

# Řízení reálného modelu zásobníku na kapalinu

Bc. Martin Mašlan

---

Diplomová práce  
2014



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
akademický rok: 2013/2014

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Martin Mašlan**  
Osobní číslo: **A12407**  
Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**  
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Řízení reálného modelu zásobníku na kapalinu**

Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se a popište laboratorní model Armfield PCT40, speciálně s modulem pro měření výšky hladiny.
2. V teoretické části se zaměřte na metody modelování, simulace a řízení technologických procesů.
3. Vytvořte matematický model zásobníku na kapalinu a proveďte simulace statické a dynamické charakteristiky.
4. Naměřte statické a dynamické charakteristiky zásobníku na kapalinu a porovnejte je se simulačními výsledky z předchozího bodu.
5. Navrhněte vhodnou metodu pro řízení výšky hladiny v zásobníku, otestujte ji simulačně a poté ověřte na reálném modelu.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. FAUSETT, L. V. **Numerical Methods: Algorithms and Applications**. Prentice Hall; 2002, ISBN 0130314005.
2. BOHÁČ, Z., ČASTOVÁ, N.: **Základní numerické metody**. Skriptum VŠB-TUO, Ostrava 1997. ISBN 80-7078-975-1.
3. INGHAM, J., DUNN, I. J., HEINZLE, E., PŘENOSIL, J. E.: **Chemical Engineering Dynamics. An Introduction to Modeling and Computer Simulation**. Second, Completely Revised Edition, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 2000. ISBN 9783527307593.
4. LUYBEN, W.L.: **Process modelling, simulation and control for chemical engineers**. McGraw-Hill, New York, 1989. ISBN 0-07-039159-9.
5. CORRIOU, J.-P. **Process control. Theory and applications**. Springer-Verlag , London. 2004. ISBN 978-1-85233-776-6.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Jiří Vojtěšek, Ph.D.**

Ústav řízení procesů


Datum zadání diplomové práce: **7. března 2014**

Termín odevzdání diplomové práce: **11. června 2014**

Ve Zlíně dne 7. března 2014



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*děkan*



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*

### **Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

### **Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- Že odevzdaná verze diplomové/bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

## **ABSTRAKT**

Tato diplomová práce je zaměřena na metody modelování, simulace a řízení technologických procesů reprezentovaného zásobníkem na kapalinu. Nejprve byl vytvořen matematický model tohoto procesu, na kterém byly provedeny simulační experimenty, které byly poté ověřeny měřením na reálném modelu zařízení. Pro řízení byla navržena adaptivní metoda, která patří do třídy tzv. moderních metod řízení. Tato metoda je založena na volbě externího lineárního delta modelu (delta-ELM) jehož parametry jsou průběžně identifikovány a parametry regulátoru jsou přepočítány na základě těchto identifikovaných parametrů. Syntéza řízení využívá polynomiální syntézu společně s metodou přiřazení pólů a spektrální faktorizací. Navržený regulátor byl nejdříve simulačně ověřen na matematickém modelu a poté také měřením na reálném modelu zásobníku na kapalinu, který je součástí laboratorního modelu PCT 40. Tato metoda řízení dovoluje měnit průběh regulačního pochodu vhodnou volbou polohy umístění pólu. Výsledky ukázaly, že vybrané adaptivní řízení prokazuje dobré regulační výsledky a může být použito i pro tento nelineární systém.

*Klíčová slova: zásobník na kapalinu, matematický model, STC, polynomiální syntéza, umístění pólů, ELM, rekurzivní identifikace*

## **ABSTRACT**

This thesis deals with methods of modeling, simulation and control of technological processes represented by the water tank. First of all the mathematical model was created which were conducted simulation experiments, which were then verified by measurements on the real model. The adaptive control method was designed for control which belong to the class of so-called modern control methods. This method is based on the external linear model delta (delta-ELM) whose parameters are continuously identified and parameters of controller are recalculated based on the identified parameters. The synthesis of control use polynomial method along with pole placement method and spectral factorization. The designed controller was verified by simulation on a mathematical model and then was verified on the real model of water tank which is part of laboratory model PCT 40. This control method allows to change the course of measurement result by choice of the value of pole placement. Results showed that the selected control method prove efficient results of control that is why this control method can be use for this nonlinear system.

*Keywords: water tank, mathematical model, STC, polynomial synthesis, pole placement method, ELM, recursive identification*

Děkuji vedoucímu mé diplomové práce, panu Ing. Jiřímu Vojtěškovi, Ph.D, za cenné rady a připomínky, odborné vedení a čas, který mi během práce ochotně poskytl.

Dále bych chtěl poděkovat své rodině a přítelkyni za trpělivost a podporu v průběhu celého studia.

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské/diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

## OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>10</b>
<b>1 MODELOVÁNÍ A SIMULACE</b> .....	<b>11</b>
1.1 TVORBA MODELU NA ZÁKLADĚ BILANCÍ .....	11
1.2 STATICKÁ ANALÝZA.....	12
1.3 DYNAMICKÁ ANALÝZA.....	12
<b>2 IDENTIFIKACE A ŘÍZENÍ</b> .....	<b>14</b>
2.1 ADAPTIVNÍ ŘÍZENÍ.....	14
2.2 EXTERNÍ LINEÁRNÍ MODEL – DELTA MODEL.....	17
2.3 IDENTIFIKACE EXTERNÍHO LINEÁRNÍHO MODELU .....	20
<b>3 POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZA ŘÍZENÍ</b> .....	<b>24</b>
3.1 NÁVRH REGULÁTORU .....	24
3.1.1 1DOF konfigurace systému řízení.....	25
3.1.2 2DOF konfigurace systému řízení.....	28
3.2 METODA PŘÍRAZENÍ PÓLŮ.....	31
<b>4 VYHODNOCENÍ KVALITY REGULACE</b> .....	<b>33</b>
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>34</b>
<b>5 LABORATORNÍ MODEL PCT 40</b> .....	<b>35</b>
<b>6 VYTVOŘENÍ MATEMATICKÉH MODELU ZÁSOBNÍKU</b> .....	<b>40</b>
<b>7 SIMULACE A OVĚŘENÍ MATEMATICKÉHO MODELU</b> .....	<b>42</b>
7.1 VLIV KONSTANTY VENTILU .....	42
7.2 STATICKÁ ANALÝZA A MODEL USTÁLENÉHO STAVU.....	44
7.2.1 Porovnání statické charakteristiky simulovaného a reálného modelu .....	45
7.3 DYNAMICKÁ ANALÝZA.....	46
<b>8 PSV VENTIL</b> .....	<b>48</b>
<b>9 SYNTÉZA ADAPTIVNÍHO ŘÍZENÍ</b> .....	<b>51</b>
9.1 EXTERNÍ LINEÁRNÍ $\delta$ -MODEL PRO SOUSTAVU DRUHÉHO ŘÁDU .....	51
9.2 POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZA 1DOF ŘÍZENÍ .....	52
9.2.1 Simulační ověření řídicí strategie (1DOF konfigurace).....	56
9.2.2 Reálné ověření řídicí strategie (1DOF konfigurace) .....	65
9.3 POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZA 2DOF ŘÍZENÍ .....	74
9.3.1 Simulační ověření řídicí strategie (2DOF konfigurace).....	78
9.3.2 Reálné ověření řídicí strategie (2DOF konfigurace) .....	81
<b>10 TAKAHASIHO REGULÁTOR</b> .....	<b>88</b>
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>92</b>

<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>	<b>94</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....</b>	<b>96</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>99</b>
<b>SEZNAM TABULEK .....</b>	<b>100</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH .....</b>	<b>101</b>

## ÚVOD

V dnešní době je předpokladem k efektivnímu řízení daného systému znalost jeho vlastností. Většina procesů se však vykazuje nelineárními vlastnostmi, a proto se parametry takového procesu mohou měnit. Použití konvenčních metod řízení u těchto procesů, například klasických regulátorů s pevně nastavenými parametry, může vést k velmi nekvalitnímu, v některých případech i nemožnému řízení. Postupem času proto vznikaly takové řídicí systémy, které by se dokázaly přizpůsobit novým parametrům procesu, kdykoliv dojde k jejich změně. Takovéto chování řídicích algoritmů pak připomíná chování živých organismů, které se přizpůsobují okolním změnám prostředí. Vykazuje-li živý organismus takové chování, mluvíme o jeho adaptivitě. Proces přizpůsobování tedy nazýváme adaptací.

Pojem adaptace, který u živých organismů vyznačuje proces přizpůsobení, byl aplikován i na řídicí systémy. Adaptivní řídicí systémy mohou být klasifikovány do mnoha skupin. V této práci je využit tzv. samočinně se nastavující regulátor, který se vyznačuje zkratkou STC (Self-Tuning Controllers). Tento typ regulátorů je založen na průběžné identifikaci externího lineárního modelu (ELM) jakožto lineární reprezentace původně nelineárního systému a následném výpočtu jeho parametrů. Řízený proces je přitom aproximován externím lineárním delta modelem (delta-ELM), který se svými vlastnostmi přibližuje spojitému ELM, patří však do třídy diskretních modelů. Obecně lze totiž říci, že spojitý řídicí systém je vhodnější pro řízení nelineárních systémů. Parametry (delta-ELM) jsou průběžně odhadovány rekurzivní metodou nejmenších čtverců

Základním předpokladem pro návrh řízení nelineárního systému je znalost jeho statických a dynamických vlastností. Tyto vlastnosti mohou být získány měřením na reálném objektu. To ovšem z různých důvodů nelze v některých případech uskutečnit. Další možností, jak provést statickou a dynamickou analýzu, je vytvoření matematického modelu a následně na tomto modelu simulovat jeho statické a dynamické vlastnosti. Simulační experimenty šetří časové nároky, cenové náklady a hlavně jsou bezpečné oproti reálným experimentům. Statická analýza procesu vyjadřuje chování systému v ustáleném stavu, umožňuje určit ve kterých oblastech je systém nelineární resp. lineární a určit tak vhodný pracovní bod. Zjištění dynamických vlastností systému je obvykle další krok po statické analýze. Dynamická analýza vyjadřuje chování výstupní veličiny systému v důsledku změny vstupní veličiny systému. Podle dynamického chování systému volíme vhodnou strukturu řídicího systému.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 MODELOVÁNÍ A SIMULACE

Modelováním systémů se obecně rozumí proces tvorby *fyzikálního* nebo *matematického* modelu. Matematický model je abstrakce reálného procesu, umožňuje charakterizovat chování procesu, pokud jsou známy jeho vstupní veličiny. Matematický model neumožňuje popsat všechny vlastnosti procesu, není to také ani cílem modelování, dokonce se někdy zavádí určité zjednodušující předpoklady. Model ale musí vyzdvihovat ty nejdůležitější vlastnosti procesu. I když je matematický model neúplný, můžeme pomocí něj zjistit například dynamické chování systému nebo navrhnout optimální řídicí strategii. [1]

Modely můžeme identifikovat pomocí empirického přístupu. Takto získané modely se také nazývají *Black boxy*. Tyto modely nepopisují fyzikální jevy procesu, jsou založeny na přímém měření na reálném systému. Popisují tedy vztah mezi naměřenými vstupními a výstupními daty procesu. Black boxy jsou vhodné, když máme pouze omezený čas pro vytvoření procesu nebo když jsme dostatečně nepochopili fyzikální princip procesu. [2]

Další způsob získání modelu je založen na matematickém popisu fyzikálních a chemických zákonů jako je bilance (hmotnostní, energetické apod.). Tento způsob modelování dává fyzikální náhled o modelu. Poskytuje tak informace o reálných stavových veličinách. Model může být vytvořen, i když reálný proces dosud neexistuje. Takové to modely jsou často popsané diferenciální rovnicí, jejímiž parametry jsou reálné fyzikální veličiny, jako je průtok, teplota, tlak apod. V literatuře se často nazývají *white boxy*. [2]

Další přístup modelování je kombinace dvou předchozích zmíněných metod. Označována někdy jako *gray boxy*. Používá se, je-li znám matematicko-fyzikální popis systému, ale některé informace chybí, ty se doplní z empiricky získaných dat. [2]

### 1.1 Tvorba modelu na základě bilancí

Bilancováním rozumíme aplikaci zákonů zachování hmoty, energie, tepla, hybnosti apod. Kombinací s dalšími vlastnostmi procesu tvoří základní matematický popis systému. Výsledný model může obsahovat jednu jednoduchou rovnici, ale také soustavu několika rovnic [2]. Protože se dále v této práci budu zabývat modelováním zásobníku na kapalinu, uvádím tak níže jako příklad materiálové bilance. Materiálová bilance v ustáleném stavu může být slovně popsána následovně

$$\begin{pmatrix} \text{množství hmoty} \\ \text{vstupující do systému} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{množství hmoty} \\ \text{vystupující ze systému} \end{pmatrix}$$

Ve většině případů je však situace taková, že veličiny, které vstupují nebo vystupují z/do systému, jsou proměnné v čase. Za těchto okolností je materiálová bilance v ustáleném stavu nevhodná a musí být nahrazena dynamickou materiálovou bilancí, která obsahuje změny s ohledem na čas ve formě akumulace. [3]

$$\begin{pmatrix} \text{množství hmoty} \\ \text{vstupující do systému} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{množství hmoty} \\ \text{vystupující ze systému} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{množství hmoty} \\ \text{akumulované v systému} \end{pmatrix}$$

## 1.2 Statická analýza

Statická analýza je obvykle další krok po sestavení matematického modelu. Používá se k získání informací o systému a ke zkoumání jeho chování. Za pomoci statické analýzy můžeme zjistit ve kterých pracovních oblastech je systém lineární resp. nelineární. Z charakteristiky pak můžeme určit pracovní oblast, ve které bude řízení systému nejúčinnější a stanovit tak optimální pracovní bod. [4]

Statická analýza udává závislost ustálených výstupních hodnot systému na ustálených vstupních hodnotách systému. Zahrnuje tedy výpočet hodnot stavových veličin v čase  $t \rightarrow \infty$ , kdy jsou časové změny těchto proměnných rovny nule. Ustálený stav systému nalezneme tedy tak, že všechny časové derivace v matematickém modelu položíme rovno nule, tj.

$$\frac{d(\cdot)}{dt} = 0 \quad (1.1)$$

Existuje mnoho různých metod k řešení tohoto problému. Je-li systém lineární, soustava diferenciálních rovnic charakterizující tento systém může být přepsána na soustavu lineárních rovnic, které mohou být řešeny známými metodami, jako je například Gaussova eliminační metoda, inverzní matice atd. K řešení lze také použít některé z typů iteračních metod například Metodu prosté iterace, Newtonovu metodu atd. [4]

## 1.3 Dynamická analýza

Dalším krokem po statické analýze je dynamická analýza, která spočívá v numerickém řešení soustavy nelineárních časově invariantních systémů se soustředěnými parametry

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f[x(t), u(t)] \\ y(t) &= g[x(t), u(t)]\end{aligned}\quad (1.2)$$

kde  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$  je stavový vektor,  $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T$  vyjadřuje vstupní vektor,  $f = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$  a  $g = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T$  jsou nelineární vektorové funkce. Existuje mnoho metod jak řešit takovou soustavu rovnic, obecně je můžeme rozdělit do dvou hlavních skupin – jednokrokové a vícekrokové. [4]

V literatuře [5] jsou porovnány různé numerické metody pro řešení obyčejných diferenciálních rovnic. Metody jsou zde porovnávány z hlediska přesnosti a rychlosti výpočtu. V této práci využiji pro výpočet diferenciální rovnice velmi populární metodu *Runge-Kutta čtvrtého řádu* (RK4). Tato metoda je v praxi velmi často používána zejména pro její přesnost a lze ji také snadno naprogramovat. Vychází z Taylorova rozvoje, využívá prvních pět členů, které jsou převedeny do následující formy

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} \cdot (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (1.3)$$

kde se koeficienty  $g_{1-4}$  vypočítají dle vztahů

$$\begin{aligned}K_1 &= h \cdot f(x_i, y_i) \\ K_2 &= h \cdot f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}K_1\right) \\ K_3 &= h \cdot f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}K_2\right) \\ K_4 &= h \cdot f(x_i + h, y_i + K_3)\end{aligned}\quad (1.4)$$

## 2 IDENTIFIKACE A ŘÍZENÍ

Většina procesů v průmyslové praxi má stochastický charakter. Stochastický systém odpovídá nahodilému chování systému. Parametry takového procesu se mohou měnit. Změny parametrů mohou být vyvolány změnami pracovního režimu, změnou vstupních materiálů či v důsledku poruch. Použitím tradičních regulátorů s pevně nastavenými parametry je u takových procesů často nevhodné a obvykle směřuje k nekvalitnímu regulačnímu pochodu. Jedna z možných alternativ pro zlepšení kvality řízení takových procesů, je použít adaptivní řídicí systém. [6] Podrobněji se tomuto tématu věnuji v následující kapitole.

### 2.1 Adaptivní řízení

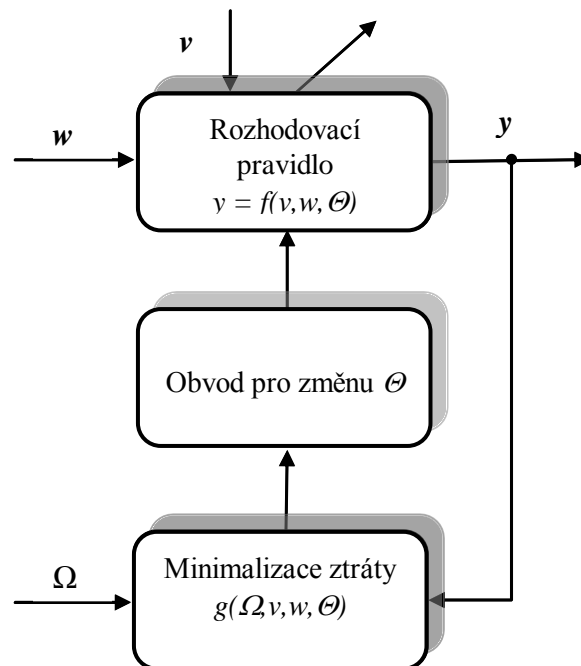
Adaptivní systém je tvořen třemi vstupy a jedním výstupem. Prostředí působící na adaptivní systém se skládá ze dvou částí: referenční veličiny  $w$  a poruchy  $v$ . Referenční veličina je zpravidla vytvářena uživatelem, kdežto poruchová veličina je obvykle neměřitelná. Posledním vstupem do systému je informace o jeho požadovaném chování  $\Omega$ . Výstupem systému je chování systému, které přiřazuje každému projevu  $w$  a  $v$  jediný výstup  $y$ .

$$y = f(w, v, \Theta) \quad (2.1)$$

Změna chování systému se provádí změnou parametrů  $\Theta$ . Za parametry  $\Theta$  se volí pro každou kombinaci  $(w, v, \Theta)$  takové parametry  $\Theta^*$ , aby za jednotku času nebo určitý časový úsek minimalizovali ztrátovou funkci  $g$ .

$$g(\Omega, w, v, \Theta^*) = \min g(\Omega, w, v, \Theta) \quad (2.2)$$

Můžeme tedy říci, že adaptace je proces, kterým se hledají parametry  $\Theta^*$  a trvá tak dlouho, dokud nejsou nalezeny. K procesu adaptace dochází vždy, dojde-li ke změně projevu prostředí  $w$  nebo  $v$ , nebo případně ke změně požadovaného chování  $\Omega$ . [7] Graficky znázorněnou strukturu adaptivního systému, můžeme vidět na Obr. 1.



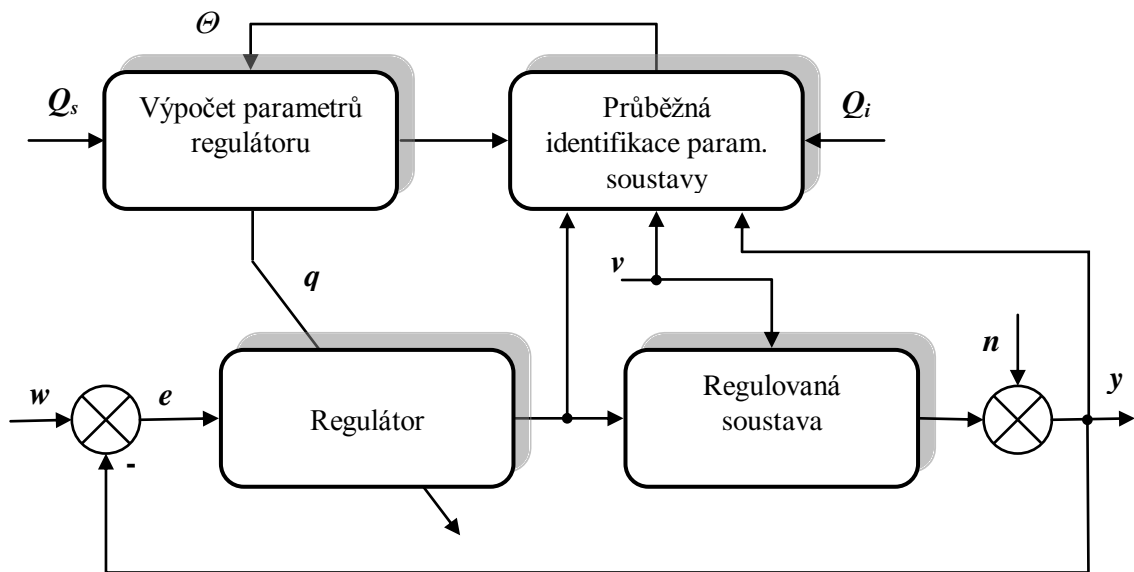
Obr. 1 – Vnitřní struktura adaptivního systému [7]

Jak je popsáno v literatuře [6], můžeme definici adaptivního řízení dále zjednodušit:

Adaptivní řídicí systém přizpůsobuje parametry nebo strukturu regulátoru na základě změn parametrů a struktury řízeného systému takovým způsobem, aby celý systém měl stále optimální chování v závislosti na zvoleném kritériu a nezávisle na případných změnách, které by mohly nastat. Klasifikovat takto pracující systémy můžeme do několika typů, jedním z těchto typů jsou *samočinně se nastavující regulátory*. [6]

### **Samočinně se nastavující regulátory**

Funkce těchto regulátorů je založena na průběžném odhadování vlastností soustavy a poruch, postupném zpřesňování těchto vlastností a tím i sledování možných změn systému. Princip fungování činnosti je zobrazen na Obr. 2, kde  $Q_i$  je kritérium identifikace a  $Q_s$  je kritérium syntézy řízení, kde pak na základě průběžného odhadu parametrů  $\Theta$  *externího lineárního modelu* (ELM) dále probíhá výpočet parametrů regulátoru pomocí vhodně zvolené metody syntézy regulátoru. Regulátor pracující na takovém principu je v literatuře označován také jako *Self-Tuning Controller – STC*. [8]



Obr. 2 – Blokové schéma samočinně se nastavujícího regulátoru [7]

### ARX model (Auto-Regressive eXogenous)

Identifikace v adaptivním řízení má svá specifika a z toho důvodu je vhodné při rekurzivní identifikaci ELM pracovat s ARX modelem, který modeluje výstup soustavy podle vztahu [7,8]

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{na} a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{nb} b_i u(k-i) + \sum_{i=1}^{nd} d_i v(k-i) + e_s(k) \quad (2.3)$$

kde  $a_i$  a  $b_i$  jsou odhadované parametry ELM,  $d_i$  jsou parametry měřené poruchy,  $e_s$  je stochastický šum. Regresní model ARX se často také zapisuje ve vhodnější vektorové formě

$$y(k) = \Theta^T(k) \varphi(k) + e_s(k) \quad (2.4)$$

kde  $\Theta^T(k)$  je vektor parametrů vyšetřovaného modelu ve tvaru

$$\Theta^T(k) = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{na} \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{na} \ d_1 \ d_2 \ \dots \ d_{na}] \quad (2.5)$$

a  $\varphi^T(k)$  je vektor dat, tzv. regresor

$$\varphi^T(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-n) \ u(k-1) \dots u(k-m) \ v(k-1) \dots v(k-d)] \quad (2.6)$$

Kvalitu regresního modelu posuzujeme podle chyby predikce, tj. odchylka mezi naměřenou a predikovanou výstupní veličinou

$$\hat{e}(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (2.7)$$

Pro výpočet predikované výstupní veličiny  $\hat{y}(k)$  se používá vztah (2.3) při  $e_s(k) = 0$ . [7]

## 2.2 Externí lineární model – delta model

Z hlediska průběhu signálů rozlišujeme dva systémy, a to spojitý a diskrétní. Spojitý systém má všechny signály spojitě v čase, u diskrétního systému jsou signály v čase nespojitě. Diskrétní přenos má přednost především v jednoduché struktuře modelu, a proto je vhodný k experimentální identifikaci. Perioda vzorkování  $T_s$  musí být volena tak, aby nedocházelo ke ztrátě informace obsažené ve spojitém signálu. Správná volba periody tedy ovlivňuje chování dynamického systému. Obvykle se tedy snažíme periodu vzorkování zkracovat, protože tím se nám do určitého okamžiku zlepšuje kvalita regulace. [7,9]

Zkracováním periody vzorkování  $T_s$  ale může dojít i ke zhoršení regulace dokonce i k nestabilitě regulátoru. Diskrétní přenos, případně model zapsaný pomocí operátoru  $q$ , který je definován vztahem

$$q \cdot y(k) = y(k+1) \quad (2.8)$$

obsahuje periodu vzorkování pouze implicitně. To znamená, že pokud se perioda vzorkování blíží k nule, diskrétní model zapsaný s použitím operátoru  $q$  nekonverguje hladce ke spojitě reprezentovaným modelům. Z toho plyne, že diskrétní modely nemají v případě použití velmi malé periody vzorkování žádnou spojitou analogii. Při použití velmi malé periody vzorkování kořeny čitatele z-přenosu konvergují k nule, což vede k numerické nestabilitě identifikačních a řídicích algoritmů. Kořeny jmenovatele z-přenosu se blíží k hranici stability. [7,9]

Jedno z řešení tohoto problému publikovali ve své knize [10] Middleton a Googwin, ve které popisují vztahy mezi diskrétní a spojitou teorií. Zavedli alternativní diskrétní operátor, nazývaný *delta operátor*. Operátor poskytuje prostou lineární vazbu na modely s operátorem posuvu. Konverguje ke spojitým derivacím se vzorkovací periodou přibližující se k nule, a také konverguje tak, že jeho inverzní operátor je kauzální. Delta operátor je definován vztahem

$$\delta = \frac{q-1}{T_s} \quad (2.9)$$

Z definice operátoru posuvu (2.8) a delta operátoru (2.9) můžeme psát

$$\delta u(k) = \frac{u(k+1) - u(k)}{T_s} \quad (2.10)$$

Ze vztahu (2.10) je patrné, že  $\delta$  operátor aproximuje derivaci, což vyplývá ze vzorkování spojitého diferencovatelného signálu  $u(t)$  a vzorkovací periody  $T_s$ . Konverguje-li perioda vzorkování k nule, aproximace se zlepšuje. V případě že  $u(k) = u(kT_s)$ , pak

$$\delta u(k) \cong \left. \frac{du(t)}{dt} \right|_{u=u(kT_s)} \quad (2.11)$$

Jak je popsáno v článku [9], zavedeme novou komplexní proměnnou  $\gamma$ , asociovanou s operátorem  $\delta$  podle vztahu

$$\gamma = \frac{z-1}{T_s} \quad (2.12)$$

Poté se dá dokázat, že mezi komplexně proměnnými  $\gamma$  a  $z$ , platí definiční vztah (2.13)

$$\gamma = \frac{z-1}{\beta \cdot T_s \cdot z + (1-\beta) \cdot T_s} \text{ pro } 0 \leq \beta \leq 1 \quad (2.13)$$

Dosažením hodnoty za  $\beta$  z příslušného intervalu dostaneme nekonečný počet nových modelů, označovaných jako delta modelů. V praxi jsou nejpoužívanější tři základní případy, a to dopředný model, zpětný model a Tustinův model (Tab. 1). [9]

Tab. 1 – Nejpoužívanější delta modely [9]

Název $\delta$ – modelu	$\beta$	$\gamma$
dopředný	$\beta = 0$	$\gamma = \frac{z-1}{T_s}$
zpětný	$\beta = 1$	$\gamma = \frac{1-z^{-1}}{T_s}$
Tustinův	$\beta = 0,5$	$\gamma = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}$

Externí lineární model popsaný ve spojité časové oblasti diferenciální rovnicí má tvar

$$a(\sigma)y(t) = b(\sigma)u(t) \quad (2.14)$$

V komplexní oblasti je vyjádřen přenosem jako

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (2.15)$$

kde  $\deg(b) \leq \deg(a)$ .

Bude-li se zkracovat perioda vzorkování  $T_s$ , pak  $\delta$  operátor aproximuje operátor derivace  $\sigma$  tak, že bude platit

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} \delta = \sigma \quad (2.16)$$

a spojité model (2.14) musí být přepsán do tvaru

$$a'(\delta)y(t') = b'(\delta)u(t') \quad (2.17)$$

kde  $a'(\delta), b'(\delta)$  jsou diskrétní polynomy a čas  $t'$  představuje diskrétní čas.

Nyní můžeme zavést substituci  $t' = k - n$  pro  $k \geq n$  a rovnici (2.17) přepsat do tvaru

$$\begin{aligned} \delta^n y(k-n) = & b'_m \delta^m u(k-n) + \dots + b'_1 \delta u(k-n) + b'_0 u(k-n) - \\ & - a'_{n-1} \delta^{n-1} y(k-n) - \dots - a'_1 \delta y(k-n) - a'_0 y(k-n) \end{aligned} \quad (2.18)$$

jednotlivé prvky jsou dány jako

$$\delta^i y(k-n) = \sum_{j=0}^i \frac{(-1)^j}{T_s^i} \binom{i}{j} y(k-n+i-j), \text{ pro } i = 0, 1, \dots, n \quad (2.19)$$

$$\delta^l u(k-n) = \sum_{j=0}^l \frac{(-1)^j}{T_s^l} \binom{l}{j} u(k-n+l-j), \text{ pro } l = 0, 1, \dots, m \quad (2.20)$$

Jednotlivé části v rovnici (2.18) můžou být zapsány jako

$$\begin{aligned} y_\delta(k) &= \delta^n y(k-n), & u_\delta(k-n+m) &= \delta^m u(k-n), \\ y_\delta(k-1) &= \delta^{n-1} y(k-n), & u_\delta(k-n+m-1) &= \delta^{m-1} u(k-n), \\ &\vdots & &\vdots \\ y_\delta(k-n+1) &= \delta y(k-n), & u_\delta(k-n+1) &= \delta u(k-n), \\ y_\delta(k-n) &= y(k-n), & u_\delta(k-n) &= u(k-n) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Vektor dat je potom

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}_\delta(k-1) = & [-y_\delta(k-1), \dots, -y_\delta(k-n+1), -y_\delta(k-n), \\ & u_\delta(k-n), u_\delta(k-n-1), \dots, u_\delta(k-n+1), u_\delta(k-n)]^T \end{aligned} \quad (2.22)$$

a vektor parametrů ve tvaru

$$\boldsymbol{\Theta}_\delta(k) = [a'_{n-1}, \dots, a'_1, a'_0, b'_m, b'_{m-1}, \dots, b'_1, b'_0]^T \quad (2.23)$$

je počítán z diferenciální rovnice

$$y_\delta(k) = \boldsymbol{\Theta}_\delta^T(k) \cdot \boldsymbol{\varphi}_\delta(k-1) + \varepsilon(k) \quad (2.24)$$

kde  $\varepsilon(k)$  je neměřitelný náhodný prvek. [4]

### 2.3 Identifikace externího lineárního modelu

Při adaptivním řízení s použitím samočinně se nastavujících regulátorů nás zajímají pouze ty metody identifikace, které můžeme použít v reálném čase. Pro odhad parametrů v reálném čase je nejvhodnější použít rekurzivní identifikační metody. Rekurzivní výpočet je takový, ve kterém odhady v kroku  $k$  získáme tak, že novými daty opravíme staré odhady  $\boldsymbol{\Theta}(k-1)$  v čase  $k-1$ . Nejznámější rekurzivní procedura pro odhady parametrů ARX modelu je tzv. *rekurzivní metoda nejmenších čtverců* – RMNČ [8]. Odvození RMNČ můžeme nalézt například v literatuře [1] a může být vyjádřena následujícími vztahy [1]

$$\begin{aligned} \hat{e}(k) &= y(k) - \boldsymbol{\varphi}^T(k) \cdot \boldsymbol{\Theta}(k-1) \\ \xi(k) &= [1 + \boldsymbol{\varphi}^T(k) \cdot \mathbf{C}(k-1) \cdot \boldsymbol{\varphi}(k)]^{-1} \\ \mathbf{L} &= \xi(k) \cdot \mathbf{C}(k-1) \cdot \boldsymbol{\varphi}(k) \\ \mathbf{C}(k) &= \mathbf{C}(k-1) - \xi(k) \cdot \mathbf{C}(k-1) \cdot \boldsymbol{\varphi}(k) \cdot \boldsymbol{\varphi}^T(k) \cdot \mathbf{C}(k-1) \\ \boldsymbol{\Theta}(k) &= \boldsymbol{\Theta}(k-1) + \mathbf{L}(k) \cdot \hat{e}(k) \end{aligned} \quad (2.25)$$

kde  $\hat{e}$  je chyba predikce a  $y$  představuje měřený výstup systému,  $\xi$  je pomocný skalár a  $\mathbf{C}$  je kovarianční matice.

Každý rekurzivní algoritmus musí mít definované počáteční podmínky. U základní verze RMNČ to jsou  $\boldsymbol{\Theta}(0)$  a  $\mathbf{C}(0)$ , hodnotu kovarianční matice  $\mathbf{C}(0)$  můžeme chápat jako neurčitost odhadu  $\boldsymbol{\Theta}(0)$ . Obě počáteční podmínky mají vliv na konvergenční vlastnosti RMNČ. Protože v počátku identifikace obecně neznáme apriorní informace o chování systému, obvykle kovarianční matici volíme jako  $\mathbf{C}(0) = c \cdot \mathbf{I}$ , kde  $\mathbf{I}$  je jednotková matice a  $c$  je velká konstanta, tím budeme mít na hlavní diagonále velké hodnoty v řádu  $10^5 - 10^{10}$ . [1]

U časově variantních objektů, ve kterých se v průběhu času parametry mění, může nastat situace, že nová data lépe vystihují aktuální dynamku systému, než data starší, která považujeme za méně informativní. V takovém případě je vhodné starší data násobit menšími

váhovými koeficienty tak, aby novější data více ovlivňovala aktuální odhady parametrů. Princip takového vážení spočívá v zapomínání neboli potlačení starších informací. Nejpoužívanější technikou, jak dosáhnout takového vážení, je zavedení tzv. *exponenciálního zapomínání dat*. [11]

Modifikace základní verze RMNČ, která využívá exponenciálního zapomínání dat, spočívá ve změně výpočtu kovarianční matice podle vztahu

$$C(k) = \frac{1}{\lambda_1(k-1)} \left[ C(k-1) - \frac{C(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)\boldsymbol{\varphi}^T(k)C(k-1)}{\frac{\lambda_1(k-1)}{\lambda_2(k-1)} + \boldsymbol{\varphi}^T(k)C(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)} \right] \quad (2.26)$$

kde  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  jsou faktory zapomínání, které ovlivňují kovarianční matici  $C$  a mají opačný účinek. Hodnota  $\lambda_1$  se volí v rozsahu  $0 < \lambda_1 \leq 1$  a má za následek zvětšování kovarianční matice, hodnota  $\lambda_2$  zmenšuje kovarianční matici a volí se v rozsahu  $0 < \lambda_2 \leq 2$ . [1]

Rozdílné hodnoty  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  vedou k různým modifikacím RMNČ, mezi nejznámější patří následující modifikace, které jsou popsány například v literatuře [1]:

- **Konstantní exponenciální zapomínání** pro  $\lambda_1 < 1$  a  $\lambda_2 = 1$

Typická hodnota pro  $\lambda_1$  se volí v rozsahu  $\langle 0,95; 0,99 \rangle$ . Parametr  $\lambda_1$  ovlivňuje postupné zapomínání starších informací, přičemž největší váha je na poslední hodnotě. Tuto modifikaci je vhodné použít, jestliže je třeba identifikovat pomalé změny procesu. [1]

- **Klesající zesílení** pro  $\lambda_2 = \lambda_1 = 1$

Zesílení se snižuje a kovarianční matice se zvyšuje. Tato modifikace je vhodná pro identifikaci s konstantními parametry, odpovídá základní verzi RMNČ popsané vztahy (2.25). [1]

- **Rostoucí exponenciální zapomínání** pro  $\lambda_2 = 1$

Hodnota  $\lambda_1$  je dána vztahem  $\lambda_1(k) = \lambda_0 \lambda_1(k-1) + 1 - \lambda_0$ . Typické počáteční podmínky pro zapomínající parametr jsou  $\lambda_0(k) = \lambda_0(0) \in \langle 0,95; 0,99 \rangle$ . Hodnota tohoto zapomínajícího parametru asymptoticky konverguje k 1, a pouze počáteční data jsou zapomenuta. Tato modifikace je vhodná pro systém s konstantními

parametry, ale počáteční informace jsou považovány za nejisté a jsou zapomenuty.  
[1]

Existuje jedna nevýhoda rekurzivních metod s exponenciálním zapomínáním. Nejsou-li k dispozici dlouhou dobu žádné nové údaje, může se stát, že kovarianční matice  $\mathbf{C}$  se stane semi-definitní a algoritmus se zhroutí. Tento problém se nazývá *bursting effect* [1]. Tato situace se řeší buď vypínáním identifikace, nebo jinou formou zapomínání. Proto byla vyvinuta metoda *směrového (adaptivního) zapomínání*, která obsahuje vlastnost měnit množství zapomínané informace podle charakteru dat. [7] Jak je uvedeno v [7], rekurzivní metoda nejmenších čtverců rozšířena o techniku směrového (adaptivního) zapomínání vychází z aktualizace odhadů parametrů podle rekurzivního vztahu

$$\boldsymbol{\theta}(k) = \boldsymbol{\theta}(k-1) + \frac{\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k-1)}{1 + \xi(k-1)} \hat{e}(k) \quad (2.27)$$

kde pomocný skalár  $\xi$  je

$$\xi(k) = \boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k) \quad (2.28)$$

a chyba predikce

$$\hat{e}(k) = y(k) - \boldsymbol{\theta}^T(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k) \quad (2.29)$$

Jestliže  $\xi(k) > 0$ , potom je kovarianční matice aktualizována podle vztahu

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) + \frac{\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)\boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{C}(k-1)}{\nu^{-1}(k) + \xi(k-1)} \quad (2.30)$$

kde

$$\nu(k) = \lambda(k) - \frac{1 - \lambda(k)}{\xi(k-1)} \quad (2.31)$$

v případě že  $\xi(k-1) = 0$ , pak

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) \quad (2.32)$$

Hodnota adaptivního směrového zapomínání  $\lambda(k)$  je počítána dle vztahu

$$\lambda(k) = \left\{ 1 + (1 + \rho) [\ln(1 + \xi(k))] + \left[ \frac{(\nu(k) + 1)\eta(k)}{1 + \xi(k) + \eta(k)} - 1 \right] \frac{\xi(k)}{1 + \xi(k)} \right\}^{-1} \quad (2.33)$$

kde pomocné proměnné se vypočítají podle vztahů

$$\begin{aligned}\eta(k) &= \frac{\hat{e}^2(k)}{\kappa(k)}; & \nu(k) &= \lambda(k-1)[\nu(k-1)+1] \\ \kappa(k) &= \lambda(k-1) \left[ \kappa(k-1) + \frac{\hat{e}^2(k)}{1+\xi(k)} \right]\end{aligned}\tag{2.34}$$

Počáteční hodnoty jsou obvykle voleny  $\lambda(0)=1$ ;  $\kappa(0)=0,001$ ;  $\nu(0)=10^{-6}$ ;  $\rho=0,99$ . [7]

### 3 POLYNOMIÁLNÍ SYNTÉZA ŘÍZENÍ

Pomocí polynomiální metody syntézy systému řízení můžeme určit jak strukturu regulátoru, tak i vztah pro výpočet jeho parametrů. Na rozdíl od konvenčních metod syntézy, kde volíme určitý typ regulátoru, nejčastěji ze třídy PID regulátorů, a poté podle daných pravidel pro zvolenou metodu, počítáme jeho parametry. Polynomiální přístup k syntéze systému řízení je tak důležitou součástí při návrhu regulačního řízení. Je založen na vstupně – výstupních relacích časově invariantního lineárního systému. Metoda vychází z podílu dvou polynomů, které chápeme jako racionální přenos pro lineární systém. [12]

#### 3.1 Návrh regulátoru

Návrh regulátoru je proveden řešením polynomiálních rovnic. Výhodou u této metody je, že výsledné rovnice pro výpočet parametrů regulátoru jsou snadno programovatelné, a tak může být metoda vhodně použita např. u adaptivního řízení. Další výhodou je ta, že metoda může být použita pro návrh řízení systémů s neminimální fází, systémů s integračními vlastnostmi, a také u nestabilních systémů. Dále je vhodná pro jiný referenční signál než skokový např. lineární rampa, sinusový signál a jiné. [12]

V rámci aplikace polynomiální metody na systém řízení patří mezi základní požadavky na systém tyto faktory:

- stabilita systému řízení,
- vnitřní ryzost systému (tzn., že metoda umožňuje pouze fyzikálně realizované regulátory),
- asymptotické sledování žádané hodnoty výstupu (referenčního signálu),
- kompenzace poruchy vstupující do systému řízení.

Jak již bylo výše zmíněno, přenosy jednotlivých složek v regulačním obvodu jsou chápány jako racionální funkce, resp. podíly polynomů. Přenosy akční veličiny a poruchy v regulačním obvodu uvažujeme tedy ve tvarech

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (3.1)$$

$$G_v(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{c(s)}{a(s)} \quad (3.2)$$

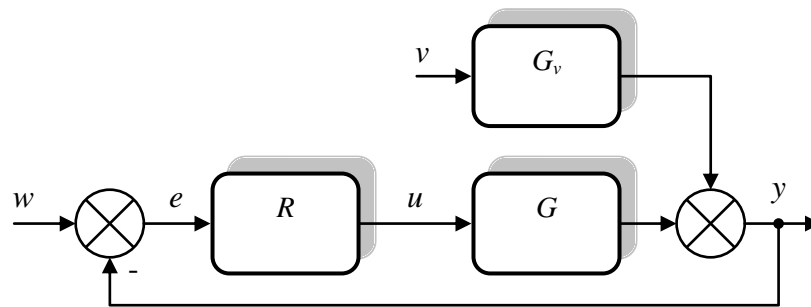
kde  $a(s)$ ,  $b(s)$  a  $c(s)$  jsou polynomy komplexní proměnné  $s$  (spojité modely), dále předpokládejme, že polynomy  $b,a$  a  $c,a$  jsou nesoudělné, podmínky ryzosti jsou pak vyjádřeny následujícími nerovnostmi. [12]

$$\deg b(s) \leq \deg a(s), \quad \deg c(s) \leq \deg a(s) \quad (3.3)$$

Dále budu popisovat dvě základní konfigurace, které jsou odvozeny v [12], jedná se o 1DOF a 2DOF konfigurace.

### 3.1.1 1DOF konfigurace systému řízení

Označení této konfigurace vychází z anglického slova *one degree of freedom*, v překladu znamená jeden stupeň volnosti. Na Obr. 3 je znázorněno schéma této konfigurace, jde vlastně o klasickou konfiguraci se zpětnovazebním regulátorem  $Q$ .



Obr. 3 – 1DOF konfigurace systému řízení [12]

Na Obr. 3 představují přenosy  $G$  a  $G_v$  řízený systém,  $y$  značí řízený výstup,  $u$  akční zásah,  $w$  referenční signál,  $e$  regulační odchylku a  $v$  poruchu vstupující do řízeného systému.

Přenosovou funkci zpětnovazebního regulátoru  $Q$  vyjádříme podílem polynomů  $q(s)$  a  $p(s)$

$$Q(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (3.4)$$

s podmínkou ryzosti

$$\deg q(s) \leq \deg p(s) \quad (3.5)$$

Také přenosové funkce referenčního signálu i poruchy můžeme rovněž zapsat jako podíly polynomů ve tvaru

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)}, \quad V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (3.6)$$

s podmínkou ryzosti

$$\deg h_w(s) \leq \deg f_w(s), \quad \deg h_v(s) \leq \deg f_v(s) \quad (3.7)$$

Pro obrazy řízeného výstupu a akčního zásahu dále platí

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) + G_v(s) \cdot V(s) = \frac{b(s)}{a(s)} U(s) + \frac{c(s)}{a(s)} V(s) \quad (3.8)$$

$$U(s) = Q(s) \cdot E(s) = Q(s) \cdot [W(s) - Y(s)] = \frac{q(s)}{p(s)} \cdot [W(s) - Y(s)] \quad (3.9)$$

Nyní můžeme upravením předchozích rovnic vyjádřit základní signály v regulačním obvodu

$$Y(s) = \frac{1}{d(s)} [b(s)q(s)W(s) + c(s)p(s)V(s)] \quad (3.10)$$

$$E(s) = \frac{p(s)}{d(s)} [a(s)W(s) - c(s)V(s)] \quad (3.11)$$

$$U(s) = \frac{q(s)}{d(s)} [a(s)W(s) - c(s)V(s)] \quad (3.12)$$

kde  $d(s)$  představuje *charakteristický polynom přenosu uzavřeného regulačního obvodu*.

$$d(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s) \quad (3.13)$$

Charakteristický polynom v sobě zahrnuje známé polynomy  $a(s)$  a  $b(s)$  z přenosu řízeného systému, a neznámé polynomy  $q(s)$  a  $p(s)$  z přenosu regulátoru. Definice podmínky vnitřní stability uzavřeného regulačního obvodu zní následovně [12]:

*Systém řízení (regulační obvod) je stabilní tehdy, jestliže polynomy  $q(s)$  a  $p(s)$  v přenosu zpětnovazebního regulátoru (3.4) jsou řešením polynomiální (diofantické) rovnice (3.13) se stabilním polynomem  $d(s)$  na pravé straně [12].*

Dále se budeme věnovat podmínce pro asymptotické sledování žádané hodnoty a kompenzace poruchy. V literatuře [12] je tato podmínka detailně odvozena. Zjednodušeně lze však psát, že upravíme-li polynom  $p(s)$  na tvar

$$p(s) = f(s) \cdot \tilde{p}(s) \quad (3.14)$$

kde polynom  $f(s)$  je nejmenší společný násobek (NSN) jmenovatele přenosu poruchy  $f_v(s)$  a jmenovatele přenosu referenční veličiny  $f_w(s)$  vyjádřenými vztahem (3.6), pak bude

podmínka asymptotické sledování žádané hodnoty a kompenzace poruchy splněna. Dále dosadíme-li vztah (3.14) do (3.13) získáme tak rovnici (3.15), která splňuje podmínku stability i asymptotické sledování žádané hodnoty a kompenzace poruchy.

$$d(s) = a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) \quad (3.15)$$

Přenosová funkce regulátoru pak bude ve tvaru

$$\tilde{Q}(s) = \frac{q(s)}{f(s)\tilde{p}(s)} \quad (3.16)$$

Při řešení polynomiální rovnice (3.15) použijeme postup založený na úvaze o řešitelnosti těchto rovnic metodou neurčitých koeficientů.

Stupeň polynomu  $d(s)$  je dán vyšším stupněm ze stupňů obou členů na levé straně polynomiální rovnice. Z podmínek ryzosti (3.3) a (3.5) je zřejmé, že vždy bude platit  $\deg(a(s) \cdot f(s) \cdot \tilde{p}(s)) \geq \deg(b(s) \cdot q(s))$  a stupeň polynomu  $d(s)$  je pak

$$\deg d(s) = \deg(a(s) \cdot f(s) \cdot \tilde{p}(s)) = \deg a(s) + \deg f(s) + \deg \tilde{p}(s) \quad (3.17)$$

Počet neznámých koeficientů v (3.15) je

$$\deg \tilde{p}(s) + \deg q(s) + 2 \quad (3.18)$$

a počet rovnic je pak

$$\deg d(s) + 1 = \deg a(s) + \deg f(s) + \deg \tilde{p}(s) + 1 \quad (3.19)$$

Počet neznámých parametrů a počet rovnic musí být stejný, porovnáním (3.18) a (3.19) dostaneme

$$\deg q(s) = \deg a(s) + \deg f(s) - 1 \quad (3.20)$$

dále pak z nerovnosti (3.5) a po úpravě dostaneme

$$\deg \tilde{p}(s) \geq \deg a(s) - 1 \quad (3.21)$$

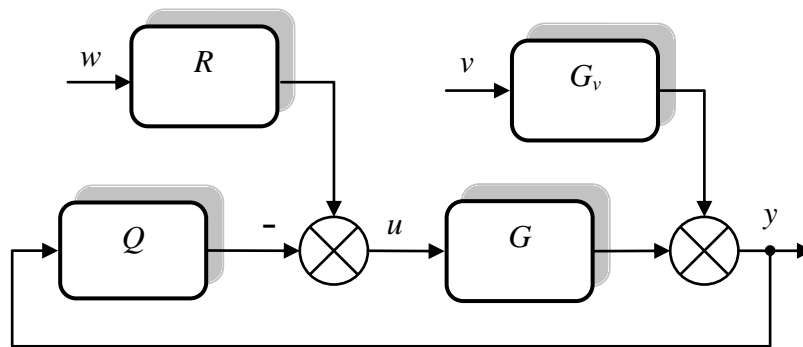
a dosazením nerovnosti (3.21) do (3.19) získáme pro stupeň pravé strany a celkový stupeň polynomiální rovnice

$$\deg d(s) \geq 2 \deg a(s) + \deg f(s) - 1 \quad (3.22)$$

Výše odvozené vztahy (3.20) až (3.22) nám umožňují rychle určit strukturu regulátoru, znaménko rovnosti ve (3.21) bude určovat že, regulátor bude nestriktně ryzí, znaménko ostré nerovnosti bude určovat, že půjde o striktně ryzí regulátor.

### 3.1.2 2DOF konfigurace systému řízení

Označení 2DOF vzniklo z anglického *two degrees of freedom*, v překladu znamená dva stupně volnosti. V této konfiguraci obsahuje regulátor vedle zpětnovazební části i přímovazební část  $R$ . Schéma je zobrazeno na Obr. 4. [12]



Obr. 4 – 2DOF konfigurace řízení [12]

Přenosy  $G$  a  $G_v$  představují řízený systém,  $y$  je řízený výstup,  $u$  akční zásah,  $w$  referenční signál a  $v$  poruchu vstupující do řízeného systému. Přenosové funkce obou regulátorů jsou opět ve tvaru

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)}, \quad R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} \quad (3.23)$$

kde  $p(s)$ ,  $q(s)$  a  $r(s)$  jsou nesoudělné polynomy s podmínkami ryзости

$$\deg q(s) \leq \deg p(s), \quad \deg r(s) \leq \deg p(s) \quad (3.24)$$

Obrazy řízeného výstupu a akčního zásahu můžeme vyjádřit jako

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) + G_v(s) \cdot V(s) = \frac{b(s)}{a(s)} U(s) + \frac{c(s)}{a(s)} V(s) \quad (3.25)$$

$$U(s) = R(s) \cdot W(s) - Q(s) \cdot Y(s) = \frac{r(s)}{p(s)} W(s) - \frac{q(s)}{p(s)} Y(s) \quad (3.26)$$

Nyní můžeme upravením předchozích rovnic vyjádřit základní signály v regulačním obvodu takto

$$Y(s) = \frac{1}{d(s)} [b(s)q(s)W(s) + c(s)p(s)V(s)] \quad (3.27)$$

$$E(s) = \frac{1}{d(s)} [(d(s) - b(s)r(s))W(s) - c(s)p(s)V(s)] \quad (3.28)$$

$$U(s) = \frac{1}{d(s)} [a(s)r(s)W(s) - c(s)q(s)V(s)] \quad (3.29)$$

kde  $d(s)$  opět představuje *charakteristický polynom*

$$d(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s) \quad (3.30)$$

Stabilita je tedy zajištěna zpětnovazební částí regulátoru, když polynomy přenosové funkce budou řešením polynomiální rovnice (3.30). Dosadíme-li do obrazu regulační odchylky vztahy (3.6) dostaneme

$$E(s) = \frac{1}{d(s)} \left[ (d(s) - b(s)r(s)) \frac{h_w(s)}{f_w(s)} - c(s)p(s) \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \right] \quad (3.31)$$

Pro splnění podmínky pro úplnou kompenzaci poruchy, je postačující, aby polynom  $f_v$  dělil polynom  $p$ , tedy musí být ve tvaru

$$p(s) = f_v(s) \cdot \tilde{p}(s) \quad (3.32)$$

a pro splnění podmínky asymptotického sledování je postačující, aby polynom  $f_w(s)$  dělil polynom  $d(s) - b(s)r(s)$ , tedy jestliže  $d(s) - b(s)r(s)$  bude součinitelem nějakého polynomu  $t(s)$  a polynomu  $f_w(s)$

$$d(s) - b(s)r(s) = t(s)f_w(s) \quad (3.33)$$

Poté dosazením (3.32) do (3.30) a úpravou vztahu (3.33) získáme dvě polynomiální rovnice

$$d(s) = a(s)f_v(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) \quad (3.34)$$

$$d(s) = t(s)f_w(s) + b(s)r(s) \quad (3.35)$$

jejichž řešením získáme výsledný regulátor, který má přenosové funkce ve tvaru

$$\tilde{Q}(s) = \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)}, \quad \tilde{R}(s) = \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} \quad (3.36)$$

Neznámé stupně polynomu v rovnicích (3.34) a (3.35) odvodíme podobně jako u 1DOF konfigurace systému řízení. Stupeň polynomu  $d(s)$  a tedy stupeň rovnice (3.34) i (3.35) je

$$\deg d(s) = \deg(a(s) \cdot f_v(s) \cdot \tilde{p}(s)) = \deg a(s) + \deg f_v(s) + \deg \tilde{p}(s) \quad (3.37)$$

Počet neznámých koeficientů v (3.34) je opět

$$\deg \tilde{p}(s) + \deg q(s) + 2 \quad (3.38)$$

a počet rovnic v (3.34) je pak

$$\deg d(s) + 1 = \deg a(s) + \deg f_v(s) + \deg \tilde{p}(s) + 1 \quad (3.39)$$

Protože musí platit, že počet neznámých koeficientů a počet rovnic se musí rovnat, můžeme porovnáním vztahů (3.38) a (3.39) získat stupeň polynomu  $q(s)$

$$\deg q(s) = \deg a(s) + \deg f_v(s) - 1 \quad (3.40)$$

dále pak z nerovnosti (3.24) po dosazení (3.32) a následné úpravě dostaneme

$$\deg \tilde{p}(s) \geq \deg a(s) - 1 \quad (3.41)$$

Tento vztah však můžeme zapsat i tak, že zavedeme číslo  $k = 0, 1, 2, \dots$  a přepíšeme jej na

$$\deg \tilde{p}(s) = \deg a(s) - 1 + k \quad (3.42)$$

a pro stupeň pravé strany, tedy i celkový stupeň obou polynomiálních rovnic

$$\deg d(s) = 2 \deg a(s) + \deg f_v(s) - 1 + k \quad (3.43)$$

Budeme-li uvažovat podmínky ryzosti v rovnici (3.35), bude vždy platit  $\deg b(s)r(s) \leq \deg d(s)$ , stupeň polynomu  $d(s)$  musí pak odpovídat stupni prvního členu levé strany, můžeme tedy psát

$$\deg d(s) = \deg t(s) + \deg f_w(s) \quad (3.44)$$

Porovnáme-li počet neznámých koeficientů v rovnici (3.35), což jsou všechny koeficienty polynomu  $t(s)$  a  $r(s)$ , s počtem rovnic pro jejich výpočet tedy

$$\deg t(s) + \deg r(s) + 2 = \deg t(s) + \deg f_w(s) + 1 \quad (3.45)$$

Rovnici (3.45) poté upravíme na tvar

$$\deg r(s) = \deg f_w(s) - 1 \quad (3.46)$$

Pro určení čísla  $k$  vycházíme z podmínky ryzosti (3.24), do které postupně dosadíme (3.46), (3.32) a (3.41) a po úpravě obdržíme  $k \geq \deg f_w(s) - \deg f_v(s) - \deg a(s)$ . Číslo  $l$  však nemůže být záporné, nastane-li tato situace, dosadíme za  $l$  hodnotu 0. Můžeme tedy postupovat následovně

$$l_0 = \deg f_w(s) - \deg f_v(s) - \deg a(s) \quad (3.47)$$

a poté pro  $k$  bude platit

$$\begin{aligned} l &\geq 0 \text{ pro } l_0 \leq 0 \\ l &\geq k_0 \text{ pro } l_0 > 0 \end{aligned} \quad (3.48)$$

Nakonec se stupeň polynomu  $t(s)$  určí jako

$$\deg t(s) = \deg d(s) - \deg f_w(s) = 2 \deg a(s) + \deg f_v(s) - \deg f_w(s) - 1 + k \quad (3.49)$$

Opět můžeme vidět, že pomocí odvozených vztahů lze rychle určit strukturu regulátoru [12].

### 3.2 Metoda přiřazení pólů

Jak už víme, podmínkou stability regulačních obvodů v obou popsaných konfiguracích je, že polynomy v přenosových funkcích regulátorů musí být výsledkem řešení polynomiálních rovnic se stabilním polynomem na pravé straně. Avšak vhodnou volbou tohoto polynomu, tedy jeho pólů, můžeme ovlivňovat kvalitu řízení, a to průběh řízeného výstupu případně akčního zásahu. Můžeme tedy říct, že součástí polynomiální metody je *úloha přiřazení pólů* (*Pole-assignment*) přenosu uzavřeného regulačního obvodu. [12]

Polynom  $d(s)$  můžeme obecně zapsat ve tvaru

$$d(s) = \prod_{i=1}^{\deg d(s)} (s - s_i) \quad (3.50)$$

kde  $s_i = \alpha_i + j\phi_i$  jsou *kořeny* polynomu. Polynom  $d(s)$  je stabilní, v případě že reálné složky kořenů jsou záporné, tzn., že  $\alpha_i < 0$ . Jestliže zvolíme póly reálné, tedy když imaginární část bude nulová ( $\phi = 0$ ), pak bude výsledný regulační pochod aperiodický. Zvolíme-li alespoň jeden z pólů komplexně sdružený, bude regulační pochod kmitavý. Velikost reálných složek pólů ovlivňuje rychlost regulačního pochodu. Tím je myšleno, že pokud budou reálné složky vzdálenější od nuly, tím bude regulační pochod rychlejší, ale

s většími nároky na akční zásah. Póly nemusí být samozřejmě různé, ale mohou být voleny jako vícenásobné póly. To je nejspíš nejjednodušší předpis pro nalezení polynomu  $d(s)$  ve tvaru

$$d(s) = (s + \alpha)^{\deg d} \quad (3.51)$$

kde  $\alpha > 0$ , zvolením polynomu  $d(s)$  jako vícenásobného pólu dosáhneme jednodušších výpočtů, ale problém může nastat v dosažené kvalitě regulačního pochodu. Jedna z cest jak vyřešit tento problém je, že část polynomu  $d(s)$  bude dána parametry přenosu řízeného systému [12]. Je tedy vhodné polynom  $d(s)$  rozdělit na dva polynomy  $m(s)$  a  $n(s)$

$$d(s) = m(s) \cdot n(s) \quad (3.52)$$

polynom  $m(s)$  je dán jako

$$m(s) = (s + \alpha_i)^{\deg d - \deg n} \quad (3.53)$$

kde  $\alpha_i > 0$  a polynom  $n(s)$  je dán výsledkem spektrální faktorizace polynomu  $a(s)$

$$n^*(s) \cdot n(s) = a^*(s) \cdot a(s) \quad (3.54)$$

## 4 VYHODNOCENÍ KVALITY REGULACE

K vyhodnocení kvality regulace využijí integrální kritéria kvality, která zjišťují kvalitu nastavení parametrů regulátoru v časové oblasti. Kritéria vychází z průběhu regulační odchylky  $e(t)$ , tedy z odezvy regulačního obvodu na skokovou změnu žádané hodnoty.

### Kvadratické integrální kritérium

Kritérium vyjadřuje kvadratickou regulační plochu, netrápí nás zde záporné regulační odchylky, protože jejich kvadrát je kladné číslo. Proto je vhodné jak pro aperiodické tak i periodické systémy. Kritérium je dáno vztahem

$$J_K = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (4.1)$$

### Kritérium ITAE (Integral of Time multiplied by Absolute value of Error)

Toto kritérium odstraňuje nevýhodu kvadratického kritéria, což je kmitavý výsledek odezvy s relativně velkým překmitem. ITAE se řadí mezi váhová kritéria, kde váha odchylky narůstá lineárně s časem. V případě že  $e(\infty) = 0$ , kritérium je dáno vztahem

$$J_{ITAE} = \int_0^{\infty} |e(t)|t dt \quad (4.2)$$

Výše zmíněná kritéria kvality lze použít jak pro spojitě tak i pro diskrétní vyhodnocení kvality regulačního pochodu. Ve všech případech totiž můžeme nahradit integrál sumou, čímž se provede numerická integrace. Ve své práci budu kvalitu regulace vyhodnocovat podle kritérií založených na výpočtu sumace kvadrátů regulační odchylky  $e(k)$ , přírůstků akční veličiny  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$  a kritéria ITAE

$$S_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^2(k); \quad S_u = \frac{1}{N} \sum_{k=2}^N \Delta u^2(k); \quad S_{ITAE} = k|e(k)| \quad (4.3)$$

kde  $N$  je celkový počet kroků simulace resp. měření a  $k$  je krok měření. [15]

Dále kromě vizuálního porovnání regulačních pochodů můžeme kvalitu regulace dále posuzovat podle doby regulace a relativního překmitu (přeregulování).

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 5 LABORATORNÍ MODEL PCT 40

V dalších kapitolách budu vytvářet matematický model zásobníku na kapalinu, a poté navrhovat strategii řízení výšky hladiny pro tento model. Navrhnutou strategii řízení ověřím právě na laboratorním modelu Armfield PCT 40 (Obr. 5).

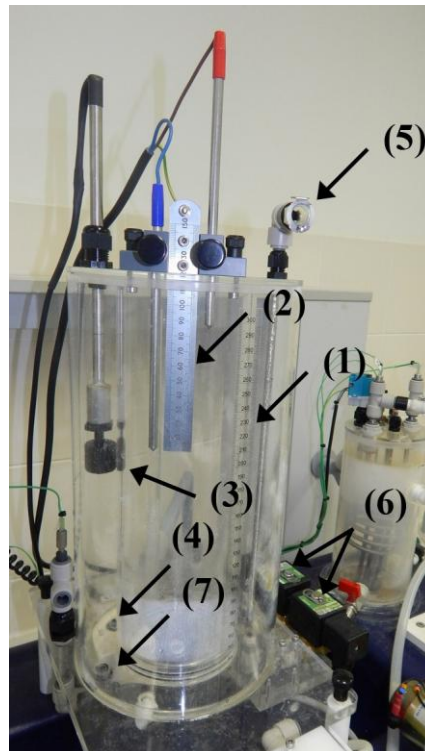


Obr. 5 – Laboratorní výukový model PCT 40 rozšířený o chemický reaktor (PCT 41 a 42)

Tento výukový model je určen především pro výuku technologických a chemických procesů, jako je například regulace výšky hladiny v zásobníku, regulace teploty ve výměníku, řízení průtoku, regulace tlaku apod. Základní model PCT 40 se skládá z tvarového podstavce, na kterém jsou umístěny procesní nádoby, čerpadla, senzory a další prvky elektrického připojení. Velká provozní nádoba je umístěna uprostřed nosné konzoly. Nádoba má proměnný objem a je v ní umístěno několik typů senzorů pro snímání výšky hladiny. Napravo je umístěna malá nádoba, která obsahuje elektrické odporové topení, termostat a spirálový tepelný výměník, který je možno použít k chlazení nebo ohřívání kapaliny v nádobě. [16]

Laboratorní model PCT 40 je dále rozšířen o modul PCT 41, který je umístěn na levé straně podstavce. Představuje model chemického reaktoru, který obsahuje míchadlo s elektromotorem, chladicí popř. topnou spirálu a snímač elektrické vodivosti. Základní model je dále rozšířen o modul PCT42, který představuje snímač pH. [16]

Já ve své práci využiji velkou procesní nádobu (Obr. 6), ve které budu regulovat výšku hladiny.



Obr. 6 – Velká procesní nádoba

Jak bylo zmíněno výše, nádoba má proměnný objem, uvnitř procesní nádoby je umístěn odnímatelný válec, který zmenšuje objem nádoby. V nádobě je použito několik typů snímačů pro měření výšky hladiny, jedná se o průhledové měřítko pro vizuální odečítání výšky hladiny (1), dále pak výškově nastavitelný plovákový snímač (2), vodivostní snímač s nastavitelnými elektrodami pro různé úrovně hladiny (3) a piezoelektrický snímač hydrostatického tlaku (4), který je umístěn ve dně nádoby. Na piezoelektrický snímač působí hydrostatický tlak, který je měřen vůči atmosférickému tlaku. Analogový signál ze snímače je tak úměrný výšce hladiny v nádobě. Právě pomocí tohoto snímače budu ve své práci snímat výšku hladiny v nádobě.

Nádoba je dále opatřena potřebnými elementy pro vstup vody do nádoby (5) a dále třemi vypouštěcími ventily. Jedná se o dva solenoidové ventily (6) (SOL2 a SOL3), které jsem později použil k vyvolání poruchy při regulaci a jeden klasický manuálně nastavitelný ventil (7), který sloužil jako vypouštěcí ventil kapaliny.

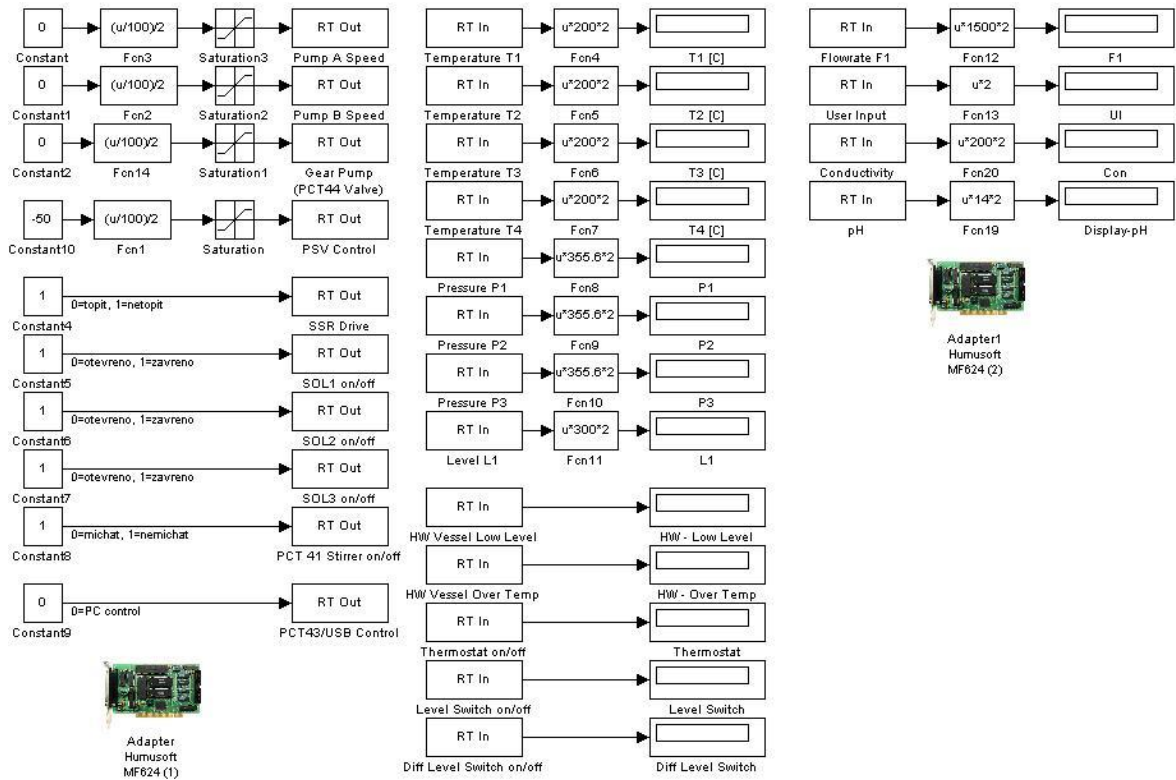
Pro přívod kapaliny do nádoby se může použít klasický solenoidový ventil (SOL1) nebo proporcionální solenoidový ventil (PSV), které jsou zobrazeny na Obr. 7. Třetí možností přívodu kapaliny do nádoby je použití peristaltických pump.



Obr. 7 – Solenoidový ventil SOL1 a proporcionální solenoidový ventil PSV

Výšku hladiny jsem tedy reguloval pomocí vstupního průtoku kapaliny do nádoby. Kapalínu jsem do nádoby přiváděl pomocí PSV pumpy, která má spojitě nastavitelný rozsah průtoku od 0 do 100 %, a proto je vhodná pro spojitou regulaci přívodu kapaliny.

K propojení s počítačem disponuje model dvěma typy připojení. Jedná se o rozhraní Universal Serial Bus (USB), které používá speciální software ArmSoft. Software je dodáván od firmy Armfield spolu s modelem. Obsahuje několik předdefinovaných projektů, ze kterých si lze vybrat nebo si můžeme vytvořit projekt vlastní. Software umožňuje komunikaci se všemi senzory v reálném čase. Je v něm zahrnut také základní PID regulátor s nastavitelnými parametry. Nevýhodou tohoto softwaru je, že nepodporuje další řídicí strategie. Tato nevýhoda může být odstraněna druhým typem připojení, a to 60-ti nebo 50-ti pinového konektoru, pomocí něhož může být model propojený s počítačem. Počítač musí obsahovat technologickou PCI kartu, v tomto případě je využita technologická karta MF624 od firmy Humusoft. Propojením modelu PCT 40 přes technologickou kartu umožňuje řízení všech procesů plně programovat s použitím programu Matlab a Simulink (Obr. 8) a jeho nástroje Real-time toolbox.

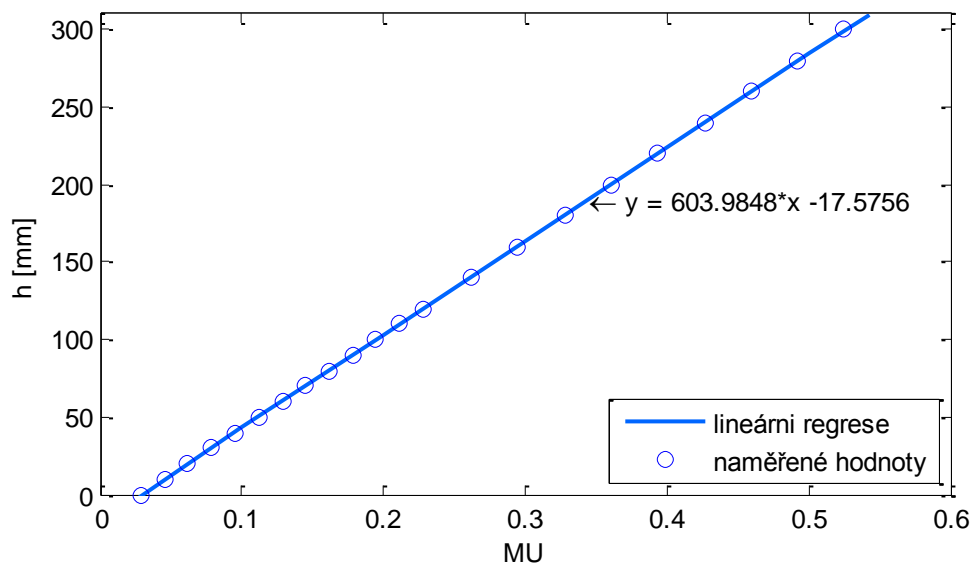


Obr. 8 – Základní schéma vytvořené v programu Simulink

V této práci jsem pro všechna měření, řízení a zaznamenávání hodnot použil příkazové okno v programu Matlab a příkazy `rtin` a `rtout`.

### Kalibrace senzoru výšky hladiny

Jak je uvedeno v předešlé kapitole, ovládání modelu je prováděno buď pomocí dodávaného softwaru od firmy Armifield přes rozhraní USB nebo pomocí technologické karty a programu Matlab/Simulink. Před samotným měřením a získáváním jakýchkoliv dat jsem provedl kontrolu senzorů. Zjistil jsem, že senzor výšky hladiny je nepřesně nakalibrován, a proto jsem provedl kalibraci vlastní. Naměřil jsem tedy závislost výstupu ze senzoru na výšce hladiny. Jak můžeme vidět v následujícím grafu (Graf 1), závislost je lineární. Naměřená data jsem proložil lineární regresí a dostal tak rovnici lineární regrese ve tvaru  $y = 603,98 \cdot x - 17,576$ .



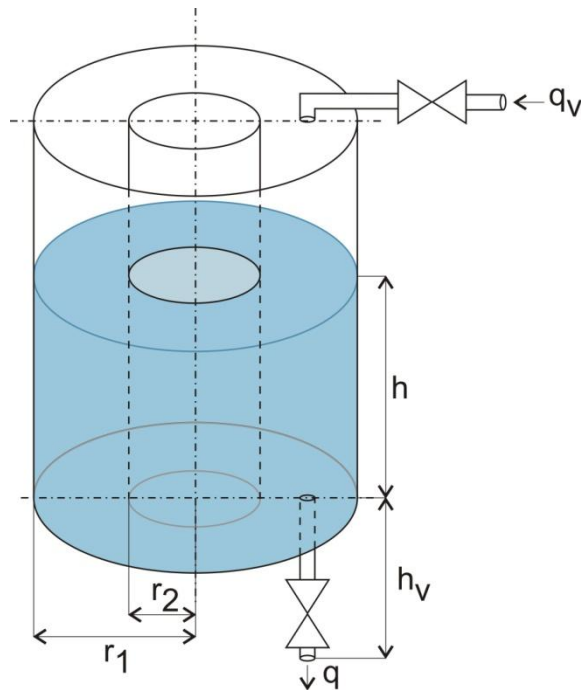
Graf 1 – Kalibrace senzoru výšky hladiny

Za pomoci této rovnice jsem přepočítával výstup ze senzoru na skutečnou výšku hladiny, kde jsem za proměnnou  $x$  dosadil hodnotu získanou ze senzoru a vypočítaná hodnota  $y$  pak udávala skutečnou výšku hladiny v  $mm$ .

## 6 VYTVOŘENÍ MATEMATICKÉH MODELU ZÁSOBNÍKU

Model zásobníku na kapalinu je odvozen pomocí materiálové bilance. Výstupem je nelineární obyčejná diferenciální rovnice.

Modelování tohoto systému kombinuje techniky modelování, které byly popsány v kapitole 1. Schematické znázornění zásobníku na kapalinu lze nalézt na Obr. 5.



Obr. 9 – Schematické znázornění zásobníku  
na kapalinu

Kde  $q$  (bez ohledu na index) označuje objemové průtoky kapalin v  $ml \cdot min^{-1}$  a  $h$  výška hladiny v  $mm$ . Objem zásobníku je označen jako  $V$ . Vstupní veličinou systému je vstupní průtok  $q_v$ , stavovými veličinami jsou výška hladiny  $h$  a průtok  $q$ .

Matematický model jsem určil na základě materiálové bilance. Slovní vyjádření zní následovně

$$\{\text{přítok do zásobníku}\} = \{\text{odtok ze zásobníku}\} + \{\text{akumulace}\}.$$

Na základě slovního vyjádření přepíši materiálovou bilanci do matematických vztahů jako

$$q_v = q + \frac{dV}{dt} \quad (6.1)$$

Jelikož je průřez zásobníku konstantní, můžeme změnu objemu vyjádřit pomocí změny výšky hladiny  $dV = F dh$ , a poté můžeme předchozí rovnici zapsat ve tvaru

$$q_v = q + F \frac{dh}{dt} \quad (6.2)$$

S počáteční podmínkou  $h(0) = h^s$ , kde  $F$  je obsah podstavy nádrže v  $mm^2$ . Podstava nádrže má tvar mezikruží, obsah podstavy je tedy dán vztahem

$$F = \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2 \quad (6.3)$$

kde  $r_1 = 87mm$ ,  $r_2 = 57mm$ .

Je známo, že průtok kapaliny přes ventil je úměrný druhé odmocnině z rozdílu tlaků kapaliny před a za ventilem. V tomto případě jde o hydrostatický tlak úměrný výšce hladiny v zásobníku, pro průtoky tedy platí

$$q = k \cdot \sqrt{h} \quad (6.4)$$

Kde  $k$  je konstanta ventilu. Jelikož v ustáleném stavu platí  $q^s = q_v^s$ , dostaneme po dosazení tohoto vztahu do předchozí rovnice rovnici pro výpočet ustálené hodnoty výšky hladiny

$$q_v^s = k \cdot \sqrt{h^s} \Rightarrow k = \frac{q_v^s}{\sqrt{h^s}} \quad (6.5)$$

Výsledný matematický model má pak tvar

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{F} [q_v(t) - k \cdot \sqrt{h(t)}] \quad (6.6)$$

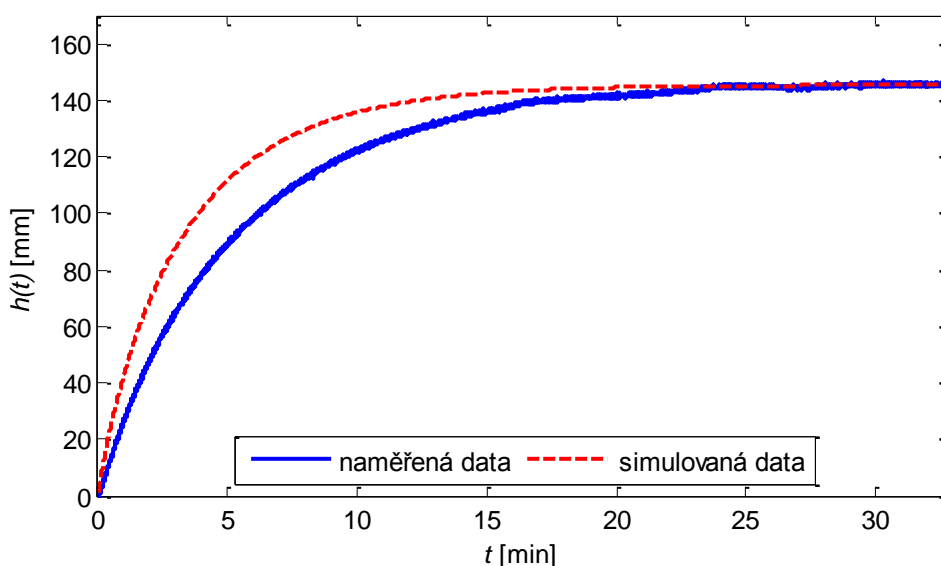
V diferenciální rovnici (6.6) je konstanta ventilu  $k$  zatím neznámá. Konstanta ventilu byla zjištěna experimentálně na daném reálném modelu. Pomocí PSV ventilu jsem nastavil vstupní průtok kapaliny na hodnotu  $q_v = 953 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ . Při takovém průtoku se hladina v zásobníku ustálila na hodnotě  $h^s = 145 \text{ mm}$ . Aby byly jednotky sjednocené v celé práci, převedl jsem hodnotu vstupního průtoku na  $q_v = 953 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$ . Konstantu ventilu poté vypočítáme pomocí vztahu (6.5) tedy

$$k = \frac{q_v^s}{\sqrt{h^s}} = \frac{953 \cdot 10^3}{\sqrt{145}} = 7,914 \cdot 10^4 \text{ mm}^{\frac{5}{2}} \cdot \text{min}^{-1} \quad (6.7)$$

## 7 SIMULACE A OVĚŘENÍ MATEMATICKÉHO MODELU

Nyní když známe hodnotu konstanty vypouštěcího ventilu, můžeme matematický model otestovat a porovnat s reálnými naměřenými daty. Pro výpočet diferenciálních rovnic disponuje program Matlab několika funkcemi. Nejznámější a nejpoužívanější je funkce *ode45*. I když by bylo velmi jednoduché použít tuto funkci pro řešení diferenciální rovnice modelu (5.6), v této práci jsem použil populární metodu Runge-Kutta čtvrtého řádu popsanou v kapitole 1.3. Metoda je v praxi velmi často používána pro její jednoduchou implementaci. Výsledek první simulace pro stejný vstupní objemový průtok vody, jako když byla zjišťována konstanta ventilu, tedy  $q_v = 953 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ , je znázorněn v Grafu 2.

Jak můžeme vidět v Grafu 2, hladina dosáhla stejné hodnoty jak v simulaci, tak při reálném měření, avšak dynamika matematického modelu je od toho reálného odlišná. Proto jsem provedl několik dalších měření pro jiný vstupní objemový průtok a znovu vypočítal konstantu ventilu. Výsledky jsou popsány v následující kapitole.



Graf 2 – Měřená a simulovaná data pro  $q_v = 953 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$

$$a \ k = 7,914 \cdot 10^4 \text{ mm}^{\frac{5}{2}} \cdot \text{min}^{-1}$$

### 7.1 Vliv konstanty ventilu

Provedl jsem několik dalších měření pro různé vstupní objemové průtoky  $q_v$ . Výsledky můžeme vidět v Tab. 2. Je zřejmé, že hodnota konstanty ventilu  $k$  se pro různé vstupní průtoky liší v relativně velkém rozsahu.

Tab. 2 – Výsledky měření na reálném modelu

Průtok $q$ [ $ml \cdot min^{-1}$ ]	Průtok $q$ [ $mm^3 \cdot min^{-1}$ ]	Ustálená výška hladiny $h^s$ [ $mm$ ]	Konstanta ventilu $k$ $\left[ mm^{\frac{5}{2}} \cdot min^{-1} \right]$	Nová konstanta ventilu $k_n$ $\left[ mm^{\frac{5}{2}} \cdot min^{-1} \right]$
607	$607 \cdot 10^3$	13	$1,684 \cdot 10^5$	$6,434 \cdot 10^4$
646	$646 \cdot 10^3$	26	$1,267 \cdot 10^5$	$6,396 \cdot 10^4$
769	$769 \cdot 10^3$	67	$9,397 \cdot 10^4$	$6,432 \cdot 10^4$
795	$795 \cdot 10^3$	78	$9,002 \cdot 10^4$	$6,406 \cdot 10^4$
828	$828 \cdot 10^3$	88	$8,827 \cdot 10^4$	$6,466 \cdot 10^4$
915	$915 \cdot 10^3$	125	$8,184 \cdot 10^4$	$6,454 \cdot 10^4$
953	$953 \cdot 10^3$	145	$7,914 \cdot 10^4$	$6,411 \cdot 10^4$
990	$990 \cdot 10^3$	164	$7,731 \cdot 10^4$	$6,390 \cdot 10^4$
1010	$1010 \cdot 10^3$	170	$7,746 \cdot 10^4$	$6,440 \cdot 10^4$
1072	$1072 \cdot 10^3$	204	$7,506 \cdot 10^4$	$6,406 \cdot 10^4$
1137	$1137 \cdot 10^3$	240	$7,339 \cdot 10^4$	$6,396 \cdot 10^4$
1179	$1179 \cdot 10^3$	263	$7,270 \cdot 10^4$	$6,403 \cdot 10^4$

Důvodem tak rozdílných hodnot je, že jsem při modelování a výpočtu konstanty pracoval se zjednodušeným matematickým modelem. Do modelu jsem nezahrnul výšku vypouštěcího potrubí, respektive ventilu. Na Obr. 5 je výška ventilu označena jako  $h_v$ .

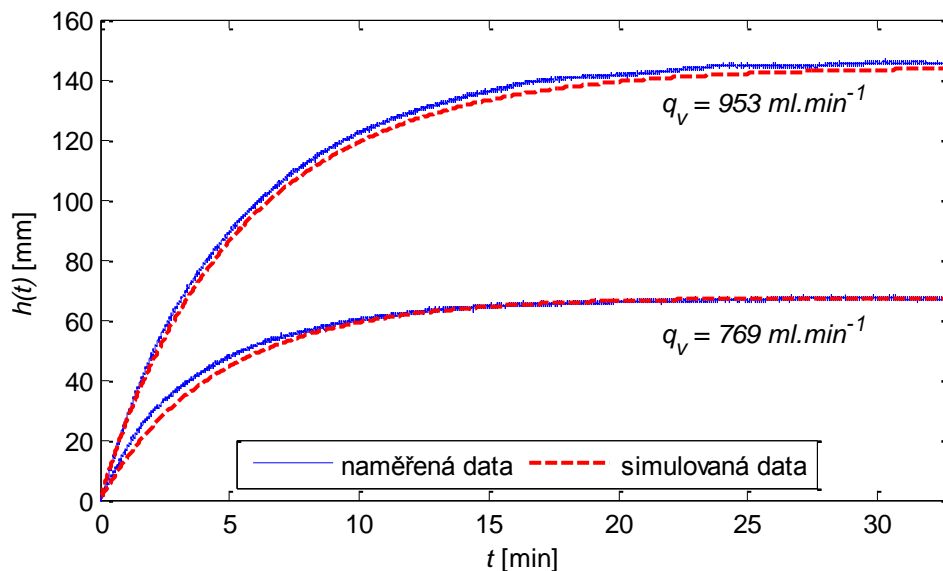
Výška ventilu byla změřena a má hodnotu  $h_v = 76 \text{ mm}$ . Samozřejmě má dopad na dynamiku modelu, a také na konstantu ventilu. Hodnotu výšky ventilu je nutné přičíst k ustálené výšce hladiny. Poté se konstanta ventilu vypočítá takto

$$k_n = \frac{q_v^s}{\sqrt{h^s + h_v}} = \frac{953 \cdot 10^3}{\sqrt{145 + 76}} = 6,411 \cdot 10^4 \text{ mm}^{\frac{5}{2}} \cdot \text{min}^{-1} \quad (7.1)$$

Konstantu ventilu jsem přepočítal i pro ostatní průtoky, výsledky můžeme vidět v posledním sloupci v Tab. 2. Je patrné, že hodnoty již nejsou tak rozdílné, jako když jsem použil zjednodušený matematický model. Poté jsem zprůměroval nové konstanty ventilu pro různé vstupní průtoky a dále jsem pracoval jen s jednou konstantou ventilu, která má hodnotu

$$k_n = 6,420 \cdot 10^4 \text{ mm}^{\frac{5}{2}} \cdot \text{min}^{-1} \quad (7.2)$$

Abych ověřil vliv konstanty ventilu, porovnal jsem opět naměřená data se simulovanými. V Grafu 3 můžeme vidět reálné měření, které ukazuje, jak se ustálila výška hladiny pro dva různé průtoky. Červenou čárkovanou čarou jsou znázorněna simulovaná data pro stejné vstupní průtoky, které byly použity u reálného měření. V simulaci byla použita nová konstanta ventilu (7.2). Lze vidět, že při použití nové konstanty ventilu se dynamika matematického modelu přiblížila reálnému měření. Nepatrné rozdíly mezi reálnou a simulovanou ustálenou výškou hladiny jsou způsobeny zprůměrováním a zaokrouhlením hodnoty konstanty ventilu.



Graf 3 – Měřená a simulovaná data pro dva různé průtoky  $q_v$

$$\text{a } k_n = 6,420 \cdot 10^4 \text{ mm}^{\frac{5}{2}} \cdot \text{min}^{-1}$$

## 7.2 Statická analýza a model ustáleného stavu.

Při zkoumání statické analýzy modelu jsem zjišťoval závislost ustálené výšky hladiny na vstupním průtoku kapaliny do zásobníku. Teoretický základ modelu ustáleného stavu byl již popsán v kapitole 1.2. Ustálený stav modelu spočívá ve výpočtu hodnot stavových veličin v čase  $t \rightarrow \infty$ , kdy změny těchto proměnných jsou rovny nule. To je myšleno tak, že diferenciální rovnice modelu je řešena s podmínkou, že časové derivace jsou rovny nule, tedy

$$\frac{d(\cdot)}{dt} = 0 \quad (7.3)$$

Poté můžeme diferenciální rovnici (6.6) přepsat do tvaru

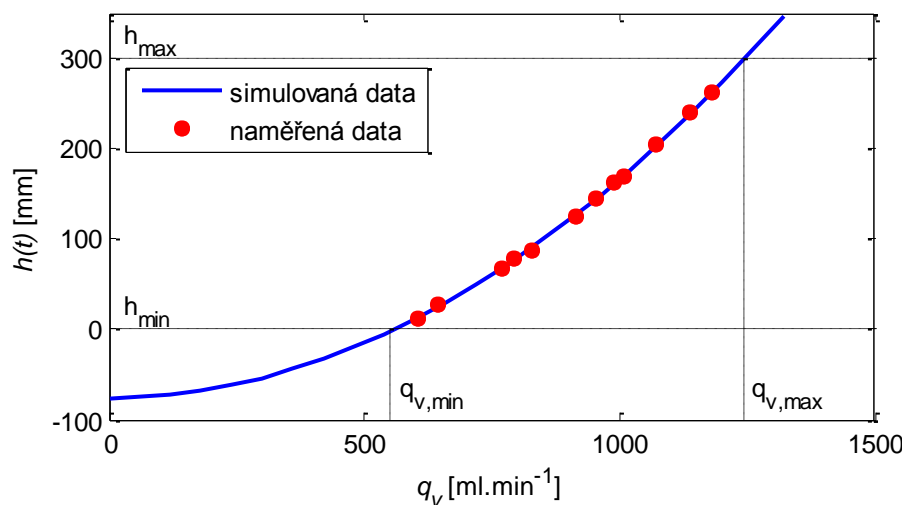
$$h^s(q_v) = \left(\frac{q_v}{k_n}\right)^2 \quad (7.4)$$

V Grafu 4 je znázorněna simulovaná statická analýza matematického modelu. Analýza je provedena pro vstupní průtok  $q_v$  v rozsahu od  $0 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$  do  $1320 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ .

Simulovaná statická analýza nám ukazuje, jak je matematický model nelineární. Dále je v grafu znázorněn minimální a maximální průtok  $q_v$ , který lze použít, a to v rozsahu od  $550 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$  do  $1240 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ . Při použití menšího průtoku se zásobník ani nezačne plnit kapalinou, naopak při užití většího průtoku má za následek větší výšku hladiny než je rozsah zásobníku.

### 7.2.1 Porovnání statické charakteristiky simulovaného a reálného modelu

Reálnou statickou charakteristiku jsem získal tak, že jsem postupně nastavil několik vstupních průtoků a poté čekal, až se výška hladiny ustálí. Do grafu jsem vynesl několik bodů, které znázorňují závislost vstupního průtoku na ustálené výšce hladiny. Jednotlivé body jsem porovnal v jednom grafu se simulovanou statickou analýzou matematického modelu, kterou jsem popisoval v předchozí kapitole (Graf 4).



Graf 4 – Porovnání simulovaných a reálných ustálených hodnot výšky hladiny při různých hodnotách průtoku  $q_v$

Z Grafu 4 lze vidět, že naměřené body statické charakteristiky jsou téměř shodné s křivkou statické analýzy získanou simulačně.

### 7.3 Dynamická analýza

Dynamická analýza už byla částečně provedena a ověřena při zjišťování konstanty ventilu v kapitole 7 a 7.1. V této kapitole však provedu několik dalších simulací a porovnám je s naměřenými daty. Jak již bylo uvedeno v kapitole 1.3, k získání dynamické analýzy použiji numerickou metodu Runge-Kutta, kterou řeším diferenciální rovnici (6.6), jež popisuje matematický model.

Ze statické analýzy jsem určil pracovní bod charakterizován vstupním průtokem  $q_v^s = 953 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ , který se nachází přibližně uprostřed pracovní oblasti, kterou jsem definoval pomocí statické analýzy (Graf 4).

Vstupní proměnná  $u(t)$  je realizována jako změna vzhledem k jmenovitému vstupnímu průtoku  $q_v^s$  vyjádřena v procentech a výstupní proměnná je hladina kapaliny v nádrži.

Vstupní a výstupní proměnné jsou tedy

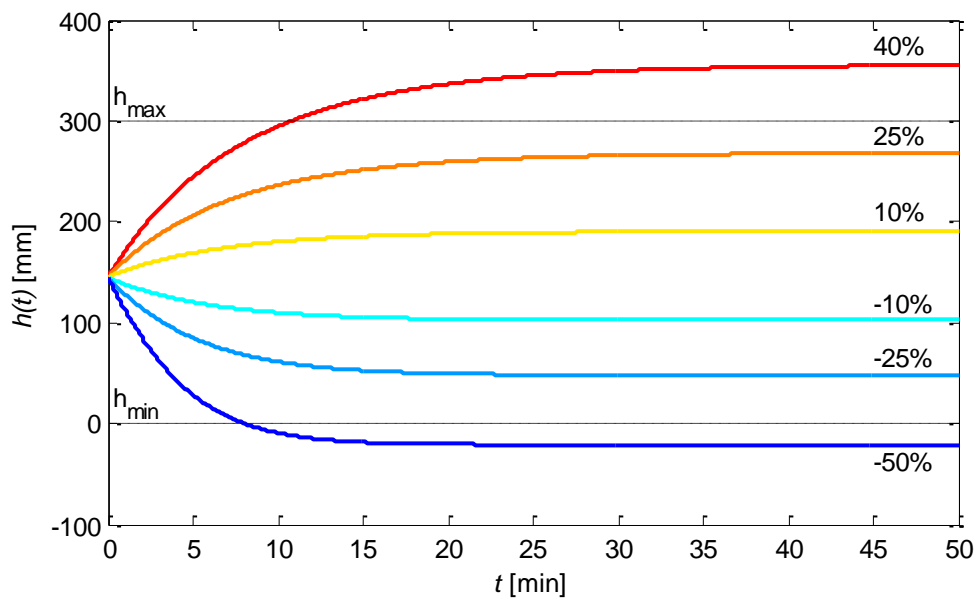
$$u(t) = \frac{q_v(t) - q_v^s}{q_v^s} \cdot 100 \quad [\%]; \quad y(t) = h(t) \quad [mm] \quad (7.5)$$

Simulace dynamické analýzy byla provedena pro šest různých vstupních proměnných  $u(t) = \langle -50; -25; -10; 25; 40 \rangle \%$ . Výsledky jsou zobrazeny v Grafu 5. Z výsledků je zřejmé, že dynamické vlastnosti modelu mají asymetrický charakter. Z průběhu jednotlivých dynamických charakteristik je evidentní, že se jedná o odezvy systému prvního řádu. Vzhledem k větší přesnosti popisu systému jsem se jej rozhodl aproximovat soustavou druhého řádu, které má v časové oblasti následující tvar

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (7.6)$$

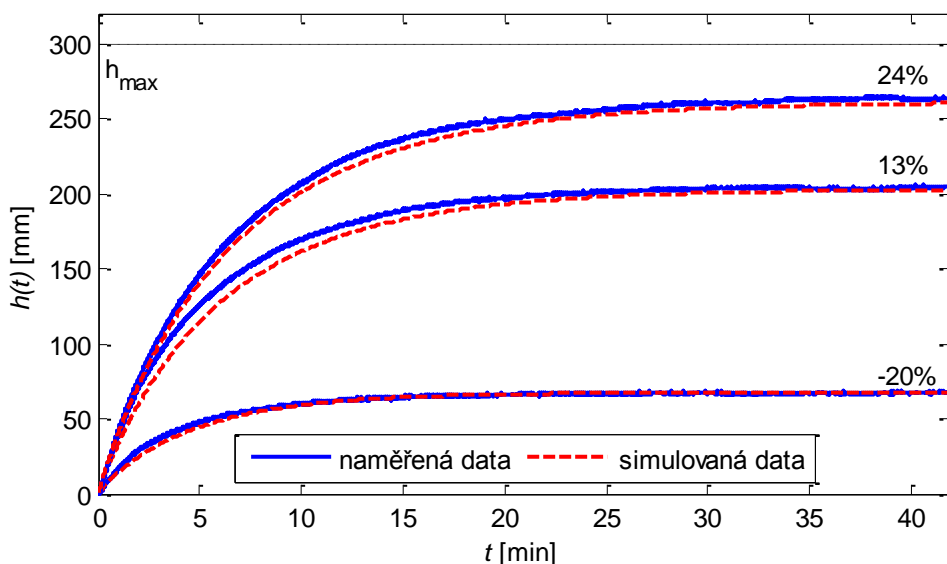
nebo v diskrétní oblasti

$$G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_0 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}} \quad (7.7)$$



Graf 5 – Simulace dynamické analýzy pro různé skokové změny vstupního průtoku  $q_v$

Následující graf (Graf 6) porovnává simulované a naměřené dynamické charakteristiky pro tři různé hodnoty vstupní proměnné  $u(t)$ . Z grafu je patrné, že jsou simulovaná i naměřená data obdobná, čímž jsme si potvrdili, že matematický model je odvozen správně, a proto můžeme přejít k syntéze řízení tohoto systému, čemuž se budu věnovat v dalších kapitolách.

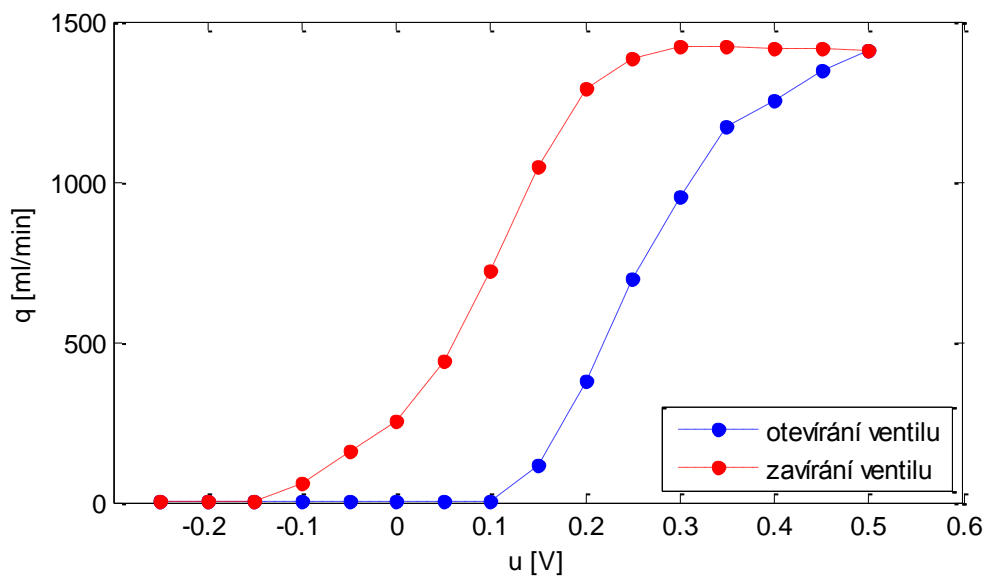


Graf 6 – Porovnání simulované a naměřené dynamické charakteristiky pro různé vstupní průtoky  $q_v$

## 8 PSV VENTIL

Jak jsem se již zmínil v kapitole 5, výšku hladiny v zásobníku jsem řídil pomocí vstupního průtoku kapaliny do nádoby. Kapalina byla přiváděna do zásobníku z přípojky vodovodního řádu přes proporcionální solenoidový ventil (PSV). PSV ventil obsahuje elektromagnet s kuželkou (jádem) a pružinou. Přivedením napětí na elektromagnet můžeme spojitě nastavovat polohu kuželky a spojitě tak řídit velikost průtoku. Poloha kuželky se ustaluje na základě silové rovnováhy mezi působením pružiny a silovým působením elektromagnetu. Ovládací napětí má rozsah od  $-0,25\text{ V}$  do  $0,5\text{ V}$ . Při plném otevření ventilu, tedy když bylo na ventil přivedeno napětí  $0,5\text{ V}$  měl průtok hodnotu  $1400\text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ .

Naměřil jsem statickou charakteristiku ventilu. Na ventil jsem postupně přiváděl napětí od  $-0,25\text{ V}$  do  $0,5\text{ V}$  po kroku  $0,05\text{ V}$ . Statická charakteristika otevírání ventilu, tedy závislost napětí na průtoku, je zobrazena v Grafu 7 modrou barvou. Z grafu je patrné, že ventil má nelineární charakteristiku, začal se otvírat přibližně při  $0,15\text{ V}$ .



Graf 7 – Statická charakteristika PSV ventilu

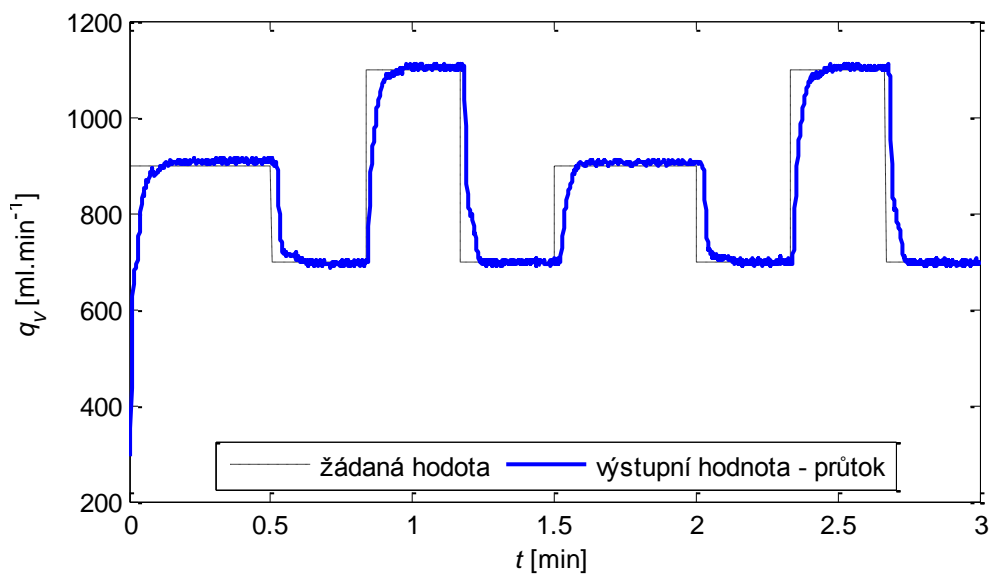
Jelikož může mít ventil hysterezi, změřil jsem závislost i v opačném směru, tedy při zavírání ventilu. Na ventil jsem postupně přiváděl napětí od  $0,5\text{ V}$  do  $-0,25\text{ V}$ . Ventil se začal zavírat až přibližně při  $0,25\text{ V}$ . Výsledky můžeme opět vidět v Grafu 7 znázorněné červenou barvou. Je zřejmé, že ventil má při zavírání jinou charakteristiku než při otevírání a jedná se tedy o nelineární systém s hysterezi. Řízení takového ventilu se provádí buď programově,

kdy je třeba znát oba průběhy ventilu, a poté kontrolovat křivku, po které se ventil aktuálně pohybuje.

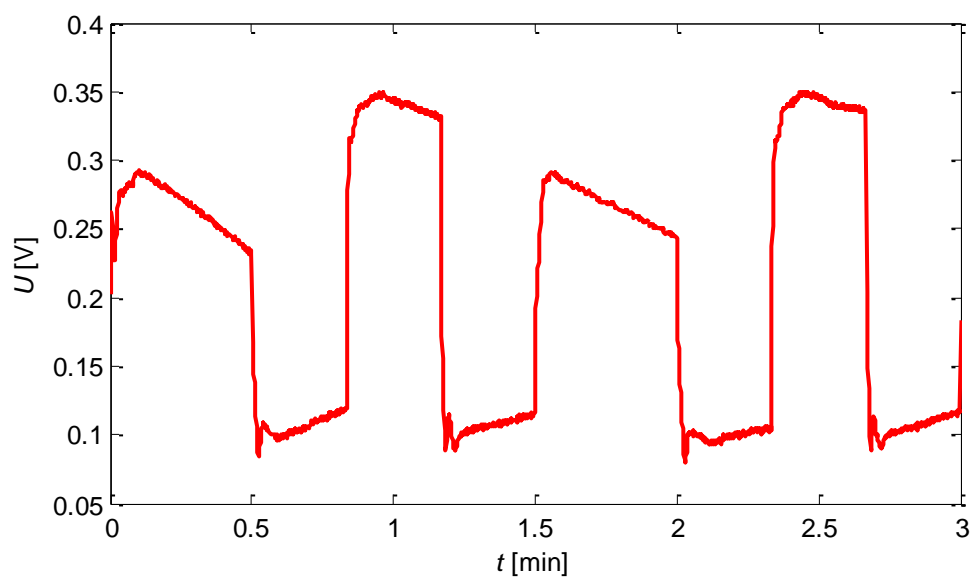
Druhý způsob řízení je použitím regulátoru. Tento způsob je popsán v diplomové práci [13], kde je pro řízení na základě identifikace použit diskretní PI regulátor. S návrhem regulátoru se tedy budu opírat o poznatky uvedené v této literatuře. Parametry regulátoru pro řízení PSV ventilu jsem navrhl dle svých odhadů a zkušeností. Akční zásah regulátoru se pak počítá podle diferenční rovnice

$$u(k) = 0,00018e(k) - 0,00009e(k-1) + u(k-1) \quad (8.1)$$

Pro ověření jsem provedl regulaci, kde referenční hodnota byla ve tvaru několika skoků. Na následujícím grafu (Graf 8) je znázorněn regulační pochod při řízení průtoku kapaliny PSV ventilem. Z grafu je patrné, že regulovaná veličina tedy průtok se velmi rychle ustálí na referenční hodnotě. Graf 9 znázorňuje akční zásah při této regulaci.



Graf 8 – Regule průtoku PSV ventilem



Graf 9 – Akční zásah při regulaci průtok

## 9 SYNTÉZA ADAPTIVNÍHO ŘÍZENÍ

Cílem této kapitoly je návrh řízení nelineárního systému. Řídicí systém je založen na teoretických znalostech, které byly popsány v předešlých kapitolách. Nelineární systém je realizován jako nádoba na kapalinu a řízená veličina bude výška hladiny v nádobě. Navržená strategie byla nejdříve ověřena simulačně na matematickém modelu systému, který byl odvozen v kapitole 6, a poté byla použita na reálném modelu popsaného v kapitole 5.

Vhodnou metodou, jak řídit nelineární systémy je právě využití adaptivního řízení založeného na průběžné identifikaci vstupně-výstupního externího lineárního modelu (ELM). Parametry regulátoru řídicího systému jsou průběžně nastavovány, právě v závislosti na identifikovaných parametrech ELM.

Při adaptivním řízení s použitím samočinně se nastavujících regulátorů se pro identifikaci ELM používají ty metody identifikace, které mohou být použity v reálném čase. Nejvhodnější jsou rekurzivní identifikační metody. Ve své práci jsem použil *rekurzivní metodu nejmenších čtverců*, která je odvozena v kapitole 2.3.

Při návrhu řízení využijí spojitý externí lineární model, obecně lze totiž říci, že spojitý řídicí systém je vhodnější pro řízení nelineárních systémů. Protože při využití diskrétního řídicího systému bychom museli nelineární systém vzorkovat velkou frekvencí a v tom případě by mohl nastat problém v Z-transformaci, kde nesmí být perioda vzorkování příliš malá. K získání spojitého ELM využijí delta operátoru, tato problematika je popsána v kapitole 2.2. Nyní si delta model odvodíme pro soustavu druhého řádu.

### 9.1 Externí lineární $\delta$ -model pro soustavu druhého řádu

Na základě dynamické analýzy je systém popsán spojitou přenosovou funkcí druhého řádu

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (9.1)$$

Přenosovou funkci delta modelu můžeme v analogii se spojitou přenosovou funkcí zapsat ve tvaru

$$G(\gamma) = \frac{y(\gamma)}{u(\gamma)} = \frac{b'_1 \gamma + b'_0}{\gamma^2 + a'_1 \gamma + a'_0} \quad (9.2)$$

Přenosová funkce (9.2) může být dále uvedena ve tvaru

$$\begin{aligned} y(\gamma)[\gamma^2 + a'_1\gamma + a'_0] &= u(\gamma)[b'_1\gamma + b'_0] \\ \gamma^2 y(\gamma) &= -a'_1\gamma y(\gamma) - a'_0 y(\gamma) + b'_1\gamma u(\gamma) + b'_0 u(\gamma) \end{aligned} \quad (9.3)$$

Dosazením vybraného  $\delta$  - modelu z Tab. 1 za  $\gamma$  do předchozí rovnice a dále převedením rovnice do záporných mocnin  $z$ , obdržíme vztah

$$\frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{T_0^2} y(k) = a'_1 \frac{z^{-1} + z^{-2}}{T_0} y(k) - a'_0 z^{-2} y(k) + b'_1 \frac{z^{-1} + z^{-2}}{T_0} u(k) + b'_0 z^{-2} u(k) \quad (9.4)$$

Poté diferenční rovnici vyjádřenou pomocí  $\delta$  - modelu, která je vhodná pro průběžný odhad parametrů je možné uvést ve tvaru

$$y_\delta(k) = -a'_1 y_\delta(k-1) - a'_0 y_\delta(k-2) + b'_1 u_\delta(k-1) + b'_0 u_\delta(k-2) \quad (9.5)$$

kde

$$\begin{aligned} y_\delta(k) &= \frac{y(k) - 2y(k-1) + y(k-2)}{T_0^2} \\ y_\delta(k-1) &= \frac{y(k-1) - y(k-2)}{T_0} \\ y_\delta(k-1) &= y(k-2) \\ u_\delta(k-1) &= \frac{u(k-1) - u(k-2)}{T_0} \\ u_\delta(k-1) &= u(k-2) \end{aligned} \quad (9.6)$$

Vektor dat je v tomto případě ve tvaru

$$\boldsymbol{\varphi}_\delta(k-1) = [-y_\delta(k-1), -y_\delta(k-2), u_\delta(k-1), u_\delta(k-2)]^T \quad (9.7)$$

a vektor parametrů ve tvaru

$$\boldsymbol{\Theta}_\delta(k) = [a'_1, a'_0, b'_1, b'_0]^T \quad (9.8)$$

kde  $a'_1, a'_0, b'_1$  a  $b'_0$  jsou parametry  $\delta$  - modelu. Vektor parametrů je počítán z diferenční rovnice

$$y_\delta(k) = \boldsymbol{\Theta}_\delta^T(k) \cdot \boldsymbol{\varphi}_\delta(k-1) \quad (9.9)$$

## 9.2 Polynomiální syntéza 1DOF řízení

Strukturu regulátoru vypočítám pomocí polynomiální metody 1DOF konfigurace pro spojité systémy, která je teoreticky odvozena v kapitole 3.1.1. Z definice delta operátoru totiž vyplývá, že parametry delta modelu se při konvergenci periody vzorkování k nule blíží

k parametrům spojitého modelu. Systémy, které pracují s diskrétními i spojitými signály se nazývají tzv. *hybridní systémy*.

Jak jsem již naznačil výše, budu uvažovat spojitý ELM řízené soustavy druhého řádu ve tvaru

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (9.10)$$

Přenosovou funkci zpětnovazebního regulátoru vyjádříme podílem polynomů  $q(s)$  a  $p(s)$

$$Q(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (9.11)$$

Dále budu uvažovat změny referenční veličiny  $w$  a poruchy  $v$  ve tvaru skokové funkce. Přenosové funkce referenčního signálu i poruchy můžeme pak zapsat jako podíly polynomů ve tvaru

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} = \frac{w_0}{s}, \quad V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} = \frac{v_0}{s} \quad (9.12)$$

a tedy  $f_w(s) = f_v(s) = s$

Poté jejich nejmenší společný násobek je  $f(s) = s$  a tedy  $f = 1$ .

Z teoretického rozboru v kapitole 3.1.1 víme, že hledané polynomy  $p(s)$  a  $q(s)$  jsou dány řešením diofantické rovnice

$$d(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s) \quad (9.13)$$

kde  $d(s)$  představuje *charakteristický polynom přenosu uzavřeného regulačního obvodu*. Dále víme, že podmínka stability regulačního obvodu bude zajištěna, pokud bude diofantická rovnice řešena se stabilním polynomem  $d(s)$ . Pro podmínku asymptotického sledování žádané hodnoty a kompenzace poruchy upravíme polynom  $p(s)$  na tvar

$$p(s) = f(s) \cdot \tilde{p}(s) \quad (9.14)$$

Diofantická rovnice pak bude ve tvaru

$$d(s) = a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) \quad (9.15)$$

Jednotlivé stupně polynomů pak určím ze vztahů (3.20) až (3.22)

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \rightarrow q(s) = q_2 s + q_1 s + q_0$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 = 2 - 1 = 1 \rightarrow \tilde{p}(s) = p_1 s + p_0 \quad (p_1 = 1) \quad (9.16)$$

$$\deg d = 2 \cdot \deg a + \deg f - 1 = 2 \cdot 2 + 1 - 1 = 4 \rightarrow d(s) = s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$$

Struktura regulátoru je tedy ve tvaru

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s \cdot (s + p_0)} \quad (9.17)$$

Dosazením konkrétních polynomů do pravé strany diofantické rovnice (9.15) dostaneme

$$\begin{aligned} (s^2 + a_1 s + a_0) s \cdot (s + p_0) + (b_1 s + b_0) \cdot (q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = \\ = s^4 + (a_1 + p_0 + b_1 q_2) s^3 + (a_1 p_0 + a_0 + b_0 q_2 + b_1 q_2) s^2 + (2a_0 p_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0) s + b_0 q_0 \end{aligned} \quad (9.18)$$

V teoretické části v kapitole 3.2 je popsána volba stabilního polynomu  $d(s)$  metodou umístění pólu ve tvaru

$$d(s) = m(s) \cdot n(s) \quad (9.19)$$

polynom  $m(s)$  je pro  $\deg n = 2$  dán jako

$$m(s) = (s + \alpha_i)^{\deg d - \deg n} = (s + \alpha_i)^2 \quad (9.20)$$

kde  $\alpha_i > 0$  a polynom  $n(s)$  je dán výsledkem spektrální faktorizace polynomu  $a(s)$

$$n^*(s) \cdot n(s) = a^*(s) \cdot a(s) \quad (9.21)$$

V našem případě polynom  $a$  i  $n$  druhého stupně tedy  $a(s) = s^2 + a_1 s + a_0$  a  $n(s) = s^2 + n_1 s + n_0$ , pak postup při spektrální faktorizaci je následovný

$$\begin{aligned} a^*(s) \cdot a(s) &= (s^2 - a_1 s + a_0) \cdot (s^2 + a_1 s + a_0) = s^4 - (a_1^2 - 2a_0) s^2 + a_0^2 \\ n^*(s) \cdot n(s) &= (s^2 - n_1 s + n_0) \cdot (s^2 + n_1 s + n_0) = s^4 - (n_1^2 - 2n_0) s^2 + n_0^2 \end{aligned} \quad (9.22)$$

Porovnáním koeficientů při stejných mocninách  $s$  na pravých stranách rovnic (9.22) získáme

$$n_0 = \sqrt{a_0^2}; \quad n_1 = \sqrt{a_1^2 + 2n_0 - 2a_0} \quad (9.23)$$

Ze vztahu (9.23) je patrné, že vždy platí  $n_0 > 0$  a  $n_1 > 0$  a polynom  $n$  je ve všech případech stabilní. Poté jsou parametry regulátoru nastavovány pomocí jediného volitelného parametru  $\alpha$ .

$$\begin{aligned} d(s) &= n(s) \cdot (s + \alpha)^2 = s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0 = \\ &= s^4 + (2\alpha + n_1) s^3 + (2\alpha n_1 + n_0 + \alpha^2) s^2 + (2\alpha n_0 + \alpha^2 n_1) s + \alpha^2 n_0 \end{aligned} \quad (9.24)$$

Porovnáním levé a pravé diofantické rovnice (9.15), tedy porovnáním vztahu (9.18) a (9.24) při stejných mocninách  $s$ , získáme soustavu čtyř rovnic o čtyřech neznámých parametrech regulátoru  $p_0, q_0, q_1, q_2$

$$\begin{aligned} p_0 + b_1 q_2 &= d_3 - a_1 \\ a_1 p_0 + b_0 q_2 + b_1 q_1 &= d_2 - a_0 \\ a_0 p_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0 &= d_1 \\ b_0 q_0 &= d_0 \end{aligned} \quad (9.25)$$

Soustavu rovnic (9.25) jsem řešil vyjádřením explicitních vztahů, vztahy pro výpočet jednotlivých parametrů jsou následovné

$$\begin{aligned} q_2 &= \frac{b_0 b_1 d_1 - a_0 b_0 b_1 d_3 + a_0 a_1 b_0 b_1 - b_0^2 d_2 + a_0 b_0^2 + a_1 b_0^2 d_3 - a_1^2 b_0^2 - b_0^2 d_0}{a_1 b_1 b_0^2 - a_0 b_0 b_1^2 - b_0^3} \\ q_1 &= \frac{d_2 - a_0 - a_1 d_3 + a_1^2 + q_2 \cdot (a_1 b_1 - b_0)}{b_1} \\ q_0 &= \frac{d_0}{b_0} \\ p_0 &= d_3 - a_1 - b_1 q_2 \end{aligned} \quad (9.26)$$

Akční zásah regulátoru budu počítat z přenosové funkce regulátoru (9.17), která vychází ze vztahu (9.11), aplikací zpětné Laplaceovy transformace při nulových počátečních podmínkách můžeme psát

$$\ddot{u}(t) + p_0 \dot{u}(t) = q_2 \ddot{e}(t) + q_1 \dot{e}(t) + q_0 e(t) \quad (9.27)$$

Zavedením speciální pomocné proměnné  $z$ , můžeme přenos regulátoru zapsat ve tvaru

$$Q(s) = \frac{U(s)}{Z(s)} \cdot \frac{Z(s)}{E(s)} = q_2 s^2 + q_1 s + q_0 \cdot \frac{1}{s \cdot (s + p_0)} \quad (9.28)$$

pak můžeme psát

$$\ddot{z}(t) + p_0 \dot{z}(t) = e(t) \quad (9.29)$$

Nyní musíme zavést substituci  $z = x_1$ , kde  $x_1$  je další nová proměnná. Diferenciální rovnice (9.29) může být přepsána jako soustava dvou diferenciálních rovnic prvního řádu

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (9.30)$$

$$\dot{x}_2 = e - p_0 x_2 \quad (9.31)$$

kde

$$\begin{aligned} z &= x_1 \\ \dot{z} &= \dot{x}_1 = x_2 \\ \ddot{z} &= \dot{x}_2 \end{aligned} \quad (9.32)$$

Ze vztahu (9.28) můžeme dále psát

$$u(t) = q_2 \ddot{z}(t) + q_1 \dot{z}(t) + q_0 z(t) \quad (9.33)$$

Vztahy (9.32) dosadíme do předchozího vztahu (9.33) a konečná rovnice akčního zásahu je ve tvaru

$$u(t) = q_2 e(t) + q_1 x_1(t) + (q_1 - q_2 p_0) x_2(t) \quad (9.34)$$

Kde hodnoty proměnných  $x_1$  a  $x_2$  jsou počítány ze soustavy diferenciálních rovnic (9.30) a (9.31), k jejichž řešení jsem využil metodu Runge-Kutta čtvrtého řádu, stejně jako když jsem simuloval dynamickou analýzu matematického modelu.

### 9.2.1 Simulační ověření řídicí strategie (1DOF konfigurace)

V této kapitole vyzkouším navrženou strategii řízení, která byla popsána v předešlé kapitole na matematickém modelu, který byl odvozen v kapitole 6. Všechny následující simulace počítají s periodou vzorkování  $T_s = 1$  s. Integrační krok byl v metodě Runge-Kutta nastaven na hodnotu  $h_1 = T_s/20$  při výpočtu dynamického modelu i při výpočtu stavu regulátoru.

Vstupní proměnná  $u(t)$ , tedy vstupní průtok kapaliny, je realizována jako změna vzhledem k jmenovitému vstupnímu průtoku  $q_v^s$  vyjádřena v procentech a výstupní veličina je hladina kapaliny v zásobníku zmenšená o hodnotu výšky hladiny v ustáleném stavu při jmenovitém průtoku. Vstupní a výstupní proměnné jsou tedy

$$u(t) = \frac{q_v(t) - q_v^s}{q_v^s} \cdot 100 \quad [\%]; \quad y(t) = h(t) - h^s \quad [mm] \quad (9.35)$$

kde jmenovité hodnoty  $q_v^s$  a  $h^s$  jsou získány ze statické analýzy modelu. Kde hodnotu  $q_v^s$  jsem určil jako  $q_v^s = 953 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ . Hodnota  $h^s$  byla určena ze statické analýzy.

Průběžná identifikace je provedena *rekurzivní metodou nejmenších čtverců*, konkrétně její modifikací s *rostoucím exponenciálním zapomínáním*, kde faktor zapomínání je počítán dle rovnice  $\lambda_1(k) = \lambda_0 \lambda_1(k-1) + 1 - \lambda_0$ . Počáteční hodnoty jsou  $\lambda_0(0) = 0,98$ ;  $\lambda_1(0) = 0,98$  a  $\lambda_2(0) = 1$ . A ačkoliv bylo v teoretické části (kapitola 2.3) popsáno několik modifikací, tato dosahovala nejlepších výsledků. Jako další počáteční parametry jsem uvažoval

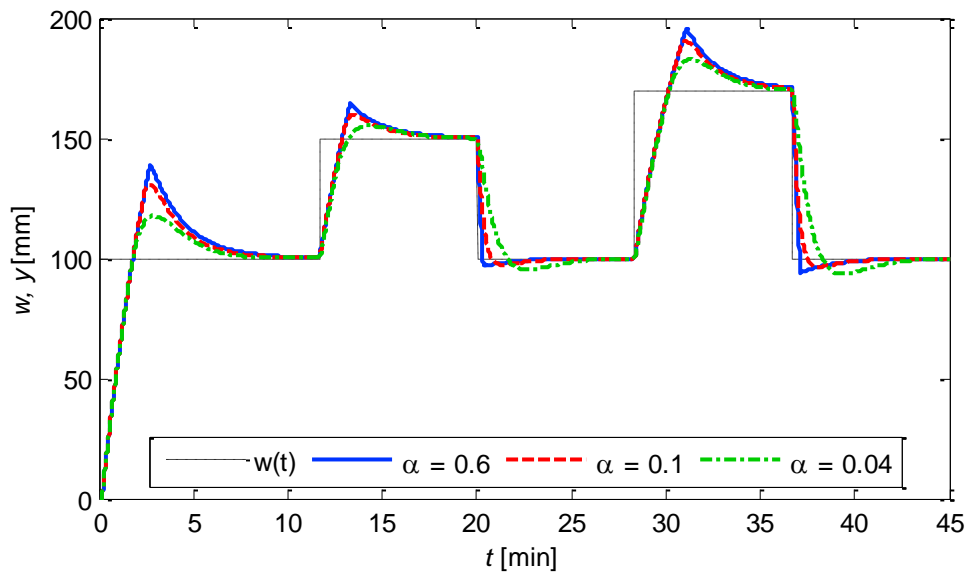
$$\text{kovarianční matici ve tvaru } C(0) = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

Při použití počátečního vektoru parametrů, který měl hodnotu například  $\Theta_s(0) = [0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,1]^T$  nebylo dosaženo příliš kvalitní regulace. Proto byly počáteční hodnoty vektoru parametrů získány z některé předchozí identifikace při simulaci přechodové charakteristiky. Počáteční vektor parametrů měl tedy hodnotu  $\Theta_s(0) = [152 \ 0,7 \ 3,36 \cdot 10^{-3} \ 3,36 \cdot 10^{-3}]^T$ .

Akční zásah byl omezen v rozsahu  $u(t) = \langle -100; +55 \rangle \%$  od jmenovité hodnoty  $q_v^s$ , v reálných jednotkách byl tedy akční zásah omezen v rozsahu  $u(t) = \langle 0; 1500 \rangle \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ , referenční signál  $w(t)$  představuje několik skoků na různé žádané hodnoty, které byly provedeny v následujících časech

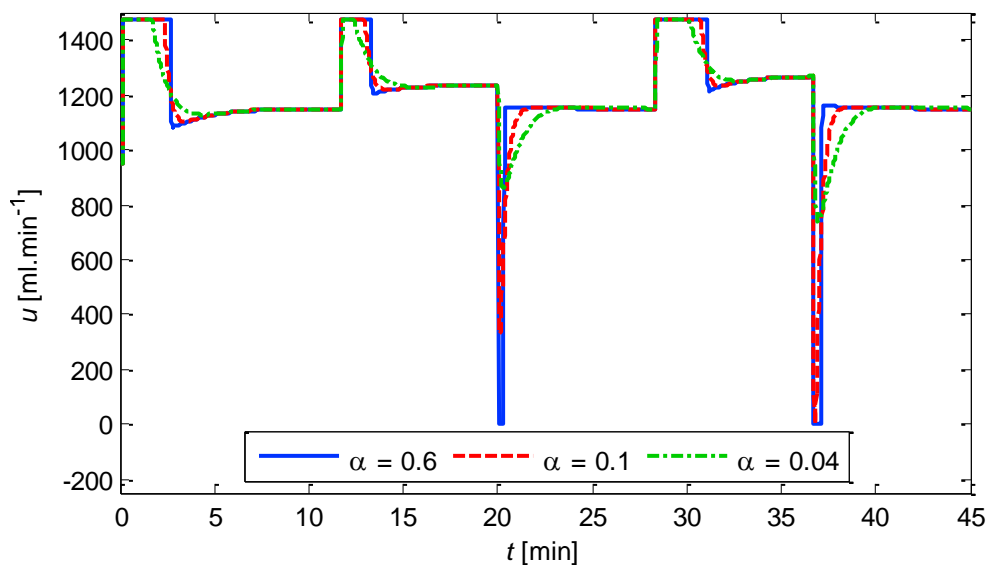
$$\begin{array}{ll} t \in \langle 0,12 \rangle \text{min} & w(t) = 100 \text{mm} & t \in \langle 28,36 \rangle \text{min} & w(t) = 200 \text{mm} \\ t \in \langle 12,20 \rangle \text{min} & w(t) = 150 \text{mm} & t \in \langle 36,45 \rangle \text{min} & w(t) = 150 \text{mm} \\ t \in \langle 20,28 \rangle \text{min} & w(t) = 100 \text{mm} & & \end{array}$$

Výsledky simulačního ověření řídicí strategie jsou uvedeny pro tři různá nastavení parametru  $\alpha$ , a to  $\alpha = 0,6$ ;  $\alpha = 0,1$  a  $\alpha = 0,04$ .



Graf 10 – Porovnání simulovaných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

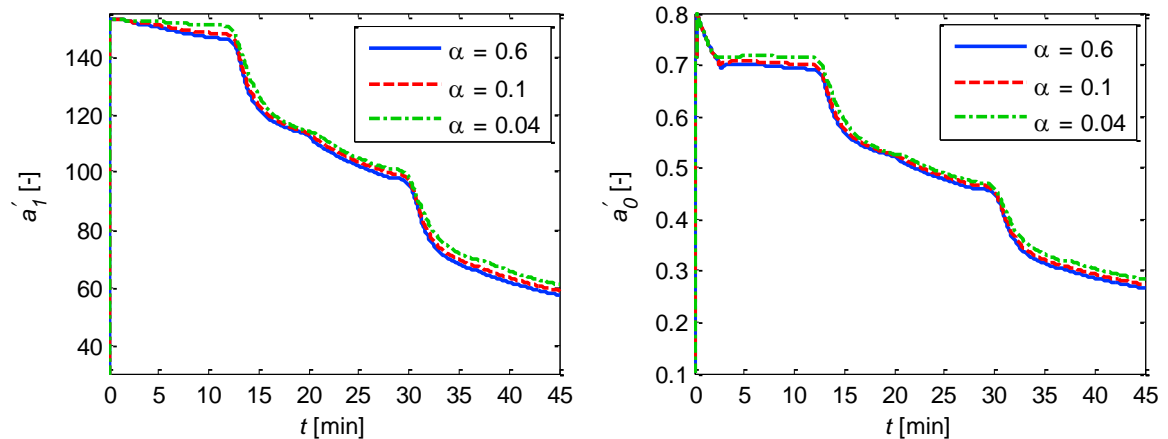
V Grafu 10 můžeme vidět, že hodnota parametru  $\alpha$  má značný vliv na kvalitu regulačního pochodu. Zvětšování hodnoty u tohoto parametru vede k dynamičtější odezvě modelu a k rychlejšímu dosažení žádané hodnoty, ovšem za cenu většího překmitu výstupní veličiny.



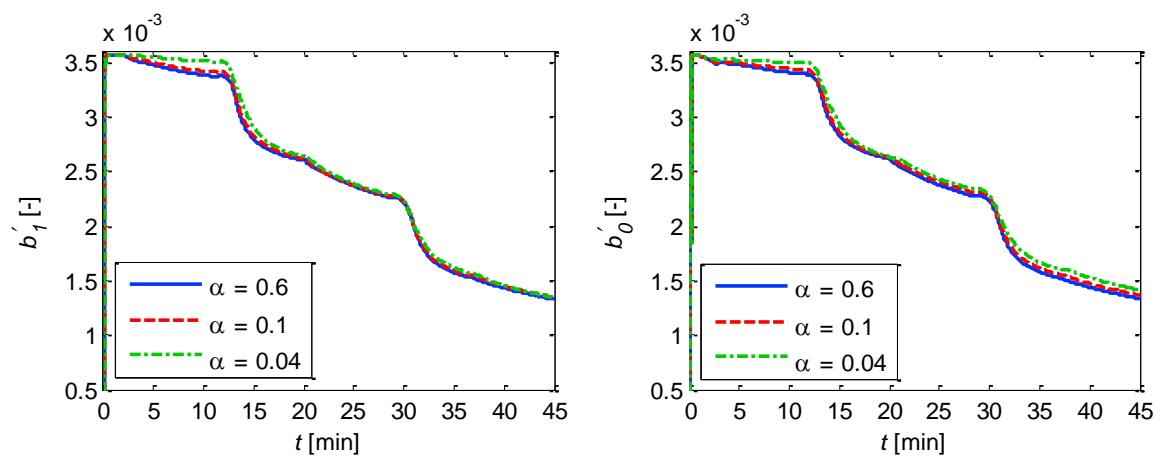
Graf 11 – Porovnání simulovaných průběhů akčních zásahů  $u(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

Graf 11 nám ukazuje průběh akčního zásahu, a jak můžeme vidět, s rostoucím parametrem  $\alpha$  se také zvětšuje dynamické namáhání regulačního ventilu. Pro parametr  $\alpha = 0,6$  docházelo často i k omezení akčního zásahu.

Na následujících grafech (Graf 12 a 13) jsou znázorněny průběhy identifikovaných parametrů  $a'_1$ ,  $a'_0$ ,  $b'_1$  a  $b'_0$ . V grafech můžeme pozorovat, že při začátku regulace je průběh nestálý. Systém totiž na začátku regulace nemá dostatečné informace o procesu. Avšak použitá metoda pro průběžnou identifikaci vhodně přepočítává parametry, a tak s identifikací není žádný problém.



Graf 12 – Porovnání simulovaných průběhů odhadů parametrů  $a'_0$  a  $a'_1$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace



Graf 13 – Porovnání simulovaných průběhů odhadů parametrů  $b'_0$  a  $b'_1$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

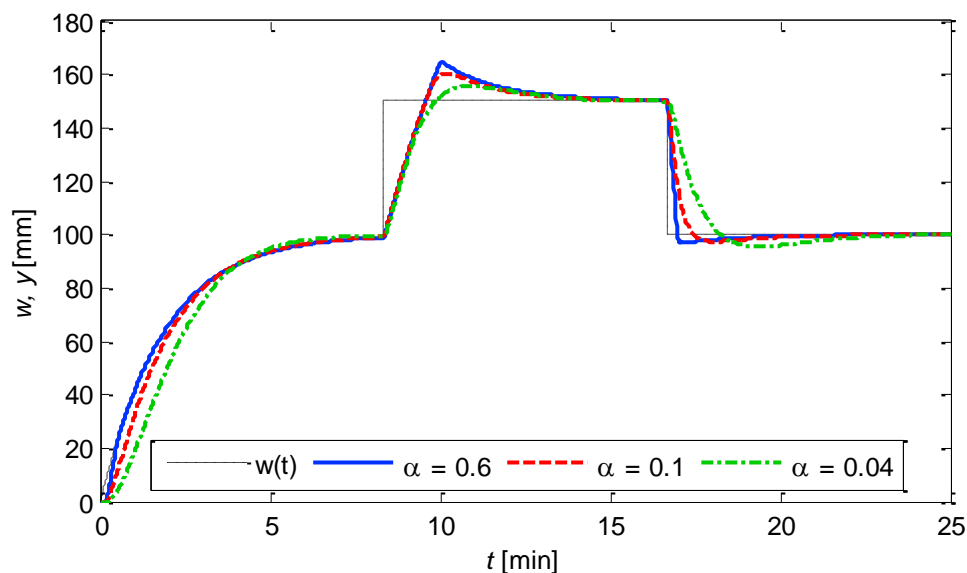
Tab. 3 – Vyhodnocení kvality simulované regulace při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

$\alpha$	$S_u [(ml \cdot min^{-1})^2]$	$S_y [mm^2]$	$S_{ITAE} [mm]$
<b>0,6</b>	1965,5	308,15	8089,2
<b>0,1</b>	767,84	291,76	7730,7
<b>0,04</b>	467,83	315,60	9360,1

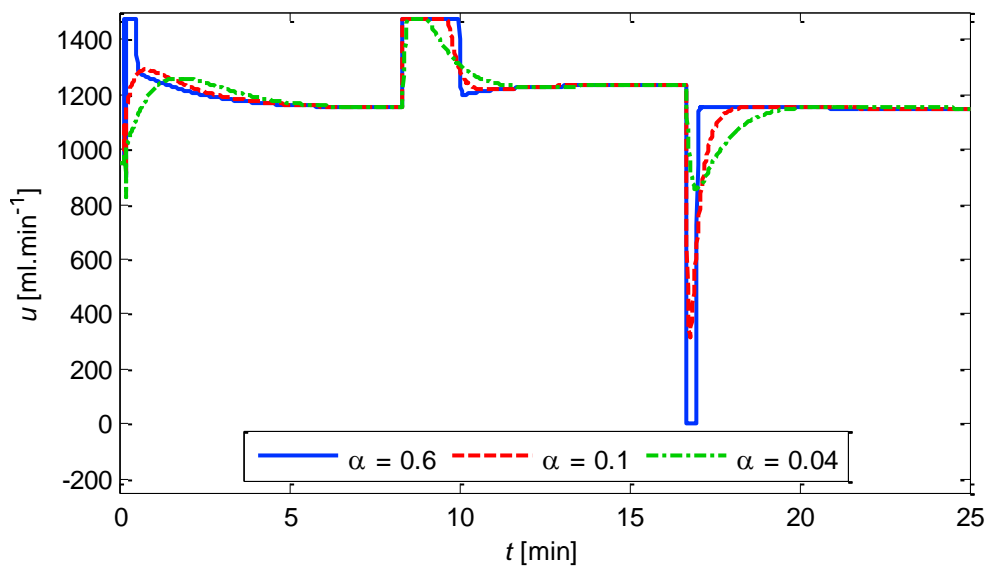
Kvalitu regulačního pochodu porovnávám na základě integrálních kritérií popsanych v kapitole 4. Porovnáním kvality regulace pro různé hodnoty parametru  $\alpha$  (Tab. 3) je zřejmé, že při menší hodnotě parametru  $\alpha$ , klesá hodnota kritéria  $S_u$ , hodnota kritéria  $S_y$  se naopak zvyšuje. Při vyhodnocování nejkvalitnějšího regulačního pochodu musíme ale také zvážit technologické možnosti akčních členů, v tomto případě regulačních ventilů. Příliš velké a časté dynamické namáhání jej může poškodit nebo nenávratně zničit.

#### Regulace s exponenciálním nárůstem na začátku regulačního pochodu

Kromě referenční hodnoty ve formě skoků jsem ověřil regulaci také na žádanou hodnotu ve formě exponenciálního nárůstu ve tvaru  $w(t) = 100 \cdot [1 - \exp(-0,005 \cdot t)]$  mm. Počáteční hodnoty parametrů byly nastaveny jako v předešlém případě.



Graf 14 – Porovnání simulovaných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při exponenciálním nárůstu  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace



Graf 15 – Porovnání simulovaných průběhů akčních zásahů  $u(t)$  při exponenciálním nárůstu  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

V Grafu 14 je znázorněn regulační pochod pro tři různé hodnoty parametru  $\alpha$  s exponenciálním nárůstem na začátku regulačního pochodu. Z grafu je zřejmé, že při malé hodnotě parametru  $\alpha$  výstupní veličina není schopna sledovat referenční hodnotu. Naopak při větší hodnotě parametru  $\alpha$  sleduje referenční hodnotu bez větších problémů, ovšem za cenu větších nároků na akční zásah (Graf 15).

Následující tabulka (Tab. 4) nám opět ukazuje kvalitu regulace podle známých kritérií. Stejně jako v předchozím případě, při menší hodnotě parametru  $\alpha$  se kritérium  $S_u$  zmenšuje, naopak hodnota kritéria  $S_y$  se zvětšuje. Což je patrné i z předchozích grafů, kdy při dynamičtějším akčním zásahu je regulace rychlejší a přesnější.

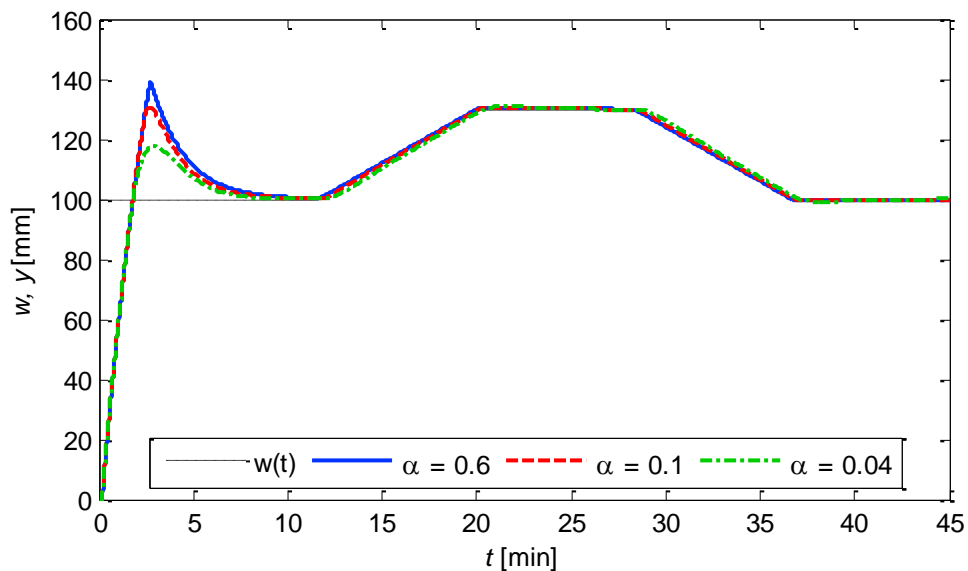
Tab. 4 – Vyhodnocení kvality simulované regulace při exponenciálním nárůstu  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

$\alpha$	$S_u [(ml \cdot min^{-1})^2]$	$S_y [mm^2]$	$S_{ITAE} [mm]$
<b>0,6</b>	2536,4	42,334	1571,8
<b>0,1</b>	894,50	50,470	1595,3
<b>0,04</b>	658,48	118,04	3186,1

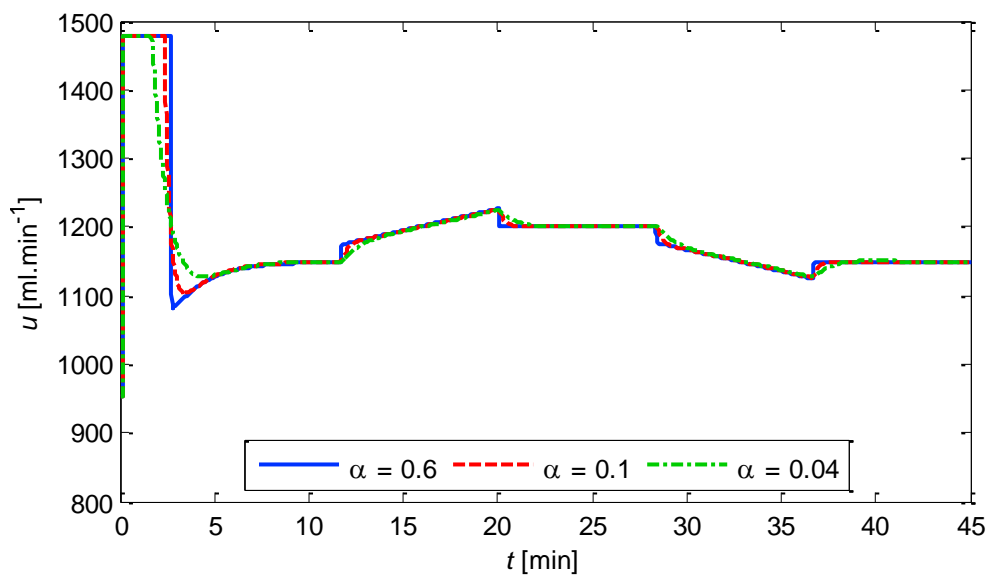
### Regulace po lineární rampě a kompenzace vlivu poruchy

Navrženou strategii řízení jsem také ověřil pro referenční hodnotu ve formě lineárního nárůstu  $w(t) = (0,06 \cdot t + 100) \text{ mm}$  i poklesu ve tvaru  $w(t) = (-0,06 \cdot t + 130) \text{ mm}$ . Počáteční hodnoty parametrů pro identifikaci byly nastaveny stejně jako v předešlých případech.

V následujícím grafu (Graf 16) je zobrazen regulační pochod, jak můžeme vidět, při hodnotě parametru  $\alpha = 0,5$  dokáže výstupní veličina sledovat referenční hodnotu bez problému, při  $\alpha = 0,06$  dochází k malé trvalé regulační odchylce při lineárním zvyšování i snižování referenční hodnoty. Na dalším grafu (Graf 17) je znázorněn akční zásah při této regulaci.

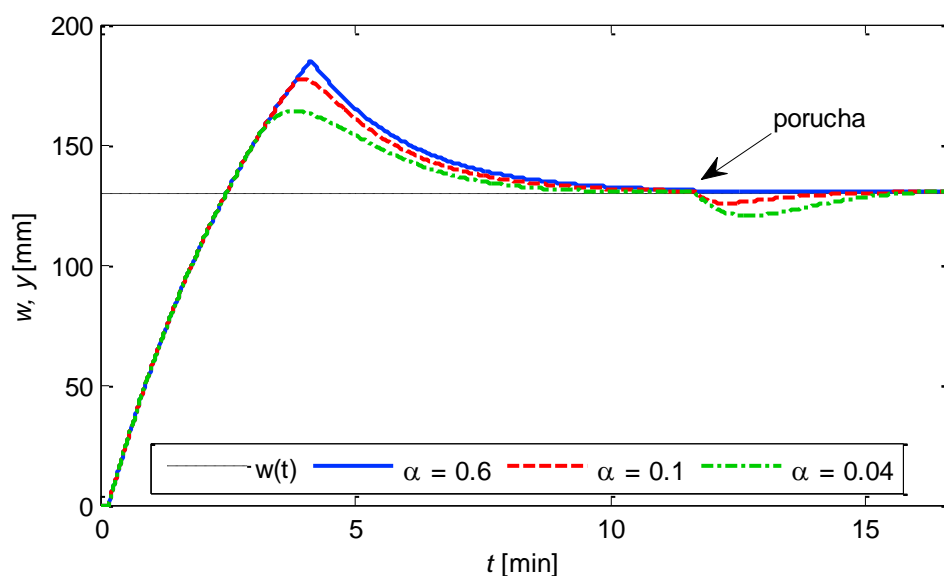


Graf 16 – Porovnání simulovaných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při lineární změně  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace



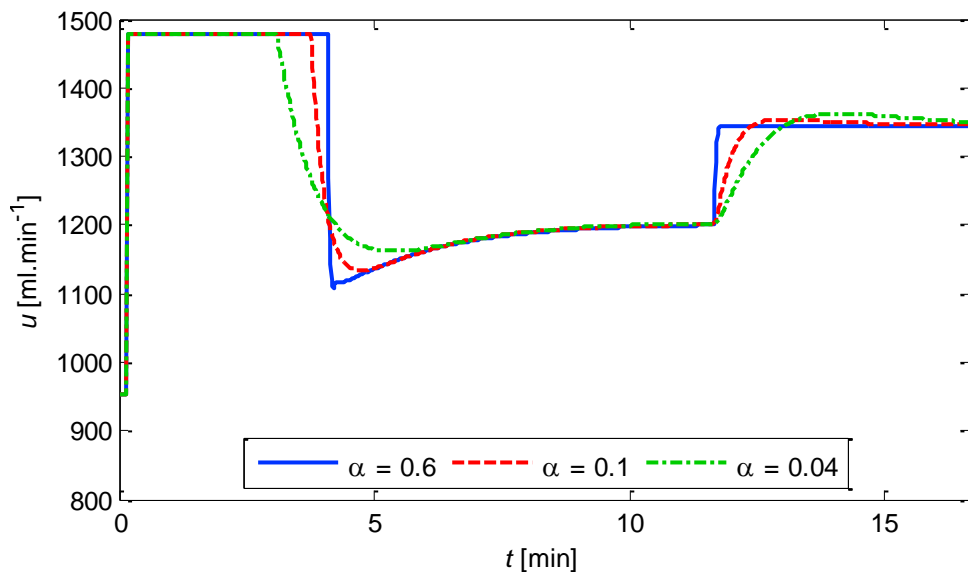
Graf 17 – Porovnání simulovaných průběhů akčních zásahů  $u(t)$  při lineární změně  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

Navrhnutou strategii řízení jsem také ověřil při poruše, kterou jsem v simulaci generoval tak, že jsem změnil konstantu ventilu  $k_n$ , se kterou je počítána diferenciální rovnice matematického modelu (6.6), čímž se změní výstupní průtok z nádoby. V praxi tato porucha může nastat například při poškození ventilu nebo praskne-li nádoba a tekutina bude odtékat prasklinou v nádobě. Porucha nastala v čase 12 *min*. Regulaci jsem provedl opět pro tři různé hodnoty parametru  $\alpha$ .



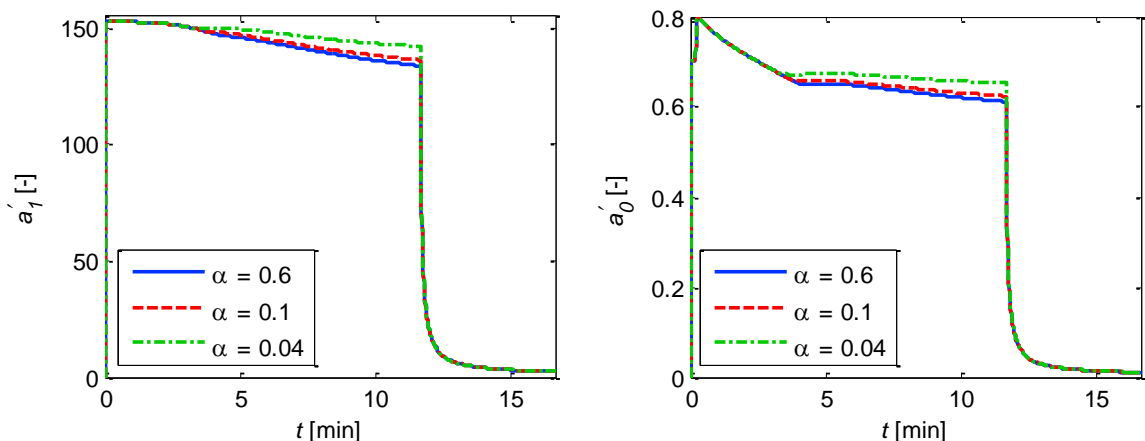
Graf 18 – Porovnání simulovaných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

Z Grafu 18 je zřejmé, že pro  $\alpha = 0,6$  je kompenzace poruchy nejlepší, výstupní veličina nevykazuje žádné známky poklesu jako při  $\alpha = 0,1$  a  $\alpha = 0,04$ .

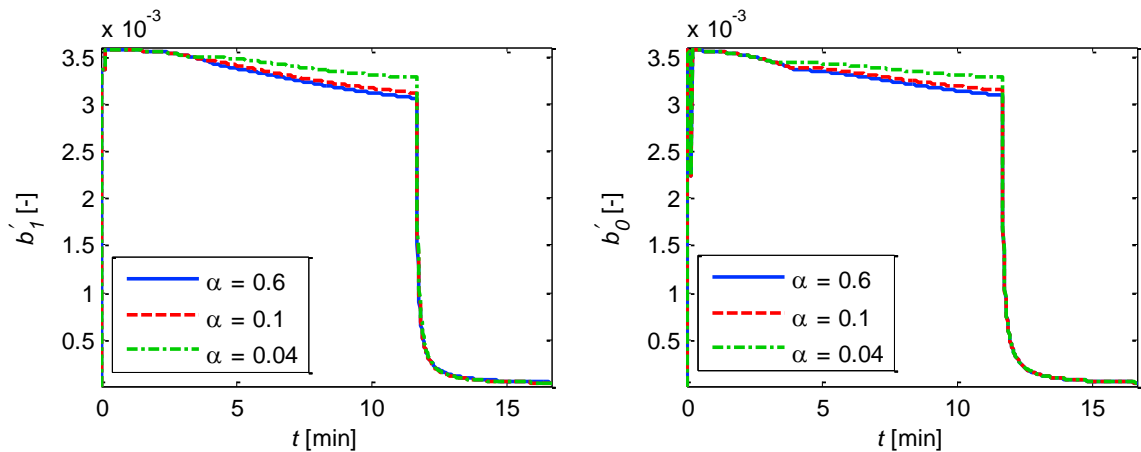


Graf 19 – Porovnání simulovaných průběhů akčních zásahů  $u(t)$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

V Grafu 19 je zobrazen průběh akčních zásahů při kompenzaci poruchy. V grafu můžeme vidět, že v čase 12 min, kdy nastala porucha, regulátor reagoval zvýšením akčního zásahu, aby kompenzoval poruchu. Můžeme vidět, že akční zásah pro  $\alpha = 0,6$  má dynamičtější charakter, proto lépe kompenzoval vliv poruchy. Dále můžeme v následujících grafech (Graf 20 a 21) vidět, jak se v čase 12 min, tedy když nastala porucha, změnila identifikované parametry procesu. Díky těmto přesnějším parametrům procesu byly vypočítány přesnější parametry regulátoru, který pak lépe kompenzoval poruchu.



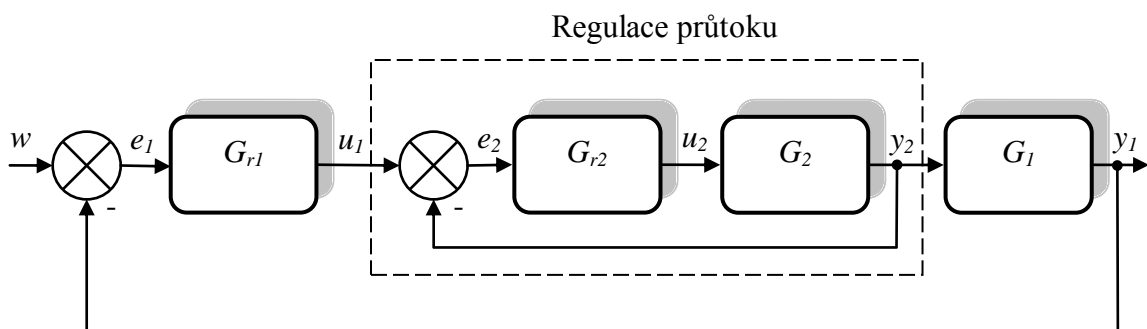
Graf 20 – Porovnání simulovaných průběhů odhadů parametrů  $a'_0$  a  $a'_1$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace



Graf 21 – Porovnání simulovaných průběhu odhadů parametrů  $b'_0$  a  $b'_1$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

### 9.2.2 Reálné ověření řídicí strategie (1DOF konfigurace)

Jak jsem již popisoval v kapitole 5, reálné řízení výšky hladiny zásobníku jsem prováděl na laboratorním modelu PCT 40 od firmy Armfield. Pro řízení použiji navrhnoutou a ověřenou strategii řízení popsanou v předešlých kapitolách. U reálného měření však musím do regulačního obvodu připojit další regulátor, který bude řídit průtok PSV ventilem a eliminovat tak hysterezi tohoto ventilu, této problematice jsem se věnoval v kapitole 8. Výsledné schéma pro regulaci výšky hladiny v zásobníku je zobrazeno na Obr. 10.



Obr. 10 – Kaskádní zapojení regulačního obvodu pro reálné měření

Jedná se o kaskádní zapojení dvou regulátorů, přičemž primární regulátor  $G_{r1}$  generuje akční zásah  $u_1$ , tedy velikost průtoku pro regulaci výšky hladiny. Jedná se o samočinně se nastavující regulátor, kde identifikace systému je prováděna stejně jako v simulaci *rekurzivní metodou nejmenších čtverců*, konkrétně její modifikací *s rostoucím exponenciálním zapomináním*. Akční zásah  $u_1$  pak vstupuje jako žádaná hodnota do

sekundárního regulátoru  $G_{r2}$ , který generuje akční zásah  $u_2$  pro zajištění požadovaného průtoku z primárního regulátoru  $G_{r1}$ . Sekundární regulátor  $G_{r2}$  je klasický diskretní PI regulátor s pevně nastavenými parametry, jehož popis je uveden v kapitole 8. Primární regulátor  $G_{r1}$  pracuje s periodou vzorkování  $T_s = 1$  s, sekundární regulátor  $G_{r2}$  počítá s periodou  $T_{s2} = 0,1$  s. Integrační krok byl v metodě Runge-Kutta nastaven na hodnotu  $h_I = T_s/20$  při výpočtu stavu regulátoru.

Počáteční parametry kovarianční matice jsem při regulaci uvažoval ve tvaru

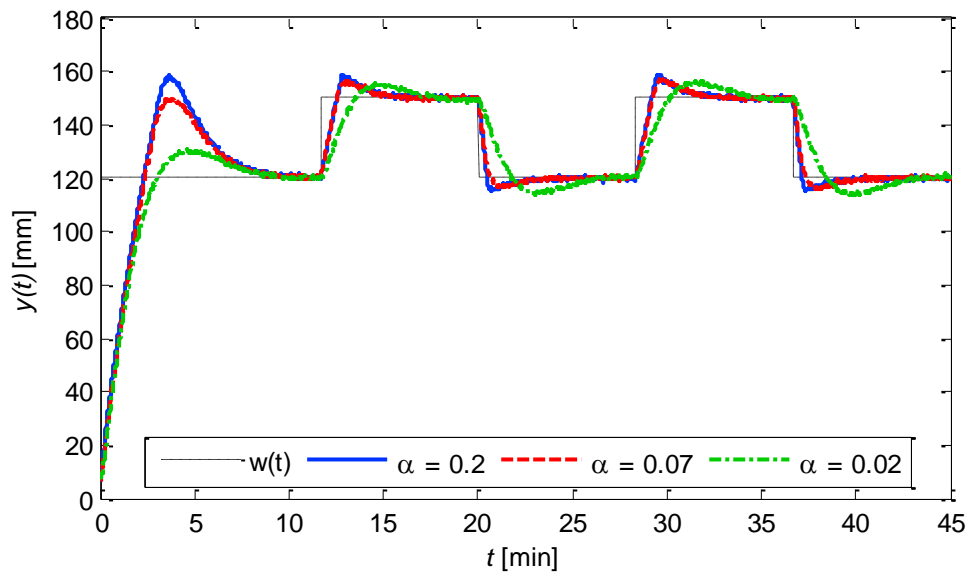
$$C(0) = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

Počáteční vektor parametrů byl nastaven na následující hodnoty  $\Theta_s(0) = [1,5 \quad 4,25 \cdot 10^{-3} \quad 2,1 \cdot 10^{-3} \quad 9,6 \cdot 10^{-3}]^T$ . Počáteční hodnoty vektoru parametrů byly získány z některé předchozí identifikace a jak můžeme vidět, neshodují se s těmi, které byly použity při simulaci. I když při porovnání simulované a naměřené statické resp. dynamické charakteristiky jsem dospěl k závěru, že je matematický model věrohodný, stále se jedná o abstraktní popis, který ve skutečnosti nebude nikdy přesně totožný s reálným modelem.

Akční zásah primárního regulátoru  $G_{r1}$  byl omezen v rozsahu  $u_1(t) = \langle 0; 1400 \rangle \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ , akční zásah sekundárního regulátoru  $G_{r2}$  byl omezen v rozsahu  $u_2(t) = \langle -0,2; 0,5 \rangle \text{ V}$ . Generovaný akční zásah je další odlišností od simulovaného modelu. Zatímco při simulaci jsem jej vyjadřoval v procentech a v procentech také vstupoval do identifikační části, u reálného modelu pracuji s reálnými jednotkami. Referenční signál  $w(t)$  představuje několik skoků na různé žádané hodnoty, které byly provedeny v následujících časech

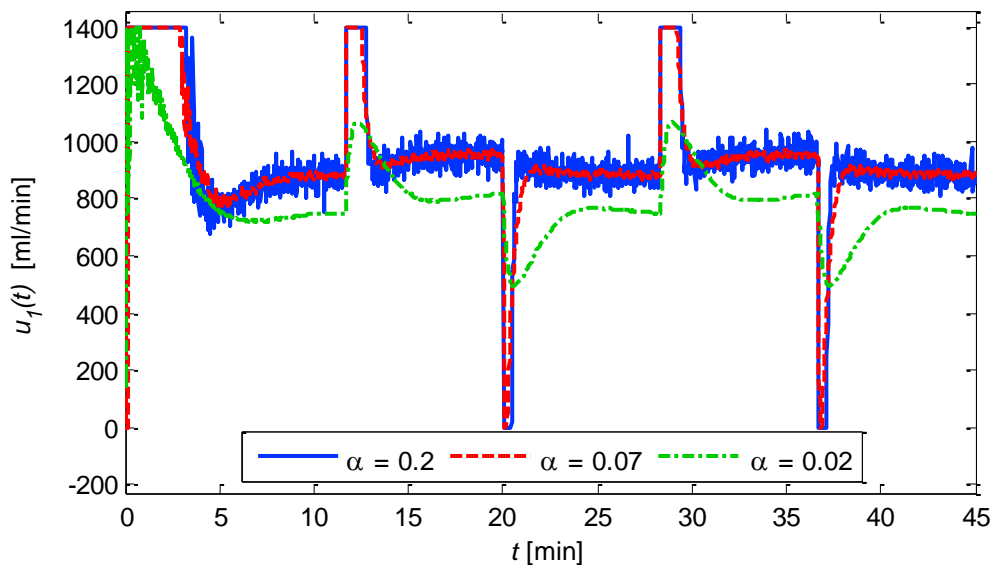
$$\begin{array}{ll} t \in \langle 0,12 \rangle \text{min} & w(t) = 120 \text{mm} & t \in \langle 28,36 \rangle \text{min} & w(t) = 150 \text{mm} \\ t \in \langle 12,20 \rangle \text{min} & w(t) = 150 \text{mm} & t \in \langle 36,45 \rangle \text{min} & w(t) = 120 \text{mm} \\ t \in \langle 20,28 \rangle \text{min} & w(t) = 120 \text{mm} & & \end{array}$$

Výsledky reálného ověření řídicí strategie jsou v Grafu 22. Měření bylo provedeno pro tři různá nastavení parametru  $\alpha$ , a to  $\alpha = 0,2$ ;  $\alpha = 0,07$  a  $\alpha = 0,02$ . Jak můžeme pozorovat se zvyšující se hodnotou parametru  $\alpha$  je dosaženo rychleji žádané hodnoty, ovšem za cenu většího překmitu, a také větších nároků na akční zásah (Graf 24).



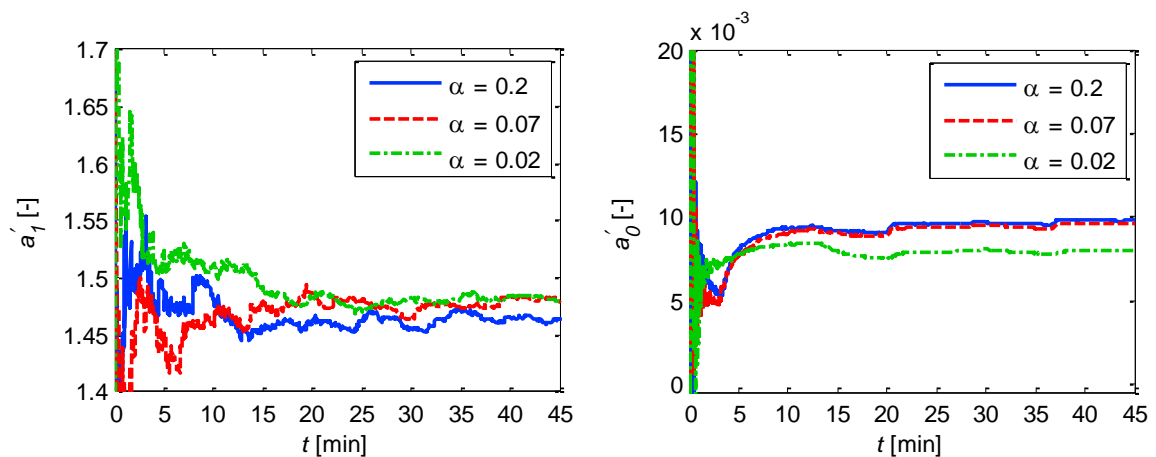
Graf 22 – Porovnání reálných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

Graf 23 znázorňuje akční zásahy při regulačním pochodu pro různé hodnoty parametru  $\alpha$ . Z grafu je zřejmé, že čím větší je hodnota tohoto parametru, tím se také zvětšuje dynamické namáhání regulačního ventilu. Při hodnotě parametru  $\alpha = 0,2$  a  $\alpha = 0,07$  docházelo i k omezení akčního zásahu tedy průtoku. Stejně jako při simulaci, kdy u větších hodnot parametru  $\alpha$  docházelo k dynamičtějším akčním zásahům, a také k jejich omezení.

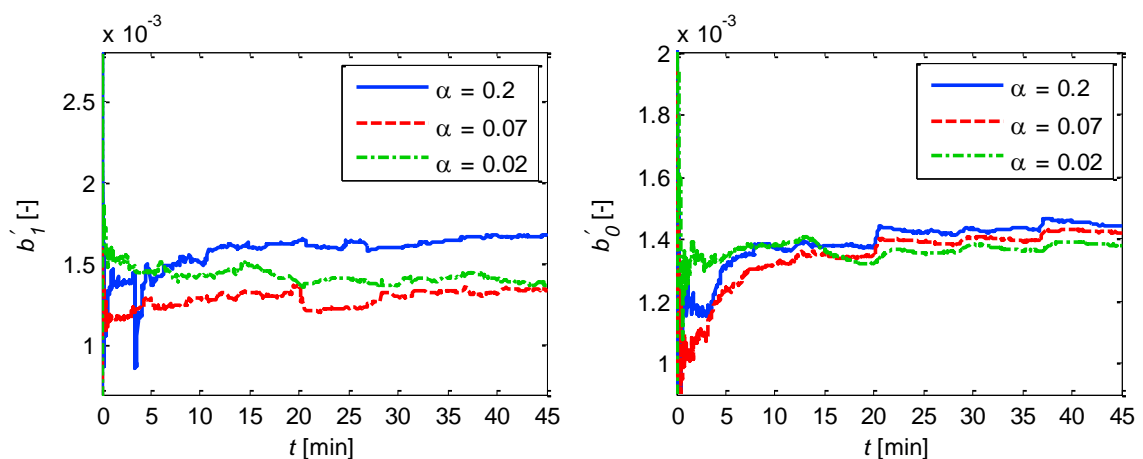


Graf 23 – Porovnání reálných průběhů akčních zásahů  $u_1(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

V následujících grafech (Graf 24 a 25) je zobrazen průběžný odhad identifikovaných parametrů  $a'_1$ ,  $a'_0$ ,  $b'_1$  a  $b'_0$  při regulaci. Na začátku regulace je průběh poněkud nestálý. Nicméně po několika sekundách získá systém dostatečné množství informací o procesu a následně probíhá identifikace bez problému. Všimněme si, že zejména v časech, kdy dojde ke změně referenční hodnoty, tedy například v čase 20 min a 36 min, dochází rovněž ke změně parametrů soustavy. Za pomoci lépe identifikovaných parametrů tak mohou být spočítány přesnější parametry regulátoru a zajistit tak kvalitnější regulační pochod.



Graf 24 – Porovnání reálných průběhů odhadů parametrů  $a'_0$  a  $a'_1$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace



Graf 25 – Porovnání reálných průběhů odhadů parametrů  $b'_0$  a  $b'_1$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

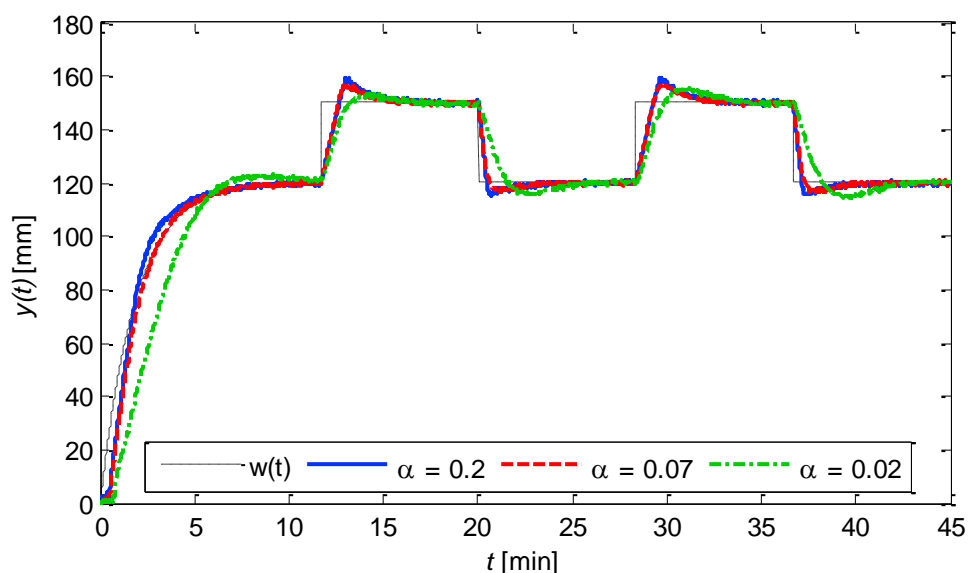
Tab. 5 nám opět zobrazuje kvalitu regulace. Stejně jako při simulaci jsem dospěl k závěru, že při menší hodnotě parametru  $\alpha$  se kritérium  $S_u$  zmenšuje, naopak hodnota kritéria  $S_y$  se zvětšuje.

Tab. 5 – Vyhodnocení kvality reálné regulace při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

$\alpha$	$S_u [(ml \cdot min^{-1})^2]$	$S_y [mm^2]$	$S_{ITAE} [mm]$
<b>0,2</b>	2586,8	272,5	3410,5
<b>0,07</b>	2510,4	273,2	3375,5
<b>0,02</b>	1180,4	280,1	6231,7

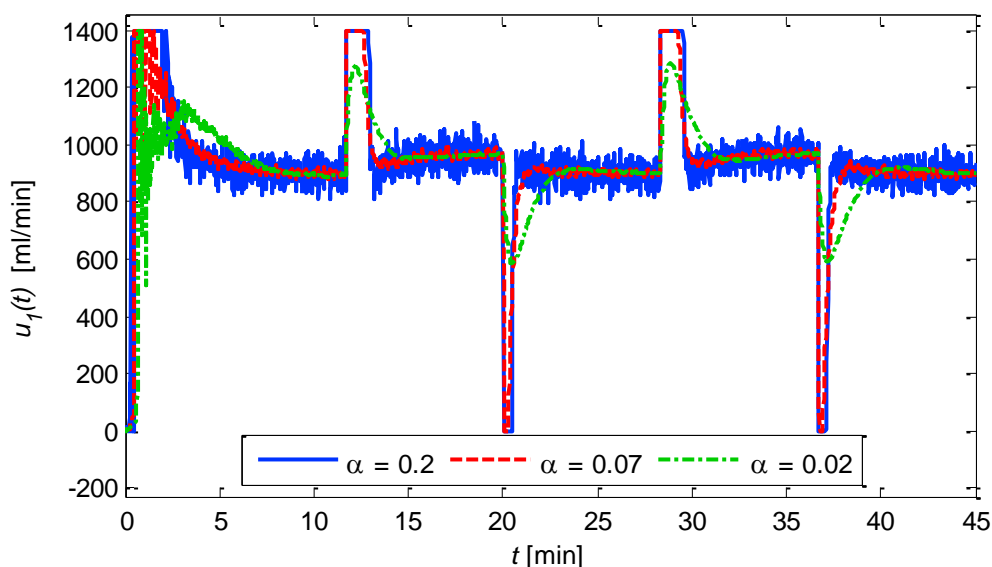
### Regulace s exponenciálním nárůstem na začátku regulačního pochodu

Regulaci jsem dále ověřil na referenční hodnotě ve formě exponenciálního nárůstu na začátku regulačního pochodu ve tvaru  $w(t) = 120 \cdot [1 - \exp(-0,005 \cdot t)]$  mm. Počáteční hodnoty parametrů byly nastaveny jako v předešlém případě.



Graf 26 – Porovnání reálných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při exponenciálním nárůstu  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

Graf 26 znázorňuje regulační pochod s exponenciálním nárůstem na začátku regulace. Z grafu je patrné, že při větší hodnotě parametru  $\alpha$  dokáže výstupní veličina přesně sledovat referenční hodnotu, ovšem stejně jako při simulaci za cenu většího dynamického namáhání regulačního ventilu, jak je zobrazeno v Grafu 27. Při nižší hodnotě tohoto parametru není sledování referenční hodnoty tak přesné. Někdy se exponenciální nárůst na začátku referenčního signálu provádí z důvodu lepší identifikace procesu.



Graf 27 – Porovnání reálných průběhů akčních zásahů  $u_j(t)$  při exponenciálním nárůstu  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

V následující tabulce (Tab. 6) je opět znázorněno vyhodnocení kvality regulace pro různé hodnoty parametru  $\alpha$ .

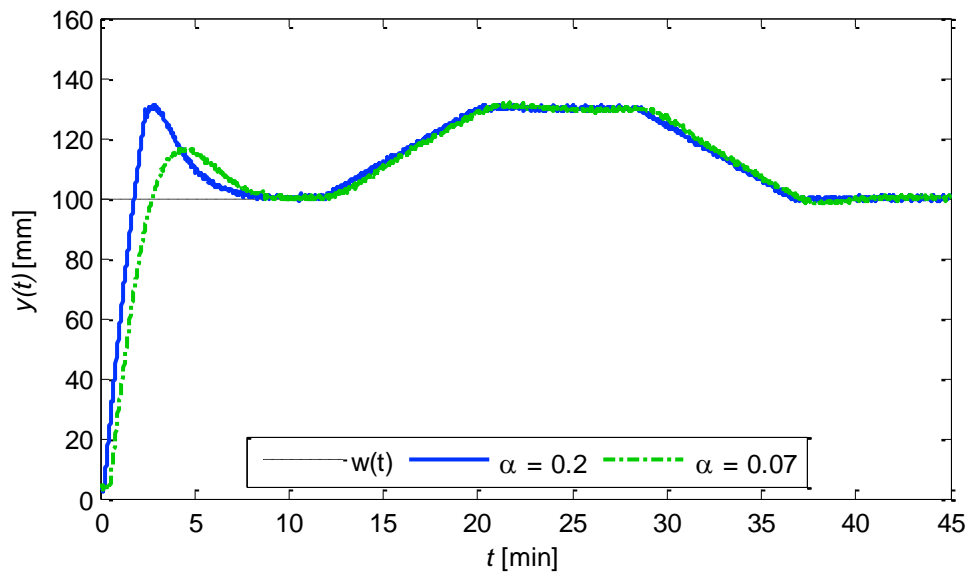
Tab. 6 – Vyhodnocení kvality reálné regulace při exponenciálním nárůstu  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

$\alpha$	$S_u [(ml \cdot min^{-1})^2]$	$S_y [mm^2]$	$S_{ITAE} [mm]$
<b>0,2</b>	4633,1	32,865	2874,1
<b>0,07</b>	907,92	34,439	2723,5
<b>0,02</b>	1168,4	122,03	5141,9

### Regulace po lineární rampě a kompenzace vlivu poruchy

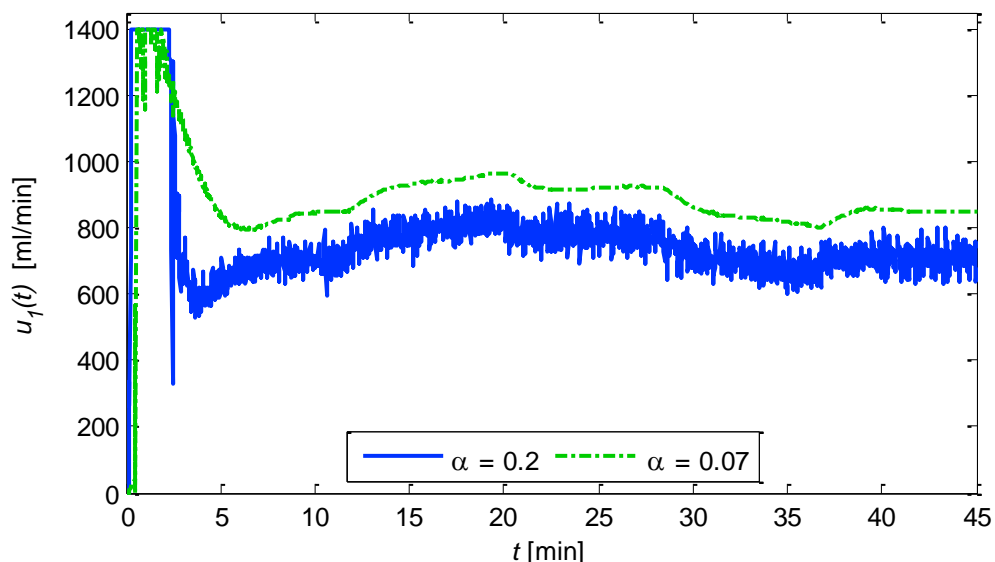
Stejně jako u simulace jsem ověřil regulaci na reálné soustavě při referenční hodnotě ve formě lineárního nárůstu  $w(t) = (0,06 \cdot t + 100) \text{ mm}$  i poklesu ve tvaru  $w(t) = (-0,06 \cdot t + 130) \text{ mm}$ . Počáteční hodnoty parametrů byly opět nastaveny jako v předešlých případech.

Následující graf (Graf 28) zobrazuje regulační pochod, kde referenční hodnota je ve tvaru lineárního nárůstu a poklesu. Z grafu je patrné, že při hodnotě parametru  $\alpha = 0,2$  dokáže výstupní veličina sledovat referenční hodnotu bez problému, při  $\alpha = 0,07$  dochází k malé trvalé regulační odchylce při lineárním zvyšování i snižování referenční hodnoty.



Graf 28 – Porovnání reálných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při lineární změně  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

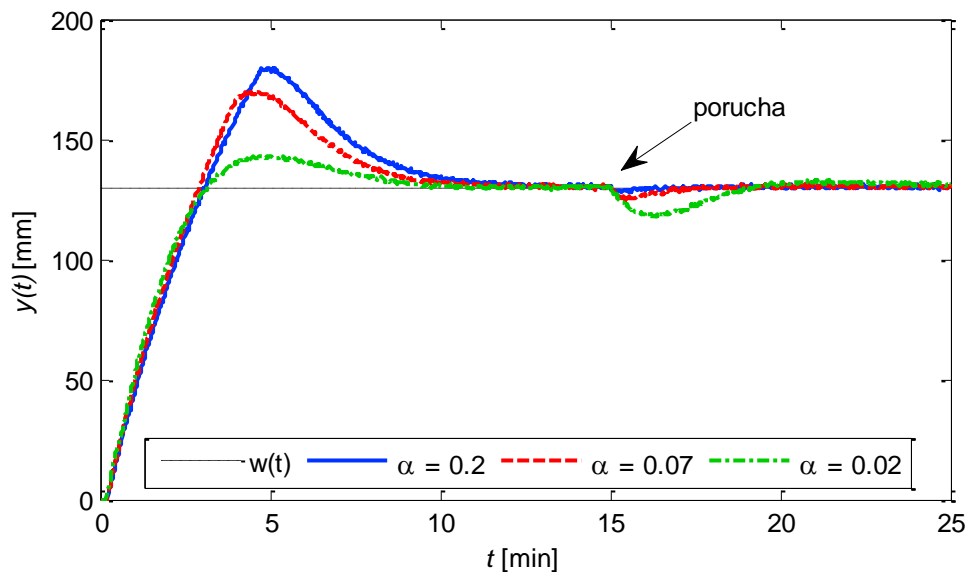
Graf 29 nám ukazuje průběh akčních zásahů při regulaci výstupní veličiny, kde referenční hodnota je ve tvaru lineárního nárůstu a poklesu. Opět se nám potvrdilo, že při vyšší hodnotě parametru  $\alpha$  je akční zásah dynamičtější.



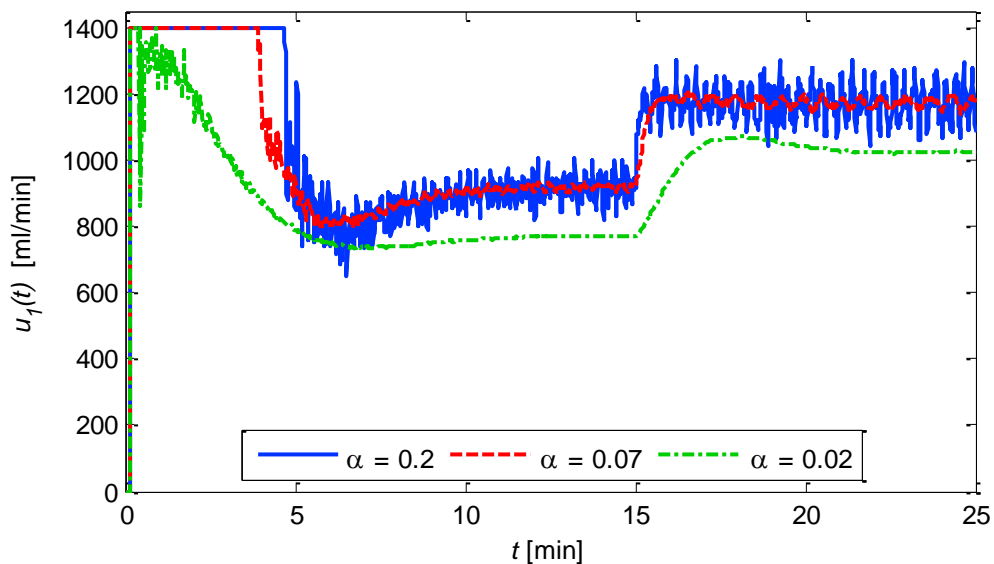
Graf 29 – Porovnání reálných průběhů akčních zásahů  $u_1(t)$  při lineární změně  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

Strategii řízení jsem reálně ověřil při poruše, kterou jsem generoval pomocí solenoidového ventilu (SOL 2). Jak je zobrazeno v Grafu 30, regulační pochod jsem nechal ustálit a v čase 15 min jsem ventil SOL 2 otevřel. Regulaci jsem provedl pro tři různé hodnoty parametru

$\alpha$ . Z grafu je zřejmé, že pro  $\alpha = 0,2$  je kompenzace poruchy nejlepší, výstupní veličina nevykazuje žádné známky poklesu jako například při  $\alpha = 0,02$ .



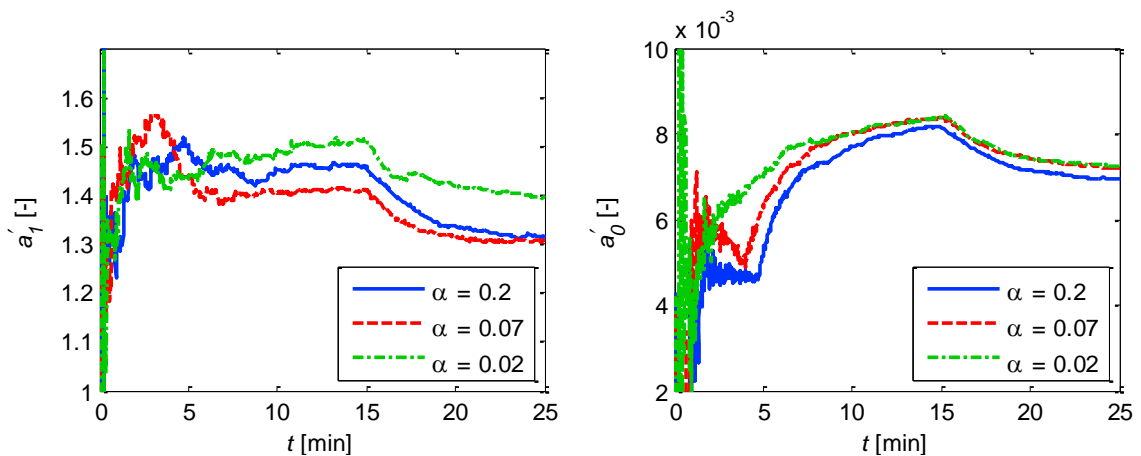
Graf 30 – Porovnání reálných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace



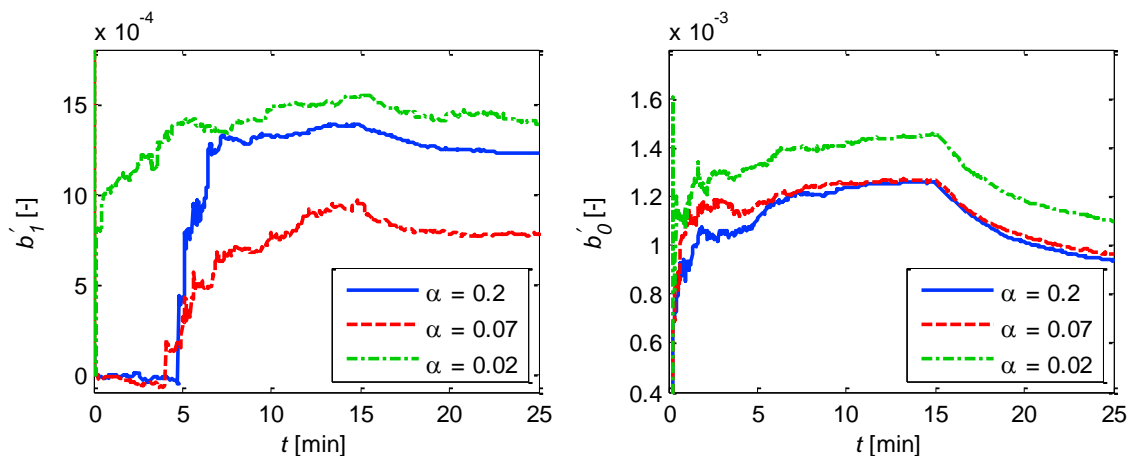
Graf 31 – Porovnání reálných průběhů akčních zásahů  $u(t)$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

Graf 31 znázorňuje průběh akčních zásahů při kompenzaci poruchy pro různé hodnoty parametru  $\alpha$ . Jak můžeme vidět, v čase 15 min regulátor reagoval na poruchu zvýšením průtoku. Další dva následující grafy (Graf 32 a 33) zobrazují průběhy odhadů parametrů při kompenzaci poruchy. Všimněme si, že v čase 15 min, tedy když nastala porucha (otevření

ventilu SOL 2), se změnily identifikované parametry soustavy a byl tak proveden přesnější výpočet parametrů regulátoru, který pak lépe zvládl kompenzovat vliv poruchy.



Graf 32 – Porovnání reálných průběhů odhadů parametrů  $a'_0$  a  $a'_1$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

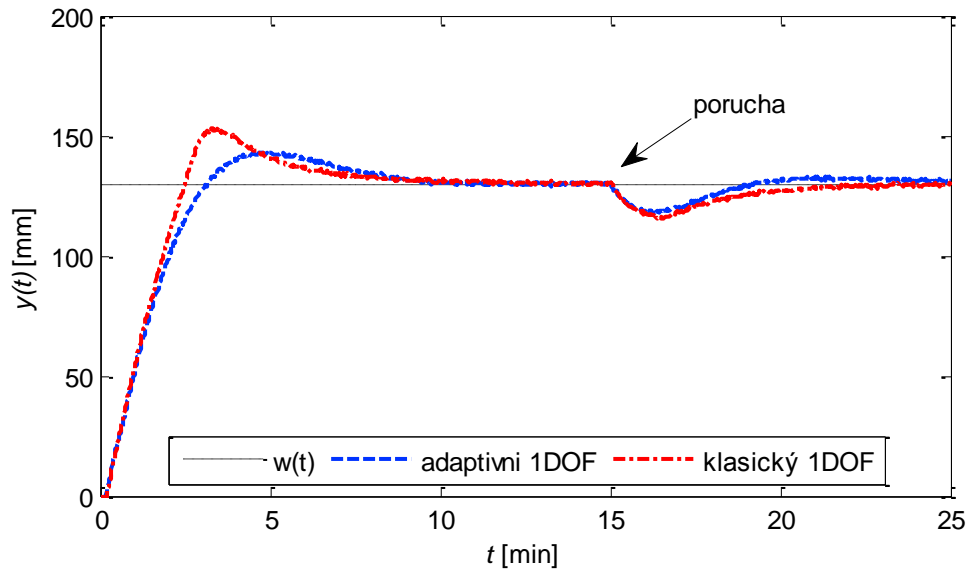


Graf 33 – Porovnání reálných průběhů odhadů parametrů  $b'_0$  a  $b'_1$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

### Porovnání adaptivního a klasického 1DOF řízení

V následujícím grafu (Graf 34) je porovnáno adaptivní a klasické řízení v 1DOF konfiguraci. Graf porovnává kompenzaci poruchy, která nastala v čase 900 s. Klasické 1DOF řízení je myšleno tak, že je vypnuta průběžná identifikace procesu, parametry regulátoru jsou tak pevně nastaveny a byly vypočítány z počátečních odhadů pro průběžnou identifikaci, která se naopak využívá u adaptivního 1DOF řízení. Počáteční parametry byly nastaveny stejně jako v předchozích případech. Parametr  $\alpha$  byl u obou typů řízení nastaven

na hodnotu  $\alpha = 0,02$ . Z grafu je zřejmé, že adaptivní regulátor vykompenzoval poruchu lépe, nenastal tak velký podkmit výstupní veličiny jako u klasického 1DOF řízení.



Graf 34 – Porovnání reálných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při vzniku poruchy pro  $\alpha = 0,02$ , adaptivní a klasická 1DOF konfigurace

### 9.3 Polynomiální syntéza 2DOF řízení

Při polynomiální syntéze 2DOF řízení budu vycházet z teoretických poznatků popsanych v kapitole 3.1.2. Stejně jako u syntézy 1DOF řízení budu uvažovat spojitý ELM řízené soustavy druhého řádu ve tvaru

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (9.36)$$

Přenosové funkce regulátorů pak vyjádříme podílem polynomů  $q(s)$ ,  $p(s)$  a  $r(s)$ ,  $p(s)$

$$\tilde{Q}(s) = \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)}, \quad \tilde{R}(s) = \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} \quad (9.37)$$

Pro splnění podmínky stability asymptotického sledování a kompenzace poruchy je postačující, aby polynomy přenosových funkcí regulátorů byly řešením dvou polynomiálních rovnic ve tvaru

$$d(s) = a(s)f_v(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) \quad (9.38)$$

$$d(s) = t(s)f_w(s) + b(s)r(s) \quad (9.39)$$

Žádanou hodnotu a poruchu budu opět uvažovat ve tvaru skokové změny. Jednotlivé stupně polynomů pak určím dle následujících vztahů

$$\begin{aligned} \deg q(s) &= \deg a(s) + \deg f_v(s) - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \rightarrow q(s) = q_2s + q_1s + q_0 \\ \deg r(s) &= \deg f_w(s) - 1 = 1 - 1 = 0 \rightarrow r(s) = r_0 \\ k_0 &= \deg f_w(s) - \deg f_v(s) - \deg a(s) = 1 - 1 - 2 = -2 \\ & k \geq 0 \text{ pro } k_0 \leq 0 \rightarrow k = 0 \\ & k \geq k_0 \text{ pro } k_0 > 0 \\ \deg \tilde{p}(s) &= \deg a(s) - 1 + k = 2 - 1 + 0 = 1 \rightarrow \tilde{p}(s) = p_1s + p_0 \quad (p_1 = 1) \\ \deg d(s) &= 2 \deg a(s) + \deg f_v(s) - 1 + k = 2 \cdot 2 + 1 - 1 + 0 = 4 \rightarrow \\ & \rightarrow d(s) = s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 \\ \deg t(s) &= 2 \deg a(s) + \deg f_v(s) - \deg f_w(s) - 1 + k = 2 \cdot 2 + 1 - 1 - 1 = 3 \rightarrow \\ & \rightarrow t(s) = t_3s^3 + t_2s^2 + t_1s + t_0 \end{aligned} \quad (9.40)$$

Struktura zpětnovazebního regulátoru je pak ve tvaru

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q_2s^2 + q_1s + q_0}{s \cdot (s + p_0)} \quad (9.41)$$

a struktura přímovazebního regulátoru má tvar

$$Q(s) = \frac{r(s)}{p(s)} = \frac{r_0}{s \cdot (s + p_0)} \quad (9.42)$$

Tak jako při syntéze 1DOF řízení bude volen stabilní polynom  $d(s)$  metodou umístění pólu

$$d(s) = m(s) \cdot n(s) \quad (9.43)$$

Dále si všimněme, že zpětnovazební regulátor má stejnou strukturu jako u 1DOF konfigurace, výpočet parametrů regulátoru je tedy totožný. Opět tedy porovnáním vztahu (9.17) a (9.24) získáme vztahy pro výpočet parametrů zpětnovazebního regulátoru

$$q_2 = \frac{b_0 b_1 d_1 - a_0 b_0 b_1 d_3 + a_0 a_1 b_0 b_1 - b_0^2 d_2 + a_0 b_0^2 + a_1 b_0^2 d_3 - a_1^2 b_0^2 - b_0^2 d_0}{a_1 b_1 b_0^2 - a_0 b_0 b_1^2 - b_0^3}$$

$$q_1 = \frac{d_2 - a_0 - a_1 d_3 + a_1^2 + q_2 \cdot (a_1 b_1 - b_0)}{b_1} \quad (9.44)$$

$$q_0 = \frac{d_0}{b_0}$$

$$p_0 = d_3 - a_1 - b_1 q_2$$

Dále z druhé diofantické rovnice (9.39) vypočítáme parametr  $r_0$ , opět metodou porovnáním koeficientů. Porovnáním rovnice

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) \cdot s + (b_1 s + b_0) \cdot r_0 \quad (9.45)$$

a stabilního polynomu  $d(s)$

$$d(s) = n(s) \cdot (s + \alpha)^2 = s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0 =$$

$$= s^4 + (2\alpha + n_1) s^3 + (2\alpha n_1 + n_0 + \alpha^2) s^2 + (2\alpha n_0 + \alpha^2 n_1) s + \alpha^2 n_0 \quad (9.46)$$

vyjádříme parametr  $r_0$  jako

$$r_0 = \frac{d_0}{b_0} \quad (9.47)$$

Akční zásah regulátorů budu počítat obdobně jako u 1DOF řízení. Na přenosovou funkci zpětnovazebního regulátoru (9.41) aplikuji zpětnou Laplaceovu transformaci při nulových počátečních podmínkách

$$\ddot{u}_{r1}(t) + p_0 \dot{u}_{r1}(t) = q_2 \ddot{y}(t) + q_1 \dot{y}(t) + q_0 y(t) \quad (9.48)$$

Zavedením speciální pomocné proměnné  $z$ , můžeme přenos regulátoru zapsat ve tvaru

$$Q(s) = \frac{U_{r1}(s)}{Z(s)} \cdot \frac{Z(s)}{Y(s)} = q_2 s^2 + q_1 s + q_0 \cdot \frac{1}{s \cdot (s + p_0)} \quad (9.49)$$

pak můžeme psát

$$\ddot{z}(t) + p_0 \dot{z}(t) = y(t) \quad (9.50)$$

Nyní musíme zavést substituci  $z = x_1$ , kde  $x_1$  je další nová proměnná. Diferenciální rovnice (9.50) může být přepsána jako soustava dvou diferenciálních rovnic prvního řádu

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (9.51)$$

$$\dot{x}_2 = y - p_0 x_2 \quad (9.52)$$

kde

$$\begin{aligned} z &= x_1 \\ \dot{z} &= \dot{x}_1 = x_2 \\ \ddot{z} &= \dot{x}_2 \end{aligned} \quad (9.53)$$

Ze vztahu (9.48) můžeme dále psát

$$u_{r1}(t) = q_2 \ddot{z}(t) + q_1 \dot{z}(t) + q_0 z(t) \quad (9.54)$$

Vztahy (9.53) dosadíme do předchozího vztahu (9.54) a konečná rovnice akčního zásahu je ve tvaru

$$u_{r1}(t) = q_2 y(t) + q_1 x_1(t) + (q_1 - q_2 p_0) x_2(t) \quad (9.55)$$

Kde hodnoty proměnných  $x_1$  a  $x_2$  jsou počítány ze soustavy diferenciálních rovnic (9.51) a (9.52) k jejichž řešení jsem využil metodu Runge-Kutta čtvrtého řádu.

Obdobně budu postupovat i u přímovazebního regulátoru, kde na přenosovou funkci (9.42) opět aplikuji Laplaceovu transformaci.

$$\ddot{u}_{r2}(t) + p_0 \dot{u}_{r2}(t) = w(t) \cdot r_0 \quad (9.56)$$

Zavedením speciální pomocné proměnné  $z$ , můžeme přenos regulátoru zapsat ve tvaru

$$Q(s) = \frac{U_{r2}(s)}{Z(s)} \cdot \frac{Z(s)}{W(s)} = r_0 \cdot \frac{1}{s \cdot (s + p_0)} \quad (9.57)$$

pak můžeme psát

$$\ddot{z}(t) + p_0 \dot{z}(t) = w(t) \quad (9.58)$$

Nyní musíme zavést substituci  $z = x_3$ , kde  $x_3$  je další nová proměnná. Diferenciální rovnice (9.58) může být přepsána jako soustava dvou diferenciálních rovnic prvního řádu

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (9.59)$$

$$\dot{x}_4 = w - p_0 x_4 \quad (9.60)$$

kde

$$\begin{aligned}z &= x_3 \\ \dot{z} &= \dot{x}_3 = x_4 \\ \ddot{z} &= \dot{x}_4\end{aligned}\quad (9.61)$$

Ze vztahu (9.58) můžeme dále psát

$$u_{r_2}(t) = r_0 z(t) \quad (9.62)$$

Vztahy (9.61) dosadíme do předchozího vztahu (9.62) a konečná rovnice akčního zásahu je ve tvaru

$$u_{r_2}(t) = r_0 \cdot x_3 \quad (9.63)$$

Kde hodnoty proměnných  $x_3$  a  $x_4$  jsou počítány ze soustavy diferenciálních rovnic (9.59) a (9.60). Výsledný přenos regulačního obvodu je pak dán vztahem

$$u_{r_0}(t) = u_{r_2}(t) - u_{r_1}(t) \quad (9.64)$$

### 9.3.1 Simulační ověření řídicí strategie (2DOF konfigurace)

V této kapitole vyzkouším navrženou řídicí strategii řízení ve 2DOF konfiguraci, která byla popsána v předchozí kapitole. Strategii budu opět ověřovat na matematickém modelu, který byl popsán v kapitole 6. Stejně jako u 1DOF řízení všechny simulace počítají s periodou vzorkování  $T_s = 1$  s. Integrační krok byl v metodě Runge-Kutta opět nastaven na hodnotu  $h = T_s/20$  při výpočtu dynamického modelu i při výpočtu stavu regulátoru.

Průběžná identifikace je opět provedena *rekurzivní metodou nejmenších čtverců*, konkrétně její modifikací s *rostoucím exponenciálním zapomináním*. Počáteční hodnoty jsou  $\lambda_0(0) = 0,98$ ;  $\lambda_1(0) = 0,98$  a  $\lambda_2(0) = 1$ . Počáteční parametry kovariační matice i hodnoty vektoru parametrů byly nastaveny jako při 1DOF řízení. Tedy ve tvaru

$$C(0) = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \cdot 10^6 \end{bmatrix} \quad \Theta_s(0) = [152 \quad 0,7 \quad 3,36 \cdot 10^{-3} \quad 3,36 \cdot 10^{-3}]^T$$

Vstupní proměnná  $u(t)$ , tedy vstupní průtok kapaliny a výstupní veličina je realizována stejně jako při řízení v 1DOF konfiguraci tedy vztahem

$$u(t) = \frac{q_v(t) - q_v^s}{q_v^s} \cdot 100 \quad [\%]; \quad y(t) = h(t) - h^s \quad [mm] \quad (9.65)$$

kde jmenovité hodnoty  $q_v^s$  a  $h^s$  jsou získány ze statické analýzy modelu. Hodnotu  $q_v^s$  jsem určil jako  $q_v^s = 953 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ . Hodnota  $h^s$  byla určena ze statické analýzy.

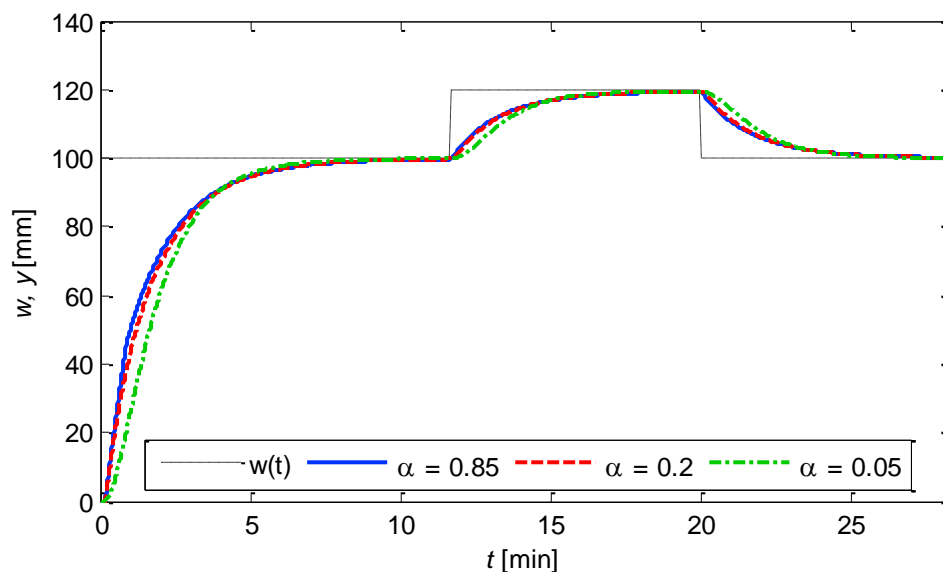
Akční zásah byl omezen opět v rozsahu  $u(t) = \langle -100; +55 \rangle \%$  od jmenovité hodnoty  $q_v^s$ , v reálných jednotkách byl tedy akční zásah omezen v rozsahu  $u(t) = \langle 0; 1500 \rangle \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ , referenční signál  $w(t)$  představuje několik skoků na různé žádané hodnoty, které byly provedeny v následujících časech

$$t \in \langle 0, 12 \rangle \text{ min} \quad w(t) = 100 \text{ mm}$$

$$t \in \langle 12, 20 \rangle \text{ min} \quad w(t) = 120 \text{ mm}$$

$$t \in \langle 20, 28 \rangle \text{ min} \quad w(t) = 100 \text{ mm}$$

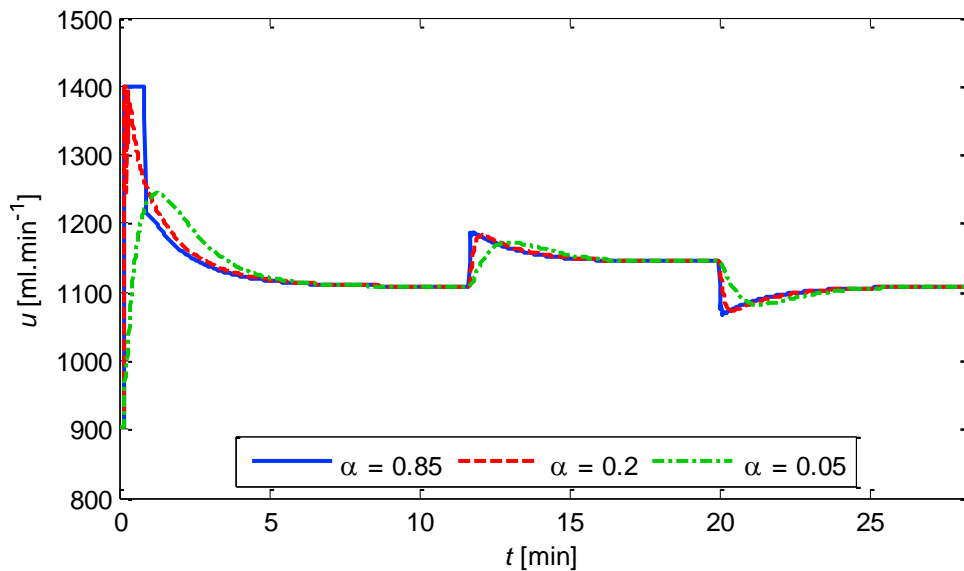
Výsledky simulačního ověření řídicí strategie jsou uvedeny pro tři různá nastavení parametru  $\alpha$ , a to  $\alpha = 0,85$ ;  $\alpha = 0,2$  a  $\alpha = 0,05$ .



Graf 35 – Porovnání simulovaných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace

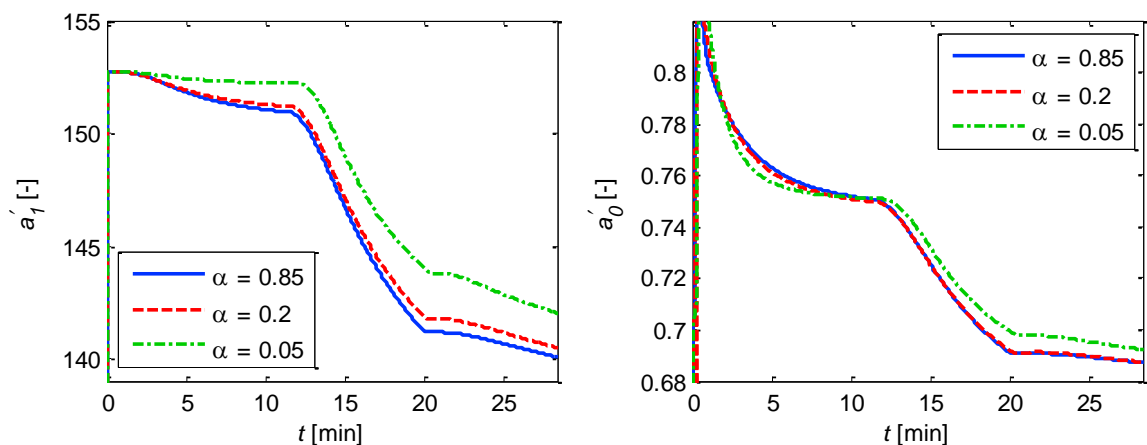
V Grafu 35 můžeme pozorovat, že hodnota parametru  $\alpha$  má opět vliv na kvalitu a průběh regulačního pochodu. K ustálení výstupní veličiny dojde přibližně ve stejný okamžik pro všechny hodnoty parametru  $\alpha$ , ale při užití vyšší hodnoty je regulace z počátku rychlejší. Dále je na následujícím grafu (Graf 36) zobrazen akční zásah při této regulaci. Můžeme

pozorovat, že při větší hodnotě parametru  $\alpha$  je akční zásah dynamičtější, zejména na začátku regulace.

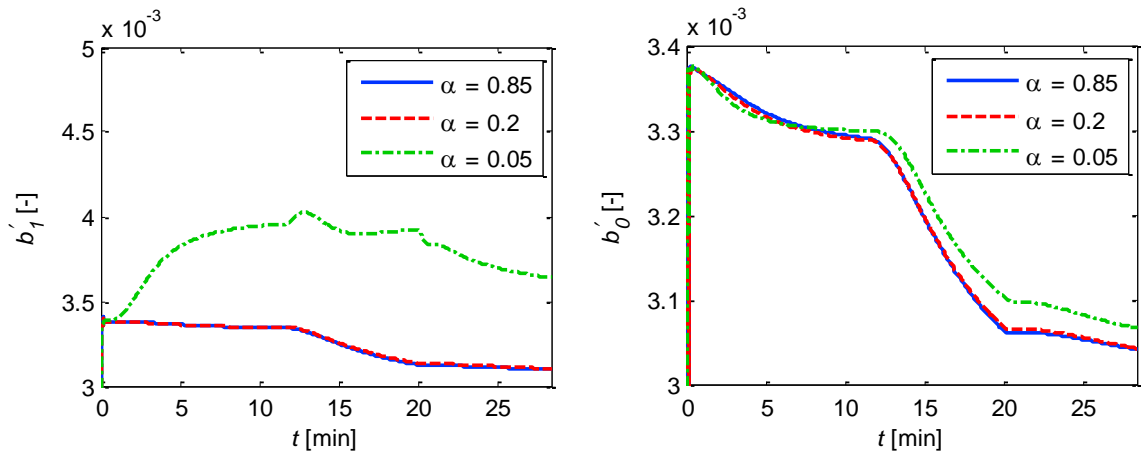


Graf 36 – Porovnání simulovaných průběhů akčních zásahů  $u(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace

Následující dva grafy (Graf 37 a 38) znázorňují průběhy identifikovaných parametrů  $a'_1$ ,  $a'_0$ ,  $b'_1$  a  $b'_0$ . V grafech můžeme pozorovat, že při začátku regulace je průběh nestálý. Následná identifikace však probíhá bez problémů a reaguje na změny v procesu.



Graf 37 – Porovnání simulovaných průběhů odhadů parametrů  $a'_0$  a  $a'_1$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace



Graf 38 – Porovnání simulovaných průběhů odhadů parametrů  $b'_0$  a  $b'_1$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace

Tab. 7 nám opět ukazuje výsledky vyhodnocení kvality regulace při simulovaném řízení ve 2DOF konfiguraci. Můžeme pozorovat stejné chování jako v předchozí metodě, kdy s menší hodnotou parametru  $\alpha$  klesá také hodnota kritéria  $S_u$ , naopak hodnota kritéria  $S_y$  roste.

Tab. 7 – Vyhodnocení kvality simulované regulace při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace

$\alpha$	$S_u [(ml \cdot min^{-1})^2]$	$S_y [mm^2]$	$S_{ITAE} [mm]$
<b>0,85</b>	635,22	223,80	2736,3
<b>0,2</b>	600,10	273,63	3112,4
<b>0,05</b>	481,86	480,36	3709,8

### 9.3.2 Reálné ověření řídicí strategie (2DOF konfigurace)

Reálné ověření řídicí strategie je provedeno na laboratorním modelu PCT 40, jak již bylo dříve zmíněno. Regulační obvod je totožný jako při ověřování řídicí strategie v 1DOF konfiguraci, popsány v kapitole 9.2.2. Stejně hodnoty mají i počáteční parametry, perioda vzorkování a integrační krok.

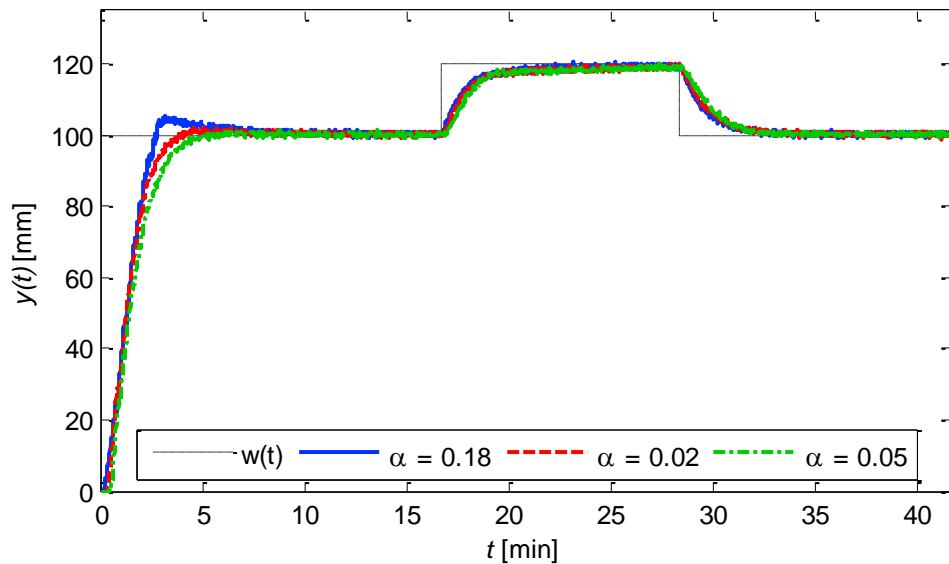
Akční zásah primárního regulátoru  $G_{r1}$  byl omezen v rozsahu  $u_1(t) = \langle 0; 1400 \rangle ml \cdot min^{-1}$ . Referenční signál  $w(t)$  představuje několik skoků na různé žádané hodnoty, které byly provedeny v následujících časech

$$t \in \langle 0, 17 \rangle min \quad w(t) = 100 mm$$

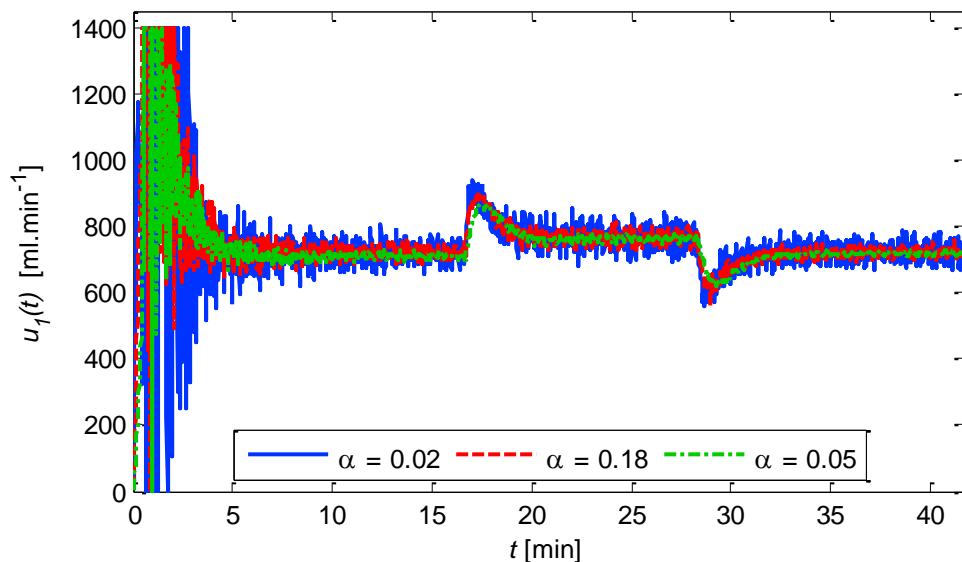
$$t \in \langle 17, 28 \rangle min \quad w(t) = 120 mm$$

$$t \in \langle 28, 42 \rangle min \quad w(t) = 100 mm$$

Výsledky reálného ověření řídicí strategie jsou zobrazeny v Grafu 39. Měření bylo provedeno pro tři různé hodnoty parametru  $\alpha$ . Stejně jako u simulace můžeme pozorovat, že při příliš velké hodnotě  $\alpha$  dochází k překmitu na začátku regulace. Dále jak můžeme vidět v Grafu 40, větší hodnota parametru  $\alpha$  má za následek dynamičtější akční zásah.

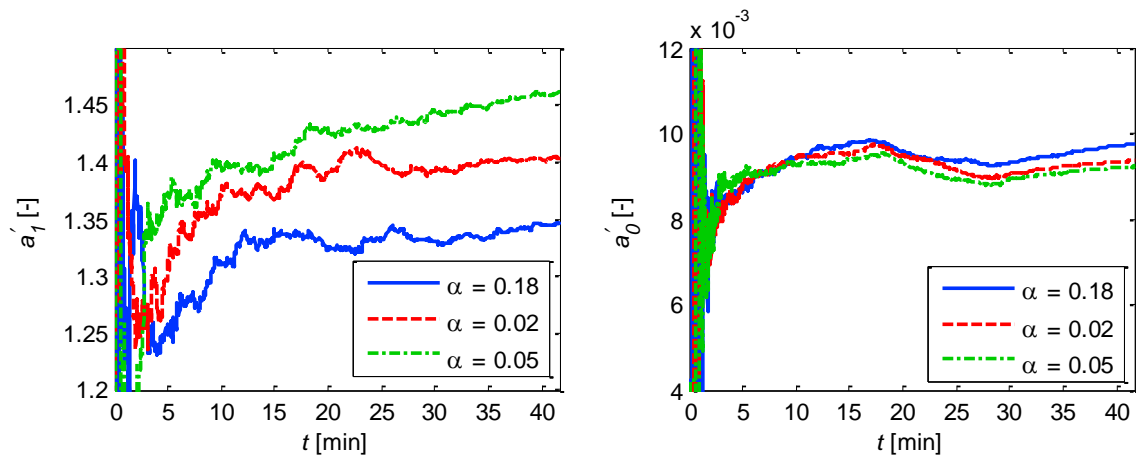


Graf 39 – Porovnání reálných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace

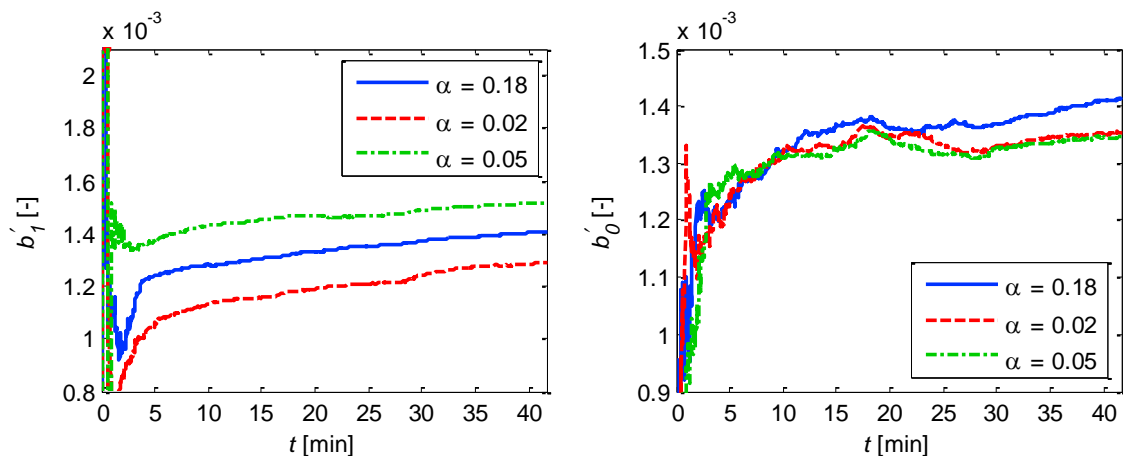


Graf 40 – Porovnání reálných průběhů akčních zásahů  $u_1(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace

Na následujících dvou grafech (Graf 41 a 42) jsou znázorněny průběhy identifikovaných parametrů  $a'_1$ ,  $a'_0$ ,  $b'_1$  a  $b'_0$ . Stejně jako u simulace je identifikace na začátku regulace nestálá, avšak po získání dostatečných informací o procesu probíhá identifikace bez problémů.



Graf 41 – Porovnání reálných průběhů odhadů parametrů  $a'_0$  a  $a'_1$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace



Graf 42 – Porovnání reálných průběhů odhadů parametrů  $b'_0$  a  $b'_1$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace

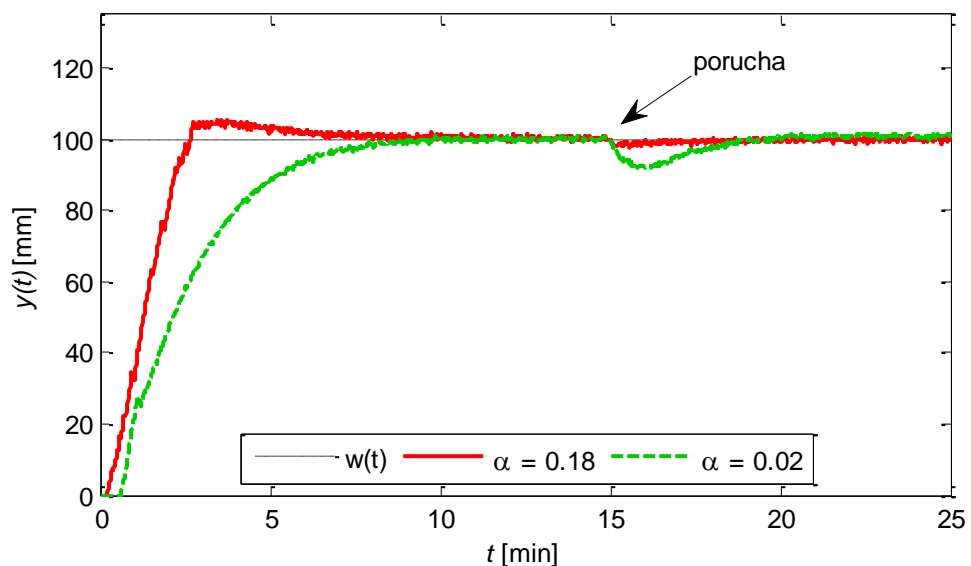
Níže uvedená tabulka (Tab. 8) nám ukazuje výsledky vyhodnocení kvality regulace při reálném řízení ve 2DOF konfiguraci. Můžeme pozorovat, že hodnoty kritérií se při reálném řízení chovají podobně jako při simulaci. Tedy s menší hodnotou parametru  $\alpha$  klesá hodnota kritéria  $S_u$  a hodnota kritéria  $S_y$  naopak roste.

Tab. 8 – Vyhodnocení kvality reálné regulace při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF konfigurace

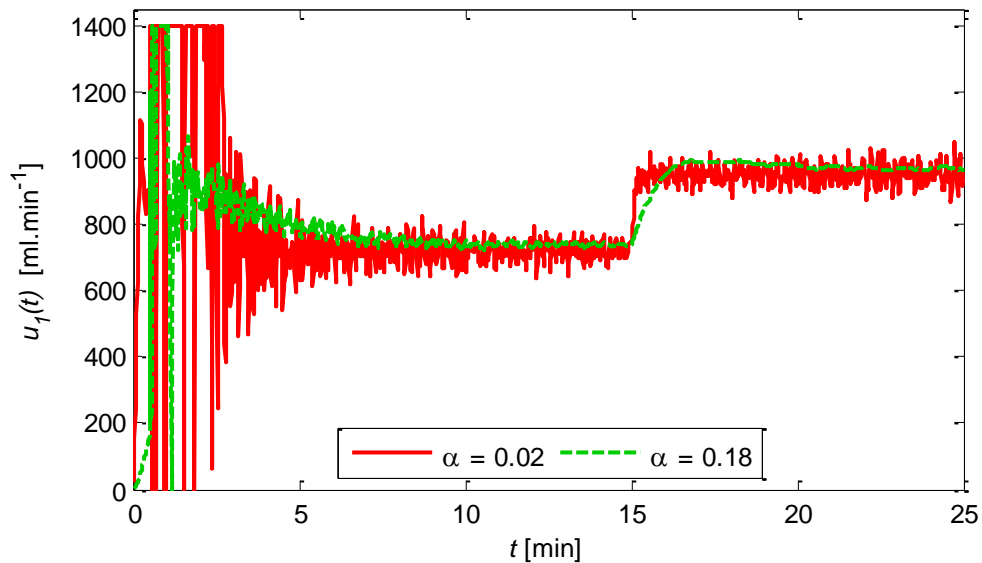
$\alpha$	$S_u [(ml \cdot min^{-1})^2]$	$S_y [mm^2]$	$S_{ITAE} [mm]$
<b>0,18</b>	9854,0	242,80	2485,9
<b>0,1</b>	4125,7	257,16	2682,5
<b>0,05</b>	3354,2	297,74	2949,5

### Kompensace vlivu poruchy

Navrhnutou strategii řízení jsem ověřil také na kompenzaci poruchy. Poruchu jsem generoval stejným způsobem jako při ověřování 1DOF konfigurace, tedy otevřením solenoidového ventilu SOL2. Porucha nastala v čase 900 s. Regulaci jsem provedl pro dvě různé hodnoty parametru  $\alpha$ . Výsledky měření můžeme vidět na následujícím grafu (Graf 43). Při hodnotě  $\alpha = 0,18$  je kompenzace poruchy kvalitnější, výstupní veličina nevykazuje téměř žádné známky poklesu, avšak za cenu většího dynamického namáhání akčního členu.



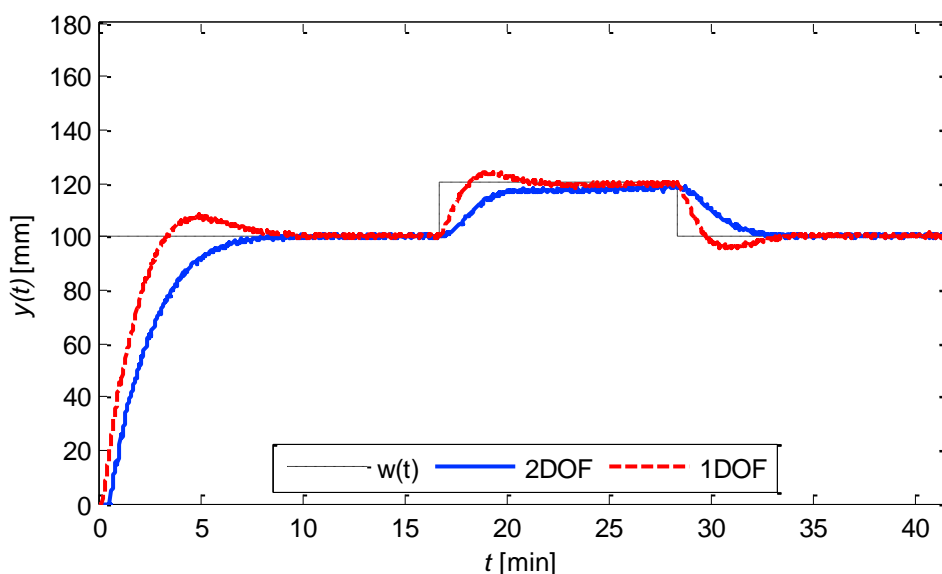
Graf 43 – Porovnání reálných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace



Graf 44 – Porovnání reálných průběhů akčních zásahů  $u(t)$  při vzniku poruchy pro různá  $\alpha$ , 2DOF konfigurace

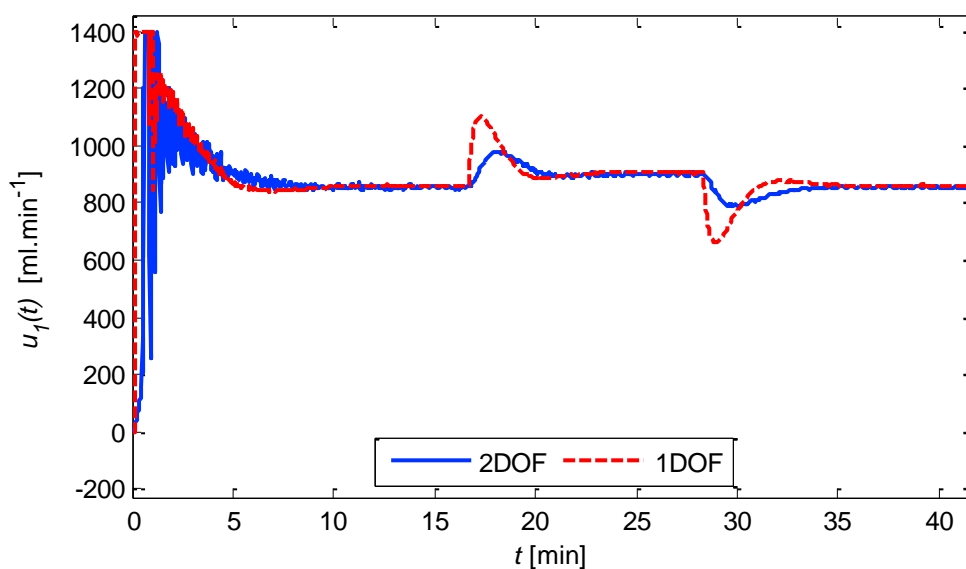
### Porovnání adaptivního 1DOF a 2DOF řízení

Na následujícím grafu (Graf 45) je porovnán regulační pochod při 1DOF a 2DOF konfiguraci pro hodnotu parametru  $\alpha = 0,02$  u obou konfigurací. Z grafu je zřejmý překmit na začátku regulace i při další změně referenční hodnoty u 1DOF konfigurace, zatímco u druhé metody k překmitu nedochází. Při řízení ve 2DOF konfiguraci trvá při změně referenční hodnoty dosažení žádané hodnoty déle. Při volbě vhodné metody řízení pro daný proces tak musíme brát v úvahu, zda zvolíme metodu, kde se vyskytují překmity při změně žádané hodnoty, ale dosažení žádané hodnoty je rychlejší. Nebo použijí metodu, kde nedochází k překmitům, ale regulace trvá delší čas.



Graf 45 – Porovnání reálných průběhů regulované veličiny  $y(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF a 2DOF konfigurace

Na Grafu 46 jsou znázorněny průběhy akčních zásahů obou konfigurací. Z grafu je patrné, že při použití 2DOF konfigurace je akční zásah na začátku regulace kmitavý. Dále je však regulace plynulá s poměrně malými dynamickými nároky na akční člen.



Graf 46 – Porovnání reálných průběhů akčních zásahů  $u_1(t)$  při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF a 2DOF konfigurace

Z následující tabulky (Tab. 9) můžeme pozorovat, že kvalitnější regulace bylo dosaženo při použití 1DOF konfigurace, ovšem s výskytem překmitů, které jsou v praxi někdy nežádoucí.

Tab. 9 – Vyhodnocení kvality reálné regulace při skokových změnách  $w(t)$  pro různá  $\alpha$ , 1DOF a 2DOF konfigurace

$\alpha$	$S_u [(ml \cdot min^{-1})^2]$	$S_y [mm^2]$	$S_{ITAE} [mm]$
<b>1DOF</b>	1010,7	230,70	2240,0
<b>2DOF</b>	2696,5	395,81	40974

## 10 TAKAHASIHO REGULÁTOR

Pro další porovnání řídicích strategií jsem zvolil Takahasiho regulátor. Všeobecně známý regulátor, jenž je modifikací standardního PSD algoritmu. U standardních PSD regulátorů dochází k velkým změnám akčních veličin vždy při výrazné změně regulační odchylky. To je dáno zejména vlivem proporcionální a derivační složky v PSD algoritmu. Jednou z možností jak se vyrovnat s prudkými a velkými změnami regulační odchylky, a také tedy akčního zásahu, je modifikace přírůstkového PSD algoritmu. A právě omezením jak derivační tak i proporcionální složky je regulátor označován jako Takahasiho regulátor, jež je dán vztahem [14]

$$\nabla u(kT) = K_P \cdot \{-y(kT) + y[(k-1)T]\} + K_I \cdot e(kT) + K_D \{-y(kT) + 2y[(k-1)T] - y[(k-2)T]\} \quad (10.1)$$

kde parametry regulátoru se vypočítají jako

$$\begin{aligned} K_I &= \frac{1,2 \cdot k_{PK} \cdot T}{T_K} \\ K_P &= 0,6 \cdot k_{PK} - \frac{K_I}{2} \\ K_D &= \frac{3 \cdot k_{PK} \cdot T_K}{40 \cdot T} \end{aligned} \quad (10.2)$$

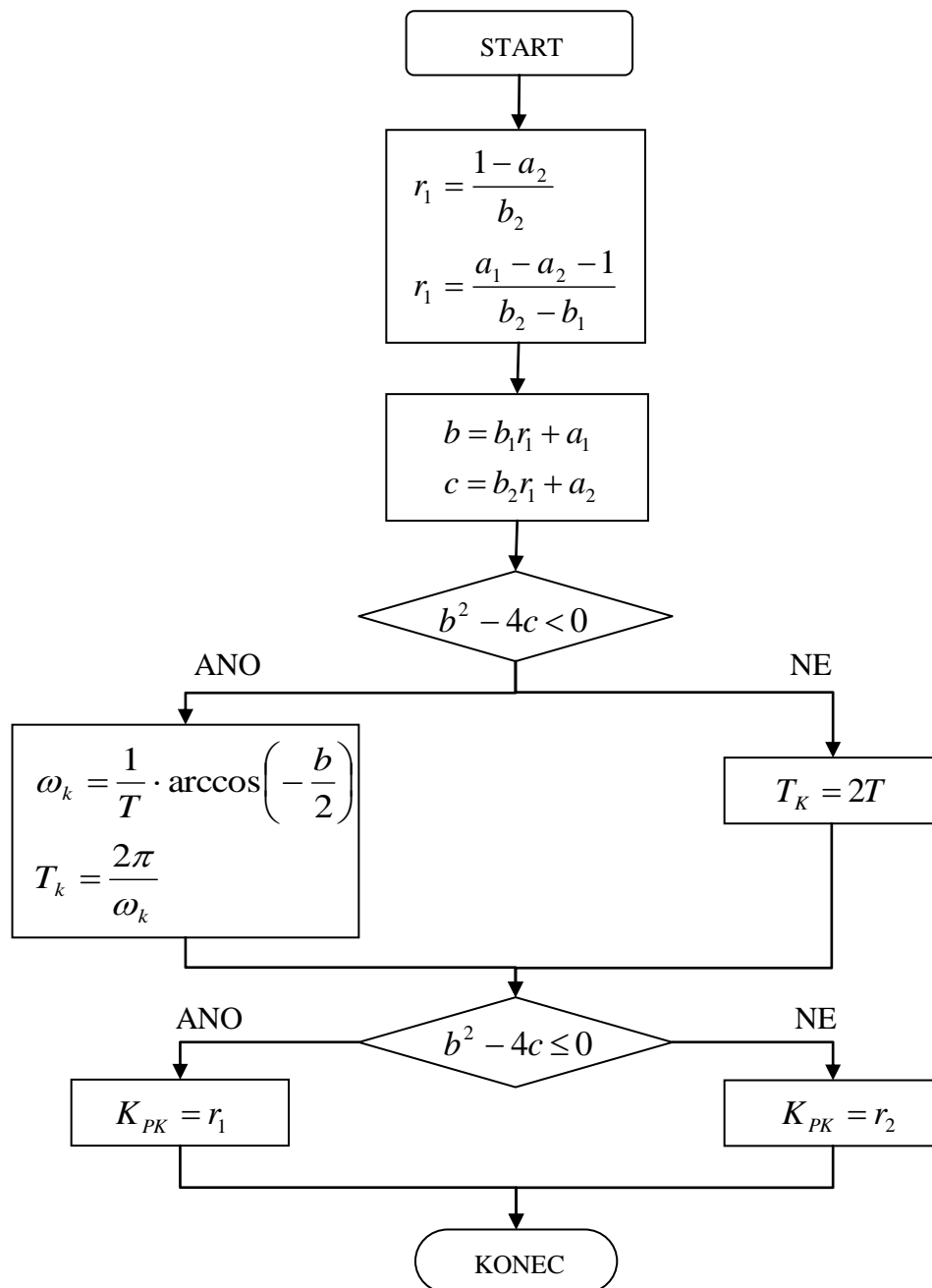
Kde  $k_{PK}$  a  $T_K$  jsou kritické parametry regulátoru. K zjištění hodnot těchto parametrů můžeme využít Ziegler-Nicholovu metodu. Kde se nejdříve vyřadí integrační a derivační složka regulátoru a následně postupným zvyšováním proporcionální složky zvyšujeme zesílení regulátoru až do okamžiku, kdy výstupní veličina netlumeně kmitá. Poté se odečte hodnota kritického proporcionálního zesílení  $k_{PK}$  a z průběhu výstupní veličiny kritická perioda kmitů  $T_K$ . [14]

Pro soustavu 2. řádu je však možné použít níže uvedené schéma (Obr. 11) pro určení těchto kritických parametrů z diskrétního přenosu soustavy. Přenosovou funkci soustavy jsem zjistil z naměřené přechodové charakteristiky (Graf 47). Přechodová charakteristika byla naměřena třikrát při změně akční veličiny, tedy průtoku z  $q_v = 860 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$  na  $q_v = 1070 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ . A dále byla aproximována pomocí programu Matlab, konkrétně toolboxem *ident*. Identifikovaný spojitý přenos soustavy je v následujícím tvaru

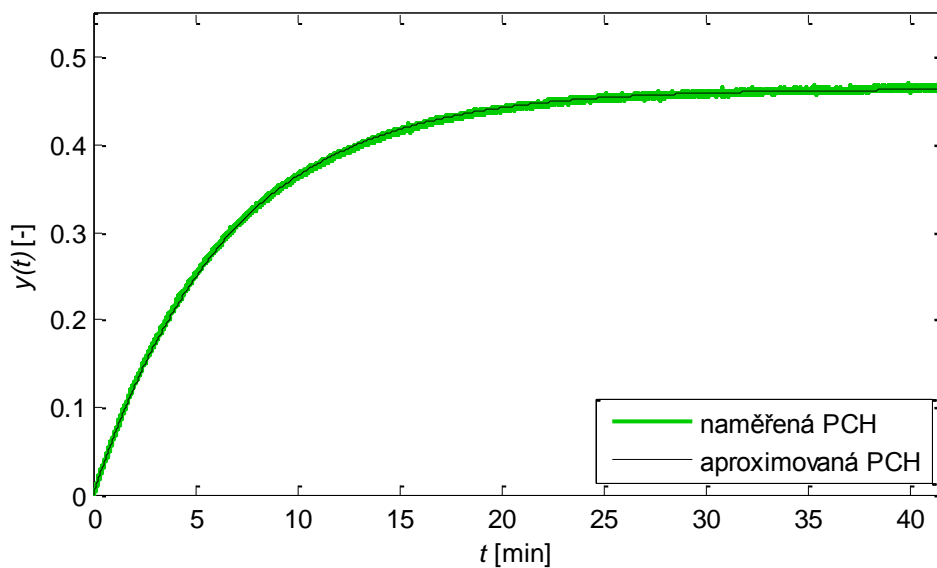
$$G(s) = \frac{0,4642}{(1 + 391,28 \cdot s) \cdot (1 + 0,00576 \cdot s)} \quad (10.3)$$

Spojité přenos jsem diskretizoval s periodou vzorkování  $T = 5$  s. Výsledný Z-přenos má tvar

$$G(z) = \frac{0,005887z + 6,749 \cdot 10^{-6}}{z^2 - 0,9873z} \quad (10.4)$$



Obr. 11 – Vývojový diagram pro určení kritických parametrů soustavy [14]

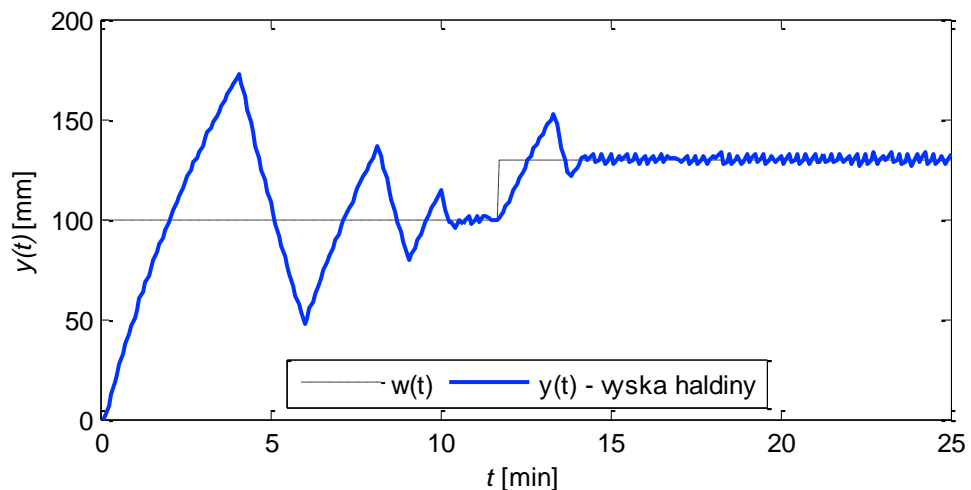


Graf 47 – Zprůměrovaná naměřená přechodová charakteristika  
aproximovaná toolboxem *ident*

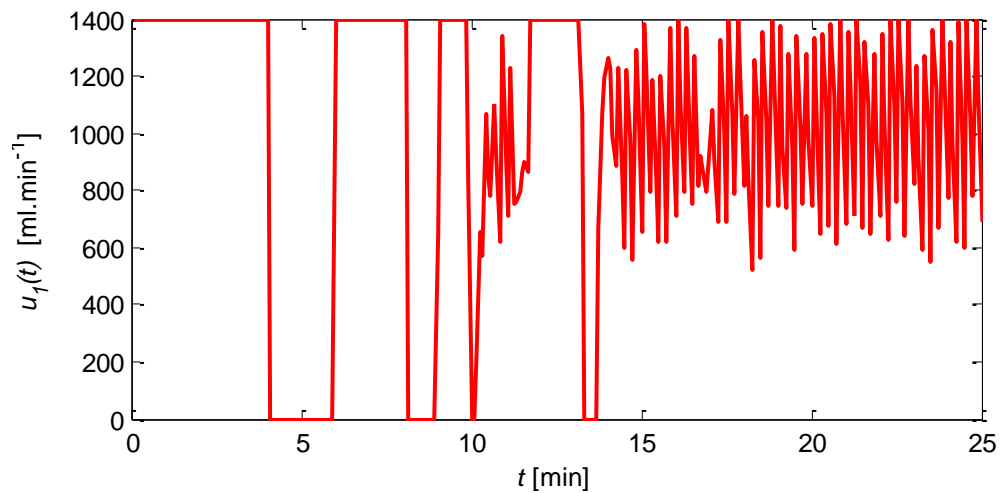
Následně jsem dle vývojového diagramu zobrazeného na Obr. 11, vypočítal kritické zesílení  $K_{PK} = 241,24$  a kritickou periodu soustavy  $T_K = 14$ . A dále podle vztahů (9.2) vypočítal parametry pro Takahasiho regulátor  $K_I = 202,77$ ;  $K_P = 101,387$ ;  $K_I = 50,694$ . Výsledná rovnice pro Takahasiho regulátor je potom ve tvaru

$$u(k) = 72,373 \cdot [-y(k) + y(k-1)] + 144,75 \cdot e(k) + 36,186 [-y(k) + 2y(k-1) - y(k-2)] \quad (10.5)$$

Ověření regulátoru můžeme vidět na regulačním pochodu znázorněném v Grafu 48. Jak můžeme z grafu pozorovat, pro řízení výšky hladiny v zásobníku není zcela vhodný. Na začátku regulace je průběh značně kmitavý.



Graf 48 – Regulace výšky hladiny Takahasiho regulátorem



Graf 49 – Akční zásah  $u_1(t)$  při regulaci Takahasiho regulátorem

Předchozí Graf 49 zobrazuje akční zásah regulátoru. Z grafu lze pozorovat, že dynamické nároky na akční člen jsou velmi velké a to i při dosažení žádané hodnoty. A také z tohoto důvodu není Takahasiho regulátor příliš vhodný k řízení výšky hladiny v zásobníku, neboť při delší regulaci by se při takto dynamickém akčním zásahu, mohl akční člen velmi rychle poškodit.

## ZÁVĚR

Hlavním cílem této diplomové práce bylo navrhnout vhodnou metodu řízení reálného modelu zásobníku na kapalinu, který je součástí zařízení PCT 40 od firmy Armfield. V práci jsem se nejdříve zabýval vytvořením matematického modelu zásobníku na kapalinu, právě na základě laboratorního zařízení PCT 40.

Matematický model byl realizován jednou obyčejnou diferenciální rovnicí, kterou jsem odvodil na základě materiálové bilance. Konstanta ventilu  $k$ , která se v diferenciální rovnici vyskytla, byla zjištěna experimentálně z naměřených hodnot. Kapitola 7.1 popisuje, jaký vliv má tato konstanta na přesnost matematického modelu. Jak se totiž ukázalo při výpočtu konstanty ventilu, nesmí být opomenuta výška vypouštěcího ventilu  $h_v$ , která má značný vliv na dynamiku modelu, a také na konstantu ventilu.

Po sestavení matematického modelu jsem se zaměřil na simulaci statické a dynamické analýzy. Simulace ustáleného stavu ukázala, že se jedná o nelineární systém. Pro simulování dynamické analýzy byla využita numerická metoda, kterou je počítána numericky diferenciální rovnice matematického modelu. Jako numerickou metodu jsem použil algoritmus metody Runge-Kutta čtvrtého řádu. Z výsledků dynamické analýzy, kterou jsem posuzoval podle změny vstupní veličiny v závislosti na průběhu výstupní veličiny, vyplývá, že dynamické vlastnosti modelu mají asymetrický charakter.

Statickou i dynamickou analýzu jsem naměřil i na reálném laboratorním modelu. Porovnáním simulovaných a reálně naměřených charakteristik jsem dospěl k závěru, že matematický model je věrohodný, neboť se charakteristiky téměř shodují.

Jakmile jsem si ověřil správnost matematického modelu, přešel jsem k syntéze řízení, kterou jsem nejdříve rovněž ověřoval na matematickém modelu zásobníku na kapalinu. Strategie řízení je založena na samočinně se nastavujícím regulátoru, který vychází z průběžné identifikace systému a následného výpočtu parametrů regulátoru podle vhodně zvolené metody. Pro účely průběžné identifikace byl systém aproximován externím lineárním delta-modelem (delta-ELM) druhého řádu, jehož parametry se při konvergenci periody vzorkování k nule blíží k parametrům spojitého modelu. Proto byla při syntéze řízení použita polynomiální metoda společně s metodou přiřazení pólů se spektrální faktorizací pro spojitě modely. Řízení bylo uvažováno jak s jedním (1DOF), tak i se dvěma (2DOF)

stupni volnosti. Při průběžné identifikaci procesu byla použita rekurzivní metodou nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním.

Takto navrženou strategii řízení jsem mohl ověřit na matematickém modelu zásobníku na kapalinu. Obě konfigurace řízení (1DOF i 2DOF) umožňují nastavovat jeden volitelný parametr  $\alpha$ . Nejprve jsem ověřoval řízení v 1DOF konfiguraci. Simulaci řízení jsem provedl pro několik hodnot volitelného parametru. Ze simulovaných regulačních pochodů jsem zjistil, že parametr  $\alpha$  má značný vliv na kvalitu a rychlost regulačního pochodu. Čím větší byla hodnota parametru  $\alpha$ , tím rychleji bylo dosaženo žádané hodnoty ovšem za cenu většího překmitu výstupní veličiny a vyšších dynamických nároků na akční člen. Simulace řízení ve 2DOF konfiguraci byla provedena opět pro několik hodnot jediného nastavitelného parametru  $\alpha$ , kde vliv tohoto parametru byl podobný jako u předchozí metody. Tedy čím vyšší hodnota parametru, tím bylo dosaženo rychleji referenční hodnoty, ovšem za cenu dynamičtějšího akčního zásahu. Při vhodně zvolené hodnotě tohoto parametru probíhal regulační pochod bez překmitů.

Jakmile byly navrhnuté metody řízení ověřeny simulačně na matematickém modelu, přešel jsem k ověření řídicích strategií na reálný model PCT 40, kde se potvrdily poznatky získané ze simulačního řízení. Vliv parametru  $\alpha$  odpovídal chování, které jsem zjistil při simulaci.

Kvalitu regulace jsem vyhodnocoval pomocí integrálních kritérií. Porovnáním kritérií  $S_u$  a  $S_y$  jsem zjistil, že jejich hodnoty se mění opačným směrem. Proto při výběru optimálního řízení, musíme brát v úvahu rychlost a kvalitu regulačního pochodu, ale také velikost dynamického namáhání akčního členu. Proto se jako nejvhodnější řešení regulace jeví řízení, kde byla použita nejmenší hodnota parametru  $\alpha$ , protože dynamické nároky na akční člen nebyly tak velké.

Výšku hladiny v zásobníku jsem se pokusil také regulovat Takahasiho regulátorem. Vzhledem ke značnému přeregulování při změně referenční veličiny a velmi vysokým dynamickým nárokům na akční zásah se toto řízení jeví jako nevhodné.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] MIKLEŠ, J. a M. FIKAR. *Process modelling, identification, and control*. Berlin: Springer, 2007, 480 s. ISBN 35-407-1969-5.
- [2] ROFFEL, B. a B. BETLEM. *Process Dynamics and Control: modeling for control and prediction*. Chichester: John Wiley & Sons, 2006, 543 s. ISBN 978-0-470-01663-3.
- [3] INGHAM, J., I. J. DUNN, E. HEINZLE, J. E. PŘENOSIL a J. B. SNAPE. *Chemical Engineering Dynamics: an introduction to modelling and computer simulation*. Third. Weinheim: Wiley-VCH, 2007, 618 s. ISBN 978-3-527-31678-6.
- [4] VOJTĚŠEK, J. *Chemical Reactors: modern control methods: Moderní metody řízení chemických reaktorů : English doctoral thesis*. Zlín: Tomas Bata University in Zlín, 2008. 167 s. ISBN 978-80-7318-741-5. English Doctoral Thesis. Tomas Bata University in Zlín.
- [5] VOJTĚŠEK, Jiří. *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations Using Mathematical Software*. Zlín, Czech Republic.
- [6] BOBÁL, V., J. BÖHM, J. FESSL a J. MACHÁČEK. *Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications*. London: Springer, 2005, 317 s. ISBN 18-523-3980-2.
- [7] BOBÁL, V. *Adaptivní a prediktivní řízení*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2007, 134 s. ISBN 978-80-7318-662-2.
- [8] BOBÁL, V. *Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace*. 1. vyd. Brno: VUTIUM, 1999, 242 s. ISBN 80-214-1299-2.
- [9] SYSEL, Martin a Vladimír BOBÁL. Moderní metody řízení delta-modely. *Regulace a regulátory* [online]. 2001, č. 12 [cit. 2014-06-03]. Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz/download/au120117.pdf>
- [10] MIDDLETON, Richard a Graham C. GOOGWIN. *Digital Control and Estimation: A Unified Approach*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1990, 576 s. ISBN 978-013-21117-982.

- [11] BOBÁL, V. *Identifikace systémů*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2009, 128 s. ISBN 978-80-7318-888-7.
- [12] DOSTÁL, P. a R. MATUŠŮ. *Stavová a algebraická teorie řízení*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2010, 90 s. ISBN 978-80-7318-991-4.
- [13] BRÁZDIL, Michal. *Identifikace a řízení tepelného průtokového výměníku*. Zlín, 2009. 100 s. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně.
- [14] NAVRÁTIL, Pavel a Vladimír GERLICH. *Podpora seminářů předmětu "Teorie automatického řízení II"*. Zlín, 2006. 141 s. Učební texty. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně.
- [15] BLAHA, Petr a Petr VAVŘÍN. *Řízení a regulace I: Základy regulace lineárních systémů - spojité a diskrétní*. Brno, 2004. 212 s. Dostupné z: [http://www.uamt.feec.vutbr.cz/~richter/vyuka/0809\\_BRR1/texty/brr1.pdf](http://www.uamt.feec.vutbr.cz/~richter/vyuka/0809_BRR1/texty/brr1.pdf). Učební texty. Vysoké učení technické v Brně.
- [16] ARMFIELD. *Instruction manual PCT40: Issue 5*. 2005.

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

### Seznam zkratek:

1DOF	One Degree of Freedom
2DOF	Two Degree of Freedom
ARX	Auto Regressive with eXogenous input
ELM	External Linear Model
NSN	Nejmenší společný násobek
PCI	Peripheral Component Interconnect
PCT 40	Process Control Teaching system
PID	Proportional-Integral-Derivative (controller)
PSV	Proporcionální solenoidový ventil (Proportional Solenoid Valve)
RK4	Metoda Runge-Kutta čtvrtého řádu
RMNČ	Rekurzivní metoda nejmenších čtverců
SOL	SOLenoid
USB	Universal Serial Bus

### Seznam symbolů:

$\beta$	Parametr definující delta model
$\alpha$	Parametr určující kořeny charakteristické rovnice
$\gamma$	Komplexní proměnná v delta oblasti
$\delta$	Operátor posuvu v delta oblasti
$\sigma$	Diferenční operátor
$\rho, \nu, \eta, \kappa$	Pomocné parametry při identifikaci
$\lambda_{0,1,2}$	Parametry faktoru zapomínání
$\xi$	Pomocný vektor při identifikaci
$\varepsilon$	Náhodný neměřitelný prvek

---

$\hat{e}$	Chyba predikce při identifikaci
$\Theta$	Vektor odhadu parametrů ELM
$\Theta_\delta$	Vektor odhadu parametrů delta - ELM
$\varphi$	Vektor měřených dat (regresor) ELM
$\varphi_\delta$	Vektor měřených dat (regresor) delta - ELM
$t'$	Diskrétní čas v delta oblasti
$C$	Kovarianční matice pro identifikaci
$L$	Pomocná proměnná pro identifikaci
$x$	Stavová veličina
$u$	Vstupní veličina systému
$y$	Výstupní veličina systému
$\hat{y}$	Predikovaná výstupní veličina systému
$v$	Měřitelná porucha vstupující do regulačního obvodu
$w$	Referenční veličina
$e_s$	Stochastický šum
$f, g$	Nelineární funkce
$h_I$	Integrační krok numerické integrace
$K_{1-4}$	Koeficienty v metodě Runge-Kutta
$k$	Diskrétní krok
$s$	Komplexí proměnná ve spojitě oblasti
$z, z^{-1}$	Komplexí proměnná v diskrétní oblasti
$n$	Stupeň polynomu $a(s)$
$m$	Stupeň polynomu $b(s)$
$a(s), b(s)$	Polynomy ve spojitě oblasti v přenosové funkci $G(s)$
$d(s)$	Volitelný stabilní polynom diofantické rovnice

$f(s)$	Polynom diofantické rovnice zajišťující stabilitu
$f_v(s), f_w(s)$	Polynomy ve jmenovatelích přenosu poruchy, referenční veličiny
$n(s)$	Polynom obdrženy spektrální faktorizací
$p(s), q(s), r(s)$	Polynomy regulátorů
$\tilde{p}(s)$	Modifikovaný polynom $p(s)$
$t(s)$	Pomocný polynom
$G(s), G(z)$	Přenosová funkce spojitého, diskrétního modelu
$U(s)$	Laplaceův obraz vstupní veličiny
$Y(s)$	Laplaceův obraz výstupní veličiny
$U(z)$	Z-obraz vstupní veličiny
$Y(z)$	Z-obraz výstupní veličiny
$Q(s), R(s)$	Spojité přenos zpětnovazebního, přímovězbního regulátoru
$V(s), W(s)$	Spojité přenos poruchové, referenční veličiny
$p_1, p_0, r_0$	Koeficienty polynomů u přenosu regulátorů
$q_2, q_1, q_0$	Koeficienty polynomů u přenosu regulátorů
$a(z), b(z)$	Polynomy v diskrétní oblasti v přenosové funkci $G(z)$
$a'(z), b'(z)$	Diskrétní polynomy v delta oblasti
$q$	Diskrétní operátor posuvu
$i, j$	Indexy
$T_s$	Perioda vzorkování
$S_u, S_y, S_{ITAE}$	Kritéria kvality regulačního pochodu
$(\cdot)^s$	Značí ustálený stav veličiny
$(\cdot)^T$	Značí transpozici vektoru, matice

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1 – Vnitřní struktura adaptivního systému [7].....	15
Obr. 2 – Blokové schéma samočinně se nastavujícího regulátoru [7] .....	16
Obr. 3 – 1DOF konfigurace systému řízení [12] .....	25
Obr. 4 – 2DOF konfigurace řízení [12] .....	28
Obr. 5 – Laboratorní výukový model PCT 40 rozšířený o chemický reaktor (PCT 41 a 42) .....	35
Obr. 6 – Velká procesní nádoba .....	36
Obr. 7 – Solenoidový ventil SOL1 a proporcionální solenoidový ventil PSV .....	37
Obr. 8 – Základní schéma vytvořené v programu Simulink .....	38
Obr. 9 – Schematické znázornění zásobníku na kapalinu .....	40
Obr. 10 – Kaskádní zapojení regulačního obvodu pro reálné měření .....	65
Obr. 11 – Vývojový diagram pro určení kritických parametrů soustavy [14].....	89

**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1 – Nejpoužívanější delta modely [9].....	18
Tab. 2 – Výsledky měření na reálném modelu.....	43
Tab. 3 – Vyhodnocení kvality simulované regulace při skokových změnách $w(t)$ pro různá $\alpha$ , 1DOF konfigurace .....	60
Tab. 4 – Vyhodnocení kvality simulované regulace při exponenciálním nárůstu $w(t)$ pro různá $\alpha$ , 1DOF konfigurace .....	61
Tab. 5 – Vyhodnocení kvality reálné regulace při skokových změnách $w(t)$ pro různá $\alpha$ , 1DOF konfigurace.....	69
Tab. 6 – Vyhodnocení kvality reálné regulace při exponenciálním nárůstu $w(t)$ pro různá $\alpha$ , 1DOF konfigurace .....	70
Tab. 7 – Vyhodnocení kvality simulované regulace při skokových změnách $w(t)$ pro různá $\alpha$ , 2DOF konfigurace .....	81
Tab. 8 – Vyhodnocení kvality reálné regulace při skokových změnách $w(t)$ pro různá $\alpha$ , 1DOF konfigurace.....	84
Tab. 9 – Vyhodnocení kvality reálné regulace při skokových změnách $w(t)$ pro různá $\alpha$ , 1DOF a 2DOF konfigurace .....	87

## SEZNAM PŘÍLOH

1x CD-ROM s diplomovou prací v elektronické podobě, naměřenými daty a simulačními programy