V Rusku vládne síť Vkontakte [2, 3].

## WORLD MAP OF SOCIAL NETWORKS June 2009



Obrázek 3: Celosvětová mapa sociálních sítí v červnu 2009 [4]



Obrázek 4: Celosvětová mapa sociálních sítí v prosinci 2013 [4]

Na mapách je vidět růst popularity a rozšiřování Facebooku na úkor jiných sociálních sítí.

Mezi nejoblíbenější sociální sítě v Evropě patří Facebook, Twitter, LinkedIn, Instagram, Google+ a YouTube.

### 1.4.1 Facebook

V roce 2004 Mark Zuckerberg, tehdy devatenáctiletý student Harvardu, založil webovou stránku s názvem „Thefacebook“ a určitě netušil, že jednoho dne změní způsob komunikace mezi lidmi [5].

Historie však sahá až do roku 2003, kdy Zuckerberg a jeho tři spolužáci Andrew McCollum, Chris Hughes a Dustin Moskovitz spustili webové stránky Facemash, na kterých nechali návštěvníky srovnat dvě fotky studentů a hlasovat, která fotka vypadá lépe. Zvýšení popularity webu Zuckerberg docílil nabouráním databáze fotek studentů Harvardu. Několik dní po spuštění Facemash vedení Harvardu zakročilo a stránky znepřístupnilo. Mark Zuckerberg čelil obvinění z porušení autorských práv, narušení bezpečnosti a

porušení soukromí jednotlivce. Zuckerberg však krátce nato začal pracovat na kódu, který se později stal známým jako „thefacebook“ [5].

Spuštění thefacebook.com je datováno k 4. únoru 2004. Během 24 hodin se webová stránka sociální sítě rozrostla na bezmála 1500 uživatelů. Více než polovina studentů Harvardu si otevřela účet během prvního měsíce fungování stránky. Zuckerberg a jeho tým brzy potom otevřeli registraci i pro kolegy ze škol a Ivy League a univerzit z okolí Bostonu.

V říjnu 2005 na sociální síti přibyla nová funkce – neomezená možnost uploadování obrázků. Dnes je tato funkce na Facebooku jedna z nejoblíbenějších. V září roku 2013 Facebook uvedl, že uživatelé již uploadovali více než 250 miliard fotek.

Facebook pokračoval ve svém rozšiřování. Síť se rozrostla o tisíce vysokých škol, univerzit a středních škol po celém světě. 26. září 2006 sociální síť otevřela dveře pro všechny a následovalo období obrovského růstu. Na konci roku 2006 měla síť 12 miliónů uživatelů.

V září 2006 Mark Zuckerberg odmítl nabídku jedné miliardy dolarů od společnosti Yahoo se slovy, že by nevěděl, co má s penězi dělat a že by stejně založil novou sociální síť podobnou Facebooku [5].

V prvních dvou letech byl Facebook jen sociální síť s přizpůsobitelným osobním profilem. 6. září 2006 však došlo ke změně, protože Facebook spustil první verzi tzv. News Feed, což znamená něco jako vlákno, ve kterém jsou zobrazovány novinky. News Feed zobrazuje a vyzdvihuje to, co se aktuálně děje v sociálních kruzích každého uživatele. Při každém přihlášení do sociální sítě uživatel obdrží nejnovější informace o aktivitě svých přátel. Facebook rovněž spustil tzv. Mini-Feed upřesňující aktivitu uživatele na sociální síti – uploadování fotky, přidání přátel a nebo poznámek.

Dne 24. května 2007 Facebook představil vlastní platformu ke vzniku aplikací, služeb a her třetích stran. Otevřel se prostor pro vývojáře, kteří získali přístup k uživatelským datům Facebooku.

Pět let po spuštění společnost vykázala zisk. Z dokumentů se později ukázalo, že společnost měla v roce 2009 příjmy okolo 777 miliónů dolarů, což byl zhruba trojnásobek oproti roku 2008 a výrazně více, než analytici předpovídali. Facebook začátkem roku 2014 uvedl tržby ve výši 2,6 miliardy dolarů za čtvrté čtvrtletí v roce 2013, což bylo o 63% více než za stejné období v roce 2012 [5].



Obrázek 5: Logo Facebook

Dne 4. října 2012 Mark Zuckerberg oznámil, že společnost dosáhla jedné miliardy aktivních uživatelů měsíčně. Ke dni 21.1.2014 je uváděno 1,23 miliardy aktivních uživatelů měsíčně a 757 miliónů aktivních uživatelů denně. Sociální síť Facebook je v dnešní době nejpopulárnější a nejrozšířenější síť na světě [5].

#### 1.4.2 Twitter

Historie sociální sítě Twitter začíná v roce 2006, kdy jeden ze spoluzakladatelů Jack Dorsey přišel s nápadem sítě, která bude postavena na bázi komunikace přes SMS. Během brainstormingu společnosti Odeo Jack Dorsey svůj nápad představil Evanu Williamsovi a Biz Stoneovi. Jack Dorsey dostal možnost trávit na projektu více času.

Jack poslal první zprávu na Twitteru 21. března 2006. První prototyp sítě Twitter se objevil v červnu 2006 pro interní použití zaměstnanců ve společnosti Odeo. V srpnu roku 2007 však došlo k největšímu zlomu. V rámci festivalu South by Southwest proběhla velká propagace sítě a během pár dní se využívání sítě ztrojnásobilo. V roce 2009 Twitteru patřila třetí příčka v oblíbenosti celosvětových sociálních sítí, čehož dosáhl během necelých tří let [6].



Obrázek 6: Logo Twitteru

Twitter bývá označován nejen jako sociální síť, ale také jako mikroblogovací služba. Umožňuje totiž odesílat a sledovat krátké příspěvky, které se podobají krátkým postům v blogu. Jednotlivým příspěvkům se říká „tweet“. Uživatel může psát texty o délce 140 znaků nebo vkládat odkazy, které se zobrazí na profilové stránce uživatele a na stránkách jeho odběratelů. Posílat tweety je možné z webových stránek Twitteru, přes externí aplikace a také přes SMS zprávy, což je ovšem nevýhodné a ne moc rozšířené.

Koncem roku 2013 měl Twitter okolo 650 miliónů aktivních zaregistrovaných uživatelů. Ke dni 5. února 2014 je uváděno 241 miliónů aktivních uživatelů měsíčně a 100 miliónů aktivních uživatelů denně. Průměrně je denně odesláno 500 miliónů tweetů [6, 38].

### 1.4.3 LinkedIn

Během posledních deseti let se sociální síť LinkedIn rozrostla z jednoduchého nápadu ve společnost s více než 200 milióny uživatelů po celém světě. LinkedIn je sociální síť navržená pro profesionály, personalisty a uchazeče o zaměstnání. Stránky této sítě umožňují svým členům a společností vytvářet profily a budovat obchodní propojení s ostatními [7].



Obrázek 7: Logo sítě LinkedIn

Tak jako mnoho úspěšných internetových a technologických projektů i LinkedIn byl zpočátku vyvíjen v domácím prostředí, konkrétně u Reida Hoffmana. Reid Hoffman, bývalý zaměstnanec SocialNet a PayPal, si přizval tým spolupracovníků z těchto společností a zahájili práci na projektu. Mezi spolupracovníky patří Allen Blue, Eric Ly, Lee Hober, Konstantin Guericke, Stehen Beitzel, David Eves, Ian McNish, Jean-Luc Vaillant, Yan Pujante a Chris Saccheri [7].

Po spuštění sítě v roce 2003 byl růst nejprve pomalý, ale v následujícím roce stránka zaujala společnost Sequoia Capital, která investovala více než tři milióny dolarů. Během let 2004 až 2006 LinkedIn představil nové funkce a služby svým uživatelům – Address Book, Groups, LinkedIn Jobs, Business Accounts, InMail, Recommendations a People You May Know. Společnost zahájila i reklamní kampaň cílenou na menší podnikatele ve spolupráci s American Express. V roce 2006 LinkedIn dosáhl zisku.

Po dosažení ziskovosti následovalo období expanze a změny ve vedení společnosti. V roce 2007 nahradil Reida Hoffmana na pozici generálního manažera Dan Nye. Následující rok LinkedIn otevřel první mezinárodní pobočku v Londýně a spustil francouzskou a španělskou verzi stránek. V roce 2009 došlo opět ke změně ve vedení, když se novým generálním manažerem stal Heft Werner. Během tohoto období LinkedIn představil nové funkce – LinkedIn Answers a LinkedIn Recruiter.

Dne 19. května 2011 LinkedIn vstoupil na burzu. Společnost také otevřela nové kanceláře v Paříži, Bangalore, Melbourne, Milánu, Mnichově, Sao Paulu, Stockholmu, Tokiu a Singapuru. Kromě toho přidal ještě více jazykových mutací webu. Ve stejném roce byla představena funkce Apply with LinkedIn, která umožňuje uchazečům o zaměstnání spojení přímo se společnostmi/zaměstnavateli prostřednictvím sítě LinkedIn [7].

Po prvním uvedení na trh akcií prošel web LinkedIn v roce 2012 kompletním vizuálním přepracováním. Došlo ke zjednodušení celého webu od domovské stránky až po profily a stránky společností. Pokračovalo také přidávání nových jazykových mutací, celkově jich už bylo 19.

V roce 2013 LinkedIn oslavil své desáté výročí a pochlubil se 225 milióny uživatelů. Nejpopulárnější je LinkedIn v USA, Indii, Velké Británii, Brazílii, Kanadě, Austrálii a Spojených arabských emirátech [7].

#### **1.4.4 Instagram**

Instagram je online služba pro sdílení fotografií, videí a zároveň služba sociální sítě, která uživatelům umožňuje pořídit fotografii nebo videozáznam, aplikovat různé typy filtrů a výsledek sdílet na sociálních sítích.

Vývoj Instagramu započal v San Franciscu, když se Kevin Systrom a Mike Krieger rozhodli zaměřit jejich multifunkční projekt Burbn na mobilní fotografování. V říjnu 2010 byl Instagram spuštěn. Původně byl dostupný pouze pro majitele Apple zařízení iPhone, iPad a iPod Touch. Postupem času se rozšířil i na další platformy – v dubnu 2012 byla přidána podpora Android zařízení a v listopadu 2013 představena beta verze aplikace pro Windows Phone [8, 9].



Obrázek 8: Logo Instagramu

S rostoucí oblibou aplikace se rozšiřoval i tým kolem Instagramu. Krátce po uvolnění první verze aplikace na Apple Store v říjnu 2010 se k týmu přidal Josh Seidel následovaný Shaynem Sweeney a Jessicou Zollman. V září 2011 byla uvolněna verze 2.0 pro iOS, která obsahovala nové funkce – nové filtry, podporu fotografií s vysokým rozlišením, volitelná ohraničení, jednoduchou rotaci a updatovanou ikonu aplikace.

3. dubna 2012 Instagram představil aplikaci pro chytré telefony se systémem Android 2.2 Froyo. Během necelého dne si aplikaci nainstalovalo více než milion uživatelů. V následujících třech měsících aplikace na Google Play více než milion hodnocení a stala se pátou aplikací, která kdy získala milion hodnocení na Google Play. Do dubna roku 2013 aplikaci ohodnotilo přes čtyři miliony uživatelů.

V listopadu 2012 Instagram spustil webovou verzi aplikace. Do té doby existovaly profily uživatelů pouze v mobilních aplikacích. Webová verze však uživatelům přinesla vlastní stránku s profilovou fotkou, biografií a výběrem snímků, které v poslední době sdíleli.

Facebook v dubnu 2012 odkoupil Instagram přibližně za jednu miliardu dolarů, což představovalo obrovskou sumu. Facebook se kvůli tomu nevyhnul kritice a kontrastního

srovnání s dohodou mezi Yahoo! a službou Flickr, kterou Yahoo! odkoupilo za 35 milionů dolarů [8, 9].

Popularita Instagramu se však nedá odepřít. Od konce roku 2010, kdy měl zhruba milion registrovaných uživatelů, se síť rozrostla na 200 milionů aktivních uživatelů měsíčně a více než 75 milionů aktivních uživatelů denně. Do dne 26. března 2014 bylo celkem nasdíleno okolo 20 miliard fotek [10].

#### 1.4.5 Google+

Google Plus je platforma vyvinutá společností Google, v níž existuje mezi uživateli interakce, podobně jako je tomu v jiných sociálních sítích. Síť Google Plus se stává jednou z nejdůležitějších sociálních sítí zvláště v oblasti obchodu a marketingu. Společnost Google popisuje Google Plus jako „sociální vrstvu“, která v sobě integruje jednotlivé Google Aplikace. Mezi tyto aplikace patří například YouTube, Gmail, Google Hangouts a Circles. Hlavní silnou stránkou Google Plus je SEO (Search Engine Optimization), které jiné sociální platformy v takové míře nenabízejí. Pro marketing je díky tomu síť Google Plus daleko lepším nástrojem než třeba Facebook nebo Twitter. Velice výhodná je i zmíněná integrace všech Google služeb [11, 12].

Na Google Plus si každý uživatel může založit vlastní profil a vytvářet si vlastní síť, což je velice podobné jako na Facebooku. Osobní profil je viditelný veřejnosti a je propojený s dalšími Google službami. Na profilu uživatel může vyplnit informace o místě, kde se nachází, měnit obrázek na pozadí, nebo změnit profilovou fotku.

Na rozdíl od Facebooku a Twitteru Google Plus nabízí jednoduchý způsob třídění kontaktů. Díky tzv. Circles uživatel může vytvořit oddělené kategorie lidí, se kterými je ve spojení, a udržet je zcela soukromé. Tato funkce je nesmírně výhodná. Obchodníkům umožňuje zveřejňovat novinky pouze specifickému okruhu uživatelů, běžnému uživateli umožní vytvořit si například rodinný okruh a některý obsah zveřejňovat pouze svým nejbližším. Výhoda spočívá také v možnosti filtrace obsahu dle kruhu, který si chce uživatel procházet. Na jednom účtu je tedy možné přehledně uspořádat a oddělit od sebe osobní a pracovní život.



Obrázek 9: Logo Google Plus

Zdaleka největší výhodou Google Plus je možnost odkazování napříč webovými stránkami. To znamená, že uživatel může propojit svůj profil se svojí webovou stránkou, dalšími účty na sociálních sítích a ostatními službami Google – Places, Maps a Search. Profily na Google Plus se navíc zobrazují ve vyhledávání stejně jako ostatní webové stránky [11, 12]. Díky těmto funkcím a hlavně podpoře SEO, která je výhodná zejména pro obchod a marketing, se v tomto a následujících letech očekává nárůst uživatelů. Ke dni 23. října 2013 měla síť 300 miliónů aktivních uživatelů měsíčně [13].

#### 1.4.6 Pinterest

Pinterest je webová stránka, na které uživatel může uložit (pin – špendlík) a organizovat obrázky a videa do různých sbírek nazývaných boards. Stránka umožňuje nahrát vlastní obrázky a videa, nebo přidat obrázky a videa, které uživatel našel na některé jiné webové stránce. Také umožňuje tzv. „re-pin“, což znamená, že je možné připnout ke svému profilu obsah, který do svých sbírek nahráli jiní lidé.



Obrázek 10: Logo Pinterest

Uživatel může v rámci sítě pozvat své přátele ke svým sbírkám, nebo sledovat sbírky ostatních uživatelů, kteří mají podobné zájmy. Vlastní sbírky mohou být buď soukromé a

nebo veřejně přístupné. Soukromé sbírky může shlédnout pouze zakladatel a další uživatelé, které pozval. Veřejné sbírky jsou přístupné všem lidem.

Do svých sbírek uživatelé často nahrávají obrázky, které ilustrují místa, kam by se chtěli podívat, oblečení a věci, které mají rádi, nebo by chtěli mít. Danny Maloney, spoluzakladatel a CEO společnosti PinLeague, označil Pinterest jako webovou stránku, kde lidé popisují, kým by chtěli být [14].

U zrodu sítě Pinterest stáli Ben Silbermann, Paul Sciarra a Evan Sharp. Vývoj začal v roce 2009 a v březnu 2010 byl představen první prototyp, který byl dostupný pouze pro malou skupinu kolegů a rodinných příslušníků. Pinterest pokračoval jako webová stránka pouze pro pozvané, ale od 10. srpna 2012 byl zpřístupněn široké veřejnosti [14].

V červenci 2013 měl Pinterest 70 miliónů aktivních uživatelů a 68% představovaly ženy. Popularita této sociální sítě rychle roste, stává se silným marketingovým nástrojem. V roce 2013 se zařadila mezi nejlepší sociální sítě na světě. Odhaduje se, že v roce 2013 okolo 47% online nákupů bylo uskutečněno na základě doporučení přes síť Pinterest [15].

## 2 TEORIE USPOŘÁDANÝCH MNOŽIN A SVAZŮ

### 2.1 Základní pojmy

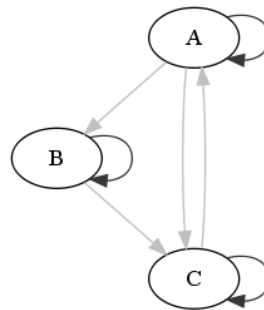
**Množina.** Soubor objektů, které je možné od sebe dobře rozlišit. Na povaze těchto objektů nezáleží. Tyto prvky nazýváme prvky množiny. To, že prvek  $a$  je prvkem množiny  $A$ , značíme  $a \in A$ . Pokud není prvkem množiny, pak píšeme  $a \notin A$ . Existuje i množina, která nemá žádné prvky, tj. prázdná množina, kterou značíme  $\emptyset$ . Každá část prvků množiny  $A$  je rovněž množinou. Jsou – li všechny prvky množiny  $B$  zároveň prvky množiny  $A$ , píšeme  $B \subseteq A$  a nazýváme to inkluzí [16].

**Relace.** Necht'  $A, B$  jsou libovolné množiny. Pak libovolná podmnožina  $\rho$  kartézského součinu  $A \times B$  se nazývá relace mezi množinami  $A$  a  $B$ . Jsou – li  $a \in A, b \in B$  takové prvky, že  $(a, b) \in \rho$ , pak říkáme, že prvek  $a$  je v relaci  $\rho$  s prvkem  $b$ , a zapisujeme to zpravidla ve tvaru  $a \rho b$ . Necht'  $A, B$  jsou opět libovolné množiny. Pak  $\emptyset \subseteq A \times B$  se nazývá prázdná relace mezi  $A$  a  $B$ . Rovněž celá množina  $A \times B$  je relací mezi množinami  $A$  a  $B$  a nazývá se univerzální relace mezi  $A$  a  $B$  [17].

**Binární relace.** Množina  $R$  je binární relace na množinách  $A$  a  $B$  právě tehdy, když jsou všechny její prvky uspořádané dvojice prvků z množiny  $A$  a  $B$ , tedy platí  $R \subseteq A \times B$ . Platí  $\forall z \in R \exists x, y : z = (x, y)$  [18].

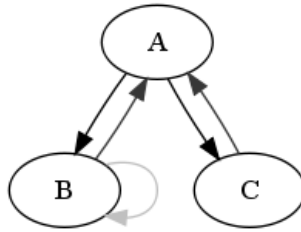
**Vlastnosti binární relace.**

**Reflexivita.** Relace  $R$  je reflexivní, když je každý prvek v relaci sám se sebou:  $\forall x(R(x, x))$



Obrázek 11: Příklad reflexivní relace [18]

**Symetrie.** Relace  $R$  je symetrická, je – li první prvek v relaci s druhým a druhý je v relaci s prvním prvem:  $\forall x, y(R(x, y) \rightarrow R(y, x))$

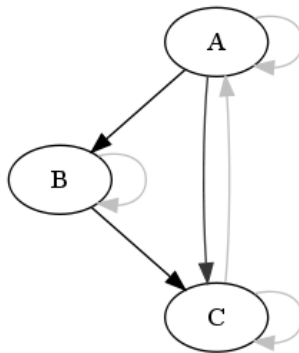


Obrázek 12: Příklad symetrické relace [18]

**Antisymetrie.** Relace  $R$  je antisymetrická, je – li první prvek v relaci s druhým a druhý je v relaci s prvním, pak první je identický s druhým:  $\forall x, y((R(x, y) \wedge R(y, x)) \rightarrow (x = y))$

**Asymetrie.** Relace  $R$  je asymetrická, je – li první prvek v relaci s druhým, pak druhý není v relaci s prvním:  $\forall x, y(R(x, y) \rightarrow \neg R(y, x))$ . Někdy se označuje jako silně antisymetrická.

**Tranzitivita.** Relace  $R$  je tranzitivní, je – li první prvek v relaci s druhým a druhý v relaci s třetím, pak první je v relaci s třetím. Vyjadřuje přenos vztahu mezi prvky:  $\forall x, y, z((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z))$  [18].



Obrázek 13: Příklad tranzitivní relace [18]

## 2.2 Uspořádané množiny

### 2.2.1 Uspořádání

**Definice 2.1.2.1.** Uspořádání na množině  $X$  je libovolná relace na  $X$ , která je reflexivní, (slabě) antisymetrická a tranzitivní [19].

Je – li  $R$  uspořádání na množině  $X$ , pak dvojice  $(X, R)$  se nazývá uspořádaná množina. Jsou – li prvky  $x, y$  v relaci  $R$  (tedy  $x R y$ ), interpretujeme to slovy ‚prvek  $x$  je menší nebo roven prvku  $y$ ‘. To je v souladu se všemi třemi základními vlastnostmi uspořádání.

Uspořádáním, u nichž pro každé  $x$  platí  $x R x$ , se také říká **neostrá uspořádání**. Neostrá uspořádání často značíme  $<$  nebo  $\prec$ .

Pokud bychom požadavek reflexivity nahradili antireflexivitou (pro žádné  $x$  neplatí  $x R x$ ), získali bychom **ostré uspořádání**.

Vlastnosti uspořádání má například uspořádání  $<$  množiny reálných čísel. Uspořádáním je i relace dělitelnosti definovaná vztahem ‚ $x$  dělí  $y$ ‘ na libovolné množině přirozených čísel [19].

Necht'  $x, y$  jsou dva prvky uspořádané množiny  $(X, \leq)$ . Platí – li  $x \leq y$  nebo  $y \leq x$ , jsou prvky  $x, y$  porovnatelné, v opačném případě jsou neporovnatelné. Uspořádání  $\leq$  se často označuje jako částečné, protože definice 2.1.2.1 připouští existenci dvojic neporovnatelných prvků. Podobně o množině  $(X, \leq)$  mluvíme jako o **částečně uspořádané množině** (používá se i termín *poset* – z angličtiny *partially ordered set*).

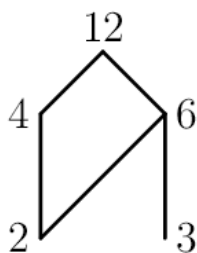
Při standardním uspořádání  $<$  na množině  $\mathbb{R}$  jsou každé dva prvky porovnatelné. Takovým uspořádáním se říká **lineární** nebo **úplné**. Důvodem pro první označení je fakt, že lineární uspořádání řadí prvky dané množiny do jedné linie, od nejmenšího k největšímu [19].

### 2.2.2 Základní pojmy v uspořádaných množinách

Mějme uspořádanou množinu  $(X, \leq)$ . Prvek  $a \in X$  je největším prvkem množiny  $X$ , pokud pro každé  $x \in X$  platí  $x \leq a$ . Podobně nejmenší prvek množiny  $X$  je prvek  $a$  takový, že  $a \leq x$  pro každé  $x \in X$  [19].

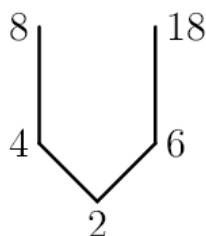
Největší prvek obecně nemusí existovat, ale existuje – li, pak je určen jednoznačně.

**Příklad 2.2.2.1.** Dělitelnost na množině  $X$ , kde  $X = \{2, 3, 4, 6, 12\}$ , existence největšího prvku, nejmenší prvek neexistuje [19].



Obrázek 14: Hasseův diagram dělitelnosti  
na množině  $X$  z příkladu 2.2.2.1 [19]

**Příklad 2.2.2.2.** Dělitelnost na množině  $X$ , kde  $X = \{2, 4, 6, 8, 18\}$ , existence nejmenšího prvku, největší prvek neexistuje [19].



Obrázek 15: Hasseův diagram dělitelnosti  
na množině  $X$  z příkladu 2.2.2.2 [19]

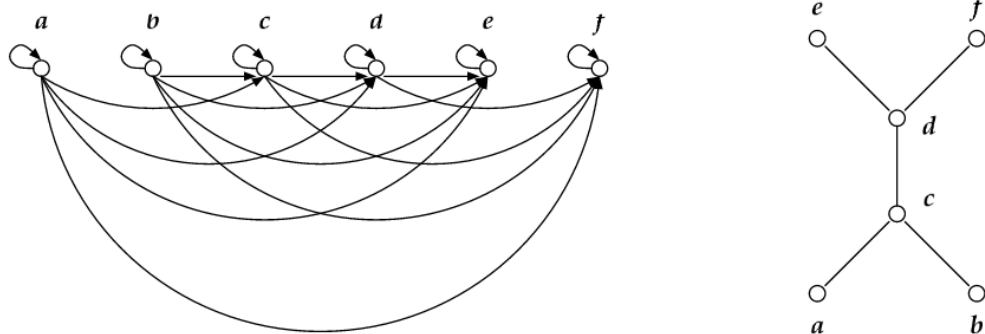
Prvky 8 a 18 na obrázku 15 nejsou největší, ale mají tu vlastnost, že žádný prvek není větší. Jedná se o tzv. maximální prvky. Prvek  $a \in X$  je **maximálním prvkem**, pokud pro žádné  $x \in X$  není  $a \leq x$ . Symetricky: **minimální prvek** je takový prvek  $a \in X$ , že pro žádné  $x \in X$  není  $x \leq a$  [19].

Prvek je **horní závorou** dvojice prvků  $x, y$  uspořádané množiny  $(X, \leq)$ , pokud platí  $x \leq z$  a  $y \leq z$ . **Supremum** prvků  $x, y$  je nejmenší ze všech jejich horních závor, tedy takový prvek  $s$ , který je horní závorou dvojice  $x, y$ , přičemž neexistuje jiná horní závora  $z \neq s$ , pro kterou by bylo  $z \leq s$ . Dvojice prvků však žádné supremum mít nemusí, nemusí mít ani horní závoru (viz. Obrázek 15). Množina horních závor však může mít i naopak více minimálních prvků.

Podobně jako supremum je definováno **infimum** dvou prvků. Dolní závora prvků  $x, y$  je prvek  $z$ , pro který je  $z \leq x$  a  $z \leq y$ , infimum prvků  $x, y$  je největší z jejich dolních závor [19].

### 2.2.3 Hasseův diagram

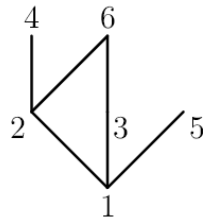
Libovolné uspořádání je možné, stejně jako jinou relaci, znázornit pomocí orientovaného grafu. Jako prostředek ke znázornění uspořádání ovšem není příliš vhodný, protože mnoho šipek je v něm zbytečných. Efektivní znázornění uspořádání představuje tzv. Hasseův diagram [19].



Obrázek 16: Orientovaný graf a přehlednější Hasseův diagram na stejné množině [20]

Nechť  $x, y$  jsou prvky uspořádané množiny  $(X, \leq)$ . Prvek  $x$  je bezprostředním předchůdcem prvku  $y$  (psáno  $x \triangleleft y$ ), pokud  $x \leq y$  a neexistuje žádné  $z \in X - \{x, y\}$ , pro které by platilo  $x \leq z \leq y$ . Vztah  $\triangleleft$  představuje relaci na množině  $X$  (tzv. relace bezprostředního předcházení). Tato relace obecně není reflexivní ani tranzitivní.

Hasseův diagram uspořádané množiny  $(X, \leq)$  je znázornění, ve kterém pro každou dvojici prvků  $x, y \in X$  platí  $x \triangleleft y$ , právě když  $x, y$  jsou spojeny čarou a prvek  $y$  je nakreslen výše než  $x$ . Spojnice není nutné opatřovat šipkou, protože směr je jednoznačně dán [19].



Obrázek 17: Hasseův diagram  
uspořádání dělitelnosti na množině  
přirozených čísel  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  [19]

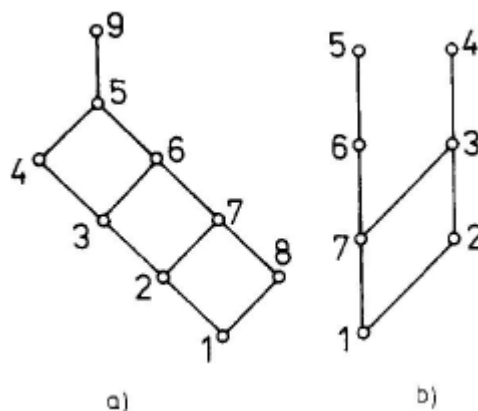
## 2.3 Základy teorie svazů

### 2.3.1 Polosvazy

**Definice 2.3.1.1.** Poset  $(P, \leq)$  se nazývá průsekový polosvaz, právě když pro libovolnou dvouprvkovou množinu  $A \subseteq P$  existuje její největší dolní závora neboli infimum. Množina  $P$  a relace  $\leq$  se nazývají nosič průsekového polosvazu a polosvazové uspořádání [31].

V definici 2.3.1.1. je řečeno, že poset  $(P, \leq)$  se nazývá průsekový polosvaz, právě když je v množině  $P$  možné zavést binární operaci nazývanou průsek, která každé dvojici  $x, y \in P$  přiřadí jako výsledek  $\inf\{x, y\}$  [31].

**Příklad 2.3.1.1.** K demonstraci průsekového polosvazu využijeme Hasseovy diagramy.



Obrázek 18: Hasseovy diagramy průsekových polosvazů [31]

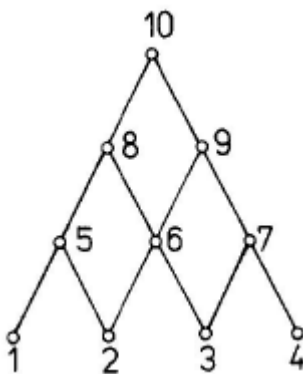
Hasseův diagram posetu  $(P, \leq)$  zřejmě představuje diagram průsekového polosvazu, právě když pro libovolné dva uzly  $x, y \in P$  existuje právě jeden uzel  $z$ , do něhož se dostanete po hranách z  $x$  a  $y$  cestou stále dolů, přičemž uzel  $z$  je ze všech takových uzlů nejvýše.

Každý průsekový polosvaz  $P$  je dolů usměrněná množina. Jestliže pro libovolnou množinu  $\{a, b\} \subseteq P$  existuje  $\inf\{a, b\}$ , pak musí pro množinu  $\{a, b\}$  existovat nějaká dolní závora (např. přímo  $\inf\{a, b\}$ ) [31].

**Definice 2.3.1.2.** Poset  $(P, \leq)$  se nazývá spojový polosvaz, právě když pro libovolnou dvouprvkovou množinu  $A \subseteq P$  existuje její nejmenší horní závora neboli supremum. Množina  $P$  a relace  $\leq$  se nazývají nosič spojového polosvazu a polosvazové uspořádání [31].

V definici 2.3.1.2. je řečeno, že poset  $(P, \leq)$  se nazývá spojový polosvaz, právě když je v množině  $P$  možné zavést binární operaci nazývanou spojení, která každé dvojici  $x, y \in P$  přiřadí jako výsledek  $\sup\{x, y\}$  [31].

**Příklad 2.3.1.2.** K demonstraci spojového polosvazu opět využijeme Hasseova diagramu.



Obrázek 19: Hasseův diagram spojového polosvazu [31]

Hasseův diagram posetu  $(P, \leq)$  zřejmě představuje diagram spojového polosvazu, právě když pro libovolné dva uzly  $x, y \in P$  existuje právě jeden uzel  $z$ , do něhož se dostanete po hranách z  $x$  a  $y$  cestou stále vzhůru, přičemž uzel  $z$  je ze všech takových uzlů nejnižší.

Každý spojový polosvaz  $P$  je nahoru usměrněná množina [31].

**Definice 2.3.1.3.** Prvek  $x$  grupoidu  $(G, \cdot)$  se nazývá idempotentní, jestliže  $x \cdot x = x$ .

**Definice 2.3.1.4.** Komutativní pologrupa, jejíž každý prvek je idempotentní, se nazývá polosvaz.

**Příklad 2.3.1.3.** Množina všech přirozených čísel  $\mathbb{N}$  spolu s operací největší společný dělitel (resp. Nejmenší společný násobek) tvoří polosvaz.

**Věta 2.3.1.1.** Necht'  $(G, \cdot)$  je komutativní pologrupa. Pak množina všech idempotentních prvků tvoří podgrupoid pologrupy  $(G, \cdot)$ , který je polosvazem [22].

**Věta 2.3.1.2.** Necht'  $(G, \leq)$  je uspořádaná množina, v níž k libovolným dvěma prvkům  $a, b \in G$  existuje supremum  $a \vee b$ . Pak  $(G, \vee)$  je polosvaz. Navíc pro každé  $a, b \in G$  platí

$$a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b.$$

**Věta 2.3.1.3.** Necht'  $(G, \cdot)$  je polosvaz. Potom relace  $\leq$ , daná vztahem

$$a \leq b \Leftrightarrow a \cdot b = b$$

pro každé  $a, b \in G$ , je uspořádání na  $G$ , ve kterém pro každé  $a, b \in G$  je  $a \cdot b$  supremum množiny  $\{a, b\}$  v  $(G, \leq)$ .

Z vět vyplývá, že polosvazy jsou totéž co uspořádané množiny, kde ke každým dvěma prvkům existuje supremum.

**Princip duality.** Necht'  $(G, \leq_A)$  je uspořádaná množina. Definujeme – li na  $G$  novou relaci  $\leq_B$  takto: pro libovolné prvky  $a, b \in G$  klademe

$$a \leq_B b \Leftrightarrow b \leq_A a,$$

pak je  $(G, \leq_B)$  opět uspořádaná množina, přičemž supremum v  $(G, \leq_A)$  se stane infimem v  $(G, \leq_B)$  a naopak.

Důsledkem je, že polosvazy jsou totéž co uspořádané množiny, kde ke každým dvěma prvkům existuje infimum [22].

### 2.3.2 Svazy

Svaz je uspořádaná množina  $(G, \leq)$ , ve které existuje supremum i infimum pro libovolnou dvojici prvků. Ve svazu můžeme na supremum a infimum pohlížet jako na binární operace. Supremum prvků  $a, b$  zde značíme  $a \vee b$ , infimum jako  $a \wedge b$ . [19]

**Definice 2.3.2.1.** Uspořádaná trojice  $(G, \vee, \wedge)$  se nazývá svaz, pokud  $G \neq \emptyset$  a  $\vee, \wedge$  jsou binární operace na  $G$ , o kterých platí:

- 1)  $\forall a \in G: \quad a \vee a = a \qquad a \wedge a = a \qquad \text{idempotentnost}$
- 2)  $\forall a, b \in G: \quad a \vee b = b \vee a \qquad a \wedge b = b \wedge a \qquad \text{komutativnost}$
- 3)  $\forall a, b, c \in G: \quad a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c \quad a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c \quad \text{asociativnost}$
- 4)  $\forall a, b \in G: \quad a \vee (b \wedge a) = a \qquad a \wedge (b \vee a) = a \qquad \text{absorpce}$

Nechť  $(G; \vee, \wedge)$  je svaz, definujeme relaci  $\leq$  na  $G$ :

$$a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b$$

$$a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$$

Ukažme, že  $\leq$  je relace částečného uspořádání:

$$\text{reflexivnost: } a \vee a = a \qquad \Rightarrow a \leq a$$

$$\text{antisymetrie: } \left. \begin{array}{l} a \leq b \Rightarrow a \vee b = b \\ b \leq a \Rightarrow b \vee a = a \end{array} \right\} \Rightarrow a = b \qquad \Rightarrow a \leq b \text{ a } b \leq a \Rightarrow a = b$$

$$\text{tranzitivnost: } \left. \begin{array}{l} a \leq b \Rightarrow a \vee b = b \\ b \leq c \Rightarrow b \vee c = c \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a \vee c = a \vee (b \vee c) = \\ = (a \vee b) \vee c = b \vee c = c \end{array} \Rightarrow a \leq b \text{ a } b \leq c \Rightarrow a \leq c$$

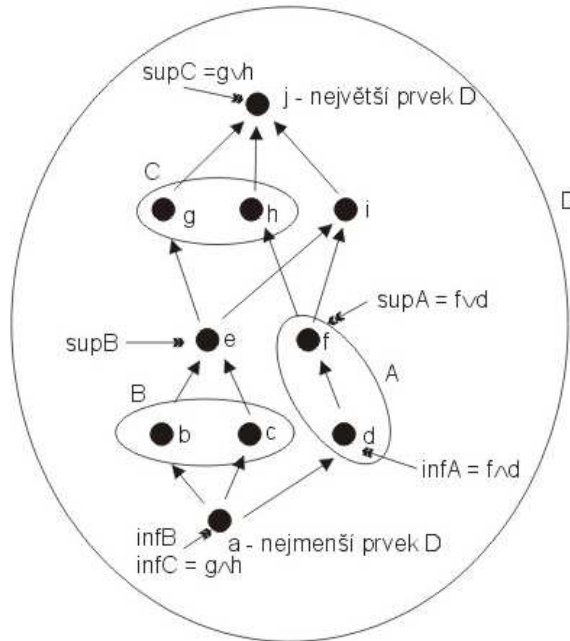
**Definice 2.3.2.2.** Nechť  $(G, \leq)$  je částečně uspořádaná množina. Pro prvky  $a, b \in G$  definujeme supremum  $\sup\{a, b\}$  jako nejmenší prvek nad oběma prvky, tedy prvek  $c \in G$ , pro který platí:

$$1) \quad a \leq c, b \leq c$$

$$2) \quad a \leq d \wedge b \leq d \Rightarrow c \leq d$$

Obdobně je definováno i infimum  $\inf\{a, b\}$ , jako největší prvek pod oběma prvky [21].

**Princip duality.** Je – li  $(G, \vee, \wedge)$  svaz, pak i  $(G, \wedge, \vee)$  je svaz. Obecně, jestliže v nějakém platném tvrzení o svazech systematicky zaměníme supremum  $\leftrightarrow$  infimum ( $\vee \leftrightarrow \wedge, < \leftrightarrow >$ ), dostaneme opět platné tvrzení o svazech [22].



Obrázek 20: Nejmenší, největší prvek, infimum, supremum, svaz [23]

**Věta 2.3.2.1.** V libovolném svazu  $G$  pro každou trojici prvků  $a, b, c \in G$  platí tzv. distributivní nerovnosti

$$(a \vee b) \wedge (a \vee c) > a \vee (b \wedge c),$$

$$(a \wedge b) \vee (a \wedge c) < a \wedge (b \vee c) \quad [21].$$

Je – li navíc  $c < a$ , platí tzv. modulární nerovnost

$$(a \wedge b) \vee c > a \wedge (b \vee c) \quad [22].$$

### 2.3.3 Podsvazy

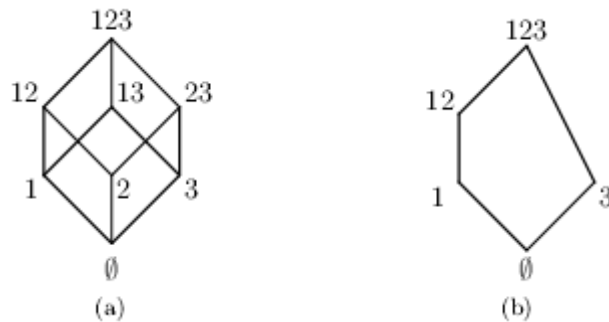
**Definice 2.3.3.1.** Necht'  $(G, \vee, \wedge)$  je svaz,  $A$  je podmnožina jeho nosné množiny  $G$ . Řekneme, že  $A$  je podsvaz svazu  $(G; \vee, \wedge)$ , jestliže je  $A$  podgrupoidem grupoidu  $(G, \wedge)$  a současně podgrupoidem grupoidu  $(G, \vee)$ .

Je tedy  $A \subset G$  podvazem svazu  $G$ , právě když pro každé  $a, b \in A$  platí

$$a \vee b \in A \text{ a } a \wedge b \in A.$$

**Příklad 2.3.3.1.** Každá jednoprvková podmnožina svazu je jeho podsvazem, prázdná množina je podsvazem libovolného svazu, každý svaz je svým podsvazem [22].

**Příklad 2.3.3.2.** Uvažme svaz  $X$  všech podmnožin množiny  $\{1, 2, 3\}$  s uspořádáním inkluzí, jehož Hasseův diagram je na obrázku 21a.



Obrázek 21: (a) Svaz  $(X, \subset)$ . (b) Svaz  $(Y, \subset)$  [19]

Na obrázku 21b je vyznačena množina  $Y \subset X$ . Svaz  $(Y, \subset)$  na obrázku 21b není podsvazem svazu  $(X, \subset)$ , protože prvky  $\{1\}$  a  $\{3\}$  mají ve svazu  $(X, \subset)$  supremum  $\{1, 3\}$ , zatímco ve svazu  $(Y, \subset)$  je jejich supremem prvek  $\{1, 2, 3\}$ . Pokud bychom ale k množině  $Y$  přidali prvek  $\{1, 3\}$  a označili bychom výslednou množinu  $Y'$ , pak svaz  $(Y', \subset)$  již je podsvazem svazu  $(X, \subset)$  [19].

### 2.3.4 Ideál, filtr, izomorfismus, homomorfismus

**Definice 2.3.4.1.** Nechť  $G$  je svaz,  $A \subset G$  podmnožina. Řekneme, že  $A$  je ideál svazu  $G$ , jestliže je  $A$  podsvazem svazu  $G$ , který navíc splňuje podmínku: pro každé  $a \in A$  a každé  $x \in G$  platí

$$x < a \Rightarrow x \in A.$$

Duálně, řekneme, že  $A$  je filtr svazu  $G$ , jestliže je  $A$  podsvazem svazu  $G$ , který navíc splňuje podmínku: pro každé  $a \in A$  a každé  $x \in G$  platí

$$x > a \Rightarrow x \in A.$$

Ideál svazu je tedy podsvaz, který s každým svým prvkem  $a$  obsahuje i všechny prvky svazu menší než  $a$ .

Filtr svazu je podsvaz, který s každým svým prvkem  $a$  obsahuje i všechny prvky svazu větší než  $a$  [22].

**Příklad 2.3.4.1.** Každý svaz je svým ideálem i filtrem. Prázdná množina je ideálem i filtrem libovolného svazu.

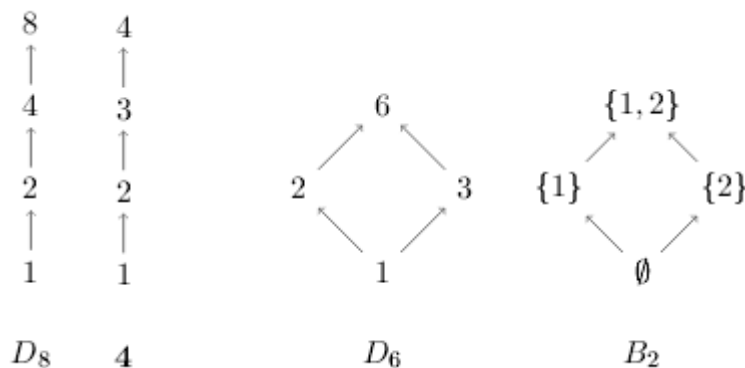
**Věta 2.3.4.1.** Průnik libovolného neprázdného systému podsvazů (resp. ideálů, resp. filtrů) daného svazu je opět podsvaz (resp. ideál, resp. filtr) tohoto svazu.

**Definice 2.3.4.2.** Necht'  $G$  je svaz,  $A \subset G$  podmnožina. Díky větě 2.3.4.1. můžeme definovat ideál  $A \downarrow$  svazu  $G$  generovaný množinou  $A$  jako průnik všech ideálů tohoto svazu obsahujících množinu  $A$ . Duálně, filtr  $A \uparrow$  svazu  $G$  generovaný množinou  $A$  je průnik všech filtrů tohoto svazu obsahujících množinu  $A$ . Je-li  $A = \{a\}$ , hovoříme o hlavním ideálu, resp. o hlavním filtru generovaném prvek  $a$  [22].

**Definice 2.3.4.3.** Necht'  $(G, \leq_G)$ ,  $(H, \leq_H)$  jsou uspořádané množiny,  $f : G \rightarrow H$  zobrazení. Řekneme, že je  $f$  izotonní zobrazení, jestliže pro každé  $a, b \in G$  platí implikace

$$a \leq_G b \Rightarrow f(a) \leq_H f(b).$$

Řekneme, že  $f$  je izomorfismus uspořádaných množin, je-li  $f$  bijekce a obě zobrazení  $f$  a  $f^{-1}$  jsou izotonní [22].



Obrázek 22: Hasseovy diagramy izomorfních uspořádaných množin [24]

Homomorfismus je typ zobrazení z jedné struktury do jiné stejného typu, které zachovává důležitou strukturu [26].

**Definice 2.3.4.4.** Necht'  $G$  a  $H$  jsou svazy,  $f : G \rightarrow H$  zobrazení. Řekneme, že je  $f$  svazový homomorfismus, jestliže pro každé  $a, b \in G$  platí

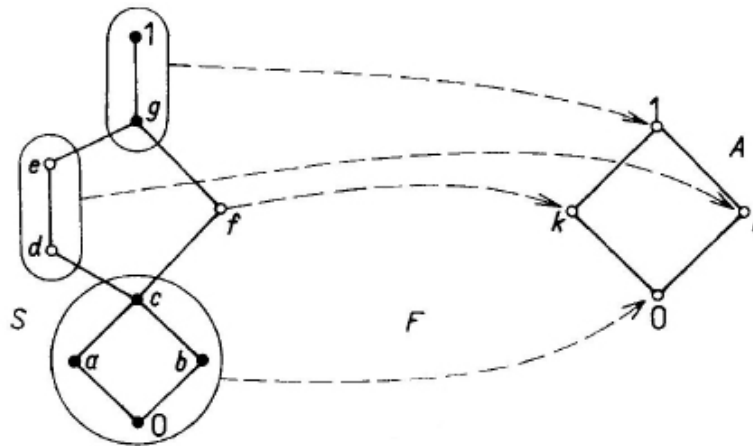
$$f(a \wedge b) = f(a) \wedge f(b), \quad f(a \vee b) = f(a) \vee f(b).$$

Řekneme, že  $f$  je svazový izomorfismus, je-li  $f$  bijektivní homomorfismus [22].

Každý homomorfismus svazů je izotonní zobrazení [25].

**Věta 2.3.4.2.** Necht'  $G$  a  $H$  jsou svazy,  $f : G \rightarrow H$  zobrazení.

- 1) Je-li  $f$  svazový homomorfismus, pak  $f$  je izotonní zobrazení a homomorfní obraz  $f(G) = \{f(a); a \in G\}$  je podsvaz svazu  $H$ .
- 2) Zobrazení  $f$  je svazový homomorfismus, právě když  $f$  je izomorfismus uspořádaných množin [22].



Obrázek 23: Svazový homomorfismus [31]

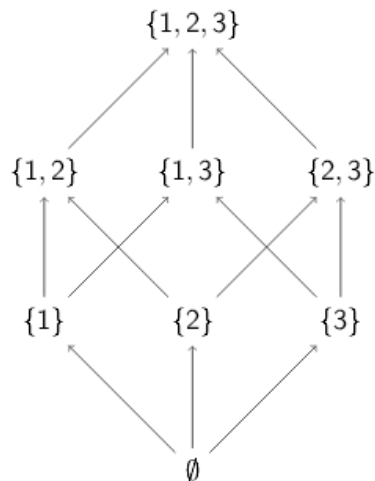
### 2.3.5 Úplné svazy

Úplný svaz je uspořádaná množina, v níž každá podmnožina má supremum a infimum [27].

Každý úplný svaz  $G$  má nejmenší prvek (infimum množiny  $G$  ve svazu  $G$ ) a největší prvek (supremum množiny  $G$  ve svazu  $G$ ).

**Příklad 2.3.5.1.** Prázdný svaz není úplný, neboť pro jeho prázdnou podmnožinu neexistuje infimum ani supremum. Prázdný svaz nemá nejmenší ani největší prvek, protože nemá žádný prvek [22].

**Příklad 2.3.5.2.** Pro libovolnou množinu  $G$  je  $(2^G, \subset)$  úplný svaz [22].

Obrázek 24: Úplný svaz množiny  $G = \{1, 2, 3\}$  [28]

**Věta 2.3.5.1.** Necht'  $(G, \leq)$  je uspořádaná množina. Následující podmínky jsou ekvivalentní.

- 1)  $(G, \leq)$  je úplný svaz.
- 2)  $(G, \leq)$  má nejmenší prvek a každá neprázdná podmnožina množiny  $G$  má v uspořádané množině  $(G, \leq)$  supremum.
- 3)  $(G, \leq)$  má největší prvek a každá neprázdná podmnožina množiny  $G$  má v uspořádané množině  $(G, \leq)$  infimum [22].

**Věta 2.3.5.2.** Necht'  $G$  je svaz. Pak existuje úplný svaz  $U$ , který obsahuje podsvaz  $H$ , který je izomorfní se svazem  $G$ .

Předchozí věta ukazuje, že vždy existuje způsob, jak doplnit svaz tak, aby se stal úplným [22].

### 2.3.6 Věty o pevných bodech

**Věta 2.3.6.1.** (Bourbakiho věta o pevném bodě.) Necht' v  $(G, \leq)$  existuje nejmenší prvek a necht' každý řetězec

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots$$

má supremum. Necht' zobrazení  $f : G \rightarrow G$  zachovává suprema takovýchto řetězců. Potom  $f$  má pevný bod (existuje  $y \in G$  takové, že  $f(y) = y$ ), a mezi pevnými body existuje nejmenší [27].

**Věta 2.3.6.2.** (Tarského-Knasterova věta o pevném bodě.) Každé izotonní zobrazení  $f : G \rightarrow G$  úplného svazu do sebe má pevný bod (existuje  $y \in G$  takové, že  $f(y) = y$ ) [27].

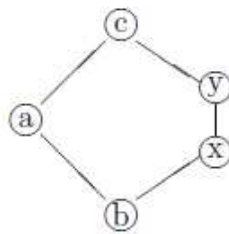
**Věta 2.3.6.3.** Necht'  $(G, \leq)$  je svaz. Pokud má izotonní zobrazení na  $G$  alespoň jeden pevný bod, potom je svaz  $G$  úplný.

### 2.3.7 Modulární, distributivní a komplementární svazy

**Definice 2.3.7.1.** Svaz  $G$  se nazývá modulární, platí – li v něm implikace

$$a \leq c \Rightarrow a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge c, \quad a, b, c \in G \quad [22, 27].$$

**Věta 2.3.7.1.** Svaz je modulární, právě když neobsahuje podsvaz izomorfní se svazem  $C_5$  (viz. Obrázek 25) [27].



Obrázek 25:  $C_5$ , struktura zakázaná  
v modulárním svazu [27]

**Věta 2.3.7.2.** Podsvaz modulárního svazu je modulární svaz [22].

**Věta 2.3.7.3.** Svaz  $G$  je modulární, právě když pro každou trojici prvků  $a, b, c \in G$  platí implikace

$$a > c, a \wedge b = c \wedge b, a \vee b = c \vee b \Rightarrow a = c \quad [22].$$

**Definice 2.3.7.2.** Svaz  $G$  se nazývá distributivní, platí – li v něm distributivní rovnost

$$(a \wedge b) \vee (a \wedge c) = a \wedge (b \vee c), \quad a, b, c \in G \quad [27].$$

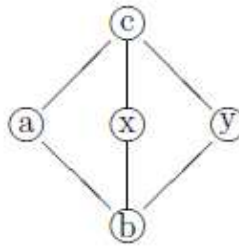
**Příklad 2.3.7.1.** Příklady distributivních svazů jsou svaz všech podmnožin nějaké množiny nebo libovolný řetězec [22].

**Věta 2.3.7.4.** Necht'  $G$  je distributivní svaz. Pak pro každou trojici prvků  $a, b, c \in G$  platí i následující distributivní rovnost

$$(a \vee b) \wedge (a \vee c) = a \vee (b \wedge c).$$

Důsledkem věty 2.3.7.4. je, že duální svaz k distributivnímu svazu je opět distributivní.

**Věta 2.3.7.5.** Svaz  $G$  je distributivní, právě když neobsahuje podsvaz izomorfní se svazem  $C_5$  (Obrázek 25) ani podsvaz izomorfní se svazem  $D_3$  (Obrázek 26).



Obrázek 26:  $D_3$ , konfigurace

zakázaná v distributivním svazu [27]

**Věta 2.3.7.6.** Každý distributivní svaz je modulární.

**Věta 2.3.7.7.** Podsvaz distributivního svazu je distributivní svaz.

**Věta 2.3.7.8.** Svaz  $G$  je distributivní, právě když pro každou trojici prvků  $a, b, c \in G$  platí implikace

$$(a \wedge b) = (c \wedge b), (a \vee b) = (c \vee b) \Rightarrow a = c.$$

**Definice 2.3.7.3.** Necht'  $G$  je svaz s nejmenším prvkem 0 a největším prvkem 1. Řekneme, že prvek  $b \in G$  je komplementem prvku  $a \in G$  ve svazu  $G$ , jestliže platí

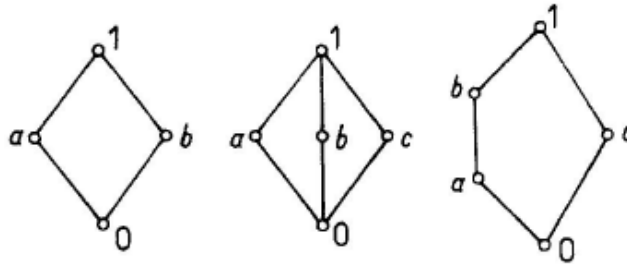
$$a \wedge b = 0, a \vee b = 1.$$

Svaz  $G$  se nazývá komplementární, jestliže ke každému prvkem existuje aspoň jeden komplement [22].

Z komutativity obou operací plyne, že je – li prvek  $b$  komplementem prvku  $a$ , pak je prvek  $a$  komplementem prvku  $b$ .

**Věta 2.3.7.9.** Nechť  $S$  je svaz s nulou a jednotkou, pak komplementem nuly je právě jen jednotka a komplementem jednotky je právě jen nula.

**Příklad 2.3.7.2.** Svazy na Obrázku 27 jsou komplementární.



Obrázek 27: Hasseovy diagramy komplementárních svazů [31]

**Věta 2.3.7.10.** Součin komplementárních svazů je komplementární svaz.

**Definice 2.3.7.4.** Distributivní komplementární svaz se nazývá Booleova algebra.

## 2.4 Galoisovy konexe (adjunkce)

**Definice 2.4.1.** Izotonní zobrazení  $f : X \rightarrow Y, g : Y \rightarrow X$  jsou adjungována (Galoisovsky adjungována, jsou v Galoisově konexi),  $f$  nalevo a  $g$  napravo ( $f$  je levý adjunkt zobrazení  $g$ ,  $g$  je pravý adjunkt zobrazení  $f$ ), jestliže platí

$$\forall x \in X, y \in Y, f(x) \leq y \Leftrightarrow x \leq g(y) \quad [27].$$

**Věta 2.4.1.** Pravý (resp. levý) Galoisův adjunkt nemusí k danému zobrazení existovat. Existuje – li však, je určen jednoznačně.

$$(\text{Je – li } f_i(x) \leq y \Leftrightarrow x \leq g(y), i = 1, 2, \text{ je } f_1(x) \leq y \Leftrightarrow f_2(x) \leq y.) \quad [27].$$

**Věta 2.4.2.** Izotonní zobrazení  $f : X \rightarrow Y, g : Y \rightarrow X$  jsou adjungována ( $f$  nalevo,  $g$  napravo), právě když platí

$$f(g(y)) \leq y \quad \text{a} \quad x \leq g(f(x)) \quad [27].$$

**Věta 2.4.3.** Levé Galoisovy adjunkty zachovávají suprema, pravé zachovávají infima.

**Věta 2.4.4.** Jsou – li  $X, Y$  úplné svazy, je izotonní zobrazení  $f : X \rightarrow Y$  levý (resp. pravý) adjunkt, právě když zachovává všechna suprema (resp. infima) [27].

Původní Galoisova konexe, jak se objevila v Galoisově teorii řešitelnosti algebraických rovnic, byla konexe mezi antitonními zobrazeními  $f(x) \leq y$  právě když  $g(y) \leq x$  [27].

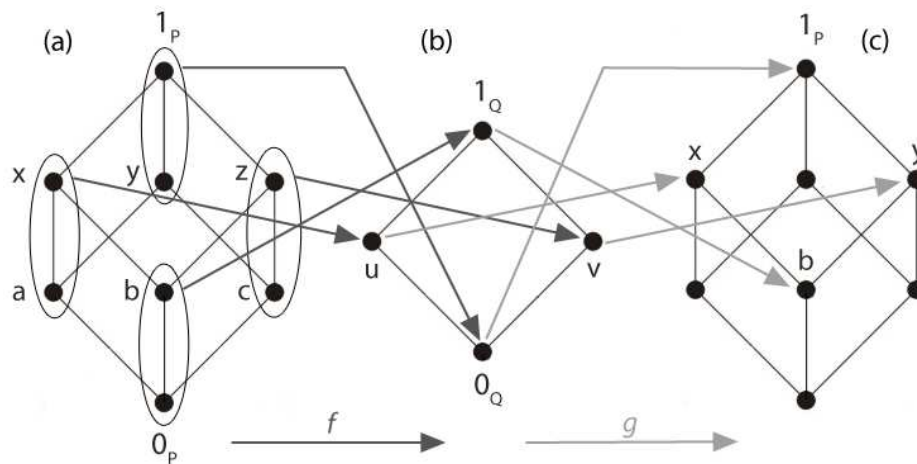
**Definice 2.4.2.** Necht'  $(P, \leq_p), (Q, \leq_q)$  jsou posety,  $f : (P, \leq_p) \rightarrow (Q, \leq_q), g : (Q, \leq_q) \rightarrow (P, \leq_p)$  jsou zobrazení. Dvojice zobrazení  $(f, g)$  se nazývá Galoisova konexe mezi  $(P, \leq_p)$  a  $(Q, \leq_q)$ , jestliže platí:

- 1)  $f$  a  $g$  jsou antitonní zobrazení, tj.  $x_1 \leq_p x_2 \Rightarrow f(x_2) \leq_q f(x_1),$   
 $y_1 \leq_q y_2 \Rightarrow g(y_2) \leq_p g(y_1),$
- 2)  $x \in P, x \leq_p g(f(x)), y \in Q, y \leq_q f(g(y)).$

**Věta 2.4.5.** Necht'  $(f, g)$  je Galoisova konexe mezi posety  $(P, \leq_p)$  a  $(Q, \leq_q)$ . Pak platí:

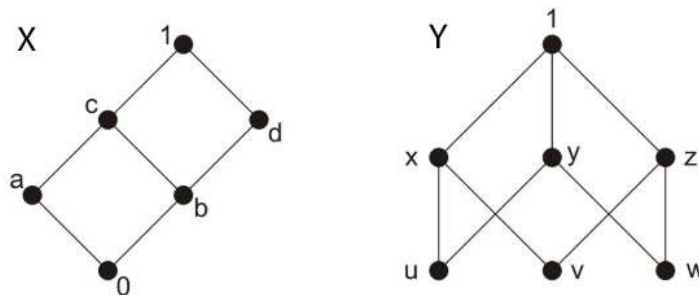
- a)  $f(g(f(x))) = f(x), g(f(g(y))) = g(y),$
- b)  $g \circ f$  je uzávěrový operátor na  $(P, \leq_p), f \circ g$  je uzávěrový operátor na  $(Q, \leq_q),$
- c) množiny pevných bodů  $Fix(g \circ f) = \{x \in P \mid x = g(f(x))\}$  a  
 $Fix(f \circ g) = \{y \in Q \mid y = f(g(y))\}$  jsou antiizomorfní,
- d) platí:  $x \leq_p g(y) \Leftrightarrow y \leq_q f(x).$

**Příklad 2.4.1.** Galoisova konexe mezi posety  $(P, \leq_p)$  a  $(Q, \leq_q)$ .



Obrázek 28: Galoisova konexe mezi posety  $(P, \leq_P)$  a  $(Q, \leq_Q)$ . (a) poset  $(P, \leq_P)$ , (b) poset  $(Q, \leq_Q)$ , (c) poset  $(P, \leq_P)$

**Příklad 2.4.1.** Mějme uspořádané množiny  $X, Y$  reprezentované Hasseovými diagramy na Obrázku 29.



Obrázek 29: Hasseovy diagramy uspořádaných množin  $X, Y$

Galoisova konexe  $(f, g)$  mezi  $X$  a  $Y$  je dána tabulkami zobrazení:

	0	a	b	c	d	1
zobrazení $f$	1	x	1	x	z	v

Tabulka 1: Zobrazení  $f : X \rightarrow Y$

	u	v	w	x	y	z	1
zobrazení $g$	c	1	d	c	b	d	b

Tabulka 2: Zobrazení  $g : Y \rightarrow X$  [30, 27]

## 2.5 Galoisovy konexe v sociálních sítích

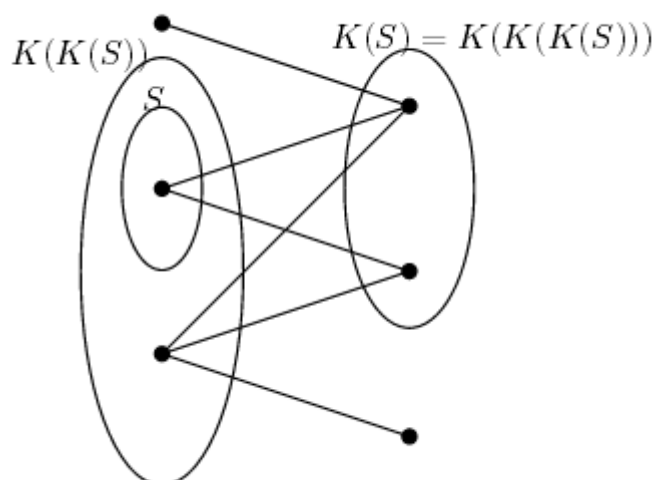
Předpokládejme, že znalost jiné osoby je symetrická relace taková, že osoba A zná osobu B tehdy a jen tehdy, pokud osoba B zná osobu A. Tato symetrie platí pro některé druhy známostí, jako například vztah přátelství na sociální síti Facebook [29].

### Teorém 2.5.1.

The people who know	and the people you know
all the people who know	all are people who know
all the people you know	all the people who know
all are people you know	all the people you know.

Což volně přeloženo do češtiny znamená:

Lidé, kteří znají	a lidé, které znáte,
všechny lidi, kteří znají	jsou všichni lidé, kteří znají
všechny lidi, které vy znáte,	všechny lidi, kteří znají
jsou lidé, které znáte	všechny lidi, které znáte vy.



Obrázek 30: Graf malé sociální sítě [29]

**Důkaz 2.5.1.** Pro libovolnou množinu lidí  $S$  označme  $K(S)$  množinu lidí, kteří znají každého z množiny  $S$ . Na Obrázku 30 je znázorněn graf sítě, v němž uzly představují lidi a hranami jsou spojení lidí, kteří se navzájem znají.  $K$  převrací inkluzi:  $S \subseteq S' \Rightarrow K(S') \subseteq K(S)$ . Platí

$$S \subseteq K(K(S)).$$

Aplikováním vlastnosti převrácení inkluze dostaneme

$$K(K(K(S))) \subseteq K(S).$$

Pokud nahradíme  $S$  za  $K(S)$  v prvním vztahu, dostaneme

$$K(S) \subseteq K(K(K(S))).$$

Teorém vznikl specializací předchozích dvou vztahů pro případ  $S = \{vy\}$  □ [29].

**Poznámka 2.5.1.** Operace  $K(\cdot)$  je příklad antitonní Galoisovy konexe z potenční množiny  $U$  do sebe sama, kde  $U$  představuje celou populaci. Antitonní Galoisova konexe je dvojice funkcí  $f : A \rightarrow B$  a  $g : B \rightarrow A$  mezi dvěma částečně uspořádanými množinami  $A$  a  $B$ . Pro všechny prvky  $a \in A$  a  $b \in B$  platí  $b \leq_B F(a) \Leftrightarrow a \leq_A G(b)$ . V našem případě jsou obě množiny  $A$  a  $B$  potenčními množinami celé populace uspořádanými inkluzí,  $F$  a  $G$  jsou zobrazení  $K$ . Abychom ukázali, že se jedná o Galoisovu konexi, poznamenejme, že  $b \leq_B F(a)$  odpovídá tvrzení „každý člověk z množiny  $b$  zná každého z množiny  $a$ “ a  $a \leq_A G(b)$  odpovídá tvrzení „každý člověk z množiny  $a$  zná každého z množiny  $b$ “. Uzavřená dvojice asymetrických relací, například „oblíbit si“ a „být oblíben“, také vede ke Galoisovým konexím.  $F(a)$  je množina lidí, kteří mají v oblíbě každého v množině  $a$  a  $G(b)$  je množina lidí, kteří jsou oblíbení každým člověkem v množině  $b$ . Důkazem je  $F \circ G \circ F = F$  a  $G \circ F \circ G = G$  [29].

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

### 3 FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZA

#### 3.1 Úvod do formální konceptuální analýzy

Formální konceptuální analýza (FCA, z anglického Formal Concept Analysis) je metoda pro analýzu dat, správu informací a prezentaci znalostí. Přestože má tato metoda významný potenciál ve využití v rámci aplikací, není mezi vědci příliš rozšířená. Její popularita však roste v mnoha oblastech jejího využití. U zrodu formální konceptuální analýzy stál na počátku osmdesátých let Rudolf Wille. V prvních deseti letech byla formální konceptuální analýza vyvíjena hlavně malou skupinou výzkumných pracovníků a studentů v Německu. Jelikož většina publikací pojednávající o formální konceptuální analýze měla matematický charakter, znalost analýzy zůstávala pouze v úzkém kruhu zasvěcenců. Prostřednictvím financovaných projektů byla formální konceptuální analýza implementována v několika větších aplikacích, ovšem informovanost o těchto projektech nepřesáhla hranice Německa [32].

Během posledních deseti let se mezinárodní komunita okolo formální konceptuální analýzy velice rozrostla. Analýza našla uplatnění v širokém spektru různých odvětví jako jsou lingvistika, softwarové inženýrství, sociologie, psychologie, biologie a mnoho dalších. Rozmach formální konceptuální analýzy má na svědomí především vydávání vlivných publikací. Například Freeman a White v roce 1993 zveřejnili publikaci o analýze sociálních sítí, díky které se zájem o využití formální konceptuální analýzy rozšířil mezi sociology [32].

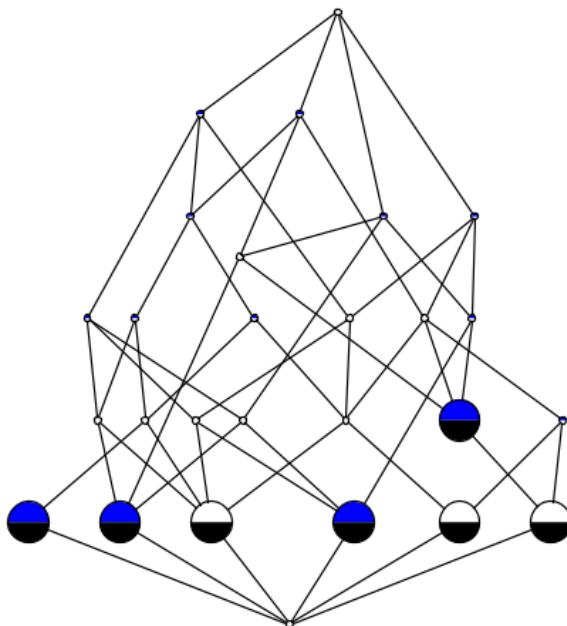
Formální konceptuální analýza analyzuje data popisující vztah mezi množinou objektů a množinou atributů. Pro daný objekt a daný atribut platí, že objekt buď daný atribut má, nebo objekt daný atribut nemá. Mohou nastat i případy, že objekt daný atribut má s jistou hodnotou nebo do jisté míry. Vztahy mezi objekty a atributy jsou nejčastěji reprezentovány tabulkou, v níž řádky představují objekty a sloupce jednotlivé atributy. Položka v tabulce znázorňuje, zda objekt daný atribut má a popř. s jakou hodnotou. Tabulková data představují základní formu reprezentace dat [32, 33].

	CPU1	CPU2	CPU3	D1	D2	GPU1	GPU2	Disk1	Disk2	V1	V2	V3	OS	Cena1	Cena2	Cena3
Lenovo ThinkPad Edge E525	X				X		X	X		X	X		X	X		
Asus U30SD		X		X			X	X				X		X		
Toshiba Satellite L750		X			X		X		X	X	X		X	X		
HP ProBook 4530s		X			X		X		X	X	X		X		X	
Dell Vostro 3450		X		X		X		X			X	X	X		X	
Lenovo IdeaPad Y570			X	X	X		X		X	X	X		X			X
Acer TravelMate		X		X		X		X			X	X	X			

Obrázek 31: Tabulková data – notebooky a jejich parametry

Formální konceptuální analýza podává uživateli netriviální informace o vstupních datech. Je to metoda průzkumové neboli explorativní analýzy dat. Vstupními daty do formální konceptuální analýzy jsou právě tabulková data [33].

Formální konceptuální analýza uživateli poskytuje dva typy výstupů: tzv. konceptuální svaz a tzv. atributové implikace popisující závislosti mezi atributy tabulky dat.



Obrázek 32: Konceptuální svaz k tabulkovým datům na Obrázku 31

Díky vytváření pojmů je člověk schopný orientovat se ve světě plném obrovského množství věcí a faktů. Vytváření a práce s pojmy člověku umožňuje komunikovat s ostatními lidmi, popisovat zákonitosti apod. Pojem chápeme jako jakýsi shluk objektů, které patří k sobě. Formální konceptuální analýza chápe pojem v souladu s tzv. Port – Royalskou logikou. Podle ní je pojem tvořen svým rozsahem a obsahem. Rozsahem pojmu rozumíme seskupení všech objektů, které pod pojem patří, a obsahem rozumíme seskupení všech atributů, které pod pojem patří. Rozsahem například u pojmu NOTEBOOK je seskupení všech notebooků a obsahem je seskupení všech atributů všech notebooků, např.

„mít procesor“, „mít grafickou kartu“ apod. Pojem lze tedy chápat jako dvojici  $(A, B)$ , kde  $A$  je množina všech objektů a  $B$  je množina všech atributů, které pod pojem patří. Aby dvojice  $(A, B)$  mohla být považována za pojem, musí být množina  $A$  právě množinou všech objektů, které sdílejí všechny atributy z množiny  $B$  a aby množina  $B$  byla právě množinou všech atributů společných všem objektům z množiny  $A$ . Pojem ve smyslu formální konceptuální analýzy se nazývá formální koncept [33].

Pojmy se od sebe navzájem liší obecností, jeden pojem může být více nebo méně obecný než jiné pojmy. Mezi pojmy existuje hierarchické uspořádání vztahem podpojem – nadpojem. Ve formální konceptuální analýze je tento vztah modelován tak, že koncept  $(A_1, B_1)$  je podpojemem konceptu  $(A_2, B_2)$  (tzn. koncept  $(A_1, B_1)$  je nejvýše tak obecný jako  $(A_2, B_2)$ ) pokud platí, že každý objekt z  $A_1$  patří do  $A_2$  nebo že každý atribut z  $B_2$  patří do  $B_1$ . Tuto podmínku označujeme  $(A_1, B_1) \leq (A_2, B_2)$ . Jako příklad uveďme pojem NOTEBOOK, který je podpojemem pojmu POČÍTAČ. Díky vztahu podpojem – nadpojem je možné množinu všech konceptů uspořádat podle obecnosti. Uspořádaná množina všech konceptů se nazývá konceptuální svaz (viz. Obrázek 32) [33].

Každý koncept, který obsahuje atributy  $y_1, \dots, z_1$ , obsahuje i atributy  $y_2, \dots, z_2$ . Tato závislost se ve formální konceptuální analýze označuje jako atributová implikace a zapisuje se  $\{y_1, \dots, z_1\} \Rightarrow \{y_2, \dots, z_2\}$ . Jelikož ve vstupních datech platí velké množství implikací, často triviálních, je úlohou najít nějakou neredundantní podmnožinu platných implikací, z níž je možné všechny ostatní implikace odvodit [33].

## 3.2 Základní pojmy ve formální konceptuální analýze

### 3.2.1 Formální kontext

**Definice 3.2.1.1.** Formální kontext je trojice  $\langle X, Y, I \rangle$ , kde  $I$  je binární relace mezi množinami  $X$  a  $Y$ ,  $I \subseteq X \times Y$ .

Prvky  $x$  z množiny  $X$  se nazývají objekty, prvky  $y$  z množiny  $Y$  se nazývají atributy. Zápis  $\langle x, y \rangle \in I$  značí, že objekt  $x$  má atribut  $y$ . Formální kontext reprezentuje tabulková data obsahující všechny objekty a atributy. Každý kontext  $\langle X, Y, I \rangle$  indukuje zobrazení  $\uparrow: 2^X \rightarrow 2^Y$  a  $\downarrow: 2^Y \rightarrow 2^X$  předpisem

$$A^\uparrow = \{ y \in Y \mid \text{pro každé } x \in A : \langle x, y \rangle \in I \}$$

pro  $A \subseteq X$  a

$$B^\downarrow = \{ x \in X \mid \text{pro každé } y \in B : \langle x, y \rangle \in I \}$$

pro  $B \subseteq Y$ .  $A^\uparrow$  je tedy množina všech atributů společných všem objektům z  $A$  a  $B^\downarrow$  je množina všech objektů, které sdílejí všechny atributy z  $B$  [33].

### 3.2.2 Indukované Galoisovy konexe

**Definice 3.2.2.1.** Zobrazení  $f : 2^X \rightarrow 2^Y$  a  $g : 2^Y \rightarrow 2^X$  tvoří tzv. Galoisovu konexi mezi množinami  $X$  a  $Y$ , pokud pro  $A, A_1, A_2 \subseteq X$  a  $B, B_1, B_2 \subseteq Y$  platí  $A_1 \subseteq A_2$  implikuje  $f(A_2) \subseteq f(A_1)$ ;  $B_1 \subseteq B_2$  implikuje  $g(B_2) \subseteq g(B_1)$ ;  $A_1 \subseteq g(f(A))$ ;  $B \subseteq f(g(B))$ . [33]

**Věta 3.2.2.1.** Pro binární relaci  $I \subseteq X \times Y$  tvoří indukovaná zobrazení  ${}^{\uparrow I}$  a  ${}^{\downarrow I}$  Galoisovu konexi mezi  $X$  a  $Y$ . Naopak, tvoří – li  $f$  a  $g$  Galoisovu konexi mezi  $X$  a  $Y$ , existuje binární relace  $I \subseteq X \times Y$  tak, že  $f = {}^{\uparrow I}$  a  $g = {}^{\downarrow I}$ . Tím je dán vzájemně jednoznačný vztah mezi Galoisovými konexemi mezi  $X$  a  $Y$  a binárními relacemi mezi  $X$  a  $Y$  [33].

### 3.2.3 Formální koncepty, konceptuální svaz

**Definice 3.2.3.1.** Formální koncept v kontextu  $\langle X, Y, I \rangle$  je dvojice  $(A, B)$ , kde  $A \subseteq X$  a  $B \subseteq Y$  jsou takové, že  $A^\uparrow = B$  a  $B^\downarrow = A$  [33].

Formální koncept je tedy dvojice sestávající z množiny  $A$  objektů i množiny  $B$  atributů takových, že  $B$  jsou právě všechny atributy společné objektům  $A$  a  $A$  jsou právě všechny objekty sdílející atributy  $B$ . Z matematického pohledu je koncept právě pevným bodem Galoisovy konexe dané  ${}^{\uparrow}$  a  ${}^{\downarrow}$ .

Množinu všech formálních konceptů v  $\langle X, Y, I \rangle$  značíme  $\mathcal{B}(X, Y, I)$ , tzn.

$$\mathcal{B}(X, Y, I) = \{(A, B) \mid A \subseteq X, B \subseteq Y, A^\uparrow = B, B^\downarrow = A\} \text{ [33].}$$

Formální koncept lze vyjádřit jako maximální obdélník v kontextové tabulce.

**Definice 3.2.3.2.** Obdélník v  $\langle X, Y, I \rangle$  je pár  $\langle A, B \rangle$  takový, že  $A \times B \subseteq I$ , tj. pro každé  $x \in A$  a  $y \in B$  máme  $\langle x, y \rangle \in I$ . Pro obdélníky  $\langle A_1, B_1 \rangle$  a  $\langle A_2, B_2 \rangle$  je dáno  $\langle A_1, B_1 \rangle \subseteq \langle A_2, B_2 \rangle$  jestliže  $A_1 \subseteq A_2$  a  $B_1 \subseteq B_2$ .

**Definice 3.2.3.3.** Konceptuální svaz je množina  $\mathcal{B}(X, Y, I)$  spolu s relací  $\leq$  definovanou na  $\mathcal{B}(X, Y, I)$  předpisem

$$\langle A_1, B_1 \rangle \leq \langle A_2, B_2 \rangle \Leftrightarrow A_1 \subseteq A_2 \text{ nebo } B_2 \subseteq B_1.$$

Pro další účely označíme  $\text{Int}(I) = \{ B \subseteq Y \mid \langle A, B \rangle \in \mathcal{B}(X, Y, I) \text{ pro nějakou } A \subseteq X \}$ , tj.  $\text{Int}(I)$  je množina obsahů všech konceptů z  $\mathcal{B}(X, Y, I)$ . Platí, že  $B \subseteq Y$  je obsahem nějakého konceptu z  $\mathcal{B}(X, Y, I)$ . Podobně značíme  $\text{Ext}(I)$  rozsahy konceptů z  $\mathcal{B}(X, Y, I)$ . Relace  $\leq$  je tedy relací podpojem – nadpojem [33].

**Příklad 3.2.3.1.** Uvedme si obecný příklad kontextu  $K = \langle X, Y, I \rangle$ , kde množina objektů  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$  a množina atributů je  $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ . Binární relace  $I = \{(x_1, a), (x_1, b), (x_2, a), (x_2, b), (x_3, b), (x_3, c), (x_4, b), (x_4, c), (x_4, d), (x_5, c), (x_5, d)\}$ .

Pro tento kontext pomocí programu Concept Explorer sestavíme tabulku vstupních dat, vypíšeme množinu konceptů a sestrojíme konceptuální svaz.

A	B	C	D	E
	y1	y2	y3	y4
x1	X	X		
x2	X	X		
x3		X	X	
x4		X	X	X
x5			X	X

Tabulka 3: Tabulka vstupních dat

Formálních konceptů je celkem osm. Pomocí maximálních obdélníků v kontextové tabulce je vyjádříme.

A	B	C	D	E
	y1	y2	y3	y4
x1	X	X		
x2	X	X		
x3		X	X	
x4		X	X	X
x5			X	X

Tabulka 4: Formální koncepty kontextové tabulky

V Tabulce 4 vidíme tři formální koncepty:

- $\langle A_1, B_1 \rangle = \langle \{x1, x2\}, \{y1, y2\} \rangle$ ,
- $\langle A_2, B_2 \rangle = \langle \{x3, x4\}, \{y2, y3\} \rangle$ ,
- $\langle A_3, B_3 \rangle = \langle \{x4, x5\}, \{y3, y4\} \rangle$ .

A	B	C	D	E
	y1	y2	y3	y4
x1	✕	✕		
x2	✕	✕		
x3		✕	✕	
x4		✕	✕	✕
x5			✕	✕

Tabulka 5: Zbývající formální koncepty kontextové tabulky

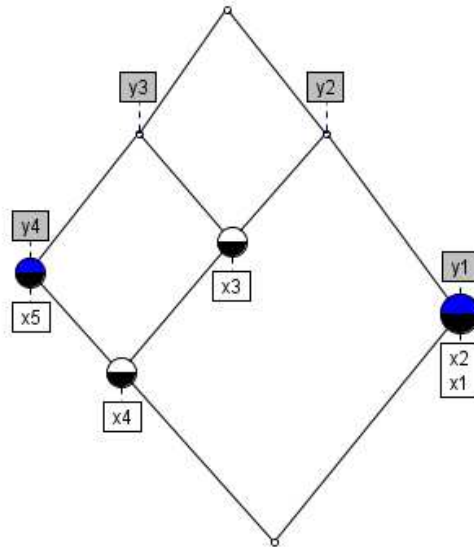
V Tabulce 5 jsou zvýrazněny zbývající formální koncepty:

- $\langle A_4, B_4 \rangle = \langle \{x1, x2, x3, x4\}, \{y2\} \rangle$ ,
- $\langle A_5, B_5 \rangle = \langle \{x3, x4, x5\}, \{y3\} \rangle$ ,
- $\langle A_6, B_6 \rangle = \langle \{x4\}, \{y2, y3, y4\} \rangle$ .

Chybí už jen nejmenší a největší prvek.

- Nejmenší prvek je  $(\emptyset; y1, y2, y3, y4) \dots 0$ ,
- Největší prvek je  $(x1, x2, x3, x4, x5; \emptyset) \dots 1$ .

V programu Concept Explorer vygenerujeme konceptuální svaz.



Obrázek 33: Konceptuální svaz kontextu v příkladu 3.2.3.1.

### 3.2.4 Hlavní věta o konceptuálních svazech

**Věta 3.2.4.1.** Mějme formální kontext  $\langle X, Y, I \rangle$ . Potom  $\mathcal{B}(X, Y, I)$  je vzhledem k  $\leq$  úplný svaz, ve kterém jsou infima a suprema dána předpisy

$$\bigwedge_{j \in J} \langle A_j, B_j \rangle = \left\langle \bigcap_{j \in J} A_j, \left( \bigcap_{j \in J} A_j \right)^\uparrow \right\rangle = \left\langle \bigcap_{j \in J} A_j, \left( \bigcup_{j \in J} B_j \right)^{\downarrow\uparrow} \right\rangle,$$

$$\bigvee_{j \in J} \langle A_j, B_j \rangle = \left\langle \left( \bigcap_{j \in J} B_j \right)^\downarrow, \bigcap_{j \in J} B_j \right\rangle = \left\langle \left( \bigcup_{j \in J} A_j \right)^{\uparrow\downarrow}, \bigcap_{j \in J} B_j \right\rangle.$$

Daný úplný svaz  $V = \langle V, \leq \rangle$  je izomorfní s  $\mathcal{B}(X, Y, I)$ , právě když existují zobrazení  $\gamma: X \rightarrow V, \mu: Y \rightarrow V$ , pro která je  $\gamma(X)$  supremálně hustá v  $V$ ,  $\mu(Y)$  infimálně hustá v  $V$  a  $\langle x, y \rangle \in I$  platí právě když  $\gamma(x) \leq \mu(y)$ , pro každé  $x \in X, y \in Y$  [33].

Říkáme, že množina  $K \subseteq V$  je supremálně hustá v  $V$ , právě když pro každý  $v \in V$  existuje  $K_v \subseteq K$  tak, že  $v$  je supremum množiny  $K_v$ . Podobně to platí pro infimální hustotu [33].

### 3.2.5 Atributové implikace

Atributová implikace nad množinou všech atributů  $Y$  je výraz ve tvaru  $A \Rightarrow B$ , kde  $A, B \subseteq Y$ .

**Definice 3.2.5.1.** Pro implikaci  $A \Rightarrow B$  a množinu  $C \subseteq Y$  říkáme, že  $A \Rightarrow B$  platí v  $C$ , popř. že  $C$  je modelem  $A \Rightarrow B$ , jestliže platí, že pokud  $A \subseteq C$ , pak i  $B \subseteq C$ . Obecněji, pro množinu  $M \subseteq 2^Y$  množin atributů a množinu  $T = \{A_j \Rightarrow B_j \mid j \in J\}$  implikací říkáme, že  $T$  platí v  $M$ , popř. že  $M$  je modelem  $T$ , jestliže  $A_j \Rightarrow B_j$  platí v  $C$  pro každé  $C \in M$  a  $A_j \Rightarrow B_j \in T$  [33].

Řekneme, že implikace platí v kontextu  $\langle X, Y, I \rangle$ , jestliže platí v systému  $M = \{\{x\}^\uparrow \mid x \in X\}$  obsahů všech objekt – konceptů (tj. obsahů konceptů tvaru  $\langle \{x\}^{\uparrow\downarrow}, \{x\}^\uparrow \rangle$ ). Dále řekneme, že implikace platí v konceptuálním svazu  $\mathcal{B}(X, Y, I)$ , jestliže platí v systému  $\text{Int}(I)$  všech obsahů. Atributová implikace platí v  $\langle X, Y, I \rangle$ , právě když platí v  $\mathcal{B}(X, Y, I)$  [33].

**Definice 3.2.5.2.** Implikace  $A \Rightarrow B$  plyne z množiny  $T$  implikací, jestliže  $A \Rightarrow B$  platí v každé  $C \subseteq Y$ , ve které platí  $T$ . Množina  $T$  implikací se nazývá

- uzavřená, jestliže obsahuje každou implikaci, která z ní plyne,
- neredundantní, jestliže žádná implikace z  $T$  neplyne z ostatních.

Množina  $T$  implikací kontextu  $\langle X, Y, I \rangle$  se nazývá úplná, jestliže z ní plyne každá implikace kontextu  $\langle X, Y, I \rangle$ . Báze je úplná a neredundantní množina implikací daného kontextu [33].

**Věta 3.2.5.1.** Množina  $T$  implikací je uzavřená, právě když pro každé  $A, B, C, D \subseteq Y$  platí

1.  $A \Rightarrow A \in T$ ,
2. pokud  $A \Rightarrow B \in T$ , pak  $A \cup C \Rightarrow B \in T$ ,
3. pokud  $A \Rightarrow B \in T$  a  $B \cup C \Rightarrow D \in T$ , pak  $A \cup C \Rightarrow D \in T$ . [33]

Při analýze vstupních dat – kontextu a hledání implikací, které v kontextu platí, nás nezajímají triviální implikace, např.  $A \Rightarrow B$ , kde  $B \subseteq A$ , a implikace, které v nějakém smyslu vyplývají z ostatních implikací. Proto tyto implikace vynecháváme. Při vynechávání je ovšem potřeba kontrolovat, zda je aktuální množina stále úplná a snažit se, aby nebyla redundantní [33].

### 3.2.6 Vícehodnotové kontexty, konceptuální škálování

Některá vstupní data nemají pouze bivalentní logický formát, proto existuje rozšíření formálních konceptů o tzv. vícehodnotové kontexty, které jsou schopné jiné formáty dat reprezentovat.

**Definice 3.2.6.1.** Vícehodnotový kontext je čtveřice  $\langle X, Y, W, I \rangle$ , kde  $I \subseteq X \times Y \times W$  je ternární relace taková, že pokud  $\langle x, y, v \rangle \in I$  a  $\langle x, y, w \rangle \in I$ , pak  $v = w$  [33].

Prvky množiny  $X$  se nazývají, stejně jako u formálních kontextů, objekty, prvky množiny  $Y$  se nazývají vícehodnotové atributy a prvky množiny  $W$  jsou hodnoty atributů. Zápis  $\langle x, y, w \rangle \in I$  nebo  $y(x) = w$  znamená, že objekt  $x$  má atribut  $y$  s hodnotou  $w$ . V Tabulce 3 je formální kontext obsahující pouze bivalentní logické hodnoty. Pokud by například atribut  $y_2$  nabýval pro objekty  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  hodnot 15, 30, 55, 85, 110, jednalo by se o vícehodnotový kontext [33].

A	B	C	D	E
	y1	y2	y3	y4
x1	1	15		
x2	1	30		
x3		55	1	
x4		85	1	1
x5		110	1	1

Tabulka 6: Vícehodnotový kontext

Vícehodnotové kontexty zřejmým způsobem rozšiřují základní kontexty. Formální konceptuální analýza vícehodnotový kontext prostřednictvím vhodného konceptuálního škálování převede na základní kontext, který je poté analyzován.

**Definice 3.2.6.2.** Škála pro atribut  $y$  vícehodnotového kontextu je kontext  $S_y = \langle X_y, Y_y, I_y \rangle$ , pro který  $y(X) \subseteq X_y$ , kde  $y(X) = \{ y(x) \mid x \in X \}$ . Prvky množin  $X_y$  a  $Y_y$  se nazývají škálové hodnoty a škálové atributy [33].

Škálou daného atributu vícehodnotového kontextu může být libovolný kontext splňující podmínky definice. Pro často se vyskytující atributy existuje řada standardních škál, např. nominální nebo ordinální.

Základní procedurou převedení vícehodnotového kontextu na základní kontext je jednoduché škálování, tzv. plain scalling.

**Definice 3.2.6.3.** Je-li  $\langle X, Y, W, I \rangle$  vícehodnotový kontext a jsou-li  $S_y (y \in Y)$  škály, pak kontext odvozený jednoduchým škálováním je kontext  $\langle X, Z, J \rangle$ , kde

- $N = \bigcup_{y \in Y} \dot{Y}_y (\dot{Y}_y = \{y\} \times Y_y)$ ,
- $\langle x, \langle y, z \rangle \rangle \in J$ , právě když  $y(x) = w$  a  $\langle w, z \rangle \in I_y$ .

Objekty odvozeného kontextu jsou shodné s objekty vícehodnotového kontextu a množina atributů odvozeného kontextu je disjunktním sjednocením atributů jednotlivých škál [33].

A	B	C	D	E	F	G
	y1	y(0-20)	y(21-60)	y(61-120)	y3	y4
x1	1	1				
x2	1		1			
x3			1		1	
x4				1	1	1
x5				1	1	1

Tabulka 7: Aplikace škálování na vícehodnotový kontext z Tabulky 6

## 4 PRAKTICKÉ VYUŽITÍ FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZY

V této kapitole si uvedeme postupně tři příklady praktického využití formální konceptuální analýzy v oblasti sociálních sítí. Analýzu provedeme na reálných datech z různých zdrojů, které budou u každého příkladu zmíněny. U sociálních sítí je velice obtížné vyhledat přesné statistické informace, moji snahou však bylo nalézt co nejaktuálnější data.

### 4.1 Srovnání nejpopulárnějších sociálních sítí

V prvním příkladě srovnáme některé znaky nejpopulárnějších sociálních sítí na světě, o nichž se můžeme dočíst v kapitole 1.4. Mezi tyto sítě patří Facebook, Twitter, LinkedIn, Pinterest, Google+ a Instagram. Všechny vyjmenované použijeme jako objekty ve formálním kontextu.

#### Množina objektů:

$$X = \{Facebook, Twitter, LinkedIn, Pinterest, Google+, Instagram\}$$

Mezi znaky, které budeme u těchto sítí analyzovat, patří počet aktivních uživatelů sociální sítě, počet mobilních uživatelů (těch, kteří k sociální síti přistupují pomocí mobilního zařízení), poměr mezi muži a ženami, průměrná doba strávená jedním uživatelem na sociální síti za měsíc a podíl uživatelů, kteří se k sociální síti připojují minimálně jednou denně.

#### Množina atributů:

$$Y = \{\text{počet aktivních uživ.}, \text{počet mobilních uživ.}, \text{poměr muži/ženy}, \text{průměrná doba/uživatel/měsíc}, \text{podíl uživatelů s min. jedním přihlášením denně}\}$$

	počet aktivních uživ.	počet mobilních uživ.	poměr muži:ženy [%]	průměrná doba/uživatel/měsíc [minut]	podíl uživatelů s min. jedním přihlášením denně [%]
Facebook	1 190 000 000	680 000 000	42:58	498	76
Twitter	241 000 000	184 000 000	38:62	170	76
LinkedIn	259 000 000	123 000 000	56:44	17	40
Pinterest	70 000 000	52 500 000	20:80	98	58
Google+	359 000 000	201 600 000	62:38	7	58
Instagram	150 000 000	140 000 000	32:68	257	70

Tabulka 8: Vícehodnotový formální kontext nejpopulárnějších sociálních sítí [34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41]

U všech atributů budeme nejprve muset provést škálování, jelikož hodnoty atributů nejsou bivalentní.

	počet aktivních uživatelů		
	< 200 mil.	200 mil. - 500 mil.	> 500 mil.
Facebook			X
Twitter		X	
LinkedIn		X	
Pinterest	X		
Google+		X	
Instagram	X		

Tabulka 9: Aplikace škálování na počet aktivních uživatelů

Obdobným způsobem a zvolením vhodných hranic provedeme škálování i na ostatní atributy. U škálování poměru mezi muži a ženami zvolíme následující hranice:

zastoupení mužů [%]	význam
$\leq 40$	převaha žen
$> 40$ a $< 60$	vyrovnané
$\geq 60$	převaha mužů

Tabulka 10: Škálování poměru mužů a žen

Získáme formální kontext s bivalentními hodnotami.

	počet aktivních uživatelů			počet mobilních uživatelů			poměr muži:ženy			prům. doba / uživatel / měsíc		podíl uživatelů s min. jedním přihlášením denně	
	< 200 mil.	200 mil. - 500 mil.	> 500 mil.	< 150 mil.	150 mil. - 300 mil.	> 300 mil.	převaha žen	vyrovnané	převaha mužů	< 150 minut	≥ 150 minut	< 60%	≥ 60%
Facebook			X			X		X			X		X
Twitter		X			X		X				X		X
LinkedIn		X		X				X		X		X	
Pinterest	X			X			X			X		X	
Google+		X			X				X	X		X	
Instagram	X			X			X				X		X

Tabulka 11: Formální kontext nejpopulárnějších sociálních sítí

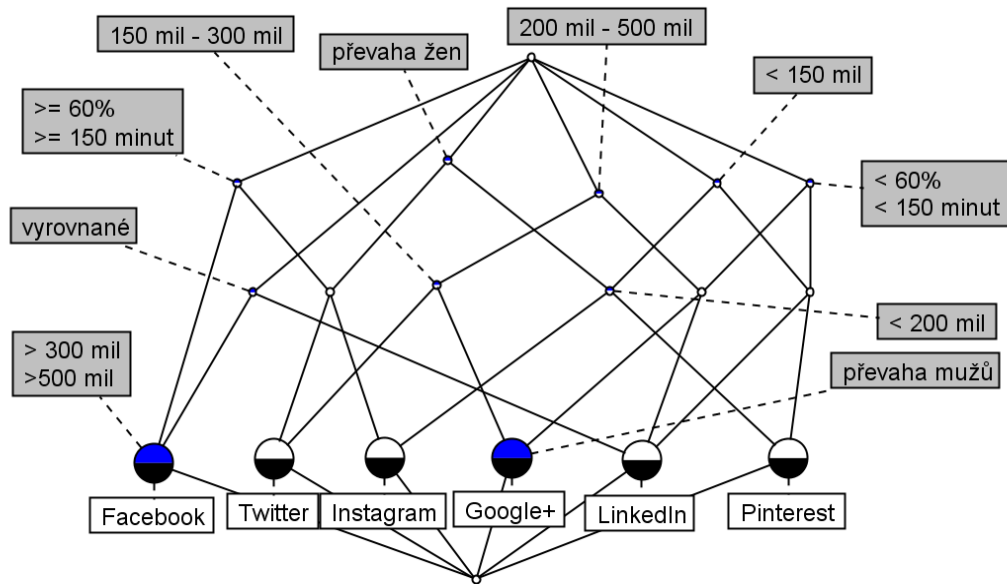
Pomocí rozšíření FCA Extension pro Microsoft Excel 2007 vygenerujeme množinu všech formálních konceptů.

#### Množina všech formálních konceptů:

c(0)	{Facebook; Twitter; LinkedIn; Pinterest; Google+; Instagram}	{}
c(1)	{Facebook; Twitter; Instagram}	{≥ 150 minut; ≥ 60%}
c(2)	{LinkedIn; Pinterest; Google+}	{< 150 minut; < 60%}
c(3)	{Facebook; LinkedIn}	{vyrovnané}
c(4)	{Twitter; Pinterest; Instagram}	{převaha žen}
c(5)	{Twitter; Instagram}	{převaha žen; ≥ 150 minut; ≥ 60%}
c(6)	{LinkedIn; Pinterest; Instagram}	{< 150 mil.}
c(7)	{LinkedIn; Pinterest}	{< 150 mil.; < 150 minut; < 60%}
c(8)	{Facebook}	{> 500 mil.; > 300 mil.; vyrovnané; ≥ 150 minut; ≥ 60%}
c(9)	{Twitter; LinkedIn; Google+}	{200 mil. - 500 mil.}
c(10)	{LinkedIn; Google+}	{200 mil. - 500 mil.; < 150 minut; < 60%}
c(11)	{Twitter; Google+}	{200 mil. - 500 mil.; 150 mil. - 300 mil.}
c(12)	{Google+}	{200 mil. - 500 mil.; 150 mil. - 300 mil.; převaha mužů; < 150 minut; < 60%}
c(13)	{Twitter}	{200 mil. - 500 mil.; 150 mil. - 300 mil.; převaha žen; ≥ 150 minut; ≥ 60%}
c(14)	{LinkedIn}	{200 mil. - 500 mil.; < 150 mil.; vyrovnané; < 150 minut; < 60%}
c(15)	{Pinterest; Instagram}	{< 200 mil.; < 150 mil.; převaha žen}
c(16)	{Instagram}	{< 200 mil.; < 150 mil.; převaha žen; ≥ 150 minut; ≥ 60%}
c(17)	{Pinterest}	{< 200 mil.; < 150 mil.; převaha žen; < 150 minut; < 60%}
c(18)	{}	{< 200 mil.; 200 mil. - 500 mil.; > 500 mil.; < 150 mil.; 150 mil. - 300 mil.; > 300 mil.; převaha žen; vyrovnané; převaha mužů; < 150 minut; ≥ 150 minut; < 60%; ≥ 60%}

Tabulka 12: Množina všech formálních konceptů nejpopulárnějších sociálních sítí

Nyní můžeme vygenerovat **konceptuální svaz** pomocí programu Concept Explorer.



Obrázek 34: Konceptuální svaz nejpopulárnějších sociálních sítí

## 4.2 Výběr sociální sítě pro propagaci společnosti a navigace v konceptuálním svazu

Ve druhém příkladu provedeme opět analýzu sociálních sítí, ale budeme zkoumat jiné statistické znaky. Na modelové situaci využijeme výsledky analýzy pro propagaci společnosti a vysvětlíme si navigaci v konceptuálních svazech.

**Množina objektů** je stejná jako v předchozím příkladu:

$$X = \{Facebook, Twitter, LinkedIn, Pinterest, Google+, Instagram\}$$

Nyní nás ale zajímá, zda je sociální síť specializovaná, nebo nemá žádné zaměření, poměr mužů a žen na sociální síti, podíl ze všech online uživatelů ve věku 18 – 29 let, podíl ze všech online uživatelů ve věku 30 – 49 let, aktivita uživatelů na sociální síti v Evropě, v Severní Americe, v Asii a Tichomoří a procentuální změna počtu aktivních uživatelů mezi druhým a čtvrtým čtvrtletím roku 2013.

**Množina atributů:**

$$Y = \{specializace, poměr muži:ženy, 18-29 let, 30-49 let, aktivita - Evropa, aktivita - Severní Amerika, aktivita - Asie a Tichomoří, změna počtu aktivních uživatelů mezi Q2 a Q4\}$$

Znázorníme **formální kontext** v tabulce:

	specializace	poměr muži:ženy [%]	18-29 let [%]	30-49 let [%]	aktivita - Evropa	aktivita - Severní Amerika	aktivita - Asie, Pacifik	změna počtu aktivních uživatelů mezi Q2 a Q4 [%]
Facebook	ne	42:58	84	73	43	55	48	-3
Twitter	ne	38:62	31	22	18	24	27	2
LinkedIn	ano	56:44	21	23	5	11	13	9
Pinterest	ne	20:80	27	19	3	16	5	6
Google+	ne	62:38	28	23	16	17	26	6
Instagram	ne	32:68	37	18	6	12	8	23

Tabulka 13: Formální kontext příkladu 4.2 [42, 43]

Stejně jako u předchozího příkladu musíme vícehodnotový kontext nejprve vhodně naškálovat.

	poměr muži:ženy				18 - 29 let			30 - 49 let			aktivita - Evropa		aktivita - Severní Amerika		aktivita - Asie, Tichomoří		změna počtu aktivních uživatelů mezi Q2 a Q4		
	specializace	převaha žen	vyrovnané	převaha mužů	< 25%	25% - 50%	> 50%	<20%	20% - 40%	> 40%	< 15%	15% ^	< 15%	15% ^	< 20%	20% ^	< 0%	0% - 10%	> 10%
Facebook			X				X			X		X		X		X	X		
Twitter		X				X			X		X		X		X		X		
LinkedIn	X		X		X				X		X		X		X		X		
Pinterest		X				X			X		X		X		X		X		
Google+				X		X			X		X	X			X		X		
Instagram		X				X			X		X		X		X				X

Tabulka 14: Formální kontext po provedení škálování

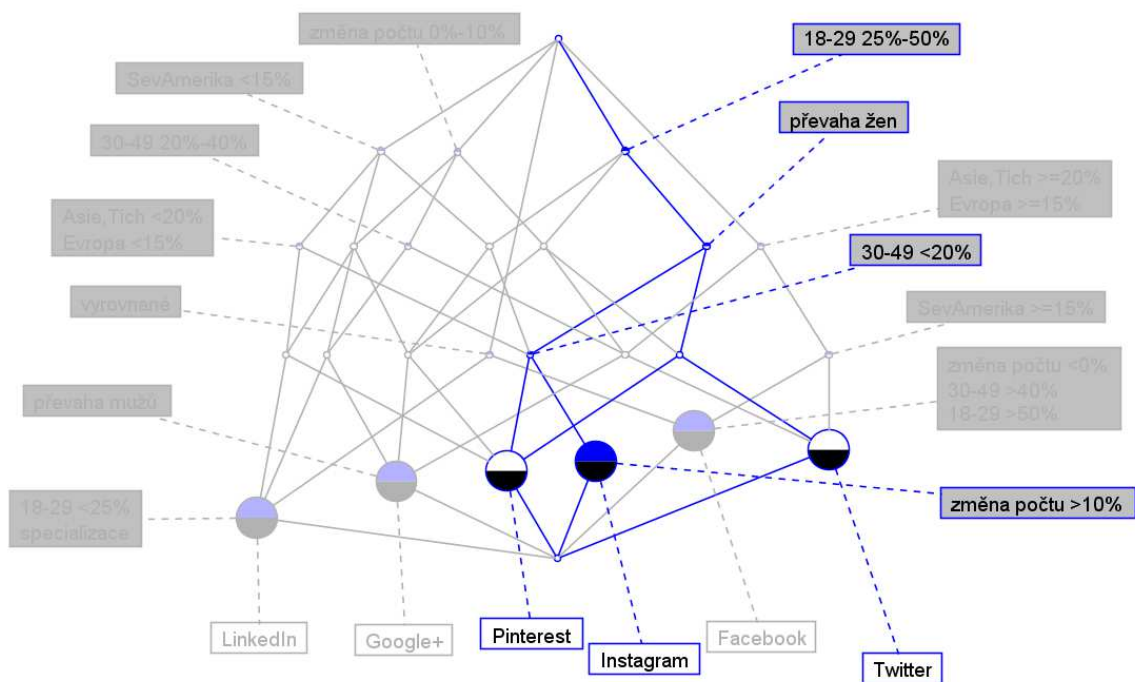
### Množina konceptů:

c(0)	{Facebook; Twitter; LinkedIn; Pinterest; Google+; Instagram}	{}
c(1)	{Twitter; LinkedIn; Pinterest; Google+}	{změna počtu 0-10%}
c(2)	{LinkedIn; Pinterest; Google+; Instagram}	{Severní Amerika < 15%}
c(3)	{LinkedIn; Pinterest; Google+}	{Severní Amerika < 15%; změna počtu 0-10%}
c(4)	{Facebook; Twitter; Google+}	{Evropa ≥ 15%; Asie, Tich ≥ 20%}
c(5)	{Facebook; Twitter}	{Evropa ≥ 15%; Severní Amerika ≥ 15%; Asie, Tich ≥ 20%}

c(6)	{LinkedIn; Pinterest; Instagram}	{Evropa < 15%; Severní Amerika < 15%; Asie, Tich. < 20%}
c(7)	{LinkedIn; Pinterest}	{Evropa < 15%; Severní Amerika < 15%; Asie, Tich. < 20%; změna počtu 0-10%}
c(8)	{Twitter; LinkedIn; Google+}	{20% - 40%; změna počtu 0-10%}
c(9)	{LinkedIn; Google+}	{20% - 40%; Severní Amerika < 15%; změna počtu 0-10%}
c(10)	{Twitter; Pinterest; Google+; Instagram}	{25% - 50%}
c(11)	{Twitter; Pinterest; Google+}	{25% - 50%; změna počtu 0-10%}
c(12)	{Pinterest; Google+; Instagram}	{25% - 50%; Severní Amerika < 15%}
c(13)	{Pinterest; Google+}	{25% - 50%; Severní Amerika < 15%; změna počtu 0-10%}
c(14)	{Twitter; Google+}	{25% - 50%; 20% - 40%; Evropa ≥ 15%; Asie, Tich ≥ 20%; změna počtu 0-10%}
c(15)	{Google+}	{převaha mužů; 25% - 50%; 20% - 40%; Evropa ≥ 15%; Severní Amerika < 15%; Asie, Tich ≥ 20%; změna počtu 0-10%}
c(16)	{Facebook; LinkedIn}	{vyrovnané}
c(17)	{Facebook}	{vyrovnané; > 50%; > 40%; Evropa ≥ 15%; Severní Amerika ≥ 15%; Asie, Tich ≥ 20%; změna počtu < 0%}
c(18)	{Twitter; Pinterest; Instagram}	{převaha žen; 25% - 50%}
c(19)	{Twitter; Pinterest}	{převaha žen; 25% - 50%; změna počtu 0-10%}
c(20)	{Twitter}	{převaha žen; 25% - 50%; 20% - 40%; Evropa ≥ 15%; Severní Amerika ≥ 15%; Asie, Tich ≥ 20%; změna počtu 0-10%}
c(21)	{Pinterest; Instagram}	{převaha žen; 25% - 50%; < 20%; Evropa < 15%; Severní Amerika < 15%; Asie, Tich. < 20%}
c(22)	{Instagram}	{převaha žen; 25% - 50%; < 20%; Evropa < 15%; Severní Amerika < 15%; Asie, Tich. < 20%; změna počtu >10%}
c(23)	{Pinterest}	{převaha žen; 25% - 50%; < 20%; Evropa < 15%; Severní Amerika < 15%; Asie, Tich. < 20%; změna počtu 0-10%}
c(24)	{LinkedIn}	{specializace; vyrovnané; <25%; 20% - 40%; Evropa < 15%; Severní Amerika < 15%; Asie, Tich. < 20%; změna počtu 0-10%}
c(25)	{}	{specializace; převaha žen; vyrovnané; převaha mužů; <25%; 25% - 50%; > 50%; < 20%; 20% - 40%; > 40%; Evropa < 15%; Evropa ≥ 15%; Severní Amerika < 15%; Severní Amerika ≥ 15%; Asie, Tich. < 20%; Asie, Tich ≥ 20%; změna počtu < 0%; změna počtu 0-10%; změna počtu >10%}

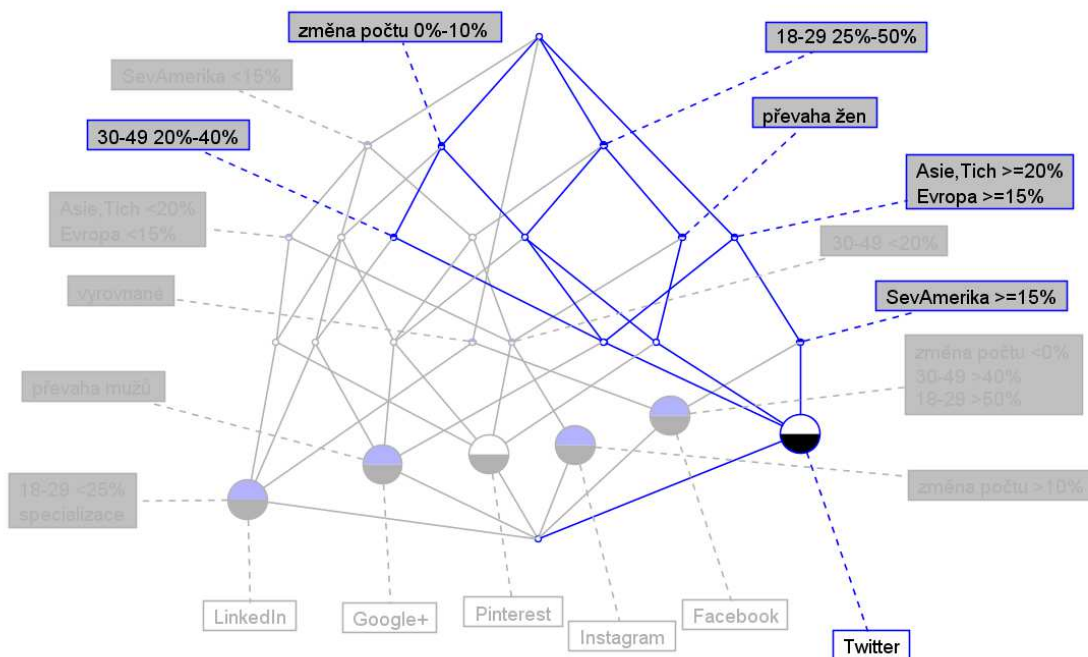
Tabulka 15: Množina všech konceptů





Obrázek 36: Navigace v konceptuálním svazu

Ve svazu došlo ke zvýraznění cest, kterými můžeme pokračovat, a objektů, které tomuto atributu odpovídají. Další specifikací požadovaných atributů bychom se dostali ke konkrétnímu objektu. Při výběru nejvhodnější sociální sítě na propagaci společnosti se můžeme rozhodovat mezi sítěmi Pinterest, Instagram a Twitter. V tomto příkladu pro nás bude rozhodující nejvýraznější nárůst aktivních uživatelů v období od druhého do čtvrtého čtvrtletí roku 2013 a předpoklad, že nárůst bude i nadále pokračovat, což je pro propagaci společnosti jistě výhodou. Proto vybereme sociální síť Instagram s nárůstem aktivních uživatelů přesahujícím 10%.



Obrázek 37: Výběr vhodné sociální sítě

V případě, že by pro nás měl rozhodující význam podíl aktivních uživatelů, byla by nejlepší volbou sociální síť Twitter. Nejenže má vysoké podíly aktivních uživatelů ve všech regionech, splňuje i podmínku převahy žen na sociální síti (viz. Obrázek 37).

Tyto příklady demonstrují navigaci v konceptuálních svazech a jejich procházení. Kromě toho ale také představují možnosti využití formální konceptuální analýzy v praxi. V případě většího množství objektů a atributů a vhodně nastavených hranic škálování bychom získali podrobný a ucelený přehled sociálních sítí. Takový přehled by byl užitečným nástrojem při plánování marketingových kampaní a napomohl by efektivní propagaci.

### 4.3 Mobilní zařízení, mobilní internet a sociální sítě

V posledním příkladu analyzujeme data týkající se rozšíření mobilních zařízení, mobilního internetu a využívání mobilních telefonů k přístupu na sociální sítě.

#### Množina objektů:

$X = \{\text{Austrálie, Kanada, Francie, Německo, Indie, Japonsko, Rusko, Saudská Arábie, Jižní Korea, Velká Británie, USA}\}$

**Množina atributů:**

$Y = \{ \text{rozšíření mobilního internetu v rámci populace státu, průměrný čas strávený na mobilním internetu za den, rozšíření smartphonů, podíl uživatelů mob. telefonů, využívajících mobilní aplikace sociálních sítí, podíl uživatelů přihlášených k libovolné soc.síti za poslední měsíc, průměrný čas strávený na sociálních sítích za den} \}$

**Vícehodnotový formální kontext:**

	rozšíření mobilního internetu v rámci populace státu [%]	průměrný čas strávený na mobilním internetu za den [minut]	rozšíření smartphonů [%]	podíl uživatelů mobilních telefonů využívajících mobilní aplikace sociálních sítí [%]	podíl uživatelů přihlášených k libovolné soc. síti za poslední měsíc [%]	průměrný čas strávený na sociálních sítích za den [minut]
Austrálie	59	100	65	55	62	125
Kanada	58	111	56	46	66	139
Francie	54	58	42	41	55	89
Německo	62	87	40	46	52	85
Indie	11	156	13	57	72	146
Japonsko	48	61	25	11	42	45
Rusko	36	82	36	46	80	131
Saúdská Arábie	47	181	73	51	66	168
Jižní Korea	75	95	73	37	48	61
Velká Británie	64	92	62	45	63	111
USA	60	145	56	54	67	137

Tabulka 16: Vícehodnotový kontext, příklad 4.3 [44]

Stejně jako u předešlých příkladů musíme provést nejprve škálování atributů.

	rozšíření mobilního internetu v rámci populace státu				průměrný čas strávený na mobilním internetu za den			rozšíření smartphonů				podíl uživatelů mobilních telefonů využívajících mobilní aplikace sociálních sítí			podíl uživatelů přihlášených k libovolné soc. síti za poslední měsíc			průměrný čas strávený na sociálních sítích za den		
	< 20%	20% - 40%	41% - 60%	> 60%	< 70 min.	70 min. - 120 min.	> 120 min.	< 20%	20% - 40%	41% - 60%	> 60%	< 30%	30% - 45%	> 45%	< 50%	50% - 65%	> 65%	< 70 min.	70 min. - 120 min.	> 120 min.
Austrálie			X			X					X			X		X				X
Kanada			X			X				X				X			X			X
Francie			X		X					X			X		X				X	
Německo				X		X			X					X		X			X	
Indie	X						X	X						X			X			X
Japonsko			X		X				X			X		X				X		
Rusko		X				X			X					X			X			X
Saudská Arábie			X				X				X			X			X			X
Jižní Korea				X		X					X		X	X				X		
Velká Británie				X		X					X		X		X				X	
USA			X				X			X				X			X			X

Tabulka 17: Formální kontext s bivalentními hodnotami, příklad 4.3

**Množina všech konceptů:**

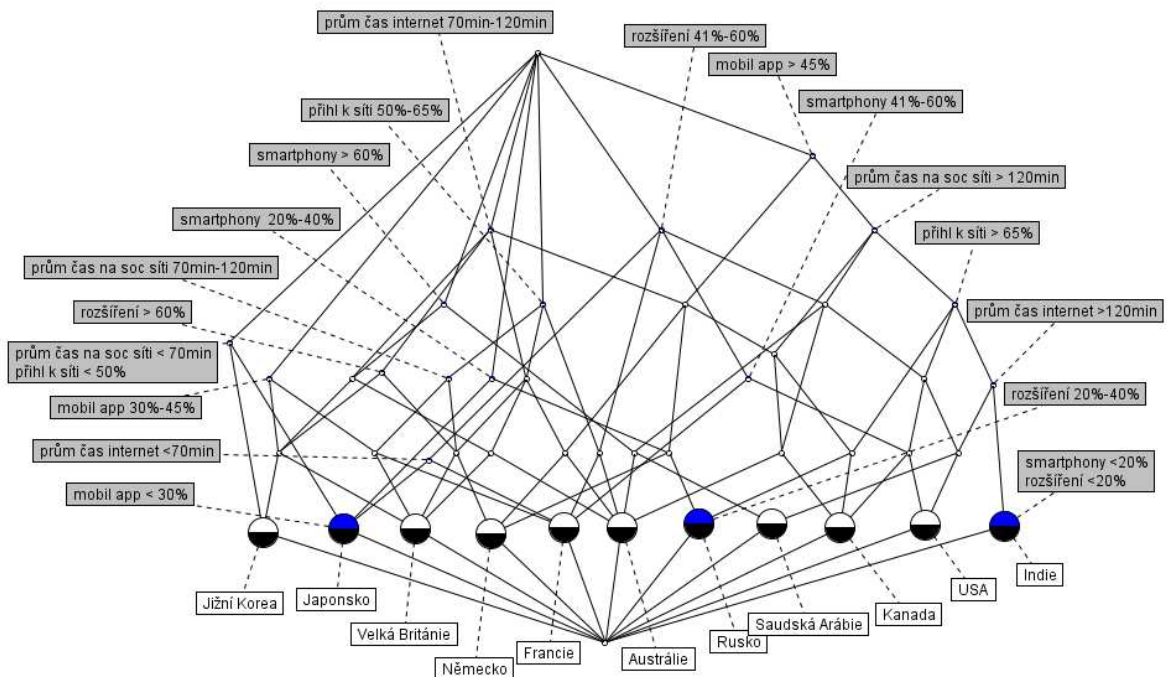
c(0)	{Austrálie; Kanada; Francie; Německo; Indie; Japonsko; Rusko; Saudská Arábie; Jižní Korea; Velká Británie; USA}	{}
c(1)	{Austrálie; Francie; Německo; Velká Británie}	{přihl.k síti 50%-65%}
c(2)	{Francie; Německo; Velká Británie}	{přihl.k síti 50%-65%; prům. čas na soc. síti 70min.-120min.}
c(3)	{Japonsko; Jižní Korea}	{přihl.k síti < 50%; prům. čas na soc. síti < 70min.}
c(4)	{Austrálie; Kanada; Německo; Indie; Rusko; Saudská Arábie; USA}	{mobil.app > 45%}
c(5)	{Austrálie; Kanada; Indie; Rusko; Saudská Arábie; USA}	{mobil.app > 45%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(6)	{Kanada; Indie; Rusko; Saudská Arábie; USA}	{mobil.app > 45%; přihl.k síti > 65%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(7)	{Francie; Jižní Korea; Velká Británie}	{mobil.app 30%-45%}
c(8)	{Francie; Velká Británie}	{mobil.app 30%-45%; přihl.k síti 50%-65%; prům. čas na soc. síti 70min.-120min.}
c(9)	{Austrálie; Saudská Arábie; Jižní Korea; Velká Británie}	{smartphony > 60%}
c(10)	{Německo; Japonsko; Rusko}	{smartphony 20%-40%}
c(11)	{Indie; Saudská Arábie; USA}	{prům. čas internet > 120min.; mobil.app > 45%; přihl.k síti > 65%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(12)	{Austrálie; Kanada; Německo; Rusko; Jižní Korea; Velká Británie}	{prům. čas internet 70min. - 120min.}

c(13)	{Austrálie; Německo; Velká Británie}	{prům. čas internet 70min. - 120min.; přihl.k sítí 50%-65%}
c(14)	{Austrálie; Kanada; Německo; Rusko}	{prům. čas internet 70min. - 120min.; mobil.app > 45%}
c(15)	{Austrálie; Kanada; Rusko}	{prům. čas internet 70min. - 120min.; mobil.app > 45%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(16)	{Kanada; Rusko}	{prům. čas internet 70min. - 120min.; mobil.app > 45%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(17)	{Austrálie; Německo}	{prům. čas internet 70min. - 120min.; mobil.app > 45%; přihl.k sítí 50%-65%}
c(18)	{Austrálie; Jižní Korea; Velká Británie}	{prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony > 60%}
c(19)	{Austrálie; Velká Británie}	{prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony > 60%; přihl.k sítí 50%-65%}
c(20)	{Německo; Rusko}	{prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony 20%-40%; mobil.app > 45%}
c(21)	{Německo; Jižní Korea; Velká Británie}	{rozšíření > 60%; prům. čas internet 70min. - 120min.}
c(22)	{Německo; Velká Británie}	{rozšíření > 60%; prům. čas internet 70min. - 120min.; přihl.k sítí 50%-65%; prům. čas na soc. síti 70min.-120min.}
c(23)	{Jižní Korea; Velká Británie}	{rozšíření > 60%; prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony > 60%; mobil.app 30%-45%}
c(24)	{Velká Británie}	{rozšíření > 60%; prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony > 60%; mobil.app 30%-45%; přihl.k sítí 50%-65%; prům. čas na soc. síti 70min.-120min.}
c(25)	{Jižní Korea}	{rozšíření > 60%; prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony > 60%; mobil.app 30%-45%; přihl.k sítí < 50%; prům. čas na soc. síti < 70min.}
c(26)	{Německo}	{rozšíření > 60%; prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony 20%-40%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí 50%-65%; prům. čas na soc. síti 70min.-120min.}
c(27)	{Austrálie; Kanada; Francie; Japonsko; Saudská Arábie; USA}	{rozšíření 41%-60%}
c(28)	{Austrálie; Francie}	{rozšíření 41%-60%; přihl.k sítí 50%-65%}
c(29)	{Austrálie; Kanada; Saudská Arábie; USA}	{rozšíření 41%-60%; mobil.app > 45%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(30)	{Kanada; Saudská Arábie; USA}	{rozšíření 41%-60%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(31)	{Austrálie; Saudská Arábie}	{rozšíření 41%-60%; smartphony > 60%; mobil.app > 45%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(32)	{Kanada; Francie; USA}	{rozšíření 41%-60%; smartphony 41%-60%}
c(33)	{Kanada; USA}	{rozšíření 41%-60%; smartphony 41%-60%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(34)	{Saudská Arábie; USA}	{rozšíření 41%-60%; prům. čas internet > 120min.; mobil.app > 45%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(35)	{Saudská Arábie}	{rozšíření 41%-60%; prům. čas internet > 120min.; smartphony > 60%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(36)	{USA}	{rozšíření 41%-60%; prům. čas internet > 120min.; smartphony 41%-60%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(37)	{Austrálie; Kanada}	{rozšíření 41%-60%; prům. čas internet 70min. - 120min.; mobil.app > 45%; prům. čas na soc. síti > 120min.}
c(38)	{Austrálie}	{rozšíření 41%-60%; prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony > 60%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí 50%-65%; prům. čas na soc. síti > 120min.}

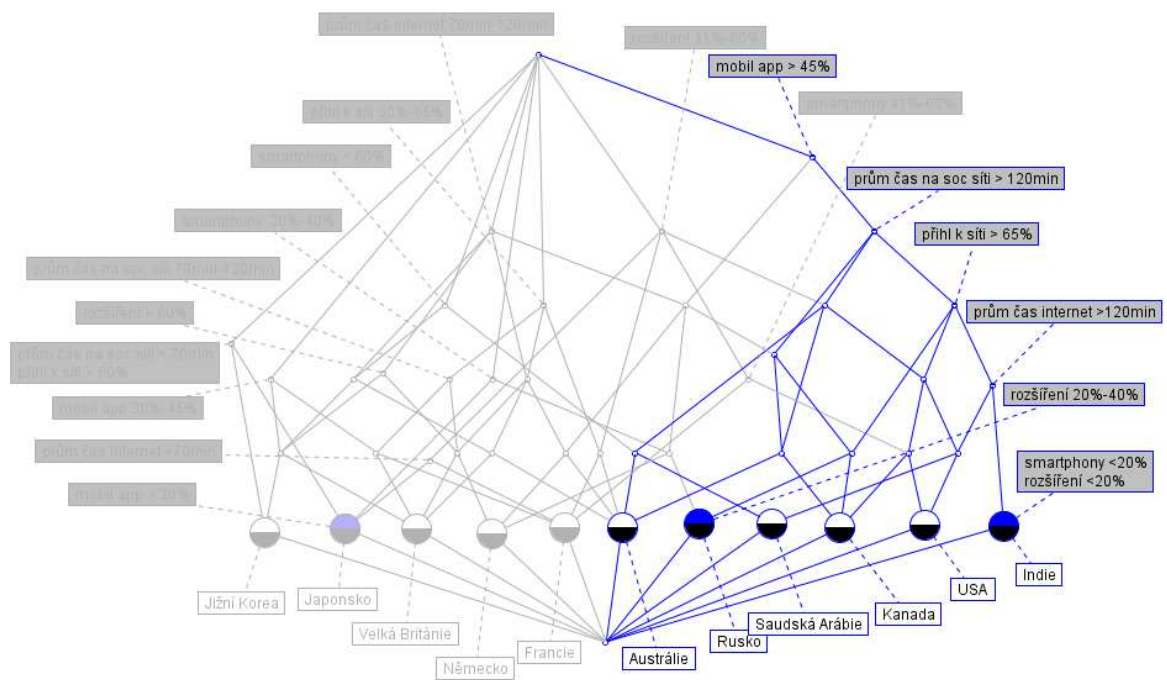
c(39)	{ Kanada }	{ rozšíření 41%-60%; prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony 41%-60%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. sítí > 120min. }
c(40)	{ Francie; Japonsko }	{ rozšíření 41%-60%; prům. čas internet < 70min }
c(41)	{ Francie }	{ rozšíření 41%-60%; prům. čas internet < 70min; smartphony 41%-60%; mobil.app 30%-45%; přihl.k sítí 50%-65%; prům. čas na soc. sítí 70min.-120min. }
c(42)	{ Japonsko }	{ rozšíření 41%-60%; prům. čas internet < 70min; smartphony 20%-40%; mobil.app < 30%; přihl.k sítí < 50%; prům. čas na soc. sítí < 70min. }
c(43)	{ Rusko }	{ rozšíření 20%-40%; prům. čas internet 70min. - 120min.; smartphony 20%-40%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. sítí > 120min. }
c(44)	{ Indie }	{ rozšíření < 20%; prům. čas internet > 120min.; smartphony < 20%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. sítí > 120min. }
c(45)	{ }	{ rozšíření < 20%; rozšíření 20%-40%; rozšíření 41%-60%; rozšíření > 60%; prům. čas internet < 70min; prům. čas internet 70min. - 120min.; prům. čas internet > 120min.; smartphony < 20%; smartphony 20%-40%; smartphony 41%-60%; smartphony > 60%; mobil.app < 30%; mobil.app 30%-45%; mobil.app > 45%; přihl.k sítí < 50%; přihl.k sítí 50%-65%; přihl.k sítí > 65%; prům. čas na soc. sítí < 70min.; prům. čas na soc. sítí 70min.-120min.; prům. čas na soc. sítí > 120min. }

Tabulka 18: Množina všech formálních konceptů, příklad 4.3

**Konceptuální svaz:**



Obrázek 38: Konceptuální svaz u příkladu 4.3



Obrázek 39: Konceptuální svaz po zvolení atributu „průměrný čas na sociální síti > 120 minut“

Na Obrázku 39 vidíme výsledný konceptuální svaz, v němž se po vybrání atributu „průměrný čas na sociální síti > 120 minut“ zvýraznily objekty, které daný atribut mají.

## ZÁVĚR

Diplomová práce se zaměřuje na formální konceptuální analýzu a využití této metody v rámci sociálních sítí. Cílem práce bylo zpracovat literární rešerši na téma sociálních sítí, formulovat základní pojmy z teorie uspořádaných množin a svazů, vysvětlit metodu formální konceptuální analýzy a aplikovat ji na konkrétní příklady. Diplomová práce je rozdělena na dvě části.

Teoretická část se věnuje sociálním sítím a teorii uspořádaných množin a svazů. Úvodní kapitoly pojednávají o sociálních sítích. Je zde uvedena definice stránek sociálních sítí, jejich historie a počátky prvních internetových sociálních sítí. V další části je popsána současnost a nejpopulárnější sociální sítě, mezi něž patří Facebook, Twitter, Google+, Instagram, LinkedIn a Pinterest. Každé z těchto sítí je věnována samostatná kapitola, v níž jsou uvedené informace o vývoji a jejich základní charakteristiky. Teorie uspořádaných množin a svazů objasňuje základní pojmy a popisuje jednotlivé typy svazů a jejich grafickou reprezentaci pomocí Hasseových diagramů. Definice a věty jsou doplněné o několik příkladů.

Praktická část je věnována formální konceptuální analýze. V první části jsou vysvětleny principy této metody a pojmy jako formální kontext, formální koncept, konceptuální svaz a konceptuální škálování u vícehodnotového kontextu. Také je zde uvedena hlavní reprezentační věta o konceptuálních svazech. Druhá část je zaměřena na praktické využití formální konceptuální analýzy v oblasti sociálních sítí. Aplikace analýzy je demonstrována na třech příkladech. V každém z nich bylo potřeba nejprve provést škálování atributů vícehodnotového kontextu. Všechny příklady obsahují výpis množiny formálních konceptů a vygenerovaný konceptuální svaz. První příklad se věnuje srovnání vybraných statistických znaků nejpopulárnějších sociálních sítí. Analýza potvrzuje fakt, že v dnešní době sociálním sítím vládne Facebook. Ve druhém příkladu je nastíněna možnost konkrétního využití analýzy v oblasti marketingu na sociálních sítích, jelikož jsou dnes jedním z nejsilnějších marketingových nástrojů. Na výsledném svazu je vysvětlena navigace v konceptuálních svazech. Cílem druhého příkladu je předvést, že pokud jsou do analýzy zahrnuty správné a rozhodující atributy, může tato metoda posloužit k efektivnějšímu namíření marketingových kampaní a propagaci. Jelikož čím dál více uživatelů využívá k přístupu na sociální sítě mobilní zařízení, je třetí příklad věnovaný analýze statistických dat týkajících se rozšíření mobilního internetu, smartphonů a

sociálních sítí v různých státech. Z analýzy například vyplývá, že i když v Indii nejsou mobilní internet a smartphony příliš rozšířené, přístup k sociálním sítím z mobilního zařízení využívá více jak 45% dotazovaných a průměrná délka jejich návštěvy sítě přesahuje 120 minut. Analýza těchto dat může účinně posloužit například mobilním operátorům a poskytovatelům mobilního internetu.

Formální konceptuální analýza má široké uplatnění a využívá se například v informatice, softwarovém inženýrství, biologii a lékařství.

## ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

The master's thesis is focused on the formal concept analysis and use of this method in the context of social networks. The aim of this thesis was to make a review of social networks, formulate basic terms from the theory of ordered sets and lattices, explain the method of formal concept analysis and apply this method to specific examples. The thesis is divided into two parts.

The theoretical part is devoted to social networks and the theory of ordered sets and lattices. Opening chapters contain information about social networks. There is a definition of social networking sites, their history and beginnings of the first online social networks. The next part describes the most popular social networks, including Facebook, Twitter, Google+, Instagram, LinkedIn and Pinterest. Each of these social networks is described in separate chapter, which contains the information about development and their basic characteristics. The theory of ordered sets and lattices explains the basic terms and describes the different types of lattices and their graphical representation by Hasse diagrams. The theory contains also several examples.

The practical part is devoted to the formal concept analysis. The first section explains the principles of this method and terms like the formal context, formal concept, concept lattices and conceptual scaling for multi – valued context. There is also the main sentence of formal concept analysis. The second part is focused on the practical application of formal concept analysis in social networks. The application of the analysis is demonstrated in three examples. All of them contain the conceptual scaling of multi – valued formal context. All examples include a list of formal concepts and a concept lattice. The first example compares selected statistical values of the most popular social networks. The analysis confirms that Facebook is dominating nowadays. In the second example is shown the possibility of use of the analysis in marketing on social networks, because social networks are one of the most powerful marketing tools these days. There is also explained the navigation in concept lattices. The aim of the second example is to demonstrate, that if we use correct and relevant attributes in the analysis, this method can be very effective for creating marketing campaigns and promotions. More and more people use mobile devices for accessing social networks so the third example is devoted to the analysis of statistical data relating to the expansion of mobile internet, smartphones and social networks in different countries. For example, the analysis shows that although the mobile internet and

smartphones are not so expanded in India, accessing social networks from mobile devices is used by more than 45% of users and the average time of their visit to social networks exceeds 120 minutes. The analysis of these statistical data can be effectively used by, for example, mobile operators and mobile internet providers.

The formal concept analysis has a wide range of application and is used for example in computer science, software engineering, biology and medicine.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] ELLISON, Nicole B. *Social Network Sites: Definition, History and Scholarship* [online]. 2007 [cit. 2014-04-25]. Dostupné z: <http://www.danah.org/papers/JCMCIntro.pdf>
- [2] *Top 10 countries for social media engagement: Time spent* [online]. 2013 [cit. 2014-04-25]. Dostupné z: [http://www.digitalstrategyconsulting.com/intelligence/2013/05/top\\_10\\_countries\\_for\\_social\\_media\\_engagement\\_time\\_spent.php](http://www.digitalstrategyconsulting.com/intelligence/2013/05/top_10_countries_for_social_media_engagement_time_spent.php)
- [3] *Global Internet, Mobile and Social Media Engagement and Usage Stats and Facts [INFOGRAPHIC]* [online]. 2013 [cit. 2014-04-26]. Dostupné z: <http://socialmediatoday.com/irfan-ahmad/1993606/global-overview-internet-mobile-and-social-media-engagement-and-usage-infographi>
- [4] *World Map of Social Networks* [online]. 2013 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: <http://vincos.it/world-map-of-social-networks/>
- [5] BURNHAM, Kristin. *Facebook History: 10 Defining Moments* [online]. 2013 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: [http://www.informationweek.com/software/social/facebook-history-10-defining-moments/d/d-id/1113669?page\\_number=1](http://www.informationweek.com/software/social/facebook-history-10-defining-moments/d/d-id/1113669?page_number=1)
- [6] *Historie, výhody a nevýhody sociální sítě twitter* [online]. 2012 [cit. 2014-04-26]. Dostupné z: <http://vaclavprokupek.eblog.cz/historie-vyhody-a-nevyhody-socialni-site-twitter>
- [7] MURPHY, Ted. *The History of LinkedIn* [online]. 2013 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: <http://www.ted.me/the-history-of-linkedin/>
- [8] *Instagram: a brief history* [online]. 2012 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: <http://www.sfgate.com/technology/article/Instagram-a-brief-history-4129827.php>
- [9] *A Brief History of Instagram* [online]. 2012 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: <http://visual.ly/brief-history-instagram>

- [10] SMITH, Craig. *70 Amazing Instagram Statistics (April 2014)* [online]. 2014 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: <http://expandeddrablings.com/index.php/important-instagram-stats/#.U0ewb6JQiUk>
- [11] SIKORA, Leah. *Google+: An Overview (INFOGRAPHIC)* [online]. 2013 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: <http://lunarlogic.com/google-plus-an-overview>
- [12] LARSON, Selena. *Google+ Is Getting Harder And Harder To Avoid* [online]. 2014 [cit. 2014-04-29]. Dostupné z: <http://readwrite.com/2014/01/10/google-plus-inescapable#awesm=~oDBXgyGUrn6J1h>
- [13] SMITH, Craig. *27 Amazing Google+ Statistics (April 2014)* [online]. 2013 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: <http://expandeddrablings.com/index.php/google-plus-statistics/>
- [14] *A quick overview of Pinterest* [online]. 2013 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: <http://www.businessproductivity.com/a-quick-overview-of-pinterest/>
- [15] ASLAN, Salman. *30 Reasons to Market Your Business on Pinterest in 2014 [Infographic]* [online]. 2014 [cit. 2014-04-27]. Dostupné z: <https://smallbusiness.yahoo.com/advisor/30-reasons-market-business-pinterest-2014-infographic-184545665.html>
- [16] KORŮNEK, Vladimír. "Teorie množin, její vznik a vývoj." *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie* 10.3 (1965): 131-160. <<http://eudml.org/doc/35904>>.
- [17] POLCEROVÁ, Marie. *Množiny, relace, zobrazení* [online]. 2006 [cit. 2014-04-28]. Dostupné z: <http://www.fch.vutbr.cz/~polcerova/mat1/texty/mnozrel.pdf>
- [18] HORDĚJČUK, Vojtěch. *Relace* [online]. 2010 [cit. 2014-04-28]. Dostupné z: <http://voho.cz/wiki/matematika/relace/>
- [19] RYJÁČEK, Z., R. ČADA a T. KAISER. *Dikrétní matematika: Uspořádání a svazy* [online]. 2009 [cit. 2014-04-28]. Dostupné z: <http://www.cam.zcu.cz/~ryjacek/students/DMA/skripta/3.pdf>
- [20] HLINĚNÝ, Petr. *Uspořádané množiny, uzávěry* [online]. 2010 [cit. 2014-04-28]. Dostupné z: <http://www.fi.muni.cz/~hlineny/Vyuka/UINF/UInf-lect--5.pdf>

- [21] KOHÚT, Ivan, Peter DRÁBIK. *Algebra 3* [online]. 2005 [cit. 2014-04-30]. Dostupné z: <http://studentmatematiky.own.cz/algebra3/LKD-algebra3.pdf>
- [22] KUČERA, Radan. *Základy teorie svazů* [online]. 2003 [cit. 2014-04-30]. Dostupné z: <http://www.math.muni.cz/~kucera/texty/Svazy2003.pdf>
- [23] *Algebra v obrázcích* [online]. 2008 [cit. 2014-04-30]. Dostupné z: <http://algebra.matfyz.info/>
- [24] LEVINE, Lionel. *Algebraic Combinatorics: Lecture 7* [online]. 2011 [cit. 2014-04-30]. Dostupné z: <http://www.math.cornell.edu/~levine/18.312/alg-comb-lecture-7.pdf>
- [25] MARVAN, Michal. *Uspořádání a svazy*. Opava, 2001. Dostupné z: <http://www.slu.cz/math/cz/knihovna/docs/algebra1/8.-usporadani-a-svazy>. Učební texty k přednášce. Matematický ústav Slezské univerzity v Opavě.
- [26] *Homomorfismus* [online]. 2013 [cit. 2014-04-30]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Homomorfismus>
- [27] PULTR, Aleš. *Matematické struktury*. Praha, 2005. Dostupné z: <http://kam.mff.cuni.cz/~pultr/ms.pdf>. Texty k přednášce. Katedra aplikované matematiky a ITI, MFF Univerzita Karlova.
- [28] O'REILLY, Liam. *Reactive Systems. Theory of Fixed Points and Bisimulation Equivalence*. Swansea, UK, 2011. Dostupné z: [http://www2.informatik.huberlin.de/~hs/Aktivitaeten/2011\\_Vino/Talks/Morning/03\\_%20Liam-OReilly\\_Reactive-Systems.pdf](http://www2.informatik.huberlin.de/~hs/Aktivitaeten/2011_Vino/Talks/Morning/03_%20Liam-OReilly_Reactive-Systems.pdf). Prezentace. Swansea University, UK.
- [29] PROPP, James. *A Galois Connection in the Social Network* [online]. 2012 [cit. 2014-04-30]. Dostupné z: <http://faculty.uml.edu/jpropp/galois.pdf>
- [30] RACHŮNEK, Jiří. *Svazy*. Olomouc : Univerzita Palackého, 2003. 85 s. ISBN 80-2440-650-0.
- [31] KOPKA, Jan. *Svazy a booleovy algebry*. Ústí nad Labem : Univerzita J. E. Purkyně, 1991. 244s. ISBN 80-7044-025-2.
- [32] PRISS, Uta. *Formal Concept Analysis in Information Science* [online]. 2006 [cit. 2014-04-30]. Dostupné z: <http://www.upriss.org.uk/papers/arist.pdf>

- [33] BĚLOHLÁVEK, Radim. *Konceptuální svazy a formální konceptuální analýza*. Olomouc, 2008. Dostupné z: [http://belohlavek.inf.upol.cz/publications/Bel\\_Ksfka.pdf](http://belohlavek.inf.upol.cz/publications/Bel_Ksfka.pdf). Článek. Katedra informatiky, Univerzita Palackého, Olomouc.
- [34] SMITH, Craig. *By the Numbers: 105 Amazing Facebook User Statistics (Updated April 2014)* [online]. 2014 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://expandedramblings.com/index.php/by-the-numbers-17-amazing-facebook-stats/#.U2tbQaIRc5x>
- [35] MARROUAT, Cendrine. *Google+ now has 1.15 billion users!* [online]. 2014 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://socialmediaslant.com/google-plus-traffic-stats-february-2014/>
- [36] WAGNER, Kurt. *LinkedIn Hits 300 Million Users Amid Mobile Push* [online]. 2014 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://mashable.com/2014/04/18/linkedin-300-million-users/>
- [37] AHMAD, Irfan. *Google+: Behind the Numbers [INFOGRAPHIC]* [online]. 2014 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://socialmediatoday.com/irfan-ahmad/2168511/google-behind-numbers-infographic>
- [38] PROTALINSKI, Emil. *Twitter passes 241m monthly active users, 184m mobile users, and sees 75% of advertising revenue from mobile* [online]. 2014 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://thenextweb.com/twitter/2014/02/05/twitter-passes-million-monthly-active-users-x-million-mobile-users/>
- [39] Statistic Brain. *Statistic Brain* [online]. 2014 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://www.statisticbrain.com>
- [40] BENNET, Shea. *76% Of Twitter, Facebook Users Log In At Least Once Each Day [STUDY]* [online]. 2013 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: [https://www.mediabistro.com/alltwitter/social-activity\\_b45692](https://www.mediabistro.com/alltwitter/social-activity_b45692)
- [41] BENNET, Shea. *Men Are From Google+ And LinkedIn, Women Are From Twitter And Pinterest [INFOGRAPHIC]* [online]. 2013 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: [http://www.mediabistro.com/alltwitter/social-media-men-women\\_b40738](http://www.mediabistro.com/alltwitter/social-media-men-women_b40738)

- [42] *Demographics for Social Media Sites* [online]. 2014 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://www.mediaplussea.com/demographics-social-media-sites-2014/>
- [43] LUNDEN, Ingrid. *Instagram Is The Fastest-Growing Social Site Globally, Mobile Devices Rule Over PCs For Access* [online]. 2014 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://techcrunch.com/2014/01/21/instagram-is-the-fastest-growing-social-site-globally-mobile-devices-rule-over-pcs-for-social-access/>
- [44] LE GIGAN, Yann. *Social, Digital & Mobile Around The World (January 2014)* [online]. 2014 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://www.slideshare.net/yannlegigan/social-digital-mobile-around-the-world-january-2014-30098934>

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

AIM	AOL Instant Messenger
ICQ	I Seek You – instant messenger
VIP	Very Important Person
SEO	Search Engine Optimization
CEO	Chief Executive Officer
FCA	Formal Concept Analysis

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Časová osa s vyznačenými daty vzniku stránek sociálních sítí a obnovení stránek s novými funkcemi sociálních sítí [1] .....	15
Obrázek 2: logo sociální sítě MySpace .....	17
Obrázek 3: Celosvětová mapa sociálních sítí v červnu 2009 [4] .....	20
Obrázek 4: Celosvětová mapa sociálních sítí v prosinci 2013 [4] .....	21
Obrázek 5: Logo Facebook .....	23
Obrázek 6: Logo Twitteru .....	23
Obrázek 7: Logo sítě LinkedIn .....	24
Obrázek 8: Logo Instagramu .....	26
Obrázek 9: Logo Google Plus .....	28
Obrázek 10: Logo Pinterest .....	28
Obrázek 11: Příklad reflexivní relace [18] .....	30
Obrázek 12: Příklad symetrické relace [18] .....	31
Obrázek 13: Příklad tranzitivní relace [18] .....	31
Obrázek 14: Hasseův diagram dělitelnosti na množině $X$ z příkladu 2.2.2.1 [19] .....	33
Obrázek 15: Hasseův diagram dělitelnosti na množině $X$ z příkladu 2.2.2.2 [19] .....	33
Obrázek 16: Orientovaný graf a přehlednější Hasseův diagram na stejné množině [20] .....	34
Obrázek 17: Hasseův diagram uspořádání dělitelnosti na množině přirozených čísel $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ [19] .....	35
Obrázek 18: Hasseovy diagramy průsekových polosvazů [31] .....	35
Obrázek 19: Hasseův diagram spojového polosvazu [31] .....	36
Obrázek 20: Nejmenší, největší prvek, infimum, supremum, svaz [23] .....	39
Obrázek 21: (a) Svaz $(X, \subset)$ . (b) Svaz $(Y, \subset)$ [19] .....	40
Obrázek 22: Hasseovy diagramy izomorfních uspořádaných množin [24] .....	41
Obrázek 23: Svazový homomorfismus [31] .....	42
Obrázek 24: Úplný svaz množiny $G = \{1, 2, 3\}$ [28] .....	43
Obrázek 25: $C_3$ , struktura zakázaná v modulárním svazu [27] .....	44
Obrázek 26: $D_3$ , konfigurace zakázaná v distributivním svazu [27] .....	45
Obrázek 27: Hasseovy diagramy komplementárních svazů [31] .....	46

Obrázek 28: Galoisova konexe mezi posety $(P, \leq_p)$ a $(Q, \leq_q)$ . (a) poset $(P, \leq_p)$ , (b) poset $(Q, \leq_q)$ , (c) poset $(P, \leq_p)$ .....	48
Obrázek 29: Hasseovy diagramy uspořádaných množin $X, Y$ .....	48
Obrázek 30: Graf malé sociální sítě [29] .....	49
Obrázek 31: Tabulková data – notebooky a jejich parametry.....	53
Obrázek 32: Konceptuální svaz k tabulkovým datům na Obrázku 31.....	53
Obrázek 33: Konceptuální svaz kontextu v příkladu 3.2.3.1.....	58
Obrázek 34: Konceptuální svaz nejpopulárnějších sociálních sítí.....	65
Obrázek 35: Konceptuální svaz analyzovaných sociálních sítí v příkladu 4.2.....	68
Obrázek 36: Navigace v konceptuálním svazu .....	69
Obrázek 37: Výběr vhodné sociální sítě .....	70
Obrázek 38: Konceptuální svaz u příkladu 4.3.....	74
Obrázek 39: Konceptuální svaz po zvolení atributu „průměrný čas na sociální síti > 120 minut“ .....	75

**SEZNAM TABULEK**

Tabulka 1: Zobrazení $f : X \rightarrow Y$ .....	48
Tabulka 2: Zobrazení $g : Y \rightarrow X$ [30, 27] .....	48
Tabulka 3: Tabulka vstupních dat.....	56
Tabulka 4: Formální koncepty kontextové tabulky .....	56
Tabulka 5: Zbývající formální koncepty kontextové tabulky .....	57
Tabulka 6: Vícehodnotový kontext.....	60
Tabulka 7: Aplikace škálování na vícehodnotový kontext z Tabulky 6.....	61
Tabulka 8: Vícehodnotový formální kontext nejpoužívanějších sociálních sítí [34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41].....	63
Tabulka 9: Aplikace škálování na počet aktivních uživatelů.....	63
Tabulka 10: Škálování poměru mužů a žen.....	63
Tabulka 11: Formální kontext nejpoužívanějších sociálních sítí .....	64
Tabulka 12: Množina všech formálních konceptů nejpoužívanějších sociálních sítí .....	64
Tabulka 13: Formální kontext příkladu 4.2 [42, 43].....	66
Tabulka 14: Formální kontext po provedení škálování .....	66
Tabulka 15: Množina všech konceptů .....	67
Tabulka 16: Vícehodnotový kontext, příklad 4.3 [44].....	71
Tabulka 17: Formální kontext s bivalentními hodnotami, příklad 4.3 .....	72
Tabulka 18: Množina všech formálních konceptů, příklad 4.3 .....	74