

# **Praktické aspekty implementace číslicového řízení**

Bc. Peter Hornák



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

akademický rok: 2015/2016

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Peter Hornák**

Osobní číslo: **A14393**

Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**

Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Praktické aspekty implementace číslicového řízení**

Téma anglicky: **Practical Aspects of Implementation of Digital Control**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární rešerši na dané téma.
2. Seznamte se s laboratorním modelem Amira DR300.
3. Provedte experimentální identifikaci laboratorního modelu a na jejím základě navrhnete vhodné řídicí algoritmy s přihlédnutím na eliminaci vlivu parametrických neurčitostí.
4. Navržené algoritmy ověřte v simulačních podmínkách v programovém prostředí MATLAB/SIMULINK.
5. Na základě výsledků simulačního ověřování provedte řízení laboratorního modelu v reálném čase s přihlédnutím na vliv parametrických neurčitostí.
6. Provedte diskusi výsledků simulačního ověřování i řízení v reálném čase.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **BOBÁL, Vladimír.** Identifikace systémů. Vyd. 1. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2009, 128 s. ISBN 978-80-7318-888-7.
2. **LANDAU, Yoan D a Gianluca ZITO.** Digital control systems: design, identification and implementation. 1st ed. New York, NY: Springer, 2006, xxiv, 484 p. ISBN 1846280559.
3. **MOUDGALYA, Kannan M.** Digital control. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2007, xxiv, 543 p. ISBN 0470031441.
4. **FRANKLIN, Gene F, J POWELL a Michael L WORKMAN.** Digital control of dynamic systems. 3rd ed. Menlo Park, Calif.: Addison-Wesley, 1998, xxiii, 742 p. ISBN 0201331535.
5. **FADALI, M a Antonio VISIOLI.** Digital control engineering: analysis and design. Second edition. Amsterdam: Academic Press, Elsevier, 2013, xviii, 582 pages. ISBN 9780123943910.

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Vladimír Bobál, CSc.**  
Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **19. února 2016**

Termín odevzdání diplomové práce: **25. května 2016**

Ve Zlíně dne 19. února 2016

  
doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D.  
*děkan*



  
prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.  
*ředitel ústavu*


### Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

### Prohlašuji,

- že jsem na diplomové/bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně, dne 17.5.2016

  
.....  
podpis diplomanta

## **ABSTRAKT**

Cieľom diplomovej práce bola analýza zvolených číslicových algoritmov z hľadiska robustného riadenia sústav, ktorých parametre sú nestále a menia sa v čase. Zvolené algoritmy riadenia boli overené v simulačnom prostredí MATLAB/Simulink a následne aplikované na riadenie reálneho servomechanizmu od spoločnosti Amira.

Kľúčové slová: číslicové riadenie, robustnosť, MATLAB/Simulink, PID regulátor, Takahashiho regulátor, metóda umiestnenia pólov, LQ regulátor.

## **ABSTRACT**

The aim of diploma thesis was to analyze selected digital algorithms from the point of robust control of systems, whose parameters are unstable and changing in time. Selected algorithms were used in MATLAB/Simulink and then applied to control of real servomechanism by Amira.

Keywords: digital control, robustness, MATLAB/Simulink, PID controller, Takahashi controller, pole placement method, LQ controller.

Chcel by som sa poďakovať vedúcemu práce prof. Ing. Vladimírovi Bobálovi, CSc. za jeho odborné cenné rady a za čas, ktorý mi venoval pri vypracovávaní práce. Ďalej sa chcem poďakovať rodine a priateľke za ich podporu behom celého trvania štúdia.

*„Vedieť málo je nebezpečné. Vedieť veľa takisto.“*

Albert Einstein

## OBSAH

<b>ÚVOD.....</b>	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČASŤ.....</b>	<b>10</b>
<b>1 ÚVOD DO ČÍSLICOVÉHO RIADENIA .....</b>	<b>11</b>
1.1 LITERÁRNA REŠERŠ .....	11
1.2 VÝHODY ČÍSLICOVÉHO RIADENIA.....	11
1.3 DISKRÉTNY REGULAČNÝ OBVOD .....	11
1.3.1 Konfigurácie číslicových obvodov .....	13
<b>2 IDENTIFIKÁCIA .....</b>	<b>15</b>
2.1 TESTOVACIE SIGNÁLY .....	15
2.1.1 Funkcia <i>idinput</i> .....	16
2.1.2 Zdroje signálov v MATLAB/Simulink .....	16
2.1.2.1 Signal Generator .....	17
2.1.2.2 Repeating Sequence .....	18
2.1.2.3 Random Number .....	19
2.1.2.4 Band – Limited White Noise .....	20
2.2 IDENTIFIKAČNÉ METÓDY .....	21
2.2.1 Metóda najmenších štvorcov .....	21
2.2.2 Funkcia <i>fminsearch</i> .....	23
<b>3 ROBUSTNOSŤ.....</b>	<b>24</b>
3.1 FREKVENČNÉ CHARAKTERISTIKY .....	24
3.2 CITLIVOSTNÉ FUNKCIE .....	25
3.3 HRANICE ROBUSTNOSTI.....	26
3.3.1 Amplitúdová bezpečnosť .....	27
3.3.2 Fázová bezpečnosť .....	27
3.3.3 Bezpečnosť v dopravnom oneskorení .....	28
3.3.4 Modulová bezpečnosť .....	29
<b>4 VYBRANÉ ALGORITMY RIADENIA .....</b>	<b>31</b>
4.1 ČÍSLICOVÝ PID REGULÁTOR .....	31
4.1.1 Nastavenie parametrov číslicového PID regulátora .....	33
4.1.2 Takahashiho regulátor .....	34
4.2 METÓDA PRIRADENIA PÓLOV .....	36
4.3 LQ REGULÁTOR.....	38
<b>5 POPIS SERVOMECHANIZMU DR300.....</b>	<b>41</b>
5.1 MATEMATICKÝ MODEL .....	42
<b>II PRAKTICKÁ ČASŤ .....</b>	<b>43</b>
<b>6 SIMULAČNÉ OVERENIE ZVOLENÝCH ALGORITMOV .....</b>	<b>44</b>
6.1 ČÍSLICOVÝ PID REGULÁTOR .....	44
6.2 METÓDA PRIRADENIA PÓLOV .....	50
6.3 LQ REGULÁTOR.....	57
<b>7 REÁLNY SYSTÉM.....</b>	<b>66</b>

7.1	IDENTIFIKÁCIA .....	66
7.1.1	Statická charakteristika .....	66
7.1.2	Experimentálna identifikácia .....	67
7.2	REGULÁCIA .....	69
7.2.1	Metóda priradenia pólov .....	70
7.2.2	LQ regulátor .....	78
<b>ZÁVER .....</b>		<b>84</b>
<b>ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY .....</b>		<b>85</b>
<b>ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK.....</b>		<b>87</b>
<b>ZOZNAM OBRÁZKOV .....</b>		<b>88</b>
<b>ZOZNAM TABULIEK .....</b>		<b>91</b>
<b>ZOZNAM PRÍLOH.....</b>		<b>92</b>



## ÚVOD

V oblasti automatického riadenia sa často stretávame s potrebou riadenia sústav, ktorých parametre sú v menšom či väčšom rozsahu nestále. Jednou z hlavných príčin týchto neurčitostí je vplyv vonkajšieho prostredia, prípadne zmeny fyzikálnych parametrov jednotlivých častí sústavy, ktoré sú spôsobené prevádzkou zariadenia. Predkladaná diplomová práca sa zaoberá skúmaním robustnosťou zvolených číslicových algoritmov.

Teoretická časť začína úvodom do číslicového riadenia, ktoré má oproti analógovému radu výhod. Sú uvedené použité konfigurácie regulačných obvodov s jedným (1DOF) a s dvomi stupňami voľnosti (2DOF). Z oblasti robustnosti sú vysvetlené základné pojmy a ukazovatele, ktoré slúžia na určenie miery robustnosti regulačného obvodu. Nasleduje odvodenie vybraných číslicových algoritmov riadenia, ktoré sú následne implementované v simulačnej časti praktickej časti a sú použité aj na riadenie reálneho zariadenia, ktorého matematický popis v tvare diferenciálnych rovníc a príslušného prenosu je odvodený v závere teoretickej časti.

Praktická časť diplomovej práce je rozdelená na simulačnú časť, v ktorej sú zvolené algoritmy nasadené na riadenie sústavy 2. rádu s nestálymi parametrami v programovom prostredí MATLAB/Simulink, a na časť samotného riadenia reálneho zariadenia, vrátane postupu získania prenosu reálnej sústavy za pomoci experimentálnej identifikácie s prihliadnutím na nelinearitu sústavy.

## **I. TEORETICKÁ ČASŤ**

## 1 ÚVOD DO ČÍSLICOVÉHO RIADENIA

### 1.1 Literárna rešerš

Teória číslicového riadenia je v súčasnosti podrobne rozpísaná v mnohej literatúre. Na vypracovanie tejto časti diplomovej práce boli využité najmä knihy [1], [2].

Identifikácia systémov, ktorá je popísaná v kapitole 2, bola spracovaná najmä za pomoci skrípt [3] a knihy [4].

V dnešnej dobe je minimum dostupnej literatúry zahrňujúcej problematiku robustnosti v číslicových regulačných obvodoch. Výnimkou je kniha [5], ktorá bola hlavných pilierom pri riešení robustnosti v rámci diplomovej práce.

Všetka ostatná použitá literatúra je odcitovaná a uvedená v zozname použitej literatúry.

### 1.2 Výhody číslicového riadenia

Číslicové riadenie ponúka oproti spojitému riadeniu radu zreteľných výhod, čo vysvetľuje jeho súčasnú popularitu v oblasti automatického riadenia. Jednou z týchto výhod je menšia chyba implementácie. Chyby spôsobené číslicovým vyjadrením signálov a aritmetikou sú zanedbateľné oproti nepresnostiam elektronických súčiastok, ako napríklad rezistor a kondenzátor, používaných na konštrukciu analógových regulátorov. Ďalšou z výhod číslicových regulátorov oproti analógovým je ich flexibilita. Analógové regulátory je obvykle ťažšie modifikovať kvôli potrebe hardvérovej úpravy, naproti tomu modifikácia číslicového regulátoru je možná softvérovou úpravou bez fyzického zásahu do štruktúry pôvodného regulátoru. Navyše, pri číslicovom riadení je možné jednoduchšie implementovať zložitejšie štruktúry regulátora, oproti analógovým regulátorom, ktoré majú zvyčajne jednoduchšiu štruktúru. Z ekonomického hľadiska je, pri zavádzaní nového riadiaceho systému, dôležitým ukazovateľom cena, ktorá je u číslicových regulátorov podstatne menšia [1], [6].

### 1.3 Diskrétny regulačný obvod

Vo väčšine priemyselných aplikácií číslicovej regulácie má riadený systém spojitý charakter. Z toho dôvodu je potrebné výstup riadeného systému, ktorý má spojitý charakter, upraviť do vhodného tvaru pre číslicový regulátor, a zároveň akčný zásah

číslicového regulátora je nutné upraviť na spojitý tvar potrebný pre akčný člen, ktorý požadovaným spôsobom ovplyvňuje stav systému [1].

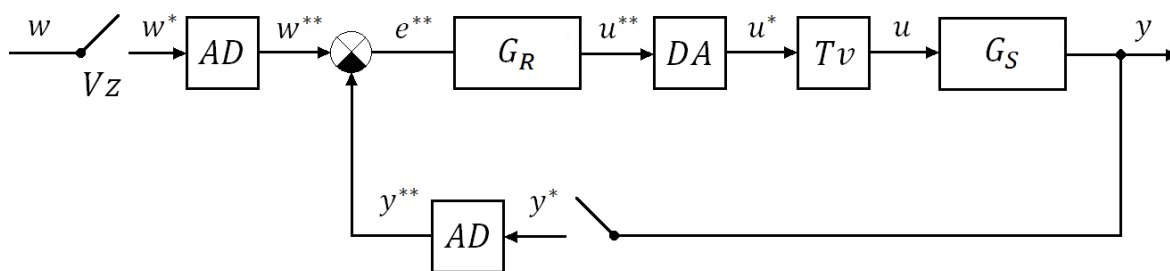
Diskrétny regulačný obvod je taký obvod, v ktorom je aspoň jedna veličina vyjadrená ako postupnosť diskrétnych hodnôt vytváraných v určitých časových okamihoch. Časový interval medzi dvoma diskrétnymi hodnotami je daný periódou vzorkovania  $T$  [2].

Jednotlivé časti zjednodušeného regulačného obvodu sú

- číslicový regulátor  $G_R$ ,
- vzorkovač,
- analógovo – číslicový (AD) prevodník,
- tvarovač  $T_v$ ,
- číslicovo – analógový (DA) prevodník,
- spojitá sústava  $G_S$ .

Druhy signálov vyskytujúcich sa v regulačnom obvode:

- žiadaná hodnota  $w$ ,
- výstupná veličina  $y$ ,
- regulačná odchýlka  $e = w - y$ ,
- akčný zásah  $u$ .



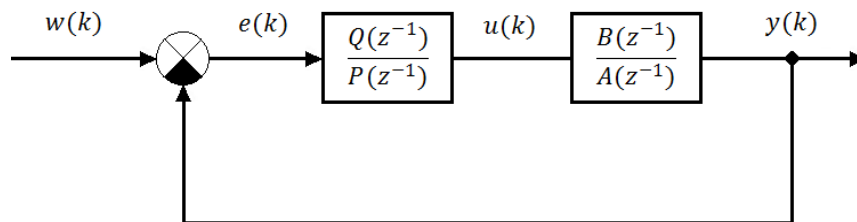
Obr. 1 Schéma číslicového regulačného obvodu

Spojitá sústava regulačného obvodu (Obr. 1) transformuje vstupný akčný zásah  $u$  v spojitom tvare na spojitý výstupný signál  $y$ . Spôsob transformácie je vyjadrený pomocou diferenciálnych rovníc, prenosom, impulznou funkciou a pod. Výstupný spojitý signál je vzorkovaný s periódou vzorkovania  $T$  za pomoci vzorkovača. Perióda vzorkovania je zvyčajne konštantná. Je obdržaná postupnosť impulzov  $y^*$  zanedbateľnej šírky, ktorých

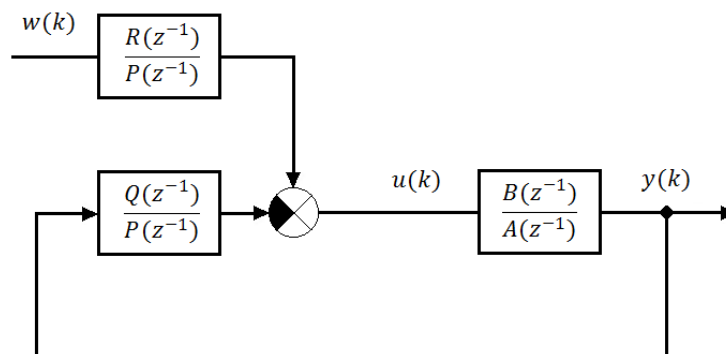
výška je rovná hodnote spojitého signálu v okamžiku vzorkovania  $kT$ . Táto postupnosť impulzov je AD prevodníkom transformovaná na postupnosť číselných hodnôt  $y^{**}$ . Regulačnú odchýlku  $e^{**}$ , ktorá je daná rozdielom výstupnej veličiny od žiadanej hodnoty, spracuje regulátor podľa zvoleného riadiaceho zákona. Výstupná postupnosť číselných hodnôt  $u^{**}$  je DA prevodníkom prevedená na postupnosť impulzov, ktorá je spracovaná pomocou tvarovača. Bežne používaný tvarovač nultého rádu drží aktuálnu výšku impulzu po dobu trvania periódy vzorkovania  $T$ . Takto upravený signál môže predávať informáciu a energiu nasledujúcemu členu regulačného obvodu, teda spojenej sústave [2].

### 1.3.1 Konfigurácie číslicových obvodov

V rámci diplomovej práce budeme používať zjednodušenú schému číslicového obvodu a budeme rozlišovať 1DOF (Obr. 2) konfiguráciu a 2DOF konfiguráciu (Obr. 3),



Obr. 2 1DOF konfigurácia číslicového regulačného obvodu



Obr. 3 2DOF konfigurácia číslicového regulačného obvodu

kde  $\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$  je diskretný prenos sústavy,  $\frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}$  je diskretný prenos spätnoväzobnej časti regulátoru a  $\frac{R(z^{-1})}{P(z^{-1})}$  je diskretný prenos priamoväzobnej časti regulátoru (filtru žiadanej veličiny).

1DOF konfigurácia vo všeobecnosti vykazuje rýchlejší regulačný pochod, avšak v porovnaní s 2DOF konfiguráciou spôsobuje väčšie počiatočné akčné zásahy a prekmity výstupnej veličiny.

1DOF konfigurácia regulačného obvodu bude v rámci práce použitá pri regulátore nastavenom za pomoci Ziegler – Nicholsovej metódy a pri implementácii Takahashiho regulátoru. 2DOF konfigurácia regulačného obvodu bude použitá pri regulátore navrhnutom metódou umiestnenia pólov a pri LQ regulátore.

## 2 IDENTIFIKÁCIA

Predpokladom efektívneho riadenia daného objektu je znalosť jeho vlastností. Preto je veľký záujem venovaný tvorbe matematických modelov objektov riadenia, lebo tieto modely sú základom pre tvorbu riadiacich systémov, pri výbere algoritmov riadenia a pod. Proces tvorby modelov (modelovanie) je popis systémov z kvantitatívneho a kvalitatívneho hľadiska, ktorý je získaný na základe fyzikálnych zákonov popisujúcich daný systém. Zvyčajne je nutné zaviesť určité zjednodušujúce predpoklady, aby výsledný model nebol komplikovaný, ale zároveň hodnoverne popisoval reálny systém. Následne metódy stotožnenia modelu s vyšetrovaným objektom sú predmetom identifikácie ako vedného oboru. Vstupné signály a im príslušné výstupné signály sú podrobené zvolenej identifikačnej metóde za účelom nájdenia matematického modelu, ktorý popisuje vzťah medzi vstupom a výstupom daného systému [3], [4].

### 2.1 Testovacie signály

Z hľadiska získania maximálnej informácie o vyšetrovanom systéme je dôležitá voľba vhodného testovacieho signálu. Pri voľbe testovacieho signálu pre identifikáciu reálneho objektu je možné voliť len také signály, ktoré sú pre objekt z bezpečnostného a technologického hľadiska prístupné a zároveň technicky realizovateľné. Celá rada testovacích signálov má iba teoretický charakter a môžeme ich realizovať iba s určitým priblížením, napr. Diracov impulz, jednotkový skok, biely šum a iné.

Testovacie signály delíme na:

- deterministické, ktorých časové priebehy sú známe, teda je možné v každom okamihu určiť hodnotu signálu,
- náhodne, ktorých časové priebehy sú náhodné a je možné určiť iba štatistické alebo pravdepodobnostné charakteristiky,
- pseudonáhodné, pri ktorých signál má, v rámci jednej periódy, charakter známej realizácie náhodného procesu. Tieto realizácie sú periodicky opakované [3].

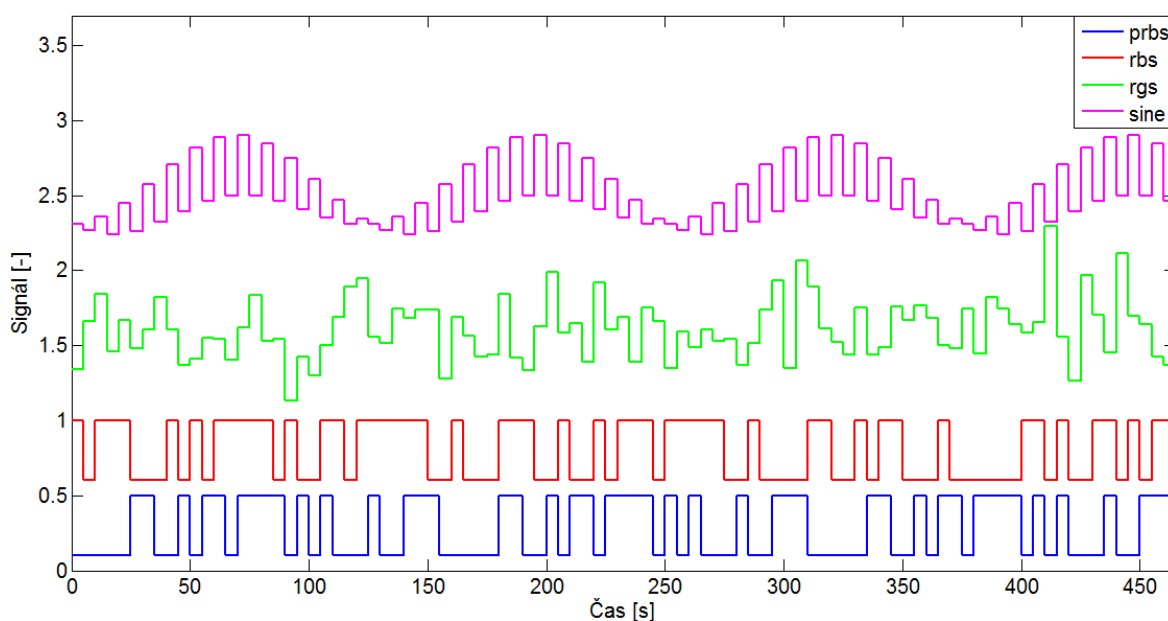
### 2.1.1 Funkcia *idinput*

Na generovanie vstupných testovacích signálov je možné použiť funkciu *idinput* v programovom prostredí MATLAB. Táto funkcia je súčasťou knižnice *System Identification Toolbox*. Syntax uvedenej funkcie je

$$u = \text{idinput}(N, \text{type}, \text{band}, \text{levels}),$$

kde

- $N$  je veľkosť vektoru výsledného signálu  $u$ ,
- *type* slúži na špecifikáciu typu signálu. Argument *type* môže nadobúdať nasledujúce hodnoty: 'rbs' – náhodný binárny signál, 'rgs' – náhodný signál s Gaussovým rozložením pravdepodobnosti, 'prbs' – pseudonáhodný binárny signál, 'sine' – harmonický signál,
- *band* určuje frekvenčný rozsah signálu,
- *levels* definuje minimálnu a maximálnu hodnotu výsledného signálu [7].

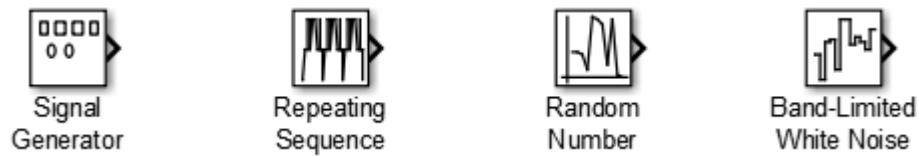


Obr. 4 Príklady testovacích signálov získaných pomocou funkcie *idinput*

### 2.1.2 Zdroje signálov v MATLAB/Simulink

V programovom prostredí MATLAB/Simulink je v ponuke viacero funkčných blokov, ktoré slúžia na generovanie signálov. Uvedieme popis funkčnosti najpoužívanejších z nich (Obr. 5).





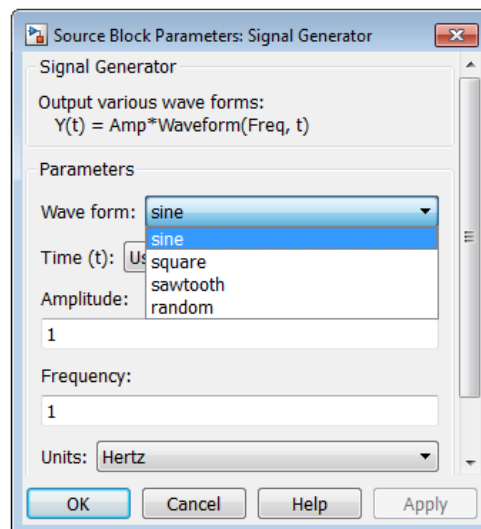
Obr. 5 Bloky generátorov signálov v MATLAB/Simulink

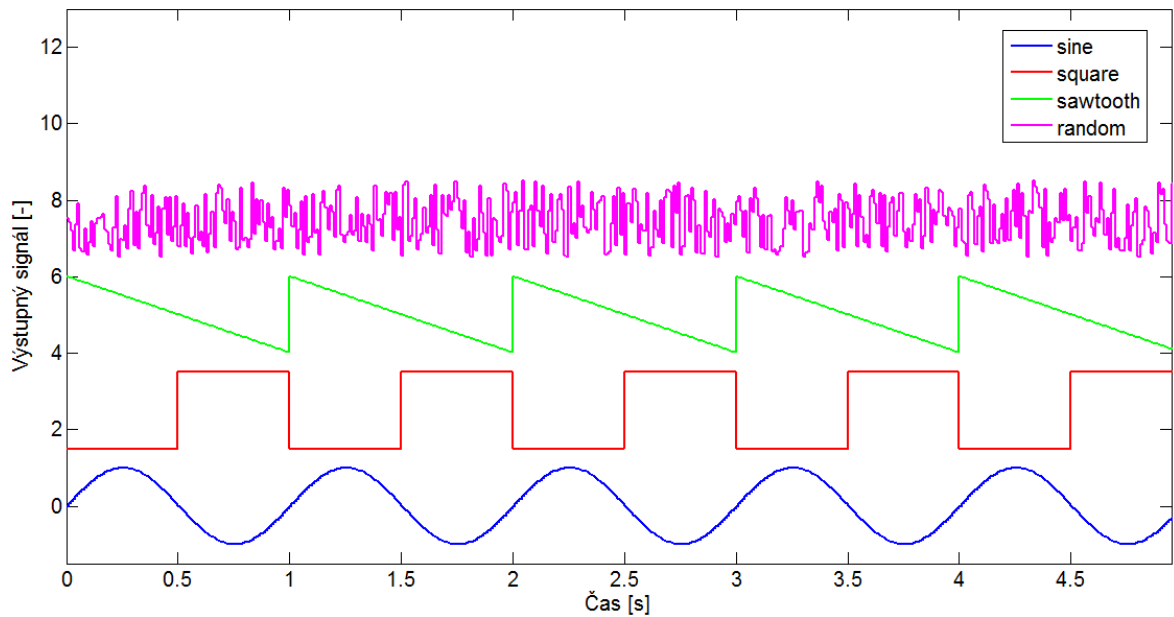
### 2.1.2.1 *Signal Generator*

Funkčný blok *Signal Generator* umožňuje výber so štyroch typov vstupných signálov:

- Sínusový signál (sine),
- Obdĺžnikový signál (square),
- Pilovitý signál (sawtooth),
- Náhodný signál (random).

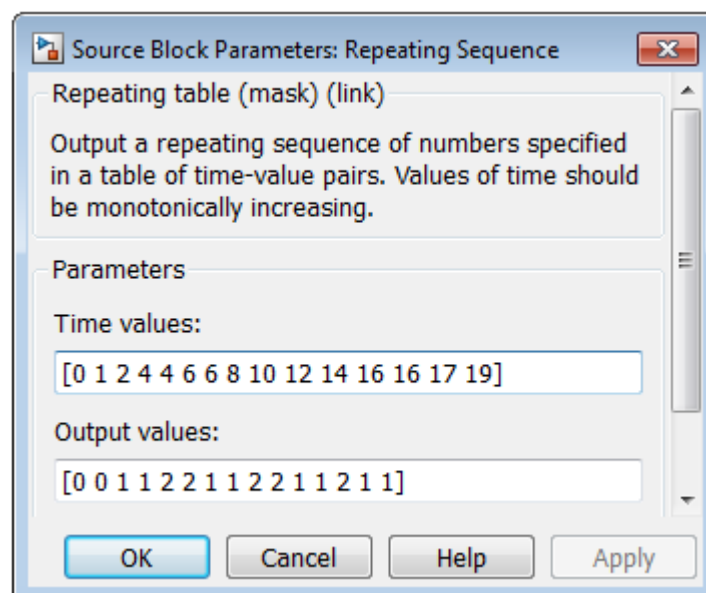
Pri každom type signálu je možné nastaviť jeho amplitúdu a frekvenciu (Obr. 6).

Obr. 6 Nastavenie bloku *Signal Generator*

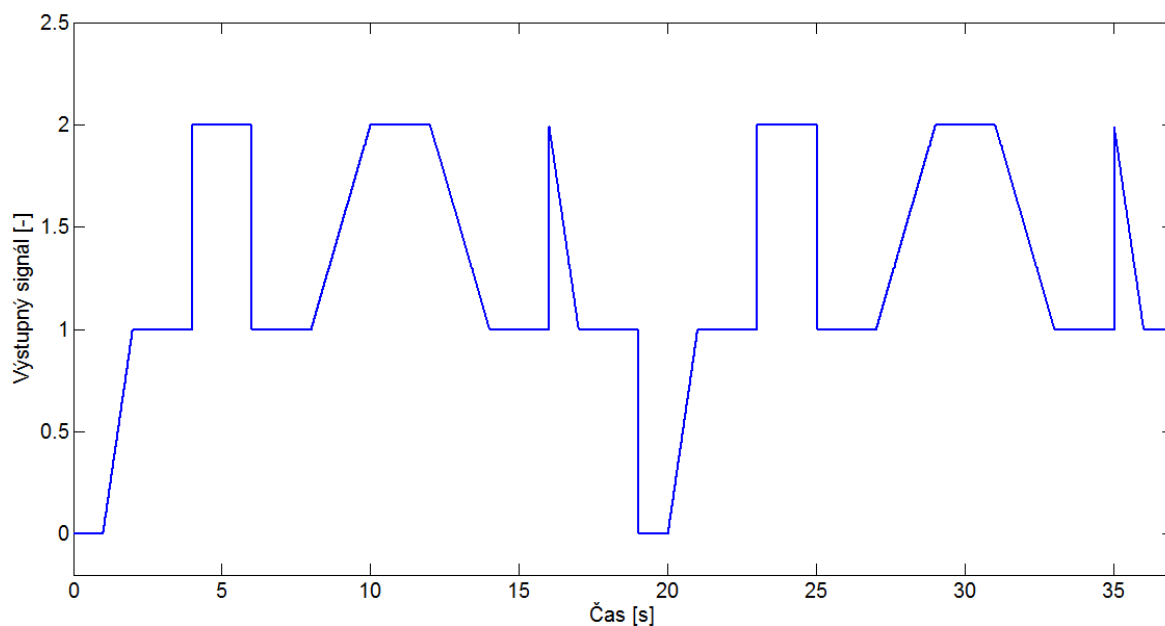
Obr. 7 Příklady výstupných signálů bloku *Signal Generator*

### 2.1.2.2 Repeating Sequence

Pomocou bloku *Repeating Sequence* je možné vytvoriť vlastný tvar signálu pomocou definovania časového vektora a vektora príslušných hodnôt signálu v danom časovom okamihu. Výsledný signál je následne periodicky opakovaný.

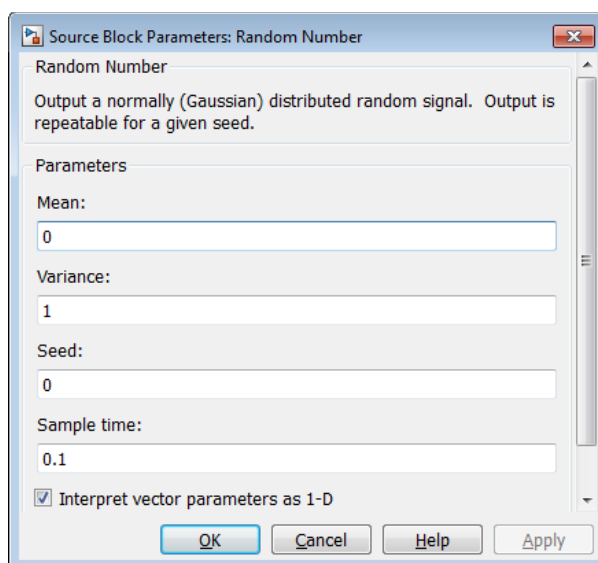


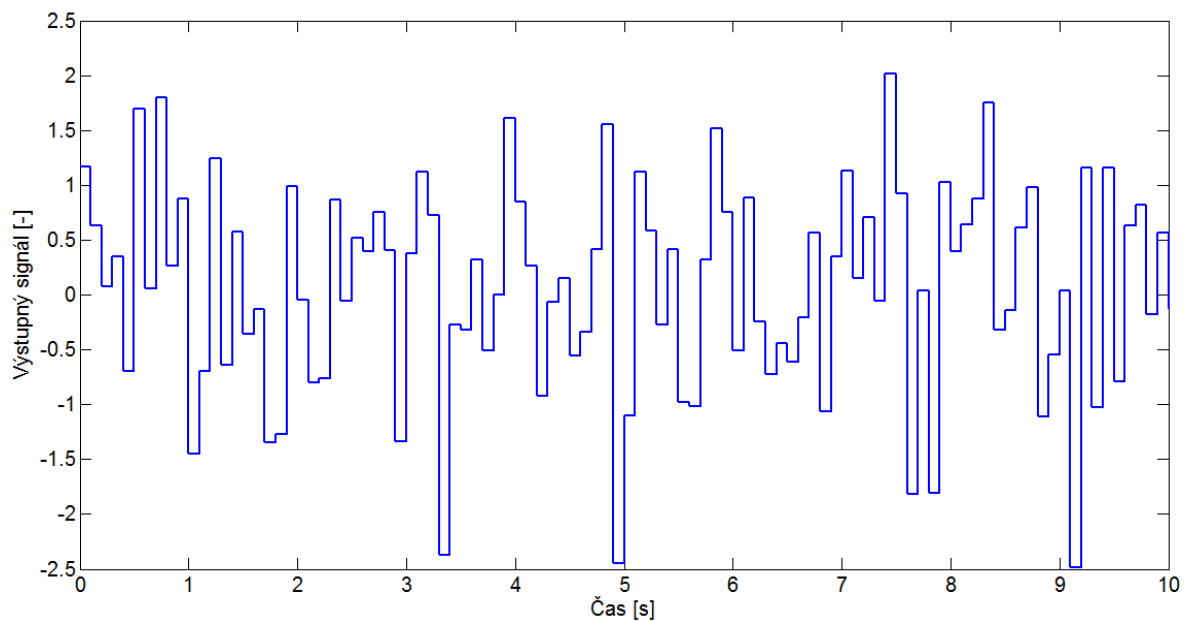
Obr. 8 Nastavenie bloku Repeating Sequence

Obr. 9 Príklad výstupného signálu z bloku *Repeating Sequence*

### 2.1.2.3 *Random Number*

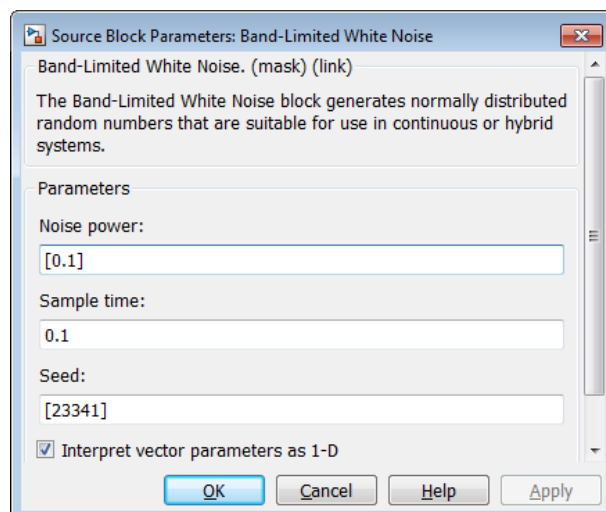
Na vygenerovanie náhodného signálu s Gaussovým rozložením je možné použiť blok *Random Number*. Medzi nastaviteľné parametre daného bloku patria stredná hodnota, rozptyl, počiatočný stav *seed* a perióda, ktorá vyjadruje časovú vzdialenosť medzi jednotlivými vzorkami.

Obr. 10 Nastavenie bloku *Repeating Sequence*

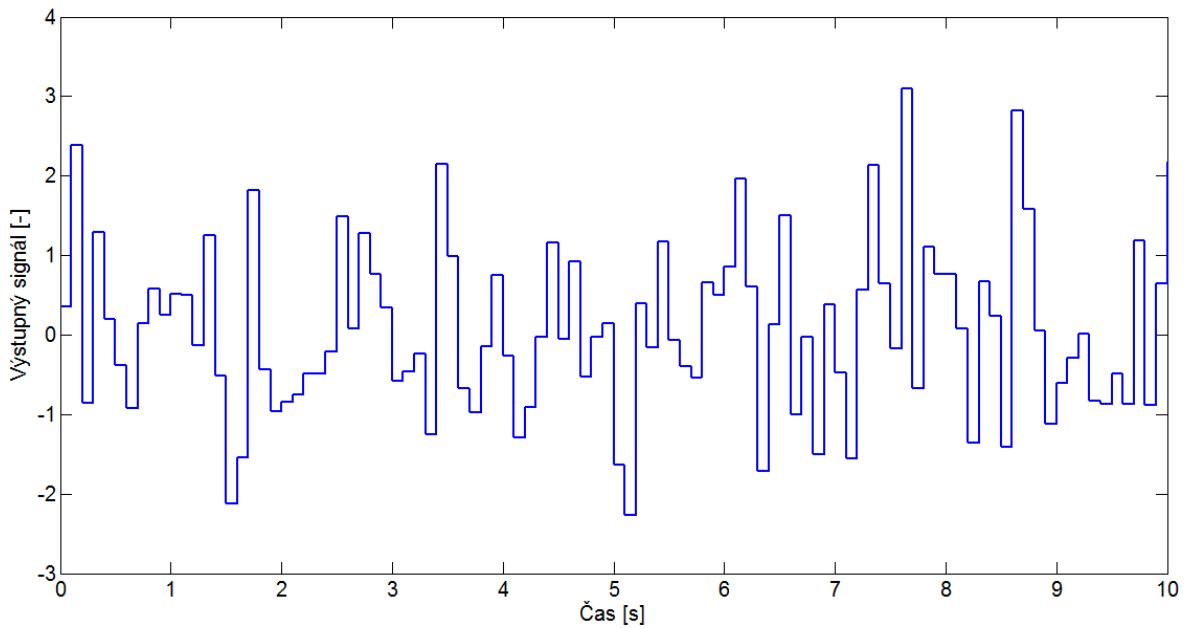
Obr. 11 Příklad výstupního signálu z bloku *Random Number*

#### 2.1.2.4 Band – Limited White Noise

Ďalší blok, ktorý slúži na generovanie náhodných signálov je *Band – Limited White Noise*. V rámci tohto bloku je možné nastaviť výkon signálu a periódu medzi jednotlivými vzorkami.



Obr. 12 Nastavenie bloku Band – Limited White Noise

Obr. 13 Příklad výstupného signálu z bloku *Band – Limited White Noise*

## 2.2 Identifikačné metódy

### 2.2.1 Metóda najmenších štvorcov

Metóda najmenších štvorcov je pravdepodobne najznámejšia technika pre odhad parametrov [8]. Odhad parametrov je určený na základe minimalizácii kvadrátu odchýlok medzi skutočnými, nameranými hodnotami výstupnej veličiny a hodnotami výstupnej veličiny modelu.

Uvažujme rovnicu pre namerané hodnoty výstupnej veličiny  $y(k)$

$$y(k) = \sum_{i=1}^r a_i f_i(k) + e(k), \quad (2.1)$$

kde  $a_i$  sú neznáme parametre (absolútny člen predpokladáme  $a_0 = 0$ ),  $f_i$  sú známe funkcie hodnôt závisle premenných a  $e(k)$  je chyba. Postupným dosadzovaním  $N$  nameraných hodnôt dostaneme sústavu  $N$  rovníc

$$\begin{aligned} y(1) &= a_1 f_1(1) + a_2 f_2(1) + \dots + a_r f_r(1) + e(1), \\ y(2) &= a_1 f_1(2) + a_2 f_2(2) + \dots + a_r f_r(2) + e(2), \\ &\vdots \\ y(N) &= a_1 f_1(N) + a_2 f_2(N) + \dots + a_r f_r(N) + e(N). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Zavedením vektorov

$$\mathbf{y}^T = [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(N)], \quad (2.3)$$

$$\boldsymbol{\theta}^T = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_r], \quad (2.4)$$

$$\mathbf{e}^T = [e(1) \quad e(2) \quad \dots \quad e(N)] \quad (2.5)$$

a matice

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1(1) & f_2(1) & \dots & f_r(1) \\ f_1(2) & f_2(2) & \dots & f_r(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(N) & f_2(N) & \dots & f_r(N) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

môžeme sústavu rovníc zapísať maticovou rovnicou

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e}. \quad (2.7)$$

Odhady neznámych parametrov  $a_i$  sa získajú na základe kritéria minimálneho súčtu kvadrátov chyby  $e(k)$

$$J = \sum_{k=1}^N e^2(k) = \mathbf{e}^T \mathbf{e}. \quad (2.8)$$

Po dosadení za vektor chýb  $\mathbf{e}$  dostaneme maticový zápis kritéria

$$J = (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\theta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\theta}). \quad (2.9)$$

Minimum účelovej funkcie  $J$  dostaneme položením jej prvej derivácie podľa vektoru neznámych parametrov rovno nule. Vektor parametrov, pre ktoré účelová funkcia nadobúda minimálnu hodnotu, je hľadaný vektor neznámych parametrov  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}} &= 0 \\ \frac{\partial (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}} &= \frac{\partial (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}})^T}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}} (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{\partial (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}})^T}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}} (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \\ &= -\mathbf{F}^T (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}) + (-\mathbf{F}^T (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}})) = -2\mathbf{F}^T (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}) = 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Vyjadrením hľadaného vektoru neznámych parametrov z rovnice (2.10) dostaneme

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{y}. \quad (2.11)$$

Aplikujeme túto metódu pre odhad parametrov ARX modelu bez dopravného oneskorenia

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + e_r(k). \quad (2.12)$$

Za predpokladu, že stupeň čitateľa je rovný stupňu menovateľa  $n$ , majú vektory a matica rovnice (2.7) tvar [3]

$$\mathbf{y}^T = [y(n+1) \quad y(n+2) \quad \dots \quad y(N)], \quad (2.13)$$

$$\boldsymbol{\theta}^T = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n], \quad (2.14)$$

$$\mathbf{e}^T = [e_r(n+1) \quad e_r(n+2) \quad \dots \quad e_r(N)], \quad (2.15)$$

$$F = \begin{bmatrix} -y(n) & -y(n-1) & \dots & -y(1) & u(n) & u(n-1) & \dots & u(1) \\ -y(n+1) & -y(n) & \dots & -y(2) & u(n+1) & u(n) & \dots & u(2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \dots & -y(N-n) & u(N-1) & u(N-2) & \dots & u(N-n) \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

### 2.2.2 Funkcia *fminsearch*

Funkcia *fminsearch* programu MATLAB slúži na nájdenie minima viacrozmernej skalárnej funkcie bez obmedzení. Počiatočné odhady sú užívateľsky nastaviteľné. Syntax funkcie *fminsearch* je

$$[x, fval] = \text{fminsearch}(\text{fun}, x0, \text{options})$$

kde [9]

- $x$  je pozícia hľadaného minima,
- $fval$  je funkčná hodnota v nájdenom minime,
- $\text{fun}$  je predmetná funkcia,
- $x0$  je počiatočný odhad pozície minima,
- $\text{options}$  je parameter slúžiaci na úpravu nastavení priebehu minimalizácie.

Na stránke spoločnosti Mathworks, ktorá prevádzkuje softvér MATLAB, je k stiahnutiu modifikácia funkcie *fminsearch*, ktorá umožňuje minimalizáciu funkcie aj s obmedzením. Táto funkcia sa nazýva *fminsearchbnd* [10].

### 3 ROBUSTNOST

Model riadeného procesu bude vždy nepresná interpretácia reálneho systému z dôvodu zmeny parametrov systému, prípadne zanedbania dynamických vlastností za účelom zjednodušenia výsledného matematického modelu, prítomnosti šumu a iné. Robustnosť znamená, že určitú vlastnosť regulačného obvodu, ktorú regulátor zaistí pre nominálnu sústavu, zaistí zároveň pre celú triedu sústav (pochopteľne za predpokladu, že nominálna sústava z danej triedy sústav nevybočuje). Počiatky teoretických základov návrhu systémov za prítomnosti neurčitostí sa datujú na počiatok tridsiatich rokov 20. storočia v prácach H. S. Blacka a H. W. Bodeho [11], [12].

#### 3.1 Frekvenčné charakteristiky

Na analýzu robustnosti uzavretého regulačného obvodu sa používa amplitúdovo – fázová frekvenčná charakteristika (Nyquistova krivka), prípadne Bodeho diagramy, prenosu otvoreného obvodu, ktorý má pri 1DOF konfigurácii (Obr. 2), aj pri 2DOF konfigurácii (Obr. 3) rovnaký tvar a to [5]

$$G_{OL}(e^{-j\omega}) = \frac{Q(e^{-j\omega})B(e^{-j\omega})}{P(e^{-j\omega})A(e^{-j\omega})}. \quad (3.1)$$

Dosadením ľubovoľnej frekvencie do vzťahu (3.1) dostaneme vektor, ktorého veľkosť od počiatku súradnicového systému k bodu Nyquistovej krivky prislúchajúcemu danej frekvencii udáva amplitúdu prenosu otvoreného obvodu  $A(\omega)$  pre danú frekvenciu. Uhol, ktorý výsledný vektor zvierá s reálnou osou komplexnej roviny určuje fázový posun  $\varphi(\omega)$ . Nyquistovu krivku diskretných systémov stačí vykresliť do frekvencie rovnej polovici vzorkovacej frekvencie (Nyquistova frekvencia), pretože od tejto frekvencie je krivka symetrická podľa reálnej osi.

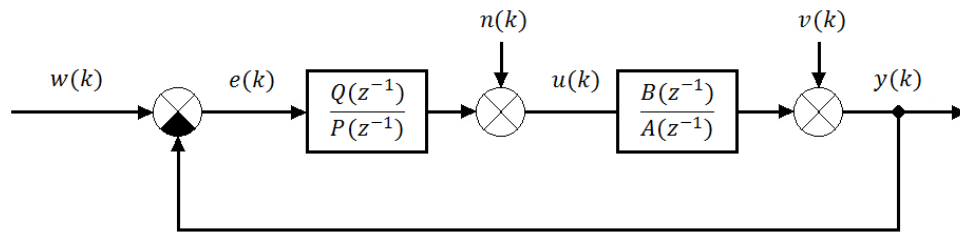
Bodeho diagramy zobrazujú zvlášť amplitúdu a fázový posun prenosu otvoreného obvodu v závislosti na frekvencií vstupného signálu v logaritmických súradniciach. Štandardne je amplitúda zobrazovaná v decibeloch podľa vzťahu

$$A_{dB}(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega). \quad (3.2)$$



### 3.2 Citlivostné funkcie

K definovaniu kvality regulačného pochodu sa môžu taktiež využiť amplitúdové logaritmické frekvenčné charakteristiky citlivostných funkcií. Tento spôsob sa využíva u metód robustného riadenia [13]. Uvažujme 1DOF konfiguráciu, kde na výstupnú veličinu pôsobí porucha  $v(k)$  a na akčný zásah pôsobí porucha  $n(k)$  (Obr. 14)

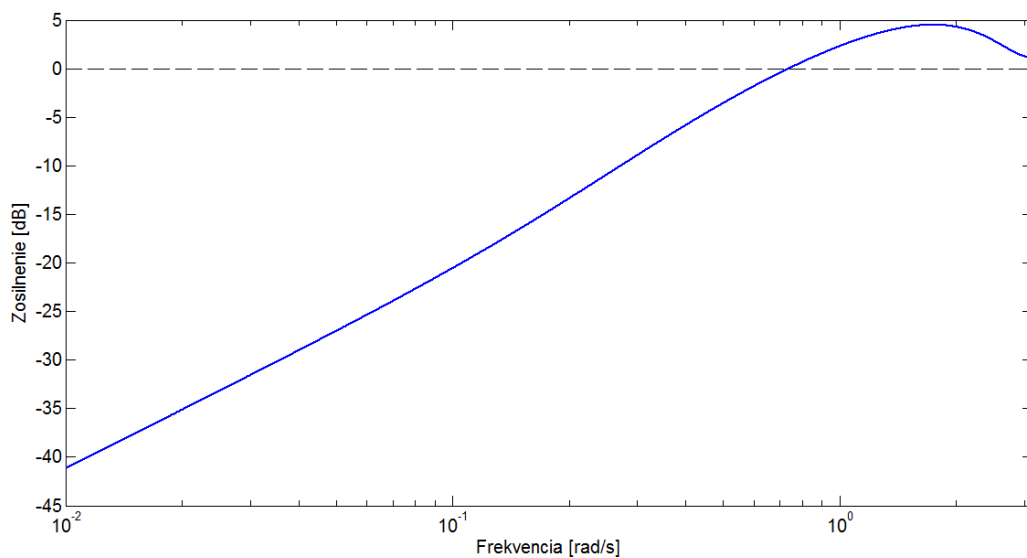


Obr. 14 1DOF regulačný obvod pri pôsobení porúch

V rámci diplomovej práce sa budeme zaoberať dvomi citlivostnými funkciami. Ich prenosové funkcie sú pre 1DOF a 2DOF konfiguráciu zhodné. Prvou je Výstupná senzitivna funkcia (Output – Sensitivity function)  $S_{yv}(z^{-1})$  (Obr. 15), ktorá vyjadruje vplyv poruchy pôsobiacej na výstupnú veličinu  $v(t)$  na priebeh výstupnej veličiny  $y(t)$

$$S_{yv}(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{V(z^{-1})} = \frac{1}{1 + \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}} = \frac{A(z^{-1})P(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})}. \quad (3.3)$$

Táto funkcia umožňuje analyzovať správanie regulačného obvodu z hľadiska potlačenia porúch na výstupnú veličinu.

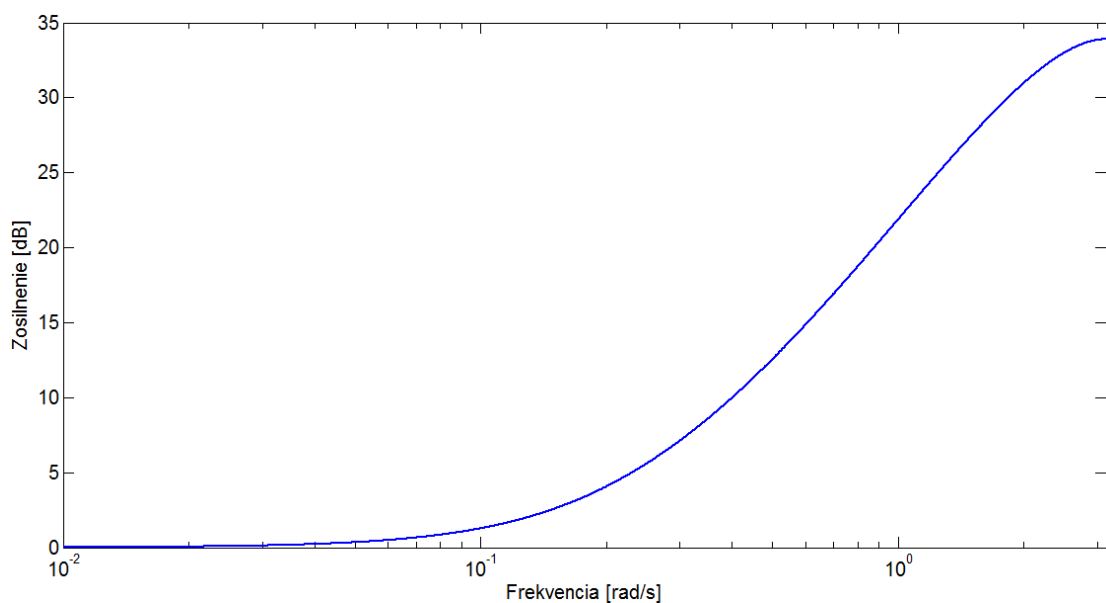


Obr. 15 Príklad výstupnej senzitivnej funkcie

Ďalšou dôležitou citlivostnou funkciou je Vstupná senzitivna funkcia (Input – Sensitivity function)  $S_{uv}(z^{-1})$  (Obr. 16), čo je prenosová funkcia medzi poruchou na výstupnú veličinu  $v(t)$  a akčným zásahom  $u(t)$

$$S_{uv}(z^{-1}) = \frac{U(z^{-1})}{V(z^{-1})} = \frac{-\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}}{1 + \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}} = \frac{-B(z^{-1})Q(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})}. \quad (3.4)$$

Analýzou tejto funkcie môžeme určiť vplyv poruchy výstupnej veličiny na akčný zásah vstupujúci do sústavy [5].



Obr. 16 Príklad vstupnej senzitivnej funkcie

### 3.3 Hranice robustnosti

Robustnosť uzavretého regulačného obvodu je úzko spojená so vzdialenosťou Nyquistovej krivky od kritického bodu  $[-1, 0j]$ . Na vyjadrenie tejto vzdialenosti sú používané nasledujúce ukazovatele [5]:

- Amplitúdová bezpečnosť (Gain margin),
- Fázová bezpečnosť (Phase margin),
- Bezpečnosť v dopravnom oneskorení (Delay margin),
- Modulová bezpečnosť (Modulus margin).

### 3.3.1 Amplitúdová bezpečnosť

Amplitúdová bezpečnosť  $G_m$  (Obr. 17), (Obr. 18) udáva hodnotu pridaného zosilnenia otvoreného obvodu, po ktorého prekročení by sa uzavretý regulačný obvod stal nestabilným. Vypočíta sa ako prevrátená hodnota zosilnenia otvoreného obvodu pri frekvencií, pri ktorej dochádza k fázovému posunu  $-180^\circ$ . Táto frekvencia sa nazýva kritická frekvencia  $\omega_k$  [14]

$$G_m = \frac{1}{|G_{OL}(e^{-j\omega_k})|}. \quad (3.5)$$

Za dobrú amplitúdovú bezpečnosť sa považuje [5]

$$G_m \geq 2 \quad (3.6)$$

alebo v decibeloch

$$G_m \geq 20 \cdot \log(2) = 6,02 \text{ dB}. \quad (3.7)$$

### 3.3.2 Fázová bezpečnosť

Fázová bezpečnosť (Obr. 17), (Obr. 18) udáva hodnotu fázového oneskorenia, pri ktorom by sa uzavretý obvod ocitol na hranici stability. Z geometrického hľadiska fázová bezpečnosť vyjadruje uhol, o ktorý je možné natočiť Nyquistovu krivku prenosu otvoreného obvodu, aby sa uzavretý obvod ocitol na hranici stability. Fázovú bezpečnosť vypočítame podľa vzťahu

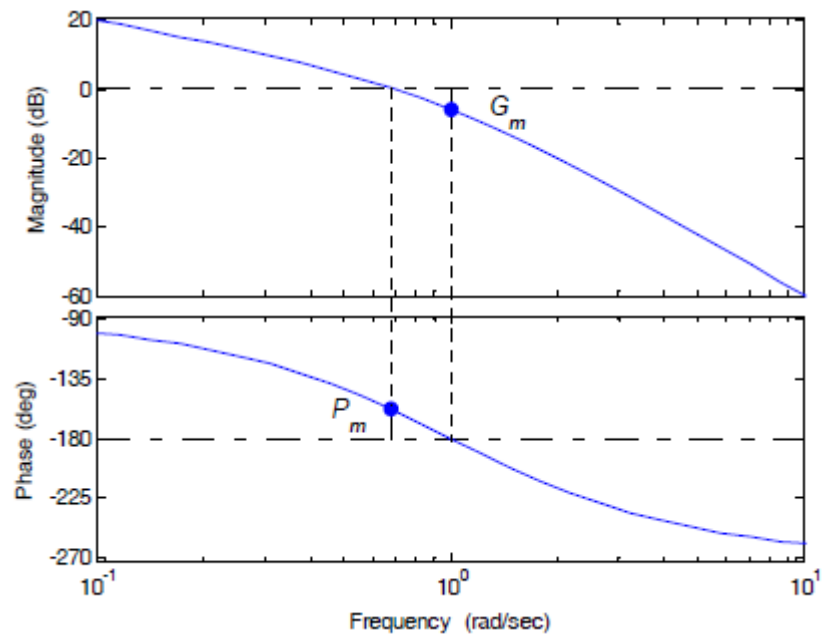
$$P_m = 180^\circ - \varphi(\omega_{cr}) [^\circ], \quad (3.8)$$

kde  $\omega_{cr}$  je deliaca frekvencia (crossover frequency), pri ktorej má otvorený obvod jednotkové zosilnenie [14]

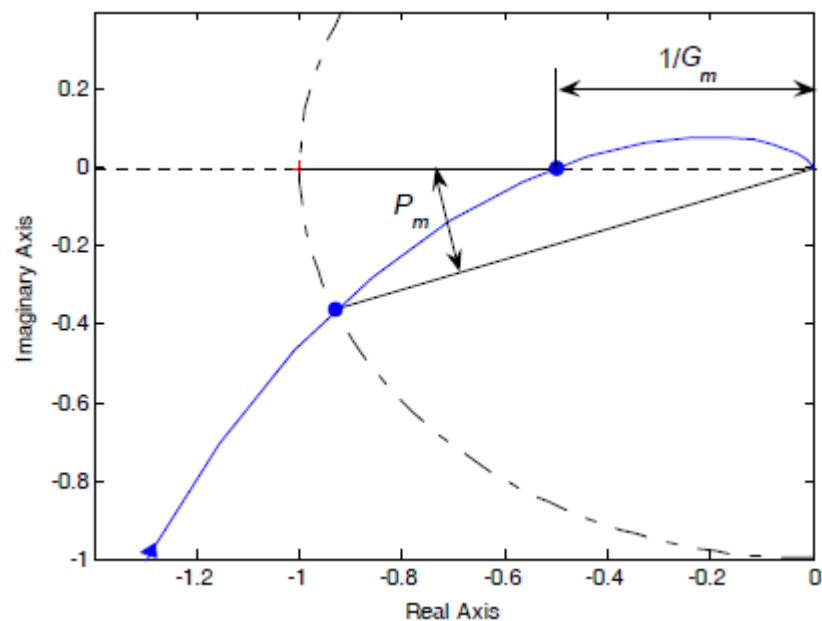
$$|G_{OL}(e^{-j\omega_{cr}})| = 1. \quad (3.9)$$

Za dobrú fázovú bezpečnosť je považovaný interval [5]

$$30^\circ \leq P_m \leq 60^\circ. \quad (3.10)$$



Obr. 17 Amplitúdová a fázová bezpečnosť znázornená v Bodeho diagrame [14]



Obr. 18 Amplitúdová a fázová bezpečnosť znázornená v Nyquistovom diagrame [14]

### 3.3.3 Bezpečnosť v dopravnom oneskorení

Fázovú bezpečnosť je možné prepočítať na bezpečnosť v dopravnom oneskorení, teda na maximálne dopravné oneskorenie, ktoré môže byť pridané bez spôsobenia nestability uzavretého obvodu.

$$\Delta\tau = \frac{P_m}{\omega_{cr}} \text{ [s]}. \quad (3.11)$$

Je důležité si uvedomiť, že dobrá fázová bezpečnosť nezaručuje, pri veľkej deliacej frekvencii  $\omega_{cr}$ , dobrú bezpečnosť v dopravnom oneskorení [5].

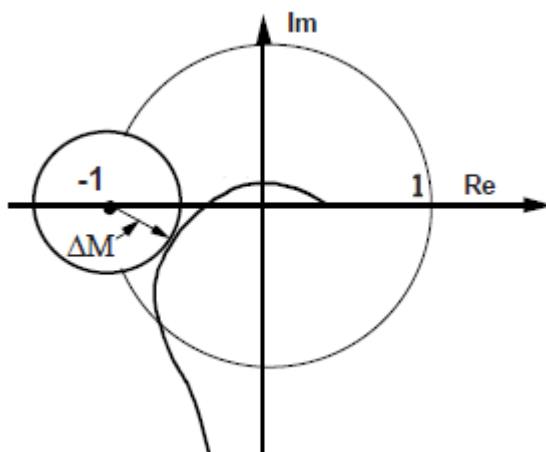
### 3.3.4 Modulová bezpečnosť

Nevýhodou klasickej amplitúdovej a fázovej bezpečnosti je ich vzájomná nezávislosť. Často môže nastať prípad neurčitosti v zosilnení aj fáze súčasne. Z toho dôvodu je vhodnejšie mieru robustnosti určovať na základne najmenej vzdialenosti Nyquistovej krivky otvoreného obvodu od kritického bodu  $[-1, 0j]$  [14]. Táto vzdialenosť je vyjadrená pomocou modulovej bezpečnosti  $\Delta M$  (Obr. 19), ktorý môžeme matematicky vyjadriť pomocou vzťahu

$$\Delta M = |1 + G_{OL}(z^{-1})|_{min}. \quad (3.12)$$

Typické hodnoty dostačujúcej minimálnej vzdialenosti od kritického bodu sú [5]

$$\Delta M \geq 0,5. \quad (3.13)$$



Obr. 19 Modulová bezpečnosť znázornená v Nyquistovom diagrame [5]

Veľkosť vektoru modulovej bezpečnosti je možné určiť na základe znalosti extrémnej výstupnej senzitivity funkcie. Rozpísaním rovnice (3.12) dostaneme

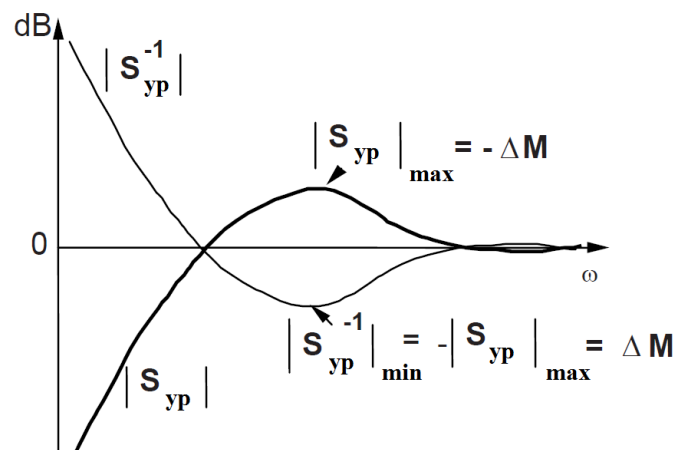
$$\Delta M = |1 + G_{OL}(z^{-1})|_{min} = \left| 1 + \frac{B(z^{-1})Q(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1})} \right|_{min} = \left| \frac{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1})} \right|_{min}. \quad (3.14)$$

Posledný výraz rovnice (3.14) je prevrácená hodnota výstupnej senzitivnej funkcie (Obr. 20), teda môžeme zapísať

$$\Delta M = \left| S_{yv}^{-1}(z^{-1}) \right|_{\min} \quad (3.15)$$

alebo

$$\Delta M = \left( \left| S_{yv}(z^{-1}) \right|_{\max} \right)^{-1}. \quad (3.16)$$



Obr. 20 Vzťah medzi extrémom výstupnej senzitivnej funkciou a modulovou bezpečnosťou

V [15] je ukázané, že  $\Delta M \geq 0.5$  zaručuje  $G_m \geq 2$  a  $P_m \geq 30^\circ$ . Inverzne to však neplatí, teda dobrá amplitúdová a fázová bezpečnosť automaticky nezaručujú dobrú modulovú bezpečnosť.

## 4 VYBRANÉ ALGORITMY RIADENIA

### 4.1 Číslicový PID regulátor

Pre riadenie v diskretných regulačných obvodoch sa často používajú diskkrétne algoritmy regulácie vychádzajúce z konvenčných spojitých (analogových) algoritmov. Číslicový PID regulátor sa radí medzi regulátory s pevne danou štruktúrou. Tieto regulátory majú vopred známy tvar popísaný rovnicou alebo prenosom.

Činnosť ideálneho spojitého PID regulátoru sa dá popísať rovnicou

$$u(t) = K_P \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right], \quad (4.1)$$

kde  $K_P$  je zosilnenie regulátoru,  $T_I$  je integračná časová konštanta a  $T_D$  je derivačná časová konštanta [2].

Aby sme získali číslicovú verziu spojitého PID regulátoru, musíme diskretizovať integračnú a derivačnú zložku rovnice (4.1). Väčšinou sa využíva iba niekoľko jednoduchých spôsobov približných diskretných náhrad spojitých algoritmov derivácie a integrácie.

Najjednoduchšia náhrada derivácie je diferencia prvého rádu

$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(k) - e(k-1)}{T_0}, \quad (4.2)$$

kde  $e(k)$  je hodnota odchýlky v  $k$ -tom okamžiku vzorkovania, teda v čase  $t = kT_0$  [2], [16].

Pre náhradu integrácie sa používajú (ku každému spôsobu náhrady je uvedený príslušný algoritmus pre výpočet akčného zásahu):

- Spätná obdlžniková náhrada (SOBD)

$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_0 \sum_{i=1}^k e(i), \quad (4.3)$$

$$u(k) = K_P \left[ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right]. \quad (4.4)$$

- Dopředná obdlžniková náhrada (DOBD)

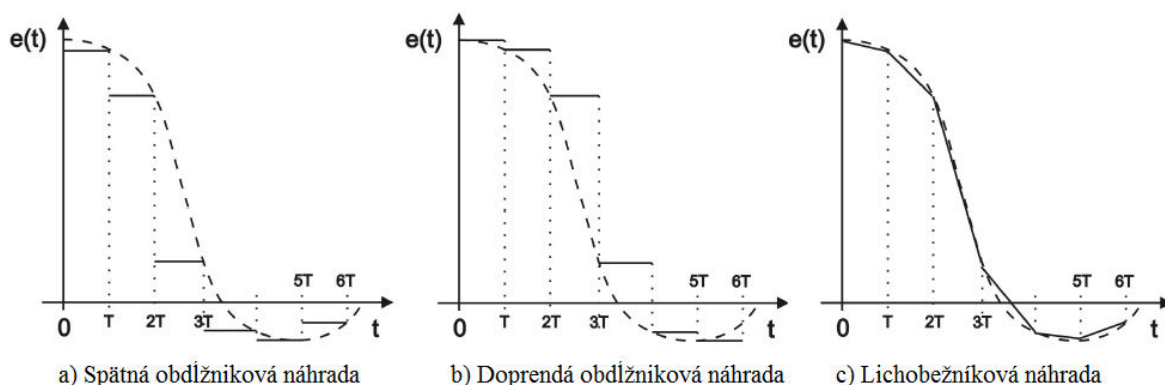
$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_0 \sum_{i=0}^{k-1} e(i), \quad (4.5)$$

$$u(k) = K_P \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\}. \quad (4.6)$$

- Lichobežníková náhrada (LICHŮ)

$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_0 \sum_{i=1}^k \frac{e(i) + e(i-1)}{2}, \quad (4.7)$$

$$u(k) = K_P \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^k \frac{e(i) + e(i-1)}{2} + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\}. \quad (4.8)$$



Obr. 21 Grafické znázornenie diskretných náhrad integrácie spojitého signálu [17]

Pre dostatočne husté vzorkovanie nie je medzi jednotlivými aproximáciami významný rozdiel a preto sa väčšinou používa SOBD.

Pretože sa počíta celková hodnota akčnej veličiny  $u(k)$ , obvykle vo význame polohy pohonu, nazývajú sa algoritmy (4.4), (4.6), (4.8) tiež ako absolútne alebo polohové algoritmy. Tieto algoritmy sú tzv. nerekurentné algoritmy, pri ktorých musia byť známe všetky minulé hodnoty regulačnej odchýlky pre výpočet integrálu a teda aj akčného zásahu. To je z hľadiska skutočného priemyslového použitia nepraktické, hlavne z dôvodu nutnosti uchovávaní všetkých minulých hodnôt regulačnej odchýlky v pamäti riadiaceho počítača. Preto je vhodnejšie použitie tzv. rekurentných algoritmov. V rámci tejto práce



bude použitý algoritmus, pri ktorom sa rekurentne počíta hodnota akčnej veličiny  $u(k)$  z predchádzajúcej zapamätanej hodnoty  $u(k-1)$  a korekčného prírastku  $\Delta u(k)$  [16]

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1). \quad (4.9)$$

Použitím SOBD obdržíme vzťah pre korekčný prírastok  $\Delta u(k)$

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= K_P \left[ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} \left[ \sum_{i=1}^k e(i) - \sum_{i=1}^{k-1} e(i) \right] + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right] \\ &= K_P \left[ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

a pre akčný zásah  $u(k)$  vo všeobecnom tvare

$$u(k) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + u(k-1), \quad (4.11)$$

teda prírastkový číslicový PID regulátor má tvar

$$G_R(z^{-1}) = \frac{U(z^{-1})}{E(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}, \quad (4.12)$$

kde (pri použití SOBD)

$$q_0 = K_P \left( 1 + \frac{T_0}{T_I} + \frac{T_D}{T_0} \right), \quad q_1 = -K_P \left( 1 + 2 \frac{T_D}{T_0} \right), \quad q_2 = K_P \frac{T_D}{T_0}. \quad (4.13)$$

#### 4.1.1 Nastavenie parametrov číslicového PID regulátora

Existuje veľké množstvo metód nastavenia parametrov PID regulátorov. Jednou z klasických metód je Ziegler – Nicholsova metóda, ktorú v 40. rokoch minulého storočia navrhli Ziegler s Nicholom na základe experimentov. Metóda bola navrhnutá buď pre vyhodnocovanie prechodovej charakteristiky alebo pre meranie hranice stability. Druhý spôsob spočíva v postupnom rozkmitávaní sústavy pomocou zvyšovania zosilnenia proporcionálneho regulátora až po dosiahnutie hranice stability. Takto nájdene zosilnenie sa nazýva kritické zosilnenie  $K_{PK}$ . Súčasne sa určí kritická perióda netlmených kmitov  $T_K$  [13].

Nevýhoda experimentálneho určovania kritických parametrov spočíva v tom, že sústava môže byť uvedená do nestabilného stavu a že vyhľadávanie medze stability sústav s veľkými časovými konštantami môže byť časovo náročné. Tieto nevýhody nemá

modifikovaná metóda pre nastavovanie číslicových PID regulátorov. Kritické zosilnenie  $K_{PK}$  a kritickú periódu kmitov  $T_K$  sústavy 2. rádu sa, na základe podmienky [16]

$$d = \left( \frac{b_1(1 - a_2)}{b_2} + a_1 \right)^2 - 4 \quad (4.14)$$

vypočítajú pomocou vzťahov

- $d < 0$

$$K_{PK} = \frac{1 - a_2}{b_2}, \quad T_K = \frac{2\pi}{\omega_K}. \quad (4.15)$$

- $d = 0$

$$K_{PK} = \frac{1 - a_2}{b_2}, \quad T_K = 2T_0. \quad (4.16)$$

- $d > 0$

$$K_{PK} = \frac{a_1 - a_2 - 1}{b_2 - b_1}, \quad T_K = 2T_0, \quad (4.17)$$

kde

$$\omega_K = \frac{1}{T_0} \arccos \left[ -0.5 \left( \frac{b_1(1 - a_2)}{b_2} + a_1 \right) \right]. \quad (4.18)$$

Následne sú hodnoty nastaviteľných parametrov číslicového PID regulátora vypočítane podľa vzťahov [16]

$$K_P = 0.6K_{PK}, \quad T_I = 0.5T_K, \quad T_D = 0.125T_K. \quad (4.19)$$

Regulátor nastavený Ziegler – Nicholsovou metódou budeme ďalej v práci označovať ako ZN regulátor.

#### 4.1.2 Takahashiho regulátor

Nevýhodou prírastkového algoritmu je skutočnosť, že pri malej perióde vzorkovania  $T_0$  vychádzajú parametre  $q_0$ ,  $q_1$  a  $q_2$  rovnice (4.11) pomerne veľké, čo sa nepriaznivo prejaví na priebehu regulačného pochodu, najmä pri náhlych a rýchlych zmenách žiadanej veličiny. Z toho dôvodu bolo pre praktické použitie navrhnutých viacero modifikačných riadiacich algoritmov, ako napríklad Takahashiho regulátor, pri ktorom je regulačná odchýlka v proporcionálnej a derivačnej časti rovnice (4.10) nahradená vzťahom

$e(k) = w(k) - y(k)$  za predpokladu  $w(k) = w(k-1) = w(k-2) = \text{konšt.}$  Úpravami by sme dospeli k tvaru [2]

$$u(k) = K_P \left[ -y(k) + y(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [-y(k) + 2y(k-1) - y(k-2)] \right] + u(k-1). \quad (4.20)$$

Z dôvodu analytického určenia robustných vlastností regulačného obvodu pri použití Takahashiho regulátoru je potrebné určiť jeho prenosovú funkciu. Vyššie uvedenú rovnicu môžeme prepísať do tvaru

$$u(k) = r_0 w(k) - q_0 y(k) - q_1 y(k-1) - q_2 y(k-2) + u(k-1), \quad (4.21)$$

kde

$$r_0 = K_P \frac{T_0}{T_I} \quad (4.22)$$

a  $q_0$ ,  $q_1$  a  $q_2$  sú v zhode so vzťahmi (4.13) a parametre  $K_P$ ,  $T_I$  a  $T_D$  sa pri Takahashiho regulátore vypočítajú pomocou vzťahov [16]

$$K_P = 0.6 K_{PK} \left( 1 - \frac{T_0}{T_K} \right), \quad T_I = \frac{K_P T_K}{1.2 K_{PK}}, \quad T_D = \frac{3 K_{PK} T_K}{40 K_P}. \quad (4.23)$$

Vykonáme Z – transformáciu rovnice (4.21)

$$U(z) = r_0 W(z) - q_0 Y(z) - q_1 z^{-1} Y(z) - q_2 z^{-2} Y(z) + z^{-1} U(z), \quad (4.24)$$

nahradíme obraz výstupnej a žiadanej veličiny

$$Y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z), \quad (4.25)$$

$$W(z) = E(z) + Y(z) = E(z) + \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z) \quad (4.26)$$

a dostaneme (z dôvodu skrátenia zápisu uvažujme  $A(z^{-1}) = A$ ,  $B(z^{-1}) = B$ , ...)

$$U = r_0 E + r_0 \frac{B}{A} U - q_0 \frac{B}{A} U - q_1 \frac{B}{A} U z^{-1} - q_2 \frac{B}{A} U z^{-2} + U z^{-1},$$

$$AU = r_0 AE + r_0 BU - q_0 BU - q_1 BU z^{-1} - q_2 BU z^{-2} + AU z^{-1},$$

$$U(A - r_0 B + q_0 B + q_1 B z^{-1} + q_2 B z^{-2} - A z^{-1}) = r_0 AE,$$

$$\frac{U}{E} = \frac{r_0 A}{A - r_0 B + q_0 B + (q_1 B - A) z^{-1} + q_2 B z^{-2}}. \quad (4.27)$$

Pri uvažovaní sústavy 2. rádu, teda  $B = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}$  a  $A = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$  získame prenos Takahashiho regulátoru v tvare

$$G_{RT}(z^{-1}) = \frac{r_0 + r_0 a_1 z^{-1} + r_0 a_2 z^{-2}}{1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + f_3 z^{-3} + f_4 z^{-4}}, \quad (4.28)$$

kde

- $f_1 = a_1 - r_0 b_1 + q_0 b_1 - 1,$
- $f_2 = a_2 - r_0 b_2 + q_0 b_2 + q_1 b_1 - a_1,$
- $f_3 = q_1 b_2 + q_2 b_1 - a_2,$
- $f_4 = q_2 b_2$

a prislúchajúca diferenčná rovnica Takahashiho regulátoru má tvar

$$u(k) = -f_1 u(k-1) - f_2 u(k-2) - f_3 u(k-3) - f_4 u(k-4) + r_0 e(k) + r_0 a_1 e(k-1) + r_0 a_2 e(k-2). \quad (4.29)$$

## 4.2 Metóda priradenia pólov

Všetky metódy návrhu regulátorov môžeme v určitom zmysle považovať za metódu priradenia pólov [18].

Parametre regulátoru navrhovaného metódou priradenia pólov sú určené tak, aby prenos riadenia uzavretého regulačného obvodu mal popredu definované póly, ktorých vhodnou voľbou je možné jednak zaručiť stabilitu regulačného obvodu, ale aj ovplyvniť kvalitu riadenia, prípadne robustné vlastnosti regulačného obvodu.

Pri uvažovaní prenosu sústavy 1DOF regulačného obvodu (Obr. 2)

$$G_S(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (4.30)$$

a prenosu regulátoru

$$G_R(z^{-1}) = \frac{Q(z^{-1})}{K(z^{-1})P(z^{-1})}, \quad (4.31)$$

kde  $K(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$  je člen zaistujúci integračný charakter regulátoru, má charakteristický polynóm prenosu riadenia tvar

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}). \quad (4.32)$$

Pokiaľ platí nerovnica

$$\deg D(z^{-1}) \leq \deg A(z^{-1}) + \deg B(z^{-1}) + \deg K(z^{-1}) - 1, \quad (4.33)$$

tak stupne polynómov regulátora sa vypočítajú podľa vzťahov

$$\deg P(z^{-1}) = \deg B(z^{-1}) - 1, \quad (4.34)$$

$$\deg Q(z^{-1}) = \deg A(z^{-1}) + \deg K(z^{-1}) - 1. \quad (4.35)$$

V prípade, keď nerovnica (4.32) neplatí, vypočítajú sa stupne polynómov regulátora podľa vzťahov (oba prípady sú si ekvivalentné)

$$\deg Q(z^{-1}) = \deg A(z^{-1}) - 1, \quad (4.36)$$

$$\deg P(z^{-1}) = \deg D(z^{-1}) - \deg A(z^{-1}) \quad (4.37)$$

alebo

$$\deg P(z^{-1}) = \deg B(z^{-1}) - 1, \quad (4.38)$$

$$\deg Q(z^{-1}) = \deg D(z^{-1}) - \deg B(z^{-1}). \quad (4.39)$$

V prípade sústavy 2. rádu

$$G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}, \quad (4.40)$$

pričom regulátor obsahuje integračný člen  $K(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$ , žiadaný charakteristický polynóm je v tvare

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + d_4 z^{-4}, \quad (4.41)$$

má regulátor stupne polynómov

$$\deg P(z^{-1}) = \deg B(z^{-1}) - 1 = 1 \rightarrow P(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1}, \quad (4.42)$$

$$\deg Q(z^{-1}) = \deg A(z^{-1}) + \deg K(z^{-1}) - 1 \rightarrow Q(z^{-1}) = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}. \quad (4.43)$$

Dosadením jednotlivých polynómov do rovnice (4.31) obdržíme metódou neurčitých koeficientov sústavu lineárnych rovníc

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 1 \\ b_2 & b_1 & 0 & a_1 - 1 \\ 0 & b_2 & b_1 & a_2 - a_1 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ p_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 + 1 - a_1 \\ d_2 + a_1 - a_2 \\ d_3 + a_2 \\ d_4 \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

ktorej riešením získame neznáme parametre regulátoru  $q_0, q_1, q_2, p_1$ , ktoré zaručia požadované póly prenosu riadenia uzavretého regulačného obvodu [16].

V prípade 2DOF konfigurácie regulačného obvodu (Obr. 3) je nutné určiť vzťah pre výpočet koeficientov polynómu  $R(z^{-1})$  filtru žiadanej veličiny. V [16] je dokázané, že v prípade skokových zmien žiadanej veličiny je polynóm  $R(z^{-1})$  nultého stupňa, teda

$$R(z^{-1}) = r_0 \quad (4.45)$$

a pre výpočet koeficientu  $r_0$  platí (pre sústavu 2. rádu)

$$r_0 = \frac{1 + d_1 + d_2 + d_3 + d_4}{b_1 + b_2}. \quad (4.46)$$

Diferenčná rovnica pre akčný zásah v regulačnom obvode 2DOF štruktúry je

$$\begin{aligned} u(k) = & r_0 w(k) - q_0 y(k) - q_1 y(k-1) - q_2 y(k-2) \\ & + (1 - p_1)u(k-1) + p_1 u(k-2). \end{aligned} \quad (4.47)$$

### 4.3 LQ regulátor

Charakteristickým rysom modernej teórie riadenia je, že úloha návrhu regulátora je formulovaná ako optimalizačný problém. Zatiaľ čo pri klasickým metódach návrhu sa k získaniu stabilného prenosu uzavretého regulačného obvodu s dostatočnou amplitúdovou a fázovou bezpečnosťou nastavovali priamo parametre regulátorov, moderné metódy obvykle spĺňajú rad základných požiadaviek implicitne (napr. stabilitu) a navyše vedú na, v určitom zmysle, najlepší regulátor. Inžinierskym nástrojom k ladeniu regulátorov je následne nastavovanie parametrov optimalizačného kritéria [19].

Cieľom je navrhnúť regulátor, ktorý minimalizuje určité kvadratické kritérium, napríklad

$$J = \sum_{k=0}^N \{[w(k) - y(k)]^2 + q_u[u(k)]^2\}, \quad (4.48)$$

kde  $N$  je počet vzoriek a  $q_u \geq 0$  je tzv. penalizačná konštanta, ktorá udáva podiel akčnej veličiny na hodnote kritéria (konštantu u prvého členu uvažujeme rovnú 1). Zvyšovanie hodnoty penalizačnej konštanty sa znižuje rozkmitanie akčnej veličiny a tým sa upokojuje priebeh regulovanej veličiny. Keď budeme postupnosti hodnôt regulačnej odchýlky  $e(k) = w(k) - y(k)$  a akčného zásahu  $u(k)$  považovať za polynómy, je možné kritérium (15) zapísať v tvare

$$J = \langle E(z)E(z^{-1}) + q_u U(z)U(z^{-1}) \rangle, \quad (4.49)$$

kde  $\langle x(z) \rangle = x(0)$  a  $E(z)$ , resp.  $U(z)$  sú združené polynómy k polynómu  $E(z^{-1})$ , resp.  $U(z^{-1})$ .

Dá sa dokázať, že kritérium nadobúda minimálnu hodnotu, pokiaľ platí rovnica

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}), \quad (4.50)$$

kde  $D(z^{-1})$  je výsledný polynóm spektrálnej faktorizácie podľa rovnice

$$A(z^{-1})q_u A(z) + B(z^{-1})B(z) = D(z^{-1})\delta D(z), \quad (4.51)$$

kde  $\delta$  je zvolená konštanta za účelom splnenia rovnosti  $d_0 = 1$  [16].

Dosadením polynómov systému druhého rádu  $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$  a  $B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}$  a ich príslušných združených polynómov do ľavej strany rovnice (4.51) a po následných úpravách dostaneme

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})q_u(1 + a_1 z + a_2 z^2) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(b_1 z + b_2 z^2) =$$

$$\underbrace{q_u(1 + a_1^2 + a_2^2) + b_1^2 + b_2^2}_{m_1} + \underbrace{[q_u a_1(1 + a_2) + b_1 b_2]}_{m_2}(z^{-1} + z) + \underbrace{q_u a_2}_{m_3}(z^{-2} + z^2).$$

Porovnaním s pravou stranou rovnice

$$D(z^{-1})\delta D(z) = (1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2})\delta(1 + d_1 z + d_2 z^2) =$$

$$\delta(1 + d_1^2 + d_2^2) + \delta d_1(1 + d_2)(z^{-1} + z) + \delta d_2(z^{-2} + z^2) \quad (4.52)$$

dostaneme

$$d_1 = \frac{m_2}{\delta + m_3}, \quad d_2 = \frac{m_3}{\delta}, \quad (4.53)$$

kde (podľa [16])

$$\delta = \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4m_3^2}}{2}, \quad (4.54)$$

$$\lambda = \frac{m_1}{2} - m_3 + \sqrt{\left(\frac{m_1}{2} + m_3\right)^2 + m_2^2}. \quad (4.55)$$

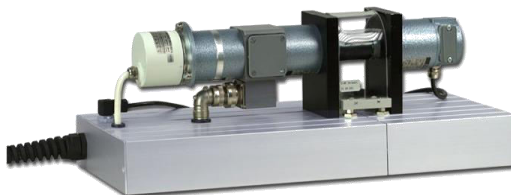
Uvedeným spôsobom získame iba 2 optimálne póly, ktoré musia byť obsiahnuté v menovateli prenosu riadenia. Zvyšné 2 póly môžu byť užívateľsky volené [20].

Diferenčná rovnica akčného zásahu pri uvažovaní 2DOF štruktúry je zhodná s diferenčnou rovnicou akčného zásahu pri metóde umiestnenia pólov (4.47). Rozdiel je v spôsobe určenia koeficientov polynómu  $D(z^{-1})$ , na základe ktorých sú následne počítané neznáme parametre regulátoru v spätnej väzbe a filtru žiadanej veličiny.



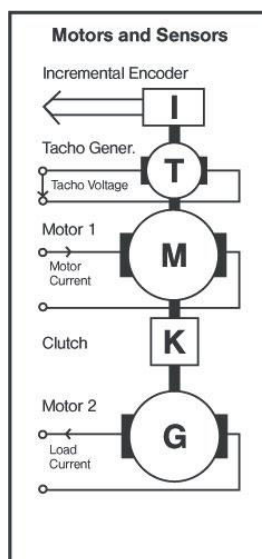
## 5 POPIS SERVOMECHANIZMU DR300

Servomechanizmus DR300 (Obr. 22) od nemeckej spoločnosti Amira predstavuje jednorozmerný nelineárny systém s merateľnou poruchovou veličinou.



Obr. 22 Servomechanizmus DR300 [21]

Obsahuje dva jednosmerné motory s permanentným magnetom, ktoré sú spojené cez spojku. Prvý motor sa používa ako akčný člen na riadenie otáčok a druhý motor predstavuje ovládanú momentovú záťaž. Bloková schéma servomechanizmu DR300 je zobrazená na obrázku (Obr. 23).



Obr. 23 Bloková schéma servomechanizmu DR300 [21]

Komunikačná časť servomechanizmu obsahuje I/O kartu MF614 od firmy Humusoft. Systém je riadený pomocou Real Time Toolboxu v programovom prostredí MATLAB/Simulink [22]. Vstupnou veličinou je napätie v rozsahu  $\langle 0, 10 \rangle$  V a výstupnou veličinou sú otáčky za minútu (rpm) v rozsahu  $\langle 0, 4000 \rangle$  rpm. S výstupnou veličinou sa v prostredí MATLAB/Simulink pracuje vo formáte Matlab Unit (MU), pre ktorú platí prepočtový vzťah  $1 \text{ MU} = 4000 \text{ rpm}$ .

## 5.1 Matematický model

Jednosmerný motor s permanentným magnetom môže byť popísaný diferenciálnymi rovnicami [22]

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{k_e}{L}\omega(t) + \frac{1}{L}u(t), \quad (5.1)$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{k_m}{J}i(t) - \frac{b}{J}\omega(t) - \frac{1}{J}m_z(t), \quad (5.2)$$

kde  $i(t)$  [A] je prúd motoru,  $\omega(t)$  [rad · s<sup>-1</sup>] sú otáčky motoru (výstupná veličina),  $u(t)$  [V] je vstupné napätie (vstupná veličina),  $m_z(t)$  [N · m] je momentová záťaž (poruchová veličina) a  $R$ ,  $L$ ,  $J$ ,  $k_e$ ,  $k_m$ ,  $b$  sú parametre motoru. Vykonáme Laplaceovu transformáciu rovnice (5.1), vyjadríme Laplaceov obraz prúdu  $I(s)$

$$I(s) = \frac{\frac{1}{L}U(s) - \frac{k_e}{L}\Omega(s)}{s + \frac{R}{L}}, \quad (5.3)$$

ktorý dosadíme do Laplaceovho obrazu rovnice (5.2) za predpokladu nulového momentu záťaže

$$s\Omega(s) = \frac{k_m}{J} \left( \frac{\frac{1}{L}U(s) - \frac{k_e}{L}\Omega(s)}{s + \frac{R}{L}} \right) - \frac{b}{J}\Omega(s). \quad (5.4)$$

Spojité prenos systému, definovaný ako pomer Laplaceových obrazov výstupnej a vstupnej veličiny pri nulových počiatočných podmienkach, má tvar

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{k_m}{JL}}{s^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{b}{J}\right)s + \frac{Rb + k_mk_e}{JL}}. \quad (5.5)$$

Diskrétny prenos sústavy, za predpokladu použitia tvarovača nultého rádu, určíme podľa vzťahu

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}, \quad (5.6)$$

kde  $\mathcal{Z}$  je operátor priamej  $Z$  – transformácie.

## **II. PRAKTICKÁ ČASŤ**

## 6 SIMULAČNÉ OVERENIE ZVOLENÝCH ALGORITMOV

V rámci simulačnej časti sme si za riadený systém zvolili sústavu druhého rádu s aperiodickou odozvou s prenosom

$$G_{SIM}(s) = \frac{1}{(2s + 1)(5s + 1)} = \frac{1}{10s^2 + 7s + 1}.$$

Vzorkovacia perióda bola zvolená 1 s

$$T_0 = 1 \text{ s} \rightarrow G_{SIM}(z^{-1}) = \frac{0.0398z^{-1} + 0.03152z^{-2}}{1 - 1.425z^{-1} + 0.4966z^{-2}}.$$

Na ohodnotenie regulačného pochodu z hľadiska sledovania žiadanej veličiny a akčného zásahu budú v rámci práce používané nasledujúce kritéria

$$S_y = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} [e(k)]^2, \quad S_u = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} [\Delta u(k)]^2,$$

kde  $\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1)$  a  $\langle k_1, k_2 \rangle$  je zvolený interval pre určenie kvality regulácie. V rámci diplomovej práce budeme za tento interval považovať celý regulačný pochod.

### 6.1 Číslicový PID regulátor

Vybranú sústavu  $G_{SIM}(s)$  v simulačnom prostredí zapojíme do spätnej väzby s PID regulátorom nastaveným metódou Ziegler – Nicholosa (ZN regulátor) a s Takahashiho regulátorom. Overíme tvrdenie, že Takahashiho regulátor vykazuje lepšie vlastnosti regulačného pochodu a porovnáme robustné vlastnosti oboch regulátorov.

Na základne vzťahov uvedených v podkapitole 4.1.1. určíme hodnotu kritického zosilnenia  $K_{PK}$  a kritickú periódu kmitov  $T_K$  sústavy  $G_{SIM}(z^{-1})$

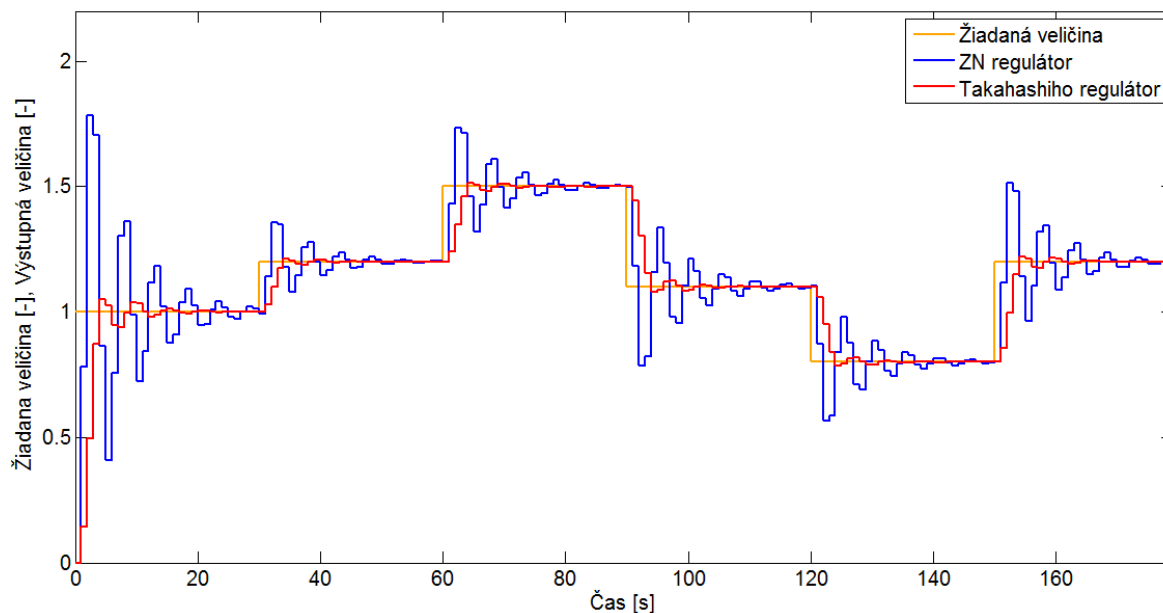
$$K_{PK} = 15.9706, \quad T_K = 5.3935.$$

Na základe kritických parametrov sústavy boli určené prenosy ZN regulátora  $G_{ZN}(z^{-1})$  (všeobecný tvar popisuje rovnica (4.12)) a Takahashiho regulátora  $G_{RT}(z^{-1})$  (všeobecný tvar popisuje rovnica (4.28))

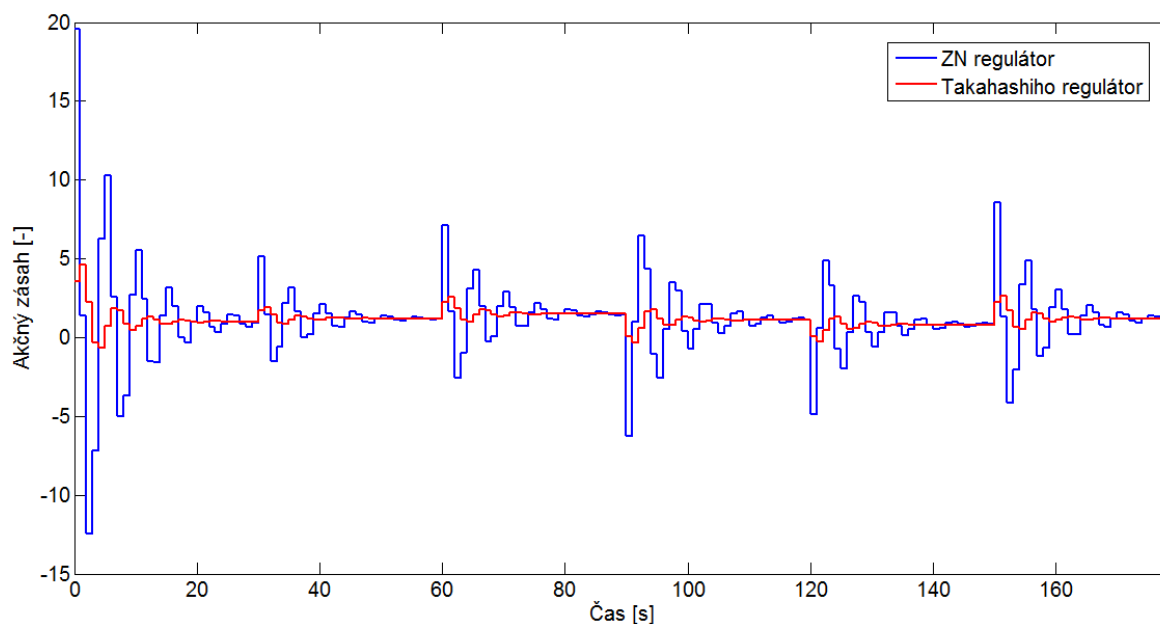
$$G_{ZN}(z^{-1}) = \frac{19.6 - 22.5z^{-1} + 6.46z^{-2}}{1 - z^{-1}},$$

$$G_{RT}(z^{-1}) = \frac{3.553 - 5.064z^{-1} + 1.765z^{-2}}{1 - 1.857z^{-1} + 1.547z^{-2} - 0.8928z^{-3} + 0.2036z^{-4}}.$$

Zvolili sme žiadanú veličinu pozostávajúcu zo skokových zmien a zaznamenali sme priebeh výstupnej veličiny (Obr. 24) a akčného zásahu (Obr. 25) pri použití ZN regulátoru a Takahashiho regulátora.



Obr. 24 Priebeh výstupnej veličiny pri použití ZN regulátora a Takahashiho regulátora



Obr. 25 Priebeh akčného zásahu pri použití ZN regulátora a Takahashiho regulátora

Tab. 1 Kritéria kvality pre ZN regulátor a Takahashiho regulátor

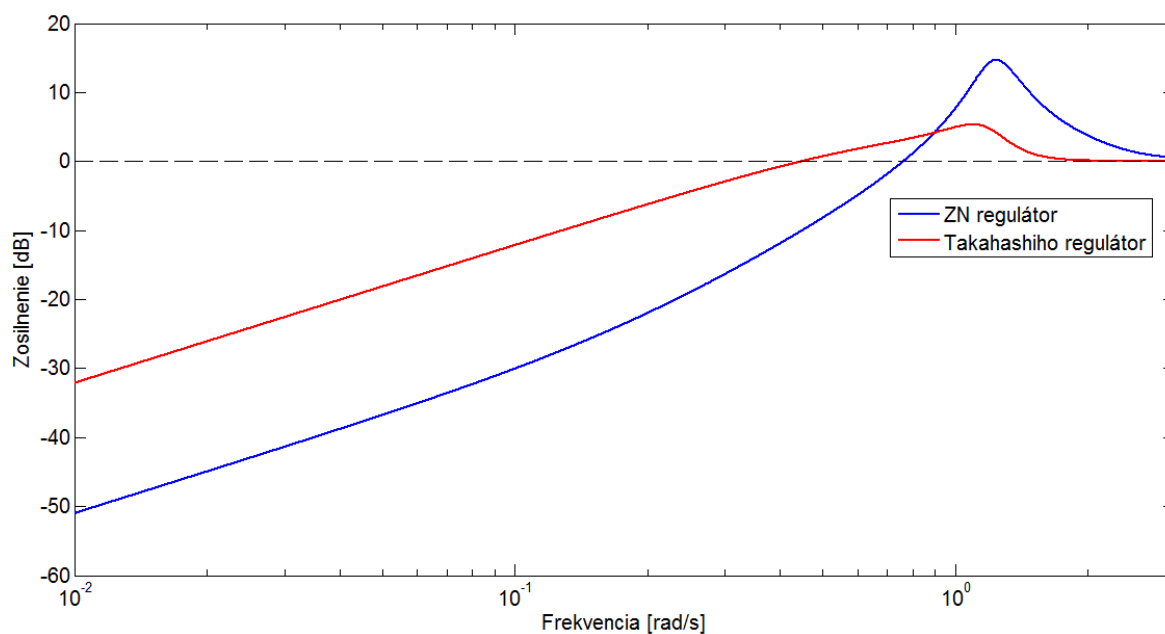
Regulátor	Kritérium $S_y$	Kritérium $S_u$
ZN	0.0258	11.5481
Takahashiho	0.0173	0.2619

Regulačný pochod za použitia Takahashiho regulátoru vykazuje oveľa lepšie vlastnosti, či už z pohľadu menších prechodov výstupnej veličiny pri skokových zmenách žiadanej veličiny alebo z pohľadu menšieho zaťaženia akčného členu, čo potvrdzujú aj hodnoty kritérií kvality pre jednotlivé regulačné pochody (Tab. 1).

Porovnanie robustných vlastností pre použité regulátory znázorňuje tabuľka (Tab. 2).

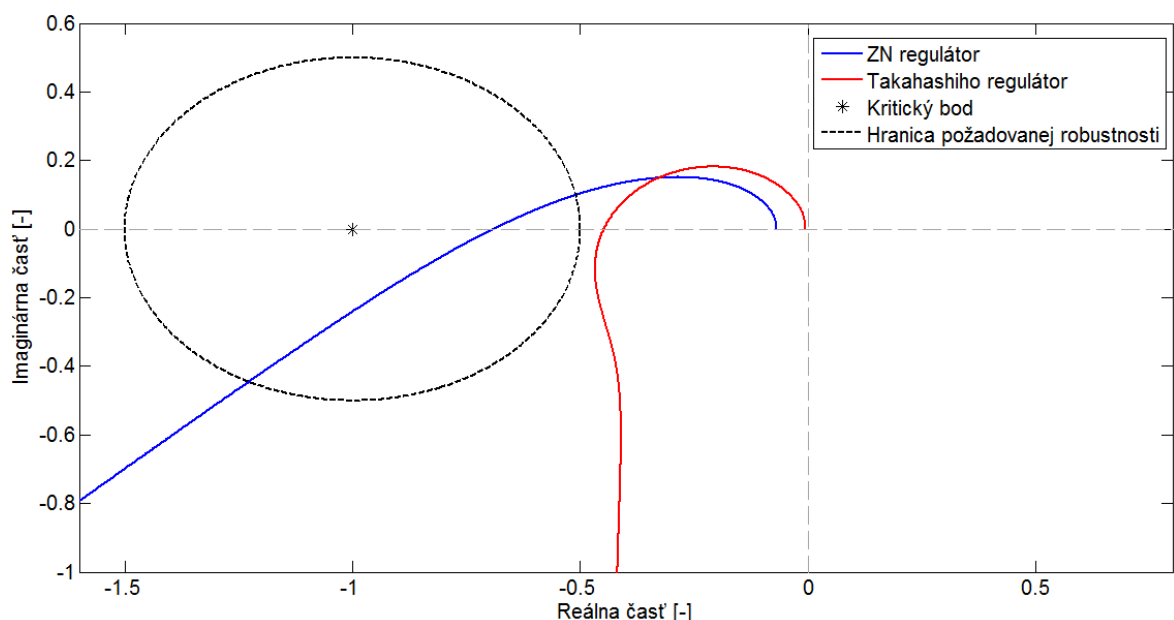
Tab. 2 Parametre robustnosti pre ZN regulátor a Takahashiho regulátor

Regulátor	Amplitúdová bezpečnosť	Fázová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
ZN	1.4473	12.6743	0.1858
Takahashiho	2.2290	65.3825	0.5470



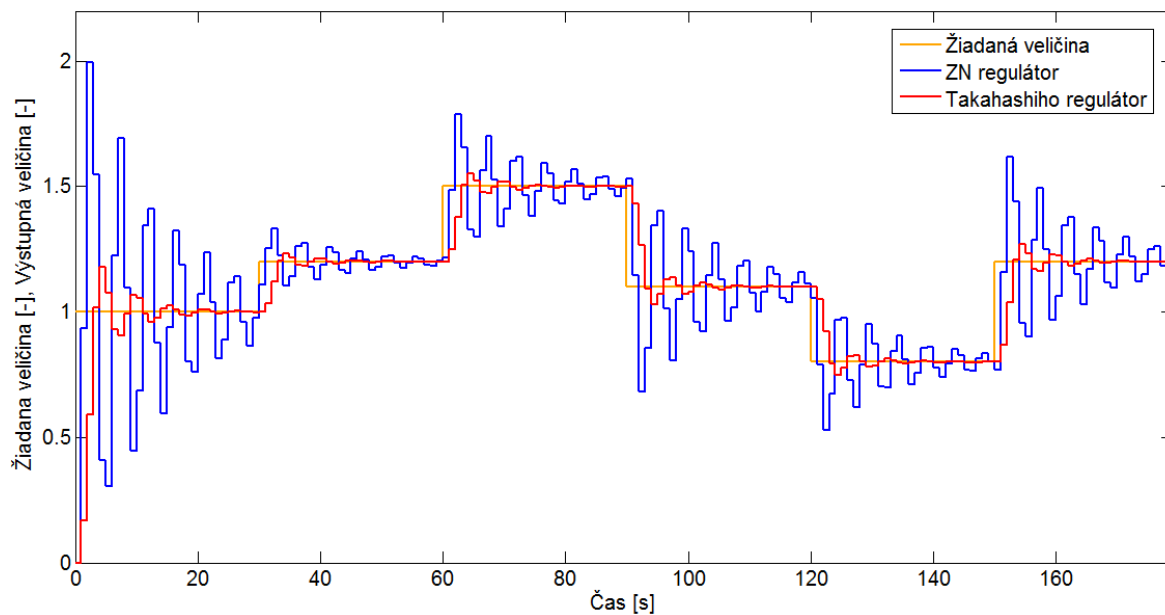
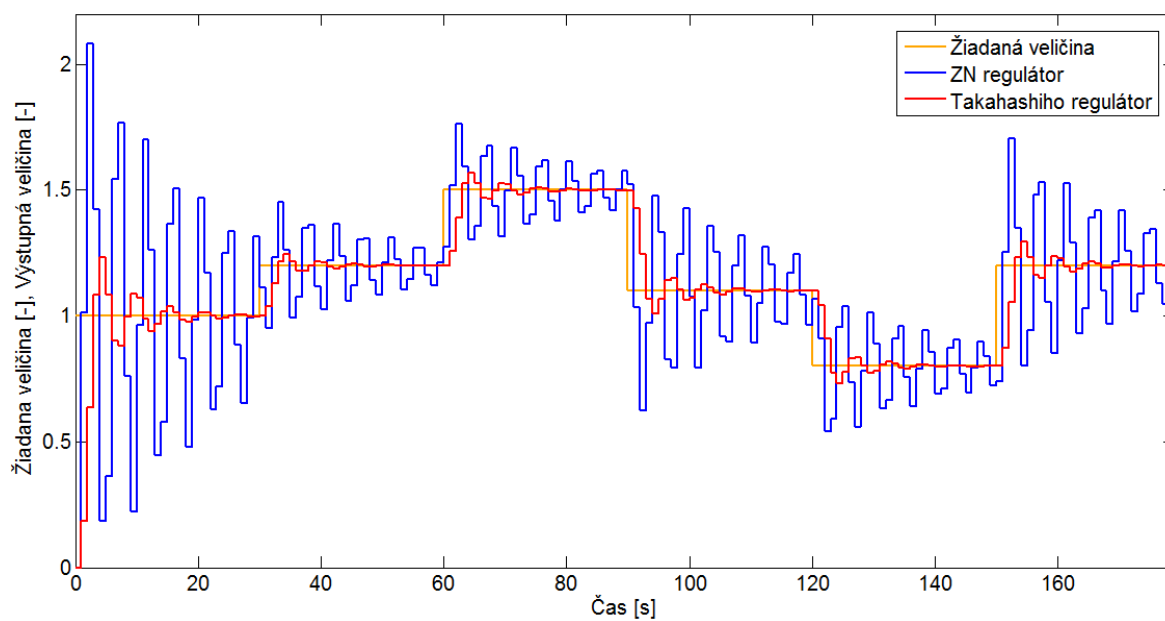
Obr. 26 Výstupná senzitivna funkcia pri použití ZN regulátora a Takahashiho regulátora

Takahashiho regulátor má lepšie robustné vlastnosti, teda je vhodnejší na reguláciu sústav, u ktorých dochádza k zmene parametrov, ako ZN regulátor. Väčšia hodnota extrémnej výstupnej senzitivity funkcie (Obr. 26) znamená menšiu hodnotu modulovej bezpečnosti, teda parametru, ktorú udáva vzdialenosť Nyquistovej krivky prenosu otvoreného obvodu od kritického bodu  $[-1, 0j]$ . Regulačný obvod s ZN regulátorom dokonca ani nespĺňa doporučenú minimálnu vzdialenosť od kritického bodu, teda hodnotu  $\Delta M \geq 0.5$ , ktorá je znázornená kružnicou na obrázku (Obr. 27). Pokiaľ priebeh Nyquistovej krivky zasahuje do tejto kružnice, ako je to v prípade ZN regulátora, nie je dosiahnutá minimálna doporučená modulová bezpečnosť.

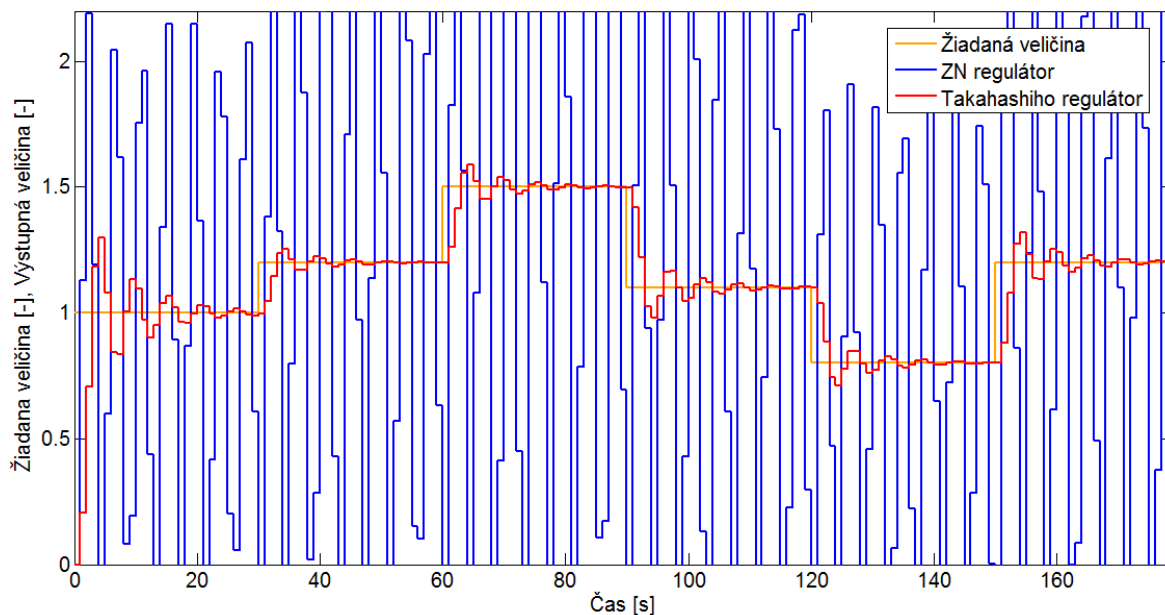


Obr. 27 Nyquistove krivky prenosu otvoreného obvodu pri použití ZN regulátora a Takahashiho regulátora

Zosilnenie sústavy zvýšime z pôvodnej hodnoty  $K = 1$  postupne na úroveň  $K = 1.2$ ,  $K = 1.3$ ,  $K = 1.45$  a zaznamenáme priebeh výstupnej veličiny za použitia pôvodne nastavených regulátorov.

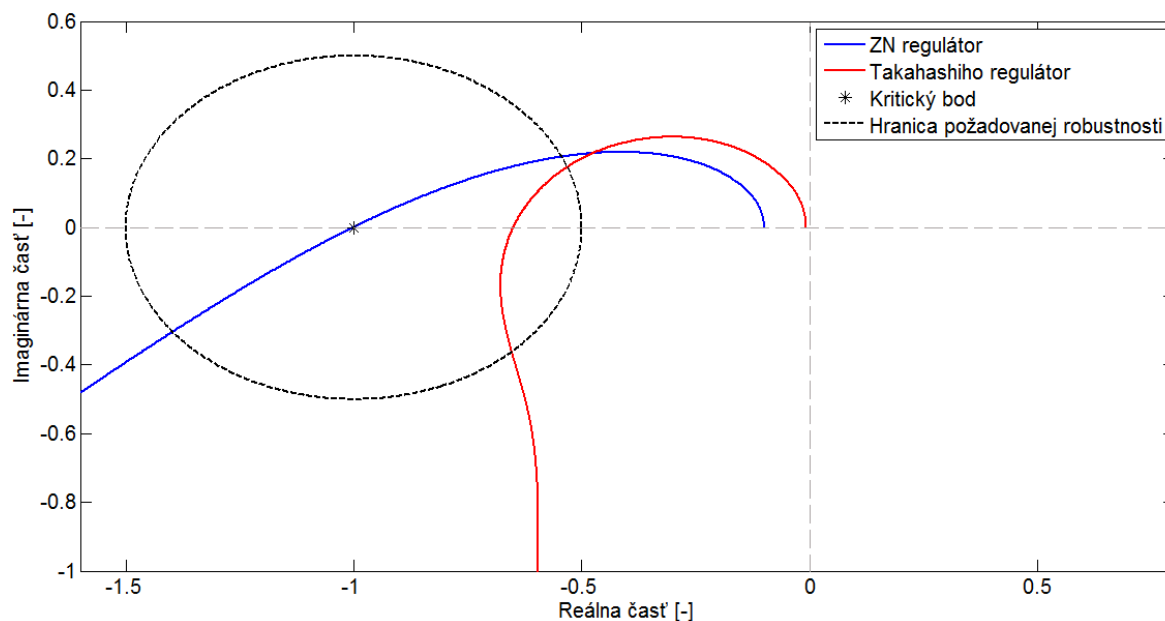
Obr. 28 Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy  $K = 1.2$ Obr. 29 Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy  $K = 1.3$



Obr. 30 Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy  $K = 1.45$ 

Takahashiho regulátor sa z dôvodu väčšej amplitúdovej bezpečnosti dokázal vysporiadať so zvyšovaním zosilnenia regulovanej sústavy lepšie ako ZN regulátor. Pri zosilnení sústavy  $K = 1.3$  bol ZN regulátor blízko nestability a z praktického hľadiska by bol pre riadenie danej sústavy nepoužiteľný. Na druhú stranu, Takahashiho regulátor, aj napriek miernemu rozkmitaniu výstupnej veličiny, dokázal sledovať žiadanú veličinu, keďže pri jeho použití má amplitúdová bezpečnosť hodnotu až  $G_m = 2.229$ .

Zosilnenie sústavy na úrovni  $K = 1.45$ , čo je nad amplitúdovú bezpečnosť pri použití ZN regulátora, by spôsobilo nestabilitu pri jeho použití. Je to vidieť aj z priebehu Nyquistovej krivky otvoreného regulačného obvodu pri použití ZN regulátora (Obr. 31), kde dochádza k presiahnutiu polohy kritického bodu. Takahashiho regulátor by stále takúto sústavu dokázal uregulovať.

Obr. 31 Nyquistove krivky prenosu otvoreného obvodu pri zosilnení sústavy  $K = 1.45$ 

## 6.2 Metóda priradenia pólov

Riadená sústava pri použití regulátora nastaveného metódou priradenia pólov je, rovnako ako v predošlom prípade,

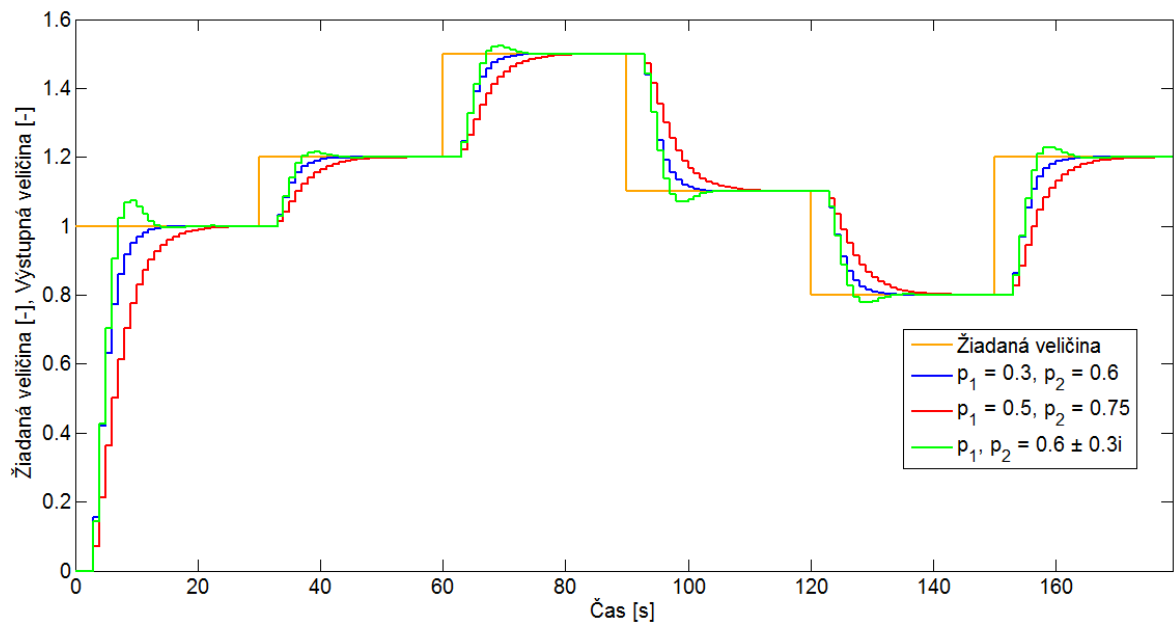
$$G_{SIM}(s) = \frac{1}{10s^2 + 7s + 1}.$$

Pri použití metódy priradenia pólov najskôr zvolíme rôzne usporiadania dvoch hlavných pólov. Na základe kritérií kvality riadenia a požadovaných dynamických vlastností prenosu uzavretého regulačného obvodu vyberieme optimálnu dvojicu pólov. Nasledujúca tabuľka zobrazuje zvolené dvojice pólov a prislúchajúce kritérium kvality riadenia

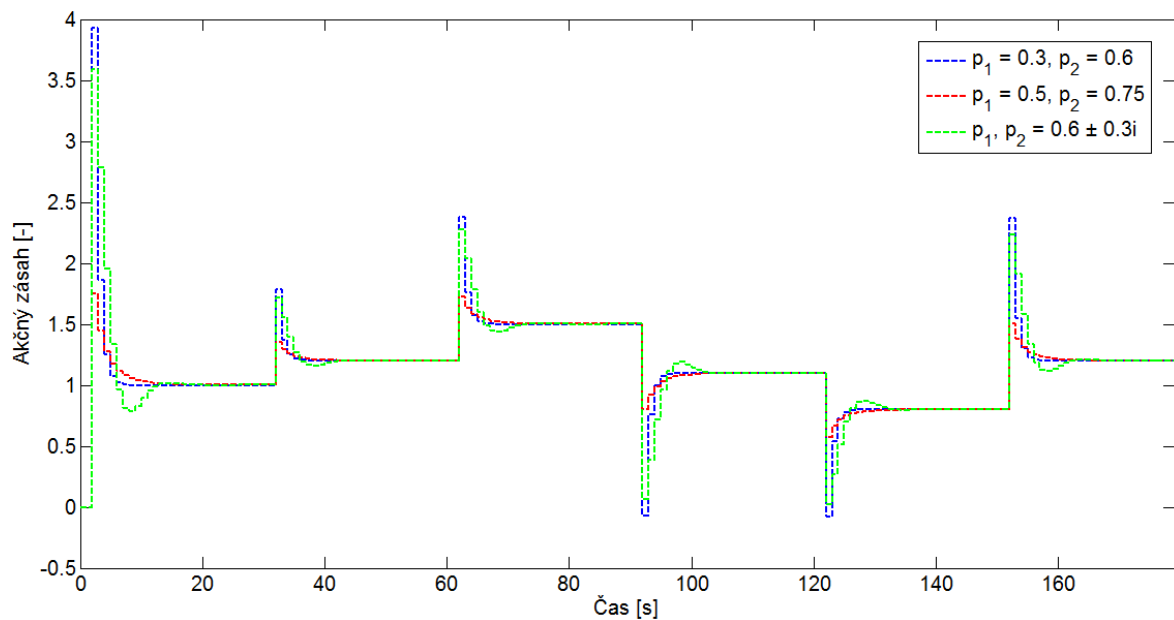
Tab. 3 Kritéria kvality pre zvolené dvojice hlavných pólov

Zvolené póly	Kritérium $S_y$	Kritérium $S_u$
$p_1 = 0.3, p_2 = 0.6$	0.0365	0.1718
$p_1 = 0.5, p_2 = 0.75$	0.0470	0.0275
$p_1, p_2 = 0.6 \pm 0.3i$	0.0357	0.1265

Priebehy výstupných veličín a akčných zásahov sú zobrazené na obrázku (Obr. 32), resp. (Obr. 33)



Obr. 32 Priebehy výstupných veličín pre rôzne zvolené hlavné póly



Obr. 33 Priebehy akčných zásahov pre rôzne zvolené hlavné póly

V prípade komplexne združenej dvojice pólov prenosu riadenia dochádzalo pri skokových zmenách žiadanej veličiny k prekmitom výstupnej veličiny. Z reálnych dvojíc požadovaných pólov má výstupná veličina kratšiu dobu ustálenia v prípade dvojice

$p_1 = 0.3$ ,  $p_2 = 0.6$ , avšak za cenu potreby väčšieho akčného zásahu, ako v prípade dvojice pólov  $p_1 = 0.5$ ,  $p_2 = 0.75$ .

Na základe kritérií kvality a priebehu regulačného pochodu bola vybraná dvojica pólov

$$p_1 = 0.3, \quad p_2 = 0.6,$$

pretože predpokladáme požiadavku na rýchly regulačný pochod bez prekmitu.

Pre danú dvojicu hlavných pólov je akčný zásah počítaný podľa rovnice

$$u(k) = 3.9258w(k) - 24.3574y(k) + 29.1873y(k-1) - 8.7556y(k-2) \\ + 0.4442u(k-1) + 0.5558u(k-2).$$

Vybraná dvojica pólov vykazuje (pri  $p_3 = p_4 = 0$ ) nasledujúce robustné vlastnosti

Tab. 4 Parametre robustnosti pre vybranú dvojicu pólov

Amplitúdová bezpečnosť	Fázová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
2.1969	39.4617	0.4796

V prípade požiadavky dosiahnuť lepšie robustné vlastnosti regulačného obvodu, je možné manipulovať s umiestnením zvyšných dvoch pólov  $p_3$  a  $p_4$  charakteristického polynómu prenosu uzavretého regulačného obvodu. V praxi sú pomocné póly volené v rámci intervalu  $\langle 0, 0.5 \rangle$  [5].

Jednou z možností ako zvoliť umiestnenie zvyšných dvoch pomocných pólov je minimalizáciou vhodne zvoleného kritéria. Predpokladajme, že na riadiaci systém je kladená vyššia požiadavka hodnoty modulovej bezpečnosti, avšak s prihliadnutím na kritérium kvality  $S_y$ . Minimalizované kritérium by v danom prípade mohlo mať nasledujúci tvar

$$J_M = q_y S_y + q_m (\Delta M - \Delta M_{des})^2, \quad (6.1)$$

kde  $\Delta M_{des}$  je žiadaná hodnota modulovej bezpečnosti,  $\Delta M$  je aktuálna hodnota modulovej bezpečnosti a  $q_y$ ,  $q_m$  sú ladiace parametre, ktoré slúžia na zvyšovanie váhy kvality riadenia, prípadne robustnosti v danom kritériu.

Uvažujme užívateľom žiadanú hodnotu modulovej bezpečnosti  $\Delta M_{des} = 0.6$ . Minimalizáciu navrhnutého kritéria (6.1) vykonáme pomocou funkcie *fminsearchbnd* v MATLAB/Simulink pre tri rôzne nastavenia ladiacich parametrov  $q_y$  a  $q_m$ . Uvedieme si výslednú polohu pomocných pólov a im príslušný koeficient kvality riadenia  $S_y$  a modulovú bezpečnosť  $\Delta M$ .

Tab. 5 Vplyv ladiacich parametrov na kvalitu riadenia a modulovú bezpečnosť

Ladiace parametre	Výsledné pomocné póly	Kvalita riadenia $S_y$	Modulová bezpečnosť
$q_y = 1, \quad q_m = 0$	$p_3 = 0$ $p_4 = 0$	0.0365	0.4796
$q_y = 0.5, \quad q_m = 0.5$	$p_3 = 0.4159$ $p_4 = 0$	0.0411	0.5663
$q_y = 0, \quad q_m = 1$	$p_3 = 0.4985$ $p_4 = 0.0860$	0.0435	0.6000

V prípade priority v kvalite riadenia ( $q_y = 1, q_m = 0$ ) ostali pomocné póly nulové, teda táto poloha pomocných pólov je optimálna z hľadiska kvality regulačného pochodu optimálna a nie je potrebná jej zmena. V prípade akéhosi kompromisu medzi kvalitou riadenia a požadovanou modulovou bezpečnosťou sme zvolili ladiace parametre  $q_y = 0.5$  a  $q_m = 0.5$ . Pri tomto nastavení kritéria (6.1) zostala poloha jedného pomocného pólu nulová a poloha druhého pomocného pólu sa zmenila na 0.4159. Týmto posunutím pomocného pólu sa síce znížila kvalita riadenia, ale hodnota modulovej bezpečnosti sa priblížila tej požadovanej.

Pri voľbe ladiacich parametrov je dôležité si uvedomiť, v akom ráde sa pohybuje hodnota kvality riadenia. V priebehu testovania kritéria bolo zistené, že v prípade, keby sa hodnota kvality riadenia pohybovala v priemere o rád vyššie, je treba voliť aj ladiaci koeficient  $q_m$ , ktorý sa nachádza pri kvadráte rozdielu aktuálnej a žiadanej hodnoty modulovej bezpečnosti, taktiež o rád vyššie, aby bolo možné približne dosiahnuť kompromis medzi kvalitou riadenia a požadovanou robustnosťou.

Predpokladajme, že dosiahnutie požadovanej modulovej bezpečnosti má pre užívateľa väčšiu prioritu ako kvalita riadenia. Zvolíme teda polohu pomocných pólov, ktorú sme dosiahli pri nastavení ladiacich parametrov  $q_y = 0$  a  $q_m = 1$

$$p_3 = 0.4985, \quad p_4 = 0.0860.$$

Týmto umiestnením pomocných pólov dosiahneme požadovanú úroveň modulovej bezpečnosti. V nasledujúcej tabuľke (Tab. 6) je uvedené porovnanie koeficientov robustnosti pre pôvodné ( $p_3, p_4 = 0$ ) umiestnenie pomocných pólov a pre umiestnenie pomocných získané minimalizáciou navrhnutého kritéria (6.1)

Tab. 6 Parametre robustnosti pre zvolené dvojice pomocných pólov

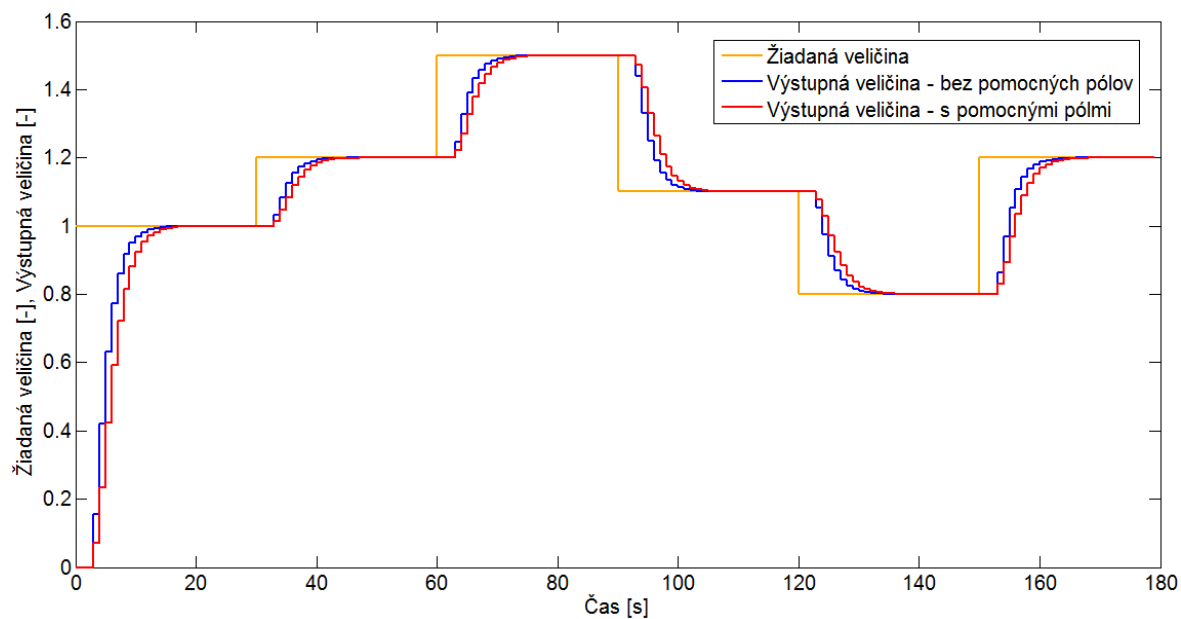
Pomocné póly	Amplitúdová bezpečnosť	Fázová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
$p_3, p_4 = 0$	2.1969	39.4617	0.4796
$p_3 = 0.4985, p_4 = 0.0860$	3.0871	49.3141	0.6

Umiestnením pomocných pólov sa okrem dosiahnutia požadovanej modulovej bezpečnosti zvýšila aj amplitúdová bezpečnosť z pôvodnej hodnoty 2.1969 na hodnotu 3.0871.

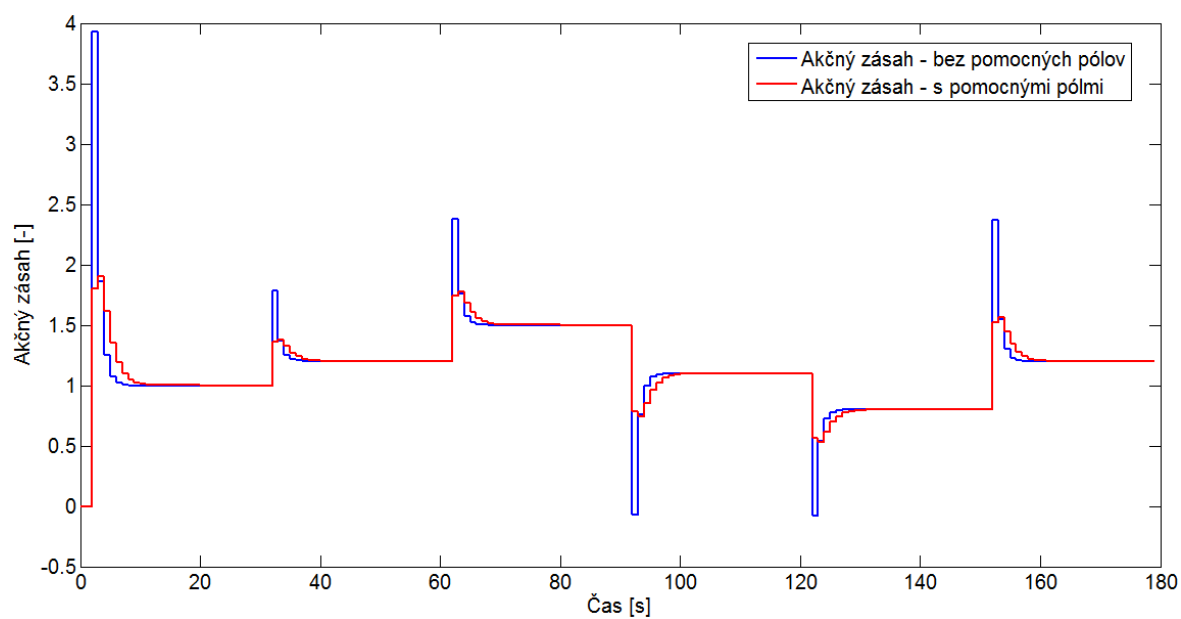
Tab. 7 Kritéria kvality pre zvolené dvojice pomocných pólov

Pomocné póly	Kritérium $S_y$	Kritérium $S_u$
$p_3, p_4 = 0$	0.0357	0.1265
$p_3 = 0.3858, p_4 = 0.0307$	0.0435	0.0295

Z hľadiska kvality riadenia sa mierne zhoršilo sledovanie žiadanej veličiny (Obr. 34), avšak akčný zásah má pokojnejší priebeh (Obr. 35).

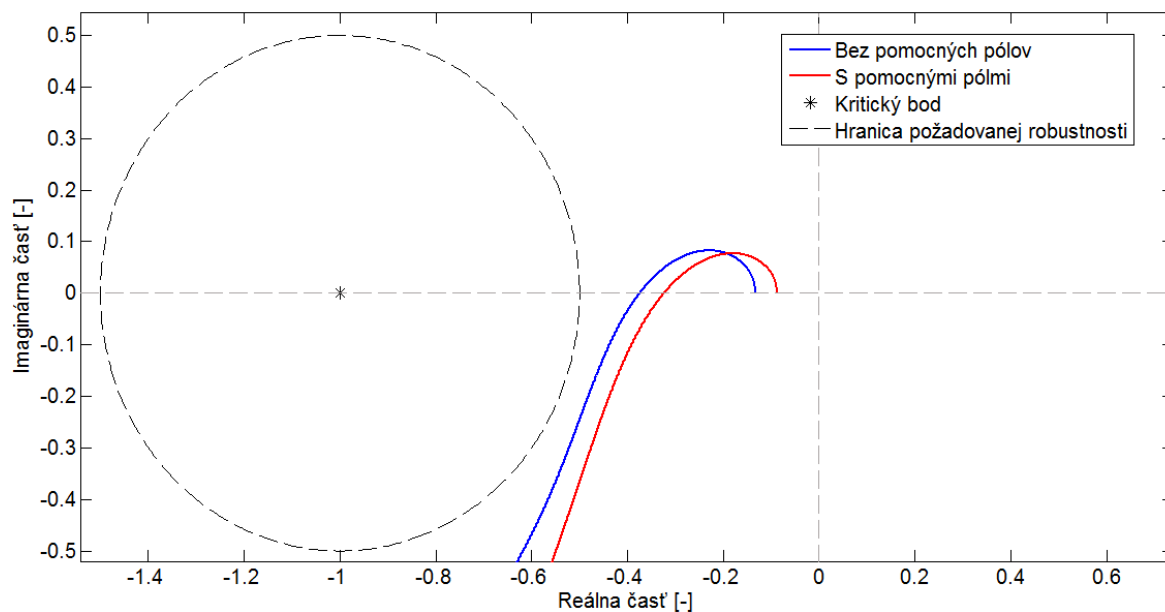


Obr. 34 Priebehy výstupných veličín pre zvolené pomocné póly



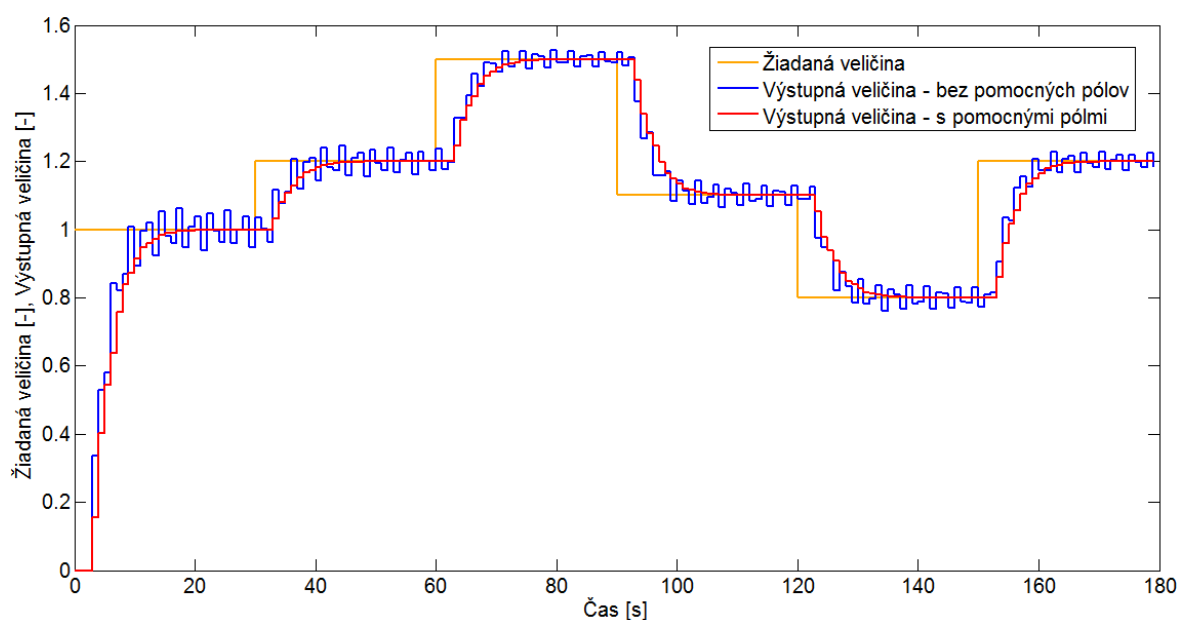
Obr. 35 Priebehy akčných zásahov pre zvolené pomocné póly

Lepšiu modulovú bezpečnosť a amplitúdovú bezpečnosť po pridaní pomocných pólov si môžeme všimnúť aj z grafického znázornenia priebehov Nyquistových kriviek prenosu otvoreného obvodu (Obr. 36)



Obr. 36 Nyquistove krivky prenosu otvoreného obvodu pre zvolené pomocné póly

Porovnáme vplyv zmeny zosilnenia sústavy na priebeh výstupnej veličiny pri umiestneniach pomocných pólov  $p_3 = p_4 = 0$  a  $p_3 = 0.4985$ ,  $p_4 = 0.0860$ .

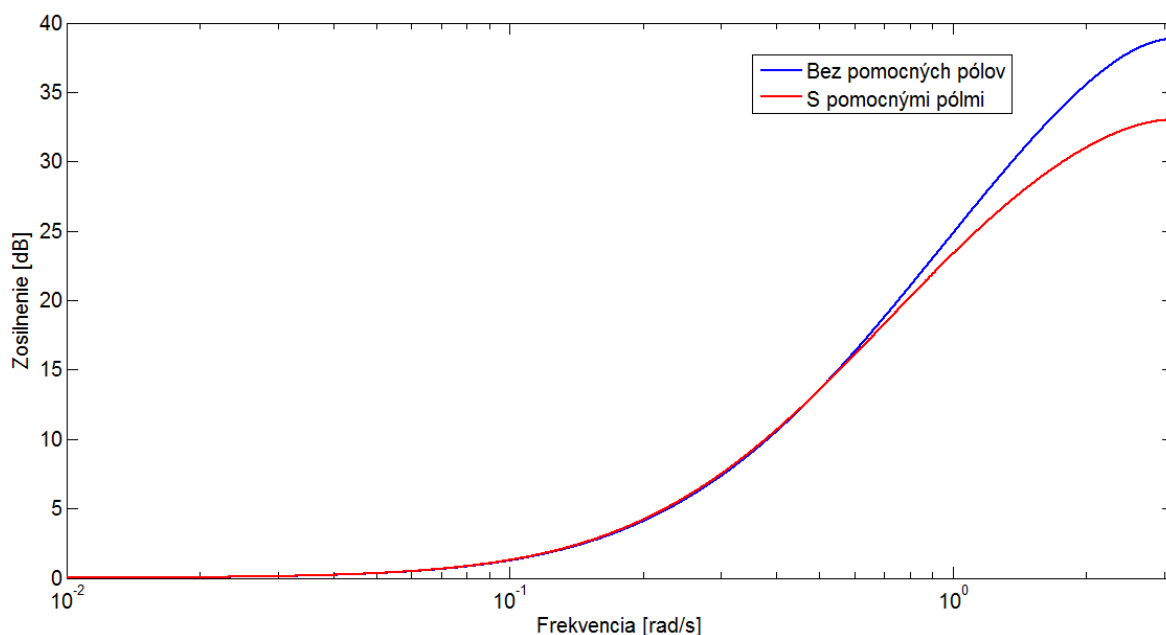
Obr. 37 Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy  $K = 2.15$ 

Po zvýšení zosilnenia sústavy z pôvodnej hodnoty  $K = 1$  na hodnotu  $K = 2.15$  regulačný obvod, pri ktorom je umiestnenie pomocných pólov  $p_3 = p_4 = 0$ , nedokáže danú



sústavu schopne uregulovať. Ďalšie zvýšenie zosilnenia sústavy by spôsobilo nestabilitu uzavretého regulačného pochodu. Naproti tomu, regulačný obvod s pomocnými pólmi  $p_3 = 0.4985$ ,  $p_4 = 0.0860$  si s daným zvýšením zosilnenia sústavy bez problémov poradil, keďže amplitúdová bezpečnosť pri jeho použití je až  $G_m = 3.0871$ .

Preskúmame ešte vplyv poruchy výstupnej veličiny  $v(k)$  na akčný zásah regulačných obvodov s pomocnými pólmi a bez pomocných pólov. Tento vplyv znázorňuje vstupná senzitivna funkcia  $S_{uv}(z^{-1})$  (Obr. 38).



Obr. 38 Vstupné senzitivne funkcie regulačných obvodov

Do frekvencie poruchy 0.5 rad/s nemajú pomocné póly prakticky žiadny vplyv na pôsobenie poruchy výstupnej veličiny na akčný zásah. Od frekvencie poruchy 0.5 rad/s je akčný zásah regulačného obvodu s pomocnými pólmi viac odolný voči poruchám.

### 6.3 LQ regulátor

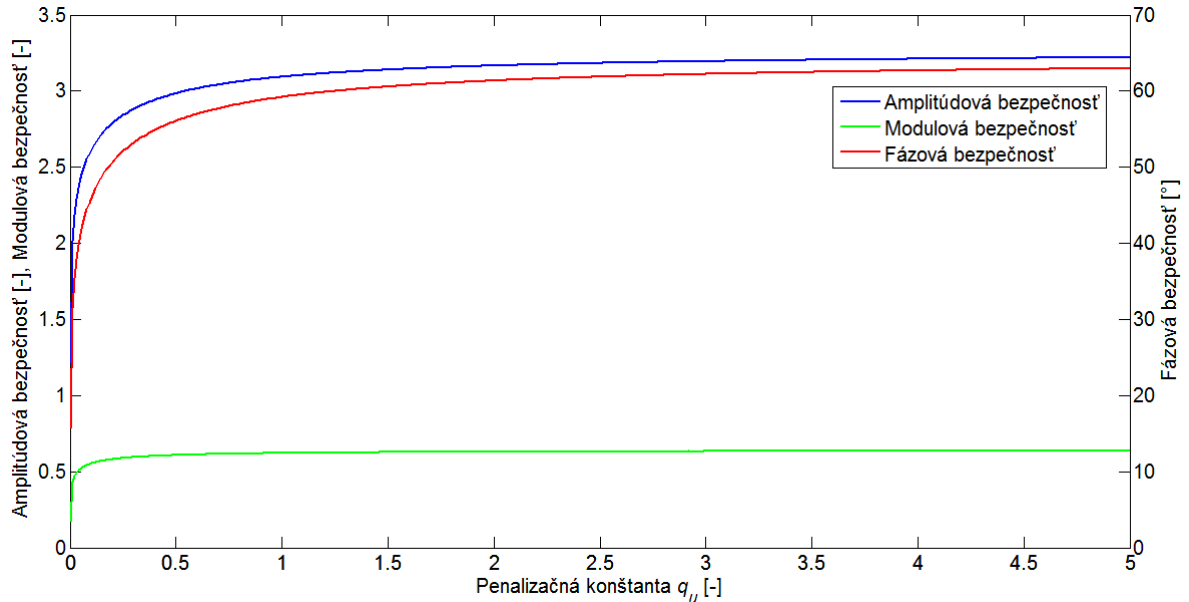
Spojité prenos prvej sústavy je

$$G_{SIM}(s) = \frac{1}{10s^2 + 7s + 1}.$$

Na úvod určíme vplyv penalizačnej konštanty  $q_u$  z minimalizovaného kritéria

$$J = \sum_{k=0}^N \{[w(k) - y(k)]^2 + q_u[u(k)]^2\} \quad (6.2)$$

na parametre robustnosti regulačného obvodu.



Obr. 39 Vplyv penalizačnej konštanty  $q_u$  na robustné vlastnosti

Z obrázku (Obr. 39) je zrejmé, že voľba penalizačnej konštanty  $q_u$  má značný vplyv na ukazovatele robustnosti iba v intervale  $q_u \in \langle 0, 1 \rangle$ . Následné zvyšovanie hodnoty  $q_u$  nemá výrazný vplyv na robustnosť.

Na základe minimalizácie kritéria (6.2) pre  $q_u = 1$  sme dospeli k optimálnej dvojici pólov prenosu riadenia

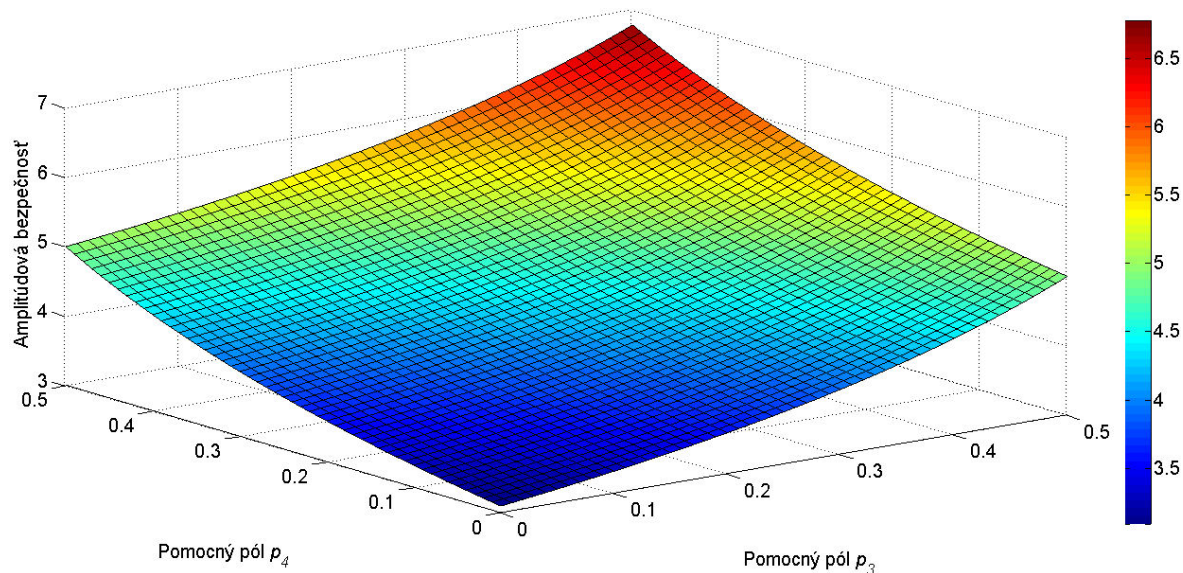
$$p_1 = 0,7130 \quad p_2 = 0,6583$$

Pre dvojicu optimálnych pólov má diferenčná rovnica akčného zásahu tvar

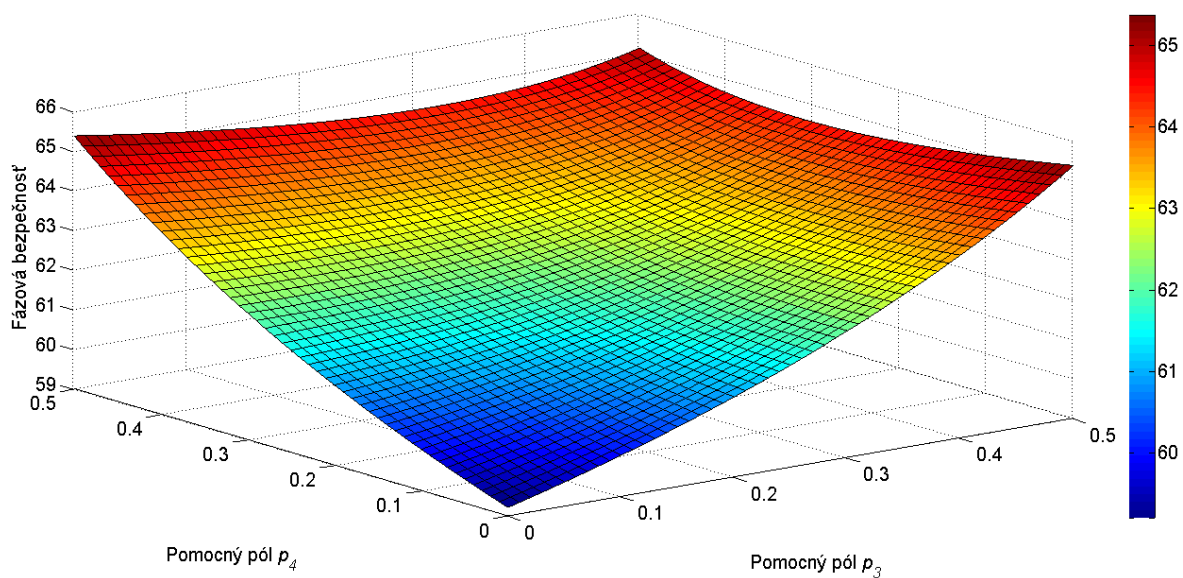
$$u(k) = 1.3749w(k) - 15.1029y(k) + 20.8616y(k-1) - 7.1336y(k-2) \\ + 0.5472u(k-1) + 0.4528u(k-2).$$

Keďže minimalizáciou kritéria (6.2) obdržíme iba 2 optimálne póly prenosu riadenia, preskúname vplyv zvyšných 2 pólov na robustné vlastnosti regulačného obvodu.

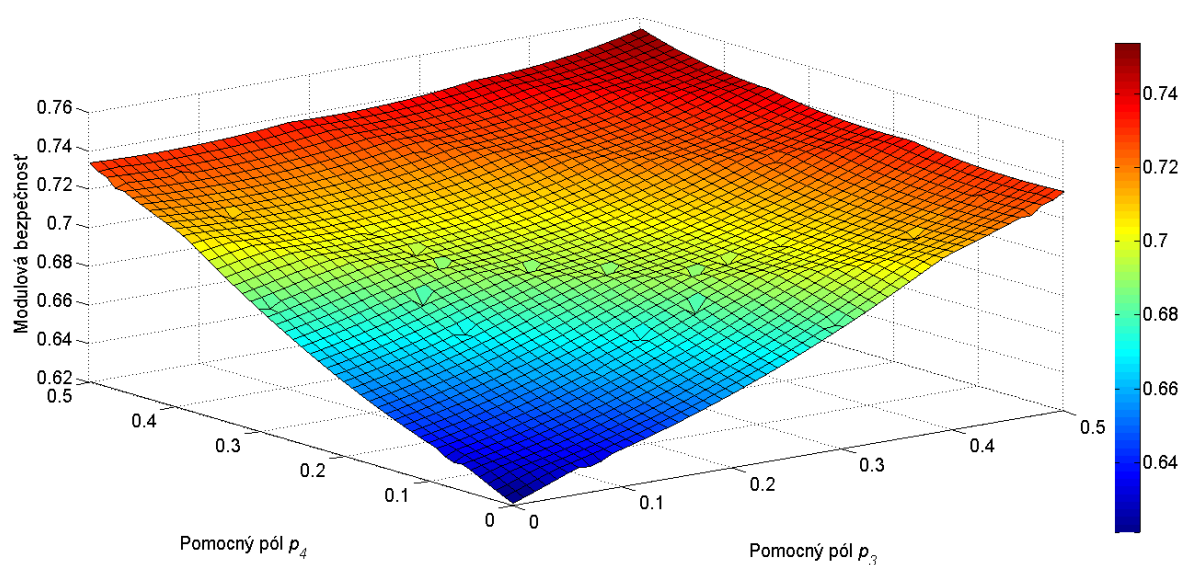
Nasledující grafy zobrazují vliv umístění zbytných pólů v intervalech  $\langle 0, 0.5 \rangle$  na ukazovatele robustnosti.



Obr. 40 Závislost' amplitúdovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch

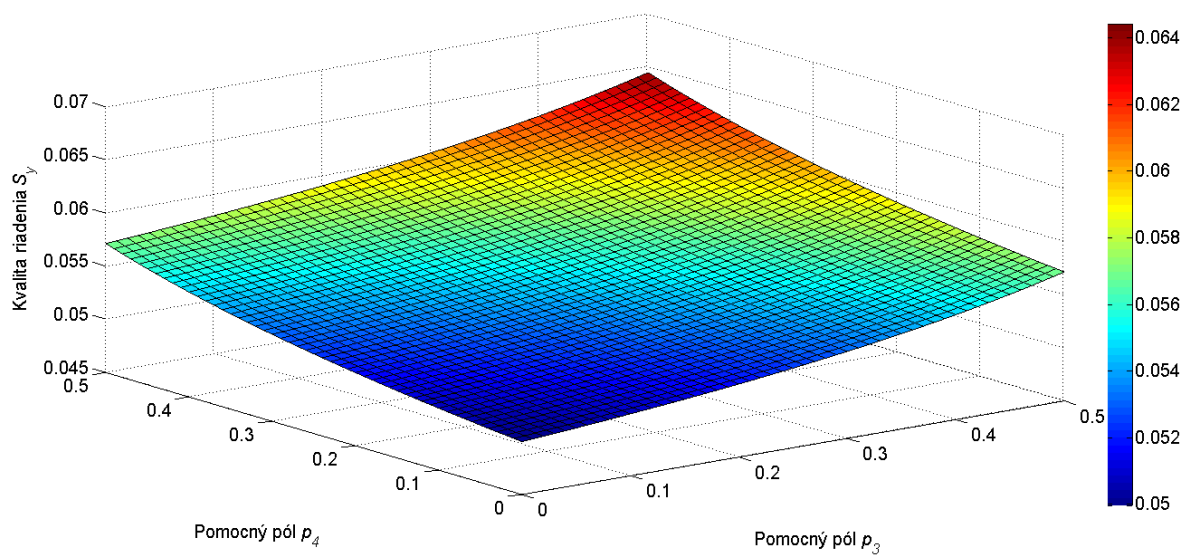


Obr. 41 Závislost' fázovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch

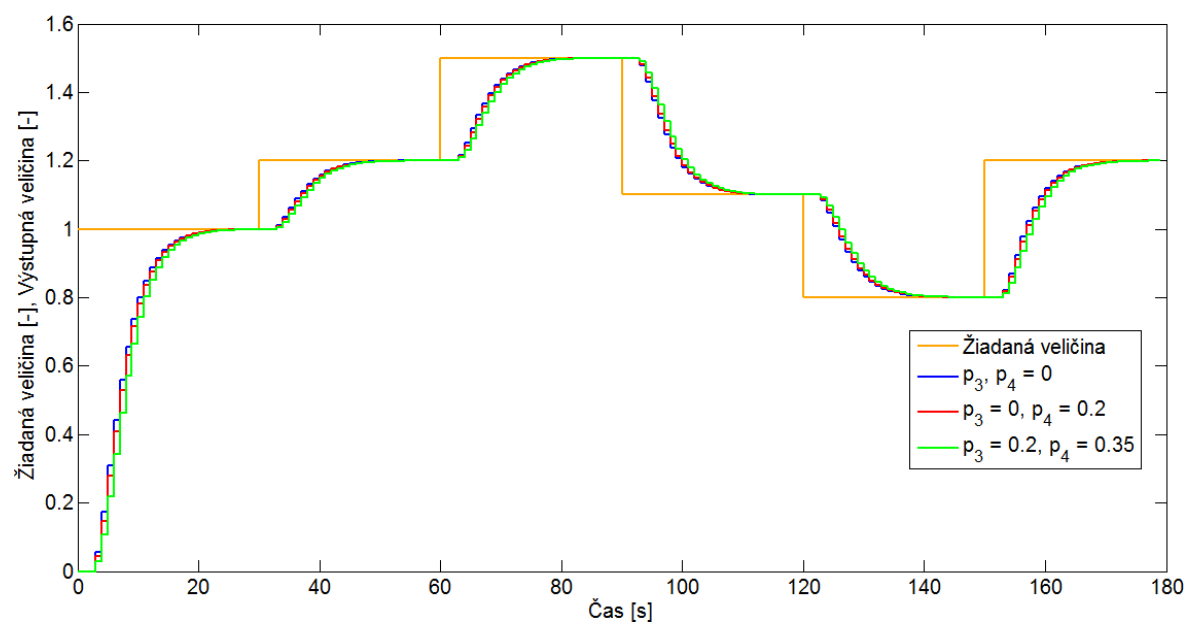


Obr. 42 Závislosť modulovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch

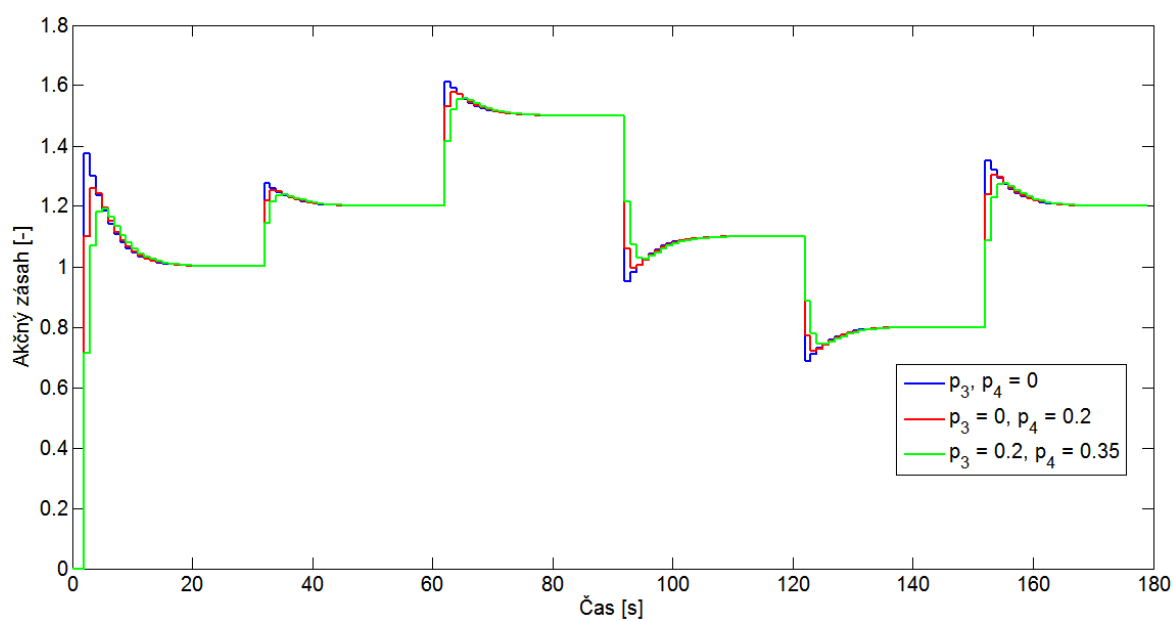
Pri voľbe pomocných pólov  $p_3$  a  $p_4$  musíme brať na zreteľ vplyv ich umiestnenia na kvalitu regulácie, čo znázorňuje nasledujúci graf (Obr. 43)

Obr. 43 Závislosť kvality riadenia  $S_y$  na zvolených pomocných póloch

Na základě grafických závislosti umístění pomocných pólov na robustné vlastnosti (Obr. 40, Obr. 41, Obr. 42) a s prihliadnutím vplyvu na kvalitu riadenia (Obr. 43) bola zvolená dvojica umiestnení pomocných pólov  $p_3 = 0$ ,  $p_4 = 0.2$  a  $p_3 = 0.3$ ,  $p_4 = 0.35$ .



Obr. 44 Priebehy výstupných veličín pre zvolené pomocné póly

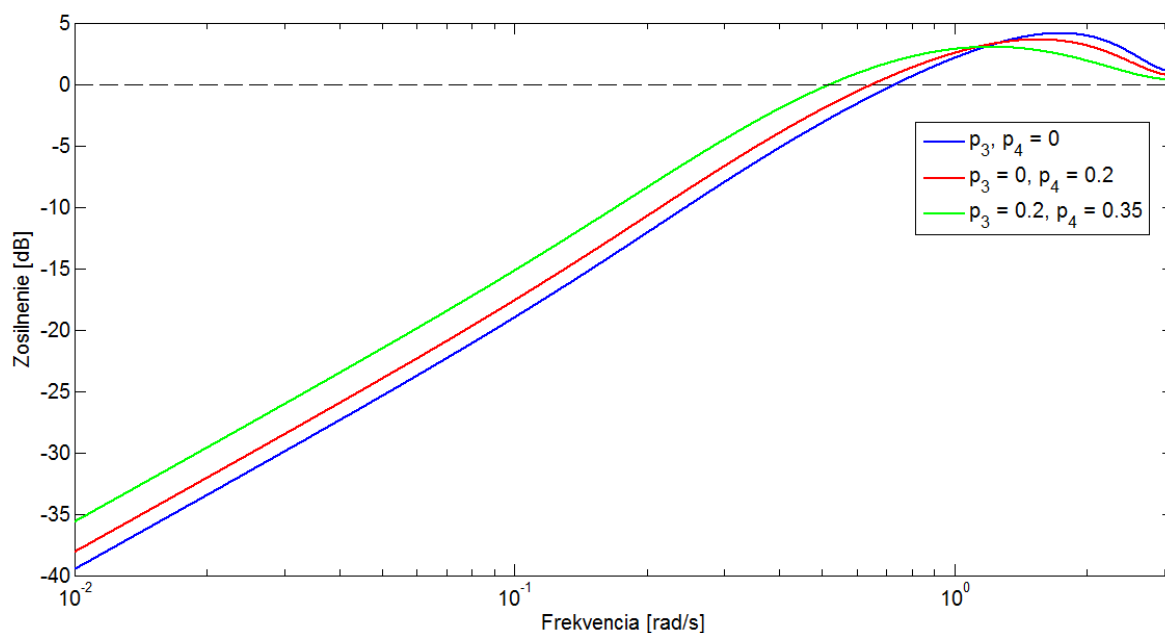


Obr. 45 Priebehy akčných zásahov pre zvolené pomocné póly

Umiestnenie pomocných pólov neovplyvnilo vo výraznej miere priebeh výstupnej veličiny (Obr. 44). Väčšie rozdiely je vidieť na priebehu akčného zásahu, ktorý sa pridávaním pomalších pólov utlmoval (Obr. 45).

Tab. 8 Kritéria kvality pre zvolené dvojice pomocných pólov

Pomocné póly	Kritérium $S_y$	Kritérium $S_u$
$p_3, p_4 = 0$	0.0500	0.0163
$p_3 = 0, p_4 = 0.2$	0.0519	0.0106
$p_3 = 0.2, p_4 = 0.35$	0.0559	0.0056

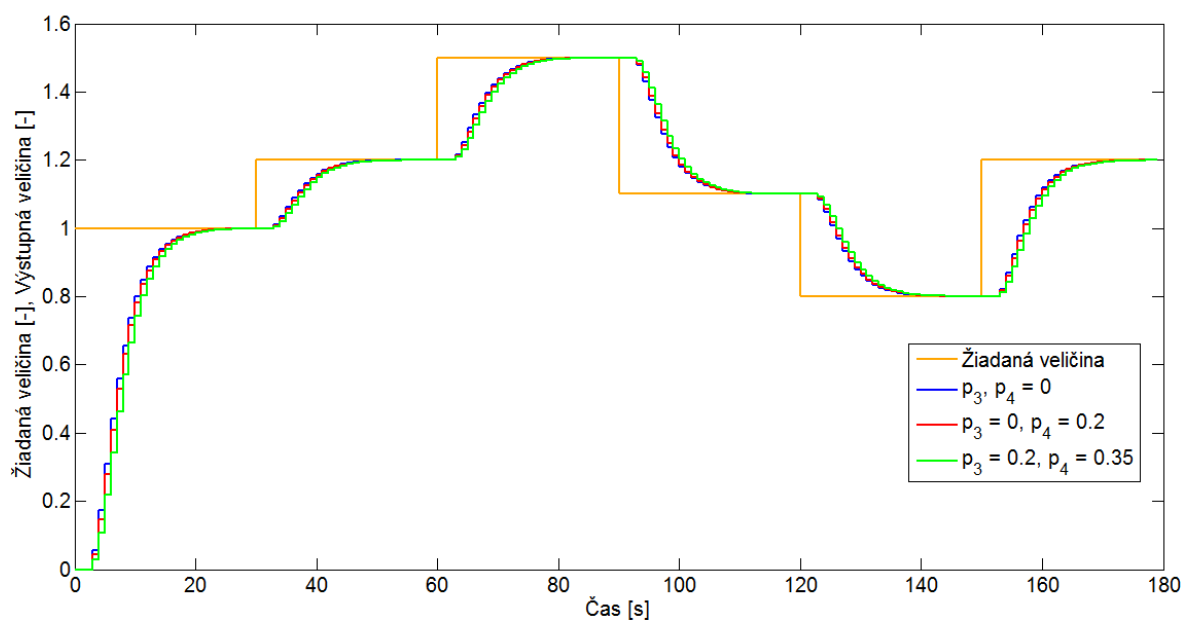


Obr. 46 Výstupná senzitivna funkcia pre zvolené pomocné póly

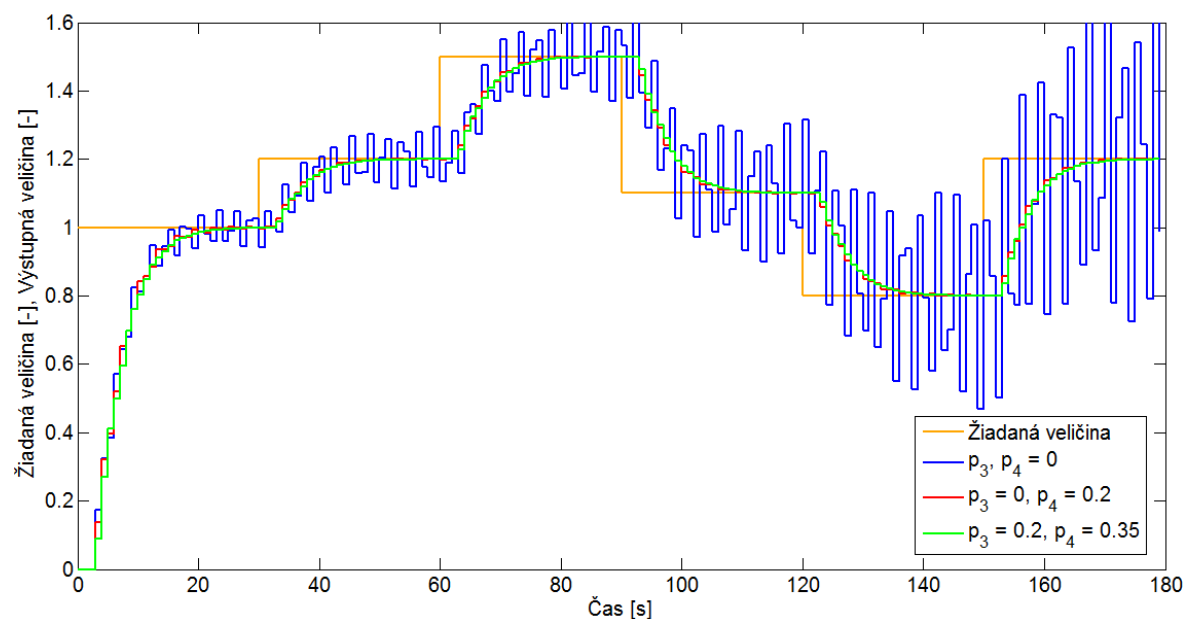
Z obrázku (Obr. 46) je vidieť, že výstupná senzitivna funkcia má najmenšiu hodnotu extrému pri pomocných póloch  $p_3 = 0.2$  a  $p_4 = 0.35$ , čo znamená, že najmenšia vzdialenosť Nyquistovej krivky od kritického bodu, vyjadrená pomocou moduluovej bezpečnosti, je najväčšia z pozorovaných prípadov, vid' nasledujúca tabuľka (Tab. 9).

Tab. 9 Parametre robustnosti pre zvolené dvojice pomocných pólov

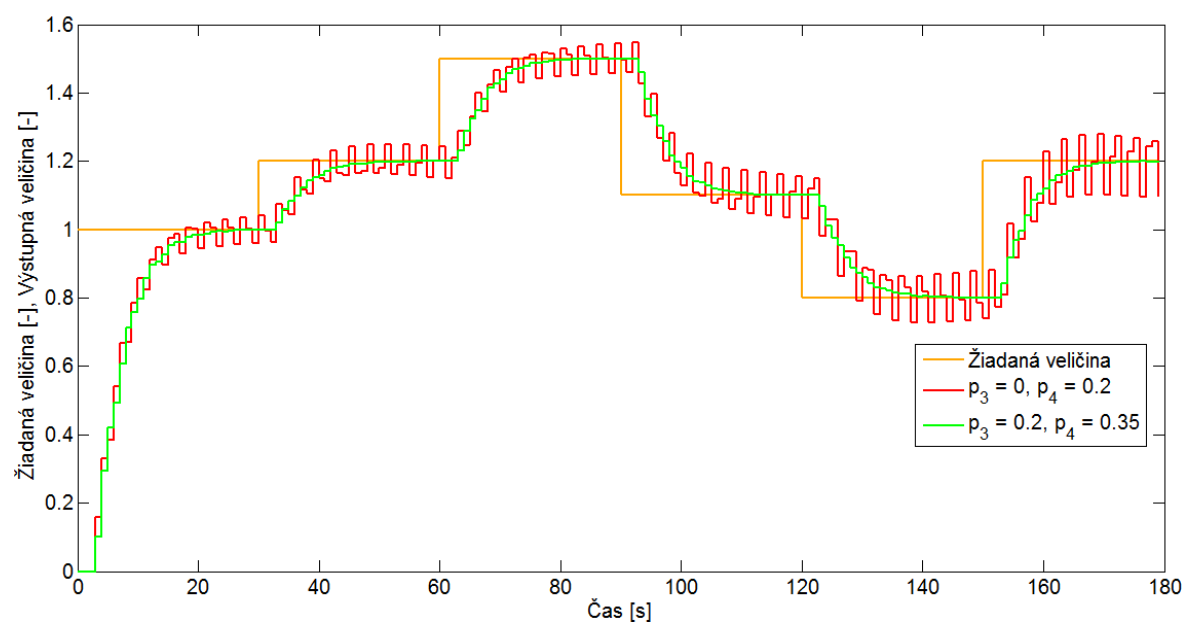
Pomocné póly	Amplitúdová bezpečnosť	Fázová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
$p_3, p_4 = 0$	3.0936	59.2111	0.6211
$p_3 = 0, p_4 = 0.2$	3.5849	61.0125	0.6585
$p_3 = 0.2, p_4 = 0.35$	4.6074	62.8200	0.7057

Obr. 47 Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy  $K = 2$ 

So zmenou zosilnenia sústavy  $K = 2$  si poradili všetky 3 regulátory bez väčších odchýlok od riadenia nominálnej sústavy (Obr. 47).

Obr. 48 Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy  $K = 3.15$ 

Zosilnenie sústavy  $K = 3.15$  už nezvláda prvý regulátor (Obr. 48), ktorého parametre boli vypočítané v prípade bez vlastného umiestnenia pomocných pólov, pretože zosilnenie sústavy bolo zvýšené viackrát, ako je amplitúdová bezpečnosť daného obvodu.

Obr. 49 Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy  $K = 3.6$



Pri zosilnení sústavy  $K = 3.6$  sa do nestability dostal regulačný obvod s pomocnými pólmi prenosu riadenia  $p_3 = 0$  a  $p_4 = 0.2$  (Obr. 49). Regulačný obvod s pomocnými pólmi prenosu riadenia  $p_3 = 0.2$  a  $p_4 = 0.35$  dané znásobenie zosilnenia sústavy bez problémov zvláda.

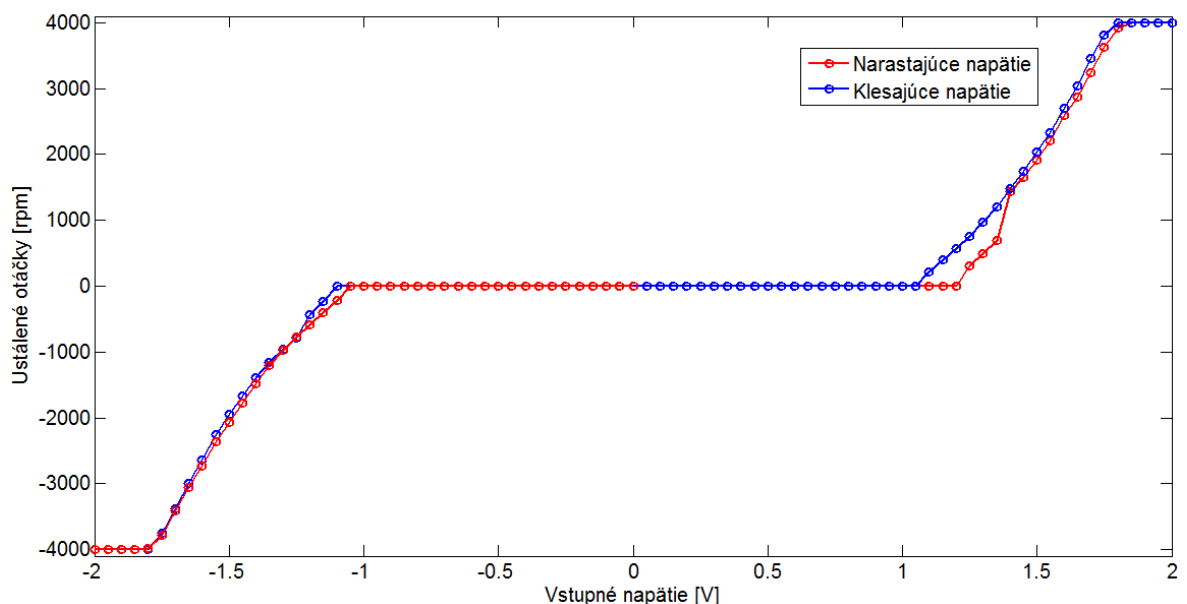
## 7 REÁLNÝ SYSTÉM

### 7.1 Identifikácia

Pre návrh konkrétneho regulátoru na riadenie predmetnej sústavy je potrebné získať diskretný prenos reálnej sústavy. Períodu vzorkovania sme zvolili  $T_{vz} = 0,05$  s. Rovnaká perióda vzorkovania bola použitá pri identifikácii a riadení totožného servomechanizmu v [23].

#### 7.1.1 Statická charakteristika

Statická charakteristika je závislosť ustálených stavov výstupnej veličiny na ustálené hodnoty vstupných veličín. Ako vstupná veličina bol použitý schodovitý priebeh napätia s veľkosťou skokov 0,05 V v rozsahu  $\langle 0, 2 \rangle$  V. Určovať ustálené otáčky pri vyššom napätí by už bolo bezvýznamné, pretože od napätia približne 1,8 V dosiahli otáčky maximálnu úroveň 4000 rpm (otáčok za minútu) a ďalej sa nezvyšovali. Meranie statickej charakteristiky sme opakovali desať krát a výsledná statická charakteristika bola určená ako priemer všetkých nameraných prechodových charakteristík.



Obr. 50 Statická charakteristika servomechanizmu DR300

### 7.1.2 Experimentálna identifikácia

Experimentálnu identifikáciu sústavy sme vykonali pomocou jednorazovej metódy najmenších štvorcov. Keďže zo statickej charakteristiky je zrejmé, že systém obsahuje výrazné pásmo necitlivosti, zahrnieme jeho prítomnosť do diferenčnej rovnice druhého rádu popisujúcej skúmaný systém

$$y(k) = -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + y_0, \quad (7.1)$$

kde  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  sú hľadané neznáme parametre systému a  $y_0$  je neznámy parameter vyjadrujúci pásmo necitlivosti. Rovnicu (7.1) je možné zapísať v tvare

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + y_0, \quad (7.2)$$

kde  $A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}$  a  $B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + b_2z^{-2}$ . Vzťah pre výstupnú veličinu  $y(k)$

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(k) + \frac{1}{A(z^{-1})}y_0 = \frac{B(z^{-1})u(k) + y_0}{A(z^{-1})} \quad (7.3)$$

je nutné upraviť tak, aby sme obdržali prenos systému nezávislý na parametri vyjadrujúcom pásmo necitlivosti  $y_0$ , na ktorý by bolo možné aplikovať lineárne zákony riadenia. Zo statickej charakteristiky vyplýva, že pre kladný smer otáčania (samotné riadenie bude prebiehať len v oblasti kladných otáčok) musí byť po prekonaní pásma necitlivosti vstupné napätie servomechanizmu zmenšené o úroveň daného pásma necitlivosti, aby sme sústavu, do úrovne maximálnych možných otáčok, mohli považovať za lineárnu s prenosom

$$G_M(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}. \quad (7.4)$$

Napätie prislúchajúce pásmu necitlivosti  $U_{PN}$  analyticky určíme z rovnice

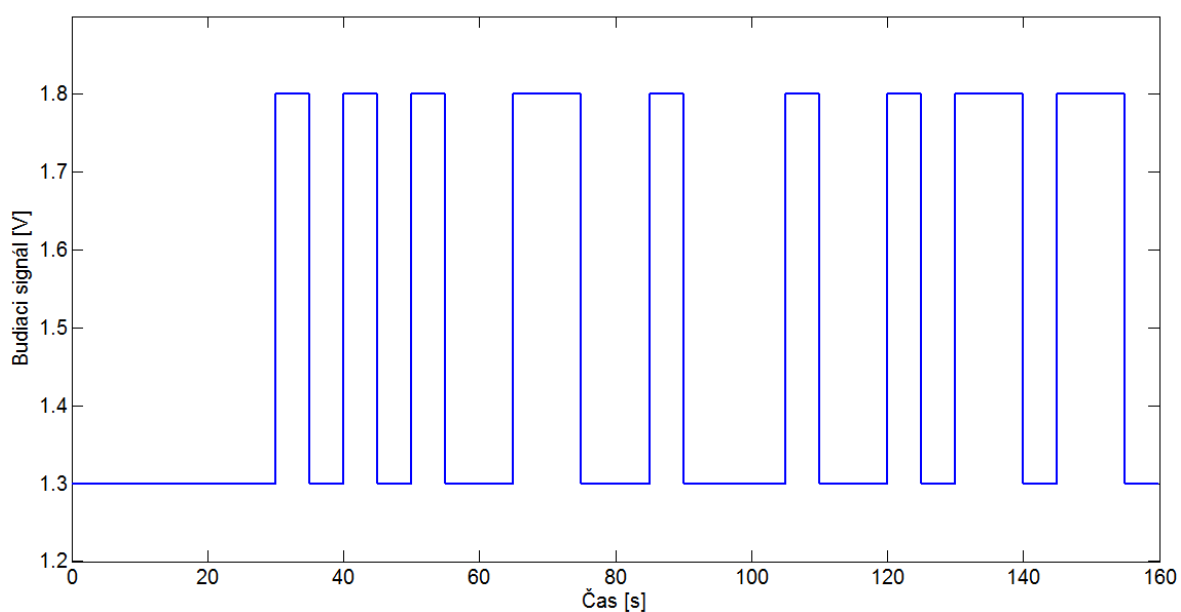
$$\begin{aligned} B(z^{-1})[u(k) + U_{PN}] + y_0 &= B(z^{-1})u(k), \\ (b_1z^{-1} + b_2z^{-2})[u(k) + U_{PN}] + y_0 &= (b_1z^{-1} + b_2z^{-2})u(k), \\ b_1[u(k-1) + U_{PN}] + b_2[u(k-2) + U_{PN}] + y_0 &= b_1u(k-1) + b_2u(k-2), \\ U_{PN} &= -\frac{y_0}{b_1 + b_2}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Matica dát  $F$  a vektor neznámých parametrov  $\theta$  maticovej rovnice (2.7) budú mať, pri uvažovaní diferenčnej rovnice (7.1), tvar

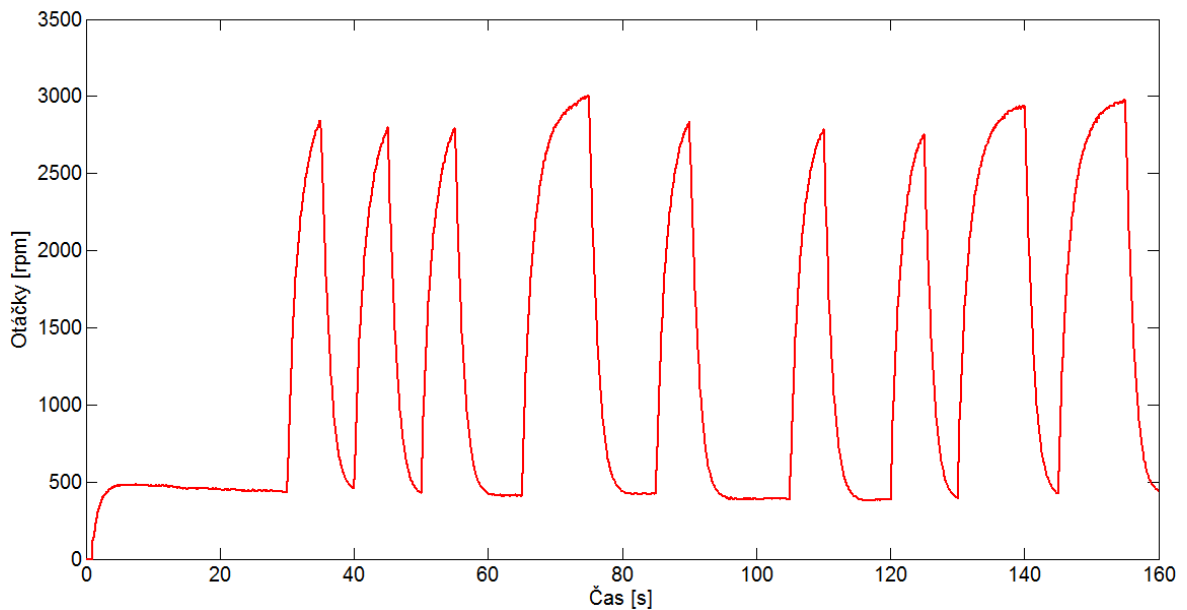
$$F = \begin{bmatrix} -y(2) & -y(1) & u(2) & u(1) & 1 \\ -y(3) & -y(2) & u(3) & u(2) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & u(N-1) & u(N-2) & 1 \end{bmatrix}, \quad (7.6)$$

$$\theta^T = [a_1 \quad a_2 \quad b_1 \quad b_2 \quad y_0]. \quad (7.7)$$

Ako budiaci signál sme zvolili pseudonáhodný binárny signál s maximálnou hodnotou vstupného napätia 1.3 V a minimálnou hodnotou vstupného napätia 1.8 V. Na vygenerovanie budiaceho signálu bola použitá funkcia *idinput* popísaná v podkapitole 2.1.1.



Obr. 51 Použitý budiaci signál



Obr. 52 Výstupné otáčky pri experimentálnej identifikácii

Jednorazovou MNČ boli určené neznáme koeficienty rovnice (7.1)

$$a_1 = -0.5501, \quad a_2 = -0.4036, \quad b_1 = 0.0055, \quad b_2 = 0.0526, \quad y_0 = -0.0713.$$

Úroveň pásma necitlivosti určíme z odvodeného vzťahu (7.5)

$$U_{PN} = -\frac{y_0}{b_1 + b_2} = 1.2272 \text{ V.}$$

Zo Z – obrazu výstupnej veličiny

$$Y(z^{-1}) = \frac{0.0055z^{-1} + 0.0526z^{-2}}{1 - 0.5501z^{-1} - 0.4036z^{-2}} U(z^{-1}) - \frac{0.0713}{1 - 0.5501z^{-1} - 0.4036z^{-2}}$$

získame prenos lineárnej časti systému v kladných otáčkach

$$G_M(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{0.0055z^{-1} + 0.0526z^{-2}}{1 - 0.5501z^{-1} - 0.4036z^{-2}}.$$

Tento prenos bude uvažovaný pri návrhu regulátorov.

## 7.2 Regulácia

Takahashiho regulátor bol pri riadení servomechanizmu nepoužiteľný, pretože pri skokových zmenách žiadanej veličiny došlo k veľkému rozkmitaniu výstupnej veličiny a regulačný pochod sa dostal do nestability. Z toho dôvodu boli pri návrhu riadenia použité iba regulátory navrhnuté metódou priradenia pólov a LQ regulátor.

### 7.2.1 Metóda priradenia pólov

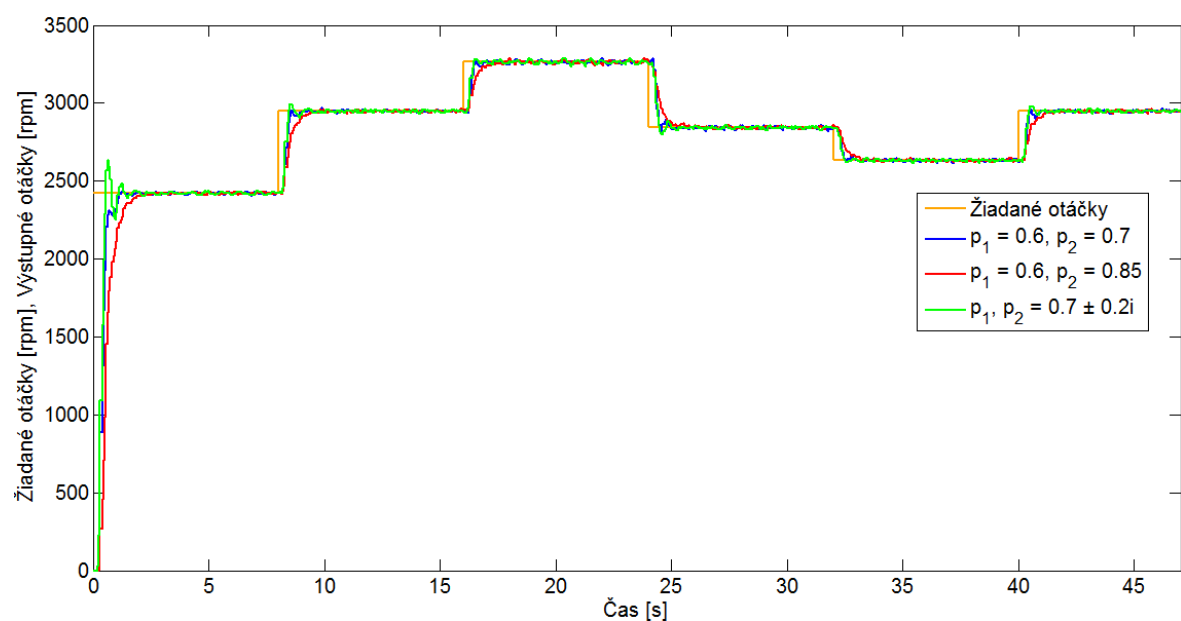
Pri použití metódy priradenia pólov sme použili 2DOF štruktúru regulačného obvodu. Na začiatok sme navrhli parametre regulátoru a filtru žiadanej veličiny na základe tak, aby charakteristický polynóm prenosu riadenia mal tri požadované pozície hlavných pólov  $p_1$  a  $p_2$  (pomocné póly  $p_3$  a  $p_4$  uvažujeme pre začiatok nulové). Zvolené požadované dvojice hlavných pólov sú

$$p_1 = 0.6, \quad p_2 = 0.7,$$

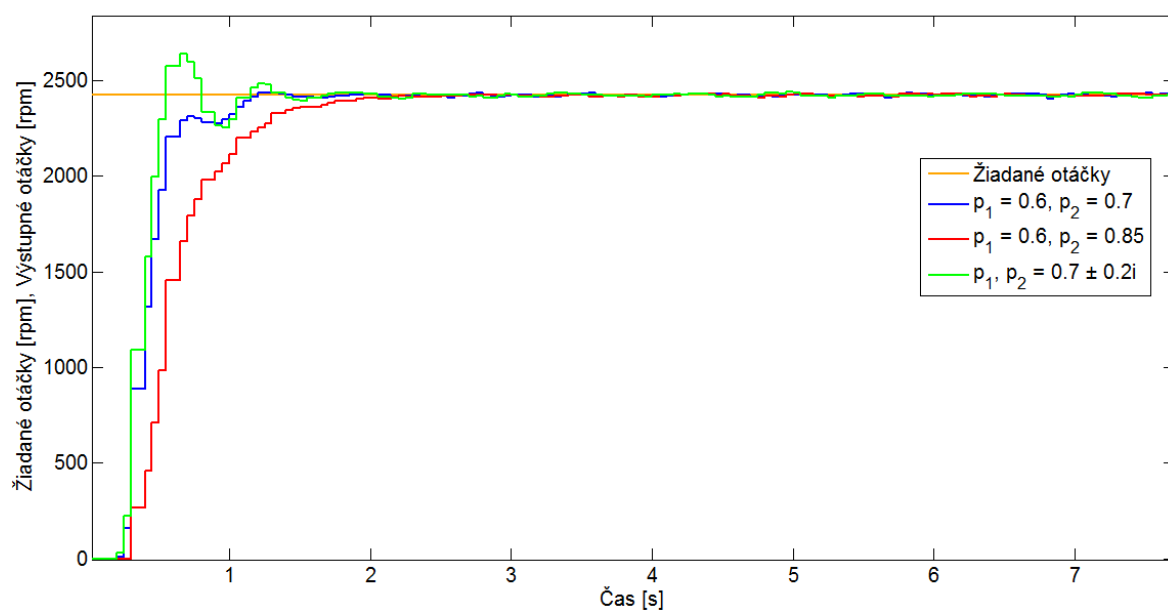
$$p_1 = 0.6, \quad p_2 = 0.85,$$

$$p_1 = 0.7 + 0.2i, \quad p_2 = 0.7 - 0.2i.$$

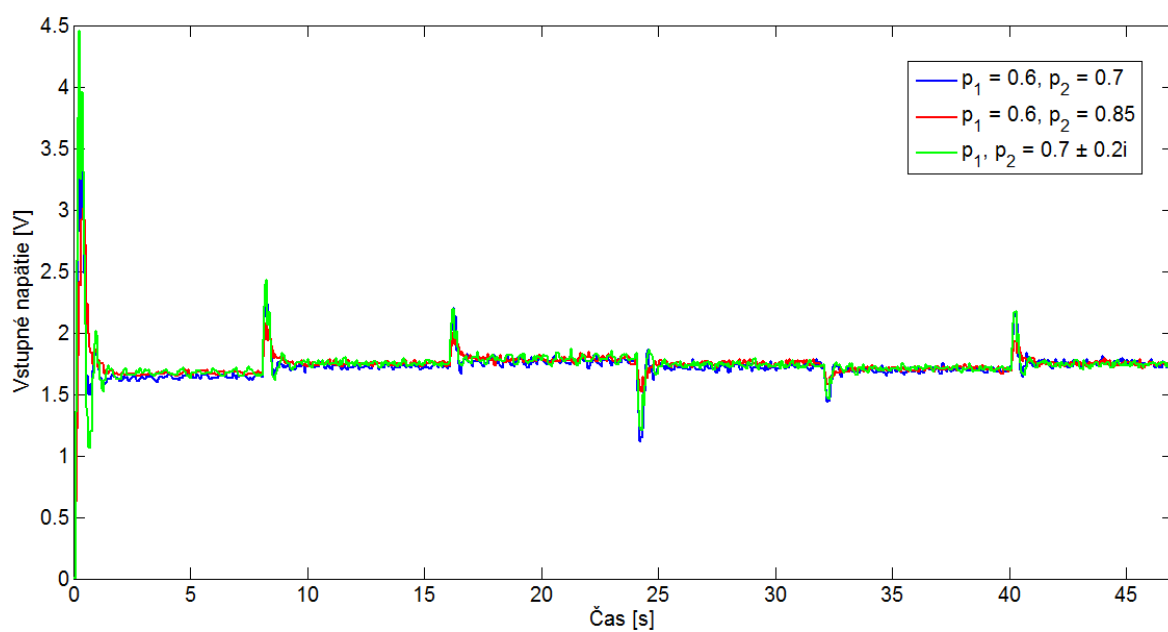
Pre zvolené dvojice hlavných pólov sme porovnali priebeh regulovaných otáčok servomechanizmu (Obr. 53) a príslušných akčných zásahov (Obr. 55)



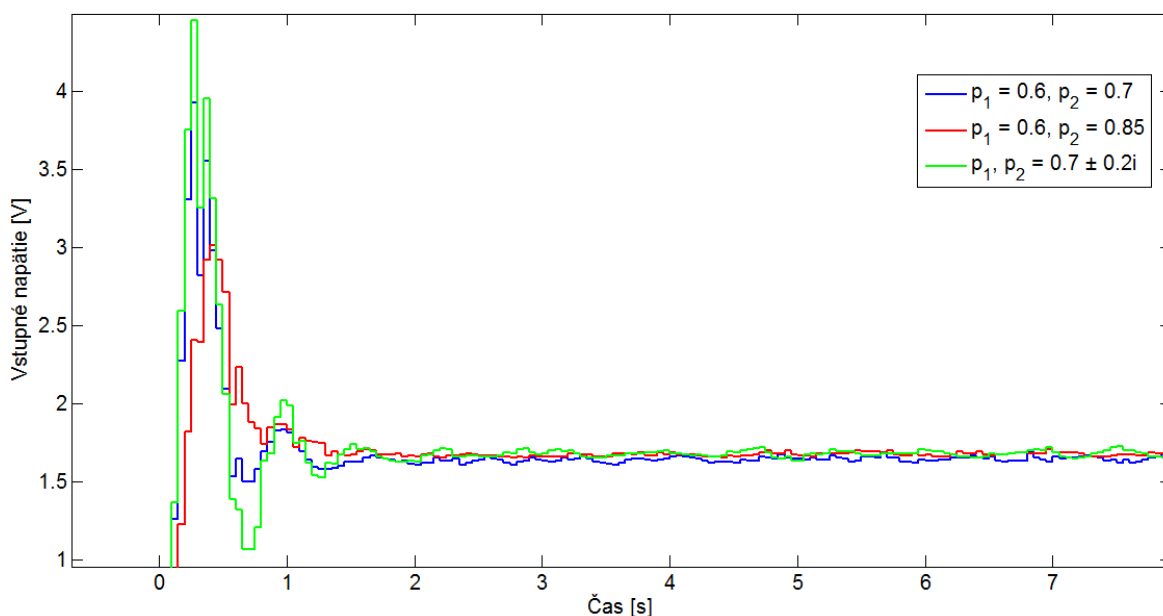
Obr. 53 Porovnanie priebehu otáčok pre zvolené hlavné póly



Obr. 54 Detail na priebehy výstupných veličín pri prvom skoku žiadanej veličiny



Obr. 55 Porovnanie akčných zásahov pre zvolené hlavné póly



Obr. 56 Detail na priebehy akčných zásahov pri prvom skoku žiadanej veličiny

Regulačný pochod pri použití pólov  $p_1 = 0.6$ ,  $p_2 = 0.85$  je najšetrnejší z hľadiska akčného zásahu, avšak tým pádom je jeho odozva najpomalšia. Pri použití komplexne združenej dvojice pólov bol na začiatku zaznamenaný prekmit. Pre ďalšiu prácu sme si teda zvolili dvojicu pólov  $p_1 = 0.6$ ,  $p_2 = 0.7$ , pri ktorej majú výstupné otáčky servomechanizmu rýchlu odozvu, ktorá je zároveň bez prekmitu.

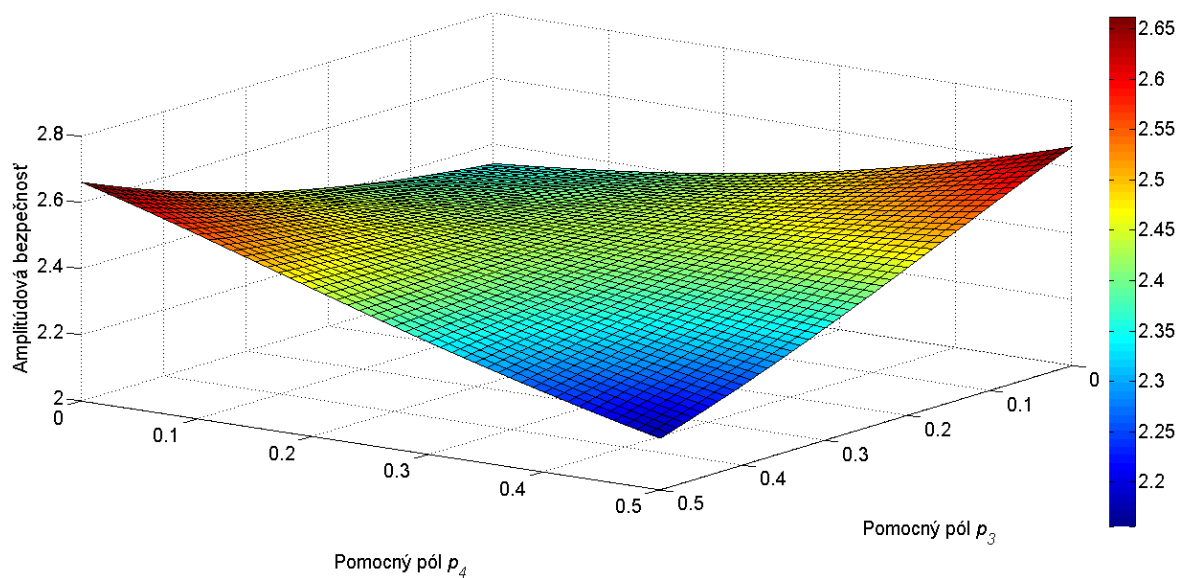
Uvedieme si koeficienty robustnosti pre vybranú dvojicu hlavných pólov (Tab. 10)

Tab. 10 Koeficienty robustnosti pre zvolenú dvojicu hlavných pólov

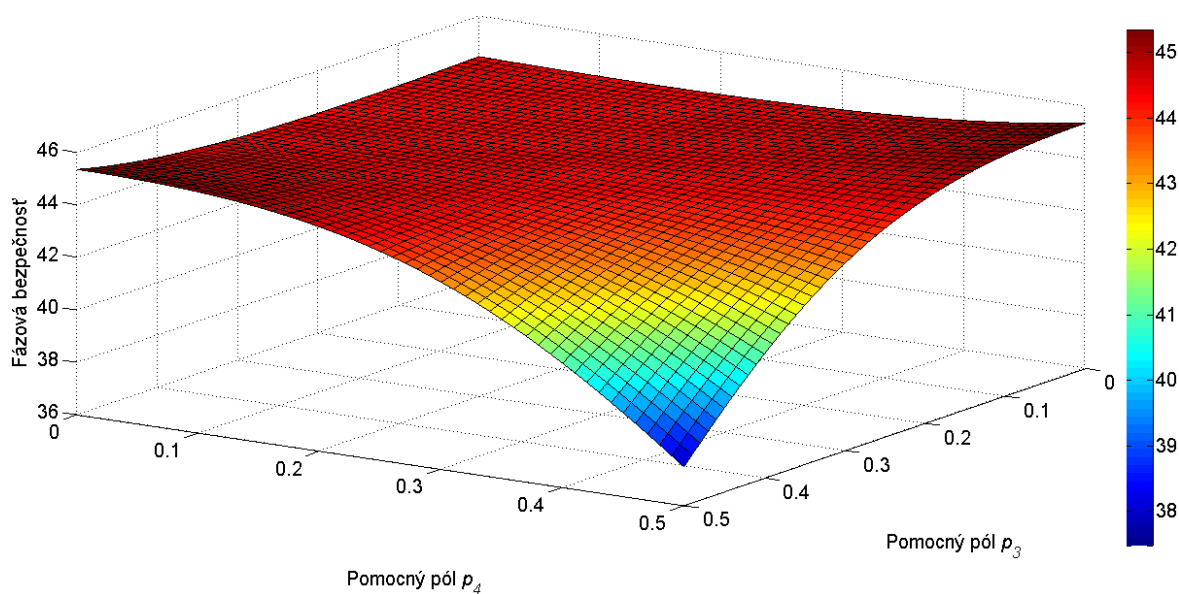
Amplitúdová bezpečnosť	Fázová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
2.3416	44.4158	0.5488

Ďalej preskúmame možnosť zlepšenia hodnôt koeficientov robustnosti vhodným umiestnením pomocných pólov  $p_3$  a  $p_4$ . Budeme vychádzať z grafického znázornenia závislosti voľby pomocných pólov v intervale  $\langle 0, 0.5 \rangle$  na jednotlivé koeficienty robustnosti.

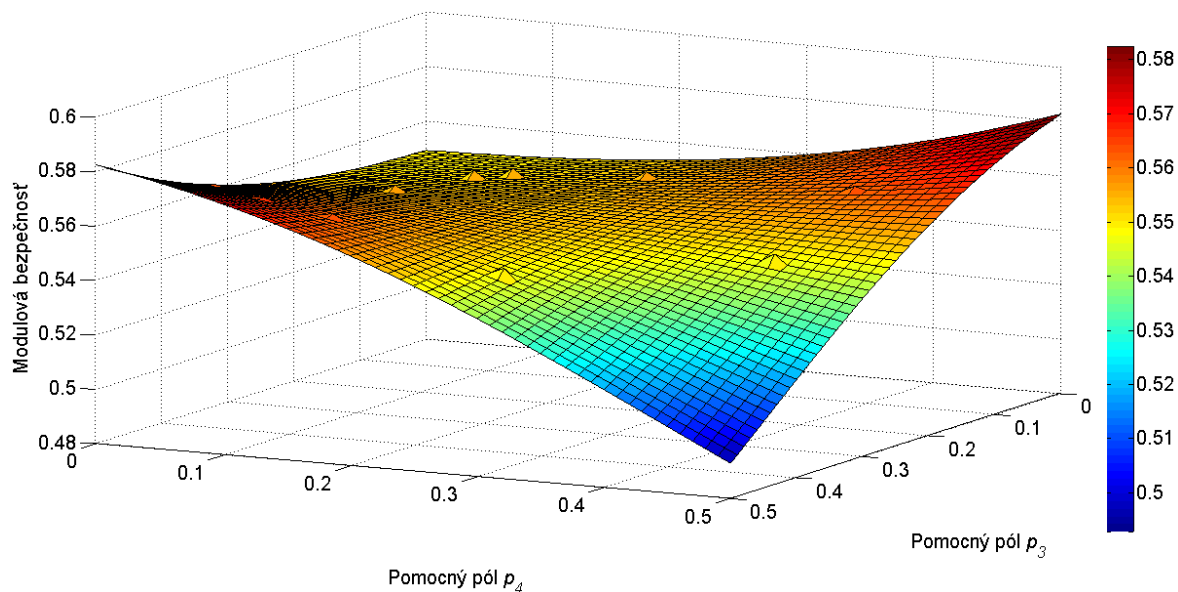




Obr. 57 Závislosť amplitúdovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch



Obr. 58 Závislosť fázovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch



Obr. 59 Závislosť modulej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch

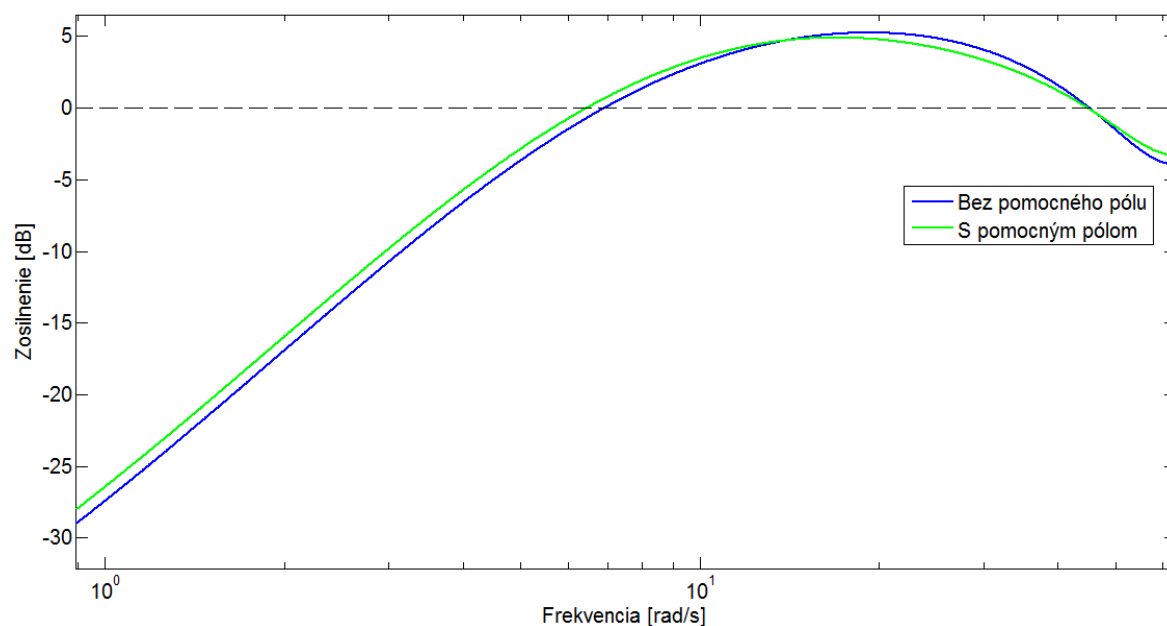
Z grafických závislostí koeficientov robustnosti na voľbe pomocných pólov je vidieť, že k miernemu zvýšeniu amplitúdovej a modulej bezpečnosti dôjde posunutím jedného pomocného pólu smerom k bodu 0.5. Ako pomocné body sme zvolili

$$p_3 = 0.4 \quad p_4 = 0$$

Tab. 11 Parametre robustnosti pre zvolené dvojice pomocných pólov

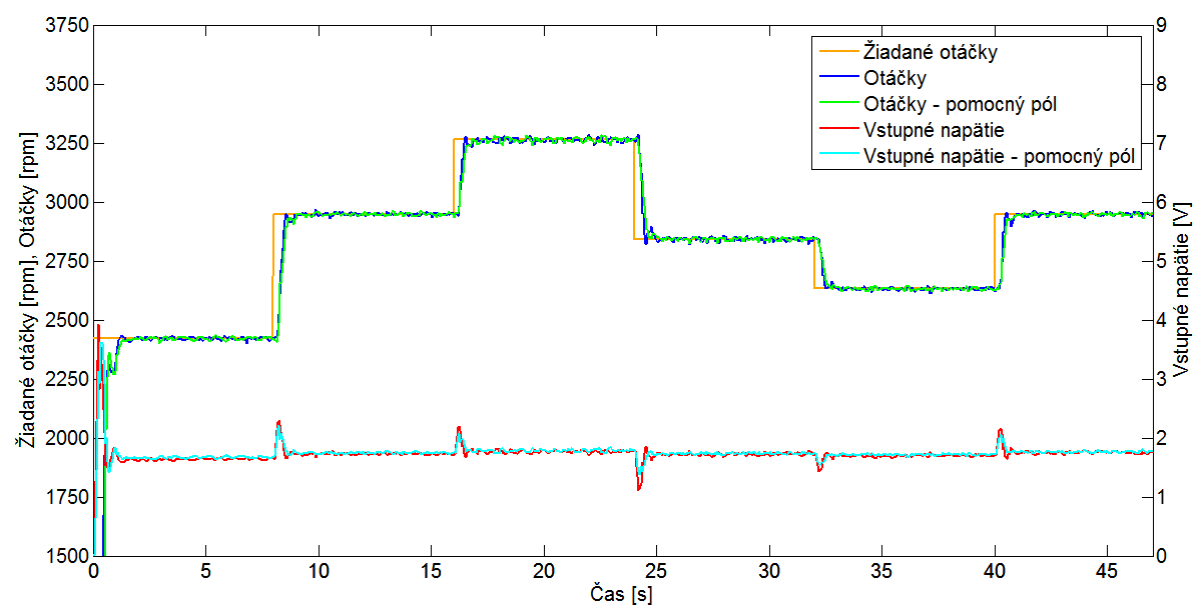
Pomocné póly	Amplitúdová bezpečnosť	Fázová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
$p_3, p_4 = 0$	2.3416	44.4158	0.5488
$p_3 = 0.4, p_4 = 0$	2.5604	44.7453	0.5688

Tabuľka (Tab. 11) zobrazuje jednotlivé koeficienty robustnosti pre zvolené pomocné póly. Pridaním pomocného pólu došlo k miernemu zvýšeniu modulej bezpečnosti, čo je zrejme aj z porovnania priebehov výstupných senzitívnych funkcií (Obr. 60), kde výstupná senzitívna funkcia s pridaným pomocným pólom má menší extrém ako výstupná senzitívna funkcia bez pomocného pólu, čo spôsobuje väčšiu modulovú bezpečnosť.



Obr. 60 Porovnanie výstupných senzitivných funkcií

Porovnáme priebeh regulácie a akčného zásahu regulačného obvodu, ktorého parametre regulátora a filtru žiadanej veličiny sú nastavené tak, aby charakteristický polynóm prenosu riadenia mal nulové pomocné póly a pri ktorom pomocné póly prenosu riadenia majú zvolenú pozíciu  $p_3 = 0.4$ ,  $p_4 = 0$ .



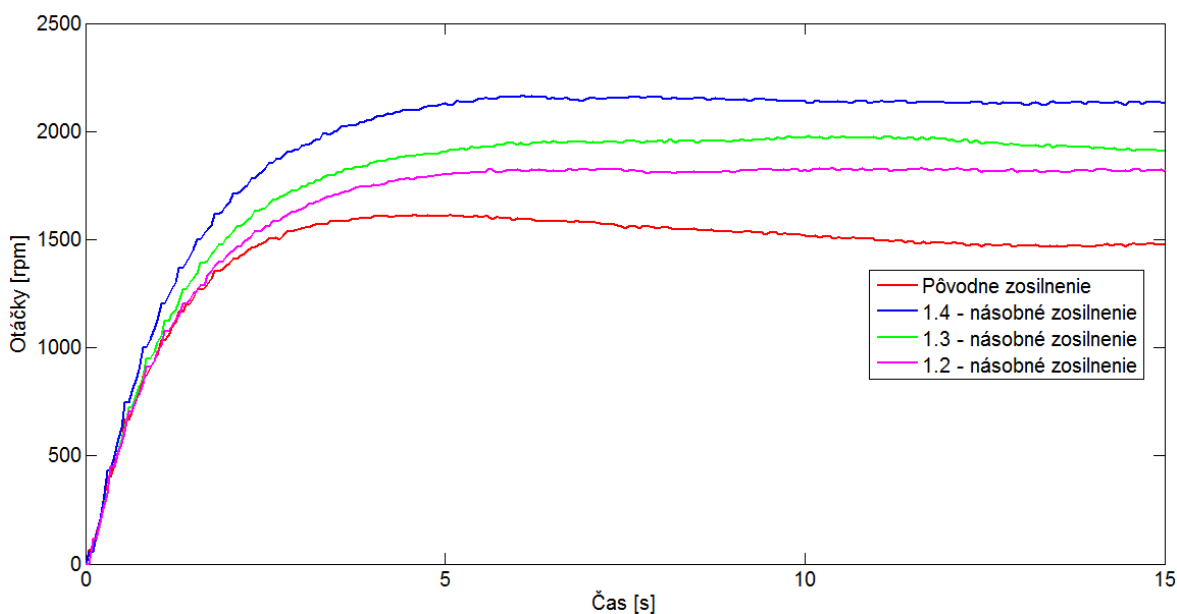
Obr. 61 Priebeh regulačných pochodov s pomocným pólom a bez pomocného pólu

Pridaním pomocného pólu sa utlmil akčný zásah v podobe vstupného napätia. Na priebehu výstupných otáčok pri regulačnom pochode sa to príliš neprejavilo.

Overíme, ako dva navrhnuté regulačné obvody zvládnu zvýšenie zosilnenia sústavy. Boli sme postavení pred otázku, ako umelo zvýšiť zosilnenie reálneho systému pri zachovaní pôvodného pásma necitlivosti. Jednoduché pridanie zosilňovacieho člena *Gain*, ktorého zosilnenie symbolizuje zmenu zosilnenia reálnej sústavy, pred sústavu by spôsobilo zmenu pásma necitlivosti, napr. vstupné napätie 0.7 V by bolo zosilnené na úroveň 1.4 V, čo je viac ako pásmo necitlivosti 1.2272 V a došlo by k roztočeniu servomechanizmu. Je teda potreba pridať za zosilňovací člen *Gain* ešte prvok *Dead Zone*, ktorý slúži na zadefinovanie pásma necitlivosti. Pásmo necitlivosti v tomto prvku  $U_{PN2}$  sme nastavili na hodnotu

$$U_{PN2} = U_{PN} \cdot (G - 1),$$

kde  $U_{PN}$  pásmo necitlivosti reálneho systému a  $G \geq 1$  je požadované zosilnenie reálnej sústavy.



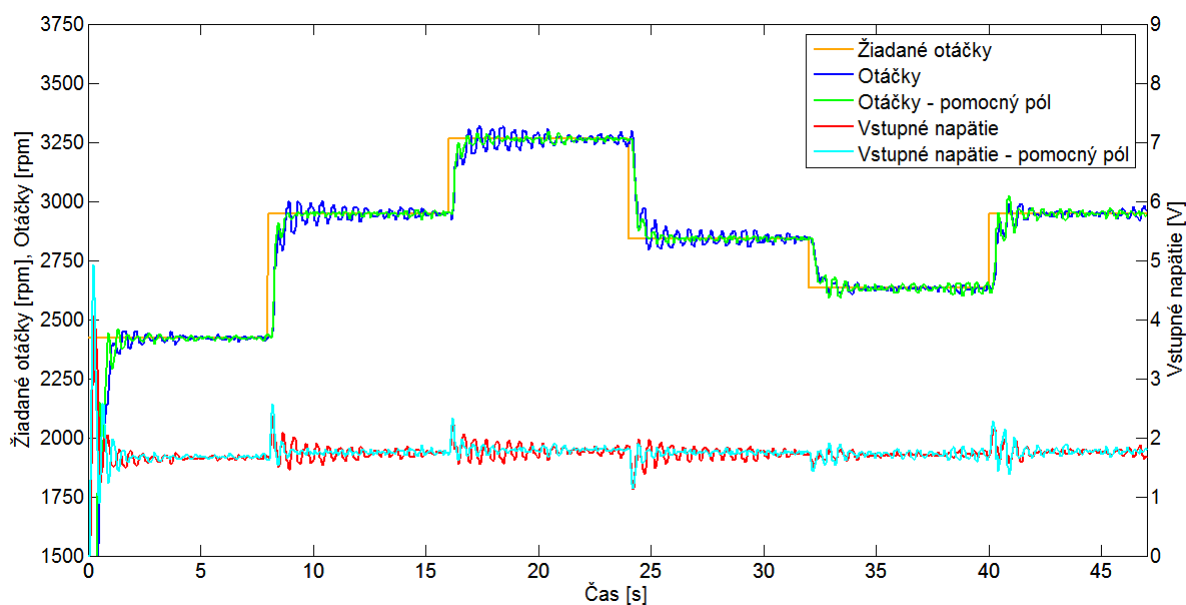
Obr. 62 Porovnanie otáčok pri zmene zosilnenia sústavy

Ustálené hodnoty prechodových charakteristík pre rôzne zosilnenie servomechanizmu (Obr. 62), ktoré sme získali spriemerovaním posledných 100 vzoriek (perióda vzorkovania bola zvolená 0.05 s) sme použili na overenie funkčnosti navrhnutého riešenia na umelé zvýšenie zosilnenia reálnej sústavy (Tab. 12).

Tab. 12 Porovnanie žiadanej a skutočnej zmeny zosilnenia sústavy

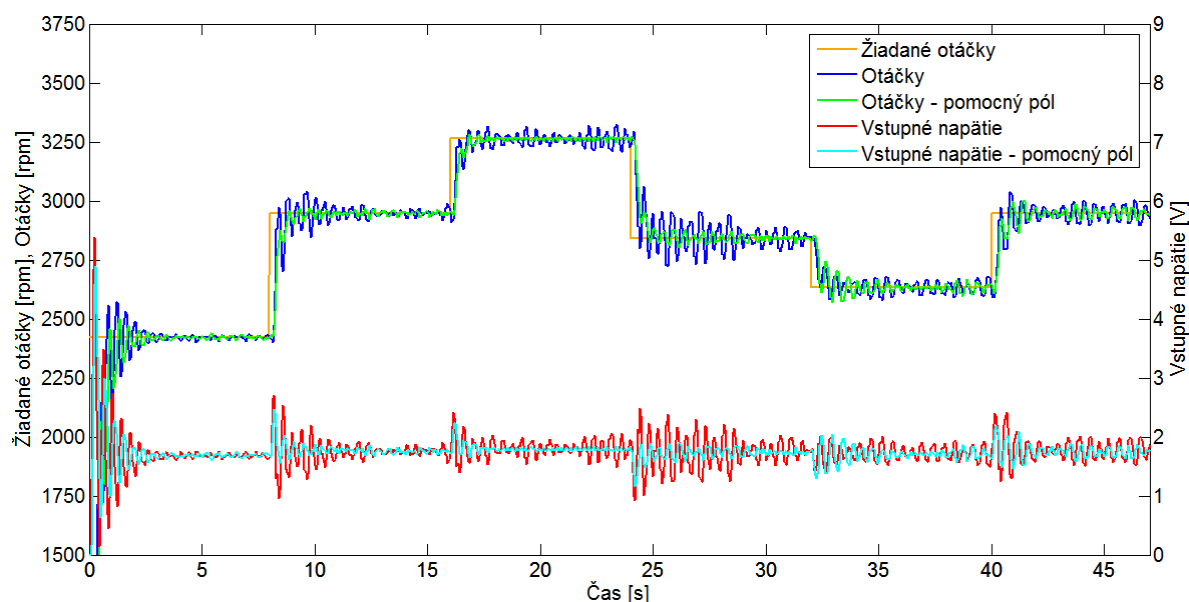
Požadované zosilnenie	Skutočné zosilnenie
1.2	1.2268
1.3	1.3126
1.4	1.4380

Vráťme sa k samotnému riadeniu. Prvé zosilnenie sústavy bolo 1.5 – násobné. Porovnáme priebehy otáčok servomechanizmu a akčných zásahov v podobe vstupného napätia (Obr. 63).



Obr. 63 Priebeh regulačných pochodov pri 1.5 – násobnom zosilnení

Regulačný obvod bez pomocného pólu má viac kmitavý priebeh otáčok ako regulačný obvod s pridaným pomocným pólom, ktorý si s týmto zosilnením dokázal bez problémov poradiť. Následne sme zvýšili zosilnenie sústavy na dvojnásobok pôvodnej hodnoty (Obr. 64).



Obr. 64 Priebeh regulačných pochodov pri 2 – násobnom zosilnení

V tomto prípade dosahujú výstupné otáčky regulačného obvodu bez pomocného pólu takú mieru kmitania, že z praktického hľadiska by bolo takéto riadenie otáčok servomechanizmu nevhodné. Regulačný obvod s pomocným pólom si aj s týmto zvýšením zosilnenia sústavy poradil, aj za cenu mierneho rozkmitania otáčok.

### 7.2.2 LQ regulátor

V rámci tejto podkapitoly je uvedené riadenie servomechanizmu v regulačnom obvode s 2DOF štruktúrou, kde sú parametre regulátoru v spätnej väzbe vypočítané na základe minimalizácie kvadratického kritéria (4.48) a teda hlavné póly boli určené tak, aby charakteristický polynóm prenosu riadenia splňoval rovnicu spektrálnej faktorizácie (4.51)

$$A(z^{-1})q_u A(z) + B(z^{-1})B(z) = D(z^{-1})\delta D(z).$$

Výsledné pozície hlavných pólov prenosu riadenia sú

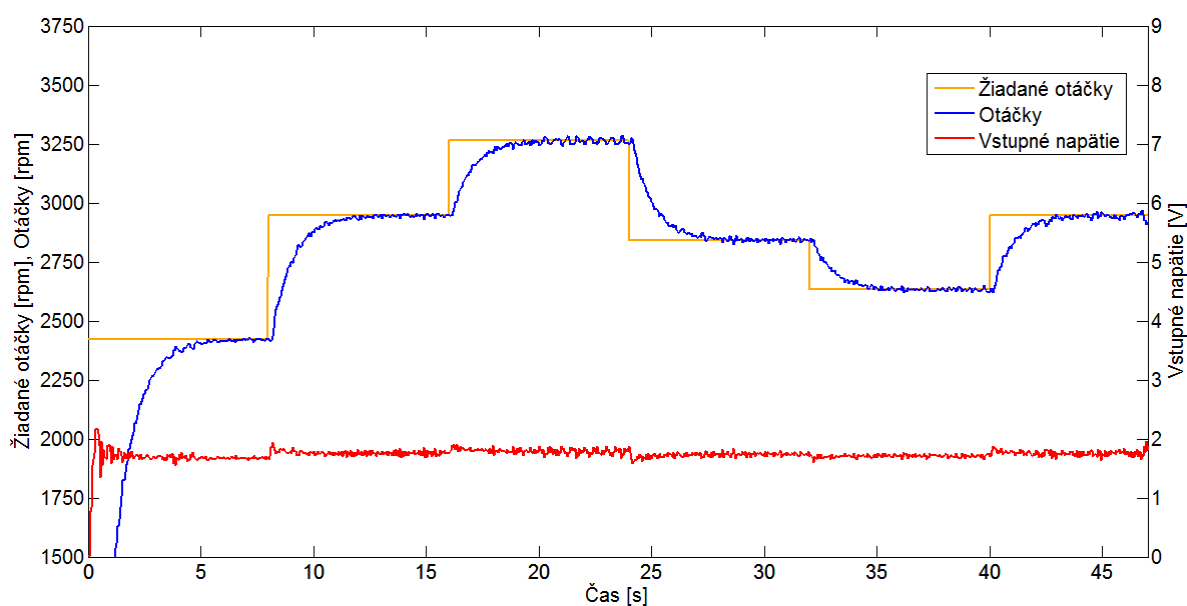
$$p_1 = 0.9481, \quad p_2 = -0.4170.$$

Pomocné póly sme pre začiatok ponechali nulové. Zmeny žiadaných otáčok budú iba skokového charakteru, teda polynóm  $R(z^{-1})$  filtru žiadanej veličiny je nastavený pomocou vzťahu (4.46). Pre dané nastavenie prvkov regulačného obvodu sú dosiahnuté nasledujúce parametre robustnosti (Tab. 13).

Tab. 13 Parametre robustnosti pre vypočítanú dvojicu hlavných pólov

Amplitúdová bezpečnosť	Fázová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
2.0651	58.5008	0.5151

Otáčky servomechanizmu pri riadení nabiehajú bez prekmitu na požadovanú úroveň a akčný zásah má pokojný priebeh (Obr. 65).



Obr. 65 Regulačný pochod s LQ regulátorom v spätnej väzbe

Amplitúdová a modulová bezpečnosť (Tab. 13) len tesne dosahujú doporučenú hodnotu 2 pre amplitúdovú bezpečnosť a 0.5 pre modulovú bezpečnosť. Pokúsime sa zlepšiť robustné vlastnosti regulačného obvodu modifikáciou polohy pomocných pólov. Ako nástroj na to využijeme navrhnuté kritérium (6.1)

$$J_M = q_y S_y + q_m (\Delta M - \Delta M_{des})^2,$$

kde  $S_y$  koeficient kvality simulovaného regulačného pochodu s modelom riadeného servomechanizmu. Budeme požadovať modulovú bezpečnosť na úrovni  $\Delta M_{des} = 0.6$ . Vykonáme overenie vplyvu ladiacich parametrov  $q_y$  a  $q_m$  na kvalitu riadenia a modulovú bezpečnosť, obdobne ako v simulačnej časti v podkapitole 6.2.

Tab. 14 Vplyv ladiacich parametrov na kvalitu riadenia a modulovú bezpečnosť

Ladiace parametre	Výsledné pomocné póly	Kvalita riadenia $S_y$	Modulová bezpečnosť $\Delta M$
$q_y = 0.8, \quad q_m = 20$	$p_3 = 0.0985$ $p_4 = 0.0985$	5.2130	0.5678
$q_y = 0.5, \quad q_m = 50$	$p_3 = 0.2250$ $p_4 = 0.0004$	5.2413	0.5819
$q_y = 0, \quad q_m = 1$	$p_3 = 0.3085$ $p_4 = 0.0144$	5.3080	0.5999

Keďže kritérium kvality riadenia  $S_y$  sa pohybuje rádovo v jednotkách, pri hľadaní kompromisu medzi robustnosťou a kvalitou riadenia je potrebné, aby ladiaci parameter  $q_m$  bol o dva rády vyšší ako ladiaci parameter  $q_y$ .

Na dosiahnutie požadovanej modulej bezpečnosti  $\Delta M_{des} = 0.6$  potrebujeme umiestniť pomocné póly nasledujúco

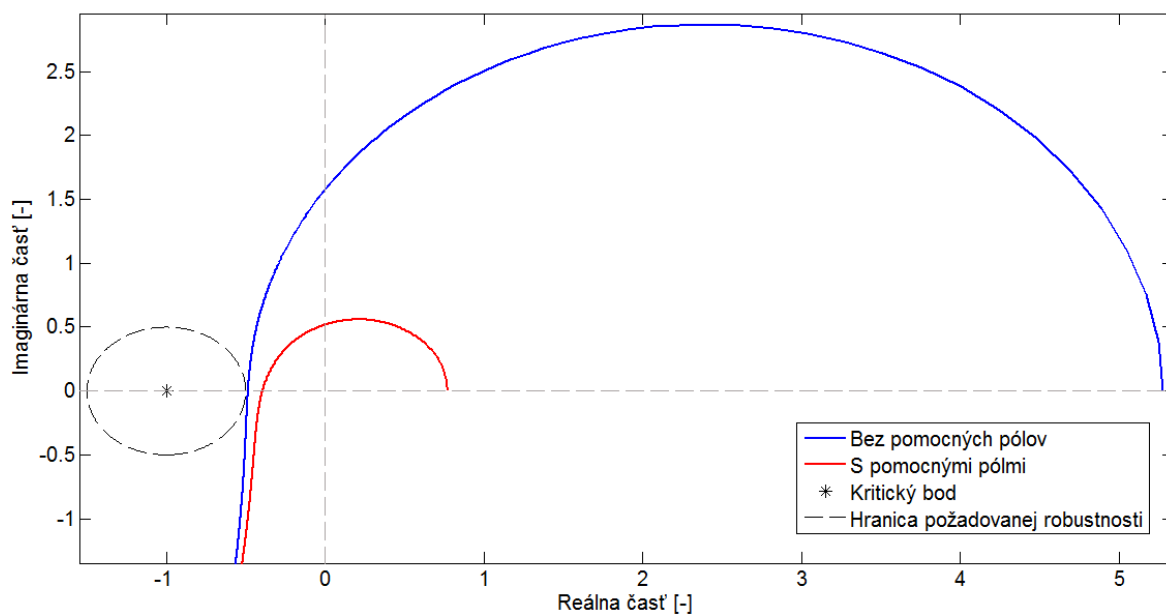
$$p_3 = 0.3085, \quad p_4 = 0.0144.$$

Tab. 15 Parametre robustnosti pre zvolené dvojice pomocných pólov

Pomocné póly	Amplitúdová bezpečnosť	Fázová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
$p_3 = p_4 = 0$	2.0651	58.5008	0.5151
$p_3 = 0.3085, \quad p_4 = 0.0144$	2.5431	61.6674	0.6000

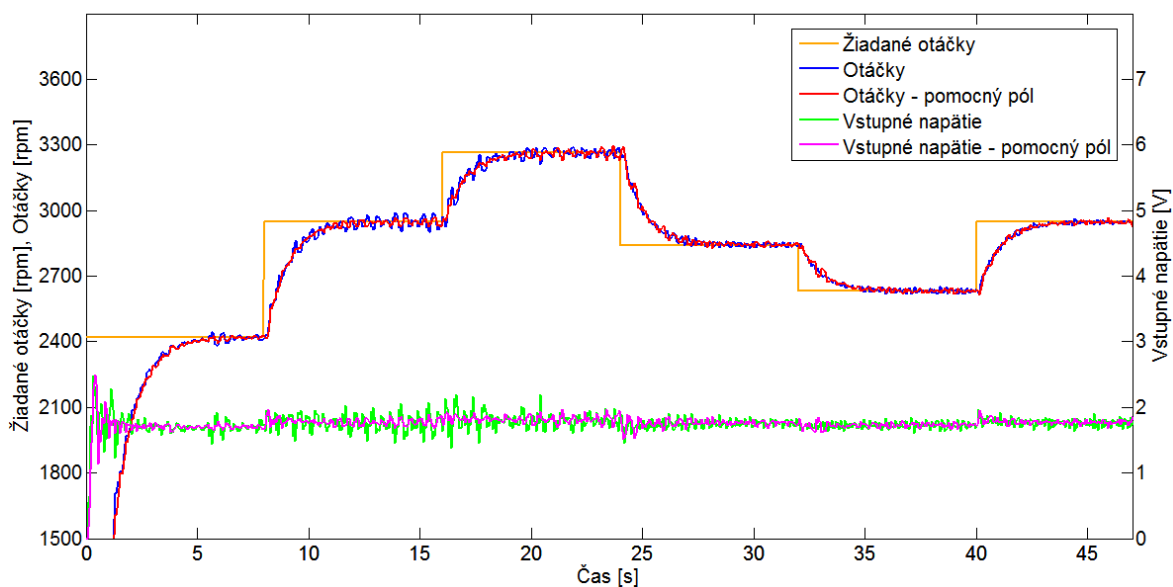
Porovnaním koeficientov robustnosti pred a po pridaní pomocných pólov (Tab. 15) zistíme, že dosiahnutím požadovanej modulej bezpečnosti došlo aj k zvýšeniu amplitúdovej bezpečnosti. Zvýšenie robustnosti po pridaní pomocného pólu je zrejmé aj z priebehu Nyquistových kriviek prenosu otvoreného obvodu (Obr. 66). Nyquistova krivka otvoreného obvodu bez pomocného pólu prechádza vo väčšej blízkosti kritického bodu ako Nyquistova krivka s pomocným pólom.



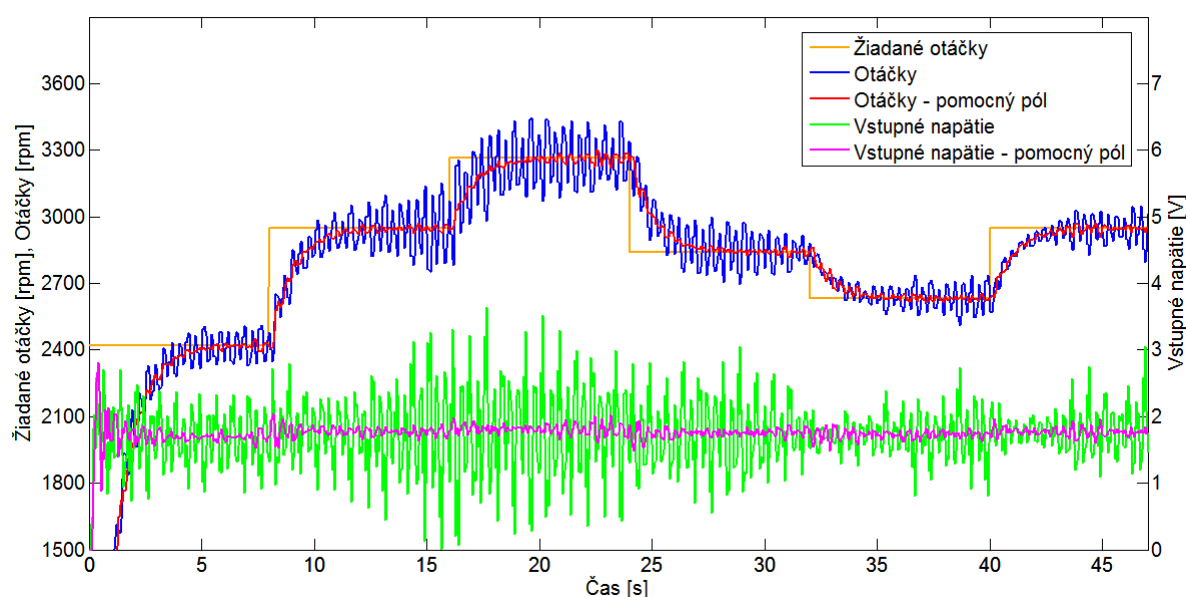


Obr. 66 Porovnanie Nyquistových kriviek prenosu otvoreného obvodu

Zosilnenie servomechanizmu sme zvýšili 1.5 – násobne a následne sme zosilnenie zvýšili 1.8 – násobne.



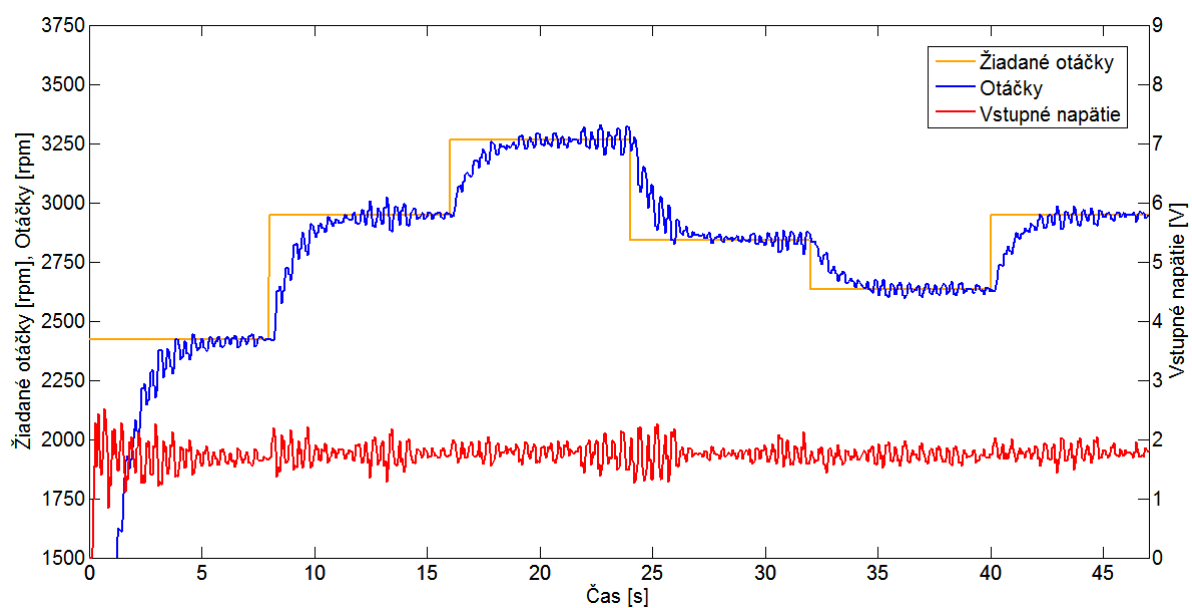
Obr. 67 Priebeh regulačných pochodov pri 1.5 – násobnom zosilnení sústavy



Obr. 68 Priebeh regulačných pochodov pri 1.8 – násobnom zosilnení sústavy

Zosilnenie sústavy na úroveň 1.5 – násobok (Obr. 67) pôvodného zosilnenia nerobilo problém ani jednému regulačnému obvodu. Avšak pri 1.8 – násobnom zosilnení sústavy (Obr. 68) došlo už k výraznému rozkmitaniu výstupných otáčok servomechanizmu pri regulačnom obvode bez pomocného pólu.

Následne sme zvýšili zosilnenie sústavy 2.2 – násobne. Regulačný pochod bez pomocného pólu toto zosilnenie sústavy nezvládol, pretože zosilnenie prevýšilo amplitúdovú bezpečnosť daného regulačného pochodu. Regulačný obvod s pomocným pólom 2.2 – násobne zosilnenie sústavy zvládol uregulovať (Obr. 69).



Obr. 69 Priebek regulačného pochodu s pomocným pólom pri 2.2 – násobnom zosilnení

## ZÁVER

Predkladaná diplomová práca sa zaoberá problematikou riadenia procesov s premenlivými parametrami. Boli zvolené tri algoritmy návrhu regulátorov a preskúmané ich robustné vlastnosti a možnosti ich modifikáciou zvýšiť požadovanú robustnosť s prihliadnutím na kvalitu regulačného pochodu. Na vyhodnotenie kvality riadenia boli použité dve kritéria. Výpočet prvého je založený na kvadráte odchýlky v každom kroku výpočet druhého je založený na kvadráte prírastku akčnej veličiny v každom kroku. Na vyhodnotenie robustnosti navrhnutých regulačných obvodov boli použité bežné ukazovatele robustnosti, ako amplitúdová a modulová bezpečnosť, a zároveň aj priebehy Nyquistových kriviek otvoreného regulačného obvodu alebo vstupných a výstupných senzitívnych funkcií.

Jedným zo zvolených algoritmov riadenia bol číslicový PID prírastkový regulátor a jeho Takahashiho modifikácia, ktorá vykazovala lepšie výsledky či už z hľadiska kvality regulačného pochodu alebo robustnosti. Ďalšia možnosť ako navrhnúť parametre regulátoru je vypočítať ich na základe vopred známej polohy hlavných pólov prenosu riadenia. Táto poloha pólov môže byť užívateľsky zvolená alebo určená minimalizáciou vhodne navrhnutého kvadratického kritéria, ktorej výsledkom bude určená, z určitého hľadiska, optimálna poloha pólov prenosu riadenia. V rámci diplomovej práce bola následne použitá grafická metóda umiestnenia pomocných pólov s cieľom zvýšiť robustnosť regulačného obvodu na základe grafických závislostí umiestnenia pólov na jednotlivé koeficienty robustnosti. Ďalej bolo navrhnuté vlastné kvadratické kritérium, pri ktorom vhodnou voľbou ladiacich parametrov je možné nájsť polohu pomocných pólov, ktorá bude spĺňať kompromis medzi kvalitou riadenia a robustnosťou, prípadne sa jeho minimalizáciou získa poloha pomocných pólov, ktorá splní požiadavku na užívateľsky zvolenú modulovú bezpečnosť.

Zvolené algoritmy riadenia a metódy umiestnenia pomocných pólov s cieľom zvýšenia robustnosti, boli overené v prostredí MATLAB/Simulink a na reálnom nelineárnom servomechanizme DR300 od spoločnosti Amira.

**ZOZNAM POUŽITÉJ LITERATURY**

- [1] FADALI, M a Antonio VISIOLI. *Digital control engineering: analysis and design*. Second edition. Amsterdam: Academic Press, Elsevier, 2013, xviii, 582 pages. ISBN 9780123943910.
- [2] BALÁTĚ, Jaroslav. *Automatické řízení*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2003. ISBN 80-7300-020-2.
- [3] BOBÁL, Vladimír. *Identifikace systémů*. Vyd. 1. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2009, 128 s. ISBN 978-80-7318-888-7.
- [4] ISERMANN, Rolf a Marco MÜNCHHOF. *Identification of dynamic systems: an introduction with applications*. Berlin: Springer, 2011, xxv, 705 s. ISBN 978-3-540-78878-2.
- [5] LANDAU, Ioan a Gianluca ZITO. *Digital control systems: design, identification and implementation*. 1st ed. New York, NY: Springer, 2006, xxiv, 484 p. ISBN 1846280559.
- [6] NISE, Norman S. *Control systems engineering*. 6th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2011, xviii, 926 p. ISBN 9780470917695.
- [7] Idinput. *MathWorks: System Identification Toolbox* [online]. [cit. 2016-02-01]. Dostupné z: <http://www.mathworks.com/help/ident/ref/idinput.html>
- [8] FRANKLIN, Gene F, J POWELL a Michael L WORKMAN. *Digital control of dynamic systems*. 3rd ed. Menlo Park, Calif.: Addison-Wesley, 1998, xxiii, 742 p. ISBN 0201331535.
- [9] Fminsearch. In: *MathWorks* [online]. [cit. 2016-03-10]. Dostupné z: <http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fminsearch.html>
- [10] Fminsearchbnd, fminsearchcon. In: *MathWorks* [online]. [cit. 2016-03-10]. Dostupné z: <http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fminsearch.html>
- [11] DORF, Richard C a Robert H BISHOP. *Modern control systems*. 12th ed. Prentice Hall: Pearson, 2010, xxi, 1082 p. ISBN 0136024580.
- [12] KUČERA, Vladimír. *Robustní regulátory*. In: *Automa*, roč. 6, č. 6, s. 43-45. ISSN 1210-9592.
- [13] MACHÁČEK, Jiří. *Pokročilé metody řízení procesů*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2015. ISBN 978-80-7395-937-1.

- [14] DOSTÁL, P., MATUŠŮ, R. *Stavová a algebraická teorie řízení*. Učební texty vysokých škol. FAI UTB ve Zlíně, 2010, s. 89, ISBN 978-80-7318-991-4.
- [15] LANDAU, Ioan. *The R-S-T digital controller design and applications*, Control Eng. Practice , Vol. 6, 155-165, 1998.
- [16] BOBÁL, Vladimír. *Adaptivní a prediktivní řízení*. Vyd. 1. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2008. ISBN 978-80-7318-662-3.
- [17] NAVRÁTIL, P., Podpora seminářů předmětu “Diskrétní řízení“, Zlín: Univerzita Tomáše Bati, Fakulta aplikované informatiky, 2015.
- [18] MOUDGALYA, Kannan M. *Digital control*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, c2007. ISBN 0470031441.
- [19] HAVLENA, Vladimír a Jan ŠTECHA. *Moderní teorie řízení*. 2. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2000. ISBN 80-01-02165-3.
- [20] BOBÁL, V., DOSTÁL, P., KUBALČÍK, M. *Robustness of Control Time-delay Processes in Term of Influence Parametric Uncertainties*, 2015.
- [21] BOBÁL, V., CHALUPA, P., DOSTÁL, P., NOVÁK, J.. Disturbance Rejection of Nonlinear Servo System by Self-tuning Control. *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Science*, 2011, 5, No.8, 1431-1438. ISSN 1998-0140.
- [22] ROUBAL, Jirka, Petr AUGUSTA a Vladimír HAVLENA. *A Brief Introduction to Control Design Demonstrated on Laboratory Model Servo DR300 – Amira*. In: *Acta Electrotechnica et Informatica*. Košice, 2005.
- [23] BOBÁL, V., KUBALČÍK, M., CHALUPA, P., DOSTÁL, P.. *Self-tuning control of nonlinear servo system: comparison of LQ and predictive approach*. In: MED: 2009 17th Mediterranean Conference on Control & Automation, s. 240-245.

**ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK**

DOF	Degree of freedom.
AD	Analógovo-digitálny.
DA	Digitálno-analógový.
PID	Proporcionálne-integračne derivačný.
LQ	Linear quadratic.

## ZOZNAM OBRÁZKOV

Obr. 1 Schéma číslicového regulačního obvodu.....	12
Obr. 2 1DOF konfigurácia číslicového regulačního obvodu .....	13
Obr. 3 2DOF konfigurácia číslicového regulačního obvodu .....	13
Obr. 4 Příklady testovacích signálů získaných pomocí funkce <i>idinput</i> .....	16
Obr. 5 Bloky generátorů signálů v MATLAB/Simulink .....	17
Obr. 6 Nastavenie bloku <i>Signal Generator</i> .....	17
Obr. 7 Příklady výstupních signálů bloku <i>Signal Generator</i> .....	18
Obr. 8 Nastavenie bloku <i>Repeating Sequence</i> .....	18
Obr. 9 Příklad výstupního signálu z bloku <i>Repeating Sequence</i> .....	19
Obr. 10 Nastavenie bloku <i>Repeating Sequence</i> .....	19
Obr. 11 Příklad výstupního signálu z bloku <i>Random Number</i> .....	20
Obr. 12 Nastavenie bloku <i>Band – Limited White Noise</i> .....	20
Obr. 13 Příklad výstupního signálu z bloku <i>Band – Limited White Noise</i> .....	21
Obr. 14 1DOF regulační obvod při působení poruch .....	25
Obr. 15 Příklad výstupnej senzitivnej funkcie.....	25
Obr. 16 Příklad vstupnej senzitivnej funkcie.....	26
Obr. 17 Amplitúdová a fázová bezpečnosť znázornená v Bodeho diagrame [14] .....	28
Obr. 18 Amplitúdová a fázová bezpečnosť znázornená v Nyquistovom diagrame [14].....	28
Obr. 19 Modulová bezpečnosť znázornená v Nyquistovom diagrame [5].....	29
Obr. 20 Vzťah medzi extrémom výstupnej senzitivnej funkciou a modulovou bezpečnosťou.....	30
Obr. 21 Grafické znázornenie diskretných náhrad integrácie spojitého signálu [17].....	32
Obr. 22 Servomechanizmus DR300 [21].....	41
Obr. 23 Bloková schéma servomechanizmu DR300 [21] .....	41
Obr. 24 Priebeh výstupnej veličiny pri použití ZN regulátora a Takahashiho regulátora.....	45
Obr. 25 Priebeh akčného zásahu pri použití ZN regulátora a Takahashiho regulátora .....	45
Obr. 26 Výstupná senzitivna funkcia pri použití ZN regulátora a Takahashiho regulátora.....	46
Obr. 27 Nyquistove krivky prenosu otvoreného obvodu pri použití ZN regulátora a Takahashiho regulátora .....	47
Obr. 28 Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy $K = 1.2$ .....	48



Obr. 29	Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy $K = 1.3$ .....	48
Obr. 30	Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy $K = 1.45$ .....	49
Obr. 31	Nyquistove krivky prenosu otvoreného obvodu pri zosilnení sústavy $K = 1.45$ .....	50
Obr. 32	Priebehy výstupných veličín pre rôzne zvolené hlavné póly .....	51
Obr. 33	Priebehy akčných zásahov pre rôzne zvolené hlavné póly.....	51
Obr. 34	Priebehy výstupných veličín pre zvolené pomocné póly .....	55
Obr. 35	Priebehy akčných zásahov pre zvolené pomocné póly .....	55
Obr. 36	Nyquistove krivky prenosu otvoreného obvodu pre zvolené pomocné póly .....	56
Obr. 37	Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy $K = 2.15$ .....	56
Obr. 38	Vstupné senzitivne funkcie regulačných obvodov .....	57
Obr. 39	Vplyv penalizačnej konštanty $qu$ na robustné vlastnosti .....	58
Obr. 40	Závislosť amplitúdovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch .....	59
Obr. 41	Závislosť fázovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch.....	59
Obr. 42	Závislosť modulovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch .....	60
Obr. 43	Závislosť kvality riadenia $S_y$ na zvolených pomocných póloch.....	60
Obr. 44	Priebehy výstupných veličín pre zvolené pomocné póly .....	61
Obr. 45	Priebehy akčných zásahov pre zvolené pomocné póly .....	61
Obr. 46	Výstupná senzitivna funkcia pre zvolené pomocné póly .....	62
Obr. 47	Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy $K = 2$ .....	63
Obr. 48	Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy $K = 3.15$ .....	64
Obr. 49	Priebehy výstupnej veličiny pri zosilnení sústavy $K = 3.6$ .....	64
Obr. 50	Statická charakteristika servomechanizmu DR300 .....	66
Obr. 51	Použitý budiaci signál.....	68
Obr. 52	Výstupné otáčky pri experimentálnej identifikácii.....	69
Obr. 53	Porovnanie priebehu otáčok pre zvolené hlavné póly .....	70
Obr. 54	Detail na priebehy výstupných veličín pri prvom skoku žiadanej veličiny.....	71
Obr. 55	Porovnanie akčných zásahov pre zvolené hlavné póly .....	71
Obr. 56	Detail na priebehy akčných zásahov pri prvom skoku žiadanej veličiny.....	72
Obr. 57	Závislosť amplitúdovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch .....	73
Obr. 58	Závislosť fázovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch.....	73
Obr. 59	Závislosť modulovej bezpečnosti na zvolených pomocných póloch .....	74
Obr. 60	Porovnanie výstupných senzitivných funkcií .....	75

Obr. 61	Priebeh regulačných pochodov s pomocným pólom a bez pomocného pólu.....	75
Obr. 62	Porovnanie otáčok pri zmene zosilnenia sústavy .....	76
Obr. 63	Priebeh regulačných pochodov pri 1.5 – násobnom zosilnení .....	77
Obr. 64	Priebeh regulačných pochodov pri 2 – násobnom zosilnení .....	78
Obr. 65	Regulačný pochod s LQ regulátorom v spätnej väzbe .....	79
Obr. 66	Porovnanie Nyquistových kriviek prenosu otvoreného obvodu.....	81
Obr. 67	Priebeh regulačných pochodov pri 1.5 – násobnom zosilnení sústavy .....	81
Obr. 68	Priebeh regulačných pochodov pri 1.8 – násobnom zosilnení sústavy .....	82
Obr. 69	Priebeh regulačného pochodu s pomocným pólom pri 2.2 – násobnom zosilnení.....	83

**ZOZNAM TABULIEK**

Tab. 1 Kritéria kvality pre ZN regulátor a Takahashiho regulátor .....	46
Tab. 2 Parametre robustnosti pre ZN regulátor a Takahashiho regulátor.....	46
Tab. 3 Kritéria kvality pre zvolené dvojice hlavných pólov.....	50
Tab. 4 Parametre robustnosti pre vybranú dvojicu pólov .....	52
Tab. 5 Vplyv ladiacich parametrov na kvalitu riadenia a modulovú bezpečnosť .....	53
Tab. 6 Parametre robustnosti pre zvolené dvojice pomocných pólov .....	54
Tab. 7 Kritéria kvality pre zvolené dvojice pomocných pólov.....	54
Tab. 8 Kritéria kvality pre zvolené dvojice pomocných pólov.....	62
Tab. 9 Parametre robustnosti pre zvolené dvojice pomocných pólov .....	63
Tab. 10 Koeficienty robustnosti pre zvolenú dvojicu hlavných pólov .....	72
Tab. 11 Parametre robustnosti pre zvolené dvojice pomocných pólov .....	74
Tab. 12 Porovnanie žiadanej a skutočnej zmeny zosilnenia sústavy.....	77
Tab. 13 Parametre robustnosti pre vypočítanú dvojicu hlavných pólov.....	79
Tab. 14 Vplyv ladiacich parametrov na kvalitu riadenia a modulovú bezpečnosť .....	80
Tab. 15 Parametre robustnosti pre zvolené dvojice pomocných pólov .....	80

## **ZOZNAM PRÍLOH**

Priložené CD s zdrojovými súbormi a simulačnými schémami v MATLAB/Simulink.