

# **Stanovení vhodného materiálového modelu pro pryžové uložení stabilizátoru**

Radek Kolařík

---

Bakalářská práce  
2014



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta technologická

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta technologická  
Ústav výrobního inženýrství  
akademický rok: 2013/2014

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Radek Kolařík**  
Osobní číslo: **T11249**  
Studijní program: **B3909 Procesní inženýrství**  
Studijní obor: **Technologická zařízení**  
Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Stanovení vhodného materiálového modelu pro  
pryžové uložení stabilizátoru**

Zásady pro vypracování:

- Literární přehled
- Charakteristika daného materiálu
- Návrh a výběr modelu
- Vyhodnocení vlastností modelu

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

**Dle doporučení vedoucího BP.**

Vedoucí bakalářské práce:

**doc. Ing. Jakub Javořík, Ph.D.**

Ústav výrobního inženýrství

Datum zadání bakalářské práce:

**10. února 2014**

Termín odevzdání bakalářské práce:

**23. května 2014**

Ve Zlíně dne 10. února 2014

  
doc. Ing. Roman Čermák, Ph.D.  
*děkan*



  
prof. Ing. Berenika Hausnérová, Ph.D.  
*ředitel ústavu*

Příjmení a jméno: KOLARÍK RADEK

Obor: PROCESNÍ INŽENÝRSTVÍ

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby<sup>1)</sup>;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen na příslušném ústavu Fakulty technologické UTB ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3<sup>2)</sup>;
- beru na vědomí, že podle § 60<sup>3)</sup> odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60<sup>3)</sup> odst. 2 a 3 mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Ve Zlíně 15.5.2014



<sup>1)</sup> zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47 Zveřejňování závěrečných prací:

(1) Vysoká škola nevdělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.

(2) Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlázení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.

(3) Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.

<sup>2)</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 35 odst. 3:

(3) Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studijních povinností vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacího zařízení (školní dílo).

<sup>3)</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

(1) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst. 3). Odpírá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.

(2) Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.

(3) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školního díla z výdělku jím dosaženého v souvislosti s užitím díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihlídně k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školního díla podle odstavce 1.

## **ABSTRAKT**

Cílem této práce bylo vybrat materiálový model, který nejlépe odpovídá dané problematice pryžového uložení stabilizátoru.

Nejprve byly provedeny zkoušky jednoosé napjatosti, dvouosé napjatosti a zkoušky smykem, ze kterých byly získány potřebné hodnoty k sestavení grafu závislosti napětí na poměrné deformaci. Tyto hodnoty poté posloužily k výpočtu jednotlivých modelů, ze kterých byl ten nejlépe vhodný vybrán.

Klíčová slova: materiálové modely, hyperelastická, zkoušení elastomerů

## **ABSTRACT**

The aim of the bachelor's thesis was to choose material model that best fits the behavior of rubber bushing of car stabilizer.

Uniaxial tension, biaxial tension and shear tests were conducted, from which the necessary stress/strain relations were obtained. These data were used to evaluate the various material models, from which the best one was chosen.

Keywords: material models, hyperelasticity, testing of elastomers

Tímto bych velice rád poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce, panu Ing. Jakubu Javoříkovi Ph.D. za trpělivost, poskytnuté podklady a cenné připomínky věnované mé bakalářské práci.

Prohlašuji, že jsem na celé bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

Ve Zlíně, 15.5.2014

.....  
podpis

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>11</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>12</b>
<b>1 ELASTOMERY</b> .....	<b>13</b>
1.1 VÝROBA ELASTOMERŮ .....	13
1.1.1 Složky kaučukové směsi .....	14
<b>2 TEORIE HYPERELASTICITY</b> .....	<b>17</b>
2.1 MATERIÁLOVÉ MODELY .....	18
2.1.1 Polynomická funkce.....	18
2.1.2 Neo-Hookean .....	18
2.1.3 Yeoh .....	18
2.1.4 Mooney-Rivlin .....	19
2.1.5 Arruda-Boyce.....	20
2.1.6 Gent.....	20
2.1.7 Ogden .....	20
2.1.8 Signiorini.....	21
2.1.9 2nd Order Invariant .....	21
2.1.10 3rd Order Invariant.....	21
<b>3 ZKOUŠENÍ ELASTOMERŮ</b> .....	<b>22</b>
3.1 OBECNÝ VZTAH MEZI NAPĚTÍM A DEFORMACÍ.....	22
3.2 ZKOUŠKA JEDNOOSÉ NAPJATOSTI.....	22
3.3 ZKOUŠKA DVOUOSÉ NAPJATOSTI.....	23
3.4 ZKOUŠKA PRO ČISTÝ SMYK .....	24
<b>4 STABILIZÁTORY</b> .....	<b>26</b>
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>27</b>
<b>5 CÍL PRÁCE</b> .....	<b>28</b>
<b>6 JEDNOOSÁ NAPJATOST</b> .....	<b>29</b>
6.1 PRINCIP ZKOUŠKY .....	29
6.2 ZKUŠEBNÍ TĚLESA .....	29
6.3 ZKUŠEBNÍ ZAŘÍZENÍ .....	29
6.3.1 Vysekávací a vyřezávací nože .....	29
6.3.2 Tloušťkoměr.....	29
6.3.3 Trhací stroj .....	29
6.4 POSTUP ZKOUŠKY .....	30
6.5 ZPRACOVÁNÍ NAMĚŘENÝCH DAT.....	30
6.6 VÝSLEDKY ZKOUŠKY .....	30
<b>7 DVOUOSÁ NAPJATOST</b> .....	<b>31</b>



7.1	PRINCIP ZKOUŠKY .....	31
7.2	ZKUŠEBNÍ TĚLESA .....	31
7.3	ZKUŠEBNÍ ZAŘÍZENÍ .....	32
7.4	POSTUP ZKOUŠKY .....	32
7.5	ZPRACOVÁNÍ NAMĚŘENÝCH DAT.....	33
7.6	VÝSLEDKY ZKOUŠKY .....	33
<b>8</b>	<b>ČISTÝ SMYK.....</b>	<b>34</b>
8.1	PRINCIP ZKOUŠKY .....	34
8.2	ZKUŠEBNÍ TĚLESA .....	34
8.3	ZKUŠEBNÍ ZAŘÍZENÍ .....	34
8.3.1	Tloušťkoměr.....	34
8.3.2	Trhací stroj .....	34
8.4	POSTUP ZKOUŠKY .....	35
8.5	ZPRACOVÁNÍ NAMĚŘENÝCH DAT.....	35
8.6	VÝSLEDKY ZKOUŠKY .....	35
<b>9</b>	<b>VYHODNOCENÍ MATERIÁLOVÝCH MODELŮ .....</b>	<b>36</b>
9.1	NEO-HOOKEAN.....	37
9.1.1	Materiálové konstanty .....	37
9.1.2	Grafické zpracování .....	37
9.2	MOONEY-RIVLIN (DVOUPARAMETROVÝ).....	38
9.2.1	Materiálové konstanty .....	38
9.2.2	Grafické zpracování .....	38
9.3	MOONEY-RIVLIN (TŘÍPARAMETROVÝ).....	39
9.3.1	Materiálové konstanty .....	39
9.3.2	Grafické zpracování .....	39
9.4	SIGNIORINI .....	40
9.4.1	Materiálové konstanty .....	40
9.4.2	Grafické zpracování .....	40
9.5	2ND ORDER INVARIANT.....	41
9.5.1	Materiálové konstanty .....	41
9.5.2	Grafické zpracování .....	41
9.6	3RD ORDER INVARIANT.....	42
9.6.1	Materiálové konstanty .....	42
9.6.2	Grafické zpracování .....	42
9.7	YEOH .....	43
9.7.1	Materiálové konstanty .....	43
9.7.2	Grafické zpracování .....	43
9.8	OGDEN (JEDNOPARAMETROVÝ).....	44
9.8.1	Materiálové konstanty .....	44
9.8.2	Grafické zpracování .....	44
9.9	OGDEN (DVOUPARAMETROVÝ) .....	45
9.9.1	Materiálové konstanty .....	45
9.9.2	Grafické zpracování .....	45

9.10	OGDEN (TŘÍPARAMETROVÝ).....	46
9.10.1	Materiálové konstanty .....	46
9.10.2	Grafické zpracování .....	46
9.11	ARRUDA-BOYCE .....	47
9.11.1	Materiálové konstanty .....	47
9.11.2	Grafické zpracování .....	47
9.12	GENT.....	48
9.12.1	Materiálové konstanty .....	48
9.12.2	Grafické zpracování .....	48
<b>ZÁVĚR .....</b>		<b>49</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>		<b>50</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....</b>		<b>51</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>		<b>52</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>		<b>53</b>

## ÚVOD

Elastomery, označované také jako hyperelastické materiály, tvoří speciální skupinu, která zahrnuje přírodní a syntetické pryže. Slovem pryž byl původně označován materiál, získaný ve formě latexu čepovaného z pod kůry stromu *Hevea Braziliensis*, dále pak Guayuly, která obsahuje kaučuk v celých rostlinách, Zlatobýlu, obsahujícího kaučuk v listech a dalších rostlin jako Tau-sagyz, Kok-sagyz a Krym-sagyz. V současné době se termín pryž používá pro všechny materiály mající mechanické vlastnosti stejné jako přírodní pryž. Takové materiály jsou obvykle nazývány elastomery.

Elastomery mají široké použití v inženýrství jako nárazové a dopadové absorbéry, izolátory, tlumiče vibrací, výrobky nepropouštějící olej a vodu, těsnící prvky a v neposlední řadě dominantní odvětví v oblasti pryže, a to pneumatiky. Vzrůstající užití pryží ve strojírenství vyžaduje přesnější analýzy pro předpověď chování komplexního systému obsahujícího pryžové komponenty. Pro tyto komplexní charakteristiky je velmi důležité zejména určení mechanických vlastností pryžových materiálů.

Protože mají elastomery naprosto specifické vlastnosti, vyžadují také speciální postupy při zkoušení jejich mechanických vlastností a vyhodnocení vztahů, jak pro zatížení tahové, tak pro zatížení tlakové. Vzhledem k jejich výrazné nelinearitě není možno pro tyto vztahy použít Hookeův zákon. Aby bylo možné aproximovat chování těchto materiálů pod působením určitého napětí a při určitých deformacích, byla vytvořena řada materiálových modelů, založených na měrné deformační energii, která je nezbytně nutná pro vyhodnocování charakteristických vlastností elastomerů.

Cílem práce je stanovit vhodný materiálový model pro pryžové uložení stabilizátoru.

# **I. TEORETICKÁ ČÁST**

# 1 ELASTOMERY

Elastomery jsou látky amorfni struktury slozené z velkého počtu atomů vázaných chemickými vazbami do dlouhých řetězců. Ve stavu nedeformovaném jsou tyto řetězce značně pokřivené, stočené a nahodile orientované. Při tahovém zatížení však dochází k jejich částečnému narovnání a způsobení elastického protažení daného materiálu. Při přerušení působení tohoto tahového zatížení se řetězce navrátí zpět do původního stavu. Takové chování materiálu se nazývá hyperelastické a je způsobeno formou příčné vazby mezi molekulovými řetězci, která je vytvářena při procesu zvaném vulkanizace. [1]

## 1.1 Výroba elastomerů

Při vývoji receptury je nutno podle požadavků uvažované aplikace nejprve vybrat vhodný kaučuk. Vlastnosti vybraného kaučuku je pak třeba modifikovat pomocí přísad a chemikálií tak, aby výsledný produkt co nejlépe vyhovoval, jak požadavkům na zpracovatelnost kaučukové směsi, tak i na cenu a vlastnosti potřebné pro úspěšnou aplikaci vulkanizátu.

Kaučukové směsi vznikají smísením jejich složek, kterým vznikne materiál s vlastnostmi, které původní složky neměly. Dobrá směs se sestává ze složek, které ve vztahu k životnímu prostředí, použitému způsobu zpracování a aplikaci nepůsobí ani zdravotní nebo bezpečnostní problémy, dávají výrobek s požadovanou životností za cenu srovnatelnou s jinými směsmi pro totéž použití.

Kaučuková směs obsahuje řadu různých složek, z nichž každá plní určitou funkci. Současně však obvykle ovlivňuje i zpracovatelnost a vlastnosti výrobku, stejně jako materiálové a zpracovatelské náklady. Možných kombinací je nepřehledné množství.

Při vývoji směsí se obvykle berou v potaz tři faktory [2]:

- 1) Zpracovatelnost na strojích, které jsou k dispozici
- 2) Zajištění požadovaných vlastností výrobku
- 3) Dosažení nízkých materiálových a výrobních nákladů

### 1.1.1 Složky kaučukové směsi

#### 1) Kaučuky

Nejdůležitější je správná volba kaučuku, která je založena na srovnání požadavků specifikovaných zákazníkem a požadavků plynoucích z předpokládaných aplikačních podmínek s vlastnostmi různých kaučuků. Základem směsi je kaučuk, který se nejvíce blíží požadovaným vlastnostem. Pokud k zajištění potřebných vlastností nestačí jeden typ kaučuku, je pak možné použít i jejich různé kombinace. [1]

#### 2) Plniva

Především v důsledku svých malých kohezních sil mají kaučuky schopnost přijmout vysoké koncentrace plniv, které výrazně zlepšují některé aplikační vlastnosti kaučukových směsí. Plniva vnáší do vulkanizátu mnoho míst tření na rozhraní kaučuk/plnivo. Tím dochází k disipaci energie, takže se materiál tak snadno neporuší. Vlastnosti plniv mají vliv především na tahové chování vulkanizátů. Plniva značně zvyšují tuhost a zlepšují pevnostní chování, což se projeví na pevnosti při přetržení, tažnosti a únavovému stárnutí. [4]

#### 3) Změkčovadla

Používají se ke snížení viskozity a zvýšení plasticity kaučukové směsi. Ve vztahu ke kaučuku jsou to rozpouštědla a zředňovadla. Volbu vhodného změkčovadla pro daný kaučuk je možno provést na základě srovnání parametrů rozpustnosti kaučuku a změkčovadla. Čím jsou hodnoty těchto parametrů navzájem bližší, tím lépe se látky navzájem snášejí. Pokud není změkčovadlo s kaučukem dostatečně snášenlivé nebo pokud je jeho koncentrace ve směsi příliš vysoká, může dojít k jeho vystupování na povrch. Vznikne lepivá vrstva na povrchu výrobku a dojde ke zhoršení vlastností vulkanizátu. [2]

#### 4) Vulkanizační činidla

Díky chemickým reakcím zajišťují síťování kaučuků. Síťování lze vysvětlit jako vzájemné spojování polymerních řetězců, které vede ke vzniku prostorové sítě. Pokud je polymer sesíťován, mění se tak plastická kaučuková směs v elastický vulkanizát. Tímto ztrácí schopnost se rozpouštět, tavit a také ztrácí schopnost termoplasticity. Naopak dokáže zachovávat tvarovou stálost při zvýšených teplotách a někdy získá i lepší odolnost vůči chemikáliím. Hustější síťování také vede k lepší odolnosti vůči navlhavosti. [1],[2]

#### 5) Plastikační činidla

Používají se při první operaci zpracování kaučuku, tzv. plastikaci. Tyto činidla usnadňují štěpení makromolekul při hnětení, čímž zvyšují rychlost a účinnost plastikace. Proto jsou také často využívány ke zpracování odpadní pryže na tzv. regenerát. [1]

#### 6) Maziva

Usnadňují zpracovatelský proces, přičemž zlepšují tepelnou a světelnou stabilitu a odolnost proti povětrnosti. [1]

#### 7) Antidegradanty

Je to skupina přísad, které poskytují výrobkům ochranu před vnějšími vlivy, jako jsou přímé sluneční světlo, atmosferický kyslík, ozon a tepelná energie. Rozdělujeme je na [4]:

- světelné stabilizátory

- antioxidanty

- antiozonanty

#### 8) Urychlovače vulkanizace

Protože z hlediska ekonomického potřebujeme, aby chemická reakce polymeru se síťováním činidlem proběhla v co možná nejkratším čase, používáme pro její urychlení látky, které se nazývají urychlovače. Při jejich použití dosáhneme zkrácení doby vulkanizace na minimum. [1]

#### 9) Aktivátory a retardéry vulkanizace

U většiny urychlovačů je potřeba přítomnost aktivátorů, které umožňují jejich maximální účinnost při vulkanizaci. Jako aktivátory jsou používány některé oxidy kovů a mastné kyseliny, schopné převést tyto oxidy na snadno rozpustné v kaučuku. [6]

#### 10) Plniva

Jsou to důležité přísady ve formě prášku (za účelem snížení prášivosti se prášková plniva stále častěji granulují) nebo vláken, které ovlivňují vlastností směsí a výrobků. Tyto vlastnosti můžeme ovlivňovat volbou množství a kvality plniva. Obecně tedy platí, že plniva zlepšují mechanické vlastnosti materiálu. [4]

### 11) Pigmenty

Jsou to barevné prášky, které obarví pryž na požadovanou barvu. Dělíme je na anorganické, organické a bronze (práškové kovy). [6]

### 12) Faktisy

Zajišťují zlepšení hladkosti povrchu při vytlačování a přesnější dodržování tvaru vytlačovaného profilu. Dají se použít také k výrobě stěrácích pryží, kterým umožní dosáhnout požadované odírací schopnosti. [6]

### 13) Zvláštní přísady

Jejich použití je poměrně malé, používají se pouze pro některé druhy směsí za účelem získání speciálních vlastností. [4]



## 2 TEORIE HYPERELASTICITY

Některé charakteristické rysy, které elastomery mají a kterými se odlišují od ostatních ideálně elastických materiálů, jsou souhrnem vlastností, které jsou označovány jako hyperelasticitata a ty označujeme jako hyperelastické. Hyperelasticitata má tyto hlavní znaky:

- Elastické (vratné) deformace, kterých lze dosáhnout jsou velké, o mnoho vyšší než u látek ideálně elastických. Tažnost u takovýchto materiálů může dosáhnout protažení až o několik set původní délky.
- Závislost napětí na deformaci je vysoce nelineární. Tvar této závislosti má zpravidla charakteristický esovitý průběh.
- Materiál je deformován už při velmi malých zatíženích. Poměr napětí a deformace v oblasti malých deformací je zhruba deset-tisíckrát menší než u látek ideálně elastických.
- Vyznačují se velmi vysokou objemovou tuhostí. Objemový modul pružnosti dosahuje hodnot stovek až tisíců MPa. Většina těchto materiálů je objemově nestlačitelných.

Dalším rysem, charakteristickým pro elastomery je časová závislost deformace. Kvůli brzdění vnitřními viskózními odpory v kaučukové hmotě dochází ke zpoždění elastické deformační přeměny. Deformační chování pryže má viskózní i elastické chování současně, což bývá označováno jako viskoelastické chování. Mechanické chování elastomerů je velmi závislé na teplotě. S dostatečnou přesností lze použít Hookeův zákon tam, kde se nepředpokládají velké deformace zatěžovaného materiálu. Pro naprosto přesné výpočty a pro větší zatížení je nutno použít nelineární popis závislosti napětí-deformace.

Všechny tyto modely jsou založeny na specifické formě měrné deformační energie  $W$ , využívajícím deformační invarianty nebo je přímo založený na hlavním protažení. Měrná deformační energie vyžaduje určité materiálové konstanty, závislé na funkci měrné deformační energie. Vztahem mezi napětím a deformací je určen výběr  $W$  a vložené materiálové konstanty. [9]

## 2.1 Materiálové modely

Jednotlivé hyperelastické modely se liší definicí funkce hustoty měrné deformační energie  $W$ . Nejpoužívanější tvary funkce  $W$ , které nesou většinou názvy svých autorů, jsou uvedeny níže.

### 2.1.1 Polynomická funkce

Polynomická forma je založena na prvním a druhém deformačním invariantu ( $I_1, I_2$ ). Tento model má formu:

$$W = \sum_{i+j=1}^N c_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (1)$$

Kde  $c_{ij}$  jsou materiálové konstanty a za  $N$  se dosazují hodnoty od jedné do nekonečna, ale obvykle není hodnota  $N$  vyšší než 3. Tato forma může být použita pro deformaci dosahující až 300 %.

### 2.1.2 Neo-Hookean

Řadí se mezi nejstarší a nejjednodušší modely. Můžeme ho brát jako podmnožinu polynomické formy  $N = 1, c_{01} = 0, c_{01} = \mu/2$ . Vychází z termodynamických principů a ze statického přístupu k modelování vnitřní struktury elastomerů. Vykazuje lineární chování při smykové deformaci.

$$W = \frac{\mu}{2} (I_1 - 3) \quad (2)$$

Kde  $\mu$  je počáteční smykový modul.

$$\mu = nkT \quad (3)$$

Kde  $n$  je počet polymerních řetězců v jednotkovém objemu,  $k$  je Boltzmannova konstanta a  $T$  je absolutní teplota.

Model se dá použít pro deformaci 40 % v jednoosém namáhání.

### 2.1.3 Yeoh

Podobný polynomické formě, ale nepoužívá druhého deformačního invariantu a obtížněji se vyhodnocuje a neposkytuje tak přesné výsledky. Výhodou je jeho jednoduchost. Je definován jako:

$$W = \sum_{i=1}^N c_{i0} (I_1 - 3)^i \quad (4)$$

Kde  $c_{i0}$  je materiálová konstanta a za  $N$  dosazujeme hodnoty od jedné do nekonečna, ovšem hodnota  $N$  není obvykle vyšší než 3. Pokud  $N = 1$  jedná se o model Neo-Hookean.

Yeoh model je obvykle uvažován s  $N = 3$ . Tří-parametrový model Yeoh obecně poskytuje dobré výsledky pro deformace velkého rozsahu, pro nižší hodnoty deformace už tak přesný být nemusí.

#### 2.1.4 Mooney-Rivlin

Užívají se dvou, tří, pěti a devíti-parametrové Mooney-Rivlin modely, které bychom také mohli označit za speciální případy polynomické formy.

Jedním z nejvíce používaných modelů je dvou-parametrový. Je ekvivalentní polynomické formě s  $N = 1$ :

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) \quad (5)$$

Kde  $c_{10}, c_{01}$  jsou materiálové konstanty.

Model tří-parametrový se shoduje s polynomickou formou pro  $N = 2$  a  $c_{20} = c_{02} = 0$

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) \quad (6)$$

Kde  $c_{10}, c_{01}, c_{11}$  jsou materiálové konstanty.

Model pěti-parametrový se shoduje s polynomickou formou pro  $N = 2$ :

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) \quad (7)$$

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{02}(I_2 - 3)^2 \quad (8)$$

Kde  $c_{10}, c_{01}, c_{11}, c_{20}, c_{02}$  jsou materiálové konstanty.

Model devíti-parametrový se shoduje s polynomickou formou  $N = 3$ .

$$\begin{aligned} W = & c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) \\ & + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{02}(I_2 - 3)^2 \\ & + c_{30}(I_1 - 3)^3 + c_{21}(I_1 - 3)^2(I_2 - 3) + c_{12}(I_1 - 3)(I_2 - 3)^2 + c_{03}(I_2 - 3)^3 \end{aligned} \quad (9)$$

Kde  $c_{10}, c_{01}, c_{11}, c_{20}, c_{02}, c_{30}, c_{21}, c_{12}, c_{03}$  jsou materiálové konstanty.

Do 90-100 % tahové deformace se využívá dvou-parametrový model. Do 300% tahové deformace se využívají modely pěti nebo devíti-parametrové.

### 2.1.5 Arruda-Boyce

Tento model je založen na mikromechanice vnitřní struktury elastomerů. Můžeme ho považovat za rozšíření modelu Yeoh pro  $N = 5$ , kde konstanty mají reálný význam.

$$W = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_L^{2i-2}} (I_1^i - 3^i) \quad (10)$$

Kde konstanty  $C_i$  jsou definovány jako:

$$C_1 = \frac{1}{2}, \quad C_2 = \frac{1}{20}, \quad C_3 = \frac{11}{1050}, \quad C_4 = \frac{19}{7000}, \quad C_5 = \frac{519}{673750}$$

Kde  $\mu$  je počáteční smykový modul (stejně jako u Neo-Hookean modelu) a  $\lambda_L$  je tzv. "limitní protažení" sítě mikromechanického modelu struktury materiálu, při kterém se síť přestane protahovat a napětí se začne přibližovat nekonečnu. Pokud  $\lambda_L = \infty$ , přechází Arruda-Boyce na Neo-Hookean. Model se používá pro deformaci do 300 %.

### 2.1.6 Gent

Gentův model a formulačně složitější Arruda-Boyce využívají konceptu limitního síťového protažení, Arruda-Boyce však nevychází z modelu vnitřní struktury elastomerů.

$$W = -\frac{EI_m}{6} \ln \left( 1 - \frac{I_1 - 3}{I_m} \right) \quad (11)$$

Kde  $E$  je počáteční modul pružnosti, který je pro nestlačitelné materiály  $3\mu$ .  $I_m$  je limitní hodnota členu  $(I_1 - 3)$ , analogická k  $\lambda_L$  v Arruda-Boyce modelu. Pokud stoupá hodnota přirozeného logaritmu, bude se ve výsledné formě podobat modelu Yeoh. Když bude  $I_m = \infty$ , model znovu přejde na formu Neo-Hookean.

### 2.1.7 Ogden

V současné době má tento model široké využití a docela dobře vystihuje chování elastomerů i při velkých deformacích.

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (12)$$

Kde  $\mu_i$  a  $\alpha_i$  jsou materiálové konstanty, které nemají konkrétní fyzikální význam. Za  $N$  dosazujeme hodnoty od jedné do nekonečna, přičemž hodnota  $N$  obvykle není vyšší než 3.

Pro  $N = 1$ ;  $\alpha_1 = 2$  a  $\mu_1 = \mu$  se Ogden stává ekvivalentní k modelu Neo-Hookean. Pro  $N = 2$ ;  $\alpha_1 = 2$ ;  $\alpha_2 = -2$ ;  $\mu_1 = 2c_{10}$  a  $\mu_2 = 2c_{01}$  Ogden přechází na dvou-parametrový Mooney-Rivlin. Může být použit pro deformaci do 700 %.

### 2.1.8 Signiorini

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 \quad (13)$$

### 2.1.9 2nd Order Invariant

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 \quad (14)$$

### 2.1.10 3rd Order Invariant

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (15)$$

### 3 ZKOUŠENÍ ELASTOMERŮ

Pro zkoušení elastomerů využíváme mechanické zkoušky tlakové a tahové. Tlaková zkouška bývá převážně jednoosá, kdežto u zkoušky tahové rozlišujeme hned několik metod. Nejznámějšími a nejvíce využívanými jsou metody jednoosé napjatosti, dvouosé napjatosti a čistého smyku. Jejich výsledky nám umožní přesně aproximovat charakteristiky chování materiálu při jeho zatěžování. [7]

#### 3.1 Obecný vztah mezi napětím a deformací

Z hustoty měrné deformační energie získáme vztah mezi napětím a deformací:

$$S_{ij} = 2 \frac{\partial W}{\partial C_{ij}} \quad (16)$$

Kde  $S_{ij}$  jsou složky 2. Piola-Kirchhoffova tenzoru napětí a  $C_{ij}$  jsou složky pravého Cauchy-Greenova deformačního tenzoru.

Analogicky lze vyjádřit vztah pro  $\lambda_2, \lambda_3$ . Pro  $\sigma_1$  obdržíme:

$$\sigma_1 = 2 \left[ \lambda_1^2 \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} \right) - \left( \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \left( \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] + P \quad (17)$$

S analogickými vztahy pro  $\sigma_2$  a  $\sigma_3$ , kde  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  jsou jednotlivé složky skutečného napětí. Množství  $P$  udává nespecifikovaný tlak. Ten stanovíme na základě známých hodnot  $\sigma$  a  $\lambda$  při základních modelech zatěžování. [7]

#### 3.2 Zkouška jednoosé napjatosti

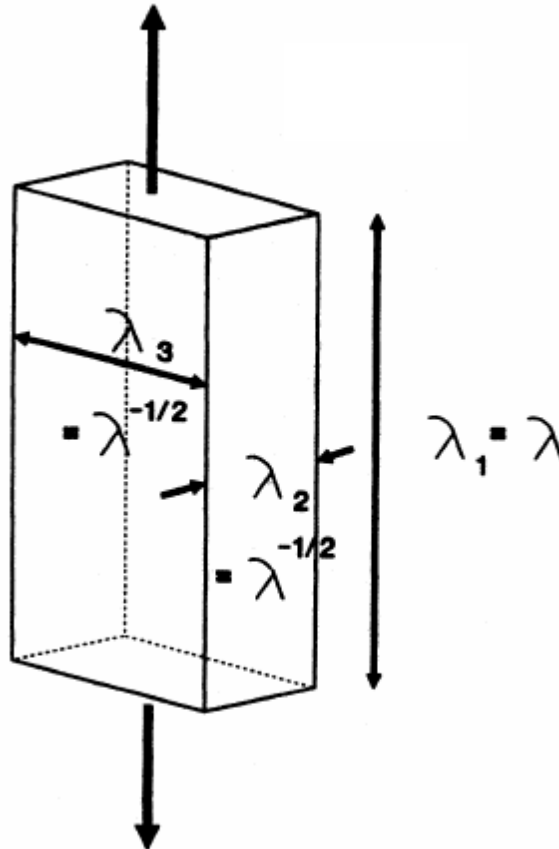
Podstata spočívá v zatěžování daného vzorku tahem pouze v jednom směru a konstantní rychlostí. Současně se odečítají hodnoty zatěžovací síly a prodloužení vzorku, potřebné ke stanovení charakteristik protahovaných zkušebních těles. Zkouška je ukončena v okamžiku, kdy dojde k přetržení vzorku. Prodloužení je definováno poměrným protažením  $\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-1/2}$  (Obr. 1). Tato deformace vyplývá z předpokladu nestlačitelnosti, kdy se objem nemění a tudíž  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1$ . Pro tento stav napjatosti, ve kterém jsou boční strany nezatíženy, platí  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  a rovnice (17.) pro  $\sigma_2$  a  $\sigma_3$  se stane rovnicí neznámého stlačení  $P$  [3]:

$$P = -2 \left[ \lambda^{-1} \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} \right) - \lambda \left( \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] \quad (18)$$

Pokud tuto rovnici dosadíme do vztahu (17.) pro  $\sigma_1 (= \sigma)$  výsledek je:

$$\sigma = 2 \left[ \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} \right) + \lambda^{-1} \left( \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] (\lambda^2 - \lambda^{-1}), \quad (19)$$

Kde  $\sigma$  udává skutečné napětí.



Obr. 1: Jednoosá napjatost

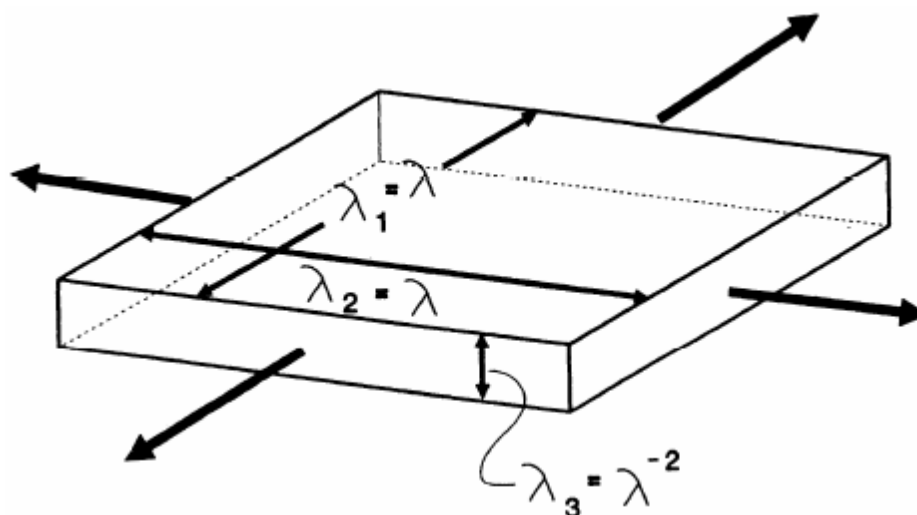
Předchozí rovnice je „velko-deformační“ ekvivalent vztahu Hookeova zákona,  $\sigma = E\varepsilon$  aplikovatelného při malých deformacích.

### 3.3 Zkouška dvouosé napjatosti

U této zkoušky jde o to, že se zkoušený prvek protahuje na trhacím stroji rovnoměrnou zatěžovací silou ve dvou směrech, zároveň se zaznamenává velikost síly a protažení. Zkoušený prvek čtvercového tvaru, případně kotouče se rovnoměrně po celém obvodu upne do trhacího stroje. Další možností je metoda, při níž je využíváno principu nafukování, kdy je díky působícímu tlaku fragment plochy namáhán taktéž dvouosým tahem.

Vztah pro dvouosou napjatost získáme ze vztahů pro napjatost jednoosou. Poměrné protažení je dáno jako  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda; \lambda_3 = 1/\lambda^2$  (Obr. 2). Napětí  $\sigma_3$  je nulové, jelikož na této

straně není vzorek zatížen. Potom  $P$  v rovnici (17.) přechází na  $P = -2(\lambda^{-4}W_1 - \lambda^4W_2)$ . Napětí  $\sigma_2$  a  $\sigma_1$  jsou dány jako:  $\sigma_1 = \sigma_2 = 2(W_1 + \lambda^2W_2)(\lambda^2 - \lambda^{-4})$ . Z čehož znovu vyplývá, že vztah mezi napětím a deformací je vysoce nelineární. [3]



Obr. 2: Dvouosá napjatost

### 3.4 Zkouška pro čistý smyk

Při zkoušce pro čistý smyk zatěžujeme zkoušený vzorek obdélníkového tvaru v hlavním směru takovým způsobem, aby nedošlo k tomu, že se změní šířky vedlejších stran. K tomu nám poslouží dlouhé horizontální svorky. Při zatěžování linie rovnoběžná s jednou z hlavních os nepodléhá žádnému prodloužení.

Tento deformační stav je definován jako napětí aplikované ve směru 1, v takové formě, že je zabráněno změně šířky ve směru 2, tzn.  $\lambda_2 = 1$  (Obr. 3). Z toho vyplývá označení smyk. Čistý smyk znamená, že během deformace osy nerotují. Výška  $h$  ve směru namáhání vzorku je mnohem menší, než šířka  $w$  kolmá na směr hlavního namáhání a to řádově menší než jedna desetina  $w$ . Dlouhé horizontální vzorky zamezují změně délky vedlejších stran vzorku a napětí tak působí pouze ve vertikálním směru, takže je dáno  $\lambda_2 = 1$ . [3]

Poměrné prodloužení při deformaci je definováno jako  $\lambda_1 = \lambda$ ,  $\lambda_2 = 1$  a  $\lambda_3 = 1/\lambda$ , zatímco napětí  $\sigma_3 = 0$ . Napětí  $\sigma_2$  je vyvoláno tuhými svorkami, takže je nenulové. Z rovnice (17.) vyplývá:

$$P = -2(\lambda^{-2}W_1 - \lambda^2W_2) \quad (20)$$

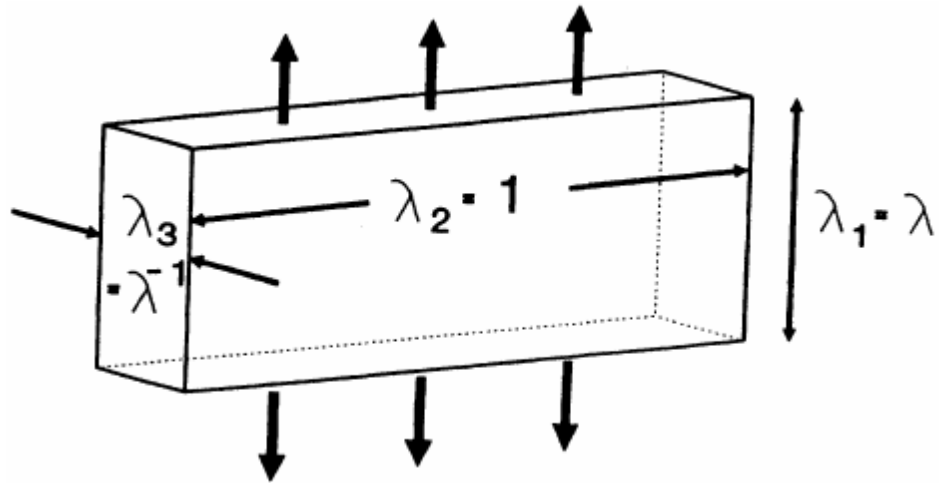
Tudíž napětí  $\sigma_1 (= \sigma)$  ve směru protahování je dáno jako:



$$\sigma = -2(W_1 + W_2) \cdot (\lambda^2 - \lambda^{-2}) \quad (21)$$

A vedlejší napětí  $\sigma_2$  je:

$$\sigma_2 = 2(W_1 + \lambda^2 W_2) \cdot (1 - \lambda^{-2}) \quad (22)$$



Obr. 3: Čistý smyk

## 4 STABILIZÁTORY

Stabilizátory jsou zařízení, které zajišťují snížení náklonu vozidla při průjezdu zatáčkou, což znamená zvýšení komfortu a umožňuje projíždění zatáček vyšší rychlostí. Jedná se o pružné spojení zavěšení kol na nápravě. Stabilizátorem bývá většinou tyč nebo trubka z pružného materiálu ve tvaru U, uchycena příčnou částí v lůžkách, které jsou upevněny k nápravnici a ramena přenášejí pohyb zavěšení kol na střední část, která se při rozdílném zdvihu pravého a levého kola nakrucuje. Při najetí jednoho kola na překážku se rameno pohybuje směrem nahoru k vozidlu a stabilizátor se bude natáčet nahoru také, zkrutná tyč tento pohyb přenesse na druhé rameno, které se bude pohybovat ve stejném směru a tím se naklopení karoserie zmenší. Při průjezdu zatáčkou je to podobně.

Nevýhodou stabilizátoru je částečné snížení přilnavosti vnitřního kola k vozovce, což se při použití na přední nápravě projevuje nedotáčivostí a na zadní, přetáčivostí. Další nevýhodou je časté opotřebení kloubů a pružných lůžek díky zdvihům a silám. [5]

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## **5 CÍL PRÁCE**

Cílem této práce je zjistit vlastnosti daného hyperelastického materiálu v jednoosé napjatosti, dvouosé napjatosti a ve smyku. Určit jeho charakteristiku průběhu závislosti napětí na poměrné deformaci.

Další cíl této práce je aproximace experimentálních charakteristik chování hyperelastických materiálů současnými materiálovými modely, jejich porovnání a určení vhodnosti.

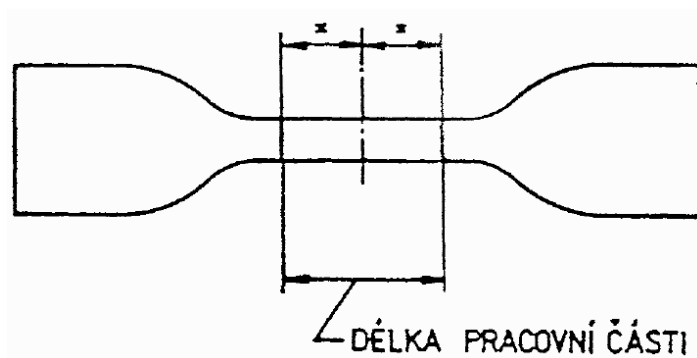
## 6 JEDNOOSÁ NAPJATOST

### 6.1 Princip zkoušky

Zkouška byla prováděna dle normy ČSN ISO 37 na univerzálním trhacím stroji ZWICK 1456. Standardní zkušební tělesa ve tvaru oboustranných lopatek byla upnuta v upínacích čelistech a konstantní rychlostí byla natahována na trhacím stroji. Byly snímány hodnoty síly a prodloužení, ze kterých se určily požadované hodnoty pro charakteristiku protahovaných zkušebních těles. [8]

### 6.2 Zkušební tělesa

Jako zkušební tělesa (Obr. 4) bylo použito deset vzorků tloušťky 2 mm a šířky 6mm tvořené vulkanizovanou kaučukovou směsí. Délka pracovní části u těchto vzorků byla 20mm.



Obr. 4 Zkušební těleso ve tvaru oboustranné lopatky

### 6.3 Zkušební zařízení

#### 6.3.1 Vysekávací a vyřezávací nože

Všechny vyřezávací a vysekávací nože odpovídaly ISO 4661-1. [8]

#### 6.3.2 Tloušťkoměr

Přístroj pro měření tloušťky vzorků odpovídal požadavkům metody A v ISO 4648:1991. [8]

#### 6.3.3 Trhací stroj

Trhací stroj vyhovoval požadavkům ISO 5893:1993. [8]

## 6.4 Postup zkoušky

Zkoušený vzorek byl upnut do trhacího stroje, tak aby bylo zajištěno symetrické upnutí rovnoběžných částí lopatek a aby se dosáhlo rovnoměrného rozložení tahového zatížení na příčný průřez zkoušeného vzorku. Na upnutý vzorek byl připevněn průtahoměr, který po spuštění stroje průběžně zaznamenával změnu pracovní délky vzorku a síly po celou dobu zkoušky.

## 6.5 Zpracování naměřených dat

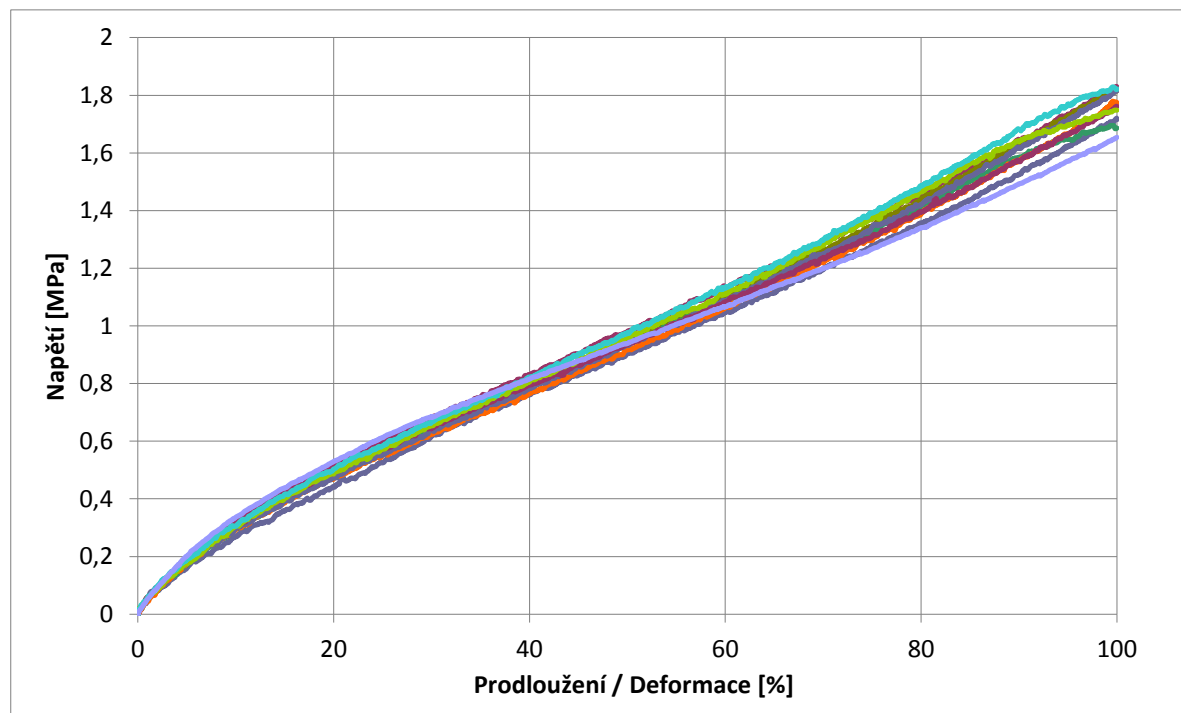
Naměřená data byla snímána počítačem. Příslušným programem byla graficky vyhodnocena závislost napětí na protažení. Tyto hodnoty byly přepočítány dle následujících vztahů:

$$\sigma = \frac{F}{S} [MPa] \quad (23)$$

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (24)$$

Kde  $F$  je zatěžovací síla,  $s$  je plocha průřezu pracovní části,  $L$  je délka pracovní části tělesa při protažení a  $L_0$  je délka pracovní části před deformací.

## 6.6 Výsledky zkoušky

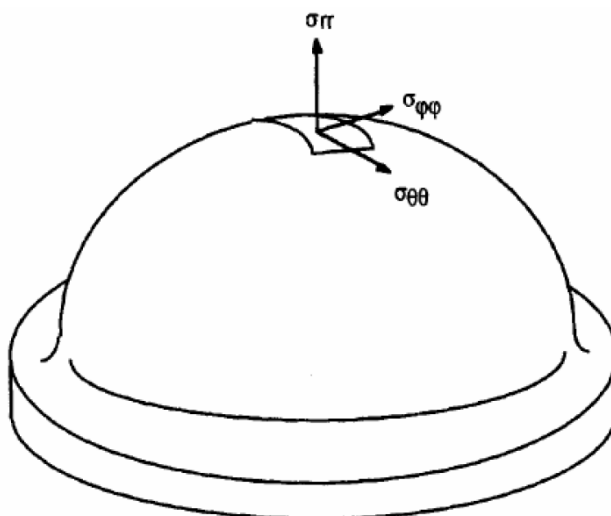


Obr. 5 Závislost napětí na poměrné deformaci pro jednoosou napjatost

## 7 DVOUOSÁ NAPJATOST

### 7.1 Princip zkoušky

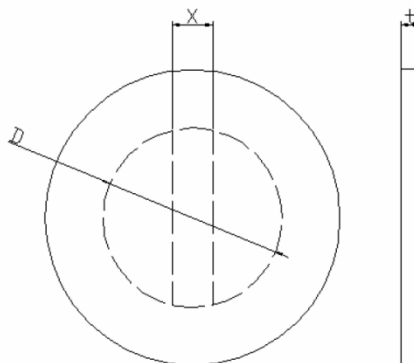
Zkouška dvouosé napjatosti byla prováděna tak, že byla zkušební tělesa protahována ve dvou osách namáhání díky tlakovému vzduchu vháněnému pod zkušební těleso. Snímaly se hodnoty tlaku pod zkušebním tělesem a k němu příslušná délka a poloměr sledovaného úseku plochy promítnutého do roviny, ve které byl vzorek digitálně snímán. Z těchto hodnot byly vypočteny charakteristiky těles v průběhu zkoušky. [8]



Obr. 6 Zkušební těleso zatížené tlakem

### 7.2 Zkušební tělesa

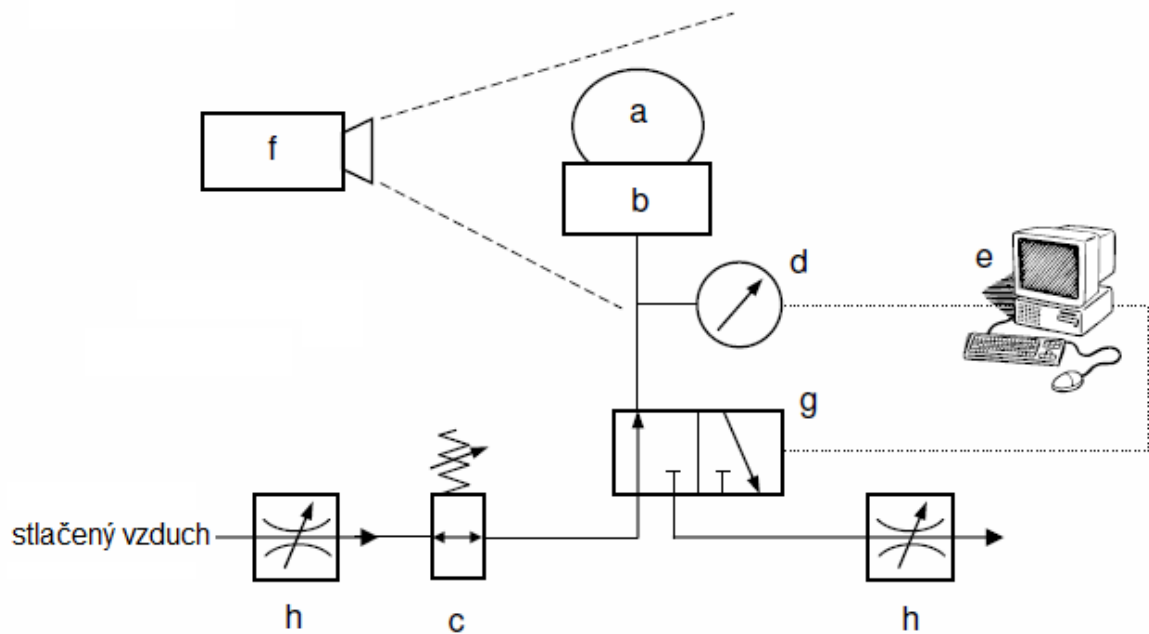
Jako zkušební tělesa (Obr. 7) byly použity tři kruhové vzorky s orýsováním pro přesné zjištění deformace. Jejich tloušťka  $t$  byla 2 mm, průměr nafukované části  $D$  byl 45mm a velikost úseku pro zjištění deformace  $X$  byla 10mm.



Obr. 7 Zkušební kruhové těleso

### 7.3 Zkušební zařízení

Tvoří jej zařízení pro úpravu stlačeného vzduchu, vstupní ventil (h), regulátor tlaku (c), příruba pro uchycení vzorku (b), tlakoměr (d) pro přesné určení vyvinutého zatížení a digitální snímání (f).



Obr. 8 Schéma zařízení pro zkoušku dvouosé napjatosti

### 7.4 Postup zkoušky

Zkušební tělesa, na kterých byl orýsován sledovaný úsek, byla vložena do upínací příruby zařízení tak, aby bylo upnutí symetrické dle orýsování a také aby byla správná orientace sledovaného úseku vzhledem k digitálnímu snímači. Poté byl zapnut přívod stlačeného vzduchu, čímž bylo docíleno postupného nafukování vzorku do tvaru bubliny. Změny způsobené nárůstem tlaku se zaznamenávaly digitálním fotoaparátem.



## 7.5 Zpracování naměřených dat

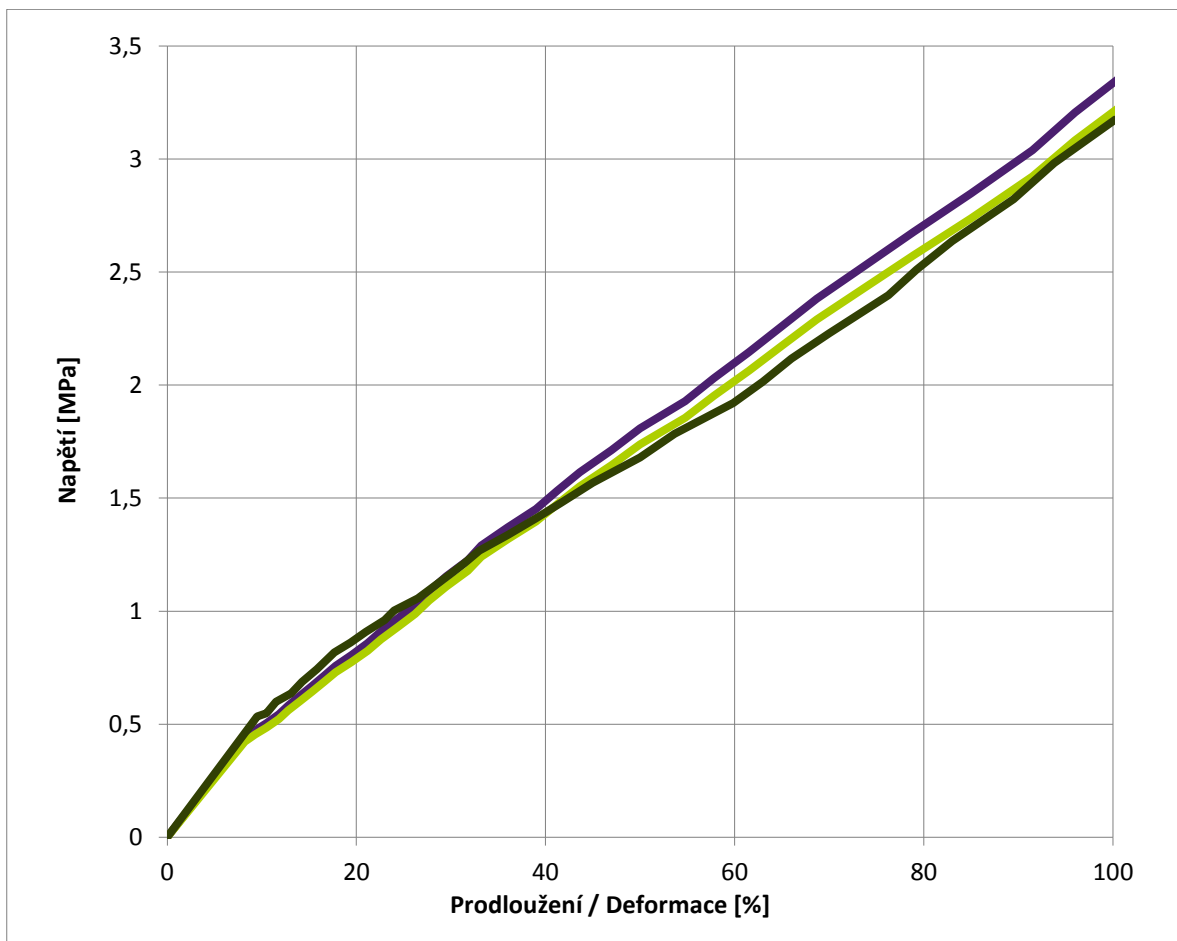
Ze získaných snímků byla zjišťována velikost prodloužení měřeného úseku a poloměr tohoto oblouku. Za pomoci příslušného softwaru byla graficky vyhodnocena závislost napětí na protažení.

$$\sigma = \frac{p \cdot r \cdot \lambda^2}{2t} [MPa] \quad (25)$$

$$\lambda = \frac{L}{L_0} \quad (26)$$

kde  $p$  je tlak uvnitř vzorku,  $r$  je poloměr pracovní části,  $t$  je tloušťka zkušebního vzorku,  $L$  je délka pracovní části tělesa při protažení a  $L_0$  je délka pracovní části před deformací.

## 7.6 Výsledky zkoušky



Obr. 9 Závislost napětí na poměrné deformaci pro dvouosou napjatost

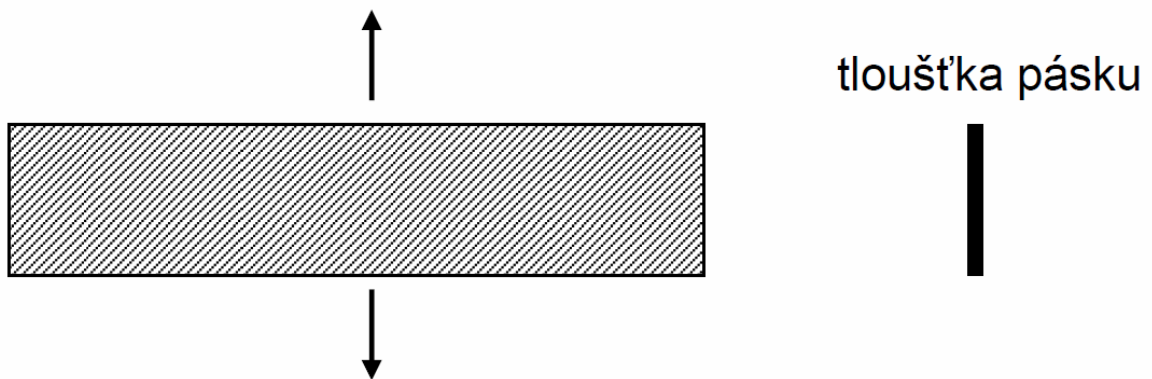
## 8 ČISTÝ SMYK

### 8.1 Princip zkoušky

Zkouška byla prováděna na univerzálním trhacím stroji ZWICK 1456. Standardní zkušební tělesa ve tvaru pásku byla upnuta v upínacích čelistech a konstantní rychlostí byla natahována na trhacím stroji. Byly snímány hodnoty síly a prodloužení, ze kterých se určily požadované hodnoty pro charakteristiku protahovaných zkušebních těles. [8]

### 8.2 Zkušební tělesa

Jako zkušební tělesa (Obr. 10) bylo použito pět vzorků pásku tloušťky 2 mm a šířky 170 mm tvořených vulkanizovanou kaučukovou směsí. Výška těchto vzorků byla 20 mm.



Obr. 10 Zkušební těleso ve tvaru pásku

### 8.3 Zkušební zařízení

#### 8.3.1 Tloušťkoměr

Přístroj pro měření tloušťky vzorků odpovídal požadavkům metody A v ISO 4648:1991. [8]

#### 8.3.2 Trhací stroj

Trhací stroj vyhovoval požadavkům ISO 5893:1993. [8]

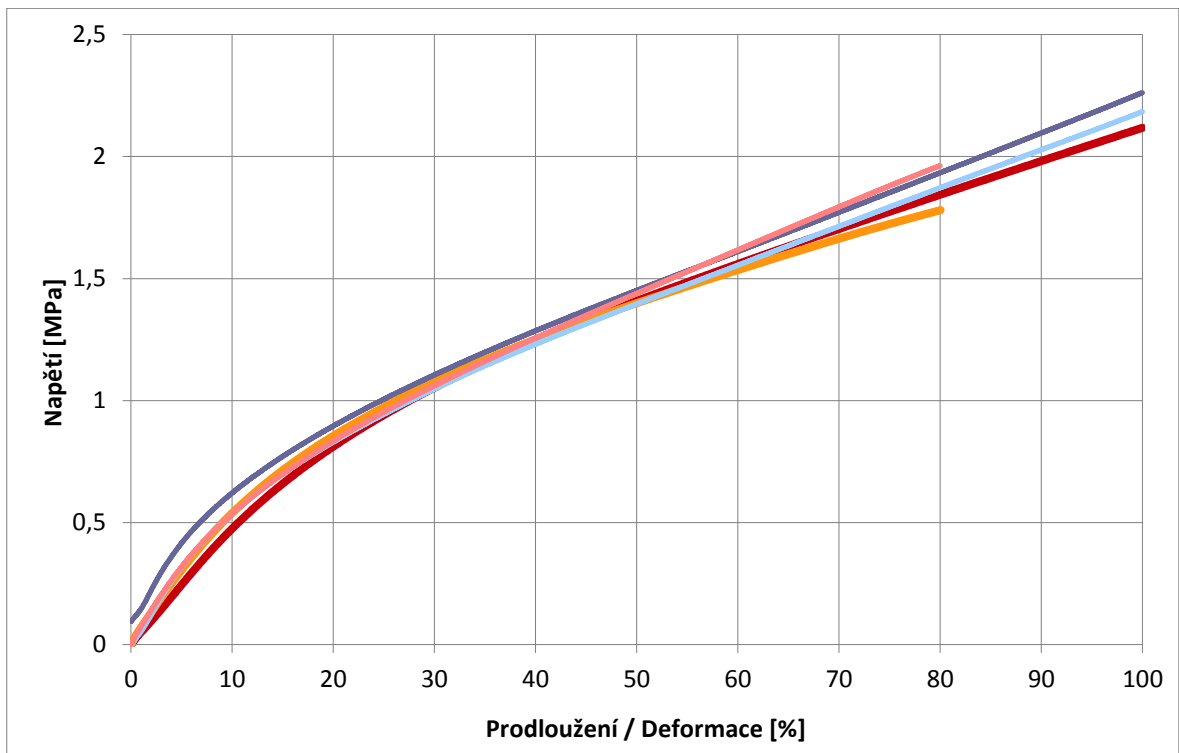
## 8.4 Postup zkoušky

Zkoušený vzorek byl upnut do čelistí trhacího stroje, tak aby se dosáhlo rovnoměrného rozložení tahového zatížení na příčný průřez zkoušeného vzorku. Na upnutý vzorek byl připevněn průtahoměr, který po spuštění stroje průběžně zaznamenával změnu pracovní délky vzorku a síly po celou dobu zkoušky.

## 8.5 Zpracování naměřených dat

Naměřená data byla snímána počítačem. Příslušným programem byla graficky vyhodnocena závislost napětí na protažení. Tyto hodnoty byly přepočítány dle vztahů (23) a (24).

## 8.6 Výsledky zkoušky



Obr. 11 Závislost napětí na poměrné deformaci pro čistý smyk

## **9 VYHODNOCENÍ MATERIÁLOVÝCH MODELŮ**

Z hodnot napětí a deformace, které byly získány zkouškami jednoosým tahem, dvouosým tahem a čistým smykem byly vypočteny požadované hodnoty hyperelastických materiálových konstant pomocí metody nejmenších čtverců. Tyto hodnoty byly pečlivě zaznamenány a uvedeny v následujícím přehledu jednotlivých materiálových modelů.

## 9.1 Neo-Hookean

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.2).

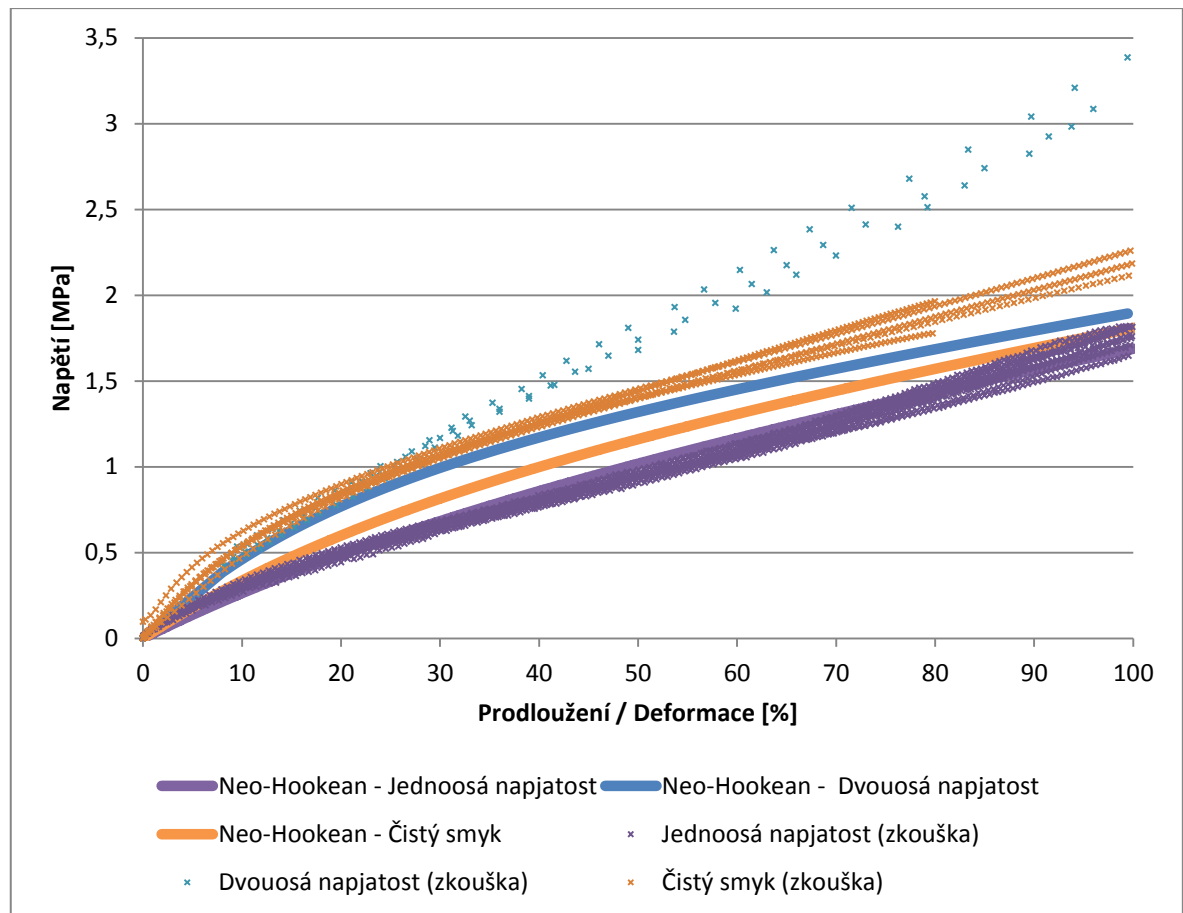
### 9.1.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 1 Konstanty modelu Neo-Hookean

konstanta	$C_{10}$ [MPa]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.48228124	231.7713

### 9.1.2 Grafické zpracování



Obr. 12 Porovnání modelu Neo-Hookean

## 9.2 Mooney-Rivlin (dvouparametrový)

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.4).

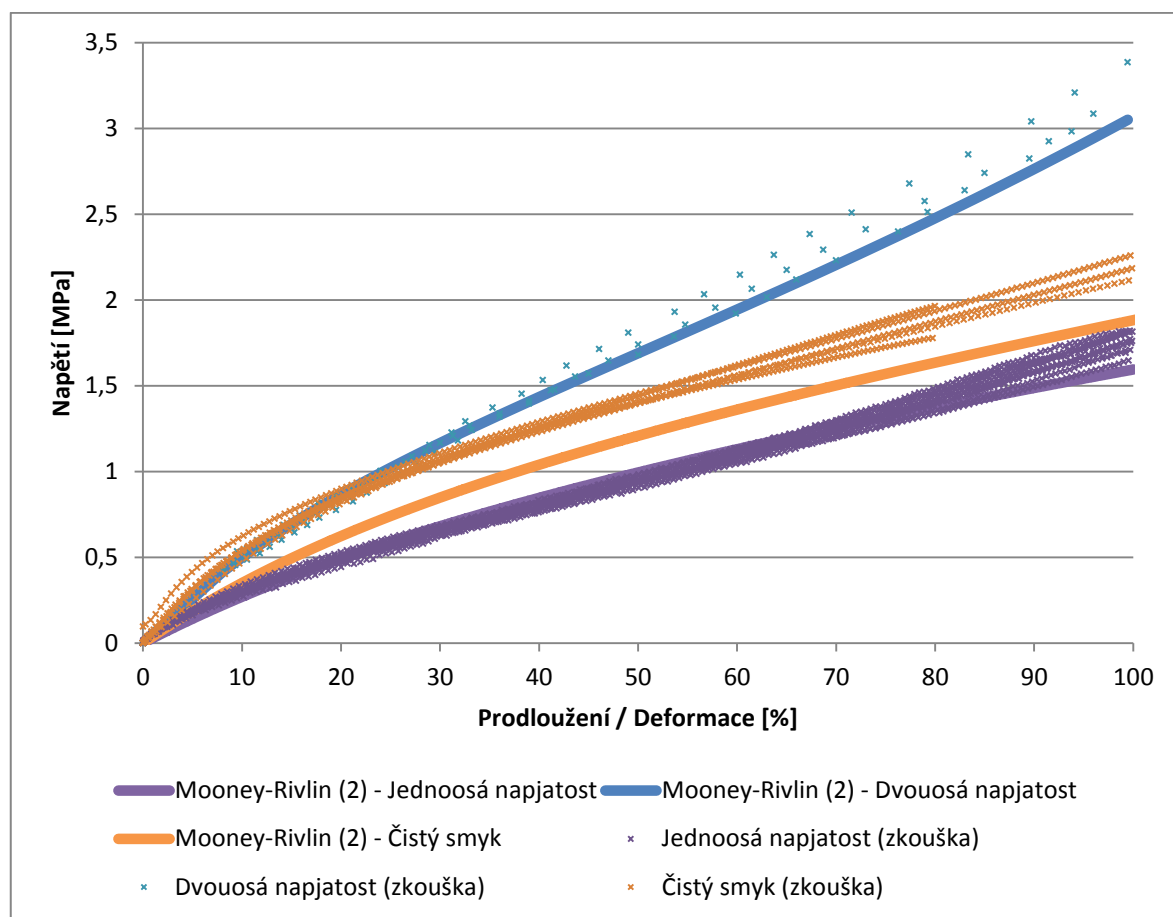
### 9.2.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 2 Konstanty modelu Mooney-Rivlin(2)

konstanta	$C_{10}$ [MPa]	$C_{01}$ [MPa]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.40939394	0.092382587	224.80774

### 9.2.2 Grafické zpracování



Obr. 13 Porovnání modelu Mooney-Rivlin(2)

### 9.3 Mooney-Rivlin (tříparametrový)

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.4).

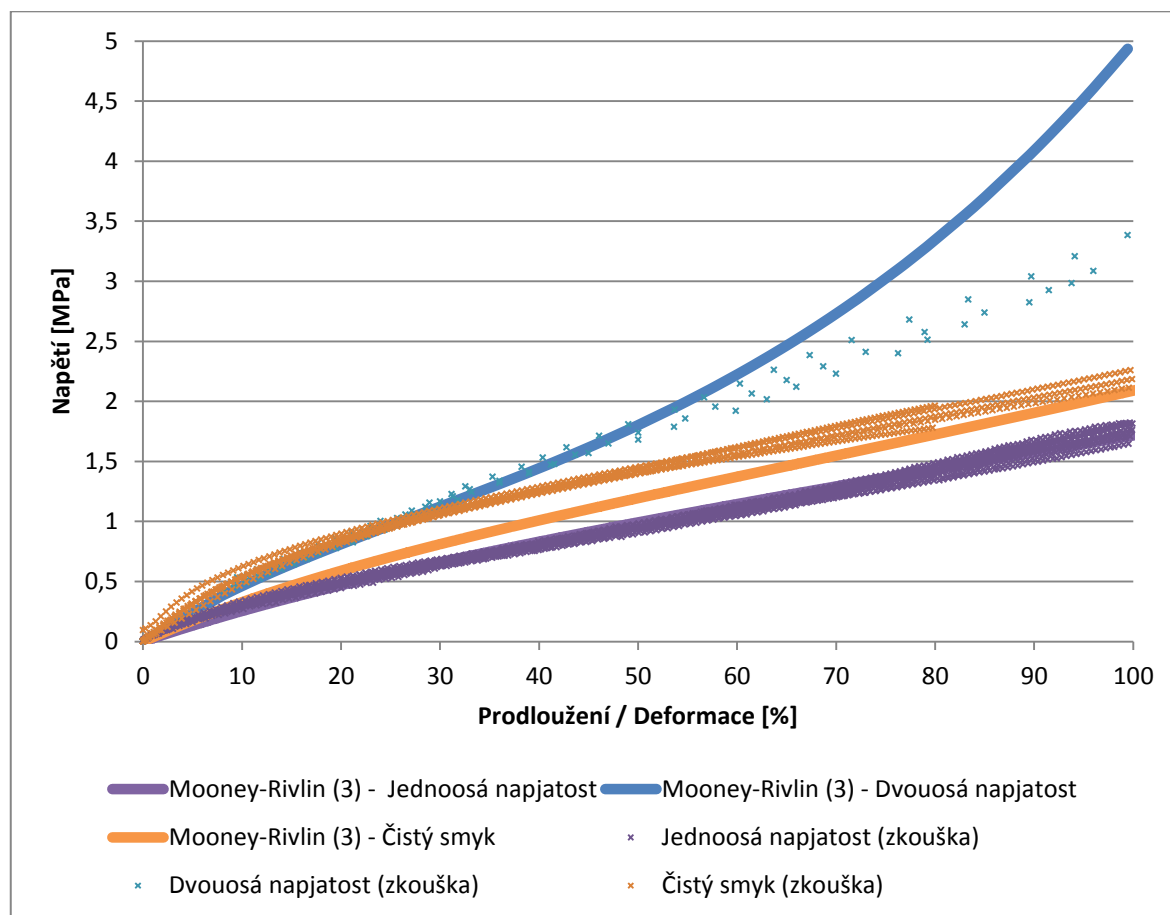
#### 9.3.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 3 Konstanty modelu Mooney-Rivlin(3)

konstanta	$C_{10}$ [MPa]	$C_{01}$ [MPa]	$C_{11}$ [MPa]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.42343053	0.045471791	0.019608848	216.68347

#### 9.3.2 Grafické zpracování



Obr. 14 Porovnání modelu Mooney-Rivlin(3)

## 9.4 Signiorini

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.8).

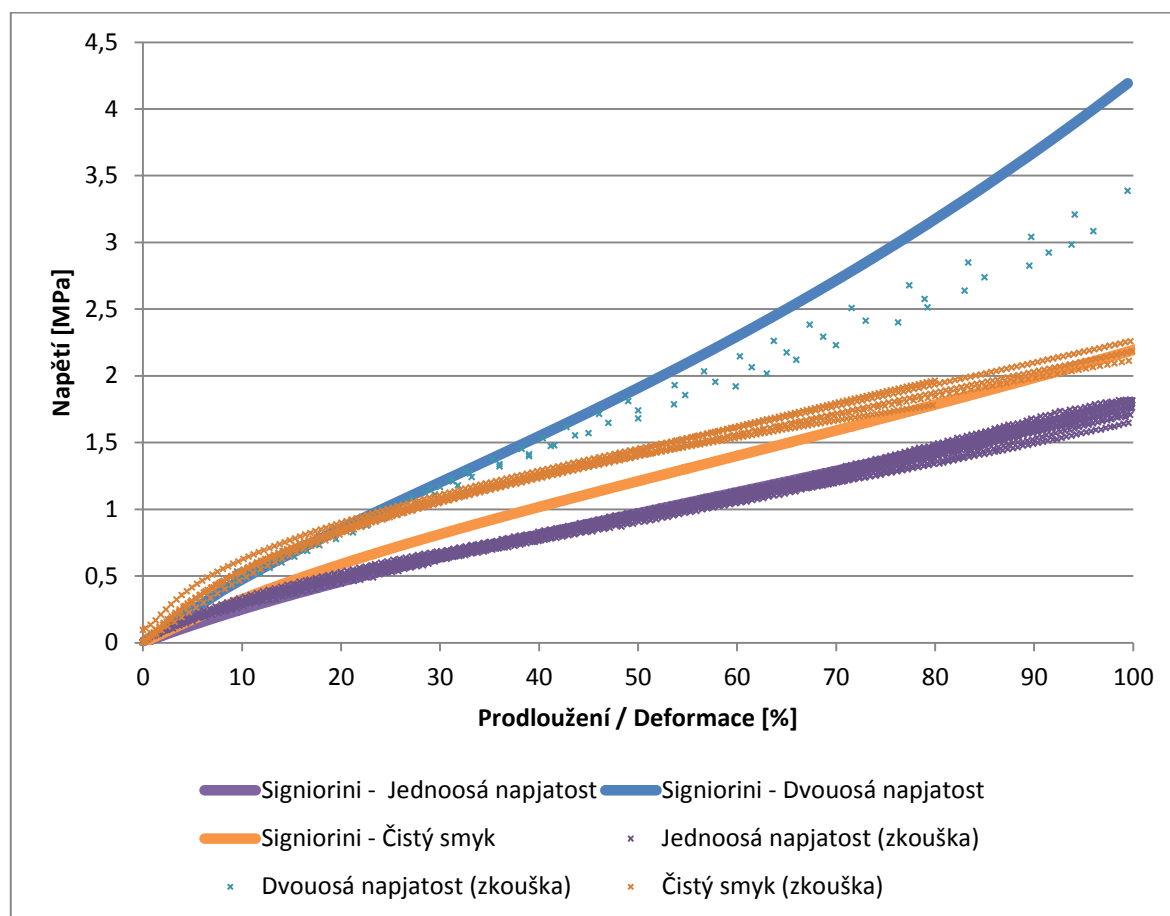
### 9.4.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4 Konstanty modelu Signiorini

konstanta	$C_{10}$ [MPa]	$C_{01}$ [MPa]	$C_{20}$ [MPa]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.3532922	0.11348315	0.026226182	213.14383

### 9.4.2 Grafické zpracování



Obr. 15 Porovnání modelu Signiorini



## 9.5 2nd Order Invariant

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.9).

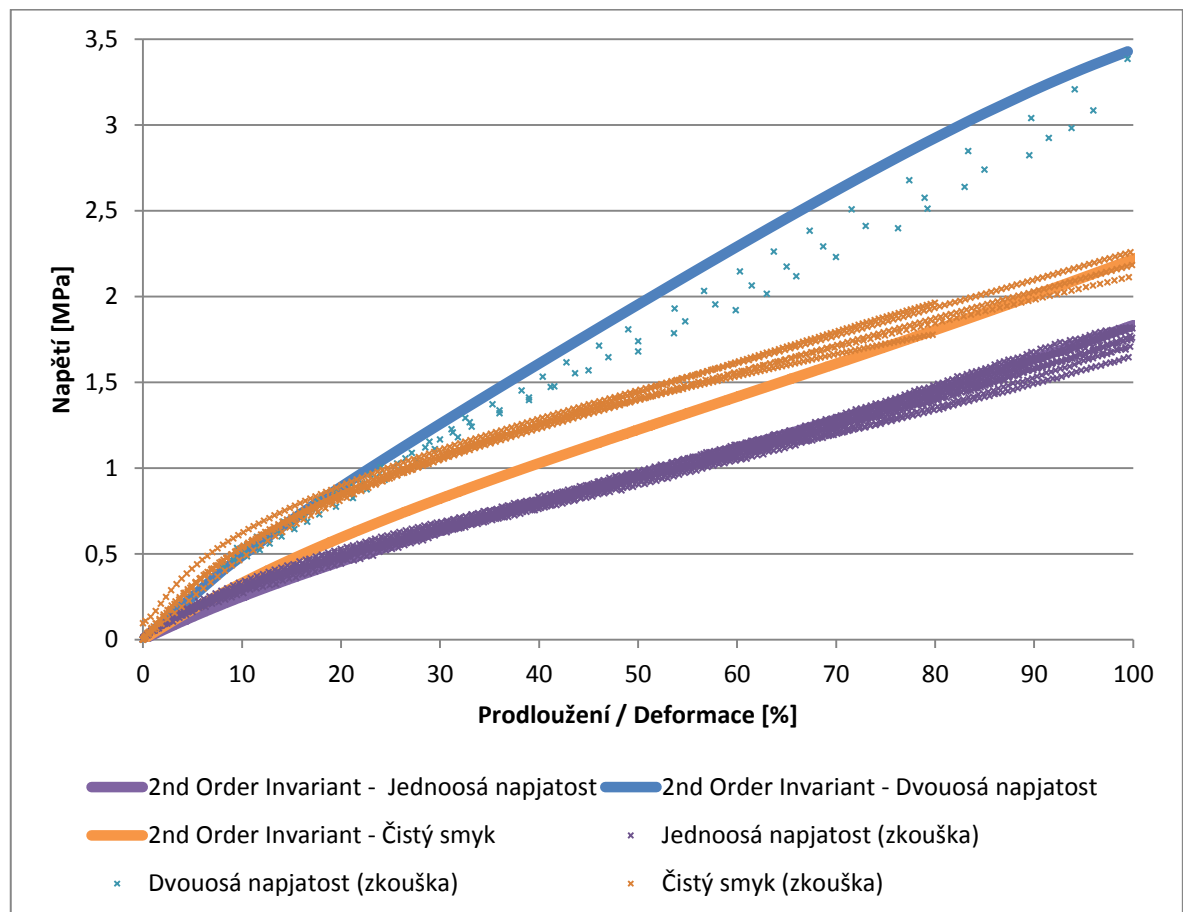
### 9.5.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 5 Konstanty modelu 2nd Order Invariant

konstanta	$C_{01}$ [MPa]	$C_{11}$ [MPa]	$C_{20}$ [MPa]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.16170378	0.014958326	0.041682329	212.4673

### 9.5.2 Grafické zpracování



Obr. 16 Porovnání modelu 2nd Order Invariant

## 9.6 3rd Order Invariant

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.10).

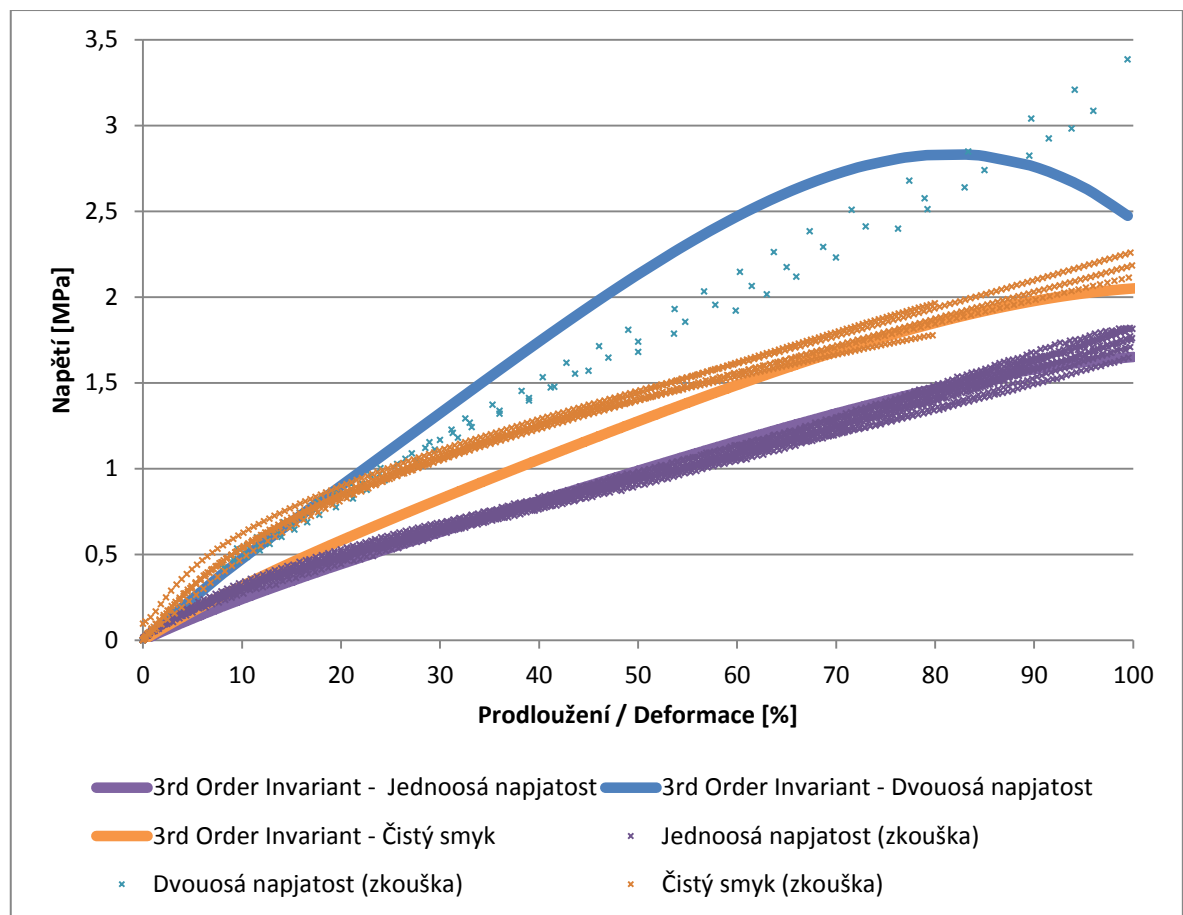
### 9.6.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 6 Konstanty modelu 3rd Order Invariant

konstanta	$C_{10}$ [MPa]	$C_{01}$ [MPa]	$C_{11}$ [MPa]	$C_{20}$ [MPa]	$C_{30}$ [MPa]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.29976794	0.14833355	0.0078806803	0.067670479	0.015896801	208.4586

### 9.6.2 Grafické zpracování



Obr. 17 Porovnání modelu 3rd Order Invariant

## 9.7 Yeoh

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.3).

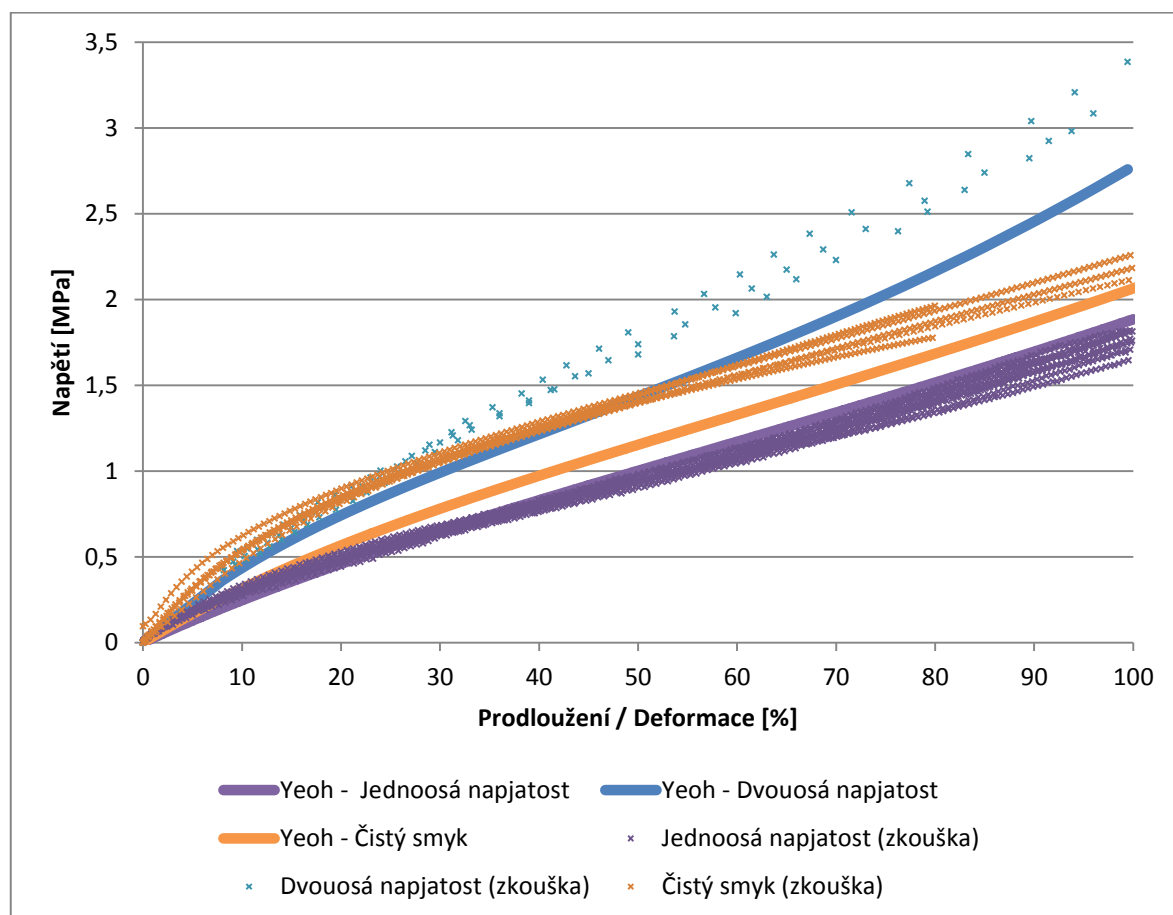
### 9.7.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 7 Konstanty modelu Yeoh

konstanta	$C_{10}$ [MPa]	$C_{20}$ [MPa]	$C_{30}$ [MPa]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.45035526	0.019900836	0.0006936352	223.31819

### 9.7.2 Grafické zpracování



Obr. 18 Porovnání modelu Yeoh

## 9.8 Ogden (jednoparametrový)

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.7).

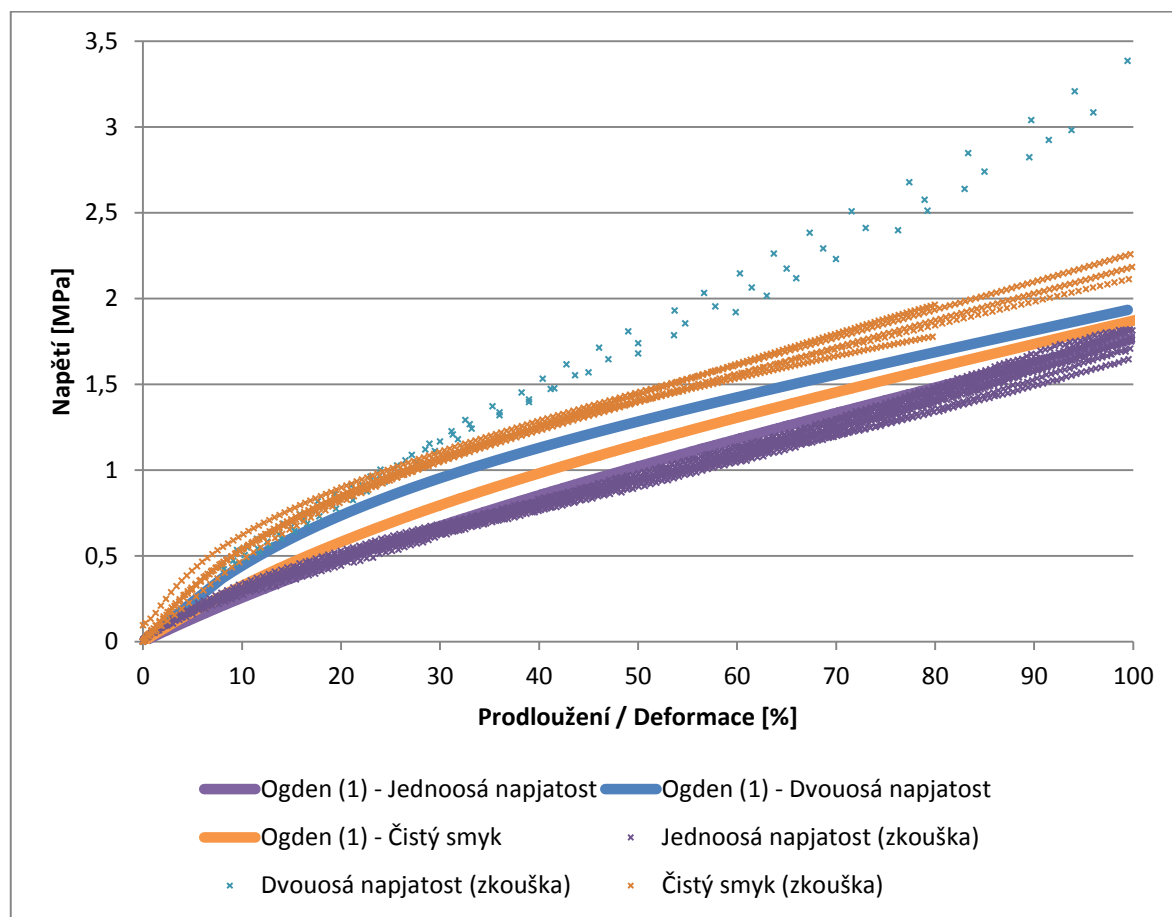
### 9.8.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 8 Konstanty modelu Ogden(1)

konstanta	$\mu_1$ [MPa]	$\alpha_1$ [1]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.83271211	2.2341452	230.36418

### 9.8.2 Grafické zpracování



Obr. 19 Porovnání modelu Ogden(1)

## 9.9 Ogden (dvouparametrový)

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.7).

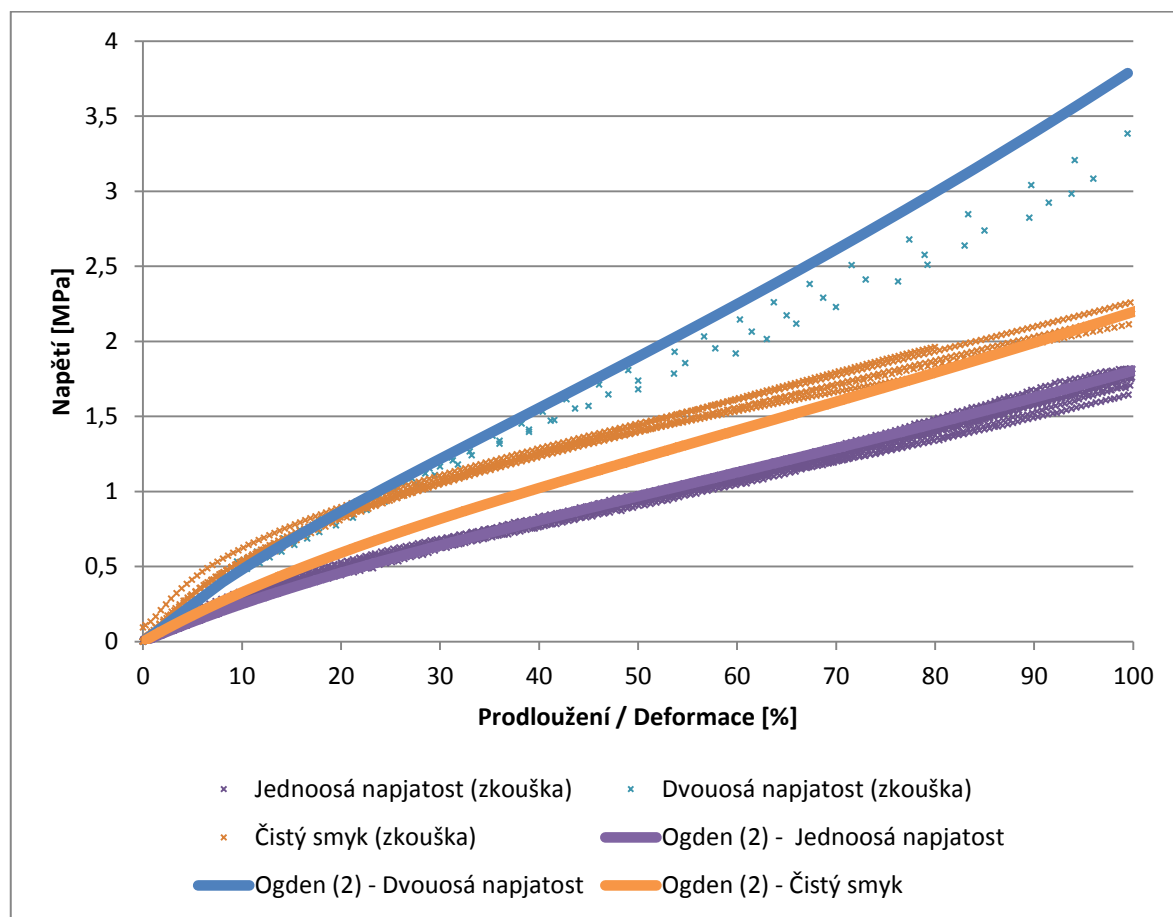
### 9.9.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 9 Konstanty modelu Ogden(2)

konstanta	$\mu_1$ [MPa]	$\mu_2$ [MPa]	$\alpha_1$ [1]	$\alpha_2$ [1]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.66181737	0.26565161	1.4629396	3.4146414	212.34392

### 9.9.2 Grafické zpracování



Obr. 20 Porovnání modelu Ogden(2)

## 9.10 Ogden (tříparametrový)

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.7).

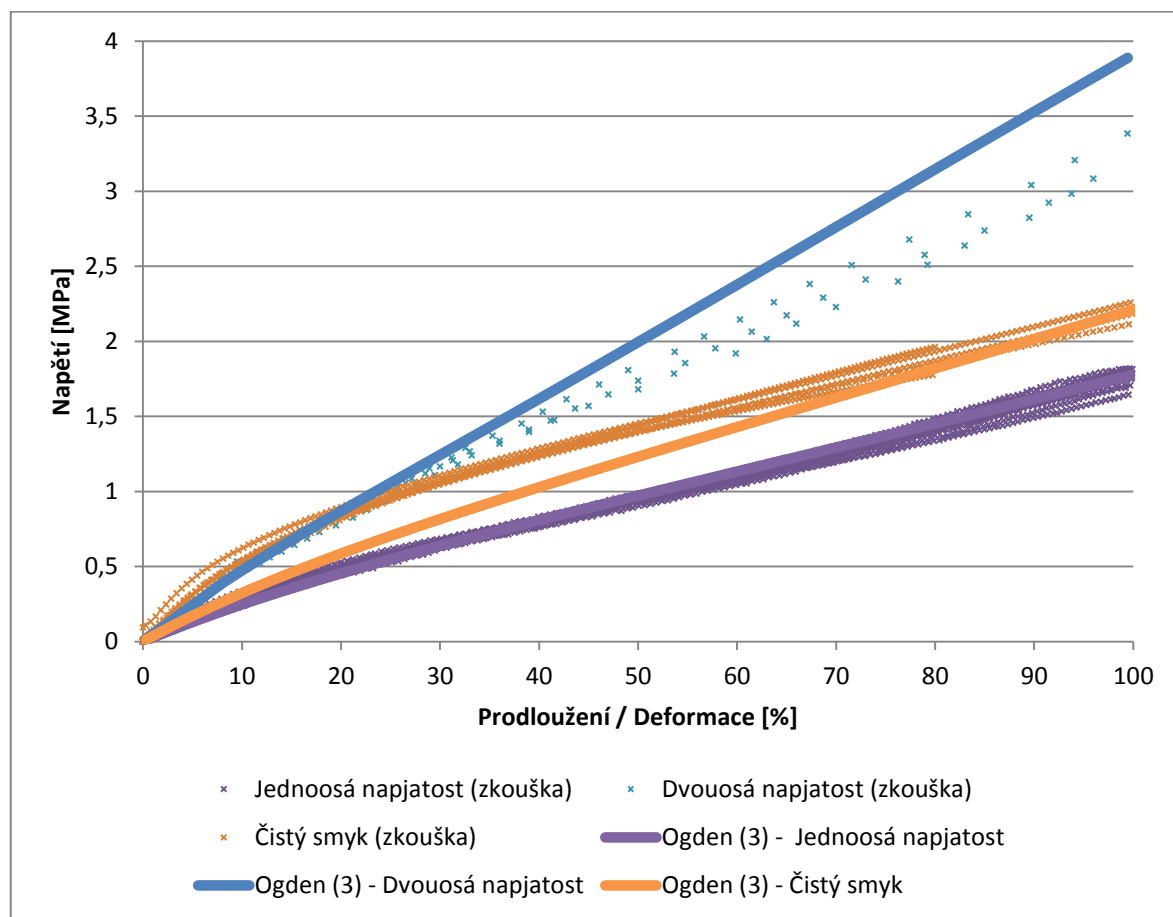
### 9.10.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 10 Konstanty modelu Ogden(3)

konstanta	$\mu_1$ [MPa]	$\mu_2$ [MPa]	$\mu_3$ [MPa]	$\alpha_1$ [1]	$\alpha_2$ [1]	$\alpha_3$ [1]	Odchylka [MPa]
hodnota	2.9417915	13.919598	10.769529	1.8143553	0.62411958	0.48216254	210.62267

### 9.10.2 Grafické zpracování



Obr. 21 Porovnání modelu Ogden(3)

## 9.11 Arruda-Boyce

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.5).

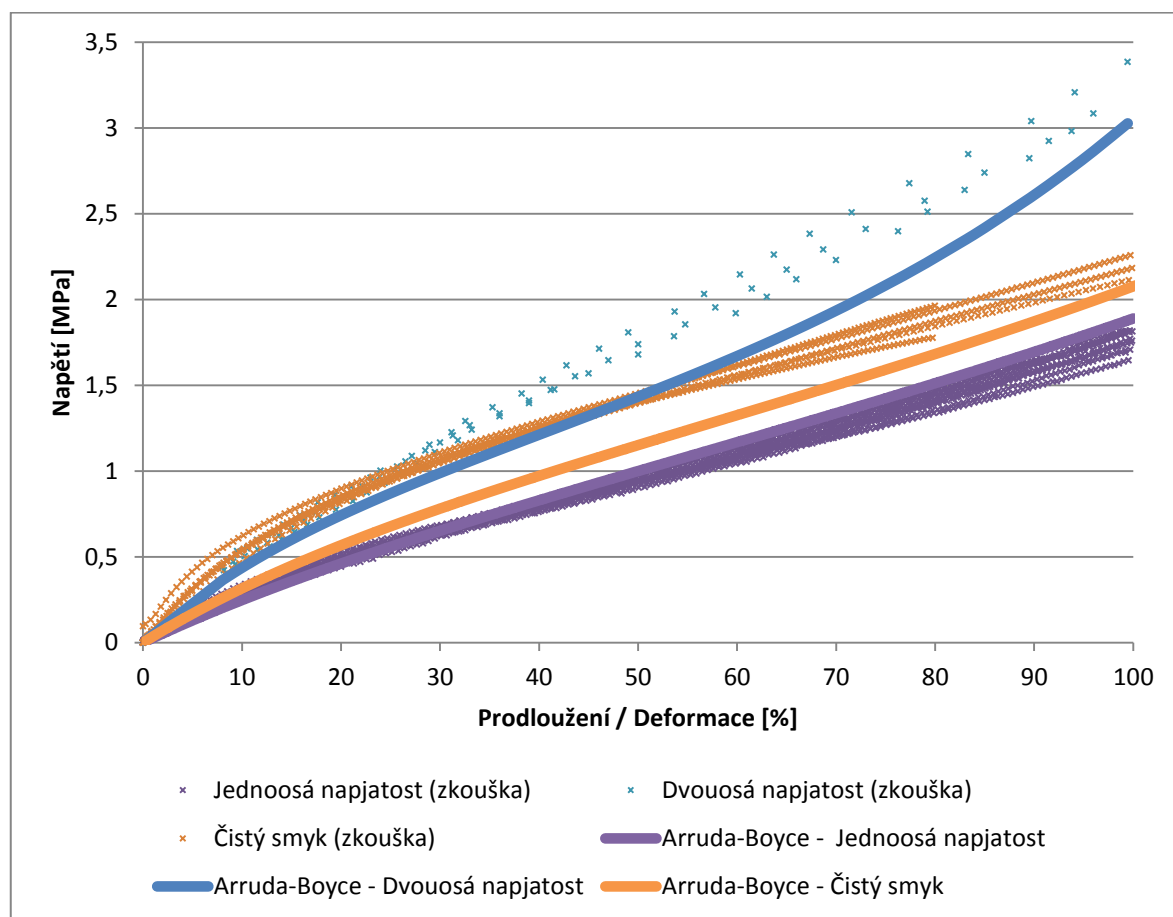
### 9.11.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 11 Konstanty modelu Arruda-Boyce

konstanta	$\lambda_L$ [1]	$\mu$ [MPa]	Odchylka [MPa]
hodnota	0.74568194	3.7850575	223.24907

### 9.11.2 Grafické zpracování



Obr. 22 Porovnání modelu Arruda-Boyce

## 9.12 Gent

Teoretické podklady pro tento model jsou uvedeny v teoretické části této bakalářské práce (kapitola 2.1.6).

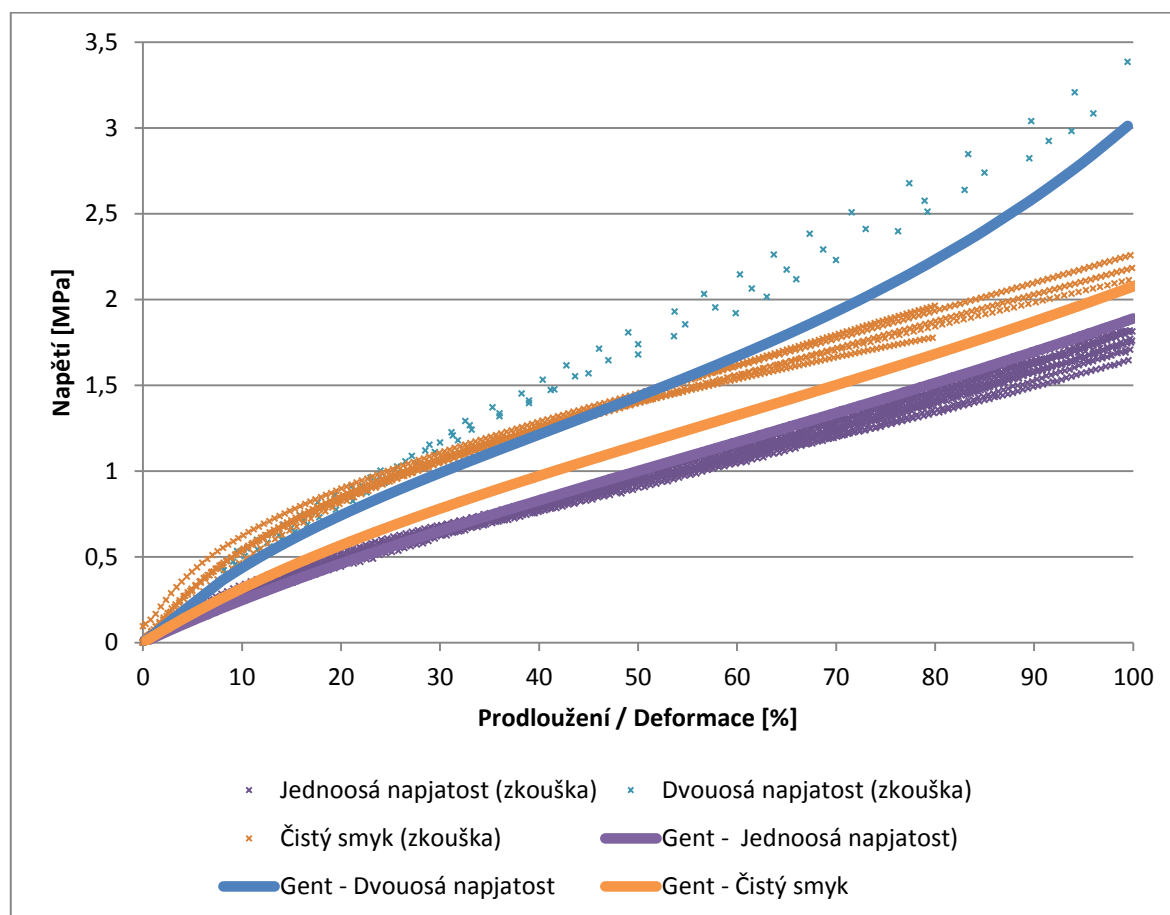
### 9.12.1 Materiálové konstanty

Vypočtené materiálové konstanty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 12 Konstanty modelu Gent

konstanta	E [MPa]	$I_m$ [1]	Odchylka [MPa]
hodnota	2.7065394	15.183818	223.22322

### 9.12.2 Grafické zpracování



Obr. 23 Porovnání modelu Gent



## ZÁVĚR

Za účelem získání potřebných hodnot pro následné sestavení grafů závislosti vyvolaného napětí na poměrné deformaci zkoušeného materiálu byly provedeny zkoušky jednoosé napjatosti, dvouosé napjatosti a zkouška smykem. Při těchto zkouškách byly hodnoty měřených veličin snímány za pomoci počítače, což umožnilo následné sekundární zpracování.

Výsledkem tohoto dalšího zpracování byly v první řadě grafy závislosti vyvolaného napětí na poměrné deformaci zkoušeného materiálu, které představují popis hyperelastického chování daného materiálu pro jednotlivé zkoušky.

Tyto číselné hodnoty byly použity jako vstupní soubory dat pro výpočet patřičných hyperelastických materiálových konstant a parametrů u každého z jednotlivých materiálových modelů pomocí metody nejmenších čtverců. Primárním kritériem pro určování vhodnosti těchto modelů byla jejich absolutní odchylka od experimentálních dat.

Tab. 13 Srovnání absolutních odchylek u jednotlivých modelů

Model	Odchylka [MPa]	Model	Odchylka [MPa]	Model	Odchylka [MPa]
Neo-Hookean	231.7713	2nd Order Invariant	212.4673	Ogden (1)	230.36418
Mooney-Rivlin (2)	224.80774	3rd Order Invariant	208.4586	Ogden (2)	212.34392
Mooney-Rivlin (3)	216.68347	Yeoh	223.31819	Ogden (3)	210.62267
Signiorini	213.14383	Gent	223.22322	Arruda-Boyce	223.24907

Z výše uvedeného tabulkového přehledu absolutních odchylek (Tab. 13) všech dvanácti modelů vyplývá, že nejmenší vypočtené absolutní odchylky dosahoval model 3rd Order Invariant a to konkrétně 208.4586 MPa. Na základě této nejmenší zjištěné chyby byl tedy jako nejlépe vhodný stanoven model 3rd Order Invariant a byl vyhodnocen jako nejlépe vhodný typ modelu pro daný materiál.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] DUCHÁČEK, Vratislav. *Polymery: výroba, vlastnosti, zpracování, použití*. Vyd. 2., přeprac. Praha: Vydavatelství VŠCHT, 2006, 278 s. ISBN 80-708-0617-6.
- [2] MALÁČ, Jiří. *Gumárenská technologie*. 1. vydání. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2005.
- [3] JANČÍK, Marek. *Zkoušení hyperelastických materiálů*. Zlín, 2005. Bakalářská práce. UTB.
- [4] GURYČA, Lukáš. *Vliv geometrie vzorku na mechanické chování elastomeru*. Zlín, 2007. Diplomová práce. UTB.
- [5] Stabilizátor (odpružení). In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2014-02-09]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Stabiliz%C3%A1tor\\_%28odpru%C5%BEen%C3%A1D%29](http://cs.wikipedia.org/wiki/Stabiliz%C3%A1tor_%28odpru%C5%BEen%C3%A1D%29)
- [6] DLOUHÝ, Ondřej. *Konstrukce přípravku pro analýzu smykové napjatosti elastomerů*. Zlín, 2008. Bakalářská práce. UTB.
- [7] DOLEŽEL, Michal. *Zařízení pro dvouosý tah*. Zlín, 2011. Bakalářská práce. UTB.
- [8] ČSN ISO 37: *Pryž z vulkanizovaných nebo termoplastických kaučuků – Stanovení tahových vlastností*
- [9] Ing. Jakub Javořík, Ph.D., *Hyperelasticita*, učební text

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

W	Měrná deformační energie [ $\text{J/m}^3$ ].
$I_i$	Deformační invariant pro materiálové modely.
$c_{ij}$	Materiálová konstanta [MPa].
E	Modul pružnosti [MPa].
$\mu_i$	Počáteční modul pružnosti [MPa].
$\alpha_i$	Exponent pro Ogdenův hyperelastický model [MPa].
$\lambda_i$	Poměrné protažení [%].
$\sigma_{ij}$	Napětí ve směru ij [MPa].
$E_{ij}$	Lagrangův deformační tenzor.
$\varepsilon_i$	Poměrná deformace.
$\delta$	Tažnost [%].
L	Délka pracovní části pro protažení [mm].
$L_0$	Původní délka pracovní části, v [mm].
F	Zatěžovací síla [N].
s	Plocha průřezu pracovní části [ $\text{mm}^2$ ].
r	Poloměr pracovní části [mm].
p	Tlak [MPa].
t	Tloušťka zkušebního vzorku [mm].

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Jednoosá napjatost.....	23
Obr. 2: Dvouosá napjatost .....	24
Obr. 3: Čistý smyk.....	25
Obr. 4 Zkušební těleso ve tvaru oboustranné lopatky .....	29
Obr. 5 Závislost napětí na poměrné deformaci pro jednoosou napjatost.....	30
Obr. 6 Zkušební těleso zatížené tlakem .....	31
Obr. 7 Zkušební kruhové těleso .....	31
Obr. 8 Schéma zařízení pro zkoušku dvouosé napjatosti .....	32
Obr. 9 Závislost napětí na poměrné deformaci pro dvouosou napjatost .....	33
Obr. 10 Zkušební těleso ve tvaru pásku.....	34
Obr. 11 Závislost napětí na poměrné deformaci pro čistý smyk .....	35
Obr. 12 Porovnání modelu Neo-Hookean .....	37
Obr. 13 Porovnání modelu Mooney-Rivlin(2) .....	38
Obr. 14 Porovnání modelu Mooney-Rivlin(3) .....	39
Obr. 15 Porovnání modelu Signiorini.....	40
Obr. 16 Porovnání modelu 2nd Order Invariant.....	41
Obr. 17 Porovnání modelu 3rd Order Invariant.....	42
Obr. 18 Porovnání modelu Yeoh .....	43
Obr. 19 Porovnání modelu Ogden(1) .....	44
Obr. 20 Porovnání modelu Ogden(2) .....	45
Obr. 21 Porovnání modelu Ogden(3) .....	46
Obr. 22 Porovnání modelu Arruda-Boyce.....	47
Obr. 23 Porovnání modelu Gent .....	48

## SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Konstanty modelu Neo-Hookean .....	37
Tab. 2 Konstanty modelu Mooney-Rivlin(2) .....	38
Tab. 3 Konstanty modelu Mooney-Rivlin(3) .....	39
Tab. 4 Konstanty modelu Signiorini .....	40
Tab. 5 Konstanty modelu 2nd Order Invariant .....	41
Tab. 6 Konstanty modelu 3rd Order Invariant.....	42
Tab. 7 Konstanty modelu Yeoh .....	43
Tab. 8 Konstanty modelu Ogden(1) .....	44
Tab. 9 Konstanty modelu Ogden(2) .....	45
Tab. 10 Konstanty modelu Ogden(3) .....	46
Tab. 11 Konstanty modelu Arruda-Boyce .....	47
Tab. 12 Konstanty modelu Gent .....	48
Tab. 13 Srovnání absolutních odchylek u jednotlivých modelů.....	49