

# **Nelineární řízení v Matlabu**

Nonlinear control in Matlab

Bc. Jan Hrabovský

---

Diplomová práce  
2013



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

akademický rok: 2012/2013

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Jan Hrabovský**  
Osobní číslo: **A11419**  
Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**  
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Nelineární řízení v Matlabu**

Zásady pro vypracování:

1. Provedte literární rešerši vybraných typů nelineárního řízení.
2. Najděte vhodný matematický model nelineárního systému pro simulační ověřování.
3. Provedte statickou a dynamickou analýzu modelu a porovnejte vliv jednotlivých veličin.
4. Provedte syntézu řízení modelu pomocí vybrané metody z teoretické části.
5. Ověřte simulačně navržený regulátor s využitím Matlabu.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. INGHAM, J., DUNN, I. J., HEINZLE, E., PŘENOSIL, J. E.: Chemical Engineering Dynamics. An Introduction to Modeling and Computer Simulation. Second, Completely Revised Edition, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 2000. ISBN 9783527307593.
2. LUYBEN, W.L.: Process modelling, simulation and control for chemical engineers. McGraw-Hill, New York, 1989. ISBN 0-07-039159-9.
3. CORRIOU, J.-P. Process control. Theory and applications. Springer-Verlag, London. 2004. ISBN 978-1-85233-776-6
4. ASTOLFI, A, D KARAGIANNIS a Romeo ORTEGA. Nonlinear and adaptive control with applications. London: Springer, c2008, xiv, 290 p. ISBN 978-184-8000-667.
5. VINCENT, Thomas L, D KARAGIANNIS a Romeo ORTEGA. Nonlinear and optimal control systems. New York: John Wiley, c1997, xv, 559. ISBN 04-710-4235-8.


Vedoucí diplomové práce: **Ing. Jiří Vojtěšek, Ph.D.**

Ústav řízení procesů


Datum zadání diplomové práce: **24. února 2013**

Termín odevzdání diplomové práce: **11. června 2013**

Ve Zlíně dne 24. února 2013

  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
děkan



  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
ředitel ústavu

## ABSTRAKT

Předložená práce se zabývá analýzou a syntézou nelineárního procesu reprezentovaného modelem chemického průtočného reaktoru (CSTR), v němž je uvažována silně exotermní reakce typu Van der Vusse. Na základě analýzy je provedena syntéza řízení, která je založená na adaptivním nelineárním hybridním přístupu. Řídící strategie spočívá ve faktorizaci regulátoru na nelineární statický model a na adaptivní lineární dynamický model. Nelineární statický model je odvozen z aproximace transformované a invertované statické charakteristiky řízeného procesu. Návrh lineární dynamické části je realizován polynomiální syntézou řízení za použití metody umístění pólů. Původně nelineární proces je přitom aproximován externím lineárním delta-modelem (delta-ELM), jehož parametry jsou průběžně odhadovány metodou nejmenších čtverců. Hlavním cílem této práce je simulační ověření navrženého řízení a posouzení, zda je možné dosáhnout kvalitnějšího řízení v porovnání se standardním adaptivním řízením. Simulační ověření regulátoru je realizováno prostřednictvím softwaru MATLAB ve verzi 7.3.

Klíčová slova: *Nelineární adaptivní řízení, statická analýza, dynamická analýza, polynomiální syntéza, umístění pólů, rekurzivní identifikace, ELM, CSTR, Van der Vusse.*

## ABSTRACT

The presented thesis deals with the analysis and control design of nonlinear process model represented by the continuous stirred tank reactor (CSTR), where is considered highly exothermic reaction type Van der Vusse. The synthesis of the procedure is performed on the base of analysis which is based on an adaptive nonlinear hybrid approach. The control strategy consists in factorization of controller for nonlinear static model and the adaptive linear dynamic model. The nonlinear static model is derived from an approximation of the transformed and inverted steady state characteristic of the controlled process. Design of linear dynamic part is implemented by polynomial synthesis of control using pole placement method. Originally nonlinear process is approximated by an external delta-linear model whose parameters are continuously estimated by the least squares method. The main goal of this thesis is to verify the designed control and the assessment if it is possible to achieve better quality of control compared with standard adaptive control. Simulation validation of designed control is realized through the MATLAB 7.3 software.

Klíčová slova: *Nonlinear adaptive control, steady state and dynamic analysis, polynomial synthesis, pole placement method, recursive identification, ELM, CSTR, Van der Vusse.*

Rád bych poděkoval Ing. Jiřímu Vojtěškovi, Ph.D., za odborné vedení, vstřícnost a za čas strávený při konzultacích.

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD.....</b>	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST .....</b>	<b>10</b>
<b>1 Nelineární systémy a strategie řízení.....</b>	<b>11</b>
1.1 Vlastnosti nelineárních systémů .....	11
1.2 Matematický popis .....	12
1.3 Řídící strategie.....	12
<b>2 Modelování a simulace systémů.....</b>	<b>14</b>
2.1 Tvorba modelu na základě bilancí .....	15
2.2 Simulační analýza modelu .....	16
2.2.1 Statická analýza.....	16
2.2.2 Dynamická analýza .....	17
<b>3 Identifikace systému a syntéza řízení.....</b>	<b>19</b>
3.1 Blokově orientované nelineární systémy .....	19
3.2 Adaptivní řídicí systém .....	21
3.3 Externí lineární model – delta model .....	22
3.4 Identifikace externího lineárního modelu .....	24
3.5 Polynomiální syntéza řízení.....	27
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST.....</b>	<b>31</b>
<b>4 Model průtočného chemického reaktoru .....</b>	<b>32</b>
4.1 Popis CSTR a reakce typu Van de Vusse.....	32
4.2 Matematický model CSTR.....	33
<b>5 Statická a dynamická analýza modelu CSTR.....</b>	<b>36</b>
5.1 Model ustáleného stavu a statická analýza .....	36
5.2 Dynamická analýza .....	40
<b>6 Syntéza nelineárního řízení a simulační ověření .....</b>	<b>44</b>
6.1 Návrh regulátoru pro řízení koncentrace produktu .....	45
6.1.1 Návrh statické nelineární části .....	45
6.1.2 Volba struktury externího lineárního modelu .....	48
6.1.3 Návrh dynamické lineární části pro ELM prvního řádu .....	49
6.2 Simulační ověření navrženého řízení.....	52
6.2.1 Nelineární adaptivní řízení (NAC).....	53
6.2.2 Standardní adaptivní řízení (SAC).....	55
6.2.3 Porovnání SAC vs. NAC.....	57
6.2.4 Regulace po lineární rampě a kompenzace vlivu poruchy.....	59
<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>62</b>
<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ.....</b>	<b>64</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>66</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....</b>	<b>68</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>71</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>73</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>	<b>74</b>

<b>PŘÍLOHA PI: ZDROJOVÝ KÓD PRO NELINEÁRNÍ ŘÍZENÍ.....</b>	<b>75</b>
--	-----------



## ÚVOD

Nelineární dynamické procesy jsou součástí mnoha přírodních a technických systémů. Ačkoli se Lyapunov zabýval analýzou nelineárních systému již od konce devatenáctého století a položil tak základy nejen nelineární analýze stability ale také návrhu stabilizujícího řízení těchto systémů, mnohem intenzivnější vývoj zažívaly lineární techniky analýzy a syntézy řízení. Z tohoto důvodu dnes mají lineární techniky oproti nelineárním mnohem silnější teoretické základy, o které se opírají mnohé průmyslové řídicí systémy dodnes. Z dnešního pohledu je ale rozvoj nelineárního řízení procesů na prudkém vzestupu, což je podmíněno požadavky nejmodernějších aplikací zejména robotiky či leteckého a vesmírného průmyslu. Důkazem je množství vědeckých prací a odborných publikací, které na toto téma vznikají.

Nezbytnou součástí při návrhu řízení procesu je znalost dynamických a statických vlastností systému. Z důvodů bezpečnosti, cenových nákladů apod. není tato analýza vždy realizována přímo na reálných objektech, ale prostřednictvím simulačních experimentů nad odpovídajícím dynamickým modelem systému. Statická analýza umožňuje určit do jaké míry je systém nelineární a také vhodně vybrat pracovní bod, v okolí kterého bude systém řízen. Dynamická analýza vyjadřuje dynamické chování výstupních veličin procesu v reakci na změny vstupních veličin. Podle dynamiky procesu je volena vhodná struktura řídicího systému.

Lineární řízení nelineárních procesů je standardně založeno na požadavku řízení v omezeném rozsahu podle typu a míry nelinearity a na stabilizujících účincích zpětné vazby. Problémy lineárního řízení nastávají při řízení systému s výraznými nelinearitami a při řízení ve velkých provozních intervalech. Proto je vhodnější využít sofistikovanějších metod řízení. Jednou z možností je využití například adaptivních řídicích systémů, které v průběhu řízení průběžně přizpůsobují parametry řídicí struktury parametrům řízeného procesu. Někdy však díky výrazným nelinearitám procesu ani adaptivní řízení nepostačuje a je třeba využít nelineárních technik řízení. Jedna z metod pro výraznější nelinearity je založena na faktorizaci regulátoru na statickou nelineární část a na dynamickou lineární část. Princip tohoto regulátoru spočívá v kompenzaci nelinearity řízeného systému inverzní funkcí této nelinearity. Pro takto linearizovaný systém je možné navrhnout systém řízení lineárními technikami. Výhoda této linearizace spočívá v tom, že stabilita systému je určena pouze dynamickými částmi uzavřeného regulačního obvodu.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

# 1 Nelineární systémy a strategie řízení

## 1.1 Vlastnosti nelineárních systémů

Nelineární systém (NS) je systém, jehož výstupy jsou nelineární funkcí jeho vstupů. Do jaké míry je systém nelineární, určuje statická charakteristika systému, která je podrobněji popsána v kapitole 2.2.1. Nelinearity systému se mohou dělit do dvou hlavních skupin [1]. První skupinou jsou *přirozené nelinearity*, mezi něž patří například saturace, pásmo necitlivosti či hystereze. Nelinearity typu nasycení představuje oblast, kde se výstupní veličina procesu při změně vstupní veličiny přestává měnit nebo se mění jen velmi málo. V situacích kdy se výstupní veličina v určitém rozsahu změny vstupní veličiny nemění, jedná se o nelinearity pásma necitlivosti. U nelinearity typu hystereze je velikost výstupní veličiny dána nejen velikostí vstupní veličiny ale i smyslem její změny. Druhou skupinou jsou tzv. *umělé nelinearity*. Ty jsou přidávány do regulačního obvodu v technických a programových prostředcích - nelineární vlastnosti ventilů a snímačů či nelineární řídicí zákony (dvoupolohové řízení).

NS mají oproti lineárním systémům (LS) své specifické vlastnosti a chování, které velmi stručně charakterizují následující body [1]:

- Neplatnost principu superpozice - při analýze nelze využít Laplaceovou transformaci ani Z-transformaci, není tedy možné zavést přenosovou funkci systému. Také nelze využít frekvenční analýzu, neboť neplatí princip věrnosti frekvence.
- Existence více rovnovážných stavů – tzv. ekvalibríí
- Vznik limitních cyklů, tj. kmity s pevnou amplitudou a periodou bez vnějšího vybuzení
- Chaos – výstup systému je extrémně citlivý na počátečních podmínkách. Nelze proto předvídat výstup systému, dokonce ani zajistit stabilitu pro různé počáteční podmínky.
- Jestliže systém má řešení pouze v určitém časovém intervalu, může vně toho intervalu docházet k unikům v reálném čase (u LS dochází pouze asymptoticky). Např. systém popsany  $\dot{x}(t) = 1 + x^2$ , který má řešení  $x(t) = \tan(t)$  pouze v intervalu  $\langle 0, \pi/2 \rangle$ .
- Také stabilita má u NS jiný význam. Stabilita se určuje pro jednotlivá ekvalibria. Existuje tzv. *Lyapunovská* a *asymptotická* stabilita [2]. Ekvalibrium je Lyapunovsky stabilní, pokud po malém vychýlení z tohoto ekvalibria se stav systému příliš nevzdálí od tohoto rovnovážného bodu (nemusí se vrátit do rovnovážného stavu). Ekvalibrium

je asymptoticky stabilní pokud se po malém vychýlení stavu z rovnovážného stavu opět ustálí v tomto rovnovážném stavu. [2]

## 1.2 Matematický popis

Matematický popis spojitého nelineárního mnohazměrného časově invariantního systému je popisován nejčasteji v časové oblasti. Obvykle je ve formě stavového popisu vyjádřeném soustavou nelineárních diferenciálních rovnic (1.1) s příslušnými počátečními podmínkami a rovnicí výstupu (1.2) [4]

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t)], \quad x(0) = x^s \quad (1.1)$$

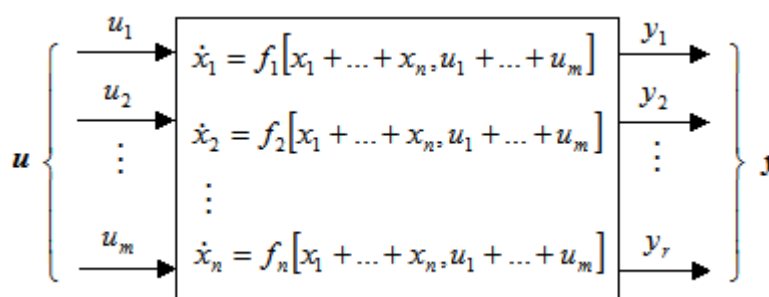
$$y(t) = g[x(t), u(t)] \quad (1.2)$$

kde  $x^T = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$  je vektor stavových veličin o rozměru  $n$

$u^T = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]$  je vektor vstupních veličin o rozměru  $m$

$y^T = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_r]$  je vektor výstupních veličin o rozměru  $r$

$f^T = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]$ ,  $g^T = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_r]$  jsou nelineární vektorové funkce. [4]



Obr. 1 – Znáznornění nelineárního systému

## 1.3 Řídící strategie

Pro řízení nelineárních systémů neexistuje univerzální metoda, protože systém řízení je potřeba přizpůsobit typu nelinearity konkrétního systému [1]. Proto bylo vyvinuto mnoho metod založených na různých principech. Řízení systémů nelineárními technikami je trendem teprve posledních pár desetiletí a je motivován především nejmodernějšími aplikacemi robotiky, automobilového či leteckého průmyslu [3].

Není možné zde podrobně obsáhnout všechny techniky nelineárního řízení, přesto jsou zde stručně v několika bodech uvedeny vybrané a nejčastěji popisované techniky:

- Techniky založené na linearizaci systému

#### **Aproximační linearizace v okolí pracovního bodu [4]**

Jedná se o tradiční metodu řízení nelineárních systémů, která je založena na předpokladu, že řízení probíhá v malém provozním rozsahu, nebo že nelinearity v pracovním rozsahu jsou slabé. Dynamiku NS je tedy při tomto předpokladu možné v určitém malém okolí pracovního bodu aproximovat lineárním modelem. Linearizovaný model lze pak řídit lineárními technikami řízení. Jestliže je linearizovaný model použit pro řízení ve velkém provozním rozsahu, řízení je obvykle nekvalitní a dokonce se může stát nestabilním.

#### **Exaktní zpětnovazební linearizace [1, 3]**

Exaktní linearizace spočívá v přesné linearizaci vhodnou stavovou nebo vstupně-výstupní zpětnou vazbou, tak aby se nelineární relace mezi vstupem a výstupem NS nahradili lineárními relacemi a bylo možné využít lineární techniky řízení. Tím se NS linearizuje v daleko širším rozsahu než klasická aproximační linearizace.

- Metody adaptivního a prediktivního řízení [5] a jejich nové pokročilejší modifikace pro řízení NS zajišťující asymptotickou stabilitu a robustnost, jež se opírají o relativně novou metodologii nazvanou *Immersion & Invariance (I&I)* - pro podrobnější popis viz [6]. Přístup pomocí I&I umožňuje zjednodušení problému návrhu regulátoru na jednotlivé podproblémy, které jsou snadněji řešitelné, protože v zásadě nevyžadují znalost Lyapunovy funkce [6].
- Metody využívající znalosti Lyapunovy funkce (např. metoda Backsteeping [7]). Nalezení této funkce však může být obtížné, neboť musejí být měřitelné všechny stavové veličiny systému - případně je nutné použít nelineární rekonstruktor stavu.
- Fuzzy řízení, aplikace umělé inteligence [7]

V této práci je použita relativně jednoduchá a intuitivní technika nelineárního řízení, která je založena na principech tzv. *blokově orientovaných nelineárních systémů*. Z důvodů logického členění a návaznosti pojmů je tato problematika uvedena podrobněji v kapitole 3 pojednávající o identifikaci a syntéze řízení.

## 2 MODELOVÁNÍ A SIMULACE SYSTÉMŮ

Pro řízení jakéhokoliv systému je třeba znát jeho vlastnosti a chování. Prvním krokem ke zkoumání těchto vlastností je *modelování* systému. Tím se obecně rozumí proces tvorby fyzikálního nebo abstraktního modelu. Abstraktním modelem, jenž se často využívá pro simulační analýzu a syntézu řízení je *matematický model* [8]. Jeho tvorba spočívá v nalezení funkce, která popisuje chování výstupu systému jako funkci vstupních veličin (i včetně poruchových). Dále bude pod pojmem model míněn právě matematický model.

Existují dva základní krajní přístupy k modelování [9]. Prvním z nich je empirický přístup, který je založen na přímém měření na reálném systému. Vhodnou identifikační metodou se z naměřených dat odhadnou parametry předem zvolené struktury modelu. Tato struktura modelu však neodpovídá struktuře reálného systému a ani její parametry nemají fyzikální význam. Tento typ modelu se nazývá *externí model*. Jeho cílem je dosažení shodné odezvy výstupní veličiny modelu a reálného systému na stejný vstup. Tento typ modelu bude později využit při identifikaci procesu. V anglické literatuře jsou tyto modely často příznačně označovány jako black-boxy.

Protože měření na reálném objektu není v praxi vždy realizovatelné z důvodů bezpečnosti, absence vhodné měřicí techniky, časové náročnosti, cenové nákladnosti apod., využívá se analytického přístupu. Při tvorbě modelu se vychází z bilancí (energetických, hmotových apod.), matematického popisu fyzikálních a chemických zákonů a dalších technologických a konstrukčních vlastností systému. Výstupem je tzv. *vnitřní model* (white-box). Na rozdíl od extérního modelu poskytuje informace o reálné vnitřní struktuře, stavových veličinách a jejich vzájemných vazbách. V procesním inženýrství jsou tyto modely často ve tvaru diferenciálních či diferenčních rovnic, jejichž parametry odpovídají reálným fyzikálním veličinám jako je teplota, koncentrace, průtok, tlak atd.

Skupinou modelů v pomyslném prostoru mezi black-boxy a white-boxy jsou tzv. gray-box modely, které mají alespoň částečně známou strukturu odvozenou z matematicko-fyzikální analýzy. Ta však obsahuje i neznámé parametry procesu (často stochastického charakteru), které se identifikují obdobně jako parametry black-box modelů [9].

Protože v modelování nelze (ani také není snahou) obsáhnout všechny mikroskopické a makroskopické jevy reálného procesu jsou i matematické reprezentace přírodních zákonů pouhou aproximací. Při procesu modelování se pro zjednodušení modelu navíc často

zavádějí zjednodušující předpoklady. Při modelování je snahou volit kompromis mezi složitostí modelu, jeho přesností a úsilím vynaloženém při jeho tvorbě a ověření [8].

## 2.1 Tvorba modelu na základě bilancí

Bilance jsou v zásadě aplikace zákonů zachování hmoty, energie, hybnosti, momentu apod. Spolu s matematickým vyjádřením fyzikálních a chemických zákonů a dalšími technologickými a konstrukčními vlastnostmi procesu tvoří matematickou strukturu popisující chování modelu. Bilance se provádí pro určité časové období. Při modelování dynamického modelu je bilančním obdobím nekonečně malý časový interval  $dt$ . Matematickou strukturou je tak diferenciální rovnice nebo jejich soustava (obyčejné i parciální).

Později je v této práci analyzován model chemického reaktoru. V této souvislosti tedy dále uvádím principy látkové a energetické bilance – čerpáno z úvodních kapitol v [9, 10, 11]. Princip zachování hmoty dynamického systému lze slovně vyjádřit

$$\left[ \begin{array}{c} \text{množství hmoty} \\ \text{akumulované v} \\ \text{systému} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{množství hmoty} \\ \text{vstupující do} \\ \text{systému} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{množství hmoty} \\ \text{odcházející ze} \\ \text{systému} \end{array} \right]$$

V chemických reaktorech však pochopitelně dochází k chemickým reakcím, jejichž kinetiku je třeba v bilanci zohlednit, neboť látková množství jednotlivých složek reakční směsi nejsou zachovány. Látkovou bilanci pro chemickou složku lze slovně vyjádřit jako

$$\left[ \begin{array}{c} \text{množství složky} \\ \text{akumulované v} \\ \text{reaktoru} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{množství složky} \\ \text{vstupující do} \\ \text{reaktoru} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{množství složky} \\ \text{odcházející z} \\ \text{reaktoru} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{množství složky} \\ \text{v reaktoru vzniklé} \\ \text{vlivem reakce} \end{array} \right]$$

Poslední člen předchozího vyjádření představuje množství bilancované veličiny, které za bilanční období uvnitř systému vznikne z jiné nebilancované složky nebo zanikne. Zánikem je pak myšlena změna na jinou nebilancovanou složku.

Druhým typem bilance používané pro modelování chemického procesu je tepelná bilance (energetická), která vychází z prvního termodynamického zákona [11]. Tepelnou bilanci systému lze slovně vyjádřit

$$\left[ \begin{array}{c} \text{množství tepla} \\ \text{akumulovaného} \\ \text{v systému} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{množství tepla} \\ \text{vstupujícího} \\ \text{do systému} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{množství tepla} \\ \text{vystupujícího} \\ \text{ze systému} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{množství tepla v} \\ \text{systému vznikající} \\ \text{(vlivem reakce)} \end{array} \right] \pm \left[ \begin{array}{c} \text{množství tepla} \\ \text{prestupujícího} \\ \text{z/do okolí} \end{array} \right]$$

kde množství tepla přestupujícího z okolí do systému je možné uvažovat s kladným znaménkem a teplo přestupující ze systému do okolí je se záporným znaménkem.

## 2.2 Simulační analýza modelu

Po sestavení dynamického modelu reálného systému je simulační analýza dalším krokem k syntéze řízení systému. Analýza je zde chápána jako nástroj k určení statických a dynamických vlastností modelu.

Statická analýza, nebo také analýza *ustálených stavů*, umožňuje zkoumat do jaké míry je systém lineární, resp. nelineární a ve kterých pracovních oblastech. Z této charakteristiky lze pak určit, ve které oblasti je možné řídit systém nejefektivněji a vhodně tak zvolit optimální pracovní bod. Výpočet ustálených stavů je také potřebný pro stanovení počátečních podmínek *obyčejných diferenciálních rovnic* (ODR) při řešení dynamické analýzy.

Dynamická analýza slouží k vyšetřování chování modelu z průběhu výstupní veličiny modelu v reakci na definovanou změnu vstupní veličiny (jednotkový impuls, skok či harmonický signál). Typickým příkladem dynamické analýzy systému je přechodová či frekvenční charakteristika. Přechodová charakteristika zkoumá odezvu změny výstupní veličiny modelu v reakci na skokovou změnu vstupní veličiny. Tato charakteristika slouží k vhodnému návrhu struktury řídicího systému.

V následujících podkapitolách budu uvažovat dynamický model popsany soustavou obecně nelineárních ODR

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (2.1)$$

s počátečními podmínkami definovanými jako ustálené hodnoty v pracovním bodě

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^s = \begin{bmatrix} x_1^s & x_2^s & \dots & x_n^s \end{bmatrix}^T \quad (2.2)$$

### 2.2.1 Statická analýza

Statická analýza udává závislost ustálených hodnot výstupních veličin systému na ustálených hodnotách vstupních veličin. U stabilního systému dochází k ustálenému stavu, jestliže na systém působí hodnota vstupní veličiny po dostatečně dlouhou dobu tak, že se časové změny výstupní veličiny blíží nule. Nalezení ustáleného stavu tedy znamená anulovat časovou derivaci v příslušné diferenciální rovnici podle



$$\frac{d(*)}{dt} = 0 \quad (2.3)$$

Dynamický model reprezentovaný soustavou ODR (2.1) se po anulování časových derivací změnil na tzv. *model ustáleného stavu*, který je reprezentovaný soustavou nelineárních algebraických rovnic

$$f(\mathbf{x}^s, \mathbf{u}^s) = \mathbf{0} \quad (2.4)$$

kde  $\mathbf{u}^s = [u_1^s \ u_2^s \ \dots \ u_m^s]^T$  je vektor známých ustálených vstupních veličin a  $\mathbf{x}^s = [x_1^s \ x_2^s \ \dots \ x_n^s]^T$  je vektor neznámých ustálených hodnot stavových veličin v daném pracovním bodě. Pro výpočet ustálených stavů se tedy řeší soustava nelineárních rovnic (2.4). Při jejich řešení je třeba často použít numerické metody. V praktické části využívám jednoduchou *metodu prosté iterace* [12], která spočívá v převodu rovnice (2.4) na ekvivalentní iterační tvar

$$\mathbf{x}^{k+1} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}^k), \text{ pro } k=0, 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

kde  $\boldsymbol{\varphi}$  je nelineární vektorová funkce  $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_n]^T$ .

Funkci  $\varphi_i$  v rovnici (2.5) lze obecně vyjádřit více způsoby. Způsob vyjádření této funkce pak určuje, zda bude iterační vztah konvergovat k řešení a také jak rychle [12]. Proto je důležitou poznámkou zmínka o konvergenci této iterační rovnice.

Nechť funkce  $\varphi_i$  je spojitá a diferencovatelná na intervalu  $I$  a funkce tento interval zobrazuje do sebe  $\varphi_i(x) \in I \ \forall x \in I$ . Existuje-li pak spojitá parciální derivace  $\varphi_i'(x)$ , pro kterou platí  $\max|\varphi_i'(x)| < 1$ , pak rovnice  $x_i = \varphi_i(x_i)$  má v  $I$  právě jedno řešení  $x_i^*$  a posloupnost iterací  $\{x_i^k\}_{k=0}^{\infty}$  bude k tomuto řešení konvergovat pro libovolný počáteční odhad  $x_i^0 \in I$ . [12].

### 2.2.2 Dynamická analýza

Analýza dynamického chování modelu spočívá v numerickém řešení soustavy ODR (2.1) s danými počátečními podmínkami pro zajištění jednoho jednoznačného řešení. Bylo vyvinuto mnoho technik numerické integrace, od jednoduchých jednokrokových a explicitních metod (např. Eulerova metoda či Runge-Kuttovy metody) až po složitější více krokové či implicitní metody – podrobněji v [11].

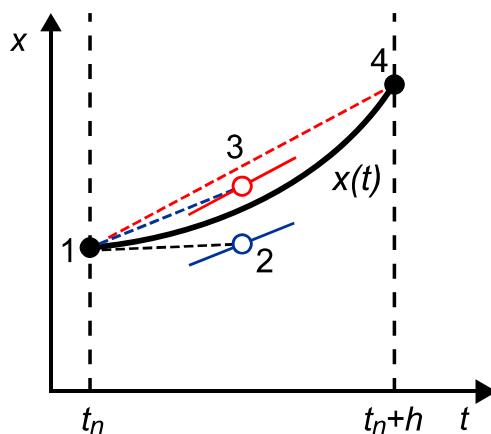
V této práci jsem využil populární klasickou metodu *Runge-Kutta čtvrtého řádu* (dále jen RK4) [11]. Tato metoda je relativně přesná, stabilní a lze ji lehce algoritmovat. Princip RK4 (viz Obr. 2) vychází z Taylorova rozvoje, přičemž jednotlivé derivace jsou počítány z předchozích derivací celkem ve čtyřech bodech a to i mezi sousedními uzly sítě  $t_n, t_n + h$ , kde  $h$  je integrační krok. Z bodu  $[t_n, x_n]$  pak vede přímka do bodu  $[t_n + h, x_{n+1}]$ , jejíž směrnice je dána lineární kombinací směrnic  $K_{1-4}$  resp. jejich váženým průměrem - viz druhý člen na pravé straně rovnice (2.6).

RK4 je jednokroková metoda, tudíž používá pro výpočet hodnoty  $x_n + h$  jedinou předchozí hodnotu  $x_n$  podle následující rovnice

$$x_n + h = x_n + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (2.6)$$

kde koeficienty  $K_{1-4}$  mají význam směrnice tečny v lokálních bodech na začátku, konci a uprostřed intervalu  $\langle t_n, t_n + h \rangle$  - viz Obr. 2. Tyto koeficienty se vypočítají dle vztahů

$$\begin{aligned} K_1 &= h \cdot f(t_n, x_n), \\ K_2 &= h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{K_1}{2}\right), \\ K_3 &= h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{K_2}{2}\right), \\ K_4 &= h \cdot f(t_n + h, x_n + K_3) \end{aligned} \quad (2.7)$$



Obr. 2 – Princip metody RK4

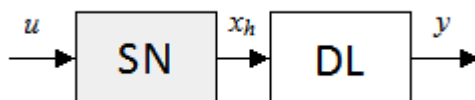
### 3 IDENTIFIKACE SYSTÉMU A SYNTÉZA ŘÍZENÍ

Většina procesů v průmyslové praxi má stochastický charakter a vykazuje nelineární chování. Parametry procesu se mohou měnit v důsledku změn pracovního režimu, fyzikálních změn v procesu či v důsledku poruch [14]. Nasazení konvenčních regulátorů s pevně nastavenými parametry u těchto procesů proto obvykle vede k neoptimálnímu a nekvalitnímu regulačnímu pochodu [14]. Jednou z možností zvýšení kvality řízení je použití sofistikovanějších metod řízení - v literatuře souhrnně označovaných jako moderní metody řízení. Jedna z těchto moderních metod řízení je založena na principech, jež jsou popsány v následujícím odstavci.

#### 3.1 Blokově orientované nelineární systémy

Vhodná modelová struktura jednodušších nelineárních systémů je získávána pomocí matematického modelování. Jestliže ale běžné matematické modelování nepostačuje k požadované přesnosti popisu systému, je potřeba se pro konstrukci nelineárního modelu spolehnout na vstupně-výstupní modely, tedy na již zmíněné externí black-box modely nebo přesněji gray-box modely (NARMAX modely, neuro-Fuzzy modely apod.) Za účelem identifikace a řízení těchto složitých a komplexních nelineárních systémů jsou často využity tzv. *blokově orientované nelineární systémy* (BONL) [20]. Tyto systémy jsou složeny z lineárních a nelineárních externích modelů, které mezi sebou vzájemně interagují. Tyto bloky mohou být vzájemně propojovány do série, paralelně nebo ve zpětné vazbě, což je činí dostatečně flexibilními, aby byly schopny zachytit dynamiku mnoha reálných systémů.

Nejpoužívanějšími a nejznámějšími BONL jsou složeny pouze ze dvou bloků spojených do série. První z nich je *Hammersteinův systém* (HS). Ten obsahuje na vstupu model statické nelinearity (SN), za kterým bezprostředně následuje do série zařazen model s lineární dynamickou částí (DL), viz. Obr. 3.

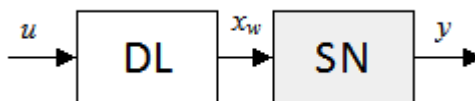


Obr. 3 – Hammersteinův systém

Nelineární prvek zde může představovat např. nelinearitu pohonu a další nelinearity umístěné na vstupu - typicky nelinearity akčních členů jako je saturace nebo pásmo

necitlivosti. I přes jednoduchost této struktury jsou hojně využívány v mnoha aplikacích (chemické procesy, fyziologické procesy, modelování elektrické stimulace svalů) [20].

Inverzí struktury Hammersteinova systému vznikne druhý systém, který se nazývá *Wienerův systém* (WS), viz Obr. 4.

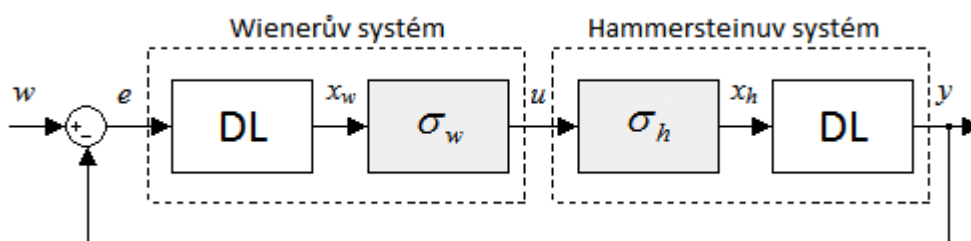


Obr. 4 – Wienerův systém

U Wienerova systému může nelineární prvek představovat nelinearitu snímače a další nelinearity, které mají vliv na výstup systému. Například nelinearita typu relé koncových spínačů v mechanických zařízeních nebo saturace u pojistných přetlakových ventilů [20]. WS mohou být také využity při návrhu řídicího systému, čehož je využito právě v této práci.

Struktura nelineárního modelu je závislá na typu nelinearity systému, která je standardně zjišťována pomocí statické analýzy. Spojité nelinearity mohou být vyjádřeny například polynomiálními, exponenciálními, spline funkcemi. Nespojité nelinearity typu pásma necitlivosti nebo saturace lze popsat alespoň po částech spojitými funkcemi [19]. Struktura dynamického lineárního modelu může být vyjádřena ve formě diferenčních rovnic diskrétního Z-modelu.

Využití BONL pro nelineární řízení spočívá ve využití Wienerova systému jako nelineárního regulátoru a využití Hammersteinova systému jako řízené nelineární soustavy, podle Obr. 5. Na tomto obrázku představuje  $\sigma_w$  model nelineární části regulátoru a  $\sigma_h$  je model nelineární části řízeného systému.



Obr. 5 – Uzavřený regulační obvod s WS a HS [18]

Jestliže se zvolí  $\sigma_w = \sigma_h^{-1}$ , pak platí [18]

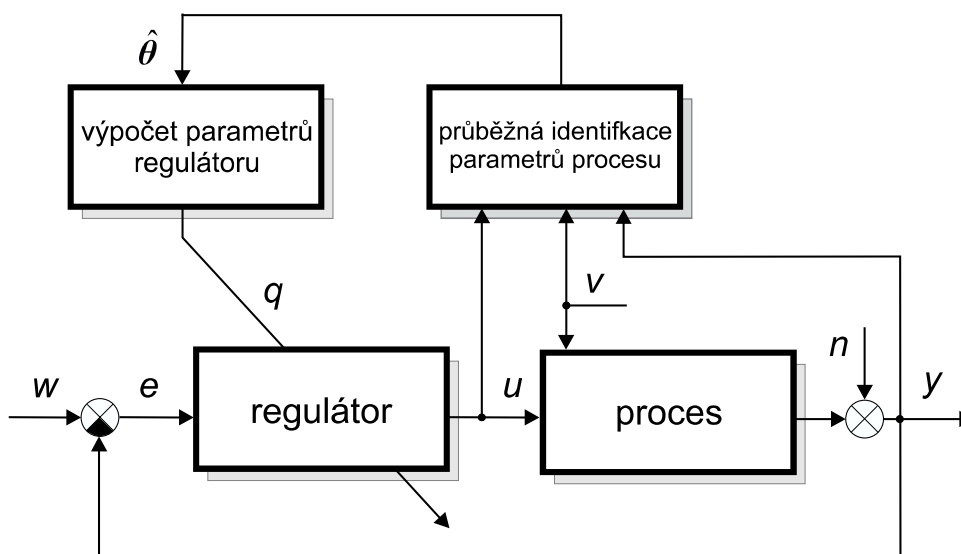
$$x_h(k) = \sigma_h(u(k)) = \sigma_h(\sigma_w(x_w(k))) = \sigma_h(\sigma_h^{-1}(x_w(k))) = x_w(k) \quad (3.1)$$

Ze vztahu (3.1) vyplývá, že jestliže je možné matematicky popsat nelinearitu řízeného systému a je alespoň po částech invertibilní, pak nelinearita řízeného systému může být eliminována její inverzní funkcí. Pro takto linearizovaný model procesu je potom možné navrhnout regulátor založený na lineárních technikách syntézy. [18]

Výhoda rozdělení na nelineární a lineární bloky spočívá v tom, že stabilita uzavřeného regulačního obvodu je určena pouze lineárními částmi. Přesto však i tato metoda má svá omezení. Ne všechny systémy lze přesně rozložit na vzájemně nezávislou lineární a nelineární část. Také nelze předpokládat stabilitu parametrů systému. Proto se tato metoda vhodně kombinuje například s *adaptivními řídicími technikami*. [18]. V této souvislosti je vhodně plynule navázat na principy adaptivního řídicího systému.

### 3.2 Adaptivní řídicí systém

Princip adaptivních řídicích systémů spočívá v přizpůsobení parametrů regulátoru změnám parametrů regulované soustavy. Adaptivní řízení tedy adaptuje řídicí zákon na neznámé a měnící se parametry procesu. Tyto systémy mohou být principiálně realizovány několika hlavními způsoby, které jsou detailněji popsány v literatuře [14]. Jedním z těchto systémů je *samočinně se nastavující regulátor* (dále jen STC, Self-Tuning Controler). Princip činnosti STC znázorňuje Obr. 6. STC jsou založeny na *průběžném (rekurzivním) odhadu parametrů  $\hat{\theta}$  externího lineárního modelu (ELM)*, který aproximuje obecně nelineární proces. Na základě odhadu parametrů ELM dále probíhá výpočet parametrů regulátoru pomocí některé metody syntézy.



Obr. 6 – Blokové schéma samočinně se nastavujícího regulátoru [14]

Pro účely rekurzivní identifikace ELM v adaptivním řízení je výhodné pracovat s regresním (ARX) identifikačním modelem. Stochastický model ARX modeluje výstupní veličinu procesu  $y$  podle vztahu [14]

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{\deg a} a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{\deg b} b_i u(k-i) + e_s(k) \quad (3.2)$$

kde  $a_i$  a  $b_i$  jsou odhadované parametry ELM,  $e_s(k)$  je stochastický nekorelovaný šum a  $u$  je vstupní veličina procesu. Předchozí vztah je možné zapsat ve vhodnější vektorové formě

$$y(k) = \theta^T(k) \Phi(k-1) + e_s(k) \quad (3.3)$$

kde  $\theta^T(k)$  je vektor parametrů identifikovaného modelu

$$\theta^T(k) = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_{\deg a} \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_{\deg b}] \quad (3.4)$$

a  $\Phi(k)$  je vektor dat, tzv. regresor

$$\Phi(k-1) = [-y(k-1) \quad \dots \quad -y(k-\deg a) \quad u(k-1) \quad \dots \quad u(k-\deg b)] \quad (3.5)$$

Kvalita použitého regresního modelu je posuzována podle tzv. *chyby predikce* [14], která je definovaná jako rozdíl naměřené a predikované hodnoty

$$\hat{e}_p = y(k) - \hat{y}(k) \quad (3.6)$$

kde pro výpočet predikované výstupní veličiny  $\hat{y}(k)$  se užívá vztah (3.2) při  $e_s(k) = 0$ .

### 3.3 Externí lineární model – delta model

Existují dva základní typy ELM - spojité a diskrétní. Při identifikaci spojitého modelu nelze přímo měřit derivace vstupů a výstupů. Je třeba je získat pomocí diferenciálních filtrů vstupních a výstupních veličin. Aplikaci lze nalézt v [15]. Identifikační techniky diskrétních modelů jsou z tohoto důvodu podstatně jednodušší. Nicméně použití diskrétních modelů u systémů s rychlou dynamikou nebo u nelineárních systémů naráží na problémy týkajících se *periody vzorkování*  $T_s$ . Diskrétní modely ve formě Z-přenosu, případně vyjádřené pomocí operátoru posuvu  $q$ , obsahují periodu vzorkování pouze implicitně. Operátor posuvu definovaný jako

$$q \cdot y(k) = y(k+1) \quad (3.7)$$

nemá spojitou část. Z toho vyplývá, že diskrétní reprezentace modelu nemají v případě periody vzorkování blížíící se k nule žádnou analogii se spojitými modely. Pro zmenšující se periodu vzorkování kořeny číatelů Z-přenosu konvergují k nule, což vede k numerické nestabilitě identifikačních a řídicích algoritmů. A kořeny jmenovatelů konvergují k hranici stability. [5, 16]

Na tyto nedostatky diskrétních modelů reagovali Goodwin a Middleton v publikaci [17], ve které definují vztahy mezi spojitou a diskrétní teorií. Zavedli alternativní diskrétní operátor, tzv. *delta operátor*, pomocí kterého lze definovat konvergenci diskrétních systémů ke svým spojitým analogiím při zkracování  $T_s$ . Operátor  $\delta$  je definován vztahem

$$\delta = \frac{q-1}{T_s} \quad (3.8)$$

Z definice (3.7) a definice (3.8) vyplývá vztah

$$\delta u(k) = \frac{u(k+1) - u(k)}{T_s} \cong \left. \frac{du(t)}{dt} \right|_{u=u(kT_s)} \quad (3.9)$$

který vyjadřuje, že operátor  $\delta$  aproximuje derivaci. Aproximace se zlepšuje při periodě vzorkování blížíící se k nule. Tedy pro krátké periody vzorkování diskrétní operátor  $\delta$  konverguje ke spojitému operátoru.

Obdobně jako je definována spojitá komplexní proměnná  $s$  pro operátor Laplaceovy transformace či komplexní proměnná  $z$  pro operátor Z-transformace, je v [16] popsána komplexní proměnná  $\gamma$  pro operátor  $\delta$  dle následujícího vztahu

$$\gamma = \frac{z-1}{\beta \cdot T_s \cdot z + (1-\beta)T_s}, \text{ pro } 0 \leq \beta \leq 1 \quad (3.10)$$

Dosažením hodnoty z příslušného intervalu za  $\beta$  lze získat nekonečně mnoho  $\delta$ -modelů [16], z nichž v praxi nejpoužívanější jsou uvedeny v Tab. 1.

Název modelu	$\beta$	$\gamma$
dopředný	$\beta = 0$	$\gamma = \frac{z-1}{T_s}$
zpětný	$\beta = 1$	$\gamma = \frac{1-z^{-1}}{T_s}$
Tustinův	$\beta = 0,5$	$\gamma = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}$

Tab. 1 – Nejpoužívanější delta modely [16]

Přenosovou funkci  $\delta$ -modelu lze v analogii s přenosem spojitého modelu uvést ve tvaru

$$G(\gamma) = \frac{y(\gamma)}{u(\gamma)} = \frac{b(\gamma)}{a(\gamma)} = \frac{b'_m \gamma^m + b'_{m-1} \gamma^{m-1} + \dots + b'_1 \gamma + b'_0}{\gamma^n + a'_{n-1} \gamma^{n-1} + \dots + a'_1 \gamma + a'_0}, \quad n \geq m \quad (3.11)$$

kde  $n = \deg a$ ,  $m = \deg b$ . Tento vztah lze dále upravit

$$y(\gamma) [\gamma^n + a'_{n-1} \gamma^{n-1} + \dots + a'_1 \gamma + a'_0] = u(\gamma) [b'_m \gamma^m + b'_{m-1} \gamma^{m-1} + \dots + b'_1 \gamma + b'_0] \quad (3.12)$$

Například pro  $\delta$ -model druhého řádu se rovnice (3.12) roznásobí do tvaru

$$\gamma^2 y(\gamma) + a'_1 \gamma y(\gamma) + a'_0 y(\gamma) = b'_1 \gamma u(\gamma) + b'_0 u(\gamma) \quad (3.13)$$

Dosažení vybraného  $\delta$ -modelu z Tab. 1 za  $\gamma$  v předchozí rovnici a převedení do záporných mocnin  $z$  vede na vztah

$$\frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{T_s^2} y(k) = -a'_1 \frac{z^{-1} - z^{-2}}{T_s} y(k) - a'_0 z^{-2} y(k) + b'_1 \frac{z^{-1} - z^{-2}}{T_s} u(k) + b'_0 z^{-2} u(k) \quad (3.14)$$

Pak diferenční rovnici vyjádřenou pomocí  $\delta$ -modelu, ekvivalentní k tvaru ARX modelu (3.2), lze psát

$$y_\delta(k) = -a'_1 y_\delta(k-1) - a'_0 y_\delta(k-2) + b'_1 u_\delta(k-1) + b'_0 u_\delta(k-2) \quad (3.15)$$

Datový vektor je v tomto případě

$$\Phi_\delta(k-1) = [-y_\delta(k-1) \quad -y_\delta(k-2) \quad u_\delta(k-1) \quad u_\delta(k-2)] \quad (3.16)$$

Vektor odhadů parametrů

$$\hat{\theta}_\delta^T(k) = [a'_1 \quad a'_0 \quad b'_1 \quad b'_0] \quad (3.17)$$

je odhadován rekurzivně v každém kroku z kompaktnějšího tvaru diferenční rovnice

$$\hat{y}_\delta(k) = \hat{\theta}_\delta^T(k) \cdot \Phi_\delta(k-1) \quad (3.18)$$

### 3.4 Identifikace externího lineárního modelu

Pro adaptivní řídicí systémy se samočinně se nastavujícími regulátory je nutné použít rekurzivní identifikační procedury, protože je možné je využít v reálném čase. Velmi užívanou metodou pro odhad parametrů ARX modelu je tzv. *rekurzivní metoda nejmenších čtverců* – RMNČ [14]. Rekurzivní výpočet znamená, že nové odhady  $\hat{\theta}(k)$  se nahrazují



v každém kroku odhady vypočítanými v předchozím kroku  $\hat{\theta}(k-1)$ . Nově naměřená data se používají pouze pro opravu předchozích odhadů. Odvození RMNČ lze nalézt například v [13]. Základní verze RMNČ může být vyjádřena vztahy [13]:

$$\begin{aligned}\hat{e}_p(k) &= y(k) - \Phi^T(k)\hat{\theta}(k-1) = y(k) - \hat{y}(k) \\ \xi(k) &= [1 + \Phi^T(k)C(k-1)\Phi(k)]^{-1} \\ L(k) &= \xi(k)C(k-1)\Phi(k) \\ C(k) &= C(k-1) - \xi(k)C(k-1)\Phi(k)\Phi^T(k)C(k-1) \\ \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + L(k)\hat{e}_p(k)\end{aligned}\tag{3.19}$$

kde  $\hat{e}_p$  je chyba predikce,  $y(k)$  a  $\hat{y}(k)$  představuje měřený výstup systému a odhadovaný výstup,  $\xi$  je pomocný skalár,  $C$  je kovarianční matice. Pro tento rekurzivní algoritmus musí být dané počáteční podmínky  $\hat{\theta}(0)$  a  $C(0)$ . Počáteční odhad kovarianční matice  $C(0)$  lze chápat jako neurčitost odhadu  $\hat{\theta}(0)$  a oba parametry mají vliv na konvergenci RMNČ [14]. Prvky v matici  $C$  představují kovariance naměřených a odhadovaných hodnot. Protože v počátku identifikace obecně nejsou známy apriorní informace o chování procesu, obvykle se  $C(0)$  volí tak, aby na hlavní diagonále byly velké hodnoty v řádu  $10^5 - 10^{10}$  [14], které vyjadřují počáteční nedůvěru v naměřené hodnoty. Jestliže máme dostatečné informace o procesu, volí se naopak hodnoty na diagonále kovarianční matice malé. Zahrnutí apriorních informací do počátečních podmínek je velmi významné, neboť odhady  $C(0)$  a  $\hat{\theta}(0)$  by měli reprezentovat chování soustavy od počátku procesu identifikace, aby nedocházelo v počátku identifikace k extrémním akčním zásahům regulátoru. Druhým problémem jsou časově proměnné parametry procesu (například v důsledku změny pracovního bodu). Pokud nejsou k dispozici informace o charakteru změn parametrů, řeší se tato problematika pomocí technik zapomínání. Nejpoužívanějšími technikami jsou *exponenciální zapomínání*, kde vliv starších dat na odhady parametrů a jejich kovarianční matice exponenciálně klesá. [14].

Modifikace základní verze RMNČ [13] spočívající v exponenciálním zapomínání se řeší změnou výpočtu kovarianční matice podle vztahu:

$$C(k) = \frac{1}{\lambda_1(k-1)} \left[ C(k-1) - \frac{C(k-1)\Phi(k)\Phi^T(k)C(k-1)}{\frac{\lambda_1(k-1)}{\lambda_2(k-1)} + \Phi^T(k)C(k-1)\Phi(k)} \right] \quad (3.20)$$

kde  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  jsou faktory zapomínání, jejichž hodnoty se volí v rozsahu  $0 < \lambda_1 \leq 1$ ,  $0 < \lambda_2 \leq 2$ . Tyto faktory ovlivňují hodnoty v kovarianční matici  $C$  a mají právě opačný efekt.  $\lambda_1$  zvětšuje kovarianční matici,  $\lambda_2$  ji zmenšuje. Různé hodnoty  $\lambda_i$  vedou k různým identifikačním algoritmům. Mezi nejznámější a nejjednodušší patří:

- **Klesající zesílení** pro volbu  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$

Odpovídá základní verzi RMNČ popsané vztahy (3.19). Příliš rychlý pokles zesílení vede v konečném důsledku při nulových hodnotách kovarianční matice až k neschopnosti sledovat změny parametrů.

- **Konstantní exponenciální zapomínání** pro volbu  $\lambda_1 < 1$ ,  $\lambda_2 = 1$

Typické hodnoty pro volbu  $\lambda_1 \in \langle 0,95 - 0,99 \rangle$ . Efekt  $\lambda_1$  spočívá v postupném zapomínání starších údajů, přičemž největší váha je na posledním měření. Tento typ algoritmu je vhodný, jestliže je třeba sledovat pomalé změny parametrů procesu.

- **Rostoucí exponenciální zapomínání** pro volbu  $\lambda_2 = 1$  a  $\lambda_1$  je dáno vztahem  $\lambda_1(k) = \lambda_0 \lambda_1(k-1) + 1 - \lambda_0$ . Typické počáteční hodnoty  $\lambda_0 = \lambda_1(0) \in \langle 0,95 - 0,99 \rangle$ .

Hodnota zapomínání  $\lambda_1$  se asymptoticky blíží k 1, kdy stará data jsou zcela zapomenuta. Tento typ zapomínání zabraňuje příliš rychlému snižování zesílení na začátku identifikace a má za následek rychlou konvergenci v případě velké vzdálenosti parametrů od optimálních [13].

Nedostatky exponenciálního zapomínání jsou zejména v nedostatečném numerickém zabezpečení nutné podmínky *pozitivní semi-definitnosti* kovarianční matice  $C$ . V důsledku toho může dojít k numerickému zhroucení celé identifikace [14], tzv. *bursting efekt* nebo také *covariance wind-up efekt*.

Pro zabezpečení numerické stability byla vyvinuta metoda *směrového (adaptivního) zapomínání* [5]. Tato modifikace dokáže měnit množství zapomínané informace podle charakteru dat, a která zapomíná jen v tom směru, ze kterého přišly nové informace.

Rozšíření algoritmu (3.19) o techniku směrového adaptivního zapomínání je založeno na aktualizaci odhadů parametrů dle rekurzivního vztahu:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{C(k-1)\Phi(k-1)}{1 + \xi(k-1)} \hat{e}(k) \quad (3.21)$$

kde pomocný skalár

$$\xi(k) = \Phi^T(k)C(k-1)\Phi(k) \quad (3.22)$$

Pokud  $\xi(k) > 0$ , pak kovarianční matice je aktualizována podle vztahu

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1)\Phi(k)\Phi^T(k)C(k-1)}{\left[\lambda(k) - \frac{1 - \lambda(k)}{\xi(k-1)}\right]^{-1} + \xi(k-1)} \quad (3.23)$$

Pokud  $\xi(k) = 0$ , pak kovarianční matice

$$C(k) = C(k-1) \quad (3.24)$$

Hodnota adaptivního směrového zapomínání  $\lambda(k)$  je počítána podle vztahu

$$\lambda(k) = \left\{ 1 + (1 + \rho)[\ln(1 + \xi(k))] + \left[ \frac{(\nu(k) + 1)\eta(k)}{1 + \xi(k) + \eta(k)} - 1 \right] \frac{\xi(k)}{1 + \xi(k)} \right\}^{-1} \quad (3.25)$$

Výpočet pomocných proměnných v předchozí rovnici je se počítá podle rovnic

$$\begin{aligned} \eta(k) &= \frac{\hat{e}_p^2(k)}{\lambda(k)} \\ \nu(k) &= \lambda(k-1)[\nu(k-1) + 1] \\ \kappa(k) &= \lambda(k-1) \left[ \kappa(k-1) + \frac{\hat{e}_p^2(k)}{1 + \xi(k)} \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

Počáteční podmínky jsou obvykle heuristicky voleny  $\lambda(0) = 1$ ,  $\kappa(0) = 0,001$ ,  $\nu(0) = 10^{-6}$ ,  $\rho = 0,99$  [5].

### 3.5 Polynomiální syntéza řízení

Polynomiální metoda syntézy řízení, tj. návrhu regulátoru, je založena na vstupně-výstupních relacích linearizovaného systému. Vstupně-výstupní relace systému lze vyjádřit *přenosem*, který představuje podíl dvou polynomů definovaných v dané oblasti komplexní

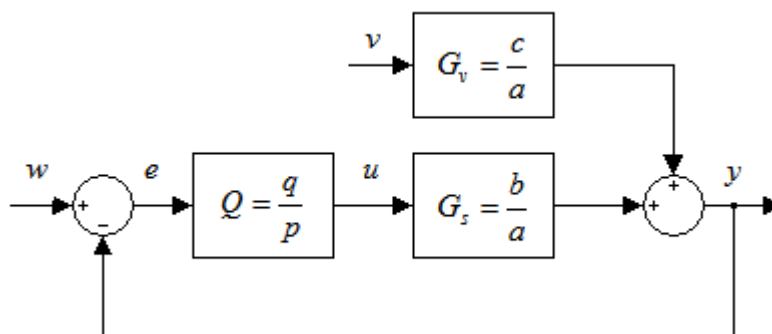
proměnné (např. komplexní proměnné  $s$  pro spojité modely či  $\gamma$  pro disktrétní  $\delta$ -modely). Návrh regulátoru je realizován řešením polynomiálních rovnic.

Polynomiální techniky návrhu umožňují na rozdíl od klasických metod syntézy navrhnout nejen parametry regulátoru ale také vhodnou strukturu, která splňuje specifické požadavky kladené na systém řízení. Další výhodou je použitelnost pro řízení systémů s neminimální fází, systémů s integračními vlastnostmi, nestabilních systémů nebo také pro jiné vstupní signály než skokové funkce (lineární rampa, harmonický signál, ...). [4]

Základními požadavky na systém řízení při aplikaci polynomiální syntézy jsou:

- Stabilita systému řízení (i stabilita samotného regulátoru – silná podmínka stability)
- Asymptotické sledování referenčního signálu
- Schopnost kompenzace poruchy
- Vnitřní ryzost systému řízení

Mezi základní konfigurace systému řízení patří 1DOF a 2DOF konfigurace, které jsou odvozeny v [4]. V této práci je využita pouze klasická konfigurace 1DOF s jedním zpětnovazebním regulátorem  $Q$ , viz Obr. 7.



Obr. 7 – 1DOF konfigurace systému řízení

Na Obr. 7 přenosy  $G_s$  a  $G_v$  reprezentují řízený systém,  $y$  regulovanou veličinu,  $u$  akční veličinu,  $v$  poruchu vstupující do systému a  $w$  referenční veličinu.

Pro spojitou přenosovou funkci řízeného systému a s podmínkou ryzosti platí

$$G_s(s) = \frac{b(s)}{a(s)}, \quad \deg a(s) \geq \deg b(s) \quad (3.27)$$

Podobně platí pro přenosovou funkci zpětnovazebního regulátoru

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)}, \deg p(s) \geq \deg q(s) \quad (3.28)$$

Přenosovou funkci referenční veličiny a poruchy lze rovněž vyjádřit podílem polynomů

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)}, V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (3.29)$$

Zmíněné požadavky na stabilitu řízení systému lze splnit řešením *polynomiální rovnice*

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (3.30)$$

kde  $a(s)$ ,  $b(s)$  jsou polynomy řízeného systému,  $p(s)$ ,  $q(s)$  jsou hledané polynomy navrhovaného zpětnovazebního regulátoru a polynom  $d(s)$  je volený *stabilní polynom* tzv. charakteristický polynom přenosu uzavřeného regulačního obvodu. Volba kořenů tohoto polynomu má vliv na stabilitu, periodicitu, obecně tedy na kvalitu regulačního pochodu. Podmínka stability je splněna, pokud polynomy  $p(s)$ ,  $q(s)$  jsou řešením rovnice (3.27). V literatuře [4] je detailněji odvozena podmínka pro asymptotické sledování referenční veličiny a kompenzaci poruchy. Stručně však lze psát, že pokud bude existovat polynom  $f(s)$  jako nejmenší společný násobek (NSN) jmenovatele přenosu poruchy  $f_v(s)$  a jmenovatele přenosu referenční veličiny  $f_w(s)$  ze vztahů (3.26), pak podmínka asymptotického sledování referenční veličiny bude zaručena, upraví-li se polynom  $p(s)$  do tvaru

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s) \quad (3.31)$$

Dosazením (3.31) do (3.30) lze vyjádřit výslednou rovnici splňující podmínky na stabilitu řízení i podmínky pro sledování referenční veličiny a kompenzaci poruchy:

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (3.32)$$

Jestliže bude uvažována změna poruchové i referenční hodnoty ve tvaru jednotkového skoku, pak platí

$$f_v(s) = f_w(s) = s \quad (3.33)$$

a pro polynom  $f(s)$  bude platit

$$f(s) = \text{NSN}(f_w, f_v) = s \quad (3.34)$$

Lze dokázat [4], že pro nestriktně ryzí regulátor, lze stupně hledaných polynomů určit pomocí následujících vztahů:

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1$$

$$\deg p = \deg a - 1 \quad (3.35)$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f - 1$$

Polynom  $d(s)$  na pravé straně diofantické rovnice (3.32) je v této práci určen *metodou umístění pólů*. Kromě zajištění stabilního polynomu  $d(s)$ , je současně třeba také pohlížet na kvalitu regulačního pochodu. Je známo, že pro aperiodický regulační pochod je třeba volit reálné kořeny v levé části komplexní roviny. Jestliže budou voleny komplexně sdružené póly, regulační pochod bude periodický. Rychlost regulačního pochodu pak závisí na vzdálenosti reálných pólů od imaginární osy. Čím budou kořeny dále od této osy, tím rychlejší regulační pochod bude.

Volba kořenů pro polynomy vyššího stupně, kdy je třeba hledat kombinaci více různých kořenů, může představovat poměrně složitou úlohu při zajištění požadované kvality regulačního pochodu. Pro jednodušší výběr kořenů lze volit i jediný vícenásobný kořen. Tato volba ale není z pohledu kvality řízení vždy dostačující. Z těchto důvodů se využívá speciální volby, kdy část pólů přenosu uzavřeného regulačního obvodu souvisí s parametry přenosu řízeného systému a parametry regulátoru mohou být nastavovány jediným volitelným parametrem  $\alpha$ . Pro obecně nestabilní systémy lze použít volbu

$$d(s) = n(s) \cdot (s + \alpha)^{\deg d - \deg a}, \quad \alpha > 0 \quad (3.36)$$

kde  $n(s)$  je stabilní polynom vypočítaný *spektrální faktORIZací* [4] z polynomu  $a(s)$

$$n^*(s) \cdot n(s) = a^*(s) \cdot a(s) \quad (3.37)$$

a  $\alpha$  je volitelný parametr, který je obvykle volen na základě simulačních experimentů. Výhoda spektrální faktORIZACE spočívá ve změně nestabilní části na stabilní, zatímco stabilní část ponechává beze změny. Polynom s horním indexem  $( )^*$  označuje konjugovaný polynom, který se získá z původního polynomu tak, že u koeficientů při lichých mocninách  $s$  se změní znaménko a při sudých se znaménko ponechá. Součin konjugovaného polynomu s původním polynomem, pak obsahuje pouze sudé mocniny  $s$ . Potom vždy platí  $\deg n = \deg a$ . [4]

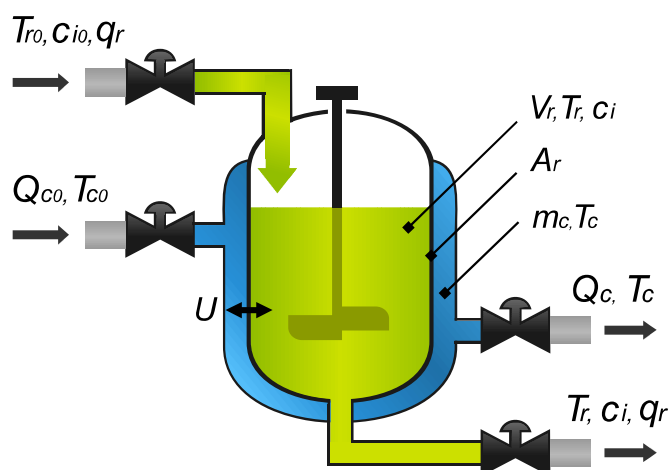
## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 4 MODEL PRŮTOČNÉHO CHEMICKÉHO REAKTORU

Pro účely simulačního ověřování nelineárního řízení byl jako řízený systém zvolen model *chemického průtočného reaktoru* (CSTR – Continuous Stirred Tank Reactor). Praktická část je nejdříve zaměřena na simulaci statických a dynamických charakteristik CSTR. Na základě těchto výsledků je provedena syntéza nelineárního adaptivního řízení a její simulační ověření v programovém prostředí MATLAB/Simulink.

### 4.1 Popis CSTR a reakce typu Van de Vusse

Chemické reaktory jsou jednou z nejdůležitějších součástí mnoha technologií v chemickém průmyslu. Jejich význam spočívá v přeměně suroviny (reaktantu) na výsledný produkt. Tato přeměna je nazývána chemickou reakcí. Změnu reaktantu na produkt doprovází změna reakční entalpie (reakčního tepla). Podle znaménka reakční entalpie se dělí reakce na endotermické, které spotřebovávají teplo a reakce exotermické, při kterých se teplo naopak uvolňuje. Hodnoty reakční entalpie pro vybrané chemické reakce jsou při určitých podmínkách tabelovány a lze je dohledat v příslušných tabulkách. CSTR pracuje v nepřetržitém režimu přítoku reaktantu a odtoku produktu. V podstatě tak pracují v ustáleném stavu. To je výhodné hlavně pro chemické reakce, s velkou citlivostí na změnu teploty, která je dána velkými hodnotami aktivační energie a reakční entalpie. Za předpokladu ideálního promíchávání reakční směsi bude teplota i koncentrace složek ve výstupním proudu stejná jako teplota a koncentrace v celém objemu reaktoru [10, 11].



Obr. 8 – Schématické znázornění CSTR

Schématické znázornění CSTR s chlazením v plášti je uvedeno na Obr. 8. Vstupními veličinami modelu CSTR jsou  $c_{A0}$  - vstupní koncentrace reaktantu,  $T_{r0}$  - vstupní teplota



reaktantu,  $q_r$  - průtočné množství reaktantu a  $Q_c$  je tepelný tok odebíraný/předávaný reakční směsí. Stavovými a zároveň výstupními veličinami modelu jsou koncentrace  $i$ -té složky reaktantu  $c_i$ , teplota reaktantu  $T_r$  a teplota chladicího/ohřívacího média v plášti  $T_c$ . Dále jsou vyznačeny technologické a konstrukční vlastnosti CSTR jako je hmotnost média v plášti  $m_c$ , objem reaktantu  $V_r$ , přestupná plocha  $A_r$  a koeficient přestupu tepla  $U$ . Index  $(*)_0$  značí vstupní počáteční stav.

V CSTR uvažují chemickou reakci popsanou ve známém a mnoha výzkumníky využívaném benchmarku [21] pro srovnávání nelineárních technik řízení. Probíhající reakce je uvažována typu *Van der Vusse* s reakční kinetikou dle schématu



kde  $k_1, k_2$  a  $k_3$  jsou rychlostní konstanty jednotlivých reakcí (podrobněji později).

Příkladem použití tohoto typu chemické reakce může být např. výroba cyklopentanolu, přičemž výchozí složka reaktantu A je cyklopentadien, B je žádaný produkt cyklopentanol a C, D jsou vedlejší produkty cyklopentandiol a dicyklopentadien [22].

## 4.2 Matematický model CSTR

Při matematickém modelování CSTR se vychází z energetických a látkových bilancí a z reakčně-kinetických rovnic. Přičemž se z důvodů zjednodušení modelu uvažují následující zjednodušující předpoklady:

- reakční směs v reaktoru i médium v plášti jsou ideálně promíchávány, tedy bez koncentračních a teplotních gradientů. Tento zjednodušující předpoklad je velmi důležitý, protože kdybychom jej nezanedbali, model by se zkomplikoval díky vzniklým parciálním diferenciálním rovnicím. Výsledný model by již nemusel být vhodným kompromisem mezi jeho jednoduchostí a přesností.
- hustoty, tepelné kapacity a koeficient přestupu tepla nezávisí na změně koncentrací složek reaktantu ani na teplotě
- konstantní průtočné množství přítoku reaktantu a odtoku produktu
- tepelná kapacita stěny mezi reakční směsí a médiem v plášti je zanedbatelná

Budu-li uvažovat chemickou reakci, ve které reaguje  $i_0$  složek s  $j_0$  reakcích, model CSTR můžu na základě slovních vyjádření látkové bilance (viz kapitola 2.1) vyjádřit  $i$ -tou koncentrací obecně ve tvaru

$$V_r \frac{dc_i}{dt} = q_r c_{i0} - q_r c_i - V_r \sum_{j=1}^{j_0} r_{ij} \quad (4.2)$$

Obdobně pro energetickou bilanci teploty reaktantu a chladiva platí obecné vztahy

$$V_r \rho_r c_{pr} \frac{dT_r}{dt} = q_r \rho_r c_{pr} T_{r0} - q_r \rho_r c_{pr} T_r + V_r \sum_{j=1}^{j_0} h_j r_j - A_r U(T_r - T_c) \quad (4.3)$$

$$V_c \rho_c c_{pc} \frac{dT_c}{dt} = q_c \rho_c c_{pc} T_{c0} - q_c \rho_c c_{pc} T_c + A_r U(T_r - T_c)$$

V rovnici (4.2) a (4.3) je  $r_{ij}$  rychlost reakce  $i$ -té složky v  $j$ -té reakci,  $h_j$  je reakční entalpie  $j$ -té reakce a  $r_j$  je rychlost  $j$ -té reakce. Rychlost reakce je možné vyjádřit jako derivaci koncentrace podle času. Vezmu-li do úvahy reakční kinetiku van der Vusse dle schématu (4.1) pak pro složky A, B platí

$$r_A = \frac{dc_A}{dt} = -k_1 c_A - k_3 c_A^2; \quad r_B = \frac{dc_B}{dt} = k_1 c_A - k_2 c_B \quad (4.4)$$

kde  $k_m$  jsou rychlostní konstanty, které definuje Arrheniův vztah [23]

$$k_m = k_{m0} \cdot \exp\left(-\frac{E_m}{RT_r}\right), m = 1, 2, 3 \quad (4.5)$$

V předchozí rovnici jsou  $k_{m0}$  pre-exponenciální faktory a  $E_m$  je aktivační energie. V tomto vztahu je možné pozorovat významnou nelinearitu modelu CSTR ve formě exponenciální závislosti reakční rychlosti na teplotě  $T_r$ .

Úpravou rovnic (4.2) a (4.3) s dosazením (4.4) a (4.5) pak matematický model CSTR s reakční kinetikou typu Van der Vusse respektující uvedené zjednodušující předpoklady popisuje následující soustava nelineárních ODR - model převzat z [21].

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{q_r}{V_r} (c_{A0} - c_A) - k_1 c_A - k_3 c_A^2, \quad c_A \geq 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{dc_B}{dt} = -\frac{q_r}{V_r} c_B + k_1 c_A - k_2 c_B, \quad c_B \geq 0 \quad (4.7)$$

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{q_r}{V_r}(T_{r0} - T_r) - \frac{h_r}{\rho_r c_{pr}} + \frac{A_r U}{V_r \rho_r c_{pr}}(T_c - T_r) \quad (4.8)$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{1}{m_c c_{pc}} [Q_c + A_r U(T_r - T_c)] \quad (4.9)$$

kde počátečními podmínkami výstupních veličin jsou hodnoty ustáleného stavu v daném pracovním bodě  $c_A(0) = c_A^S$ ,  $c_B(0) = c_B^S$ ,  $T_r(0) = T_r^S$ ,  $T_c(0) = T_c^S$ . Hodnoty parametrů modelu jsou uvedeny v Tab. 2 a byly rovněž převzaty z [21].

Název parametru	Hodnota
Objem reaktantu	$V_r = 0,01 m^3$
Hustota reaktantu	$\rho_r = 934,2 \text{ kg} \cdot m^{-3}$
Měrná tepelná kapacita reaktantu	$c_{pr} = 3,01 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot K^{-1}$
Měrná tepelná kapacita chladiwa	$c_{pc} = 2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot K^{-1}$
Hmotnost chladiwa	$m_c = 5 \text{ kg}$
Přestupná plocha chladícho pláště	$A_r = 0,215 \text{ m}^2$
Koeficient přestupu tepla	$U = 67,2 \text{ kJ} \cdot \text{min}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot K^{-1}$
Preexponenciální faktor reakce 1	$k_{01} = 2,145 \cdot 10^{10} \text{ min}^{-1}$
Preexponenciální faktor reakce 2	$k_{02} = 2,145 \cdot 10^{10} \text{ min}^{-1}$
Preexponenciální faktor reakce 3	$k_{03} = 1,5072 \cdot 10^8 \text{ min}^{-1} \cdot \text{kmol}^{-1}$
Podíl aktivační energie reakce 1 k univerzální plynové konstantě $R$	$E_1/R = 9758,3 \text{ K}$
Podíl aktivační energie reakce 2 k $R$	$E_2/R = 9758,3 \text{ K}$
Podíl aktivační energie reakce 3 k $R$	$E_3/R = 8560 \text{ K}$
Reakční entalpie reakce 1	$h_1 = -4200 \text{ kJ} \cdot \text{kmol}^{-1}$
Reakční entalpie reakce 2	$h_2 = 11000 \text{ kJ} \cdot \text{kmol}^{-1}$
Reakční entalpie reakce 3	$h_3 = 41850 \text{ kJ} \cdot \text{kmol}^{-1}$
Vstupní koncentrace složky A	$c_{A0} = 5,1 \text{ kmol} \cdot m^{-3}$
Vstupní teplota reaktantu	$T_{r0} = 378,05 \text{ K}$

Tab. 2 - Technologické parametry CSTR a parametry chemických reakcí [21]

## 5 STATICKÁ A DYNAMICKÁ ANALÝZA MODELU CSTR

Při statické analýze budu zkoumat závislost ustálených hodnot všech výstupních veličin na ustálených hodnotách vstupních veličin  $q_r$  a  $Q_c$ . Především se zaměřím na koncentraci produktu  $c_B$  s cílem nalezení optimálního pracovního bodu pro maximalizaci výtěžnosti produktu. Dynamická analýza ve smyslu odezev výstupních veličin v reakci na různé skokové změny vstupních veličin  $q_r$  a  $Q_c$  poslouží později k vhodnému výběru struktury ELM CSTR.

### 5.1 Model ustáleného stavu a statická analýza

Pro sestavení modelu ustáleného stavu jsou časové derivace v matematickém modelu CSTR (4.6 – 4.9) anulovány dle (2.3). Ze soustavy ODR vznikne soustava nelineárních algebraických rovnic. Dále uvádím bez odvození pouze výsledný tvar vhodný pro iterační řešení, kde pořadí rovnic v iteračním cyklu je voleno tak, abych volil pouze nultou (vstupní) iteraci pro teplotu reaktantu  $T_r(0)$

$$\begin{aligned} c_A^S &= \frac{-(k_1^S + \chi_1) + \sqrt{(k_1^S + \chi_1)^2 + 4k_3^S \chi_1 c_{A0}^S}}{2k_3^S} \\ c_B^S &= \frac{k_1^S c_A^S}{\chi_1 + k_2^S} \\ T_c^S &= \frac{Q_c^S + \chi_4 T_r^S}{\chi_4} \\ T_r^S &= \frac{\chi_1 T_{r0}^S - \chi_3 h_r^S + \chi_2 T_c^S}{\chi_1 + \chi_2} \end{aligned} \quad (5.1)$$

kde zjednodušující konstanty  $\chi_i$

$$\chi_1 = \frac{q_r^S}{V_r} \quad \chi_2 = \frac{A_r U}{V_r \rho_r c_{pr}} \quad \chi_3 = \frac{1}{\rho_r c_{pr}} \quad \chi_4 = A_r U \quad (5.2)$$

a teplotně závislá ustálená rychlostní konstanta  $k_m^S(T_r^S)$  a ustálené reakční teplo  $h_r^S$  je

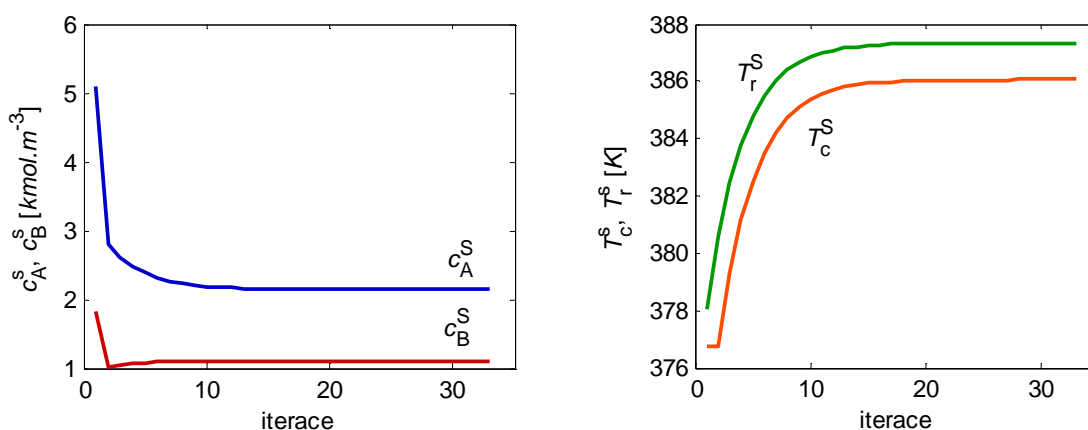
$$k_m^S(T_r^S) = k_{0m} \exp\left(-\frac{E_m}{RT_r^S}\right) \quad m = 1, 2, 3 \quad (5.3)$$

$$h_r^S = h_1 k_1^S c_A^S + h_2 k_2^S c_B^S + h_3 k_3^S (c_A^S)^2$$

V kapitole 2.2.1 je uveden teoretický základ metody prosté iterace, která je využita pro numerické řešení soustavy rovnic (5.1). Při implementaci algoritmu výpočtu je potřeba zvolit kritérium pro zastavení iteračního procesu. Iterační proces byl ukončen při splnění podmínky

$$\left| T_r^k - T_r^{k-1} \right| < \varepsilon \quad (5.4)$$

Iterační proces skončí, jestliže se dvě po sobě následující aproximace teploty reaktantu liší o menší hodnotu, než je požadovaná přesnost. Tato přesnost byla stanovena na  $\varepsilon = 10^{-4}$ . Ukázky iteračních vývojů při výpočtu ustálených stavů všech čtyř stavových veličin jsou uvedeny na v grafech na Obr. 9. Z nich je patrné, že iterační cyklus metody prosté iterace pro určené nelineární rovnice (5.1) konverguje k řešení a to poměrně rychle - již po 33 iteracích (pro koncentrace ještě dříve).



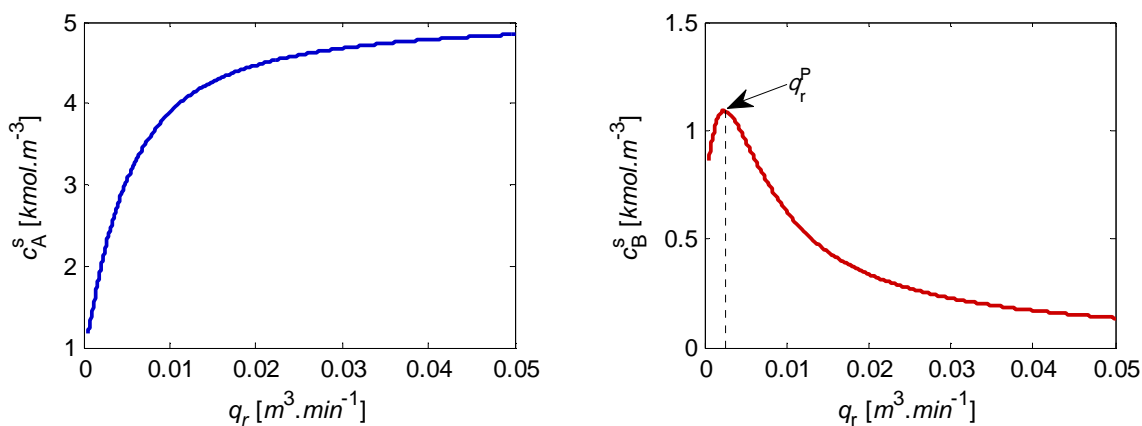
Obr. 9 – Iterační vývoj ustálených koncentrací  $c_A^S$ ,  $c_B^S$  a teplot  $T_r^S$ ,  $T_c^S$

Je vhodné se zmínit, že v praxi je cílem maximalizovat výtěžnost produktu při nejmenších možných nákladech. Zdroj [21] uvádí, že výtěžnost produktu B je definována podílem koncentrace produktu v ustáleném stavu  $c_B^S$  a vstupní koncentrací reaktantu  $c_{A0}$ . Optimální pracovní bod je pak nalezen optimalizací výtěžnosti (hledání maxima) s ohledem na minimální průtok reaktantu  $q_r$ . Výsledkem této optimalizace (převzato z [21]), je pracovní bod:

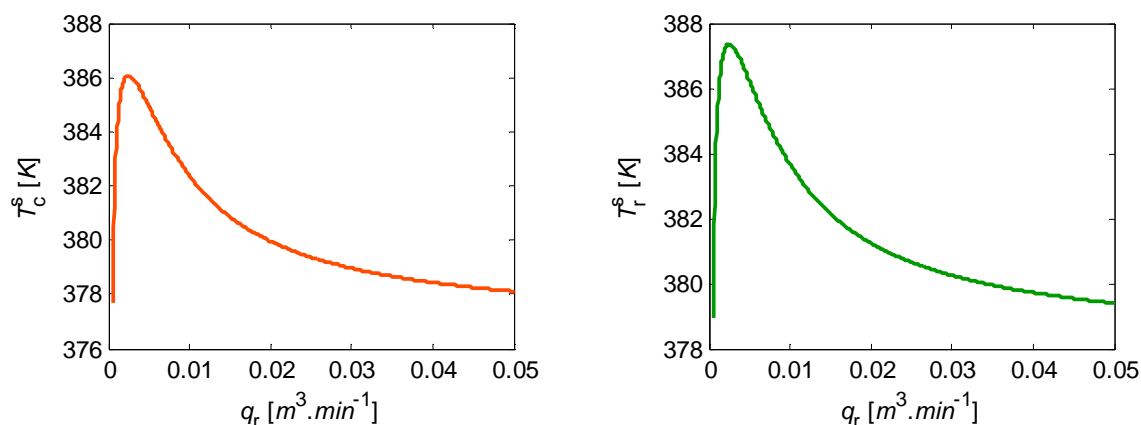
$$\begin{aligned} q_r^P &= 2,365 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1} \\ Q_c^P &= -18,56 \text{ kJ} \cdot \text{min}^{-1} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Statická analýza výstupních veličin pro různé hodnoty průtoku reaktantu je zobrazena v rozsahu  $q_r = \langle 0 ; 0,05 \rangle \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$  při konstantním tepelném toku  $Q_c^P$  - viz Obr. 10 a 11.

Statické analýzy pro různé hodnoty tepelného toku, uvedeny na Obr. 12 a 13, jsou v rozsahu  $Q_c = \langle -500 ; 500 \rangle \text{ kJ.min}^{-1}$  při konstantním průtoku  $q_r^P$ .



Obr. 10 – Závislost ustálených hodnot  $c_A^S$  a  $c_B^S$  při různých hodnotách průtoku  $q_r$

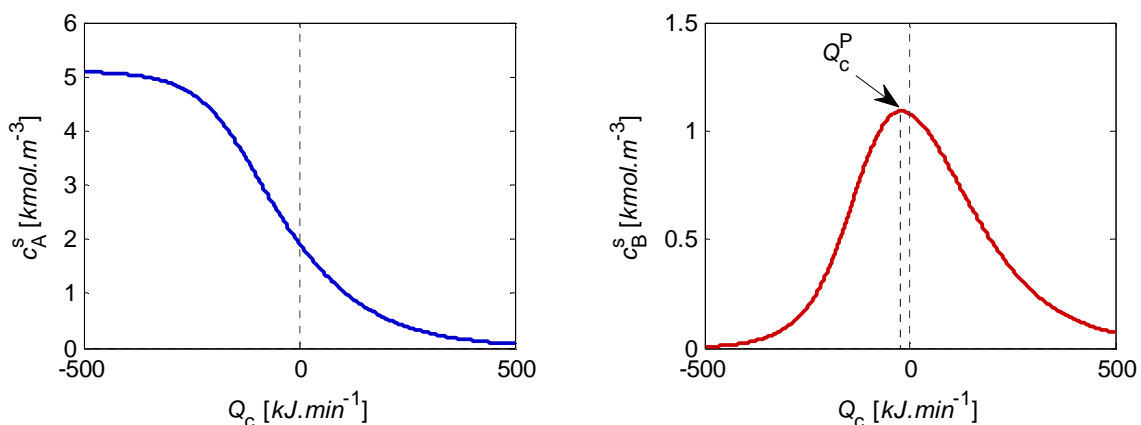


Obr. 11 – Závislost ustálených hodnot teplot  $T_c^S$  a  $T_r^S$  při různých hodnotách průtoku  $q_r$

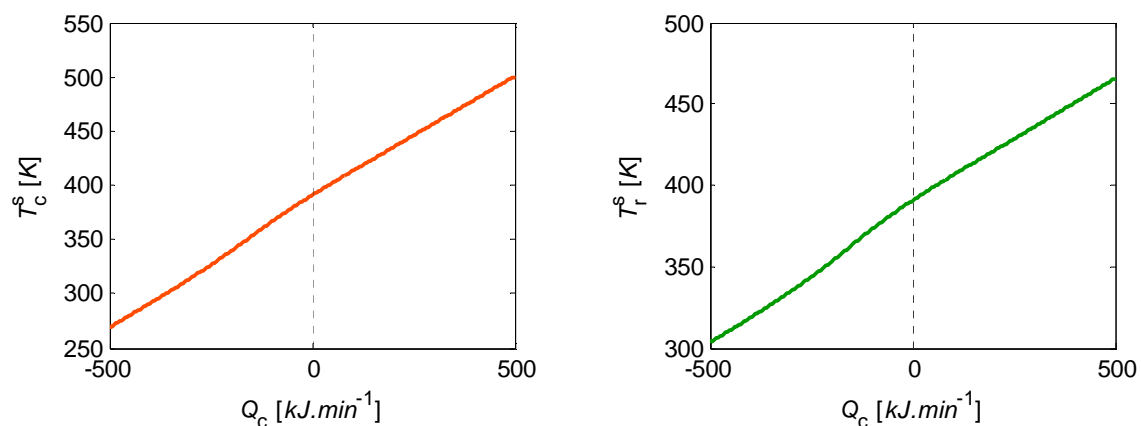
Na Obr. 10 pro koncentraci produktu  $c_B$  je vyznačen optimální průtok, při kterém je konverze složky A na výsledný produkt maximální. S dalším zvyšováním průtoku od tohoto bodu pak koncentrace produktu exponenciálně klesá k nule, zatímco koncentrace složky A roste až ke své vstupní koncentraci – v tomto okamžiku se vytrácí smysl celého procesu. Z tohoto důvodu je důležité, aby byl reakci poskytnut dostatečně dlouhý čas vhodným (optimálním) průtokem. Zvyšování konverze složky A na výsledný produkt při exotermické reakci je doprovázena vznikem tepla. Při optimálním průtoku je proto teplota reaktantu i chladicího média maximální – viz Obr. 11.

Z Obr. 12 je patrné, že při velkých hodnotách tepelného toku, který reaktant odevzdává chladicímu médiu (chlazení reakční směsi), nedochází k produkci B. Ohříváním reaktantu pak koncentrace  $c_B$  spolu s teplotou reakční směsi postupně roste. Při dosažení optimálního tepelného toku  $Q_c^P$  je koncentrace produktu maximální. Ovšem s dalším

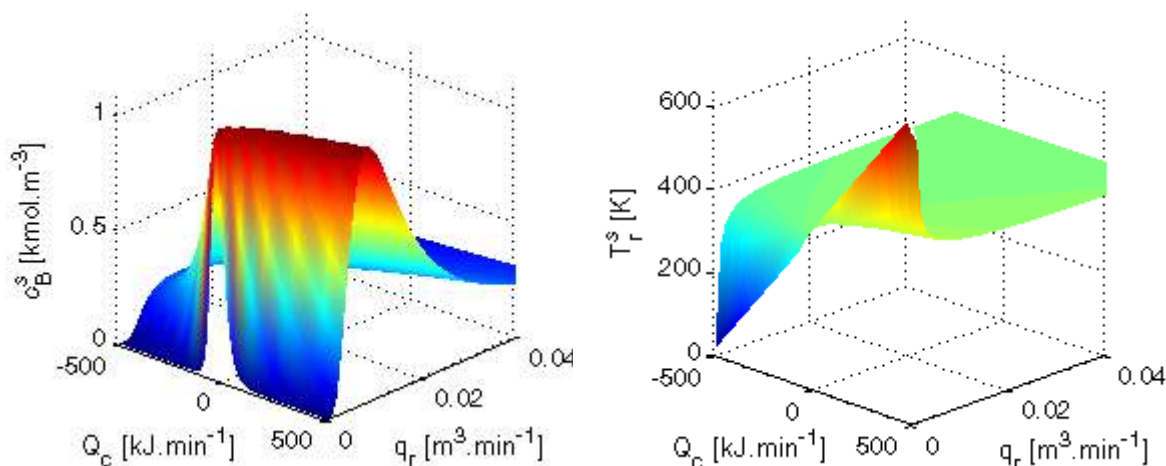
zvyšováním tepelného toku, kdy reaktant již neodevzdává teplo, ale naopak přijímá od teplejšího média v plášti, dochází za stále se zvyšující se teploty reaktantu k poklesu jak koncentrace A, tak k poklesu koncentrace produktu. Zjevně tak musí docházet ke vzniku vedlejších meziproduktů C, D a tím ke ztrátovému procesu.



Obr. 12 – Závislost ustálených hodnot  $c_A^S$  a  $c_B^S$  při různých hodnotách tepelného toku  $Q_c$



Obr. 13 – Závislost ustálených hodnot  $T_c^S$  a  $T_r^S$  při různých hodnotách tepelného toku  $Q_c$



Obr. 14 – Koncentrační a teplotní pole ustálených hodnot  $c_B^S$  a  $T_r^S$

Ze všech průběhů na Obr. 10 až 13 je zjevný silný nelineární charakter této reakce. Naneštěstí jsou nelinearity nejrozšířenější právě v oblasti nejžádanějšího (optimálního) pracovního bodu.

Komplexnější ukázka vlivu obou vstupních veličin na velikost ustálené koncentrace  $c_B^S$  a teploty  $T_r^S$  je na koncentračním a teplotním poli v Obr. 14. Z teplotního pole na obrázku vpravo je patrné, že teplota reaktantu je ovlivněna velikostí tepelného toku především při nízkých hodnotách průtoku reaktantu. Se zvětšujícím se průtokem se pak v důsledku kratšího času na ohřev/chlazení reakční směsi teplotní profil zplošťuje. Pro vyšší průtoky kolem  $0,04 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$  lze odečíst teploty reaktantu blízké vstupní teplotě reaktantu.

## 5.2 Dynamická analýza

Software MATLAB umožňuje využít vestavěných funkcí pro numerické řešení ODR. Nejpoužívanější je funkce *ode45*, nicméně z důvodů transparentnosti a jednoduchosti implementace byl naprogramován vlastní algoritmus metody Runge-Kutta čtvrtého řádu na základě teorie popsané v kapitole 2.2.2. Navržený algoritmus pracuje s konstantním integračním krokem, zatímco funkce *ode45* může adaptovat velikost integračního kroku v závislosti na chybě aproximace. Přesto při zběžném porovnání navrženého algoritmu s algoritmem *ode45* byly obdrženy téměř totožné výsledky. Výhoda vlastní implementace se přitom projevila v rychlejším výpočtu.

Před samotným numerickým řešením dynamiky modelu CSTR (4.6 – 4.9) byly na základě předchozí analýzy ustáleného stavu vypočteny hodnoty stavových veličin v pracovním bodě. Jestliže budu uvažovat optimální pracovní bod (5.5), jsou tyto hodnoty

$$\begin{aligned} c_A^S &= 2,0142 \text{ kmol} \cdot \text{m}^{-3} & T_c^S &= 386,06 \text{ K} \\ c_B^S &= 1,0903 \text{ kmol} \cdot \text{m}^{-3} & T_r^S &= 387,34 \text{ K} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Při dynamické analýze porovnávám odezvy modelu vždy pro 4 různé skokové změny vstupních veličin  $Q_c$  a  $q_r$  podle Tab. 3 uvedeny níže. Skoková změna je zde realizována jako procentuální nárůst či pokles vstupní veličiny vzhledem k její hodnotě v ustáleném stavu podle rovnic

$$Q_c = Q_c^P + \frac{\Delta}{100} Q_c^P \quad ; \quad q_r = q_r^P + \frac{\Delta}{100} q_r^P \quad (5.7)$$

kde  $\Delta$  určuje procentuální změnu vstupní veličiny.



$\Delta$ [%]	$\Delta Q_c$ [kJ.min <sup>-1</sup> ]	$\Delta q_r$ [m <sup>3</sup> .min <sup>-1</sup> ]
20	-3,712	4,73.10 <sup>-4</sup>
10	-1,856	2,365.10 <sup>-4</sup>
-10	1,856	-2,365.10 <sup>-4</sup>
-20	3,712	-4,73.10 <sup>-4</sup>

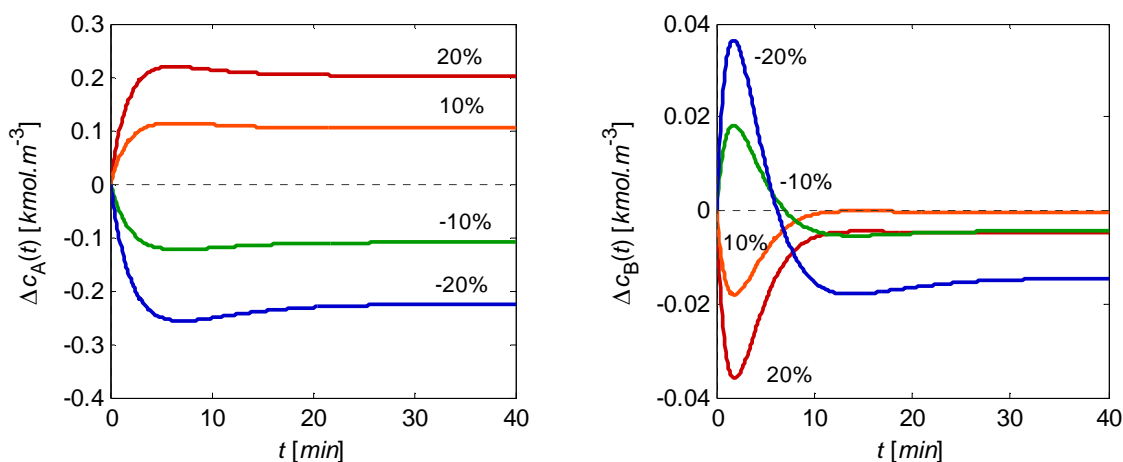
Tab. 3 – Skokové změny vstupních veličin

Pro názornost přechodových charakteristik jsou hodnoty výstupních veličin v pracovním bodě posunuty do nuly. Průběhy výstupních veličin jsou potom definovány jako rozdíly od jejich ustáleného stavu podle

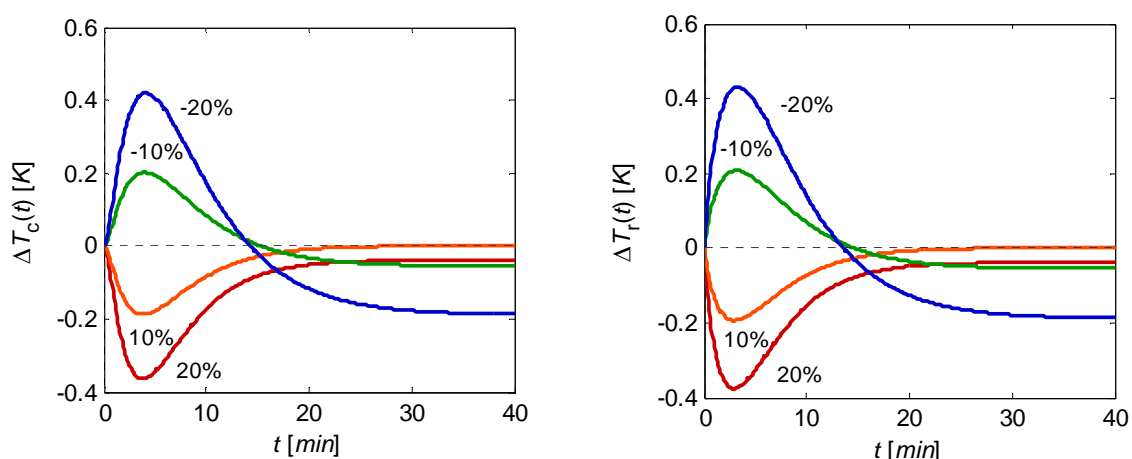
$$\begin{aligned}\Delta c_A(t) &= c_A - c_A^S & \Delta T_c(t) &= T_c - T_c^S \\ \Delta c_B(t) &= c_B - c_B^S & \Delta T_r(t) &= T_r - T_r^S\end{aligned}\quad (5.8)$$

Pro všechny simulované přechodové charakteristiky byl simulační čas nastaven na 40 min a integrační krok metody RK4 byl zvolen  $h=0,1$  min.

Nejdříve se budu zabývat vlivem změny průtoku reaktantu na jednotlivé výstupní veličiny, podle Obr. 15 a 16.

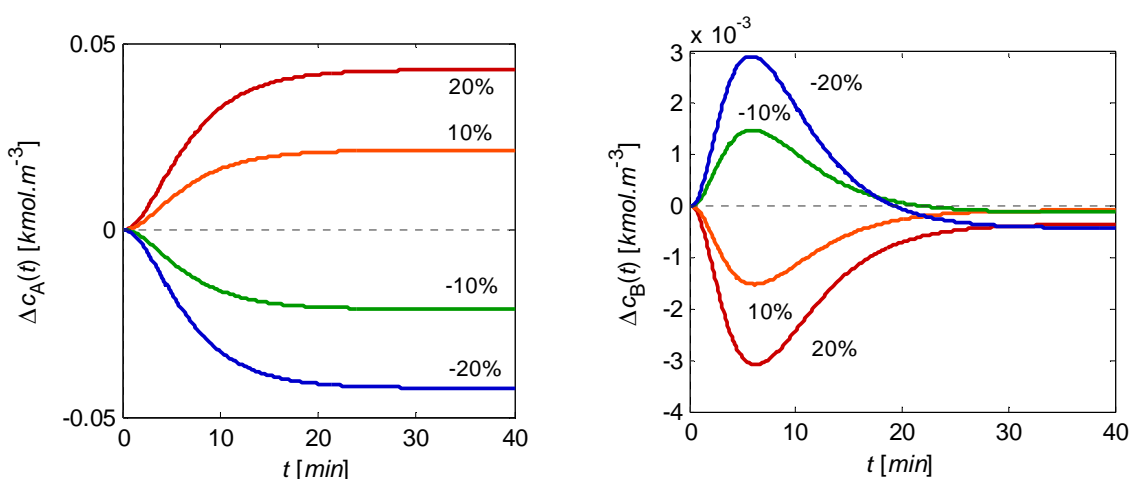
Obr. 15 – Přechodové charakteristiky  $\Delta c_A(t)$  a  $\Delta c_B(t)$  pro změnu  $\Delta q_r = \pm 10\%$  a  $\pm 20\%$ 

Přestože jsou zde pro úplnost uvedeny přechodové charakteristiky pro všechny výstupní veličiny modelu, zaměřím se v souvislosti s následnou syntézou řízení pouze na potenciální řízené veličiny modelu CSTR, tj. na koncentraci produktu a teplotu reaktantu.



Obr. 16 – Přejchodové charakteristiky  $\Delta T_c(t)$  a  $\Delta T_r(t)$  pro změnu  $\Delta q_r = \pm 10\%$  a  $\pm 20\%$

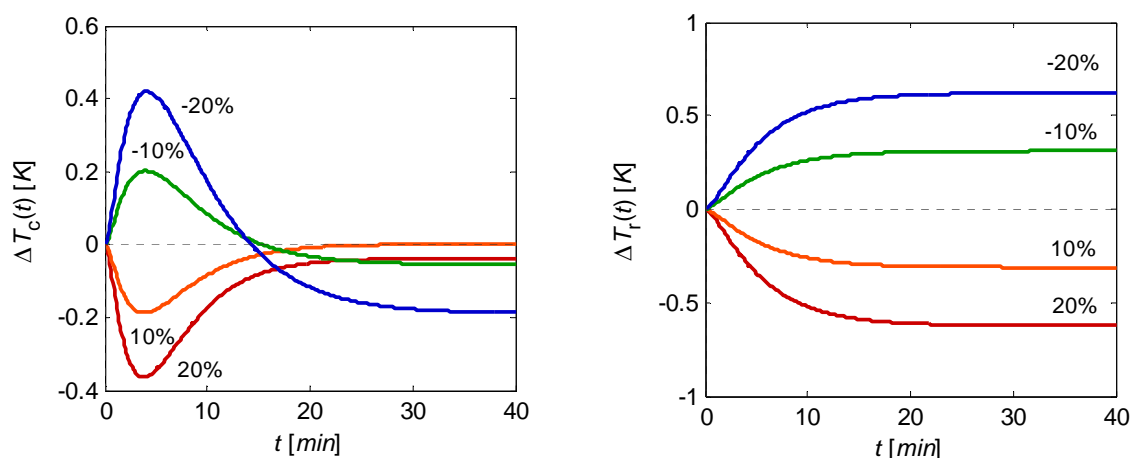
Přejchodové charakteristiky pro  $c_B$  i  $T_r$  v reakci na změnu průtoku nemají příliš vhodnou dynamiku pro řízení. Ve zkoumaném okolí optimálního pracovního bodu vykazuje proces neminimálně fázevé chování. Také dochází ke změně znaménka zesílení, které je dáno tzv. vstupní multiplícitou. Vstupní multiplícita je chápána jako schopnost dosáhnout určité koncentrace pomocí více různých hodnot vstupní veličiny. Tuto vlastnost lze dobře pozorovat v koncentračním poli na Obr. 14. Také si ji lze všimnout na Obr. 17, kdy skoková změna o -20% a změna o +20% má za následek ustálení téměř na stejné hodnotě koncentrace  $c_B$  (obdobně na Obr. 16 pro  $\pm 10\%$ ).



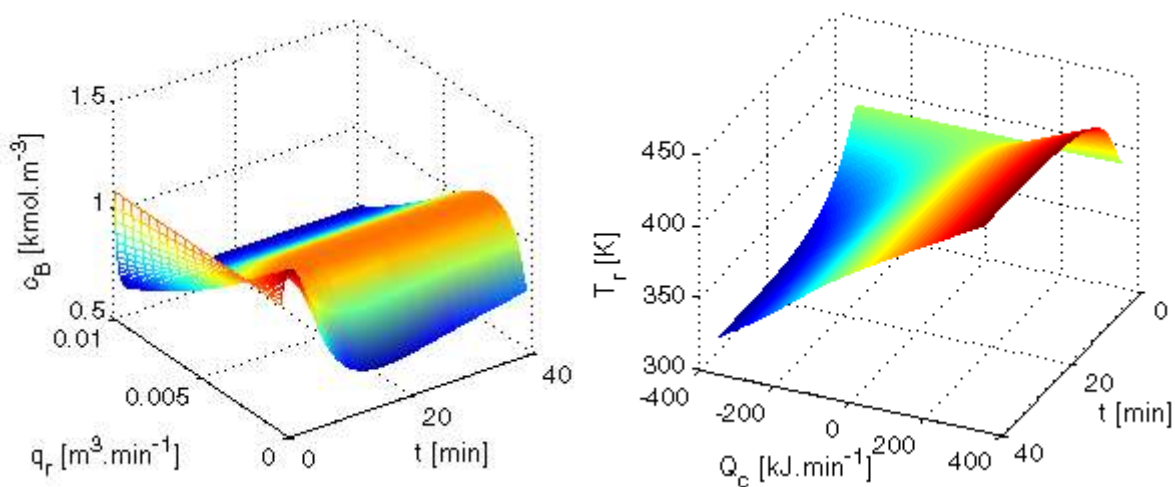
Obr. 17 – Přejchodové charakteristiky  $\Delta c_A(t)$  a  $\Delta c_B(t)$  pro změnu  $\Delta Q_c = \pm 10\%$  a  $\pm 20\%$

Zmíněné negativní vlastnosti jako neminimální fázevost a změna zesílení znaménka se projevuje také při dynamické odezvě koncentrace  $c_B$  v reakci na změnu tepelného toku  $Q_c$ . Zatímco odezva změny teploty reaktantu  $T_r$  na skokové změny  $Q_c$  (Obr. 18 a 19) má

příznivější vlastnosti pro řízení. Podle profilu křivky ji bude možné aproximovat modelem druhého řádu.



Obr. 18 – Přebodové charakteristiky  $\Delta T_c(t)$  a  $\Delta T_r(t)$  pro změnu  $\Delta Q_c = \pm 10\%$  a  $\pm 20\%$



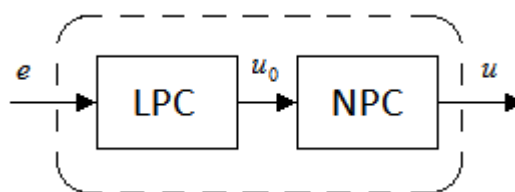
Obr. 19 – 3D reprezentace přebodových charakteristik pro proměnné vstupní veličiny

Obr. 19 nabízí podrobnější pohled na veličiny  $c_B$  a  $T_r$  v širším rozsahu změn vstupních veličin. Z koncentračních profilů v rovině  $(c_B, t)$  pro jednotlivé průtoky vypočítat změnu neminimálně fázového chování na minimálně fázové chování právě v okolí optimálního průtoku.

## 6 SYNTÉZA NELINEÁRNÍHO ŘÍZENÍ A SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ

Cílem této kapitoly je návrh řízení nelineárního systému, který je založen na kombinaci nelineárního a adaptivního řízení dle [15]. Následně je navržený regulátor simulačně ověřen prostřednictvím software MATLAB 2006b a výsledky řízení jsou graficky a kvalitativně porovnány s výsledky standartního adaptivního řízení.

Nelineární řízení je realizováno na základě použití principů blokově orientovaných systémů (viz kapitola 3.1). Ty využívají předpokladu, že nelineární systém lze faktorizovat na nelineární statickou část a na lineární dynamickou část. Takto faktorizovaný systém, může být reprezentovaný Wienerovým nebo Hammersteinovým systémem. Zde je uvažována struktura Wienerova systému, která reprezentuje nelineární regulátor. Ten je podle definice tvořen vstupní lineární částí LPC (*linear part of controler*), která je následně sériově spojená s nelineární částí NPC (*nonlinear part of controler*) - viz Obr. 20.



Obr. 20 – Nelineární regulátor [15]

Blok LPC vyjadřuje lineární dynamickou relaci mezi regulační odchylkou  $e$  a akčním zásahem  $u_0 = \Delta c_{Bw}$ , který představuje změnu koncentrace vzhledem k referenční hodnotě  $w$ . NPC pak vytváří statickou nelineární relaci mezi  $u_0$  a odpovídajícím přírůstkem/poklesem  $q_r$ . Model bloku NPC vychází z aproximace inverzní statické charakteristiky procesu. Na základě dynamické analýzy NPC+CSTR je vybrána vhodná struktura diskrétního  $\delta$ -ELM, která aproximuje původně nelineární model CSTR. Parametry  $\delta$ -ELM jsou pak průběžně identifikovány a použity k výpočtu parametrů lineární části regulátoru LPC.

Jako řízené veličiny CSTR se z praktického hlediska nabízí teplota reakční směsi  $T_r$  a koncentrace produktu  $c_B$ . Pro řízení těchto veličin uvažuji pouze průtok reaktantu  $q_r$  a tepelný tok  $Q_c$ , protože vstupní koncentrace a vstupní teplota reaktantu jsou často z technologických důvodů udržovány jako fixní parametry procesu. Na základě výsledků dynamické a statické analýzy volím v následující podkapitole řízení koncentrace, pomocí průtoku reaktantu.

## 6.1 Návrh regulátoru pro řízení koncentrace produktu

Řízenou veličinou  $y$  je koncentrace produktu  $c_B$ . Řídící veličinu  $u$  představuje průtok reaktantu. Tyto veličiny jsou pro řízení vyjádřeny jako odchylky od ustálených stavů

$$u(k) = q_r(k) - q_r^S \quad ; \quad y(k) = c_B(k) - c_B^S \quad (6.1)$$

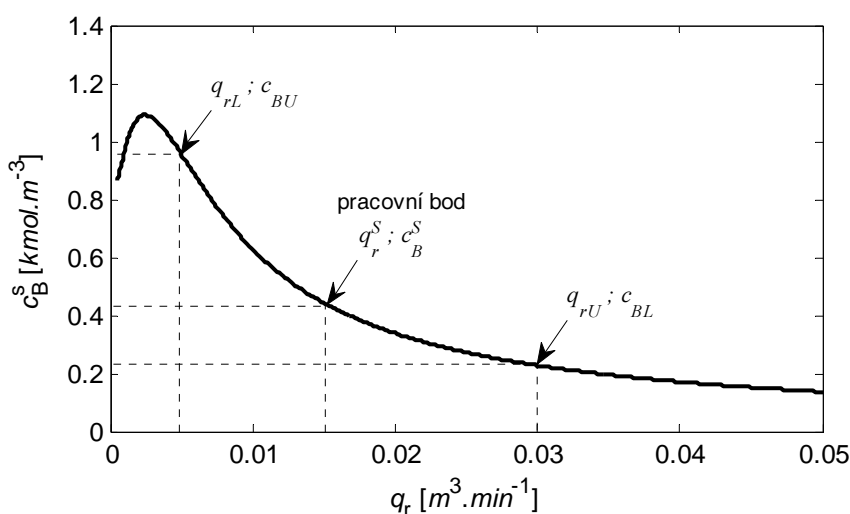
### 6.1.1 Návrh statické nelineární části

Statická nelineární část regulátoru vychází z charakteristiky ustálených stavů na Obr. 21, na kterém jsou vyznačeny hodnoty průtoku  $q_{rL}$ ,  $q_{rU}$  a jim odpovídající hodnoty koncentrace  $c_{BU}$ ,  $c_{BL}$ . Hodnoty  $q_{rL}$ ,  $q_{rU}$  určují provozní interval vstupní veličiny  $q_r$ , ve kterém je koncentrace  $c_B$  řízena

$$q_{rL} \leq q_r(k) \leq q_{rU} \quad (6.2)$$

Číselně jsou tyto krajní hodnoty rovny:

$$\begin{aligned} q_{rL} &= 0,005 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1} & c_{BU} &= 0,955 \text{ kmol} \cdot \text{m}^{-3} \\ q_{rU} &= 0,03 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1} & c_{BL} &= 0,228 \text{ kmol} \cdot \text{m}^{-3} \end{aligned} \quad (6.3)$$



Obr. 21 – Statická charakteristika pro koncentraci  $c_B$

Provozní interval byl na statické charakteristice určen, tak aby obsáhl její nelineární charakter. Pracovní bod byl zvolen

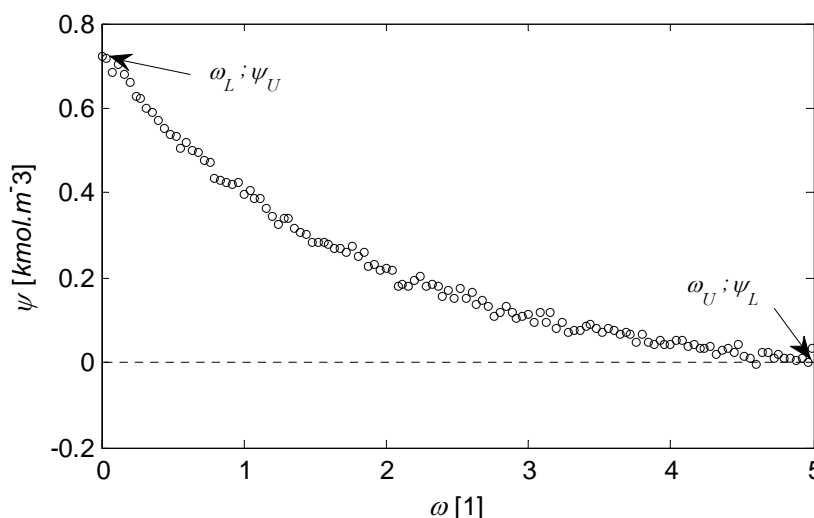
$$\begin{aligned} q_r^s &= 0,015 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1} \\ Q_c^s &= -18.56 \text{ kJ} \cdot \text{min}^{-1} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Tomuto pracovnímu bodu odpovídá ustálená hodnota koncentrace  $c_B^s = 0,444 \text{ kmol} \cdot \text{m}^{-3}$ .

Z důvodů pozdější aproximace nelineární charakteristiky, jsou zavedeny nové souřadnice  $\omega$ ,  $\psi$ , které jsou definovány vztahy

$$\omega = \frac{q_r^S - q_{rL}}{q_{rL}} \quad ; \quad \psi = c_B^S - c_{BL} \quad (6.5)$$

V praxi bývá naměřená statická charakteristika zatížena šumem a chybami měření. Tuto skutečnost zohledním v zašumění simulované charakteristiky. Provozní interval statické charakteristiky s aplikovanou transformací souřadnic je zobrazen na Obr. 22.



Obr. 22 – Pracovní oblast statické char. v nových souřadnicích

Nyní může být provedena inverze této charakteristiky a její aproximace vhodnou funkcí (Obr. 22). Pro aproximaci exponenciální funkcí lze v MATLABu použít Curve Fitting Toolboxu. Po nahrání datových vektorů do aplikace *cftool*  $\omega$ ,  $\psi$  lze data aproximovat například polynomiálními funkcemi, exponenciálními funkcemi, racionálními funkcemi apod. V tomto případě je zvolena exponenciální funkce prvního řádu, která vykazovala neméně hodnotu *SSE* (součet čtverců odchylek). Tvar exponenciální funkce je

$$\omega = a \cdot \exp(-b\psi) + c \quad (6.6)$$

kde jednotlivé koeficienty byly v oboustranném intervalu spolehlivosti 95% stanoveny  $a = 4,907$   $b = 3,893$   $c = -0,1027$  s hodnotou kritéria kvality aproximace  $SSE = 2.194$ . Inverze charakteristiky na Obr. 22 společně s její aproximací je zobrazena na Obr. 23.

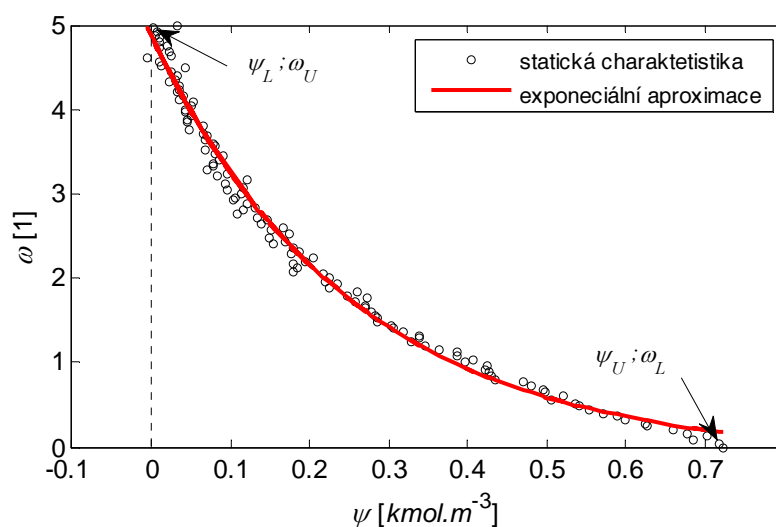
Změna průtoku reaktantu  $\Delta q_r(k)$  na výstupu bloku NPC je v každém kroku simulace počítána pro hodnotu aktuální koncentrace  $c_B$  podle vztahu

$$u(k) = \Delta q_r(k) = q_r \left( \frac{d\omega}{d\psi} \right)_{\psi(c_B)} u_0(k) \quad (6.7)$$

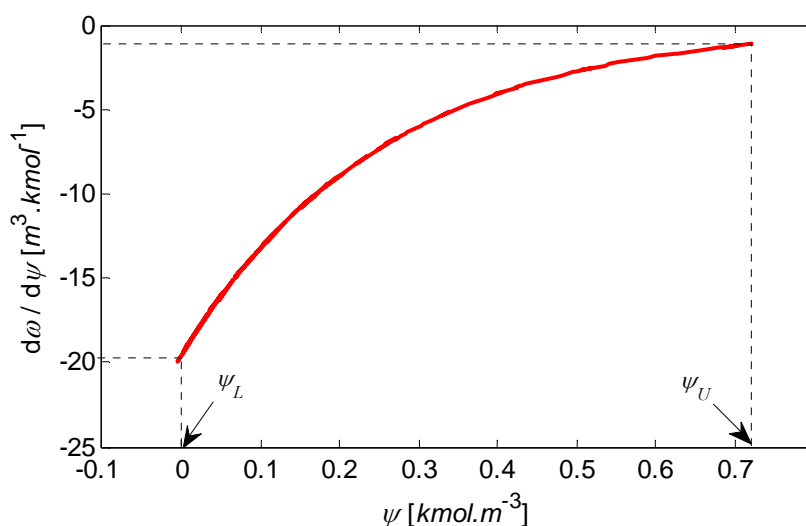
Derivace aproximované funkce (6.6) po dosazení koeficientů  $a$ ,  $b$ ,  $c$  je vyjádřena vztahem

$$\frac{d\omega}{d\psi} = -ab \cdot \exp(-b\psi) = -19,103 \exp(-3,893\psi) \quad (6.8)$$

Průběh derivace pro na celém provozním rozsahu  $\langle \psi_L; \psi_U \rangle$  je na Obr. 24



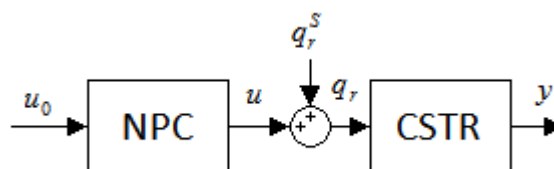
Obr. 23 – Aproximovaná inverzní statická charakteristika



Obr. 24 – Derivace  $\omega$  podle  $\psi$  v celém provozním intervalu

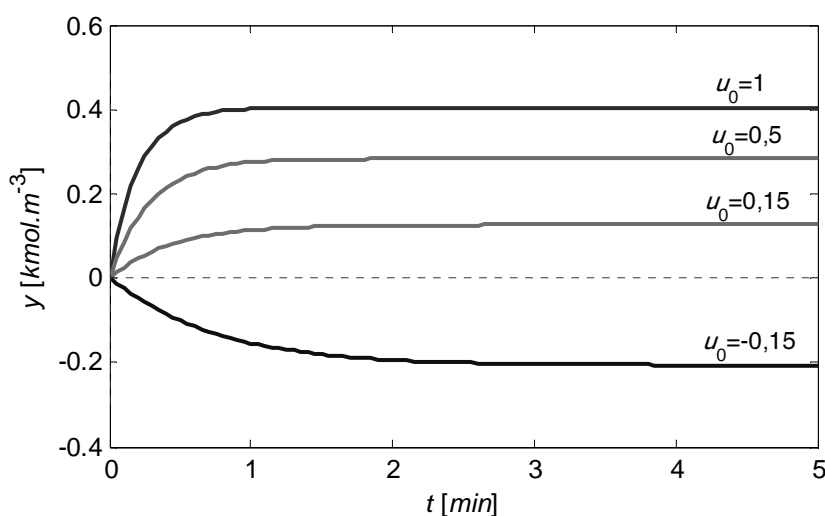
### 6.1.2 Volba struktury externího lineárního modelu

Struktura externího lineárního modelu bloku NPC ve spojení modelem CSTR (systém NPC+CSTR, viz Obr. 25) je určena na základě odezev tohoto systému na jednotkové skoky.



Obr. 25 – Schéma pro dynamickou analýzu systému NPC+CSTR

Byly vybrány 4 různé skokové změny  $u_0$  v okolí pracovního bodu (6.4) Přechodové charakteristiky jsou uvedeny na Obr. 26.



Obr. 26 – Dynamická analýza systému NPC+CSTR

Podle profilů jednotlivých přechodových charakteristik na předchozím obrázku je evidentní, že se jedná o odezvy systému prvního řádu. Přestože je možné tento systém aproximovat také například soustavou druhého řádu s relativní řádem jedna, volím pro jednoduchost strukturu ELM prvního řádu. Systém prvního řádu může být podle (3.11) vyjádřen přenosovou funkcí  $\delta$ -modelu

$$G(\gamma) = \frac{y(\gamma)}{u_0(\gamma)} = \frac{b(\gamma)}{a(\gamma)} = \frac{b'_0}{\gamma + a'_0} \quad (6.9)$$



nebo odpovídající difereční rovnici  $\delta$ -modelu

$$\gamma y(\gamma) + a'_0 y(\gamma) = b'_0 u_0(\gamma) \quad (6.10)$$

kde  $\gamma$  je komplexní proměnná, kterou zvolím podle Tab. 1 pro dopředný  $\delta$ -model jako

$$\gamma = \frac{z-1}{T_s} \quad (6.11)$$

Po dosazení (6.11) do (6.10) a převedení do záporných mocnin obdržím rovnici

$$\frac{1-z^{-1}}{T_s} y(k) = -a'_0 z^{-1} y(k) + b'_0 z^{-1} u_0(k) \quad (6.12)$$

Při úvaze  $z^{-1} y(k) = y(k-1)$  lze pak vyjádřit finální tvar diferenční rovnice  $\delta$ -modelu

$$y_\delta(k) = -a'_0 y_\delta(k-1) + b'_0 u_\delta(k-1) \quad (6.13)$$

kde

$$\begin{aligned} y_\delta(k) &= \frac{y(k) - y(k-1)}{T_s} \\ y_\delta(k-1) &= y(k-1) \\ u_\delta(k-1) &= u(k-1) \end{aligned} \quad (6.14)$$

Diferenční rovnici (6.13) lze vyjádřit ve vektorové formě pro průběžnou identifikaci

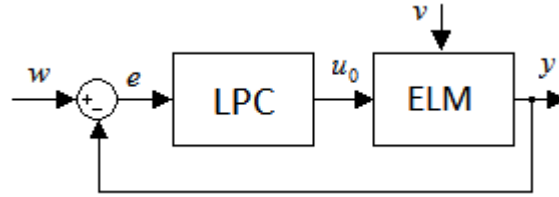
$$\hat{y}_\delta(k) = \hat{\theta}_\delta^T(k) \cdot \Phi_\delta(k-1) \quad (6.15)$$

kde datový vektor odhadovaných parametrů  $\hat{\theta}_\delta^T$  a regresor  $\Phi_\delta$  je

$$\begin{aligned} \theta_\delta^T(k) &= [a'_0 \quad b'_0] \\ \Phi_\delta(k-1) &= [-y_\delta(k-1) \quad u_\delta(k-1)] \end{aligned} \quad (6.16)$$

### 6.1.3 Návrh dynamické lineární části pro ELM prvního řádu

Z definice  $\delta$ -operátoru vyplývá, že parametry  $\delta$ -modelu se při  $T_s \rightarrow 0$  blíží k parametrům spojitého modelu. Z tohoto důvodu je možné pro následnou syntézu LPC využít techniky polynomiální syntézy pro spojitý systémy, která je pro konfiguraci 1DOF teoreticky rozebrána v kapitole 3.5. Protože regulační obvod kombinuje spojitý signály a diskrétní signály, ač se spojitými aproximacemi, nazývají se tyto systémy tzv. *hybridními systémy*. Zjednodušené schéma pro návrh regulátoru v konfiguraci 1DOF je uvedeno na Obr. 27.



Obr. 27 – Zjednodušené schéma spojitého regulačního obvodu v konfiguraci 1DOF

Budu uvažovat spojitý ELM řízené soustavy prvního řádu ve tvaru přenosu

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U_0(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s + a_0} \quad (6.17)$$

Dále budu uvažovat změny poruchy  $v$  a referenční veličiny  $w$  ve tvaru skoku. Z toho pak plyne podle (3.33) a (3.34) výsledná diofantické rovnice

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s) = s\tilde{p}(s) \quad (6.18)$$

Přenosová funkce LPC s podmínkou ryzosti je ve tvaru

$$Q(s) = \frac{U_0(s)}{E(s)} = \frac{q(s)}{p(s)}; \deg q \leq \deg p \quad (6.19)$$

kde  $p(s)$ ,  $q(s)$  jsou hledané polynomy, které jsou řešením diofantické rovnice

$$a(s)s\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (6.20)$$

Jednotlivé stupně polynomů určím ze vztahů (3.35)

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 \Rightarrow \deg q = 1$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 \Rightarrow \deg \tilde{p} = 0 \quad (6.21)$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f - 1 \Rightarrow \deg d = 2$$

Struktura přenosové funkce regulátoru (6.19) bude mít pak tvar (PI regulátor)

$$Q(s) = \frac{q_1 s + q_0}{p_0 s} \quad (6.22)$$

V teoretické části je naznačena volba stabilního polynomu  $d(s)$  ve tvaru (3.36) pomocí metody umístění pólů se spektrální faktorizace dle vztahu (3.37). Po rozepsání vztahu (3.36) dle uvedených pravidel pro konjugovaný polynom je možné psát

$$a_0^2 - s^2 = n_0^2 - s^2 \Rightarrow n_0 = \sqrt{a_0^2} \quad (6.23)$$

Z předchozího vztahu plyne, že bude vždy platit nerovnost  $n_0 > 0$ . Tedy polynom  $n$  bude vždy stabilní. Volba polynomu  $d(s)$  podle vztahu (3.36) pak bude ve tvaru

$$d(s) = (s + n_0)(s + \alpha); \quad \alpha > 0 \quad (6.24)$$

Dosazením předchozího vztahu do diofantické rovnice (6.20) získám

$$s^2 \tilde{p}_0 + s(a_0 \tilde{p}_0 + b_0 q_1) + b_0 q_0 = s^2 + s(\alpha + n_0) + n_0 \alpha \quad (6.25)$$

Po porovnání koeficientů u jednotlivých mocnin  $s$  v předchozí rovnici platí pro parametry regulátoru vztahy

$$\tilde{p}_0 = 1; \quad q_1 = \frac{\alpha + n_0 - a_0}{b_0}; \quad q_0 = \frac{n_0 \alpha}{b_0} \quad (6.26)$$

Pro výpočet řídicího zákona vyjdu z přenosové funkce regulátoru (6.19). Po roznásobení a aplikaci zpětné Laplaceovy transformace při nulových počátečních podmínkách dostanu diferenciální rovnici

$$\begin{aligned} L^{-1}\{U_0(s)\} &= L^{-1}\{E(s)q_1 s + E(s)q_0\} \\ \dot{u}_0(t) &= q_1 \dot{e}(t) + q_1 e(t) \end{aligned} \quad (6.27)$$

Je možné použít jednoduchou úpravu diferenciální rovnice (6.27), tak že možné psát

$$\frac{U_0(s)}{Z(s)} \frac{Z(s)}{E(s)} = \frac{(q_1 s + q_0)}{1} \frac{1}{s} \quad (6.28)$$

$$L^{-1}\left\{\frac{Z(s)}{E(s)} = \frac{1}{s}\right\} \Rightarrow \dot{z}(t) = e(t) \quad (6.29)$$

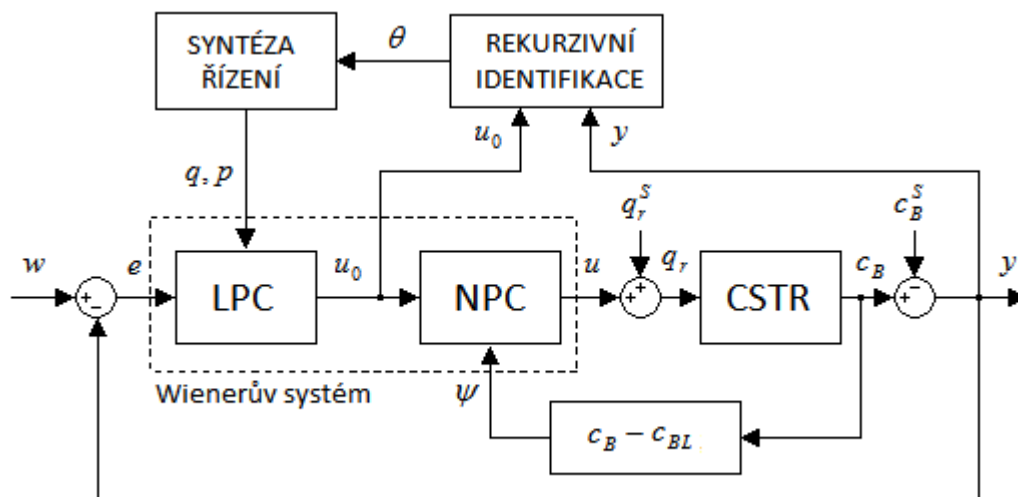
$$L^{-1}\left\{\frac{U_0(s)}{Z(s)} = \frac{(q_1 s + q_0)}{1}\right\} \Rightarrow u_0(t) = q_1 \dot{z}(t) + q_0 z(t) \quad (6.30)$$

Po dosazení  $\dot{z}(t)$  do rovnice pro  $u_0(t)$  vznikne výsledný tvar řídicího zákona:

$$u_0(t) = q_1 \dot{e}(t) + q_0 z(t) \quad (6.31)$$

kde  $z(t)$  je řešením diferenciální rovnice (6.29), pro jejíž řešení využiji metodu RK4 stejně jako u diferenciálních rovnic modelu CSTR.

Schéma na Obr. 28 ukazuje ucelenější pohled na celý systém řízení s jednotlivými relacemi mezi bloky.



Obr. 28 – Nelineární adaptivní řídicí systém pro řízení koncentrace produktu [15]

## 6.2 Simulační ověření navrženého řízení

Technologické a konstrukční parametry CSTR jsou uvedeny v Tab. 2. Vstupní veličiny procesu a zvolený pracovní bod s počátečními podmínkami parametrů zvolené identifikační metody jsou uvedeny v následující Tab. 4.

Název parametru	Hodnota parametru
Vstupní koncentrace reaktantu:	$c_{A0} = 5,1 \text{ kmol.m}^{-3}$
Vstupní teplota reaktantu:	$T_{r0} = 378,05 \text{ K}$
Vstupní průtok reaktantu:	$q_r^S = 0,015 \text{ m}^3.\text{min}^{-1}$
Vstupní teplo odebírané reaktantu:	$Q_c^S = -18.56 \text{ kJ.min}^{-1}$
Počáteční odhad parametrů:	$\theta(0) = [0,1 \quad 0,1]^T$
Počáteční stav kovarianční matice:	$C(0) = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & 1 \cdot 10^8 \end{bmatrix}$

Tab. 4 – Definice počátečních parametrů pro identifikaci a pracovní bod

Ve všech následujících simulačních ověření je uvažována perioda vzorkování  $T_s=0,1 \text{ min}$ . Integrační krok numerické integrace při řešení dynamického modelu CSTR i stavu regulátoru byl zvolen na polovinu periody  $h=T_s/2$ .

Referenční signál  $w(t)$  zde představuje posloupnost požadovaných změn koncentrace vzhledem k pracovnímu bodu (6.4). Tato posloupnost byla zvolena následovně:

$$\begin{aligned} t \in \langle 0, 20 \rangle_{\min} : w(t) &= -0,20 \text{ kmol.m}^{-3} & t \in \langle 40, 60 \rangle_{\min} : w(t) &= -0,25 \text{ kmol.m}^{-3} \\ t \in \langle 20, 40 \rangle_{\min} : w(t) &= +0,15 \text{ kmol.m}^{-3} & t \in \langle 60, 80 \rangle_{\min} : w(t) &= +0,20 \text{ kmol.m}^{-3} \end{aligned} \quad (6.32)$$

Samotný regulační ventil, kterým je řízen průtok reaktantu, je sám o sobě tzv. umělou nelinearitou zařazenou do regulačního obvodu. Nejvýraznější nelinearitou vyplývající z konstrukce ventilu je saturace. Akční zásah, tj. průtok reaktantu, je proto zde limitován maximálním a minimálním průtokem v provozní oblasti (6.2) podle

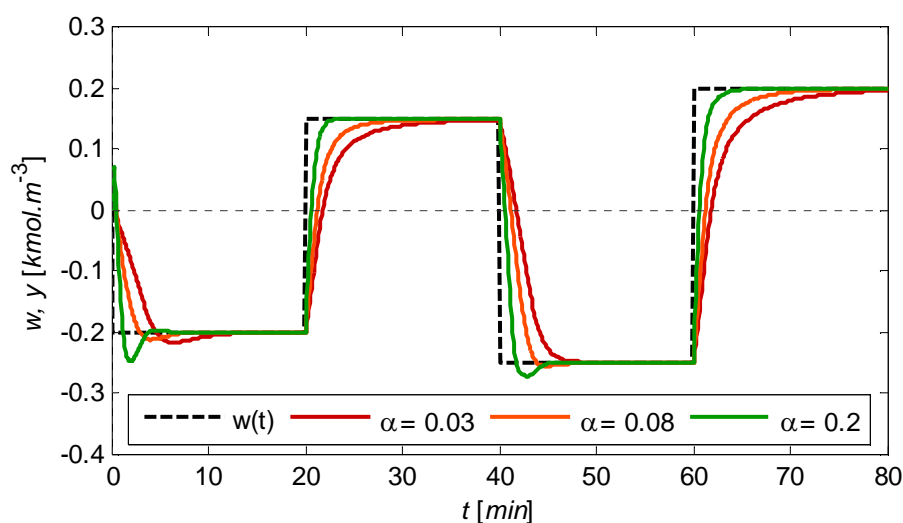
$$u_{\lim} = \begin{cases} u_{\min} = -(q_r^S - q_{rL}) \\ u_{\max} = (q_{rU} - q_r^S) \end{cases} \quad (6.33)$$

Ačkoli byly navrženy různé modifikace průběžné identifikace (dle kapitoly 3.4), nejlepších výsledků jsem dosahoval především pomocí *metody směrového zapomínání*. Proto byla využita pro všechny následující simulace. Pro tuto metodu jsem volil hodnoty počátečních podmínek:

$$\lambda(0) = 0,95; \quad \nu(0) = 10^{-6}; \quad \kappa(0) = 0,001; \quad \rho = 0,99 \quad (6.34)$$

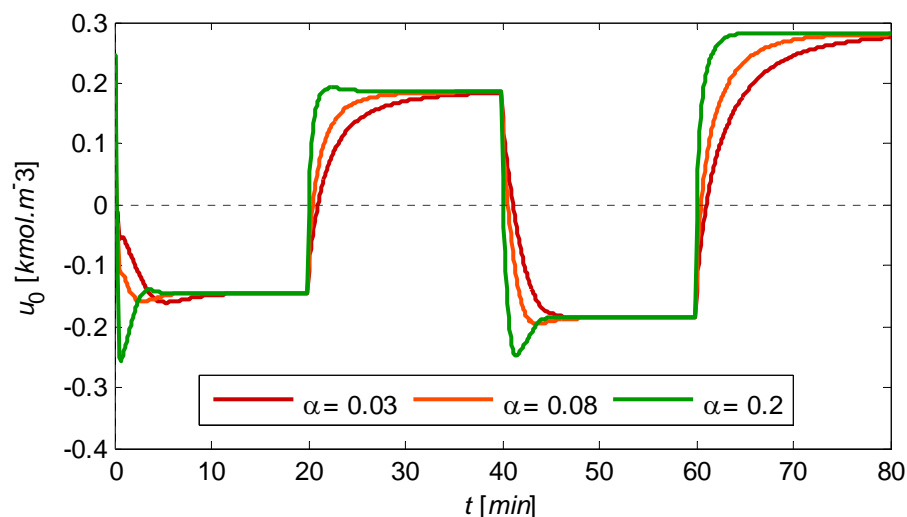
### 6.2.1 Nelineární adaptivní řízení (NAC)

Výsledky simulačního ověřování pro navržené nelineární adaptivní řízení (zkracuji NAC) jsou uvedeny pro tři různá nastavení parametru:  $\alpha = 0,03$ ;  $\alpha = 0,08$ ;  $\alpha = 0,2$ .



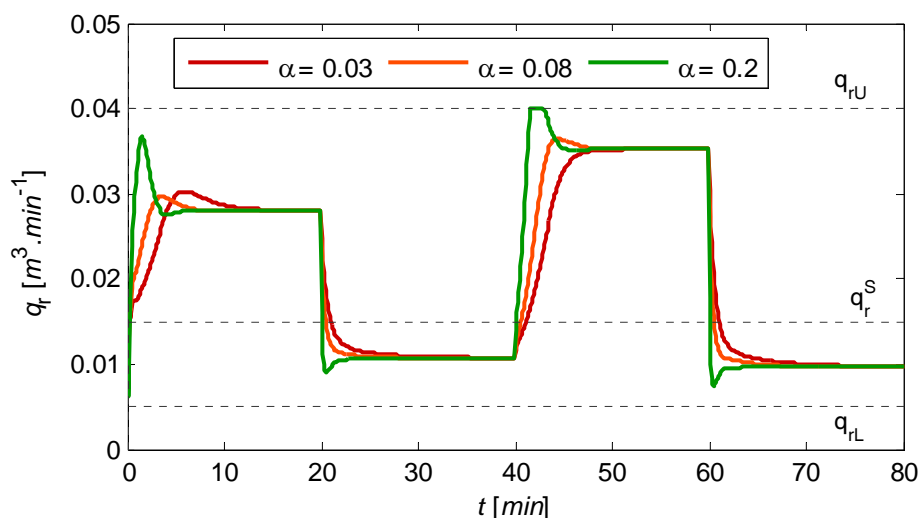
Obr. 29 – Porovnání průběhů regulované veličiny pro různá  $\alpha$  (NAC)

Na Obr. 29 je zjevné, že změna hodnoty parametru  $\alpha$  má vliv na kvalitu regulační pochody. Zvětšováním jeho hodnoty je dosaženo dynamičtější odezvy a rychlejšího dosažení žádané hodnoty. Ovšem jen za cenu většího dynamického namáhání regulačního ventilu, jak je vidět na průběhu změny průtoku reaktantu na Obr. 31.



Obr. 30 – Porovnání průběhů akčního zásahu  $u_0$  pro různá  $\alpha$  (NAC)

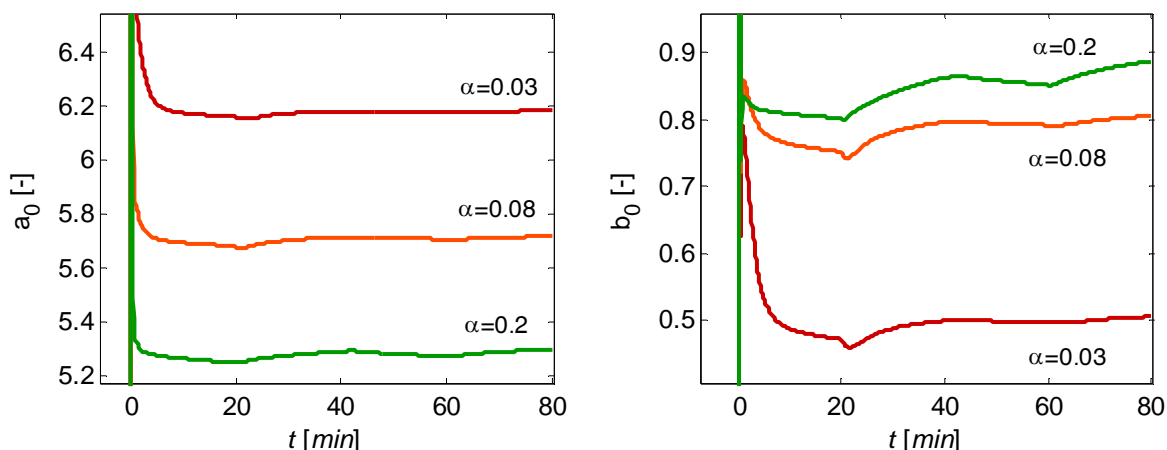
Na Obr. 30 je znázorněn výstup z lineárního dynamického bloku LPC. Tento výstup představuje hodnotu změny koncentrace vzhledem k hodnotě referenční veličiny.



Obr. 31 – Porovnání průběhů řídicího průtoku  $q_r$  pro různá  $\alpha$  (NAC)

Na Obr. 31 je uveden průběh průtoku, včetně vyznačených krajní mezí provozního průtoku. Pro  $\alpha = 0,2$  vidět dochází u ventilu k omezení maximálním průtokem.

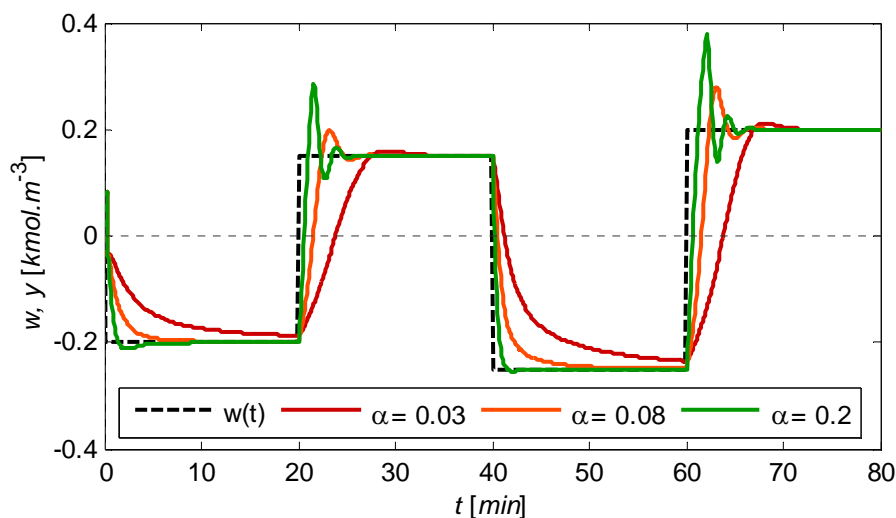
Průběh identifikovaných parametrů  $a_0$ ,  $b_0$  je na Obr. 32. Je vidět, že v počátku identifikačního procesu je průběh rozhozený, což se projevilo také na počátečním akčním zásahu. To je způsobené tím, že systém od počátku identifikace nedisponuje dostatečnou informací o procesu. Ovšem použitá metoda směrového adaptivního zapomínání vhodně upravuje váhu jednotlivých hodnot vstupních a výstupních veličin a identifikace kromě tohoto krátkého okamžiku nemá výraznější problémy s odhadem parametrů.



Obr. 32 – Porovnání průběhů odhadů parametrů pro různá  $\alpha$  (NAC)

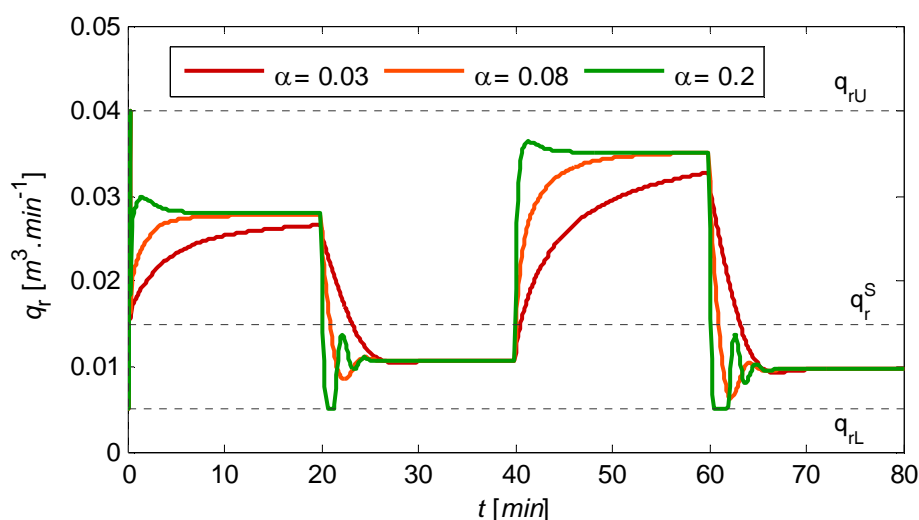
### 6.2.2 Standartní adaptivní řízení (SAC)

Pro porovnání standartního adaptivního řízení (zkracuji SAC) s nelineárním adaptivním řízením uvádím zde samostatně průběhy pro stejné nastavení parametrů  $\alpha = 0,03$ ;  $\alpha = 0,08$ ;  $\alpha = 0,2$  jako bylo u NAC. Výsledky pro průběh regulované veličiny, akčního zásahu včetně průběhů parametrů jsou uvedeny v pořadí na Obr. 33, 34, 35.



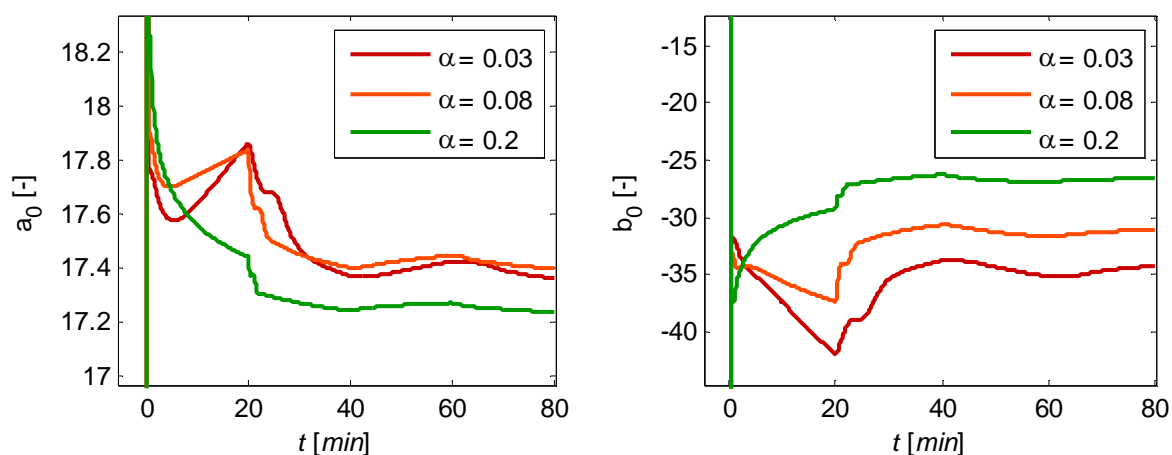
Obr. 33 – Porovnání průběhů regulované veličiny pro různá  $\alpha$  (SAC)

Z průběhu na Obr. 33 je zřejmé, že vliv pólů hraje stejnou roli jako u NAC. Dále je vidět, že po skokové změně v čase 40 min nedochází pro  $\alpha = 0,03$  v daném časovém intervalu k ustálení, neboť řídicí průtok se mění velmi pomalu. Na druhou stranu po skokové změně v čase 60 min nedochází k tak výrazným překmitům jako u větších hodnot  $\alpha$ . Celkově lze zhodnotit, že průběh pro  $\alpha = 0,08$  je jakýmsi kompromisem mezi dobou regulace a dynamickým namáháním akčního členu.



Obr. 34 – Porovnání průběhů řídicího průtoku  $q_r$  pro různá  $\alpha$  (SAC)

Průběhy odhadů parametrů ELM jsou na Obr. 35. Z těchto grafů je vidět, že identifikace parametrů také probíhá bez problému. Vývoj parametrů je živější než u NPC.



Obr. 35 – Porovnání průběhů odhadů parametrů pro různá  $\alpha$  (SAC)

Pro kvalitativní vyhodnocení regulace byly použity integrační kritéria založené na výpočtu sumace kvadrátů regulační odchylky  $S_y$ , přírůstků akční veličiny  $S_u$  [5], a kritérium ITAE, které dává penalizaci i době regulace



$$S_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^2(k) ; \quad S_u = \frac{1}{N} \sum_{k=2}^N \nabla q_r^2(k) ; \quad S_{ITAE} = k|e(k)| \quad (6.35)$$

kde  $\nabla$  je operátor zpětné difference a  $N$  je celkový počet simulačních kroků  $k$  - obsahuje celý regulační pochod, tzn. v oblasti  $\langle 0; 80 \rangle_{min}$ .

$\alpha$	SAC			NAC		
	$S_y$ [-]	$S_u$ [-]	$S_{ITAE}$ [-]	$S_y$ [-]	$S_u$ [-]	$S_{ITAE}$ [-]
0,03	0,0140	2,72e-6	24,9751	0,0094	4,01e-7	17,6857
0,08	0,0063	2,77e-6	10,4399	0,0064	5,34e-7	11,4373
0,2	0,0034	3,10e-6	6,1923	0,0037	1,29e-6	5,7004

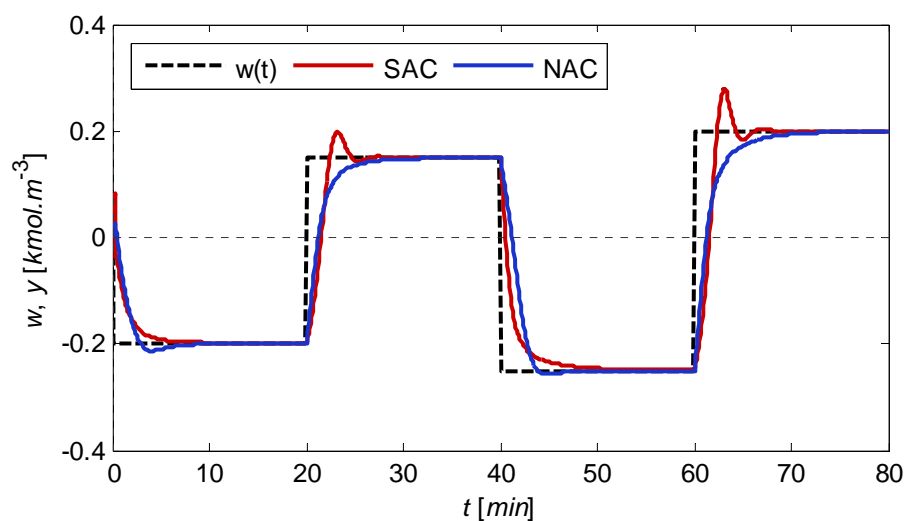
Tab. 5 – Vyhodnocení kvality regulace SAC a NAC pro různá  $\alpha$

Porovnáním kvality regulace pro jednotlivé hodnoty  $\alpha$  podle Tab. 5 lze vyvodit, že s rostoucím parametrem  $\alpha$  se kritérium  $S_y$  snižuje, zatím co kritérium  $S_u$  roste. Při vyhodnocení nejlepšího pochodu je nutné zvážit také technologické možnosti akční členů tj. regulačních ventilů, neboť přílišné dynamické namáhání jej může zničit a dojít k havárii. Kromě zmíněných kritérií je možné také posuzovat kvalitu regulace ze zcela jiných kritérií. Například podle požadavku na minimální dobu regulace nebo minimálního přeregulování. Jak je vidět z Obr. 29 a 33, jsou tyto požadavky protichůdné – stejně jako jsou protichůdná vyhodnocení kritérií  $S_y$  a  $S_u$ . Proto je ve vhodné zvolit kompromis mezi těmito požadavky.

### 6.2.3 Porovnání SAC vs. NAC

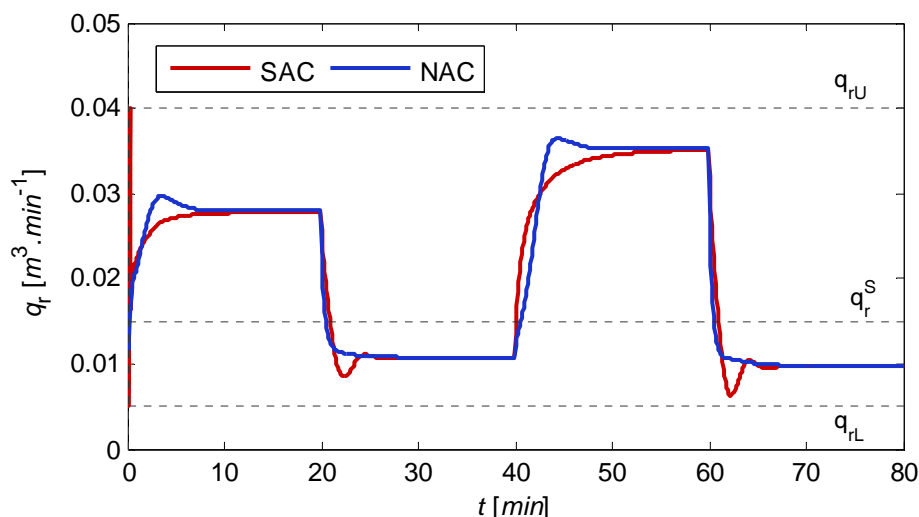
Jako zmíněný kompromis mezi požadavky na dobu regulace a minimálního přeregulování volím pro grafické srovnání regulační pochod pro parametr  $\alpha=0,08$ . Grafické srovnání průběhů regulované veličiny a akčního zásahu pro NAC a SAC je na Obr. 36 a 37. Na Obr. 36 je dobře patrný vliv bloku NPC. Při druhé skokové změně v čase 20 min dochází u průběhu SAC ke dvěma překmitům, zatímco průběh NAC má nejen plynulý průběh akčního zásahu, ale také dochází k ustálení na referenční hodnotě téměř ve shodném čase.

Při změně referenční veličiny z  $-0,2 \text{ kmol.m}^{-3}$  na  $0,15 \text{ kmol.m}^{-3}$  dochází podle Obr. 24 ke snížení derivace  $d\omega/d\psi$ . V důsledku toho výsledný akční zásah definovaný vztahem (6.7) ,definující změnu průtoku, se s postupným zvyšováním  $c_B$  snižuje, čímž zohledňuje nelinearitu a nedochází k překmitu jako u SAC.



Obr. 36 – Průběhy regulované veličiny SAC a NAC pro  $\alpha=0,08$

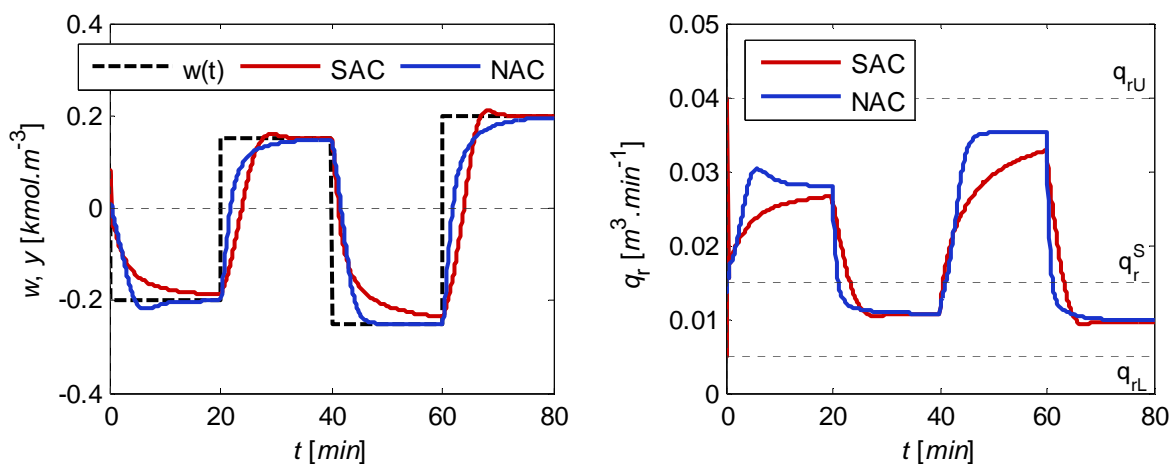
Naopak při třetí skokové změně, kdy se zmenšuje požadovaná koncentrace z hodnoty referenční veličiny  $0,15 \text{ kmol.m}^{-3}$  na hodnotu  $-0,25 \text{ kmol.m}^{-3}$  dochází dle Obr. 24 ke zvyšování derivace  $d\omega/d\psi$ . Z toho plyne, že roste změna průtoku reaktantu vzhledem ke změně koncentrace, čímž se rovněž kompenzuje nelinearita – je patrné rychlejší ustálení na hodnotě  $w(t)$ , zatímco průběh regulované veličiny SAC k této hodnotě déle dotahuje.



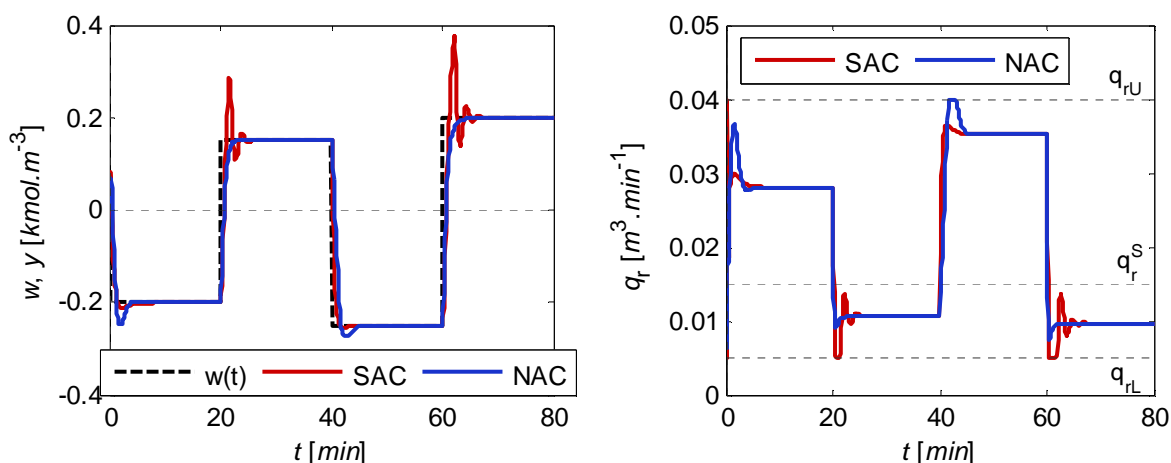
Obr. 37 – Průběhy akčních zásahů SAC a NAC pro  $\alpha=0,08$

Z průběhů řídicí veličiny na Obr. 37 je také možné sledovat šetrnější dynamické namáhání regulačního ventilu u NAC. Nelze totiž přehlížet fakt, že velké dynamické namáhání má také vliv na spotřebovanou energii a opotřebení ventilu.

Pro úplnost dále uvádím i průběhy srovnání NPC a SAC pro ostatní uvedené parametry  $\alpha$  – viz Obr. 38 a 39.



Obr. 38 – Porovnání regulované a akční veličiny NAC a SAC pro  $\alpha=0,03$



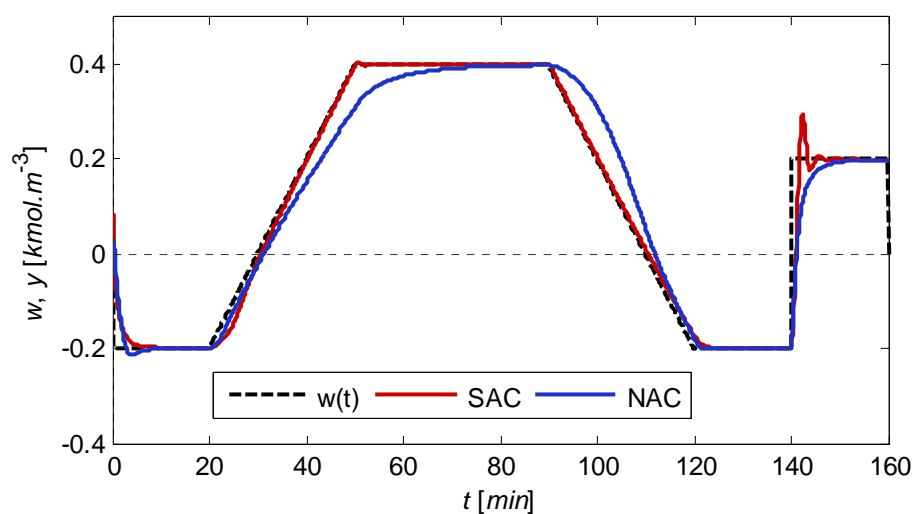
Obr. 39 – Porovnání regulované a akční veličiny NAC a SAC pro  $\alpha=0,2$

#### 6.2.4 Regulace po lineární rampě a kompenzace vlivu poruchy

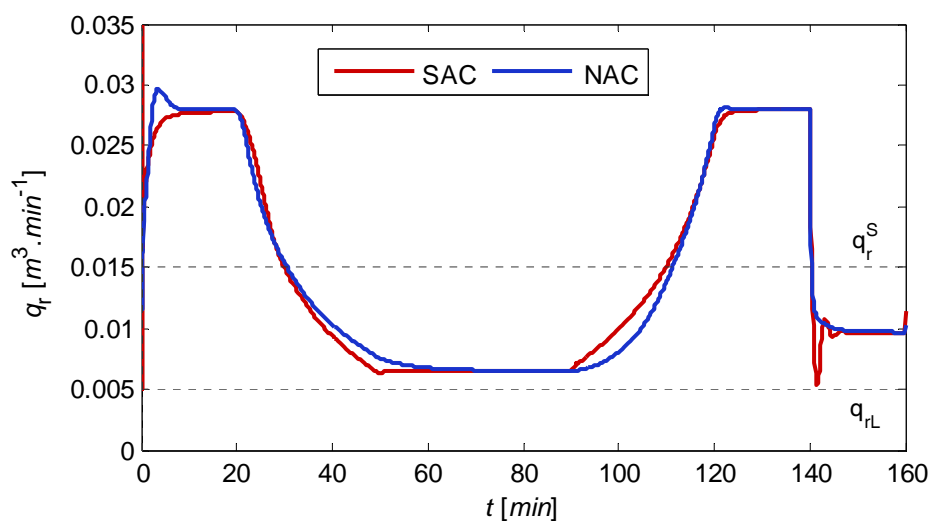
Pro zjištění jak se regulační pochod chová při rostoucí a klesající lineární rampě (viz Obr. 40 a 41), volím následující schéma posloupnosti referenční veličiny:

$$\begin{aligned}
 t \in \langle 0, 20 \rangle \text{min} : w(t) &= -0,20 \text{ kmol.m}^{-3} & t \in \langle 20, 50 \rangle \text{min} : w(t) &= 0,02t \text{ kmol.m}^{-3} \\
 t \in \langle 50, 90 \rangle \text{min} : w(t) &= 0,4 \text{ kmol.m}^{-3} & t \in \langle 90, 120 \rangle \text{min} : w(t) &= -0,02t \text{ kmol.m}^{-3}
 \end{aligned}
 \tag{6.36}$$

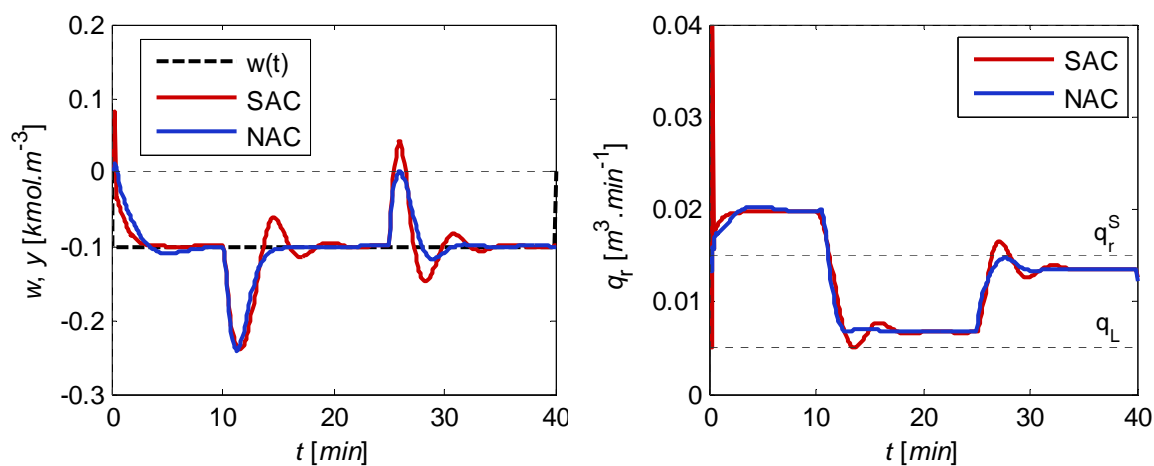
Dále byla zvolena vstupní porucha  $\Delta T_{r0} = -4\%$  v čase 10 min a výstupní porucha  $\Delta T_r = 7\%$  v čase 25 min. Vliv vstupní poruchy teploty reaktantu je zaznamenán na Obr. 42.



Obr. 40 – Regulace po rampě pro SAC a NAC –  $y(t)$ , pro  $\alpha=0,08$



Obr. 41 – Regulace po rampě pro SAC a NAC –  $q_r(t)$ , pro  $\alpha=0,08$



Obr. 42 – Vliv vstupní skokové poruchy  $\Delta T_{r0} = -4\%$  a výstupní poruchy  $\Delta T_r = 7\%$

Z Obr. 40 je vidět, že i když výstupní veličina NAC sleduje rostoucí lineární rampu, kvalita regulace je v porovnání s průběhem SAC evidentně horší kvůli dlouhému dotahování na referenční hodnotu  $w=0,4\text{kmol.m}^{-3}$ . To je dané tím, že při lineárním zvyšování referenční hodnoty se také postupně snižuje změna průtoku vztažená na změnu koncentrace – podle Obr. 24, což lze také pozorovat na průběhu průtoku na Obr. 41. Analogicky to platí také pro klesající rampu. Obecně je možné konstatovat, že NAC je vhodnější především pro větší skokové změny referenční veličiny, což potvrzuje skoková změna na konci regulačního pochodu v čase 140 min. Obr. 42 ukazuje, že regulátor je díky integrační složce schopen kompenzovat také na vstupní a výstupní poruchy procesu.

## ZÁVĚR

V této práci jsem se zabýval analýzou a syntézou nelineárního procesu, který je reprezentován modelem chemického průtočného reaktoru (CSTR) se silně exotermní reakcí typu Van der Vusse.

Nejdříve jsem se zaměřil na statickou a dynamickou analýzu. Analýza ustáleného stavu posloužila pro určení optimálního pracovního bodu, ve kterém dochází k maximální výtěžnosti produktu tj. maximální koncentrace produktu ve výstupním proudu reaktoru. Byly zkoumány statické charakteristiky všech výstupních veličin uvažovaného modelu při různých hodnotách vstupních veličin tj. průtoku  $q_r$  a tepelného toku odevzdávaném médiu v plášti  $Q_c$ . Tyto charakteristiky vykazovali výrazný nelineární charakter především v oblasti nejžádanějšího (optimálního) pracovního bodu.

Simulace dynamické analýzy byla realizovaná numerickým řešením soustavy nelineárních diferenciálních rovnic. Pro její řešení bylo využito vlastní implementace algoritmu metody Runge-Kutta čtvrtého řádu s konstantním integračním krokem. Z výsledků dynamické analýzy jsem posuzoval vliv skokových změn vstupních veličin na průběh výstupních veličin. Z pohledu řízení vykazovali tyto přechodové charakteristiky poměrně negativní vlastnosti jako je fázově neminimální chování a změna znaménka zesílení, která je způsobená tzv. vstupní multiplicita systému. Z výsledků simulační analýzy jsem se rozhodl řídit koncentraci produktu  $c_B$  pomocí průtoku reaktantu  $q_r$ , který bývá obvykle realizován průtokovým regulačním ventilem. Nový pracovní bod pro řízení byl zvolen tak, aby neobsahoval zmíněné negativní vlastnosti, ale aby stále vystihoval nelineární charakter řízeného procesu.

Řídící strategie je založena na nelineárním adaptivním hybridním přístupu. Nelineární přístup spočívá v aplikaci nelineárního regulátoru, který je zde reprezentovaný klasickým Wienerovým systémem. Vnitřní struktura tohoto regulátoru je faktorizována na nelineární statický model (NPC) a na adaptivní lineární dynamický model (LPC). Nelineární statický model byl odvozen z transformované a následně aproximované invertované pracovní oblasti statické charakteristiky. Struktura tohoto modelu byla zvolena ve formě exponenciální funkce. Původně nelineární řízený proces modelu CSTR byl pro účely průběžné identifikace aproximovaný externím lineárním delta-modelem ( $\delta$ -ELM), jehož parametry konvergují se snižující se periodou vzorkování k parametrům spojitého modelu. Struktura  $\delta$ -ELM byla určena na základě dynamické analýzy systému

NPC+CSTR. Podle profilů přechodových charakteristik jsem zvolil  $\delta$ -ELM prvního řádu. Protože parametry  $\delta$ -modelu konvergují se snižující se periodou vzorkování ke spojitým modelům, je možné si dovolit navrhnout dynamický lineární model regulátoru pomocí polynomiální syntézy pro spojité systémy. Protože regulátor pracuje ve spojitě oblasti a průběžná identifikace probíhá diskrétně, mluví se hybridním řízením. Při polynomiální syntéze byla uvažována klasická konfigurace 1DOF s jediným zpětnovazebním PI regulátorem. Výpočet parametrů regulátoru je založen na metodě umístění pólu se spektrální faktorizací. Tento proces probíhá průběžně z odhadovaných parametrů procesu pomocí rekurzivní metody nejmenších čtverců. Nicméně klasická verze rekurzivní metody nejmenších čtverců nevyhovovala, proto bylo nutné zavést některou techniku zapomínání starších dat. Byla zvolena metoda směrového adaptivního zapomínání.

Po takto nastaveném uzavřeném regulačním obvodu bylo možné přistoupit k samotné simulaci nelineárního adaptivního řízení (NAC). Cíl ověření funkčnosti navrženého řízení byl úspěšně splněn. Byly porovnány 3 různá nastavení parametru  $\alpha$ . Vliv tohoto parametru má zásadní vliv na kvalitu regulačního pochodu. Při zvyšování  $\alpha$  docházelo k rychlejší odezvě regulované veličiny a k rychlejšímu dosažení referenční veličiny, ale jen za cenu většího dynamického namáhání regulačního ventilu velkého přeregulování. Z porovnávaných kritérií  $S_y$  a  $S_u$ , vyplynuly zcela protichůdné požadavky na zvolení optimálního regulačního pochodu. Proto zde byl volen kompromis mezi dobou regulace a minimálním přeregulováním.

Z grafického porovnání NAC a SAC byl poměrně zřejmý pozitivní vliv bloku NPC. U SAC docházelo při zvyšování koncentrace k výraznějším překmitům, zatímco NAC bylo schopno kompenzovat vliv nelinearity a k tomu přeregulování nedocházelo. Současně také bylo vidět, že se zlepšilo dynamické namáhání regulačních ventilů, což může mít praktický důsledek ve zmenšení spotřeby energie na přestavení ventilu a také na jeho opotřebení. Z průběhů regulace po lineární rampě bylo vyzorováno, že použití NAC je vhodné především pro větší skokové změny, neboť SAC se vypořádává s lineárním růstem referenční veličiny mnohem lépe. Vliv poruchy vstupní teploty reaktantu byl kompenzován díky přítomnosti integrační složky PI regulátoru.

## ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

In this thesis, I dealt with the analysis and synthesis of nonlinear process model represented by the continuous stirred tank reactor (CSTR) with a highly exothermic reaction type Van der Vusse

First, I focused on the analysis of steady state and dynamic analysis. Steady state analysis was used for determining the optimal operating point at which there is maximum yield of product, ie the maximal product concentration in the reactor outlet stream. There were studied steady state characteristics for all output variables of the model at different values of the input variables. These characteristics showed a significant non-linear character especially in the most desirable operating point.

Simulation of dynamic analysis was implemented by numerical solution of systems of nonlinear differential equations. For the the solution I used an own algorithm implementation methods Runge-Kutta fourth order with constant integration step. From the results of dynamic analysis, I studied the effect of step changes of input variables on the output values. From the viewpoint of control, these transient characteristics showed relatively negative characteristics such as nonminimum-phase behavior and gain changes. The control strategy is based on adaptive nonlinear approach..Gain changes are caused by the input multiplicity. Based on analysis, I decided control of concentration of product  $c_B$  which is controled by control valve. The new operating point so I chose that they are not present mentioned negative properties.

The control strategy is based on adaptive nonlinear approach. Nonlinear approach is based in application of nonlinear controller. Nonlinear controller is represented by Wiener system which can be factorized to static nonlinear part (NPC) and to adaptive dynamic linear part (LPC). The static nonlinear part was derived from inverted and approximated of steady state analysis. A structure of the NPC was chosen as exponential function. Originally nonlinear proces of model CSTR was approximated by external linear delta-model for purpose of recursive identification. Parameters of delta model converges to parameters of continous time model with decreasing sample period. The struture of  $\delta$ -ELM was designed based on dynamic analysis of NPC+CSTR systém. According to profile curves of step responses I choosed a  $\delta$ -ELM of first order. Because the parameters of delta model converges to continuous time model, I can design the dynamic linear part of controler by polynomial synthesis for continuous-time models. Computing of LPC parameters is



realized by pole placement method with spectral factorization. LPC parameters are computed from recursive estimated of parameters by the least squares method. However basic version of least square method was not sufficient. So it is advisable use some forgetting method. It was used an adaptive directional forging method.

Next step was verification of design nonlinear control. There were compared three different values of  $\alpha$ . This parameter has significant influence to control quality. With increasing  $\alpha$  occurred to faster respons of controled variable. However at the cost of bigger dynamic loading of control valve and overshooting. From comparing integral criterions is evident that these requirements are antagonistic. So there were choosed a compromise between time of control and minimal overshooting.

From graphic comparing between nonlinear adaptive control (NAC) and standard adaptive control (SAC) is evident positive influnce of NPC block. Controlled output of the system is showed overshooting with increasing of reference value while NAC was able compensate influence of nonlinearities. It has also been seen that the improved dynamic load control valves. This can lead to reduction of energy consumption on the valve and wear on the valve.

From the courses of control for linear ramp, it was observed that the use of NAC is particularly suitable for large step changes, as SAC is dealing with linear growth reference values much better. Effect of failure reactant inlet temperature was compensated by the presence of the integrator PI controller.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] SLOTINE, J. E., LI, W. *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice Hall, 1991. 461 s. ISBN 978-0130408907.
- [2] ŠTĚCHA, J., HAVLENA, V. *Teorie dynamických systémů*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1999. ISBN 80-01-02095-9.
- [3] ALTINAY, M. *Applications of Nonlinear Control*. Rijeka: InTech, 2012. 202 s. ISBN 978-953-51-0656-2.
- [4] DOSTÁL, P., MATUŠŮ, R. *Stavová a algebraická teorie řízení*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2010. 90 s. ISBN 978-80-7318-991-4.
- [5] BOBÁL, V. *Adaptivní a prediktivní řízení*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2007. 134 s. ISBN 978-80-7318-662-3.
- [6] ASTOLFI, A., KARAGIANNIS, D. *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*. London: Springer-Verlag, 2008. 461 s. ISBN 978-1-84800-065-0.
- [7] GRUBER, P., BALEMI, S. *Overview of nonlinear control methods*. [online]. Institut d'Automatisation Industrielle . Dostupné z: [http://www.iai.heig-vd.ch/fr-ch/Enseignement/Supports/MSE\\_TAdvancedControl/Polycopi%C3%A9s/TAdvContr\\_8\\_nonlinearcontrol-Gruber.pdf](http://www.iai.heig-vd.ch/fr-ch/Enseignement/Supports/MSE_TAdvancedControl/Polycopi%C3%A9s/TAdvContr_8_nonlinearcontrol-Gruber.pdf)
- [8] SEBORG, D. E., EDGAR, T. F., MELLICHAMP, D. A. *Process Dynamics and Control*. Second Edition. New York: Wiley, 2003. 736 s. ISBN 978-0471000778.
- [9] ROFFEL, B., BETLEM, B. *Process Dynamics and Control*. New York: Wiley, 2007. 560 s. ISBN 978-0-470-01663-3.
- [10] INGHAM, J., DUNN, I. J., PŘENOSIL, J. E., SNAPE, J. B. *Chemical Engineering Dynamics*. Third, Completely Revised Edition. Weinheim: Wiley-VCH, 2007. 618 s. ISBN 978-3-527-31678-6.
- [11] LYUBEN, W., L. *Process Modeling, Simulation, and Control for Chemical Process*. Second Edition. New York: McGraw-Hill, 1999. 724 s. ISBN 978-0071007931
- [12] HALUZÍKOVÁ, A. *Numerické metody*. Brno: VUT, 1989. 125s. ISBN 80-21400390
- [13] MIKLEŠ, J., FIKAR, M. *Process Modelling, Identification, Control*. Berlin: Springer-Verlag, 2007. 480 s. ISBN 978-3-540-71969-4.

- [14] BOBÁL, V., BOHM, J., FESSL, J., MACHÁČEK, J. *Digital Self-Tuning Controllers*. London: Springer-Verlag, 2005. 317 s. ISBN 1-85233-980-2
- [15] DOSTÁL, P., BAKOŠOVÁ, M., VOJTĚŠEK, J., BOBÁL, V. Adaptive Nonlinear Control of Continuous Stirred Tank Reactor. In: *Chemical Papers*, 2011, volume 65, issue 5, s. 636-643. ISSN 0366-6352.
- [16] SYSEL, M., BOBÁL, V. Moderní metody řízení – delta modely. *Automa*, roč. 7, č. 12, 2001. Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz/download/au120117.pdf>
- [17] MIDDLETON, R., GOODWIN, G. C. *Digital Control and Estimation: A Unified Approach*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1990. 576 s. ISBN 978-0132117982.
- [18] BABÍK, Z. Využití Hammersteinova a Wienerova modelu při diskretním adaptivním řízení nelineárních procesů. *Trilobit*. č. 2, 2012. Dostupné z: [http://trilobit.fai.utb.cz/vyuziti-hammersteinova-a-wienerova-modelu-pri-diskretnim-adaptivnim-rizeni-nelinearnich-procesu\\_079aeb04-15a5-45a1-9413-8cbcd4eb93c](http://trilobit.fai.utb.cz/vyuziti-hammersteinova-a-wienerova-modelu-pri-diskretnim-adaptivnim-rizeni-nelinearnich-procesu_079aeb04-15a5-45a1-9413-8cbcd4eb93c)
- [19] GUO, F. *A New Identification Method for Wiener and Hammerstein Systems*. Karlsruhe: Institut für Angewandte Informatik, 2004. 88 s. Dostupný z: [www.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/fzk/6955/6955.pdf](http://www.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/fzk/6955/6955.pdf)
- [20] GIRI, F., BAI, E-W. *Block-Oriented Nonlinear System Identification*. Berlin: Springer-Verlag, 2010. 431 s. ISBN 978-84996-512-5
- [21] CHEN, H., KREMLING, L. a ALLGÖWER, F. Nonlinear Predictive Control of a Benchmark CSTR. In: *Proceedings of 3rd European Control Conference*. Rome, 1995, s. 3247-52.
- [22] OLIVEIRA, S. L. *Model Predictive for Constrained Nonlinear Systems*. Zurich: Institut für Automatik, 1996. 259 s. ISBN 3-7281-2394-3.
- [23] DOSTÁL, P. *Matematické modely vybraných technologických procesů*. Učební texty pro předmět Analýza a Simulace technologických procesů, Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně 2006.

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

### Seznam zkratek:

1DOF	One Degrees of Freedom
ARX	Auto Regressive with eXogenous input
BONL	Block Oriented Nonlinear system
CSTR	Continuous-Time Stirred Tank Reactor
ELM	External Linear Model
HS	Hammerstein system
ITAE	Integral Time of Absolute Error
LS	Lineární systém
LPC	Lineární část regulátoru (Linear Part of Controller)
NAC	Nelineární adaptivní řízení (Nonlinear Adaptive Control)
NPC	Nelineární část regulátoru (Nonlinear Part of Controller)
NS	Nelineární systém
ODR	Obyčejná diferenciální rovnice
RK4	Metoda Runge-Kutta čtvrtého řádu
RMNČ	Rekurzivní metoda nejmenších čtverců
SAC	Standartní adaptivní řízení (Standart Adaptive Control)
STC	Self-Tuning Controller
WS	Wiener system

### Seznam symbolů:

$\alpha$	Parametr určující kořeny charakteristické rovnice
$\beta$	Volitelný parametr definující delta model
$\gamma$	Komplexní proměnná v delta komplexní oblasti
$\delta$	Operátor posuvu v delta komplexní oblasti
$\varepsilon$	Minimální přesnost iteračního výpočtu u metody prosté iterace
$\varphi$	Nelineární funkce iteračního tvaru modelu ustáleného stavu
$v, \kappa, \eta, \rho$	Pomocné parametry při metodě směrovém zapomínání při identifikaci
$\lambda_{0,1,2}$	Faktory zapomínání pro průběžnou identifikaci
$\zeta$	Pomocný vektor při identifikaci
$\sigma_h, \sigma_w$	Funkce nelineárních bloků u Hammersteinova, Wienerova systému
$\hat{\theta}$	Vektor odhadu parametrů ELM
$\Phi$	Vektor měřených dat (regresor)
$a(s), b(s)$	Polynomy identifikovaného ELM
$d(s)$	Volitelný stabilní polynom diofantické rovnice

$f(s)$	Polynom diofantické rovnice zajišťující asymptotickou stabilitu
$f_v(s), f_w(s)$	Polynomy ve jmenovatelích přenosu poruchy, referenční veličiny
$n(s)$	Stabilní polynom obdržený spektrální faktorizací
$p(s), q(s)$	Polynomy přenosu regulátoru
$\tilde{p}(s)$	Modifikovaný polynom $p(s)$
$G(s), G(\gamma)$	Přenosová funkce spojitého, delta modelu
$Q(s)$	Spojité přenos regulátoru
$V(s), W(s)$	Spojité přenosy poruchové a referenční veličiny
$a, b, c$	Koeficienty aproximované exponenciální funkce
$e_s$	Nekorelovaný stochastický šum
$\hat{e}_p$	Chyba predikace při identifikaci
$f, g$	Nelineární funkce
$h$	Integrační krok numerické integrace
$i, i_0, j, j_0$	Indexy
$k$	Diskrétní krok
$n$	Neměřitelná porucha vstupující do regulačního obvodu
$p_0, q_1, q_0$	Koeficienty polynomů u přenosu regulátoru
$q$	Diskrétní operátor posuvu
$x$	Stavová veličina systému
$s$	Komplexní proměnná ve spojitě komplexní oblasti
$u$	Vstupní veličina systému
$v$	Měřitelná porucha vstupující do regulačního obvodu
$w$	Referenční veličina
$x_h, x_w$	Vnitřní stav HS a WS
$y$	Výstupní veličina systému
$\hat{y}$	Predikovaná výstupní veličina při identifikaci
$z, z^{-1}$	Komplexní proměnná diskrétní komplexní oblasti
$C$	Kovarianční matice pro identifikaci
$K_{1-4}$	Směrnice jednotlivých tečen při metodě RK4
$L$	Pomocná matice pro identifikaci
$S_u, S_w, S_{ITAE}$	Kritéria kvality regulačního pochodu
$(*)^s$	značí ustálený stav veličiny
$(*)_0$	značí počáteční stav veličiny
$(*)^T$	značí transpozici vektoru, matice

## Seznam veličin:

$A_r$	Přestupná plocha reaktoru	$[m^2]$
$c_A$	Koncentrace složky A v reakční směsi	$[kmol.m^{-3}]$
$c_{A0}$	Vstupní koncentrace složky A v reakční směsi	$[K]$
$c_B$	Koncentrace složky B (produktu) v reakční směsi	$[kmol.m^{-3}]$
$c_{BL}$	Dolní mez koncentrace provozního intervalu	$[kmol.m^{-3}]$
$c_{BU}$	Horní mez koncentrace provozního intervalu	$[kmol.m^{-3}]$
$c_{pr}$	Měrná tepelná kapacita reakční směsi	$[kJ.kg^{-1}.K^{-1}]$
$c_{pc}$	Měrná tepelná kapacita média v plášti	$[kJ.kg^{-1}.K^{-1}]$
$E_1, E_2, E_3$	Aktivační energie reakcí 1,2,3	$[kJ.kmol^{-1}]$
$h_1, h_2, h_3$	Reakční entalpie jednotlivých reakcí 1,2,3	$[kJ.kmol^{-1}]$
$h_r$	Reakční entalpie	$[kJ.min^{-1}.m^{-3}]$
$k_1, k_2, k_3$	Rychlostní konstanty reakcí 1, 2, 3	$[min^{-1}, min^{-1}, min^{-1}.kmol^{-1}]$
$k_{01}, k_{02}, k_{03}$	Pre-exponenciální faktory reakcí 1, 2, 3	$[min^{-1}, min^{-1}, min^{-1}.kmol^{-1}]$
$m_c$	Hmotnost média v plášti	$[kg]$
$q_r$	Objemový průtok reakční směsi	$[m^3.min^{-1}]$
$q_{rL}$	Dolní mez velikosti průtoku	$[m^3.min^{-1}]$
$q_{rU}$	Horní mez velikosti průtoku	$[m^3.min^{-1}]$
$Q_c$	Tepelný tok odebíraný/předávaný reakční směsi	$[kmol.m^{-3}]$
$r_A, r_B$	Rychlost reakce	$[kmol.m^{-3}.min^{-1}]$
$R$	Univerzální plynová konstanta	$[kJ.K^{-1}.kmol^{-1}]$
$t$	Čas	$[min]$
$T_c$	Teplota média v plášti reaktoru	$[K]$
$T_r$	Teplota reakční směsi	$[K]$
$T_{r0}$	Vstupní teplota reakční směsi	$[K]$
$T_s$	Perioda vzorkování	$[min]$
$u_{max}, u_{min}$	Horní a dolní mez limitace akčního zásahu	$[m^3.min^{-1}]$
$U$	Koeficient přestupu tepla	$[kJ.min^{-1}.m^{-2}.K^{-1}]$
$u(t)$	Akční zásah nelineárního regulátoru	$[m^3.min^{-1}]$
$u_0(t)$	Výstup z LPC	$[kmol.m^{-3}]$
$y(t)$	Regulovaná veličina (koncentrace)	$[kmol.m^{-3}]$
$w(t)$	Referenční veličina při řízení koncentrace	$[kmol.m^{-3}]$
$V_r$	Objem reakční směsi	$[kmol.m^{-3}]$
$\rho_r$	Hustota reakční směsi	$[kg.m^{-3}]$
$\psi$	Transformovaná koncentrace $c_B$	$[kmol.m^{-3}]$
$\omega$	Transformovaný (bezrozměrný) průtok $q_r$	$[-]$
$\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$	Zjednodušující konstanty modelu ustáleného stavu	$[min^{-1}, min^{-1}, kmol.m^{-3}, kJ.min^{-1}.K^{-1}]$

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 – Znázornění nelineárního systému .....	12
Obr. 2 – Princip metody RK4 .....	18
Obr. 3 – Hammersteinův systém.....	19
Obr. 4 – Wienerův systém.....	20
Obr. 5 – Uzavřený regulační obvod s WS a HS [18] .....	20
Obr. 6 – Blokové schéma samočinně se nastavujícího regulátoru [14] .....	21
Obr. 7 – 1DOF konfigurace systému řízení .....	28
Obr. 8 – Schématické znázornění CSTR.....	32
Obr. 9 – Iterační vývoj ustálených koncentrací $c_A^S$ , $c_B^S$ a teplot $T_r^S$ , $T_c^S$ .....	37
Obr. 10 – Závislost ustálených hodnot $c_A^S$ a $c_B^S$ při různých hodnotách průtoku $q_r$ .....	38
Obr. 11 – Závislost ustálených hodnot teplot $T_c^S$ a $T_r^S$ při různých hodnotách průtoku $q_r$ .....	38
Obr. 12 – Závislost ustálených hodnot $c_A^S$ a $c_B^S$ při různých hodnotách tepelného toku $Q_c$ .....	39
Obr. 13 – Závislost ustálených hodnot $T_c^S$ a $T_r^S$ při různých hodnotách tepelného toku $Q_c$ .....	39
Obr. 14 – Koncentrační a teplotní pole ustálených hodnot $c_B^S$ a $T_r^S$ .....	39
Obr. 15 – Přejíhové charakteristiky $\Delta c_A(t)$ a $\Delta c_B(t)$ pro změnu $\Delta q_r = \pm 10\%$ a $\pm 20\%$ .....	41
Obr. 16 – Přejíhové charakteristiky $\Delta T_c(t)$ a $\Delta T_r(t)$ pro změnu $\Delta q_r = \pm 10\%$ a $\pm 20\%$ .....	42
Obr. 17 – Přejíhové charakteristiky $\Delta c_A(t)$ a $\Delta c_B(t)$ pro změnu $\Delta Q_c = \pm 10\%$ a $\pm 20\%$ .....	42
Obr. 18 – Přejíhové charakteristiky $\Delta T_c(t)$ a $\Delta T_r(t)$ pro změnu $\Delta Q_c = \pm 10\%$ a $\pm 20\%$ .....	43
Obr. 19 – 3D reprezentace přejíhových charakteristik pro proměnné vstupní veličiny .....	43
Obr. 20 – Nelineární regulátor [15].....	44
Obr. 21 – Statická charakteristika pro koncentraci $c_B$ .....	45
Obr. 22 – Pracovní oblast statické char. v nových souřadnicích.....	46
Obr. 23 – Aproximovaná inverzní statická charakteristika.....	47
Obr. 24 – Derivace $\omega$ podle $\psi$ v celém provozním intervalu .....	47
Obr. 25 – Schéma pro dynamickou analýzu systému NPC+CSTR .....	48
Obr. 26 – Dynamická analýza systému NPC+CSTR.....	48
Obr. 27 – Zjednodušené schéma spojitého regulačního obvodu v konfiguraci 1DOF .....	50
Obr. 28 – Nelineární adaptivní řídicí systém pro řízení koncentrace produktu [15].....	52
Obr. 29 – Porovnání průběhů regulované veličiny pro různá $\alpha$ (NAC) .....	53
Obr. 30 – Porovnání průběhů akčního zásahu $u_0$ pro různá $\alpha$ (NAC).....	54
Obr. 31 – Porovnání průběhů řídicího průtoku $q_r$ pro různá $\alpha$ (NAC) .....	54
Obr. 32 – Porovnání průběhů odhadů parametrů pro různá $\alpha$ (NAC).....	55
Obr. 33 – Porovnání průběhů regulované veličiny pro různá $\alpha$ (SAC).....	55
Obr. 34 – Porovnání průběhů řídicího průtoku $q_r$ pro různá $\alpha$ (SAC).....	56
Obr. 35 – Porovnání průběhů odhadů parametrů pro různá $\alpha$ (SAC) .....	56

Obr. 36 – Průběhy regulovaných veličiny SAC a NAC pro $\alpha=0,08$ .....	58
Obr. 37 – Průběhy akčních zásahů SAC a NAC pro $\alpha=0,08$ .....	58
Obr. 38 – Porovnání regulované a akční veličiny NAC a SAC pro $\alpha=0,03$ .....	59
Obr. 39 – Porovnání regulované a akční veličiny NAC a SAC pro $\alpha=0,2$ .....	59
Obr. 40 – Regulace po rampě pro SAC a NAC – $y(t)$ , pro $\alpha=0,08$ .....	60
Obr. 41 – Regulace po rampě pro SAC a NAC – $q_r(t)$ , pro $\alpha=0,08$ .....	60
Obr. 42 – Porovnání vlivu skokové poruchy vstupní teploty $\Delta T_{r0}=\pm 2\%$ .....	60



**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1 – Nejpoužívanější delta modely [16] .....	23
Tab. 2 - Technologické parametry CSTR a parametry chemických reakcí [21].....	35
Tab. 3 – Skokové změny vstupních veličin.....	41
Tab. 4 – Definice počátečních parametrů pro identifikaci a pracovní bod .....	52
Tab. 5 – Vyhodnocení kvality regulace SAC a NAC pro různá $\alpha$ .....	57

## SEZNAM PŘÍLOH

- P I Zdrojový kód pro nelineární řízení
- P II Přiložený CD disk, na kterém se nachází tato práce v elektronické podobě včetně kompletních zdrojových kódů.

## PŘÍLOHA PI: ZDROJOVÝ KÓD PRO NELINEÁRNÍ ŘÍZENÍ

Na tomto místě je z důvodu obsáhlosti uveden zdrojový kód pouze pro nelineární řízení koncentrace CSTR. Veškeré další zdrojové kódy s porovnáním se standartním adaptivním řízením, řešením statických a dynamických vlastností CSTR a ověřování identifikačních metod jsou pouze na přiloženém CD disku.

Struktura funkcí a podfunkcí:

- spustit.m – *hlavní spustitelný soubor*
  - staticka.m – *algoritmus výpočtu ustáleného stavu*
    - parametry\_CSTR.m – *načtení parametrů CSTR*
    - usMPI.m – *algoritmus metody prosté iterace*
  - NPC.m – *hlavní funkce pro nelineární řízení*
    - regParametry.m – *výpočet parametrů regulátoru*
    - regStav.m – *řešení stavu regulátoru – numerická integrace RK4*
      - res\_stav – *diferenciální rovnice*
    - dynamika.m – *řešení dynamiky CSTR – numerická integrace RK4*
      - res\_dynam – *matematický model CSTR*
    - identRLSdeltaSMER – *identifikace se směrovým zapomináním*

### spustit.m – spustitelný m-file

```
clc; clear all; close all;
% pracovní bod
qrP=0.015;           % [m3.min-1] průtok reaktantu
QcP=-18.56;          % [kJ.min-1] tepelný tok odebíraný médiu v plášti
% volby (SAC- standartní adaptivní řízení, NAC- nelineární adaptivní řízení)
volba=2; % 1) SAC 2) NAC 3) SAC+NAC
m=2;                 % řízená veličina: 1) cA, 2) cB, 3) Tc, 4) Tr
id_met=3;             % metoda identifikace (3 - adaptivní směrové zap.)
Ts=0.1;              % perioda vzorkování [min]
h=Ts/2;              % integrační krok [min]
alfa=[0.03 .08 0.2]; % určení pólů
if volba==3
    alfa=.08;
end;
% nastavení ref. veličiny
wt=cat(2,0,[20 40 60]); % čas [min]
wv=[-.2 .15 -.25 .2];   % hodnoty [K nebo kmol.m-3]
tc=max(wt)+20;          % celkový čas simulace [min]
N=floor(tc/Ts);          % počet kroků simulace
w=generuj_w(N,wt,wv,Ts); % generování ref. veličiny
% provozní oblast regulace a omezení akčního zásahu
qr_min=0.005;           % dolní hranice
qr_max=0.04;            % horní hranice
u_lim=[-(qrP-qr_min) qr_max-qrP]; % [min, max]
qr_L=0.005;
qr_U=0.03;
qr_int=qr_L:2e-4:qr_U;
% výpočet statické charakteristiky
ss(:,1)=staticka(QcP,qr_int,m);
for n=1:length(ss)
```

```

        ss_sum(n,1)=ss(n,1)+randn*0.012; % zašumění statické char.
    end;
    cB_L=ss(length(ss));
    cB_U=ss(1);
    % nové promenné
    omega=zeros(length(qr_int),1);
    psi=zeros(length(qr_int),1);
    % koeficienty aproximované exponenciální funkce: psi=a*exp(psi*b)+c
    a = 4.979; b = -3.924; c = -0.1136;
    for i=1:length(qr_int)
        omega(i,1)=(qr_int(i)-qr_L)/qr_L;
        psi(i,1)=ss_sum(i)-cB_L;
        der_omega(i,1)=(a*b*exp(psi(i,1)*b));
        aprox_omega(i,1)=(a*exp(psi(i,1)*b)+c);
    end;
    if volba==1
        for n=1:length(alfa)
            [prubehy,parametry]=LPC(qrP,QcP,Ts,h,w,N,alfa(n),u_lim,id_met,m);
            prub{n}=prubehy;
            param{n}=parametry;
        end;
    elseif volba==2
        for n=1:length(alfa)
            [prubehy,parametry]=NPC(qrP,QcP,Ts,h,w,N,alfa(n),u_lim,id_met,m,cB_L,qr_L);
            prub{n}=prubehy;
            param{n}=parametry;
        end;
    elseif volba==3
        [prubehy,parametry]=LPC(qrP,QcP,Ts,h,w,N,alfa(1),u_lim,id_met,m);
        [prubehyN,parametryN]=NPC(qrP,QcP,Ts,h,w,N,alfa(1),u_lim,id_met,m,cB_L,qr_L);
    end
end

```

### staticka.m – výpočet ustáleného stavu

```

function y = staticka(Q_c,qr_int,m)
    parametry_CSTR;
    n=length(qr_int);
    c_A_S=zeros(1,n);
    c_B_S=zeros(1,n);
    T_r_S=zeros(1,n);
    T_c_S=zeros(1,n);
    for i=1:n
        q_r=qr_int(i);
        [cA,cB,Tc,Tr]=usMPI(q_r,Q_c);
        c_A_S(i)=cA;
        c_B_S(i)=cB;
        T_c_S(i)=Tc;
        T_r_S(i)=Tr;
    end;
    y=[c_A_S; c_B_S; T_c_S; T_r_S];
    y=y(m,:);
end

```

### usMPI.m – řešení modelu ustáleného stavu

```

function [c_A_S,c_B_S,T_c_S,T_r_S,j]=usMPI(q_r,Q_c)
    parametry_CSTR; % načtení parametrů reakce a CSTR
    b1=q_r/V_r; % zjednodušující konstanty
    b2=A_r*U/(V_r*ro_r*cp_r);
    b3=1/(ro_r*cp_r);
    b4=A_r*U;
    max_iter=100;
    c_A_S=zeros(1,max_iter); c_B_S=zeros(1,max_iter);
    T_r_S=zeros(1,max_iter); T_c_S=zeros(1,max_iter);
    c_A_S(1)=c_A_0; % počáteční inicializace
    T_r_S(1)=T_r_0;
    k1_S=k01*(exp(-E1oR/(T_r_S(1))));
    k2_S=k02*(exp(-E2oR/(T_r_S(1))));
    c_B_S(1)=(k1_S*c_A_S(1))/(b1+k2_S);

```

```

T_c_S(1)=(Q_c+b4*T_r_S(1))/b4;
j=2;
eps=1e-6;           % konstanta definující přesnost výpočtu
chyba=eps;
while (chyba>=eps) && (j<=max_iter)
    k1_S=k01*(exp(-E1oR/(T_r_S(j-1))));
    k2_S=k02*(exp(-E2oR/(T_r_S(j-1))));
    k3_S=k03*(exp(-E3oR/(T_r_S(j-1))));
    c_A_S(j)=(-(k1_S+b1)+sqrt(((k1_S+b1)^2)+(4*k3_S*b1*c_A_0)))/(2*k3_S);
    c_B_S(j)=(k1_S*c_A_S(j))/(b1+k2_S);
    T_c_S(j)=(Q_c+b4*T_r_S(j-1))/b4;
    h_r=h1*k1_S*c_A_S(j)+h2*k2_S*c_B_S(j)+h3*k3_S*(c_A_S(j))^2;
    T_r_S(j)=(b1*T_r_0)+(b3*h_r)+b2*T_c_S(j)/(b1+b2);
    chyba=abs((T_r_S(j)-T_r_S(j-1)));
    if chyba<eps
        break;
    end;
    j=j+1;
end
% zmenši velikost vektoru pouze na nenulové prvky
c_A_S=c_A_S(c_A_S~=0); c_B_S=c_B_S(c_B_S~=0);
T_c_S=T_c_S(T_c_S~=0); T_r_S=T_r_S(T_r_S~=0);
% výběr posledního prvku
c_A_S=c_A_S(length(c_A_S)); c_B_S=c_B_S(length(c_B_S));
T_c_S=T_c_S(length(T_c_S)); T_r_S=T_r_S(length(T_r_S));

```

## parametry\_CSTR.m – parametry reakce a technologické parametry CSTR

```

V_r=.01;           % Objem reaktoru [m^3]
ro_r=934.2;        % Hustota reaktantu [kg.m^-3]
cp_r=3.01;         % Měrná tepelná kapacita reaktantu [kJ/(kg.K)]
m_c=5;             % Hmotnost chladiwa [kg]
cp_c=2.0;          % Měrná tepelná kapacita chladicí kapaliny [kJ/(kg.K)]
A_r=.215;          % Plocha chladicího pláště [m^3]
U=67.2;            % Koeficient přestupu tepla [kJ/(min.m^2.K^-1)]
k01=2.145e10;      % pre-exponenciální faktor pro reakci 1 [min^-1]
k02=2.145e10;      % pre-exponenciální faktor pro reakci 2 [min^-1]
k03=1.5072e8;      % pre-exponenciální faktor pro reakci 3 [min^-1.mol^-1]
E1oR=9758.3;       % Ej/R pro A-->B [K]
E2oR=9758.3;       % B-->C
E3oR=8560;         % 2A-->D
h1=-4200;          % reakční entalpie [kJ/kmol]
h2=11000;
h3=41850;
c_A_0=5.1;         % Vstupní koncentrace směsi A [kmol.m^-3]
T_r_0=378.05;      % Vstupní teplota reaktantu [K]

```

## NPC.m – nelineární řízení koncentrace

```

yy(:,1)=zeros(N+1,1); uu(:,1)=zeros(N+1,1);
qrr(:,1)=zeros(N+1,1);uu0(:,1)=zeros(N+1,1);
aa0=zeros(N+1,1);
bb0=zeros(N+1,1);
prubehy=zeros(N+1,3); parametry=zeros(N+1,4);
u_min=u_lim(1);           % meze akčního zásahu
u_max=u_lim(2);
[cA0,cB0,TcS,TrS]=usMPI(qrP,QcP); % výpočet ustáleného stavu
pp=[cA0,cB0,TcS,TrS];
% inicializace -----
x=0;                       % stavu regulátoru
a0=.2;                     % odhadů koeficientů ELM
b0=-.2;
theta=[a0 b0]';           % regresní vektor
C=10e8*eye(2);            % kovarianční matice
lambda=.95;
kappa=1e-3;
ny=10e-6;
ro=0.99;

```

```

lambda0=0.98;
lambda1=lambda0;

uk=0;
yk=0;
y=pp; % y(0)=yS

n=length(h:h:Ts); % počet integrační intervalů v Ts (pro RK4)

for k=1:N+1 % start hlavního cyklu
% ŘÍDÍČÍ ČÁST =====
    e=w(k)-yy(k,1); % regulační odchylka
    [p0 q1 q0]=regParametry(theta,alfa); % výpočet parametrů

    % stav regulátoru - Runge-Kutta 4. řádu
    x=regStav(n,h,x,e,p0);

    if k<-10/Ts
        u0=.4*e;
    else
        % výpočet akčního zásahu a jeho limitace
        u0=q1*(e/p0)+q0*x;
        uu0(k,1)=u0;
    end;

    psi=(y(m)-cB_L);
    % koeficienty exponenciální funkce
    a = 4.907; b =-3.893;
    der_omega=(a*b*exp(psi*b));
    u=qr_L*der_omega*u0; % výpočet akčního zásahu

    % limitace
    if u>u_max
        u=u_max;
    elseif u<u_min
        u=u_min;
    end;
    uu(k,1)=u; % vektor pro uchování hodnot
    q_r=qrP+u;
    qrr(k,1)=q_r;

    % výpočet stavových veličin 1)cA 2)cB 3)Tc 4)Tr (RK 4)
    if volba==5
        kk=k;
        y=dynamika(n,h,y,q_r,QcP,kk); % pouze při volba 5 pro poruchu
    else
        y=dynamika(n,h,y,q_r,QcP,-1);
    end

    y_posun=y(m)-pp(m); % řízená veličina (posunuta pro identifikaci)
    if k<=N
        yy(k+1,1)=y_posun;
    end

% IDENTIFIKAČNÍ ČÁST =====
% cyklická záměna regresních parametrů
% cyklická záměna regresních parametrů
    uk1=uk; % u(k-1)
    uk=u0; % u(k)
    yk1=yk; % y(k-1)
    yk=y_posun; % y(k)
    % přepočítání na delta
    udk1=uk1;
    ydk=(yk-yk1)/Ts;
    ydk1=yk1;
    d=[-ydk1 udk1]';
    if k>2
        if id_met==1
            [theta,C]=identRLSdelta(theta,d,C,ydk);
        elseif id_met==2 % konstatní exp. zapomínání
            [theta,C]=identRLSdeltaEXPkonst(theta,d,C,ydk);
        elseif id_met==3 % smerové zapomínání

[theta,C,ny,kappa,lambda]=identRLSdeltaSMER(theta,d,C,ydk,lambda,ny,kappa,ro);
        elseif id_met==4 % rostoucí exponenciální zapomínání
            [theta,C,lambda1]=identRLSdeltaEXPpup(theta,d,C,ydk,lambda0,lambda1);
        end;

```

```

aa0(k,1)=theta(1);
bb0(k,1)=theta(2);
end;
end; % konec hlavního cyklu
% vrácené proměnné
prubehy(:,1)=yy(:,1); prubehy(:,2)=uu(:,1);
prubehy(:,3)=qrr(:,1); prubehy(:,4)=uu0(:,1);
parametry(:,1)=aa0(:,1);
parametry(:,2)=bb0(:,1);

```

### regParametry\_CSTR.m

```

function [p0 q1 q0]=regParametry(theta,alfa) % vypočet parametrů regulátoru
a0=theta(1);
b0=theta(2);
n0=sqrt(a0^2);
p0=1;
q1=(alfa+n0-a0*p0)/b0;
q0=(n0*alfa)/b0;
end

```

### regStav.m – algoritmus RK4 pro řešení stavu regulátoru

```

function x=regStav(n,h,x,e,p0)
t=0;
for s=1:n
K1=h*res_stav(t,x,e,p0);
K2=h*res_stav(t+h/2,x+0.5*K1,e,p0);
K3=h*res_stav(t+h/2,x+0.5*K2,e,p0);
K4=h*res_stav(t+h,x(1)+K3,e,p0);
x=x+(K1+2*K2+2*K3+K4)/6;
end;
end

```

### resStav.m – diferenciální rovnice stavu regulátoru

```

function dx=res_stav(t,x,e,p0)
dx = e/p0;
en

```

### dynamika.m – algoritmus RK4 pro řešení dynamiky modelu

```

function y = dynamika(n,h,y,qr,Qc,k)
t=0;
for i=1:n
K1=h*res_dynam(t,[y(1),y(2),y(3),y(4)],qr,Qc,k);
K2=h*res_dynam(t+h/2,[y(1)+0.5*K1(1),y(2)+0.5*K1(2),...
y(3)+0.5*K1(3),y(4)+0.5*K1(4)],qr,Qc,k);
K3=h*res_dynam(t+h/2,[y(1)+0.5*K2(1),y(2)+0.5*K2(2),...
y(3)+0.5*K2(3),y(4)+0.5*K2(4)],qr,Qc,k);
K4=h*res_dynam(t+h,[y(1)+K3(1),y(2)+K3(2),y(3)+K3(3),y(4)+...
K3(4)],qr,Qc,k);
for j=1:4
y(j)=y(j)+(K1(j)+2*K2(j)+2*K3(j)+K4(j))/6;
end;
end;
% pro zahrnutí výstupní poruchy
if k>25/.1
y=[y(1) y(2)+y(2)*0.07 y(3) y(4)];
else
y=[y(1) y(2) y(3) y(4)];
end;
end

```

## res\_dynam.m - řešení dynamického modelu

```
function dY=res_dynam(t,pp,q_r,Q_c,k)
parametry_CSTR;
% pro zahrnutí vstupní poruch
% Ts=0.1;
% if k>10/Ts
%     T_r_0=T_r_0-0.04*T_r_0;
% end;
c_A=pp(1); c_B=pp(2); % počáteční podmínky
T_c=pp(3); T_r=pp(4);

k1=k01*(exp(-E1oR/T_r));
k2=k02*(exp(-E2oR/T_r));
k3=k03*(exp(-E3oR/T_r));
hr=h1*k1*c_A+h2*k2*c_B+h3*k3*c_A^2;
% pomocné konstanty
a1=q_r/V_r;
a2=1/(ro_r*cp_r);
a3=A_r*U;
a4=(a3*a2)/V_r;
a5=1/(m_c*cp_c);
dY=ones(4,1); % alokace

dY(1)=a1*(c_A_0-c_A)-k1*c_A-k3*c_A^2; % DifR pro cA
dY(2)=-a1*c_B+k1*c_A-k2*c_B; % DifR pro cB
dY(3)=a5*(Q_c+a3*(T_r-T_c)); % DifR pro Tc
dY(4)=a1*(T_r_0-T_r)+a2*hr+a4*(T_c-T_r); % DifR pro Tr
end
```

## identRLSdeltaSMER.m – identifikační metoda s adaptivní směrovým zapomínáním

```
function [theta,C,ny,lambda,fi]=identRLSdeltaSMER(theta,d,C,yd,fi,ny,lambda,ro)
ep=yd-theta'*d; % chyba predikce
ksi=d'*C*d; % pomocný skalár
theta = theta + ((C*d)/(1+ksi))*ep; % vektor odhadů
if ksi>0
    epsilon=fi-(1-fi)/ksi;
    C = C-C*d*(d'*C)/(inv(epsilon)+ksi);
end;
lambda=fi*(lambda+ep*ep/(1+ksi));
ny=fi*(ny+1);
eta=ep*ep/lambda;
fi=(1+((1+ro)*log(1+ksi))+(((ny+1)*eta)/(1+ksi+eta))-1)*(ksi/(1+ksi));
```