

# **Realizace demonstračních výukových simulací pro předmět Zpracování signálů**

Design of Demonstrative Educational Simulations for Subject  
Signal Processing

Tomáš Petr

---

Bakalářská práce  
2014



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
akademický rok: 2013/2014

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Tomáš PETR**  
Osobní číslo: **A10683**  
Studijní program: **B3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**  
Forma studia: **kombinovaná**

Téma práce: **Realizace demonstračních výukových simulací pro  
předmět Zpracování signálů**

Zásady pro vypracování:

1. Realizujte demonstrační simulace pro přednášky z předmětu Zpracování signálů.
2. Vytvořte prostředí pro demonstraci analýzy generovaných signálů v časové oblasti (charakteristiky signálů, výpočet konvoluce, korelační analýza).
3. Vytvořte prostředí pro demonstraci analýzy generovaných signálů ve frekvenční oblasti.
4. Vypracujte v systému Matlab/Simulink.

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Zaplatílek K., Doňar B.: **Matlab, začínáme se signály, BEN,2006.**
2. Oppenheim A., Willsky A.: **Signals and Systems, N.J. USA: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1997.**
3. Vích R., Smejkal Z.: **Číslicové filtry, Academia, 2000.**
4. Hlaváč V., Sedláček M.: **Zpracování signálů a obrazů, Praha, ČVUT 2000.**
5. Davídek V., Laipert M., Viček M.: **Analogové a číslicové filtry, ČVUT, 2006.**

Vedoucí bakalářské práce:

**doc. Ing. Marek Kubalčík, Ph.D.**

Ústav řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce:

**28. února 2014**

Termín odevzdání bakalářské práce:

**13. června 2014**

Ve Zlíně dne 28. února 2014

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*děkan*



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*

## **ABSTRAKT**

Cílem práce je realizovat demonstrační výuková simulací pro předmět Zpracování signálů v systému MATLAB. V teoretické části je popsán systém MATLAB, ve kterém je realizována praktická část, a vysvětlen pojem signál a jeho vlastnosti. V praktické části je popsána tvorba a funkce výukových simulací.

Klíčová slova: MATLAB, signál, Fourierova transformace, konvoluce, korelace

## **ABSTRACT**

The aim of this thesis is to design of demonstrative educational simulations for subject Signal Processing in MATLAB environment. The theoretical part describes environment MATLAB, in which is implemented a practical part, and the concept of signal and his properties. The practical part describes the creation process and function of educational simulations.

Keywords: MATLAB, signal, Fourier transform, convolution, correlation

Chtěl bych poděkovat vedoucímu bakalářské práce, panu doc. Ing Marku Kubalčíkovi, Ph.D., za veškerou pomoc, rady a podporu při zpracování zadaného tématu.

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>8</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>9</b>
<b>1 SIGNÁLY</b> .....	<b>10</b>
1.1 PŘÍKLADY SIGNÁLŮ .....	10
1.2 KLASIFIKACE SIGNÁLŮ .....	11
1.2.1 Signály se spojitým a diskrétním průběhem veličin.....	11
1.2.2 Signály periodické a neperiodické.....	11
1.2.3 Signály deterministické a stochastické.....	13
1.2.3.1 Signály deterministické.....	13
1.2.3.2 Signály stochastické.....	13
1.3 ANALÝZA SIGNÁLŮ.....	13
1.3.1 Rozdělení metod analýzy .....	13
1.3.2 Energie a výkon.....	14
1.3.3 Harmonické signály.....	15
1.3.4 Signály se spojitým časem – frekvenční analýza .....	15
1.3.4.1 Periodické – Fourierova řada .....	15
1.3.4.2 Aperiodické – Fourierova transformace .....	16
1.3.4.3 Vzorkování, vzorkovací teorém a aliasing.....	17
1.3.5 Diskrétní signály.....	18
1.3.5.1 Konvoluce.....	18
1.3.5.2 Korelační analýza.....	20
1.3.5.3 Fourierova transformace s diskrétním časem.....	22
1.3.5.4 Diskrétní Fourierova řada diskrétního signálu.....	22
<b>2 MATLAB</b> .....	<b>24</b>
2.1 VLASTNOSTI A KOMPONENTY MATLABU .....	24
2.2 ORIENTACE V PROSTŘEDÍ SYSTÉMU MATLAB .....	25
2.2.1 Typy souborů.....	27
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>29</b>
<b>3 REALIZACE DEMONSTRAČNÍCH SIMILACÍ</b> .....	<b>30</b>
3.1 GENEROVÁNÍ A ZOBRAZENÍ SIGNÁLŮ .....	30
3.2 CHARAKTERISTIKY SIGNÁLŮ .....	31
3.3 KORELACE A KONVOLUCE .....	37
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>39</b>
<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ</b> .....	<b>CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	<b>41</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....	<b>42</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ</b> .....	<b>43</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH</b> .....	<b>44</b>

## ÚVOD

Různé druhy signálů nás obklopují vždy a všude. Vnímáme je, měříme je, přenášíme je a také je sami vysíláme, i když si to možná ani neuvědomujeme. Z pohledu této práce a předmětu Zpracování signálů nás zajímají především signály z hlediska technického a způsobu, jak je zpracovávat a analyzovat. Cílem předmětu Zpracování signálu je seznámit studenty s problematikou spojitých a diskrétních signálů. Zpracovávat signály budeme v systému MATLAB, ve kterém jsou vytvořena i demonstrační cvičení, která mají motivovat studenty a představit jim, jakými způsoby lze se signály pracovat. Systém MATLAB je velmi rozšířen jak v akademickém tak i soukromém sektoru a je využíván v řadě technických odvětví a oborech, ale jeho využití lze nalézt i v biomedicíně. Z tohoto důvodu bude věnována i kapitola představení systému MATLAB.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

# 1 SIGNÁLY

Co rozumíme pod pojmem signál?

*Signál je fyzikální vyjádření zprávy. Informace je ta část zprávy, která přináší příjemci nové poznatky. Nositelem informace mohou být pouze ty signály, jejichž časový průběh nelze na straně příjemce signálu přesně predikovat. [7]*

Signálem budeme rozumět libovolnou fyzikální veličinu, určenou k přenosu zpráv. Mají jednu nebo několik nezávislých proměnných, většinou čas, a jednu závislou.

V technické praxi využíváme signály zejména ke zjišťování stavu systémů. Signál a systém spolu souvisejí a navzájem se mohou ovlivňovat. Signálem zjišťujeme stav systému, zdrojem signálu je systém, signál může změnit stav systému.

## 1.1 Příklady signálů

Signálem může být prakticky vše, co je schopné sdělit zprávu:

- text zprávy, např. SMS,
- elektrický proud,
- elektrické napětí a jeho časový průběh,
- svítící světlo na semaforu,
- poloha mechanického ramene,
- tlakové impulsy,
- vývoj kurzu měn,
- zvuk,
- obraz apod.

## 1.2 Klasifikace signálů

### 1.2.1 Signály se spojitým a diskrétním průběhem veličin

Funkce, které převádějí nezávislou proměnnou z množiny  $T$  (signálová osa) na hodnoty z množiny  $A$ . Podle charakteru množiny  $T$  dělíme signály:

- signály se spojitým časem:  $t \in \mathbb{R}$  definován všude. Příklad: rychlost autobusu na cestě ze Zlína do Prahy, funkce sinus. Budeme značit  $s(t)$ .
- signály s diskrétním časem:  $n \in \mathbb{Z}$ , pouze celočíselné hodnoty, jinde nedefinováno. Budeme značit  $s[n]$ ,  $n$  nemá rozměr. Příklad: měsíční částka na inkasním lístku. Jelikož diskrétní signály nejsou nic jiného než rady čísel, budeme nazývat posloupnosti.

Za množinu  $A$  budeme většinou pokládat množinu reálných čísel  $\mathbb{R}$ , ale mohou to být i komplexní čísla.

### 1.2.2 Signály periodické a neperiodické

Pro neperiodické signály platí, že nemůžeme nalézt takové  $T$  nebo  $N$ , že:

$$s(t+T) = s(t) \quad \text{spojitý čas}$$

$$s[n+N] = s(n) \quad \text{diskrétní čas,}$$

signály se v čase neopakují.

Pokud je  $T$  nebo  $N$  možné nalézt, hovoříme o periodických signálech.

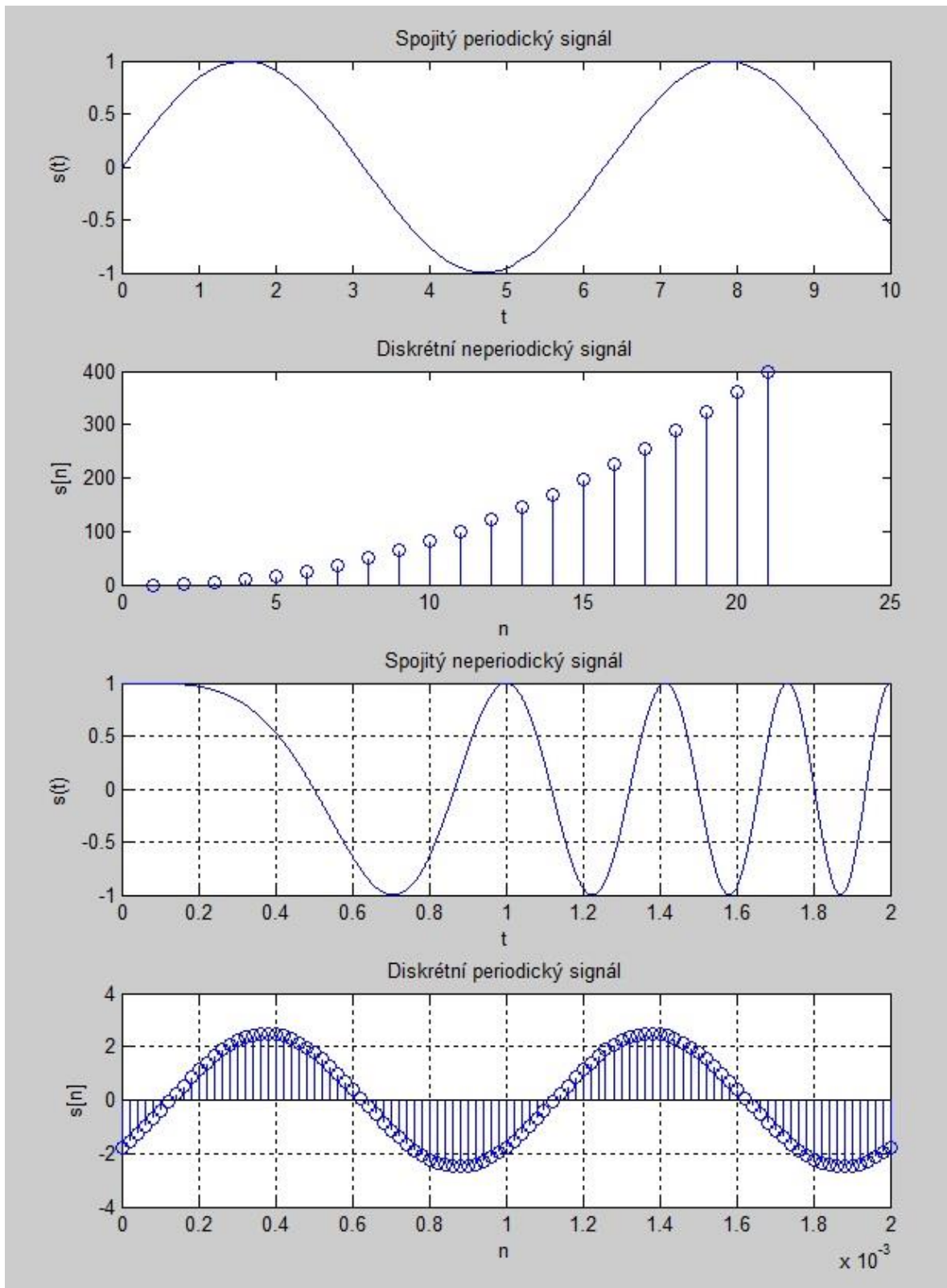
Harmonické signály jsou nejjednodušeji definovanými periodickými signály a jsou základem zpracování signálů:

$$s(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$$

- $C_1$  je kladná konstanta = amplituda (maximální hodnota),
- $\omega_1$  je kladná konstanta = úhlový nebo kruhový kmitočet [rad/s]. Ke skutečnému kmitočtu  $f_1$  je vztažen:  $\omega_1 = 2\pi f_1$ . Základní perioda harmonického signálu

$$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2\pi}{\omega_1},$$

- $\phi_1$  je počáteční fáze [rad]. Hodnota pro  $t = 0$  je  $s(0) = C_1 \cos \phi_1$ .



Obr. 1: Příklady typů signálů.

### 1.2.3 Signály deterministické a stochastické

#### 1.2.3.1 Signály deterministické

Je-li signál deterministický, znamená to, že můžeme přesně vypočítat jeho hodnotu v libovolném čase. Deterministický signál je tedy signálem přesně určeným. Reálné signály ale tyto podmínky velmi často nesplňují. Pomáháme si tedy tím, že reálný ne úplně deterministický signál převedeme na jeho deterministický model, s co nejmenší odchylkou. Má-li signál či model deterministický charakter, pak při každém jeho měření je popsateľný stejným modelem se stejnými parametry.

#### 1.2.3.2 Signály stochastické

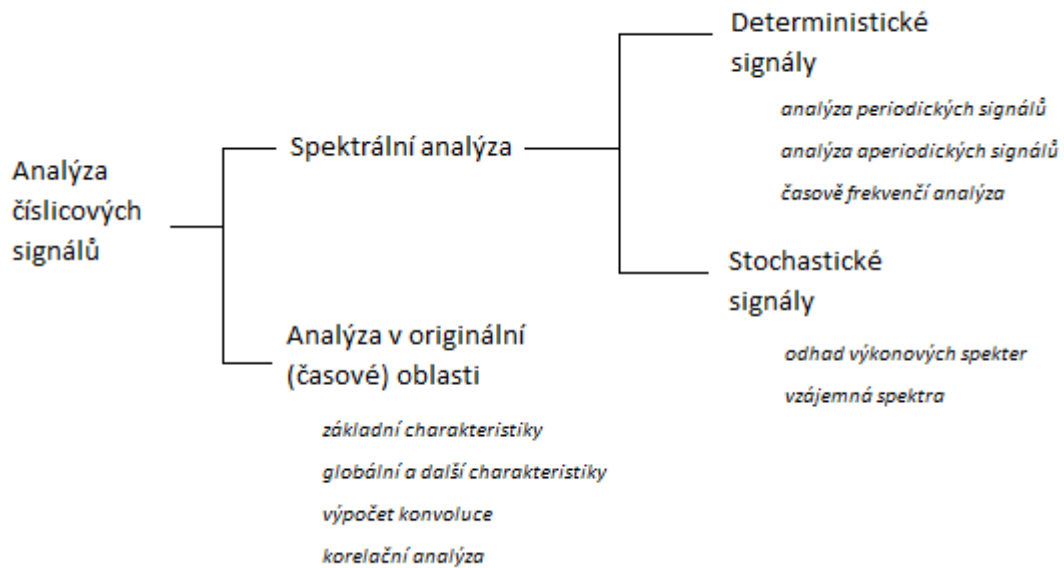
Mění-li se hodnoty parametru v čase zdánlivě náhodně a nelze vytvořit model, ze kterého by bylo možné vypočítat funkční hodnotu signálu v libovolném čase, nazýváme takové signály stochastickými či nedeterministickými. Příkladem takového signálu EEG záznam mozku. Pokud budeme tyto signály opakovaně měřit, dostaneme množinu realizací jako několik časových průběhů. Můžeme pak provést shrnutí v podobě určení střední hodnoty, rozptylu, směrodatné odchylky apod. Lze pak tedy říci, že stochastické signály nelze předpovědět přesně, ale pouze s jistou pravděpodobností.

## 1.3 Analýza signálů

Cílem analýzy signálů je určit jejich požadované parametry či charakteristiky. Výběr metod bude záviset nejen na konkrétním cíli, ale i na modelu signálu. V současné době se signály stále častěji zpracovávají pomocí metod číslicového zpracování signálů. K přednostem tohoto zpracování patří především velká universálnost, variabilita a pružnost, časová stálost systémů apod. Číslicový model se dnes uplatňuje velmi dobře např. v audio a videotechnice, kmitočtové filtraci, rozpoznávání a identifikaci soustav, řízení atd.

### 1.3.1 Rozdělení metod analýzy

Je nesnadné jednoznačně rozdělit metody analýzy signálů (Obr. 2). Je tomu tak proto, že použití těchto metod závisí především na cílech analýzy a zvolených prostředcích. Navíc se dílčí metody či metodiky často vzájemně prolínají a kombinují.



Obr. 2: Rozdělení metod analýzy číslicových signálů.

- spojitý čas  $x(t)$ ,
- diskrétní čas  $x[n]$ ,
- modifikace časové osy – posunutí,  $x(t - r)$ ,  $x(t + r)$ ,  $x[n - m]$ ,  $x[n + m]$ ,
- kontrakce a dilatace časové osy pro spojitý čas:  $x(mt)$ ,  $x\left(\frac{t}{m}\right)$ .

### 1.3.2 Energie a výkon

- okamžitý výkon:  $p(t) = |x(t)|^2$ ,  $p[n] = |x[n]|^2$ ,
- celková energie:

$$E_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt, \quad E_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N |x[n]|^2 = \sum_{-\infty}^{\infty} |x[n]|^2,$$

- celkový střední výkon:

$$P_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt, \quad P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{-N}^N |x[n]|^2.$$

### 1.3.3 Harmonické signály

Mají amplitudu, frekvenci a počáteční fázi:

spojitý čas:

$$x(t) = C_1 \cos(\varpi_1 t + \phi_1) = \frac{C_1}{2} e^{j\phi_1} e^{j\varpi_1 t} + \frac{C_1}{2} e^{-j\phi_1} e^{-j\varpi_1 t}$$

$$\text{perioda } T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2\pi}{\varpi_1}$$

diskrétní čas:

$$x[n] = C_1 \cos(\varpi_1 n + \phi_1) = \frac{C_1}{2} e^{j\phi_1} e^{j\varpi_1 n} + \frac{C_1}{2} e^{-j\phi_1} e^{-j\varpi_1 n}$$

### 1.3.4 Signály se spojitým časem – frekvenční analýza

Kmitočtové spektrum signálu je další oblastí, kde lze signál sledovat či vyhodnocovat. Ze zadaného časového průběhu jej lze vypočítat pomocí Fourierovy řady v případě periodických signálů nebo Fourierovy transformace v případě signálů aperiodických.

Spektrum periodických signálů je čárové, každá spektrální čára představuje jeden harmonický signál a jejich vzdálenost ve spektru je rovna opakovacímu kmitočtu časového průběhu, první spektrální čára má význam střední hodnoty časového průběhu.

Spektrum aperiodických signálů je spojitě.

#### 1.3.4.1 Periodické – Fourierova řada

Pomocí FŘ lze rozdělit libovolný periodický signál do řady komplexních exponenciál, kterými se dá vyjádřit libovolná sinusová a kosinusová funkce s libovolnou fází.

Pomocí vzorce:

$$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} :$$

$$\begin{aligned} C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) &= \frac{C_1}{2} e^{j(\omega_1 t + \phi_1)} + \frac{C_1}{2} e^{-j(\omega_1 t + \phi_1)} = \\ &= \frac{C_1}{2} e^{j\phi_1} e^{j\omega_1 t} + \frac{C_1}{2} e^{-j\phi_1} e^{-j\omega_1 t} \end{aligned}$$

kde  $c_1 = \frac{C_1}{2} e^{j\phi_1}$  a  $c_{-1} = \frac{C_1}{2} e^{-j\phi_1}$  jsou komplexní konstanty.

Signál je periodický => spektrum je čárové (koeficienty)

$$c_k = \frac{1}{T_1} \int_{T_1} x(t) e^{-jk\omega_1 t} dt \quad x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega_1 t}$$

$c_k$  jsou koeficienty FR: vlastnosti:

- $c_k = c_{-k}^*$ ,
- $c_0$  je střední hodnota,
- jsou svázány s frekvencemi  $k\omega_1$ ,
- dvojice koeficientů  $c_k$  a  $c_{-k}$  s příslušnými exponenciálami tvoří kosínusovku na frekvenci  $k\omega_1$ .

### 1.3.4.2 Aperiodické – Fourierova transformace

FT popisuje v kmitočtové oblasti i jiné signály než periodické. Tyto signály jsou vyjádřeny součtem harmonických složek.

Signál není periodický => spektrum je funkce

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{+j\omega t} d\omega$$

$X(j\omega)$  je spektrální funkce, základní vlastnosti:

- $X(j\omega) = X^*(-j\omega)$

### 1.3.4.3 Vzorkování, vzorkovací teorém a aliasing

Vzorkovaný signál dostaneme tak, že původní signál vynásobíme periodickým sledem Diracových impulsů. Signál  $s(t)$  se nazývá vzorkovací signál:

vzorkovací perioda  $T_s$ , vzorkovací frekvence  $F_s = \frac{1}{T_s}$ , kruhová vzorkovací frekvence

$$\Omega_s = \frac{2\pi}{T_s} : x_s(t) = x(t)s(t)$$

Výsledná spektrální funkce vychází:

$$X_s(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(\omega - k\omega_1)$$

Podle vztahu maximální frekvence obsažené ve spektru signálu  $\omega_{\max}$  a vzorkovací frekvence  $\Omega_s = 2\pi F_s$  rozlišujeme dva případy:

- 1)  $\Omega_s > 2\omega_{\max}$  : jednotlivé kopie původního spektra se nepřekrývají a původní signál můžeme rekonstruovat.
- 2)  $\Omega_s \leq 2\omega_{\max}$  : jednotlivé kopie původního spektra se překrývají, výsledné spektrum má jiný tvar než původní spektrum, původní signál nelze rekonstruovat, dochází k tzv. aliasingu.

Podmínka pro správné vzorkování se jmenuje Shannonův alias vzorkovací teorém:

$$\Omega_s > 2\omega_{\max}$$

nebo

$$F_s > 2f_{\max}$$

### 1.3.5 Diskrétní signály

Základní operace:

- posloupnost délky  $N$  – získáme násobením oknem

$$R_N[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n \in [0, N-1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases},$$

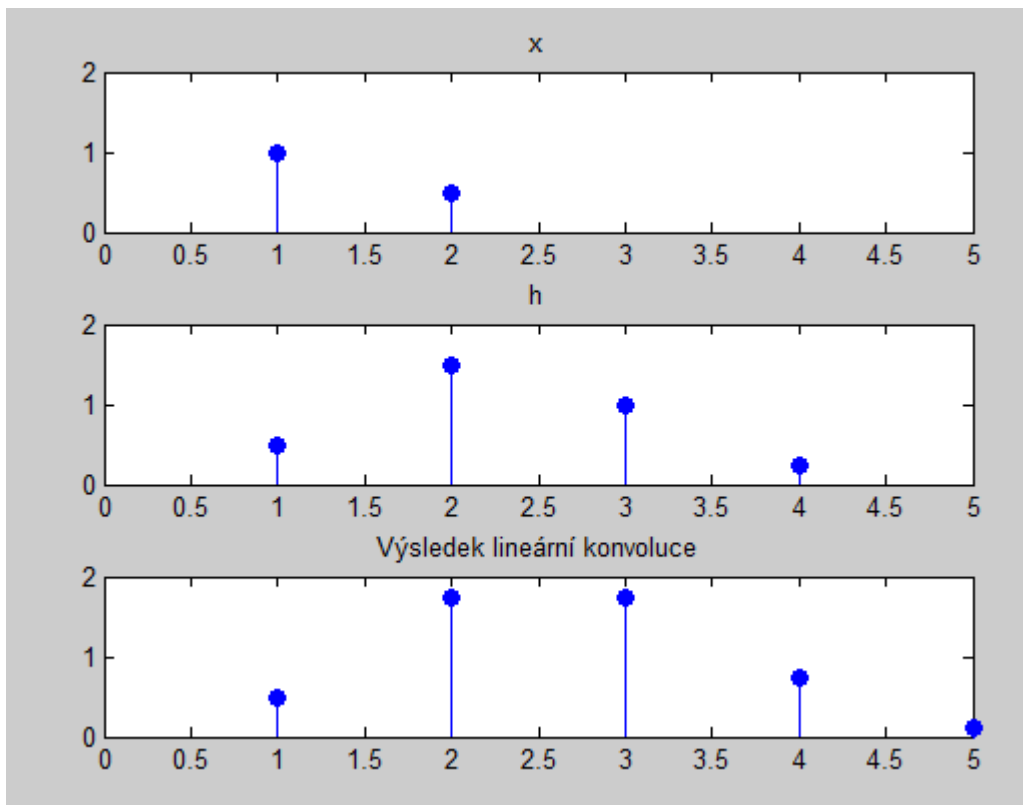
- periodizace:  $\tilde{x}[n] = x[\text{mod}_N n]$ ,
- periodické posunutí:  $x[n] \rightarrow x[\text{mod}_N(n-m)]$ ,
- kruhové posunutí:  $x[n] \rightarrow R_N[n]x[\text{mod}_N(n-m)]$ .

#### 1.3.5.1 Konvoluce

Algoritmy pro výpočet konvoluce dvou číselných signálů tvoří důležitou součást číslicového zpracování signálů.

- **lineární:**  $x[n] * y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y[n-k]$ , pro posloupnost délky  $N$  má délku  $2N-1$ ,
- každá posloupnost čísel může být popsána pomocí sumy vážených diskretních jednotkových pulzů,
- impulzní odezvou rozumíme výstupní posloupnost čísel lineárního číslicového systému, na jehož vstup působí pouze diskretní jednotkový impulz,
- v lineárních číslicových systémech platí princip superpozice, kdy celková odezva systému na libovolnou vstupní posloupnost je vyjádřena jako součet dílčích výstupních posloupností, kdy na vstupu působí samostatně jednotlivé vzorky vstupní posloupnosti,
- odezvu lineárního číslicového systému lze při znalosti konkrétní vstupní posloupnosti a impulzní odezvy systému vypočítat pomocí vztahu lineární diskretní konvoluce,
- tento algoritmus se vyznačuje vysokou výpočetní náročností, při praktických výpočtech, ve kterých hraje roli doba výpočtu, se pro výpočet konvoluce využívá algoritmu pro rychlou Fourierovu transformaci (FFT),

- lineární diskretní konvoluci lze v MATLABu vypočítat pomocí příkazu `conv()`,
- **periodická:**  $x[n] \tilde{*} y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k]y[\text{mod}_N(n-k)]$ , má vzorky všude,
- **kruhová:**  $x[n] \Theta y[n] = R_N[n] \sum_{k=0}^{N-1} x[k]y[\text{mod}_N(n-k)]$ , má délku  $N$ ,
- zatímco lineární diskretní konvoluce pracuje s posloupnostmi různé délky, aperiodické signály, kruhová diskretní konvoluce pracuje s periodickými číslicovými signály,
- pro výpočet kruhové diskretní konvoluce se používá algoritmu FFT, hovoří se pak o rychlé konvoluci.



Obr. 3: Lineární diskretní konvoluce dvou signálů

### 1.3.5.2 Korelační analýza

#### 13.3 Korelace

Základním nástrojem pro kvantitativní hodnocení vztahu mezi dvěma signály je korelační funkce. Ta je však definována různě pro různé typy signálů. Korelační funkce jsou významnými nástroji pro popis a zpracování signálů. Význam korelační funkce vynikne zejména při její aplikaci na náhodné signály a na směs náhodných a periodických signálů. Vzájemnou neboli křížovou korelační funkci (cross - correlation function) dvou periodických signálů  $s_1(t)$  a  $s_2(t)$  o stejné periodě  $T_1$  nazýváme funkci:

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{T_1} \int_{T_1} s_1(t) s_1(t + \tau) dt$$

Vzájemná korelační funkce dvou periodických signálů se stejnou periodou  $T_1$  svým způsobem popisuje podobnost průběhů těchto dvou signálů v závislosti na jejich vzájemném posunutí. Funkce je periodická s periodou  $T_1$ .

Korelační analýzu můžeme uplatnit i v případě, že oba signály  $s_1(t)$  a  $s_2(t)$  jsou totožné a mohou proto být společně označeny  $s(t)$ . Korelační funkce se v tomto případě nazývá funkce autokorelační. Autokorelační funkce  $R(\tau)$  periodického signálu  $s(t)$  může být definována vztahem:

$$R(\tau) = \frac{1}{T_1} \int_{T_1} s(t) s(t + \tau) dt$$

Autokorelační funkce má následující vlastnosti:

- je sudá,
- je periodická s periodou  $T_1$ ,
- $R(0)$  je rovno kvadrátu efektivní hodnoty signálu,
- $\forall \tau \in R : R(0) \geq R(\tau)$ .

Tyto čtyři vlastnosti mají autokorelační funkce všech periodických signálů.

Vztah, kterým je autokorelační funkce vyjádřena na základě koeficientů Fourierovy řady periodického signálu:

$$R(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2 e^{jk\omega_1\tau}$$

Argumenty koeficientů Fourierovy řady nemají na autokorelační funkci žádný vliv. Znamená to, že signály s různými časovými průběhy mohou mít stejné autokorelační funkce.

Korelační funkce  $R(t_1, t_2)$  je mírou souvztažnosti mezi hodnotami náhodného procesu v okamžiku  $t_1$  a hodnotami náhodného procesu v okamžiku  $t_2$ . Může být vypočítána pomocí integrálu:

$$R(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

Kovarianční funkce (covariance function)  $K(t_1, t_2)$  je mírou souvztažnosti mezi odchylkami náhodného procesu v okamžiku  $t_1$  od střední hodnoty  $a(t_1)$  a odchylkami náhodného procesu v okamžiku  $t_2$  od  $a(t_2)$ . Může být vypočítána pomocí integrálu:

$$K(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - a(t_1)][x_2 - a(t_2)] p(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

Autokorelační funkce periodického signálu je periodická. Autokorelační funkce šumu s nulovou střední hodnotou pro rostoucí  $\tau$  konverguje k nule. Tohoto rozdílu ve vlastnostech můžeme využít pro potlačení důsledku přítomnosti šumu.

Ještě častější je v praxi využití vzájemné korelace. Je založeno na tom, že vzájemná korelace mezi šumem a mezi očekávaným a známým průběhem přijímaného signálu je rovna nule. Vzájemná korelace se používá například v družicovém navigačním systému GPS a v číslicových komunikačních systémech CDMA.

### 1.3.5.3 Fourierova transformace s diskrétním časem

DFT je matematická numerická metoda využívaná ke zpracování diskrétních signálů. Známe-li tedy vzorky signálu či spektra konečného intervalu, můžeme pomocí DFT určit spektrum z vzorků signálu nebo signál ze vzorků spektra.

Signál je vzorkovaný (diskrétní), spektrum bude periodické:

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \quad x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{X}(e^{j\omega})e^{+j\omega n} d\omega$$

Vlastnosti:

- je periodické, protože signál je diskrétní
- je to funkce definovaná pro všechna  $\omega$ , protože signál je jakýkoliv
- je jen jedna, ale můžeme ji zobrazit s různými frekvenčními osami

### 1.3.5.4 Diskrétní Fourierova řada diskrétního signálu

Signál je vzorkovaný (diskrétní), spektrum bude periodické. Signál je periodický, proto bude spektrum diskrétní (jen koeficienty):

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Vlastnosti koeficientů DFŘ:

- koeficienty jsou svázány s normovanými kruhovými frekvencemi:  $k\omega_1$ , kde  $k\omega_1 = \frac{2\pi}{N}$ ,
- koeficienty mají standartní vlastnost:  $\tilde{X}[k] = \tilde{X}^*[-k]$ , ale navíc jsou ještě periodické:  $\tilde{X}[k] = \tilde{X}[k + gN]$ .

Diskrétní Fourierova transformace převádí  $N$  vzorků signálu na  $N$  vzorků spektra.

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad \text{jen pro } n, k = 0 \dots N-1$$

Souvislost koeficientů  $X[k]$  s frekvencí:

- normované frekvence  $\frac{k}{N}$  do  $\frac{N-1}{N}$ ,
- normované kruhové frekvence  $2\pi\frac{k}{N}$  do  $2\pi\frac{N-1}{N}$ ,
- obyčejné frekvence  $\frac{k}{N}F_s$  do  $\frac{N-1}{N}F_s$ ,
- obyčejné kruhové frekvence  $\frac{k}{N}2\pi F_s$  do  $\frac{N-1}{N}2\pi F_s$ .

Vlastnosti:

- $X[k] = X^*[N-k]$ ,
- kruhové posunutí:  $x[n] \rightarrow R_N x[\text{mod}_N(n-m)]$ ,  $X[k] \rightarrow X[k]e^{-j\frac{2\pi}{N}km}$ ,
- výpočet pomocí FFT,
- vhodná pro počítání FŘ a FT se spojitým časem.

## 2 MATLAB

System MATLAB, vyvinutý firmou *The Mathworks, Inc.* v USA, je software, s jehož pomocí lze provádět řadu operací spojených s matematikou, grafikou i reálným světem.

Název je zkratkou z anglického *matrix laboratory*. MATLAB je interaktivní programové prostředí a skriptovací programovací jazyk čtvrté generace, který je k dispozici pro operační systémy Linux, Windows i Mac OS X. MATLAB umožňuje řešit celou řadu numerických problémů bez nutnosti realizace vlastních programů, počítání s maticemi, vykreslování 2D i 3D grafů funkcí, implementaci algoritmů, počítačovou simulaci, analýzu a prezentaci dat i vytváření aplikací včetně uživatelského rozhraní. Důležitou funkcí je také možnost importovat data z různých typů souborů (texty, tabulky, obrázky, atd.). Původně byl jazyk určen pro matematické účely, ale časem byl upraven, byly přidány nové funkce a rozšíření, rozrostl se různými směry a dnes je využitelný v široké paletě aplikací. MATLAB je využíván pro vědecké a výzkumné účely a to jak v soukromém sektoru, tak i v akademických řadách.

### 2.1 Vlastnosti a komponenty MATLABu

MATLAB je integrovaným prostředím, s jehož pomocí lze provádět především:

- matematické a inženýrské výpočty,
- modelování a simulace,
- analýzu a vizualizaci dat,
- měření a zpracování dat,
- tvorba algoritmů,
- návrh řídicích a komunikačních systémů,
- tvorba aplikací včetně grafického rozhraní.

Základními komponenty MATLABu jsou:

- výpočetní jádro,
- grafický subsystém,

- pracovní nástroje,
- toolboxy,
- Simulink.

Základem je výpočetní jádro, provádějící numerické operace s maticemi reálných či komplexních čísel. MATLAB je orientován maticově. Kromě matic podporuje MATLAB datové struktury a tzv. pole buněk, kde každý prvek může být jiného typu. Výpočty se vykonávají v tzv. dvojnásobné přesnosti.

Grafický subsystém umožňuje snadné zobrazení výsledků výpočtů, tvoření dvourozměrných nebo třírozměrných grafů s množstvím možností nastavení.

Pracovními nástroji rozumíme soubor nástrojů, umožňující úplné programování aplikací. MATLAB obsahuje plnohodnotný jazyk čtvrté generace. Nalezneme zde vše potřebné k programování a ladění zdrojových kódů, tvorbu grafických prvků, včetně tlačítek, menu apod., a podporu pro načítání dat z jiných zdrojů.

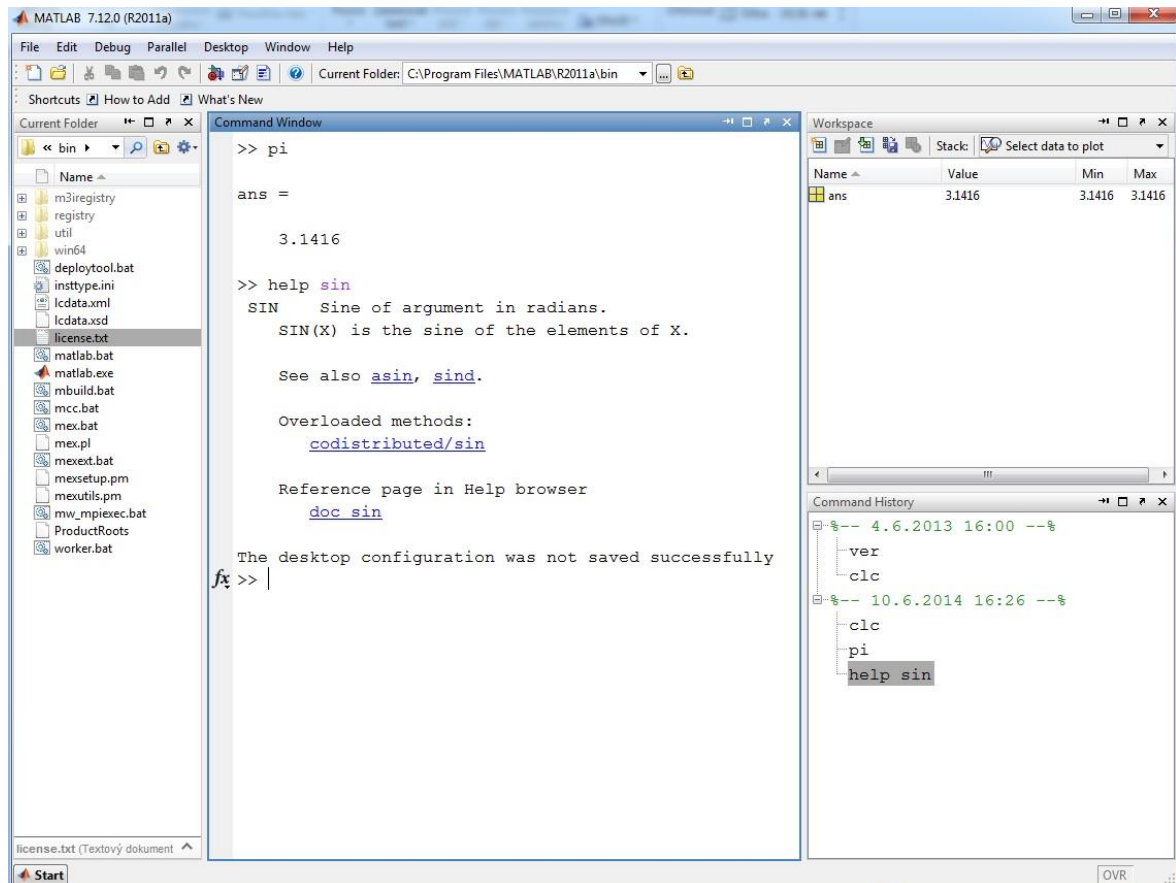
Důležitou částí MATLABu jsou knihovny funkcí, tzv. toolboxy, které možnosti jádra rozšiřují. Toolboxy obsahují určitý obor zpracovaný uceleným způsobem, včetně dokumentace a příkladů. V našem případě je nejdůležitější *Signal Processing Tool*, dále jen SPT.

Samotnou kapitolu tvoří systém Simulink. Ten umožňuje pracovat se všemi funkcemi a příkazy jako s grafickými bloky, vzájemně je propojovat a napojovat na zdroje dat.

## 2.2 Orientace v prostředí systému MATLAB

Popisovanou verzí MATLABu je verze 7.12.0 (R2011a), ve které je zpracována i praktická část této práce. Jednotlivé verze se od sebe mohou lišit vzhledově v základním nastavení, ale panely a okna lze volně přesouvat a přizpůsobit vzhled pracovní plochy.

Po spuštění MATLABu se nám otevře pracovní prostředí (Obr. 4).



Obr. 4: Pracovní plocha MATLABu verze 7.12.0

Okno Command Window je hlavní a nejdůležitější částí pracovní plochy. Zde zapisujeme příkazy, které má MATLAB provést, odezva na ně nebo výpis systémových hlášení. Na obrázku je vidět odezva na vypsání konstanty  $\pi$  (pí) a nápovědy pro funkci sinus.

Okno Command History zobrazuje všechny použité příkazy, které byly zapsány a potvrzeny v okně Command Window. Pokud je potřeba již jednou použitý příkaz zopakovat, lze jej z tohoto okna znovu aktivovat.

V okně Workspace je přehled používaných proměnných a jejich aktuálních hodnot. Poklepáním na symbol proměnné se zobrazí informace o ní, čehož lze využít při větším množství proměnných pro udržení přehledu.

Aktuální adresář, Current Folder, zobrazuje seznam souborů a je to také cesta, kam se aktuálně ukládají soubory. Tento adresář je možné kdykoliv změnit podle potřeby.

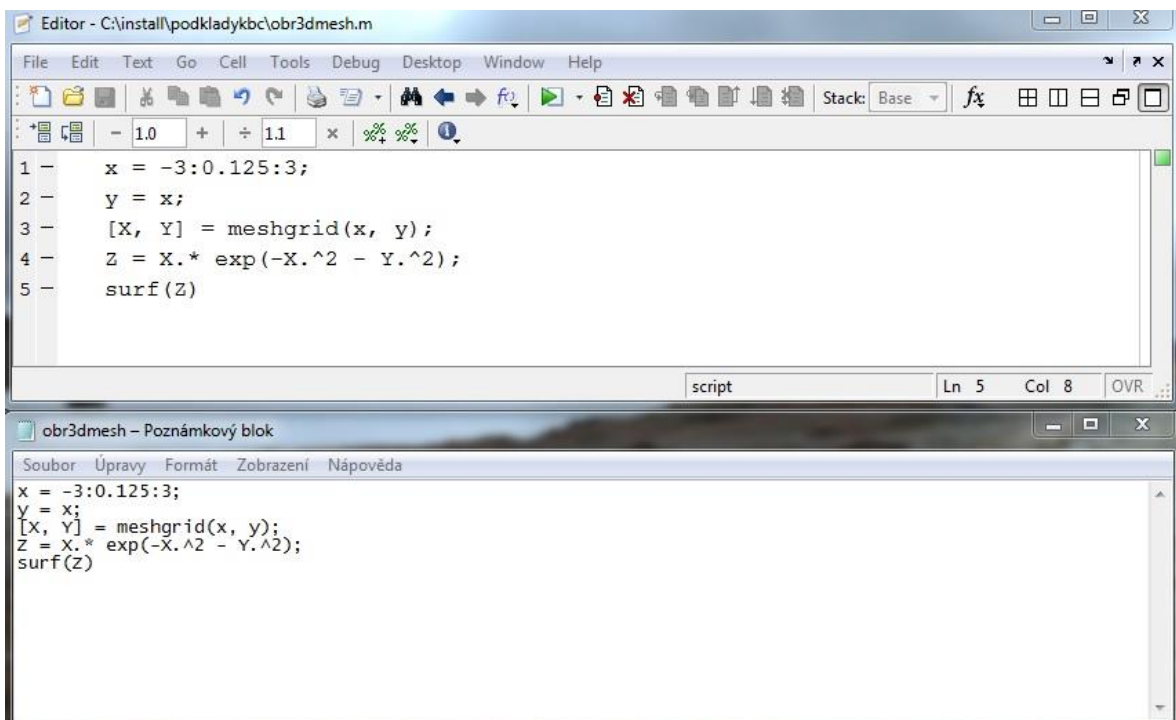
V levém dolním rohu pracovní plochy je umístěno tlačítko Start, které je obdobou tlačítka z Windows.

### 2.2.1 Typy souborů

V MATLABu lze ukládat svou práci v různých formátech souborů, některé jsou určeny pouze pro práci v MATLABu, jiné lze editovat i pomocí jiných programů. Nejčastěji používané typy souborů jsou:

- \*.m

Tzv. m-soubory slouží k zápisu příkazů MATLABu. Mohou obsahovat definice funkcí nebo skripty a tak rozšířit MATLAB o uživatelské funkce, které si vytvoříme. Jsou zapsány v textové podobě a lze je tedy editovat i v jakémkoli textovém editoru. Příklad m-souboru otevřeného v programu MATLAB a Poznámkový blok (Obr. 5):



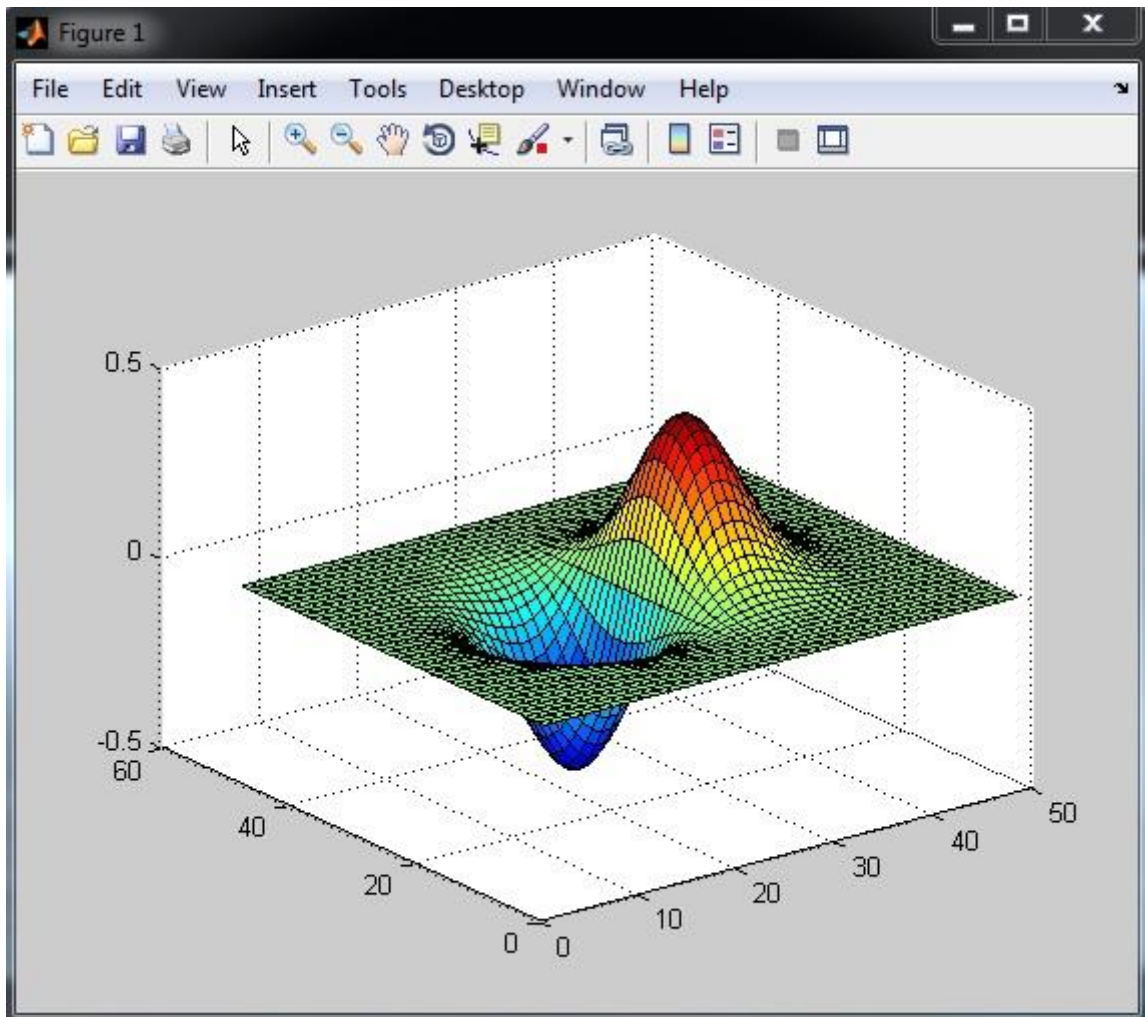
Obr. 5: Příklad editace m-souboru v MATLABU a Poznámkovém bloku.

- \*.mat

V tomto formátu je ukládán celý workspace, včetně proměnných a historie příkazů. Soubor je uložen jako binární soubor a nelze jej editovat, pouze znovu otevřít v MATLABu.

- \*.fig

V těchto souborech jsou uloženy grafické výstupy MATLABu, grafy funkcí apod. Náhled obsahu souboru \*.fig v programu MATLAB, který je výsledkem předchozího m-souboru (Obr. 6):



Obr. 6: 3D plošný graf vykreslený pomocí příkazu *surf()*

- \*.mdl

Simulink ukládá své modely v tomto formátu, uloženy jsou jako prostý text.

Program MATLAB umí pracovat s mnoha formáty souborů, které lze použít jako vstupní či výstupní data, ať už se jedná o obrázky, zvuk nebo video.

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

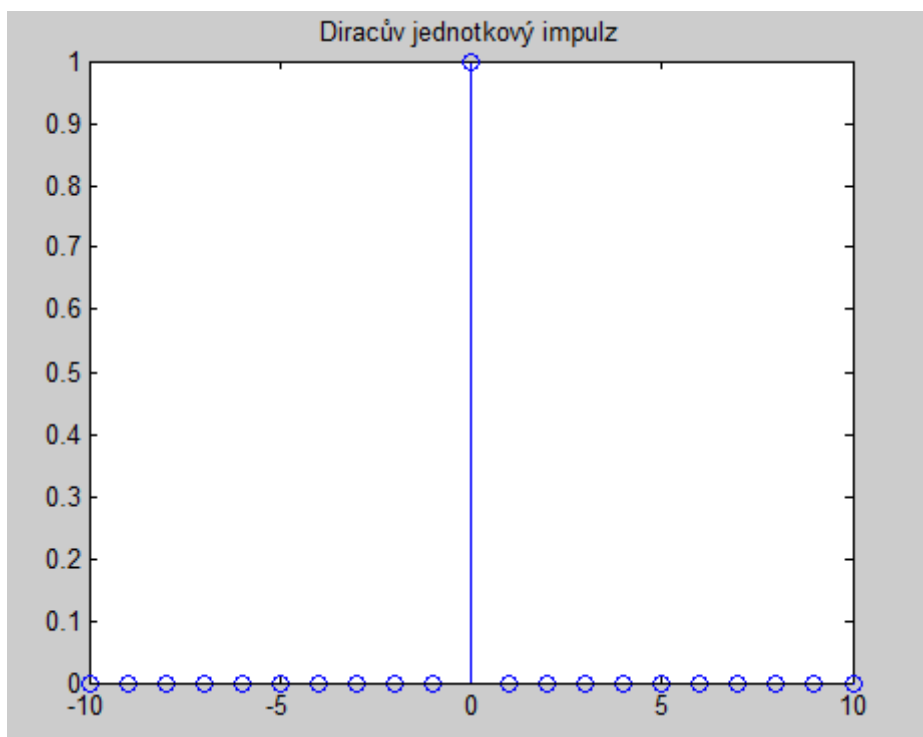
### 3 REALIZACE DEMONSTRAČNÍCH SIMILACÍ

#### 3.1 Generování a zobrazení signálů

Diskrétní signály se generují velmi snadno – diskrétní signál si můžeme přímo představit jako vektor hodnot. Vždy musíme předem nadefinovat rozsah nezávislé proměnné. Zobrazovat je budeme pomocí funkce *stem*.

Diskrétní jednotkový impuls  $\delta(n)$  tak třeba naprogramujeme takto (Obr. 7):

```
n = -10:10;  
delta = zeros(size(n));  
delta(find(n==0)) = 1;  
stem(n,delta)
```

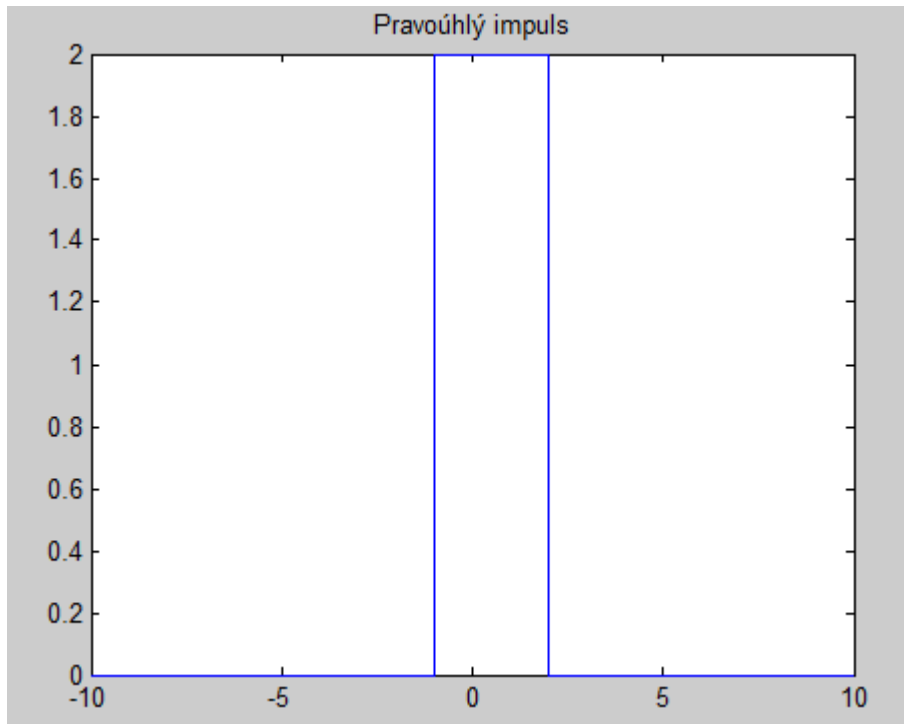


Obr. 7: Diracův jednotkový impulz.

Se signály se spojitým časem se teoreticky v žádném programovém prostředí nedá pracovat – časová osa obsahuje  $\infty$  hodnot. Musíme si pomoci vzorkováním s malým krokem. Zobrazovat budeme pomocí *plot*, abychom dosáhli spojitého času. Příklad pro impuls (Obr. 8):

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } -1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

```
t = -10:0.01:10;  
s = zeros(size(t));  
s(find(t>=-1 & t<=2)) = 2;  
plot(t,s)
```



Obr. 8: Pravouhly impuls.

### 3.2 Charakteristiky signálů

Následující kód obsahuje příklad práce se signály, zjišťování jejich charakteristik, spolu s jejich výsledky a grafy. Jedná se o práci se zvukovým souborem, který je načten na začátku, zjišťujeme jeho délku, vzorkovací frekvenci, vykreslujeme jeho spektrum a hustotu rozdělení pravděpodobnosti.

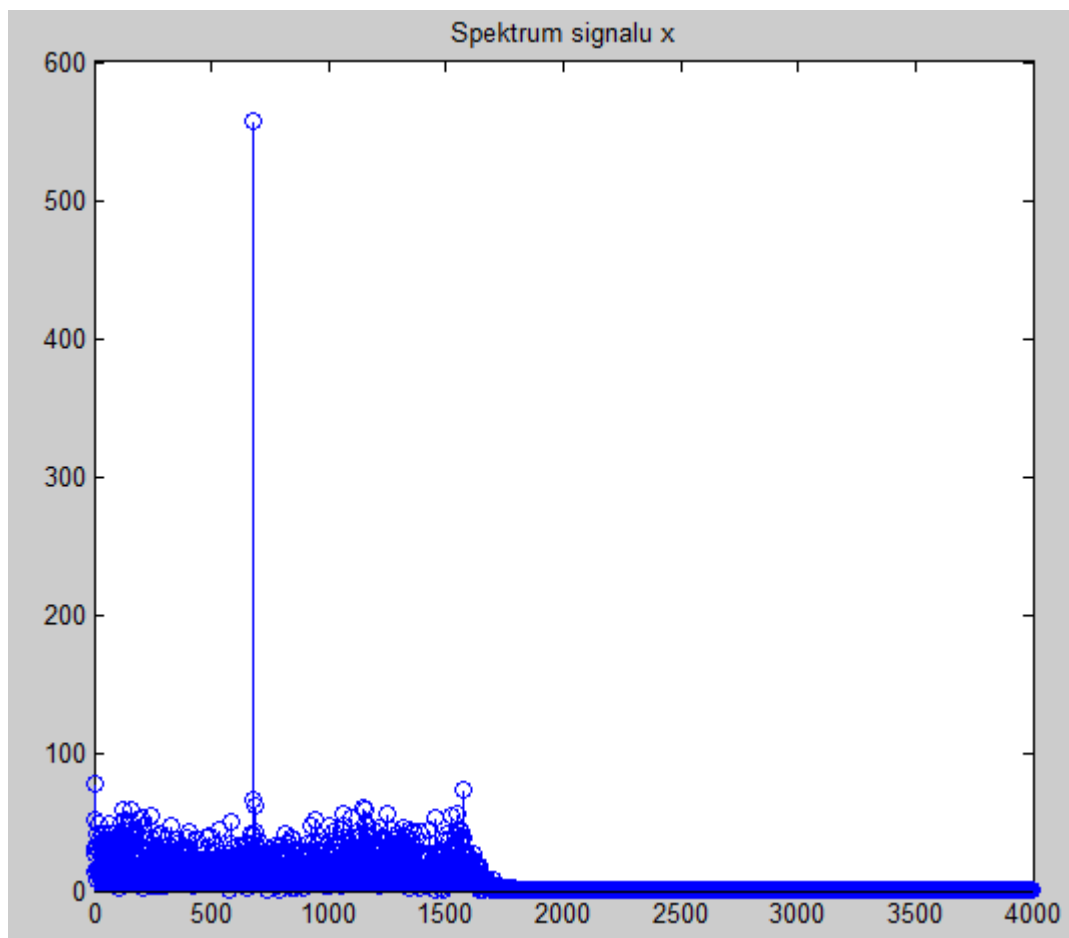
```
% načteme signál  
[x,Fs]=wavread('audio.wav'); % vektor x obsahuje vzorky, Fs  
(skalár) vzorkovací frekvenci  
  
% Jaká je délka signálu [s] ?  
N=length(x) % počet vzorků, zde 4096
```

```

Fs % vzorkovací frekvence, zde 8000Hz
% výpočet délky signálu
t=length(x)/Fs % délka signálu v sekundách

% zobrazíme si modul spektra signálu
X=abs(fft(x)); % fourierova transformace původního signálu
(diskrétního) - spektrum signálu x
N=length(X);
om_f=((0:(N/2)-1)/N*Fs); % získáme frekvenční osu
X=X(1:N/2); % korekce počtu vzorků
figure(1)
stem(om_f, X); % vyčteme z grafu poslední nenulovou hodnotu -
cca 1900Hz
title('Spektrum signálu x');

```



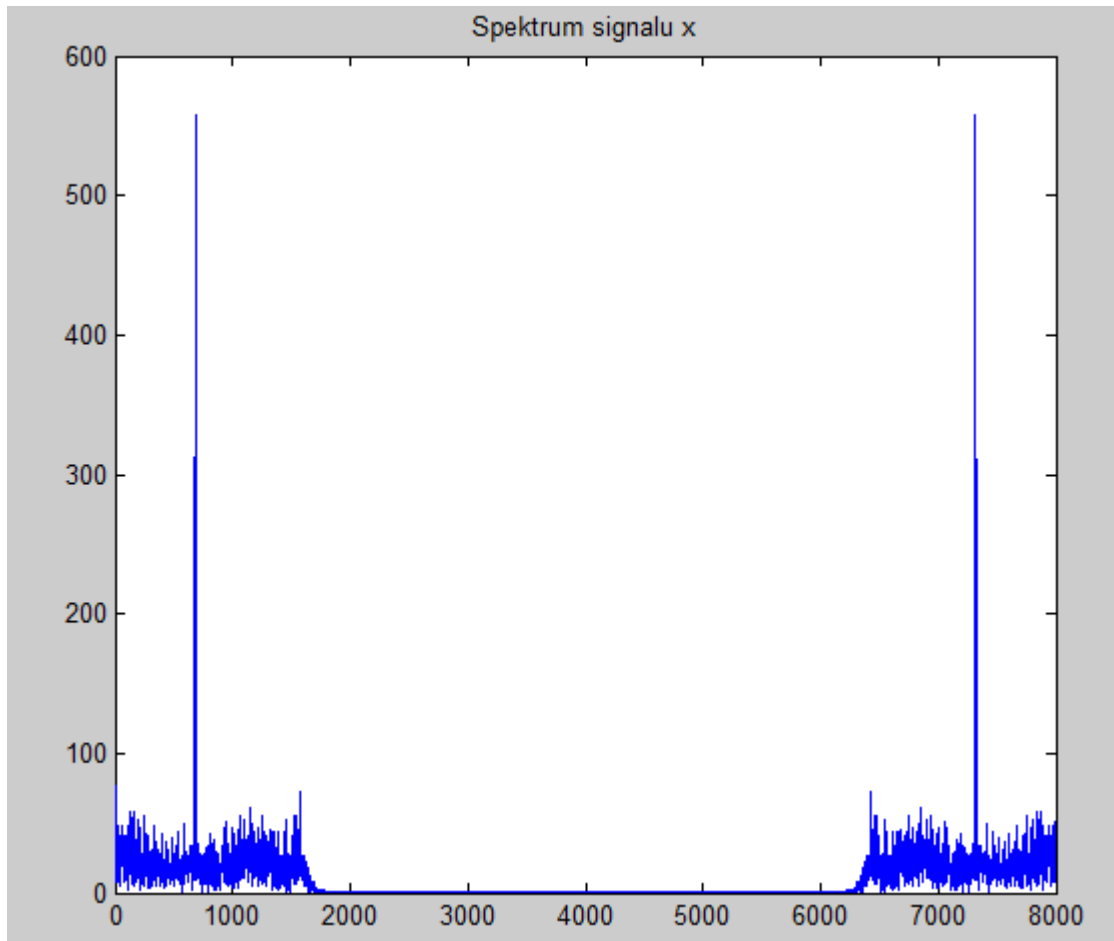
Obr. 9: Spektrum signálu  $x$ , vykreslena jen jedna polovina spektra.

```

% Určíme frekvenci, na které leží maximum spektra signálu
[Hz].

```

```
X=abs(fft(x));
om_f=((0:(N-1))/N*Fs);
figure(2)
plot(om_f, X); % vykreslení
title('Spektrum signálu x');
```



Obr. 10: Spektrum signálu  $x$ , celé spektrum.

```
% nyní provedeme výpočet frekvence, na níž je maximum spektra
signálu x
pos=(find(X==max(X), 1, 'first')-1)*Fs/length(X) % zde funkce
vrátí hodnotu pos=681.6406
% - x=find(EXPR, K, 'first') => funkce vrátí ve vektoru (zde
1-rozměrný) 'x'
%
% nejvýše 'K' prvních (zajištěno argumentem
'first') indexů,
%
% na kterých se nachází hodnoty vyhovující
výrazu 'EXPR'
```

```
% - index vrácený funkcí find zmenšime o 1, protože funkce
find indexuje od 1 => příklad:
% >> x=0:5; x=[0 1 2 3 4 5];
% >> find(x==max(x))
% ans =
%      6
% >>
% - vráceny index násobíme 'Fs/length(X)' kvůli převodu na Hz

% Určímee výkon signálu vztažený na jeden vzorek [].
P=sum(abs(x).^2)/N % výkon na jeden vzorek, zde P=0.0971

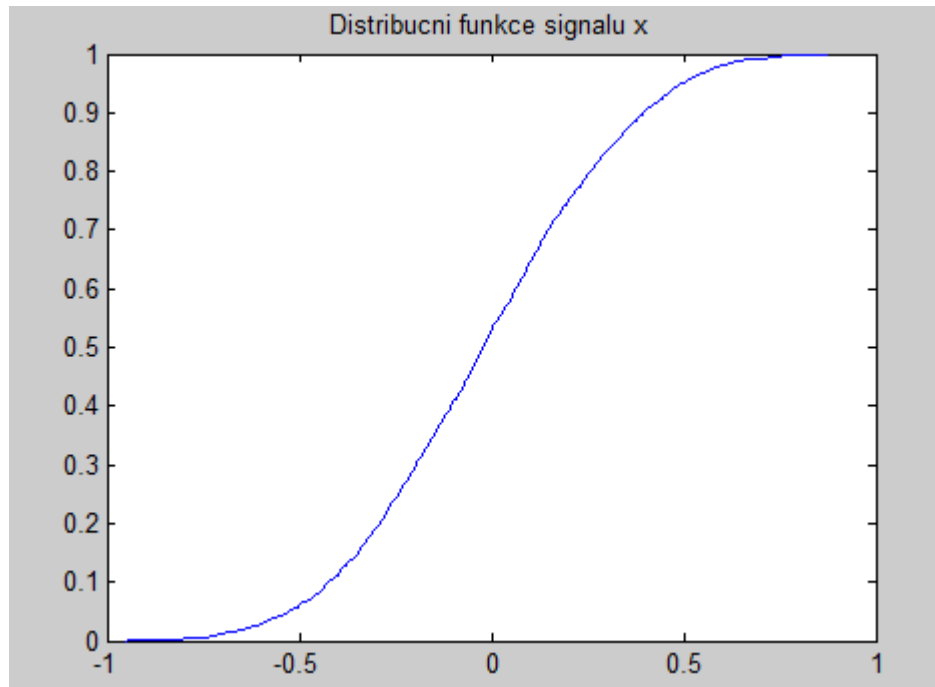
% Odhadneme směrodatnou odchylku náhodného procesu [].
std(x) % funkce pro výpočet směrodatné odchylky, zde 0.3111

% výpočet distribuční funkce
p_axis=linspace(min(x), max(x), 250); % rozložení hodnot pro
výpočet pravděpodobnostní funkce
for i=1:250,
    x_m=p_axis(i); % hodnota 'x' pro vzorek 'i'
    F(i)=sum(x<x_m)/length(x); % výpočet pravděpodobnostní
funkce
end
figure(3)
plot(p_axis, F); % vykreslení pravděpodobnostní (distribuční)
funkce
title('Distribucni funkce signalu x');

% výpočet funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti
delta_x=p_axis(2)-p_axis(1);
pg=hist(x, p_axis)/length(x)/delta_x; % výpočet funkce
hustoty pravděpodobnosti

% dokreslení Gaussova rozložení
pg_gaus=1/sqrt(2*pi)/std(x) * exp(-(p_axis -
mean(x)).^2./(2*std(x).^2));
```

```
figure(4)
plot (p_axis, pg, p_axis, pg_gaus);
title('Funkce hustoty rozdeleni pravdepodobnosti signalu x');
```

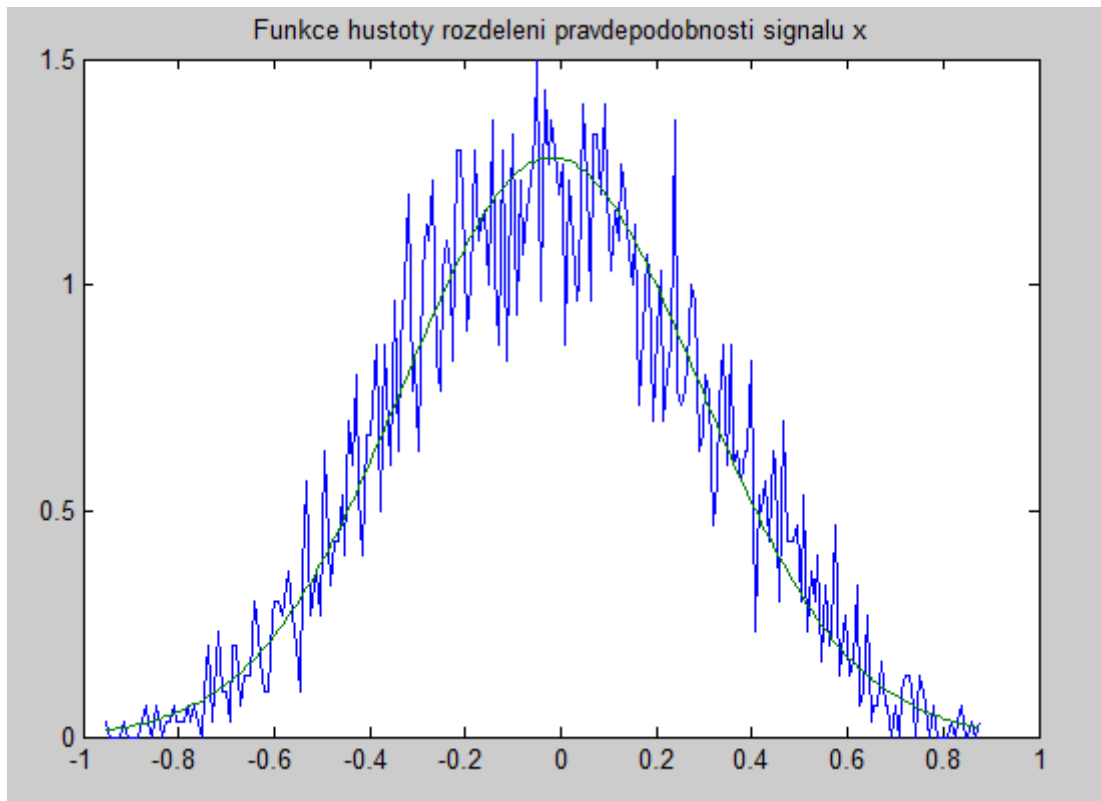


Obr. 11: Distribuční funkce signálu  $x$ .

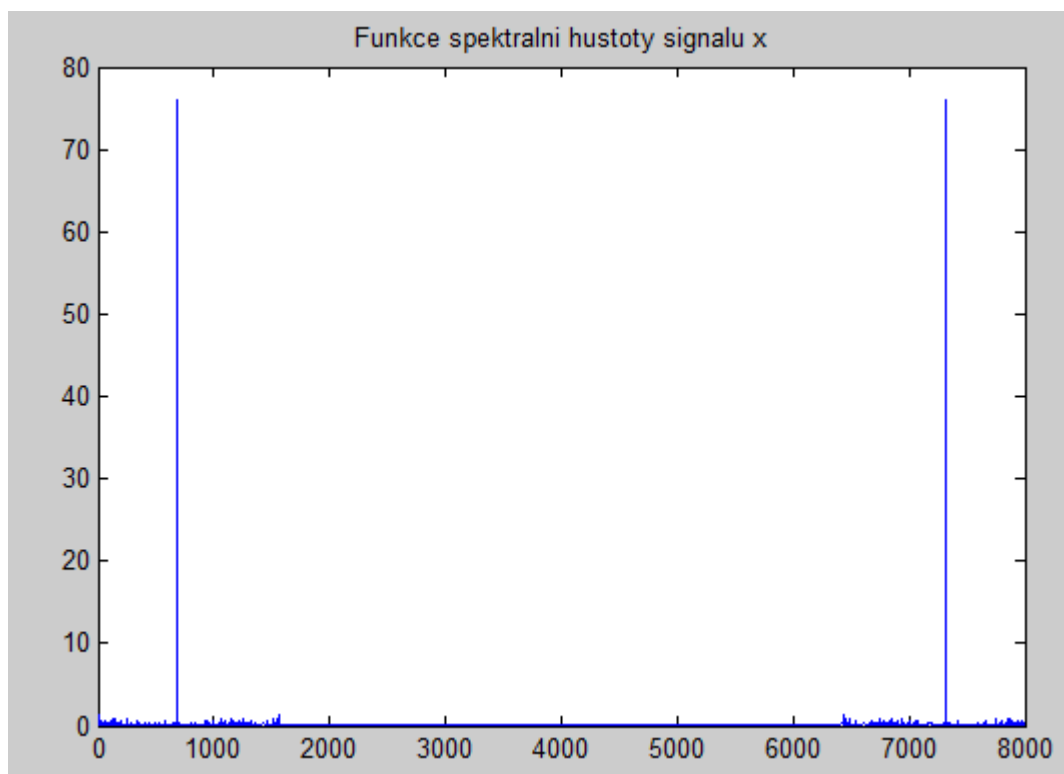
```
% Provevedeme nevychýlený odhad prvního autokorelačního
koeficientu R[1] [].
R=0; % inicializace
k=1; % počítáme první autokor. koeficient
for i=1:N-1,
    R=R+x(i)*x(i+k);
end
R=R/(N-k) % hodnota prvního autokor. koef., zde 0.0771

% Určíme, na jaké frekvenci leží maximum spektrální hustoty
výkonu tohoto náhodného procesu [Hz].
G=(abs(fft(x)).^2)/N; % výpočet spektrální hustoty výkonu
signálu
o=(0:length(x)-1)/N*Fs;
figure(5)
plot(o, G); % vykreslení
title('Funkce spektrální hustoty signalu x');
% nyní najdeme maximum spektrální hustoty výkonu
```

```
Gmax=(find(G==max(G), 1, 'first')-1)*Fs/N % zde funkce vrátí  
hodnotu Gmax=681.6406
```



Obr. 12: Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti signálu x.



Obr. 13: Funkce spektrální hustoty signálu x.

### 3.3 Korelace a konvoluce

Dalším příkladem je konvoluce dvou signálů a výpočet jejich korelačních a kovariačních koeficientů za pomoci vestavěných funkcí MATLABu:

```
% načteme signál
[x, Fsx]=wavread('audio11718.wav');
% načteme signál
[y, Fsy]=wavread('audio64193.wav');

z = conv(x,y); % výpočet konvoluce
figure(1);
subplot(3,1,1);
plot (x);
title('Signál x');
subplot(3,1,2);
plot (y);
title ('Signál y');
subplot(3,1,3);
plot (z);
title ('Výsledek konvoluce x a y');

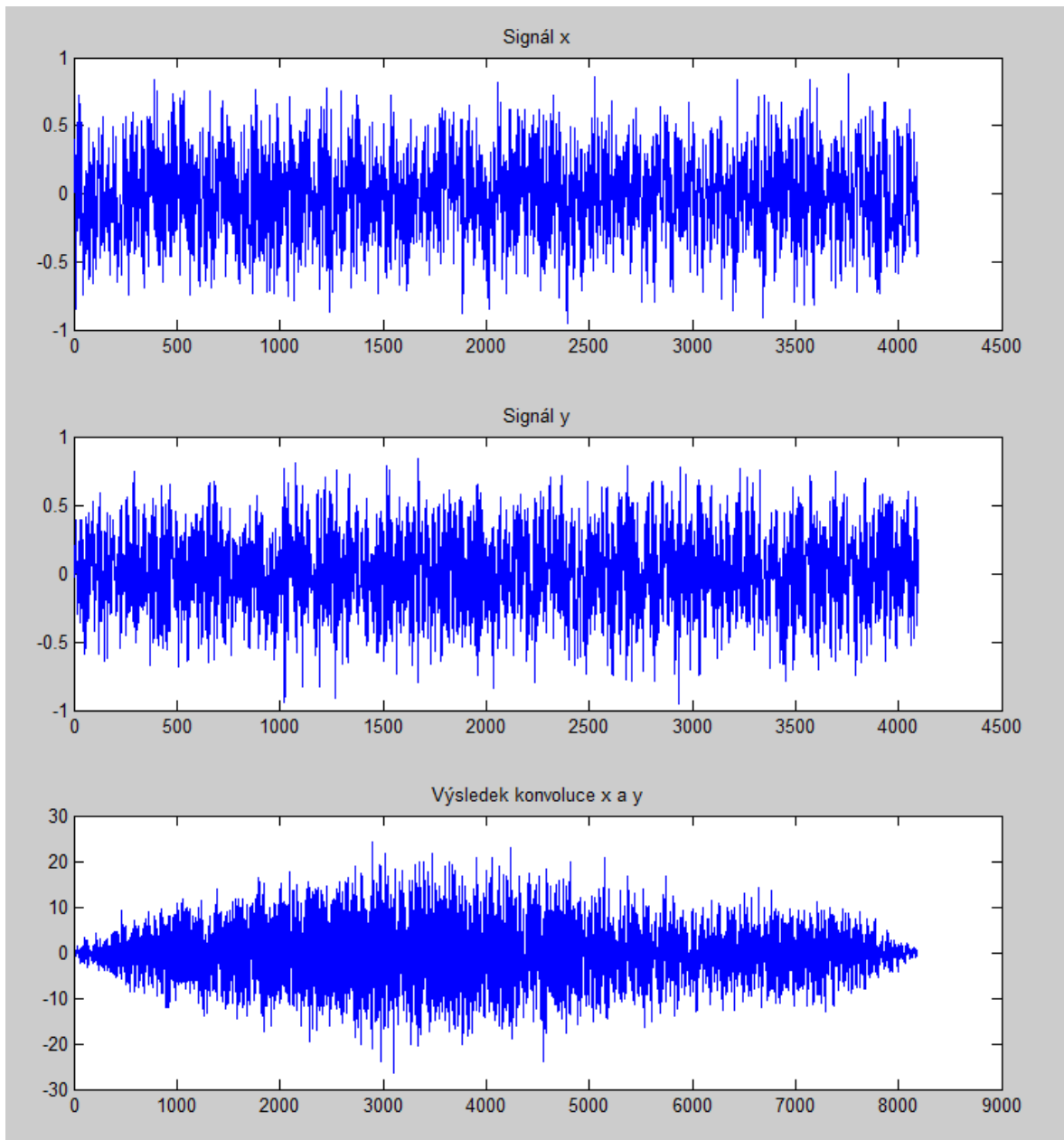
R = corrcoef(x,y) %výpočet korelačních koeficientů
C = cov(x,y) %výpočet kovariačních koeficientů
```

```
R =
    1.0000    -0.0206
   -0.0206     1.0000

C =
    0.0968   -0.0019
   -0.0019    0.0869
```

Obr. 14: Korelační a kovarianční koeficienty.

MATLAB vrátil matice 2x2. Na pozicích  $R_{11}$  a  $R_{22}$  jsou vzájemné korelační koeficienty, posloupností mezi sebou: x-x, y-y. Hledané koeficienty jsou na pozicích  $R_{12}$  a  $R_{21}$ .



*Obr. 15: Konvoluce dvou signálů.*

## ZÁVĚR

Různé metody zpracovávání signálů dnes nalézají široké využití v mnoha technických i dalších oborech, ať už se jedná o zpracování zvuku, obrazů nebo různých dat z externích zdrojů. Systém MATLAB je jedním z několika málo kvalitních nástrojů, pomocí kterých je možné se signály pracovat, zpracovávat je nebo vytvářet. Můžeme si pomocí něj naprogramovat vlastní funkce, které vyhovují přesně našim potřebám, nebo využít integrovaných funkcí obsažených přímo v MATLABu. Vhodným doplňkem MATLABu při práci se signály je knihovna *Signal Processing Tool*, která obsahuje velké množství užitečných funkcí a nástrojů, které rozšiřují již tak různorodou paletu funkcí systému MATLAB.

V teoretické části této práce jsme se seznámili se signály, provedli jejich rozdělení, charakteristiky a ukázali si základní matematické operace a nástroje, s nimiž nad nimi pracujeme. Krátce jsme si představili systém MATLAB a jeho součásti, aby čtenář získal základní představu.

V praktické části jsme navrhli jednoduché a dobře okomentované příklady pro práci se signály, získávání jejich charakteristik a práce s nimi pomocí systému MATLAB.

## CONCLUSION

Various methods of processing signals are widely used today in many technical and in other fields, whether it is the processing of sound, images or data from various external sources. The MATLAB is one of the few quality tools that you can use to work with signals, process them or produce them. We can use him to program our own functions that fit exactly to our needs, or use the integrated functions contained directly in MATLAB. A good complement to MATLAB, when working with signals, is Signal Processing Tool Library, which contents a large number of useful features and tools that extend the already wide range of functions in MATLAB.

In the theoretical part of this work we are familiar with the signals, carried their classification, characteristics, and showed a basic mathematical operations and instruments with which we are working on them. Briefly, we introduced a system MATLAB and its components, that the reader gets the basic idea.

In the practical part, we devised a simple and well-annotated examples for working with signals, obtaining their characteristics and work with them using MATLAB.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] ZAPLATÍLEK K., DOŇAR B.: *Matlab, začínáme se signály*. Praha: BEN, 2006. 271 p. ISBN 80-7300-200-0
- [2] ZAPLATÍLEK K., DOŇAR B.: *Matlab, tvorba uživatelských aplikací*. Praha: BEN, 2004., 215 p. ISBN 80-7300-133-0
- [2] OPPENHEIM A., WILLSKY A.: *Signals and Systems*. N.J. USA: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1997. ISBN 01-3814-757-4
- [3] VÍCH, R., SMÉKAL, Z.: *Číslicové filtry*. Praha: Academia, 2000. ISBN 80-200-0761-X
- [4] HLAVÁČ V., SEDLÁČEK M.: *Zpracování signálů a obrazů*. ČVUT, 2001. ISBN 80-01-02114-09
- [5] DAVÍDEK V., LAIPERT M., VLČEK M.: *Analogové a číslicové filtry*. ČVUT 2006. ISBN 80-0103-026-1
- [7] NEVŘIVA P.: *Analýza signálu a soustav*. Praha: BEN, 2000. 671 p. ISBN 80-7300-004-0

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

SPT	Signal Processing Tool – toolbox, knihovna příkazů pro zpracování signálů.
FT	Fourierova transformace.
FŘ	Fourierova řada.
DFŘ	Diskrétní Fourierova řada.
DFT	Diskrétní Fourierova transformace.
DTFT	Discrete-time Fourier Transform – Fourierova transformace s diskretním časem
FFT	Fast Fourier Transform
GUI	Graphical User Interface

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

<i>Obr. 1: Příklady typů signálů .....</i>	<i>13</i>
<i>Obr. 2: Rozdělení metod analýzy číslicových signálů .....</i>	<i>15</i>
<i>Obr. 3: Lineární diskrétní konvoluce dvou signálů .....</i>	<i>20</i>
<i>Obr. 4: Pracovní plocha MATLABu verze 7.12.0.....</i>	<i>27</i>
<i>Obr. 5: Příklad editace m-souboru v MATLABU a Poznámkovém bloku .....</i>	<i>28</i>
<i>Obr. 6: 3D plošný graf vykreslený pomocí příkazu <code>surf()</code>.....</i>	<i>29</i>
<i>Obr. 7: Diracův jednotkový impulz.....</i>	<i>31</i>
<i>Obr. 8: Pravoúhlý impulz .....</i>	<i>32</i>
<i>Obr. 9: Spektrum signálu <math>x</math>, vykreslena jen jedna polovina spektra .....</i>	<i>33</i>
<i>Obr. 10: Spektrum signálu <math>x</math>, celé spektrum .....</i>	<i>34</i>
<i>Obr. 11: Distribuční funkce signálu <math>x</math> .....</i>	<i>36</i>
<i>Obr. 12: Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti signálu <math>x</math> .....</i>	<i>37</i>
<i>Obr. 13: Funkce spektrální hustoty signálu <math>x</math>.....</i>	<i>37</i>
<i>Obr. 14: Korelační a kovarianční koeficienty. ....</i>	<i>38</i>
<i>Obr. 15: Konvoluce dvou signálů .....</i>	<i>39</i>

## SEZNAM PŘÍLOH

P I: CD s textem práce a zdrojovými kódy.