

Analýza sociálních struktur metodami FCA

Analysis of social networks using FCA

Bc. Michal Polínek

Diplomová práce
2011



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
akademický rok: 2010/2011

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Michal POLÍNEK**
Osobní číslo: **A09427**
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Počítačové a komunikační systémy**

Téma práce: **Analýza sociálních struktur metodami FCA**

Zásady pro vypracování:

1. Vytvořte literární rešerši na téma komunikace v sociálních sítích.
2. Pomocí metod a postupů formální konceptuální analýzy vytvořte konceptuální svazy vybraných tuzemských a světových sociálních sítí.
3. Zpracujte přehledně definice a věty teorie svazů, které se využívají ve formální konceptuální analýze, zejména se zaměřením na Galoisovy konexe.
4. Uvedte přehled nejpoužívanějších sociálních sítí a jejich nejdůležitější (statistické) charakteristiky.
5. Závěrem uveďte další možnosti aplikace formální konceptuální analýzy v uvedené oblasti.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Bělohávek, R. **Konceptuální svazy a formální konceptuální analýza**. Dostupné z [www:http://belohlavek.inf.upol.cz/vyuka/infoFCA.pdf](http://belohlavek.inf.upol.cz/vyuka/infoFCA.pdf).
2. **Magazín Portiscio: Zajímavé LinkedIn statistiky**. Dostupné z [www:http://www.portiscio.net/zajimave-linkedin-statistiky-infografika](http://www.portiscio.net/zajimave-linkedin-statistiky-infografika).
3. **Rachůnek, J. Svazy**. Olomouc: Univerzita Palackého, 2003.
4. **Snášel, V., Horák, Z., Abraham, A. Understanding social networks using Formal Concept Analysis**. Dostupné z [www:http://www.softcomputing.net/wi08.pdf](http://www.softcomputing.net/wi08.pdf).
5. **Social Network Sites: Definition, History, and Scholarship**. Dostupné z [www:http://jcmc.indiana.edu/vol113/issue1/boyd.ellison.html](http://jcmc.indiana.edu/vol113/issue1/boyd.ellison.html).
6. **Wille, R., Ganter, B. Formal concept analysis**. Springer, 1998.

Vedoucí diplomové práce:

RNDr. Jiří Klimeš, CSc.

Ústav matematiky

Datum zadání diplomové práce:

25. února 2011

Termín odevzdání diplomové práce:

13. června 2011

Ve Zlíně dne 25. února 2011

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan



prof. Ing. Karel Vlček, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá analýzou sociálních sítí metodami formální konceptuální analýzy. Teoretická část práce je rozdělena do dvou hlavních oddílů. Cílem prvního oddílu je podat ucelený přehled o teorii svazů, včetně Galoisových konexí. Ve druhém jsou podrobněji rozebrány jednotlivé typy svazů.

Praktická část diplomové práce se nejprve zabývá formální konceptuální analýzou, definicemi nejdůležitějších pojmů a způsoby grafické interpretace. Dále je proveden rozbor a analýza jednotlivých českých a zahraničních sociálních sítí i s jejich základními statistickými charakteristikami. V závěru práce jsou uvedeny možnosti využití formální konceptuální analýzy v sociálních sítích.

Klíčová slova: teorie svazů, polosvazy, svazy, úplné svazy, Galoisovy konexe, formální konceptuální analýza, formální objekt, formální atribut, formální kontext, formální koncept, konceptuální svaz, sociální sítě.

ABSTRACT

This master thesis focus on the analysis of social networks with methods of formal concept analysis. The theoretical part is divided into two main sections. The aim of the first section is to provide a comprehensive overview of the lattice theory, including Galois connections. In second part, there are analyzed different types of lattices in more details. The practical part of master thesis focus on the formal concept analysis, definitions of key terms and methods of graphical interpretation. Then is executed description and analysis of Czech and foreign social networks with their basic statistical characteristics. In conclusion of the thesis, there are given the possibility of using formal concept analysis in social networks.

Keywords: lattice theory, semilattices, lattices, complete lattices, Galois connections, formal concept analysis, formal object, formal attribute, formal context, formal concept, concept lattice, social networks.

Rád bych na tomto místě poděkoval vedoucímu diplomové práce RNDr. Jiřímu Klimešovi, CSc. za jeho cenné rady, věcné podněty, celkově za odborné vedení mé diplomové práce a v neposlední řadě za odbornou výuku předmětu Vybrané kapitoly z algebry, která prohloubila mé znalosti týkající se této problematiky a stala se základem, ze kterého jsem vycházel při tvorbě této práce.

Dále bych chtěl poděkovat rodinným členům za projevenou morální podporu, která dopomohla vzniku této práce.

Motto

Amicus certus in re incerta cernitur

„Pravého přítele poznáme v nejisté době“

Marcus Tullius Cicero

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....

podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	9
I TEORETICKÁ ČÁST	10
1 ZÁKLADY TEORIE SVAZŮ	11
1.1 POLOSVAZY	11
1.2 SVAZY	12
1.2.1 Podsvazy	14
1.2.2 Ideály a filtry	15
1.2.3 Homomorfismy	16
1.2.4 Kongruence svazu	17
1.2.5 Kartézský součin svazů	19
1.3 ÚPLNÉ SVAZY	20
1.3.1 Galoisovy konexe	22
2 TYPY SVAZŮ	23
2.1 MODULÁRNÍ SVAZY	23
2.2 DISTRIBUTIVNÍ SVAZY	25
2.3 KOMPLEMENTÁRNÍ SVAZY	27
II PRAKTICKÁ ČÁST	30
3 FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZA	31
3.1 HISTORIE FCA	33
3.2 DEFINICE ZÁKLADNÍCH POJMŮ TÝKAJÍCÍCH SE FCA	34
3.2.1 Formální kontext, indukované Galoisovy konexe	34
3.2.2 Formální koncept	36
3.2.2.1 Formální koncept jako maximální obdélník	38
3.2.3 Konceptuální svaz	38
3.2.4 Atributové implikace	40
3.2.5 Vícehodnotové kontexty a konceptuální škálování	41
3.3 PŘÍKLAD POUŽITÍ FCA	43
4 SOCIÁLNÍ SÍTĚ	45
4.1 HISTORIE SOCIÁLNÍCH SÍTÍ	46
4.2 NEJVÝZNAMNĚJŠÍ KLADY A ZÁPORY SOCIÁLNÍCH SÍTÍ	49
4.2.1 Výhody sociálních sítí	49
4.2.2 Nevýhody sociálních sítí	49
4.3 OCHRANA OSOBNÍCH ÚDAJŮ NA SOCIÁLNÍCH SÍTÍCH	50
4.4 RIZIKA SOCIÁLNÍCH SÍTÍ	51
4.5 CHARAKTERISTIKA NEJVÝZNAMNĚJŠÍCH SOCIÁLNÍCH SÍTÍ	51
4.5.1 České sociální sítě	51
4.5.1.1 Spolužáci.cz	52
4.5.1.2 Lidé.cz	53
4.5.1.3 Líbímseti.cz	53
4.5.1.4 Seznamka.cz	54
4.5.1.5 XChat	55
4.5.1.6 Sousedé.cz	56
4.5.2 Světové sociální sítě	56

4.5.2.1	Facebook.....	57
4.5.2.2	Twitter.....	58
4.5.2.3	Myspace.....	59
4.5.2.4	LinkedIn.....	61
4.5.2.5	Friendster.....	62
4.5.2.6	Hi5.....	63
4.5.2.7	Xing.....	64
4.6	SOCIÁLNÍ SÍTĚ V ČR.....	65
5	PRAKTICKÁ UKÁZKA APLIKACE METODY FCA NA SOCIÁLNÍCH SÍTÍCH.....	68
5.1	ČESKÉ SOCIÁLNÍ SÍTĚ.....	68
5.2	ZAHRANIČNÍ SOCIÁLNÍ SÍTĚ.....	71
5.3	SROVNÁNÍ ČESKÝCH A ZAHRANIČNÍCH SOCIÁLNÍCH SÍTÍ.....	73
	ZÁVĚR.....	79
	ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ.....	80
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	81
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	85
	SEZNAM OBRÁZKŮ.....	86
	SEZNAM TABULEK.....	87

ÚVOD

Formální konceptuální analýza (FCA) je část aplikované matematiky, která dokáže definovat a zachytit objekty a jejich vlastnosti, což jsou běžně se objevující údaje v mnoha oblastech lidské činnosti. S její pomocí je možné uspořádat pojmy a vytvořit grafický výstup tak, aby bylo zřejmé, které objekty jsou obecnější než jiné a především, jak spolu vzájemně souvisí. FCA tedy porovnává objekty na základě jejich unikátních atributů. Vzájemnou vazbu mezi množinou formálních objektů a atributů můžeme pak vyjádřit pomocí formálního kontextu využitím relace incidence a výslednou hierarchickou strukturu reprezentovat příslušným konceptuálním svazem.

FCA se využívá při analýze dat. Metoda vychází z teorie svazů, což je část algebry, zabývající se uspořádanými množinami, kde ke každým dvěma prvkům existuje supremum a infimum.

Za hlavního tvůrce a průkopníka FCA je považován Rudolf Wille, který v 80. letech 20. století publikoval na Technické univerzitě v Darmstadtu základní principy FCA. Dnes má formální konceptuální analýza uplatnění v mnoha různých odvětvích jako jsou psychologie, sociologie, antropologie, medicína, biologie, lingvistika, počítačové vědy, matematika, průmyslové inženýrství atd.

V diplomové práci se budeme podrobněji zabývat aplikací formální konceptuální analýzy na sociálních sítích na Internetu. Sociální sítě se v poslední době velmi široce využívají a podle řady nezávislých zdrojů se sociální sítě staly nejčastější aktivitou na Internetu.

Původně byly sociální sítě určeny k setkávání lidí, diskusím a chatování. Později, s rozvojem moderních technologií, došlo k boomu používání a sdílení multimédií. Sociální sítě se staly prostředkem k používání jiných služeb a staly se významným nástrojem k seznámení a udržování vzájemných vazeb.

Existuje mnoho typů sociálních sítí. Některé vznikají na základě rodinných vazeb, kamarádů, témat, jiné se zaměřují například na seznámení. V praktické části diplomové práce jsou popsány nejvýznamnější české a zahraniční sociální sítě, včetně jejich nejdůležitějších statistických charakteristik. V závěru práce jsou uvedeny praktické příklady aplikace metody FCA na sociální sítě. Zvlášť jsou analyzovány české a zahraniční sítě a znázorněna jejich grafická reprezentace pomocí konceptuálních svazů.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 ZÁKLADY TEORIE SVAZŮ

Teorie svazů je oblast algebry, která se zabývá uspořádanými množinami, v nichž ke každým dvěma prvkům existuje supremum i infimum.

V následujících dvou oddílech budou uvedeny základní pojmy teorie svazů. Budou zde připomenuta také některá fakta, která jsou potřebná pro orientaci v dalším textu, jako je například pojem svaz. Bude zde také zobrazeno několik příkladů těchto objektů a uvedeny jejich základní vlastnosti.

1.1 Polosvazy

Definice: Polosvazem nazýváme komutativní idempotentní pologrupu, tj. takový grupoid (G, \cdot) , kde pro každé tři prvky $a, b, c \in G$ platí tyto identity:

- asociativita: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$,
- komutativita: $a \cdot b = b \cdot a$,
- idempotence: $a \cdot a = a$.

Věta 1.1. Necht' (G, \cdot) je komutativní pologrupa. Pak množina všech idempotentních prvků tvoří podgrupoid pologrupy (G, \cdot) , který je polosvazem.

Věta 1.2. Necht' (G, \cdot) je polosvaz. Relace \leq definovaná na G předpisem

$$a \leq b \Leftrightarrow a \cdot b = b$$

je uspořádání, přičemž v uspořádané množině (G, \leq) existuje pro každé $a, b \in G$ $\sup(a, b)$ a platí $\sup(a, b) = a \cdot b$.

Věta 1.3. Necht' (G, \leq) je uspořádaná množina a pro každé $a, b \in G$ existuje $\sup(a, b)$. Označme $a \cdot b = \sup(a, b)$, pak (G, \cdot) je polosvaz.

Z uvedených vět vyplývá následující důsledek.

Polosvazy jsou totéž co uspořádané množiny, kde ke každým dvěma prvkům existuje supremum.

Zaměníme-li uspořádání za tzv. duální, tj. \geq , pak, dle principu duality, pojem suprema v duálním uspořádání \geq je infimum v uspořádání \leq . Definujeme-li v polosvazu uspořádání předpisem

$$a \leq b \Leftrightarrow a \cdot b = a,$$

pak pro každé $a, b \in G$ existuje $\inf(a, b)$ a platí $\inf(a, b) = a \cdot b$.

Obráceně, je-li (G, \leq) uspořádaná množina, kde pro každé $a, b \in G$ existuje $\inf(a, b)$, pak (G, \cdot) , kde $a \cdot b = \inf(a, b)$ je polosvaz.

Polosvazy jsou totéž co uspořádané množiny, kde ke každým dvěma prvkům existuje infimum.

Příklady:

1. Pro libovolnou množinu X budeme symbolem 2^X označovat množinu všech podmnožin množiny X . Pak $(2^X, \cap)$ a $(2^X, \cup)$ jsou polosvazy.
2. Na množině všech přirozených čísel \mathbb{N} zavedme relaci dělitelnosti $a|b$ právě, když a dělí b . Pak $|$ je uspořádáním na \mathbb{N} a každé $a, b \in \mathbb{N}$ je

$\sup(a, b) =$ nejmenší společný násobek čísel a, b ,

$\inf(a, b) =$ největší společný dělitel čísel a, b .

Označujeme $NSN(a, b), NSD(a, b)$. Tedy $(\mathbb{N}, NSN), (\mathbb{N}, NSD)$ jsou polosvazy [1], [20].

1.2 Svazy

Definice: Uspořádaná množina, v níž ke každým dvěma prvkům existuje supremum i infimum, se nazývá svaz.

Tedy svaz je uspořádaná množina se dvěma binárními operacemi, které jsou asociativní, komutativní, idempotentní a splňují zákony absorpce.

Věta 1.4. Necht' (G, \leq) je uspořádaná množina, kde pro každé $a, b \in G$ existuje $\sup(a, b), \inf(a, b)$. Označme $\sup(a, b) = a \vee b, \inf(a, b) = a \wedge b$. Pak $(G; \vee, \wedge)$ je svaz a (G, \vee) a (G, \wedge) jsou polosvazy, kde obě operace jsou spolu svázány tzv. absorpčními zákony. Pro každé prvky $a, b \in G$ pak platí

$$a \vee (a \wedge b) = \sup(a, \inf(a, b)) = a,$$

$$a \wedge (a \vee b) = \inf(a, \sup(a, b)) = a.$$

Kromě toho pro každé prvky $a, b \in G$ platí

$$a \wedge b = a \Leftrightarrow a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b.$$

Věta 1.5. Necht' (G, \vee, \wedge) je množina se dvěma idempotentními, asociativními a komutativními operacemi, které jsou spolu svázány absorpčními zákony. Pak platí:

1. pro každé prvky $a, b \in G$ platí $a \wedge b = a \Leftrightarrow a \vee b = b$,
2. definujeme-li na G relaci \leq takto: pro libovolné prvky $a, b \in G$ klademe

$$a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b,$$

pak je \leq uspořádání na G takové, že (G, \leq) je svaz, v němž pro libovolné prvky $a, b \in G$ je prvek $a \vee b$ jejich supremum a prvek $a \wedge b$ jejich infimum.

Z uvedených vět vyplývá, že svazy jsou totéž co algebraické struktury (G, \vee, \wedge) se dvěma idempotentními, asociativními a komutativními operacemi, svázanými spolu absorpčními zákony. Proto tyto struktury (G, \vee, \wedge) budeme nazývat svazy.

Princip duality: Je-li (G, \vee, \wedge) svaz, pak i (G, \wedge, \vee) je svaz. Obecně, jestliže v nějakém platném tvrzení o svazech systematicky zaměníme supremum \leftrightarrow infimum, $\vee \leftrightarrow \wedge$, $\leq \leftrightarrow \geq$ dostaneme opět platné tvrzení o svazech.

Protože není nutné zdůrazňovat, zda máme na mysli svaz jako uspořádanou množinu nebo jako algebraickou strukturu se dvěma operacemi, nebudou v dalším textu, nebude-li to z určitého důvodu vhodné nebo dokonce nevyhnutelné, uspořádání či operace vyznačovány. Bude tedy místo o svazu (G, \leq) či svazu (G, \vee, \wedge) jednoduše psáno o svazu G .

Věta 1.6. V libovolném svazu G pro každou trojici prvků $a, b, c \in G$ platí tzv. distributivní nerovnosti

$$(a \vee b) \wedge (a \vee c) \geq a \vee (b \wedge c),$$

$$(a \wedge b) \vee (a \wedge c) \leq a \wedge (b \vee c).$$

Je-li navíc $c \leq a$, platí tzv. modulární nerovnost

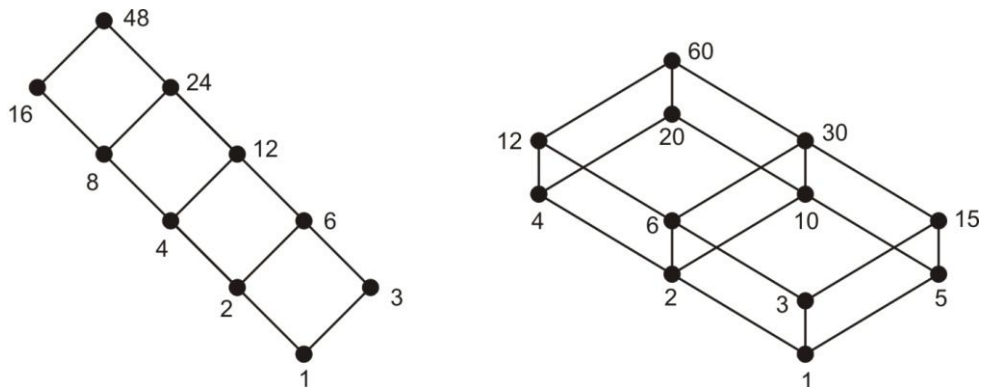
$$(a \wedge b) \vee c \leq a \wedge (b \vee c).$$

Věta 1.7. Necht' G je svaz, $n \in \mathbb{N}$. Pro libovolné prvky $a_1, \dots, a_n \in G$ platí, že $a_1 \vee \dots \vee a_n$ je supremum množiny $\{a_1, \dots, a_n\}$ a $a_1 \wedge \dots \wedge a_n$ je infimum množiny $\{a_1, \dots, a_n\}$.

Příklady:

1. Každý řetězec (neboli lineárně uspořádaná množina, tj. uspořádaná množina, v níž jsou každé dva prvky srovnatelné) je svaz.

2. Pro libovolnou množinu X je $(2^X, \subseteq)$ svaz.
3. Necht' \mathbb{N} je množina přirozených čísel, $a \vee b$ je $NSN(a, b)$, $a \wedge b$ je $NSD(a, b)$, pak $(\mathbb{N}; \vee, \wedge)$ je svaz.
4. Necht' n je přirozené číslo, $P(n)$ je množina všech dělitelů čísla n . Pak $(P(n); NSN, NSD)$ je svaz. Pro $n = 24$ resp. $n = 30$ je tento svaz znázorněn diagramem na následujícím obrázku [1], [20].



Obr. 1. Znázornění svazu pro $n = 48$ vlevo, resp. $n = 60$ vpravo

1.2.1 Podsvazy

Definice: Necht' $(G; \vee, \wedge)$ je svaz, necht' $\emptyset \neq A \subseteq G$. A se nazývá podsvaz svazu $(G; \vee, \wedge)$, jestliže $\forall a, b \in A$ platí $a \vee b \in A, a \wedge b \in A$.

Necht' (A, \leq) je uspořádaná množina, $a, b \in A$ a platí $a \leq b$. Množina $[a, b] = \{x \in A; a \leq x \leq b\}$ se nazývá interval v A .

Věta 1.8. Necht' $(G; \vee, \wedge)$ je svaz, A_i pro $i \in I$ jeho podsvazy. Je-li $\bigcap \{A_i; i \in I\} \neq \emptyset$, pak je $\bigcap \{A_i; i \in I\}$ podsvazem svazu $(G; \vee, \wedge)$.

Věta 1.9. Necht' $(G; \vee, \wedge)$ je svaz. Pak platí:

- pro každý prvek $a \in G$ je $\{a\}$ podsvaz svazu $(G; \vee, \wedge)$,
- každý interval svazu $(G; \vee, \wedge)$ je jeho podsvaz,
- má-li G prvky 0 a 1, pak $G = [0, 1]$ [1].

Příklad: Každá jednoprvková podmnožina svazu je jeho podsvazem, prázdná množina je podsvazem libovolného svazu, každý svaz je svým podsvazem.

1.2.2 Ideály a filtry

Definice: Necht' G je svaz, $A \subseteq G$ podmnožina. Řekneme, že A je ideál svazu G , jestliže je A podsvazem svazu G , který navíc splňuje podmínku: pro každé $a \in A$ a každé $x \in G$ platí

$$x \leq a \Rightarrow x \in A.$$

Duálně, řekneme, že A je filtr svazu G , jestliže je A podsvazem svazu G , který navíc splňuje podmínku: pro každé $a \in A$ a každé $x \in G$ platí

$$x \geq a \Rightarrow x \in A.$$

Ideál svazu je tedy podsvaz, který s každým svým prvkem a obsahuje i všechny prvky svazu menší než a , filtr svazu je podsvaz, který s každým svým prvkem a obsahuje i všechny prvky svazu větší než a .

Věta 1.10. Průnik libovolného neprázdného systému podsvazů (resp. ideálů, resp. filtrů) daného svazu je opět podsvaz (resp. ideál, resp. filtr) tohoto svazu.

Necht' G je svaz, $A \subseteq G$ podmnožina. Díky předchozí větě můžeme nyní definovat ideál $A \downarrow$ svazu G generovaný množinou A jako průnik všech ideálů tohoto svazu obsahujících množinu A . Duálně, filtr $A \uparrow$ svazu G generovaný množinou A je průnik všech filtrů tohoto svazu obsahujících množinu A . Je-li $A = \{a\}$, píšeme stručně $a \downarrow$ místo $\{a\} \downarrow$, resp. $a \uparrow$ místo $\{a\} \uparrow$, a hovoříme o hlavním ideálu, resp. o hlavním filtru, generovaném prvkem a .

Ideál A ve svazu G se tedy nazývá hlavní, právě když existuje prvek $a \in G$ takový, že $A = (\leftarrow, a >$). Jestliže $0 \in G$, pak ideál $\{0\}$ se nazývá nulový.

Duálně pak filtr A ve svazu G se nazývá hlavní, právě když existuje prvek $a \in G$ takový, že $A = < a, \rightarrow$). Jestliže $1 \in G$, pak filtr $\{1\}$ se nazývá jednotkový.

Je zřejmé, že podmnožina $A \subseteq G$ je ideálem svazu G , právě když $A \downarrow = A$, a je filtrem svazu G , právě když $A \uparrow = A$.

Věta 1.11. Necht' G je svaz, $A \subseteq G$ podmnožina. Pro ideál $A \downarrow$ generovaný množinou A platí

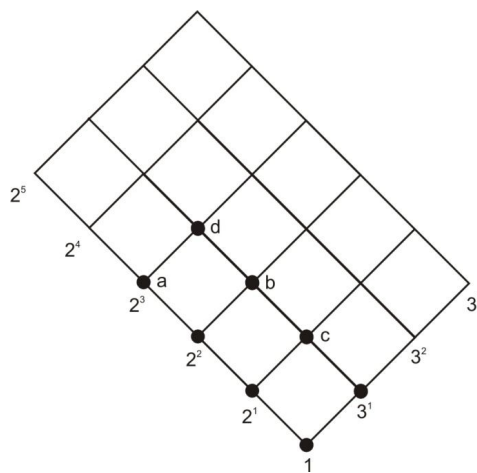
$$A \downarrow = \{x \in G; \exists n \in \mathbb{N} \exists a_1, \dots, a_n \in A: x \leq a_1 \vee \dots \vee a_n\}.$$

Duálně, pro filtr $A \uparrow$ generovaný množinou A platí

$$A \uparrow = \{x \in G; \exists n \in \mathbb{N} \exists a_1, \dots, a_n \in A: x \geq a_1 \wedge \dots \wedge a_n\}.$$

Příklady:

1. Každý svaz je svým ideálem i filtrem. Prázdná množina je ideálem i filtrem libovolného svazu.
2. Uvažujme svaz G všech celočíselných kladných dělitelů čísla $2^4 \cdot 3^3$, jehož Hasseův diagram je znázorněn na Obr. 2, pak ideál A generovaný množinou $\{a, b, c\}$, kde $a = 2^3, b = 2^2 \cdot 3$ a $c = 2 \cdot 3$, je hlavní ideál generovaný prvkem $d = a \vee b \vee c = 2^3 \cdot 3$. Tento ideál je znázorněn na Obr. 2 plnými kroužky [2], [20].



Obr. 2. Hasseův diagram se znázorněným ideálem

1.2.3 Homomorfismy

Definice: Necht' $(A; \vee, \wedge)$ a $(B; \vee, \wedge)$ jsou svazy. Zobrazení $h : A \rightarrow B$ se nazývá homomorfismus, jestliže pro každé $a, b \in A$ platí

$$h(a \vee b) = h(a) \vee h(b) \quad , \quad h(a \wedge b) = h(a) \wedge h(b).$$

Homomorfismus je tedy zobrazení z jedné algebraické struktury do jiné stejného typu, které zachovává veškerou důležitou strukturu.

Bijektivní homomorfismus se nazývá izomorfismus.

Věta 1.12. Buďte A, B, C svazy, $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ homomorfismy (resp. izomorfismy). Pak složené zobrazení $f \cdot g$ je opět homomorfismus (izomorfismus) $A \rightarrow C$. Je-li $f: A \rightarrow B$ izomorfismus, je i $f^{-1}: B \rightarrow A$ izomorfismus. Identické zobrazení $id(x) = x$ je izomorfem svazu A . Je-li h homomorfismus svazu A do B , $a, b \in A$ a platí $a \leq b$ vzhledem k indukovanému uspořádání na A , pak $h(a) \leq h(b)$ vzhledem k indukovanému uspořádání na B .

Věta 1.13. Necht' G a H jsou svazy, $f: G \rightarrow H$ zobrazení.

1. Je-li f svazový homomorfismus, pak f je izotonní zobrazení a homomorfní obraz

$$f(G) = \{f(a); a \in G\}$$

je podsvaz svazu H .

2. Zobrazení f je svazový izomorfismus, právě když f je izomorfismus uspořádaných množin.

Jestliže existuje izomorfismus svazu A na svaz B , říkáme, že A, B jsou izomorfní, což zapisujeme $A \cong B$.

Vzhledem k Větě 1.12 platí: jsou-li A, B, C svazy, pak

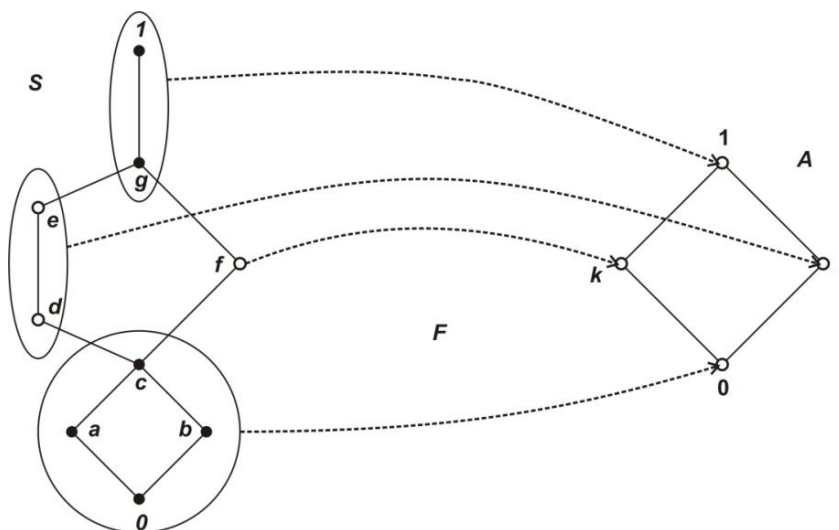
$$A \cong A,$$

$$A \cong B \Rightarrow B \cong A,$$

$$A \cong B \text{ a } B \cong C \Rightarrow A \cong C,$$

Tedy relace “býti izomorfní” je ekvivalencí na třídě všech svazů [1], [20].

Příklad: Uvažujeme svazy S a A znázorněné na obrázku níže. Definujeme-li zobrazení $F: S \rightarrow A$ takto: $F(0) = F(a) = F(b) = F(c) = 0, F(d) = F(e) = l, F(f) = k, F(g) = F(1) = 1$, pak zobrazení F je svazový homomorfismus S na A .



Obr. 3. Znázornění svazového homomorfismu

1.2.4 Kongruence svazu

Definice: Necht' $\mathcal{A} = (A, \vee, \wedge)$ je svaz a θ je ekvivalence na A . Pak θ se nazývá kongruence svazu A , platí-li

$$\forall a, b, c, d \in A; (a, c) \in \theta, (b, d) \in \theta \Rightarrow (a \vee b, c \vee d) \in \theta, (a \wedge b, c \wedge d) \in \theta.$$

Pro libovolný prvek $a \in A$ budeme třídu kongruence θ obsahující tento prvek označovat $[a]_\theta$, popř. $[a]$. (Tj. $[a]_\theta = [a] = \{x \in A; (a, x) \in \theta\}$).

Jestliže $\mathcal{A} = (A, \leq)$ je uspořádaná množina a $B \subseteq A$, pak B se nazývá konvexní podmnožina uspořádané množiny A , platí-li

$$\forall a, b \in B, x \in A; a \leq x \leq b \Rightarrow x \in B.$$

Jestliže A je navíc svaz a B je její podsvaz, který je současně konvexní podmnožinou v A , pak B se nazývá konvexní podsvaz svazu A .

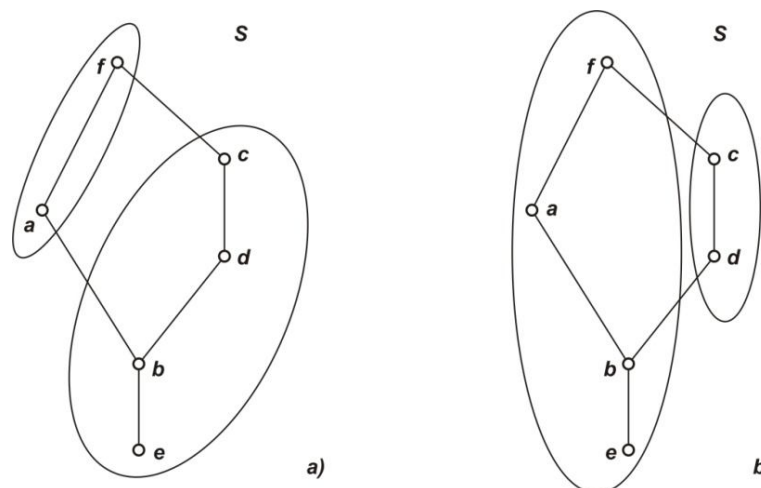
Jestliže a, b jsou prvky uspořádané množiny A takové, že $a \leq b$, pak (uzavřeným) intervalem mezi prvky a a b se rozumí množina

$$[a, b] = \{x \in A; a \leq x \leq b\}.$$

Platí tedy, že podmnožina $B \subseteq A$ je konvexní v A právě tehdy, když s každými svými dvěma prvky a a b takovými, že $a \leq b$ obsahuje i celý interval $[a, b]$.

Věta 1.14. Jestliže $A = (A, \vee, \wedge)$ je svaz, θ je kongruence svazu A a $a \in A$, pak třída $[a]_\theta$ je konvexním podsvazem svazu A [3].

Příklad: Uvažujme svaz S , jehož Hasseův diagram je znázorněn na obrázku níže. Je zde na Obr. 4.a vyznačen rozklad množiny S odpovídající kongruenci v S , zatímco na Obr. 4.b je vyznačen rozklad odpovídající ekvivalenci E , která není kongruencí v S . Platí např. $a E b$, ale neplatí $a \vee c E b \vee c$, neboť prvky $a \vee c = f, b \vee c = c$ leží v různých blocích rozkladu S/E [2].



Obr. 4. Rozklad množiny S odpovídající kongruenci v S (a) a ekvivalenci (b)

1.2.5 Kartézský součin svazů

Tak jako lze v teorii grup vytvářet pomocí kartézského součinu z daných grup nové, můžeme analogicky postupovat i u svazů. Platí věta:

Věta 1.15. Necht' $(A; \vee, \wedge)$ a $(B; \vee, \wedge)$ jsou svazy, pak algebraická struktura s nosičem $A \times B$, jejíž operace \vee a \wedge jsou definovány takto:

$$(x_1, x_2) \wedge (y_1, y_2) = (x_1 \wedge y_1, x_2 \wedge y_2)$$

$$(x_1, x_2) \vee (y_1, y_2) = (x_1 \vee y_1, x_2 \vee y_2)$$

je svaz.

Podstata důkazu věty 1.15 spočívá v tom, že při provádění operací s dvojicemi $[x_1, x_2] \in A \times B$ se s prvními složkami dělají svazové operace z A a nezávisle na tom se s druhými složkami dělají svazové operace z B . Na základě věty 1.15 lze vyslovit následující definici.

Definice: Necht' $(A; \vee, \wedge)$ a $(B; \vee, \wedge)$ jsou svazy, pak svaz $A \times B$, jehož operace \vee a \wedge jsou definovány formulami ve větě 1.15, se nazývá kartézský součin svazů A, B .

Jestliže bude potřeba zavést ve svazu $A \times B$ svazové uspořádání, pak to uděláme známým způsobem

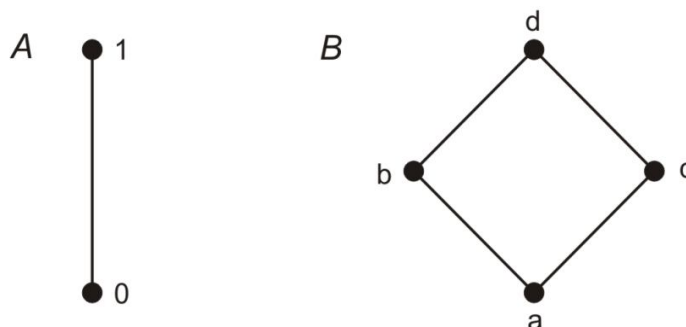
$$[x_1, x_2] \leq [y_1, y_2] \Leftrightarrow [x_1, x_2] \wedge [y_1, y_2] = [x_1, x_2],$$

což jinak formulováno znamená

$$[x_1, x_2] \leq [y_1, y_2] \Leftrightarrow x_1 \leq y_1 \wedge x_2 \leq y_2.$$

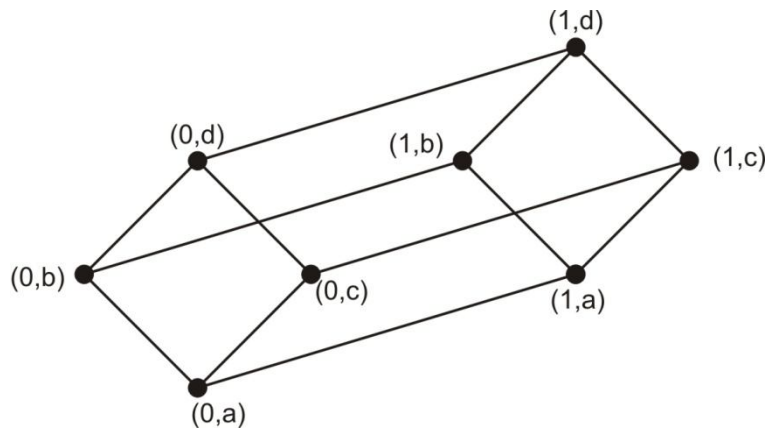
Protože operace kartézský součin je asociativní, lze ji rozšířit na libovolný konečný, popř. i nekonečný soubor svazů. Tuto operaci můžeme samozřejmě zavést i pro polosvazy [2].

Příklad: Necht' $A = (\{0,1\}, \leq_A)$ a $B = (\{a,b,c,d\}, \leq_B)$ jsou svazy určené diagramy na následujícím obrázku.



Obr. 5. Diagramy určených svazů A a B

Pak svaz C , který je přímým součinem A a B , má diagram znázorněný na obrázku 6 [3].



Obr. 6. Diagram svazu C ($A \times B$)

1.3 Úplné svazy

Podle věty 1.4 je svazem každá uspořádaná množina (G, \leq) , ve které existují $\sup(a, b)$ a $\inf(a, b)$ pro každé dva prvky $a, b \in G$. Indukcí lze snadno dokázat, že je-li (G, \leq) svazem, pak existují \sup a \inf pro každou konečnou podmnožinu $B \subseteq G$. Nelze odtud však odvodit žádné tvrzení o \sup a \inf nekonečných podmnožin. Existují však svazy, ve kterých \sup a \inf existují i pro nekonečné podmnožiny. Zavedeme proto následující pojem.

Definice: Uspořádaná množina (G, \leq) se nazývá úplný svaz, jestliže pro každou $S \subseteq G$ existuje $\sup S$ a $\inf S$ v G .

Každý úplný svaz G má nejmenší prvek (infimum množiny G ve svazu G) a největší prvek (supremum množiny G ve svazu G).

Je-li $A \subseteq G$, pak infimum množiny A ve svazu G je největší dolní závora množiny A ve svazu G . Dolní závora množiny A ve svazu G je prvek $x \in G$ takový, že pro každé $a \in A$ platí $x \leq a$. V případě $A = \emptyset$ je tato podmínka splněna pro každé $x \in G$, a tedy odtud plyne, že každý prvek svazu G je v G dolní závorou prázdné množiny. Proto infimum prázdné množiny ve svazu G je největší prvek svazu G . Duálně: supremem prázdné množiny ve svazu G je nejmenší prvek svazu G .

Příklady:

1. Platí, že každý úplný svaz je svazem a podle věty 1.4 je každý neprázdný konečný svaz úplným svazem.

2. Prázdný svaz není úplný, neboť pro jeho (jedinou) prázdnou podmnožinu neexistuje infimum ani supremum. Jinými slovy, prázdný svaz nemá nejmenší prvek ani největší prvek, protože nemá žádný prvek.
3. Pro libovolnou množinu X je $(2^X, \subseteq)$ úplný svaz.
4. Nekonečný řetězec nemusí být úplný svaz (například (\mathbb{N}, \leq) není úplný svaz, neboť neexistuje supremum celé množiny \mathbb{N}).

Věta 1.16. Necht' (G, \leq) je uspořádaná množina. Následující podmínky jsou ekvivalentní:

1. (G, \leq) je úplný svaz,
2. (G, \leq) má nejmenší prvek a každá neprázdna podmnožina množiny G má v uspořádané množině (G, \leq) supremum,
3. (G, \leq) má největší prvek a každá neprázdna podmnožina množiny G má v uspořádané množině (G, \leq) infimum.

Příklady:

1. Svaz všech podgrup dané grupy G je dle předchozí věty úplný svaz, neboť má největší prvek (celou grupu G) a každá neprázdna množina podgrup má v tomto svazu infimum, kterým je průnik těchto podgrup. Rovněž svaz všech podsvazů (popřípadě svaz ideálů nebo svaz filtrů) daného svazu je úplný svaz. Díky analogickým větám o průnicích neprázdnych systémů určitých podstruktur lze totéž říci i o svazu všech podokruhů daného okruhu nebo o svazu jeho ideálu, o svazu všech podtěles daného tělesa nebo o svazu všech podprostorů daného vektorového prostoru.
2. $(\mathbb{N} \cup \{\infty\}, \leq)$ je dle předchozí věty úplný svaz, neboť má největší prvek ∞ a každá neprázdna podmnožina množiny $\mathbb{N} \cup \{\infty\}$ má v $(\mathbb{N} \cup \{\infty\}, \leq)$ infimum.
3. Ze svazu $(\mathbb{N}, |)$, který není úplný, lze doplněním nuly (která se stane jeho největším prvkem) vytvořit úplný svaz $(\mathbb{N} \cup \{0\}, |)$.

Jak ukazuje následující věta, předchozí případy nebyly nijak výjimečné. Vždy existuje způsob, jak doplnit svaz tak, aby se stal úplným.

Věta 1.17. Necht' G je svaz. Pak existuje úplný svaz U , který obsahuje podsvaz H , jenž je izomorfní se svazem G .

Věta 1.18. (Tarski): Necht' G je úplný svaz, $\varphi: G \rightarrow G$ izotonní zobrazení. Pak existuje prvek $a \in G$ tak, že $\varphi(a) = a$ (tj. a je pevný bod zobrazení φ) [1], [20].

1.3.1 Galoisovy konexe

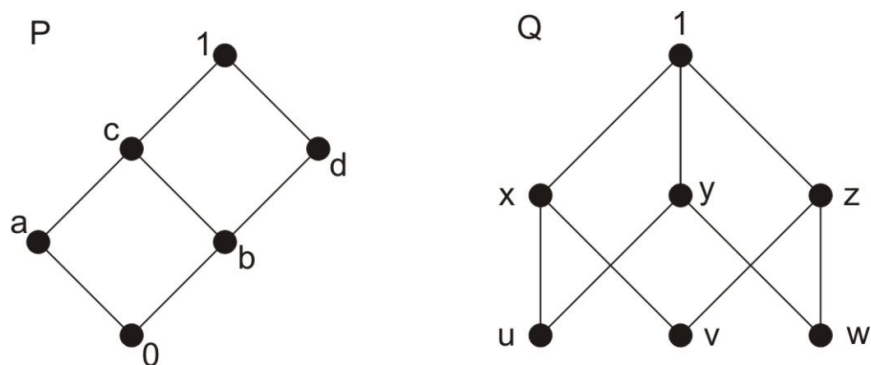
Definice: Jsou-li P a Q uspořádané množiny a $f: P \rightarrow Q, g: Q \rightarrow P$ zobrazení, pak dvojice zobrazení (f, g) se nazývá Galoisova konexe mezi P a Q , jestliže platí:

- zobrazení f a g jsou antifonní,
- pro všechna $x \in P$ a $y \in Q$ platí

$$x \leq g(f(x)), y \leq f(g(y)) \text{ [3].}$$

Protože FCA je založena na Galoisových konexích mezi svazy všech podmnožin množiny objektů a atributů, uvedeme konkrétní příklad Galoisovy konexe mezi uspořádanými množinami.

Příklad: Uspořádané množiny P a Q jsou reprezentovány Hasseovými diagramy viz následující obrázek.



Obr. 7. Hasseovy diagramy P a Q

Galoisova konexe (f, g) mezi P a Q je dána tabulkami zobrazení $f: P \rightarrow Q$ a $g: Q \rightarrow P$:

	0	a	b	c	d	1
f	1	x	1	x	z	v

Tabulka 1. Zobrazení $f: P \rightarrow Q$

	u	v	w	x	y	z	1
g	c	1	d	c	b	d	b

Tabulka 2. Zobrazení $g: Q \rightarrow P$

2 TYPY SVAZŮ

Některé důležité svazy splňují vedle identit obsažených v algebraické definici svazu a samozřejmě i všech formulí, které se z nich dají dokázat, ještě i některé další. Nejdůležitější jsou mezi těmito speciálními typy svazů svazy modulární, distributivní a komplementární. Proto se jimi v této kapitole budu podrobněji zabývat. Nejprve si tedy rozebereme modulární svazy, které dostáváme např. při studiu některých systémů podstruktur dané algebraické struktury a hrají důležitou roli i při studiu projektivních prostorů. Následně pak svazy distributivní, které jsou jejich zvláštním případem a nakonec svazy komplementární.

2.1 Modulární svazy

Věta 2.1. Nechť $\mathcal{A} = (A, \vee, \wedge)$ je libovolný svaz. Pak pro libovolné prvky $a, b, c \in A$ takové, že $a \geq c$, platí nerovnost

$$a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee c.$$

Definice: Svaz $\mathcal{A} = (A, \vee, \wedge)$ se nazývá modulární, platí-li

$$\forall a, b, c \in A; a \geq c \Rightarrow a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee c.$$

I zde platí princip duality

$$\forall a, b, c \in A; a \leq c \Rightarrow a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge c.$$

Příklady:

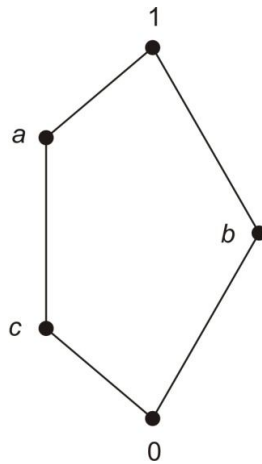
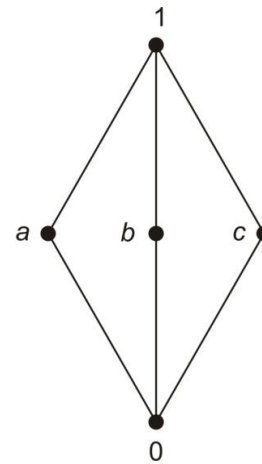
1. Příklady modulárních svazů jsou svaz $(2^X, \cup, \cap)$ všech podmnožin nějaké množiny X nebo libovolný řetězec.
2. Svaz N_5 , zvaný též pětiúhelník, není modulární, kdežto svaz M_5 , zvaný též diamant, modulární je (viz následující obrázky). Označme $0 < c < a < 1$ ony čtyři prvky, které jsou v Hasseově diagramu svazu N_5 nakresleny nad sebou vlevo, a b jeho pátý prvek. Pak nerovnost

$$(a \wedge b) \vee c = 0 \vee c = c < a = a \wedge 1 = a \wedge (b \vee c)$$

ukazuje, že svaz N_5 není modulární.

Nyní probírkou všech možností dokažme, že svaz M_5 je modulární. Označme 0 nejmenší a 1 největší prvek tohoto svazu. Nechť tedy $a, b, c \in M_5$ jsou libovolné takové, že $c \leq a$. Jestliže $a = c$, plyne modulární rovnost z absorpčních zákonů.

Jestliže $c < a$, pak na Hasseově diagramu svazu M_5 vidíme, že buď $c = 0$ nebo $a = 1$. V obou případech je modulární rovnost zřejmá [20].

Obr. 8. Svaz N_5 (pětiúhelník)Obr. 9. Svaz M_5 (diamant)

Věta 2.2. Každý podsvaz modulárního svazu je modulární.

Příklad: Svaz všech podprostorů daného vektorového prostoru V nad tělesem T je podle předchozí věty modulární. Je totiž podsvazem modulárního svazu všech podgrup grupy vektorů V . K tomu si stačí uvědomit, že každý podprostor je podgrupou, a ověřit, že infima i suprema se ve svazu všech podprostorů počítají stejně jako ve svazu podgrup. Infimem je množinový průnik a supremem součet podprostorů.

Věta 2.3. Každý distributivní svaz je modulární.

Platí tedy, že třída distributivních svazů je podtřídou třídy modulárních svazů. Přitom modulární svaz nemusí být distributivní, proto se uvedené třídy svazů nerovnají.

Věta 2.4. Jestliže $G = (G, \cdot)$ je grupa a $S_N(G)$ je množina jejich normálních podgrup, pak svaz $(S_N(G), \subseteq)$ je modulární.

Věta 2.5. Svaz $\mathcal{A} = (A, \vee, \wedge)$ je modulární právě tehdy, když platí

$$\forall a, b, c \in A; a \wedge (b \vee (a \wedge c)) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c).$$

Součin modulárních svazů je modulární svaz. Homomorfní obraz modulárního svazu je modulární svaz.

Věta 2.6. Jestliže $\mathcal{A} = (A, \vee, \wedge)$ je modulární svaz, $a, b, c \in A$ a $a \geq b$, pak

$$a \vee c = b \vee c, a \wedge c = b \wedge c \Rightarrow a = b.$$

Věta 2.7. Svaz \mathcal{A} je modulární právě tehdy, když neobsahuje žádný podsvaz izomorfní se svazem N_5 .

Každý podsvaz modulárního svazu je modulární, zatímco N_5 modulární není [3], [20].

2.2 Distributivní svazy

Věta 2.8. Necht' $\mathcal{A} = (A, \vee, \wedge)$ je libovolný svaz. Pak pro libovolné prvky $a, b, c \in A$ platí nerovnosti

$$a \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge (a \vee c),$$

$$a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c).$$

Druhá nerovnost je duální k první, tedy podle principu duality teorie svazů také platí.

Definice: Svaz $\mathcal{A} = (A, \vee, \wedge)$ se nazývá distributivní, platí-li

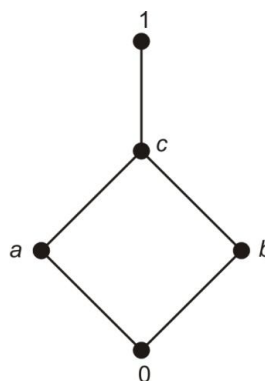
$$\forall a, b, c \in A; a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c),$$

$$\forall a, b, c \in A; a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c).$$

Jestliže je ve svazu \mathcal{A} splněna první podmínka, pak je v něm splněna také podmínka druhá a obráceně. Duální svaz k distributivnímu svazu je opět distributivní.

Příklady:

1. Příklady distributivních svazů jsou svaz všech podmnožin nějaké množiny nebo libovolný řetězec.
2. Necht' M je libovolná množina. Pak ve svazu $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ platí, že průseky se rovnají průnikům a spojení se rovnají sjednocením, proto ze známých vlastností množinových operací dostáváme, že svaz $\mathcal{P}(M)$ je distributivní.
3. Svaz s Hasseovým diagramem na následujícím obrázku je distributivní.



Obr. 10. Hasseův diagram distributivního svazu

Věta 2.9. Jestliže \mathcal{A} je distributivní svaz, pak také každý jeho podsvaz je distributivním svazem.

Věta 2.10. Jestliže ve svazu \mathcal{A} platí pro libovolné prvky $a, b, c \in A$ implikace

$$a \wedge b = a \wedge c, a \vee b = a \vee c \Rightarrow b = c,$$

pak \mathcal{A} je distributivní svaz.

Věta 2.11. Každý distributivní svaz je modulární.

Věta 2.12. Součin distributivních svazů je distributivní svaz. Homomorfní obraz distributivního svazu je distributivní svaz.

Věta 2.13. Svaz \mathcal{A} je distributivní právě tehdy, když žádný podsvaz v \mathcal{A} není izomorfní se svazem M_5 (diamant) ani se svazem N_5 (pětiúhelník).

Na závěr je zde ještě uvedena charakterizace konečných distributivních svazů.

Definice: Prvek a svazu G se nazývá \vee - nedosažitelný, jestliže pro každé $b, c \in G$ takové, že $a = b \vee c$, platí $a = b$ nebo $a = c$.

Prvek a svazu G je tedy \vee - nedosažitelný, jestliže není supremem žádných dvou prvků ostře menších než on, tj. neexistují $b, c \in G$ splňující $b < a, c < a, a = b \vee c$. Ekvivalentně lze tuto podmínku vyjádřit také takto. Prvek a svazu G je \vee - nedosažitelný, jestliže pro každé $b, c \in G$ takové, že $b < a$ a současně $c < a$, platí $b \vee c < a$. Odtud se snadno dokáže indukci, že takový prvek není supremem ani žádné neprázdné konečné množiny prvků ostře menších než on.

Množinu všech \vee - nedosažitelných prvků svazu G označíme $J(G)$.

Věta 2.14. V konečném distributivním svazu G je libovolný prvek a roven supremu množiny všech \vee - nedosažitelných prvků, které neostře převyšuje, tj.

$$a = \bigvee_{b \in J(G), b \leq a} b = \bigvee (a \downarrow \cap J(G)).$$

Necht' (A, \leq) je uspořádaná množina. Množina $B \subseteq A$ se nazývá (dolů) dědičná, pokud pro každý prvek $b \in B$ a každý $a \in A$, $a \leq b$, platí $a \in B$.

Množina $B \subseteq A$ je tedy dědičná, jestliže s každým svým prvkem obsahuje všechny prvky množiny A , které jsou ještě menší. Pomocí této vlastnosti můžeme charakterizovat ideály svazu. Jsou to právě dědičné podsvazy. Připomeňme, že na svazy se můžeme dívat jako na

uspořádané množiny a že dva svazy jsou izomorfní, právě když jsou izomorfní jako uspořádané množiny.

Množinu všech neprázdných dědičných podmnožin uspořádané množiny A značíme $D(A)$.

Věta 2.15. Pro konečný distributivní svaz G uvažme množinu $J(G)$ všech v -nedosažitelných prvků svazu G spolu s uspořádáním, které na $J(G)$ indukuje uspořádání svazu G . Pak uspořádaná množina $(D(J(G)), \subseteq)$ je izomorfní se svazem G (chápaným jako uspořádaná množina).

Věta mimo jiné říká, že je-li G konečný distributivní svaz, pak i $D(J(G))$ je konečný distributivní svaz. Protože sjednocení i průnik dědičných množin je opět dědičná množina, jsou operacemi suprema a infima v $D(J(G))$ právě množinový průnik a sjednocení. Je tedy $D(J(G))$ podsvazem svazu všech podmnožin množiny $J(G)$.

Každý konečný distributivní svaz je izomorfní s některým podsvazem svazu všech podmnožin nějaké konečné množiny.

Podle předchozího důsledku každý konečný distributivní svaz můžeme chápat jako inkluzí uspořádaný systém množin, který je uzavřený na průniky a sjednocení. Protože naopak každý inkluzí uspořádaný systém množin, který je uzavřený na průniky a sjednocení, je zřejmě distributivním svazem, dostali jsme tak charakterizaci konečných distributivních svazů [3], [20].

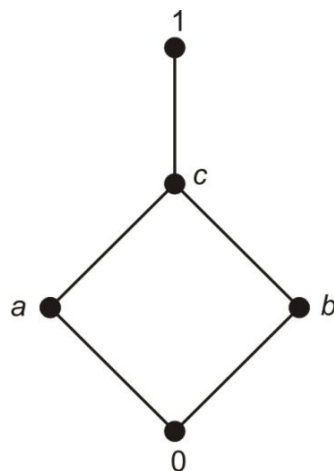
2.3 Komplementární svazy

Nechť $\mathcal{A} = (A, \vee, \wedge)$ je svaz s nejmenším prvkem 0 a největším prvkem 1. Nechť $a \in A$. Pak prvek $b \in A$ se nazývá komplement prvku a , platí-li

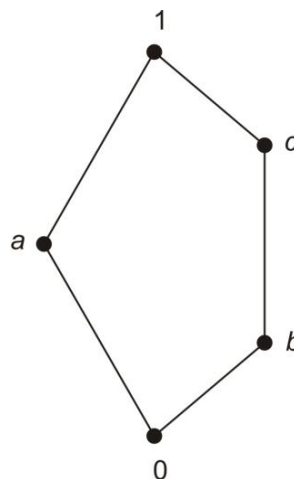
$$a \vee b = 1, \quad a \wedge b = 0.$$

Příklady:

1. Nechť \mathcal{A} je svaz s diagramem na obrázku níže. Pak 0 je komplementem 1 a 1 je komplementem 0, ale žádný další prvek z \mathcal{A} už komplement v \mathcal{A} nemá.

Obr. 11. Diagram svazu \mathcal{A}

2. Ve svazu N_5 má každý prvek aspoň jeden komplement. Přitom prvek a má dva různé komplementy b, c .

Obr. 12. Diagram svazu N_5

Věta 2.16. Jestliže svaz \mathcal{A} je distributivní, pak každý jeho prvek má nejvýše jeden komplement.

Definice: Svaz \mathcal{A} se nazývá komplementární, jestliže má nejmenší a největší prvek (tj. \mathcal{A} je ohraničený) a jestliže každý prvek $a \in \mathcal{A}$ má v \mathcal{A} aspoň jeden komplement.

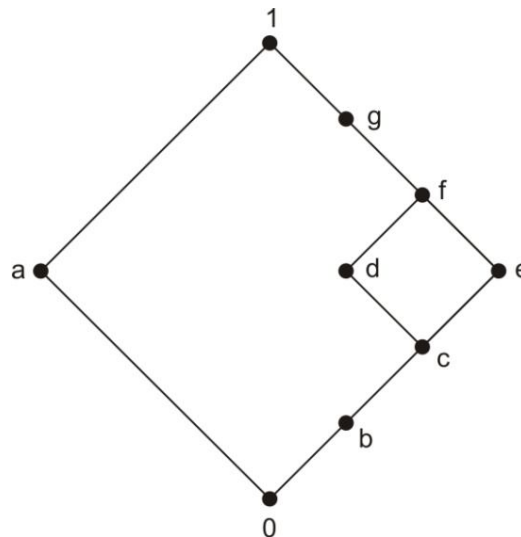
Booleovým svazem pak rozumíme každý svaz $\mathcal{B} = (B, \vee, \wedge)$, který je distributivní a komplementární.

Svaz se nazývá jednoznačně komplementární, jestliže každý jeho prvek má právě jeden komplement. Proto podle věty 11.1 každý Booleův svaz je jednoznačně komplementární.

Definice: Svaz $\mathcal{A} = (A, \vee, \wedge)$ se nazývá relativně komplementární, jestliže pro libovolné prvky $a, b, c \in A$ takové, že $a \leq c \leq b$, existuje prvek $d \in A$ takový, že

$$c \wedge d = a \text{ a } c \vee d = b.$$

Komplementární svaz ale nemusí být relativně komplementární. Příkladem takového svazu je svaz s následujícím Hasseovým diagramem [3].



Obr. 13. Diagram komplementárního svazu

II. PRAKTICKÁ ČÁST

3 FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZA

Formální konceptuální analýza, (dále jen FCA - Formal Concept Analysis), je jednou z metod datové analýzy (analýzy tabulkových dat) se stále rostoucí popularitou v různých oblastech jejího využití. Místo termínu “formální konceptuální analýza” se také někdy používá termín “metoda konceptuálních svazů”.

FCA je částí aplikované matematiky, která dokáže definovat a zachytit objekty a jejich vlastnosti, což jsou běžně se objevující údaje v mnoha oblastech lidské činnosti. S její pomocí je možné uspořádat pojmy a vytvořit grafický výstup tak, aby bylo jasné, které objekty jsou obecnější než jiné a především, jak spolu vzájemně souvisí.

Můžeme říci, že se jedná o metodu analýzy dat, která vychází z teorie svazů. Teorie svazů je, jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole, část algebry, zabývající se uspořádanými množinami, kde ke každým dvěma prvkům existuje supremum a infimum.

Na rozdíl od jiných analytických metod má však FCA výhodu v tom, že konceptuální svaz je vytvořen nad celým vstupním kontextem. Na nalezené koncepty tak můžeme stále nahlížet jako na celek, protože data stále obsahují všechny detaily ze zadaného kontextu.

Pokud lidé formulují své znalosti, hovoří nejčastěji o objektech a jejich atributech (vlastnostech). Základem je tedy formulace různě složitých tvrzení o tom, jestli některé objekty mají určité atributy nebo ne. Pro daný objekt a daný atribut tedy platí, že objekt má daný atribut, nebo objekt nemá daný atribut, popř. objekt má daný atribut do jisté míry, nebo objekt má daný atribut s jistou hodnotou apod.

Vztahy mezi objekty a atributy bývají nejčastěji reprezentovány tabulkou (maticí). Vstupními daty pro FCA jsou tedy tabulková data, ve kterých jsou k daným objektům přiřazeny příslušné atributy. V tabulce jsou v jednotlivých řádcích většinou uvedeny příslušné objekty a ve sloupcích pak k nim konkrétní atributy. Položka tabulky odpovídající objektu x a atributu y tedy obsahuje informaci o tom, zda a popř. s jakou hodnotou má objekt x atribut y , viz následující obrázek.

	y_1	\dots	y_j	\dots	y_l
x_1			\vdots		
\vdots			\vdots		
x_i	\dots	\dots	$I(x_i, y_j)$	\dots	\dots
\vdots			\vdots		
x_k			\vdots		

Obr. 14. Matice vstupních dat s objekty x_i a atributy y_j

FCA je metodou explorativní (průzkumové) analýzy dat. Uživateli nabízí netriviální informace o vstupních datech. Ty mohou být využitelné buď přímo, jsou to nové poznatky o vstupních datech, které nejsou při pouhém pohledu na vstupní data zřejmé, nebo popř. při dalším zpracování dat.

FCA poskytuje dva možné základní výstupy, a to konceptuální svaz nebo atributové implikace. V případě konceptuálního svazu se jedná o hierarchicky uspořádanou množinu objektů a jejich vlastností, tzv. formálních konceptů, které jsou přítomny ve vstupní tabulce dat. V opačném případě atributové implikace popisují závislosti mezi jednotlivými vlastnostmi v tabulce dat.

Atributy ve vstupní tabulce dat mohou nabývat několika různých hodnot. Buď jsou jedinými možnými hodnotami 0 a 1, kde hodnota 0 značí „nepravdu“ a hodnota 1 „pravdu“, nebo kromě těchto atributů mohou být objektům přiřazeny ještě hodnoty atributů, kdy objekt x má vlastnost y s hodnotou w . Tato složitější situace se ve formální konceptuální analýze zjednodušuje tzv. konceptuálním škálováním. V následujících kapitolách budeme ale již pro jednoduchost předpokládat, že atributy ve vstupních datech jsou bivalentní (dvouhodnotové) logické atributy, tj. pro každý atribut y a každý uvažovaný objekt x platí, že x má y nebo x nemá y .

I	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1	0	0
x_2	0	1	1	0
x_3	0	0	1	1

Tabulka 3. Bivalentní logické atributy

Formální konceptuální analýza je schopná exaktně definovat výraz „pojem“. Vytváření pojmů je základním způsobem, díky němuž je člověk schopen vyznat se ve světě plném obrovského množství faktů a popisovat obecné zákonitosti. Ve FCA je pojem tvořen svým rozsahem (seskupení všech objektů, které pod pojem patří) a obsahem (seskupení všech atributů, které pod pojem patří).

Pojem lze tedy chápat jako dvojici (A, B) , kde A je množina všech objektů a B je množina atributů, které pod pojem patří. Aby bylo možné však dvojici (A, B) považovat za pojem, je nutné, aby A bylo právě množinou všech objektů sdílejících všechny atributy z B a naopak, aby B bylo právě množinou všech atributů společných všem objektům z A . Splňuje-li pojem (dvojice A, B) tohle pravidlo, je nazýván jako koncept, popř. formální koncept a v tabulkových datech odpovídá maximálním obdélníkům vyplněným jedničkami. Koncepty se navzájem liší svou obecností, jeden koncept je obecnější než koncept jiný. Řekněme tedy, že koncept $(A1, B1)$ je podpojemem konceptu $(A2, B2)$, (tj. první koncept je nejvýše tak obecný jako druhý), pokud platí, že každý objekt z $A1$ patří do $A2$ nebo, což je ekvivalentní, že každý atribut z $B2$ patří do $B1$. Tuto podmínku obecně značíme $(A1, B1) \leq (A2, B2)$. Například kočka je podpojemem konceptu savec. Tenhle definovaný vztah tedy umožňuje množinu všech konceptů uspořádat podle jejich obecnosti. Množina všech konceptů uspořádaných podle jejich obecnosti se pak nazývá konceptuální svaz.

Jednotlivé atributy v tabulce vstupních dat jsou mezi sebou závislé a právě tyto závislosti jsou popsány v tzv. atributových implikacích ve tvaru atributy y_1, \dots, z_1 implikují atributy y_2, \dots, z_2 . Formální zápis pak vypadá následovně: $\{y_1, \dots, z_1\} \{y_2, \dots, z_2\}$. To v praxi znamená, že každý koncept s vlastnostmi y_1, \dots, z_1 , má tím pádem i vlastnosti y_2, \dots, z_2 . Ve FCA většinou hledáme nějakou množinu implikací, které nejsou nadbytečné, tzn., že nejsou triviální a na první pohled zřejmé. Z těchto implikací lze všechny ostatní logicky odvodit. Podrobněji budou dané pojmy rozebrány v následujících kapitolách.

3.1 Historie FCA

Studiem základních teoretických pojmů později využitých ve FCA se již před vznikem samotné formální konceptuální analýzy zabývali Birkhoff a Ore a již v této době v těchto pojmech Birkhoff spatřoval prostředky, které budou později přínosem nejenom pro samotnou matematiku. Za hlavního tvůrce a průkopníka FCA je však dodnes právem považován Rudolf Wille. Ten publikoval v 80. letech 20. století na Technické univerzitě

v Darmstadtu základní principy FCA a v oblasti teoretických a metodických základů FCA a konceptuálních svazů pracoval v rámci svého programu tzv. restrukturalizace teorie svazů mnoho let. Dnes má formální konceptuální analýza uplatnění v mnoha docela různých odvětvích jako jsou psychologie, sociologie, antropologie, medicína, biologie, lingvistika, počítačové vědy, matematika a průmyslové inženýrství.

Příspěvky zabývající se problematikou formální konceptuální analýzy a konceptuálních svazů je pak dnes možné najít v různých odborných nejenom algebraických časopisech nebo jsou přednášeny na konferencích, jako jsou konference General Algebra and Its Applications, Conceptual Structures a jiné různé konference o analýze dat.

3.2 Definice základních pojmů týkajících se FCA

V této části diplomové práce se budeme podrobněji zabývat definicemi a popisem základních pojmů týkajících se problematiky formální konceptuální analýzy.

3.2.1 Formální kontext, indukované Galoisovy konexe

Definice: Formální kontext je trojice $\langle X, Y, I \rangle$, kde X a Y jsou neprázdné množiny a I je binární relace mezi X a Y , tedy $I \subseteq X \times Y$. Prvky x z množiny X se nazývají objekty, zatímco prvky y z množiny Y jsou tzv. atributy. Zápis $\langle x, y \rangle \in I$ pak vyjadřuje, že objekt x má atribut y . Formální kontext tedy reprezentuje výše zmíněná tabulková objekt-atributová data.

Pro každý formální kontext $\langle X, Y, I \rangle$ jsou operátory $\uparrow: 2^X \rightarrow 2^Y$ a $\downarrow: 2^Y \rightarrow 2^X$ definovány následujícím předpisem:

- pro každé $A \subseteq X$:

$$A^\uparrow = \{y \in Y \mid \forall x \in A: \langle x, y \rangle \in I\},$$

- pro každé $B \subseteq Y$:

$$B^\downarrow = \{x \in X \mid \forall y \in B: \langle x, y \rangle \in I\}.$$

Operátor \uparrow přiřadí podmnožiny Y do podmnožiny X . A^\uparrow je pak množina atributů sdílených všemi objekty z A .

Duálně, operátor \downarrow přiřadí podmnožiny X do podmnožiny Y . B^\downarrow je pak množina objektů sdílených všemi atributy z B .

Chceme-li zdůraznit, že operátory \uparrow a \downarrow jsou indukovány formálním kontextem $\langle X, Y, I \rangle$, používáme $\uparrow I$ a $\downarrow I$.

Příklad:

I	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1	1	1
x_2		1	1	1
x_3	1		1	1
x_4	1	1	1	1
x_5	1			

Tabulka 4. Příklad kontextové tabulky

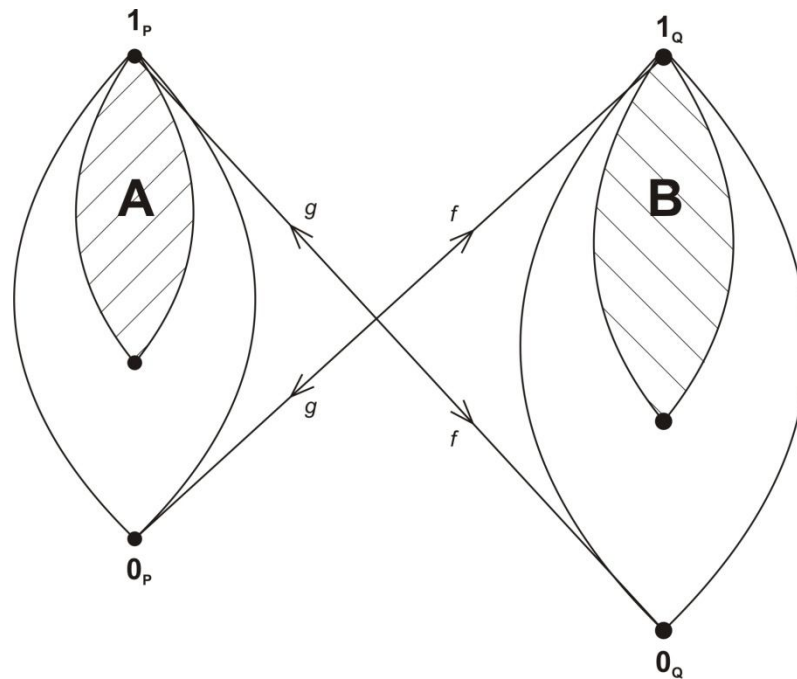
- $\{x_2\}^\uparrow = \{y_2, y_3, y_4\}, \{x_2, x_3\}^\uparrow = \{y_3, y_4\},$
- $\{x_2, x_3, x_5\}^\uparrow = \emptyset,$
- $X^\uparrow = \emptyset, \emptyset^\uparrow = Y,$
- $\{y_1\}^\downarrow = \{x_1, x_3, x_4, x_5\}, \{y_1, y_2\}^\downarrow = \{x_1, x_4\},$
- $\{y_2, y_3\}^\downarrow = \{x_1, x_2, x_4\}, \{y_2, y_3, y_4\}^\downarrow = \{x_1, x_2, x_4\},$
- $\emptyset^\downarrow = X, Y^\downarrow = \{x_1\}.$

Definice: Zobrazení $f: 2^X \rightarrow 2^Y$ a $g: 2^Y \rightarrow 2^X$ tvoří tzv. Galoisovu konexi mezi množinami X a Y , pokud pro $A, A_1, A_2 \subseteq X$ a $B, B_1, B_2 \subseteq Y$ platí:

1. $A_1 \subseteq A_2 \Rightarrow f(A_2) \subseteq f(A_1),$
2. $B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow g(B_2) \subseteq g(B_1),$
3. $A \subseteq g(f(A)),$
4. $B \subseteq f(g(B))$ [5].

Věta 3.1. Pro binární relaci $I \subseteq X \times Y$ tvoří indukovaná zobrazení $\uparrow I$ a $\downarrow I$ Galoisovu konexi mezi X a Y . Naopak, tvoří-li f a g Galoisovu konexi mezi X a Y , existuje binární relace $I \subseteq X \times Y$ tak, že $f = \uparrow I$ a $g = \downarrow I$. Tím je dán vzájemně jednoznačný vztah mezi Galoisovými konexemi mezi X a Y a binárními relacemi mezi X a Y [5].

Příklad: Uspořádané množiny (P, \leq) a (Q, \leq) s nejmenšími prvky 0_P a 0_Q a největšími prvky 1_P a 1_Q .



Obr. 15. Galoisova konexe

Množiny A a B jsou navzájem antiisomorfní a platí pro ně A je množina pevných bodů uzávěrového operátoru $g \circ f$ a B je množina pevných bodů uzávěrového operátoru $f \circ g$.

3.2.2 Formální koncept

Definice: Formální koncept v kontextu $\langle X, Y, I \rangle$ je dvojice $\langle A, B \rangle$, kde $A \subseteq X$ a $B \subseteq Y$ jsou takové, že $A^\uparrow = B$ a $B^\downarrow = A$.

A je pak množina objektů nazývaná extent a B je množina atributů označovaná intent daného formálního konceptu $\langle A, B \rangle$ v kontextu $\langle X, Y, I \rangle$, kde A obsahuje právě všechny objekty sdílející atributy z B a B obsahuje pouze atributy, sdílené všemi objekty z A .

Z matematického pohledu je $\langle A, B \rangle$ koncept právě tehdy, pokud je $\langle A, B \rangle$ pevným bodem Galoisovy konexe dané dvojicí operátorů \uparrow a \downarrow .

Množinu všech formálních konceptů v $\langle X, Y, I \rangle$ značíme $\mathcal{B}(X, Y, I)$, tj.

$$\mathcal{B}(X, Y, I) = \{ \langle A, B \rangle \mid A \subseteq X, B \subseteq Y, A^\uparrow = B, B^\downarrow = A \} [4].$$

Příklad: Formální koncept pro předchozí kontextovou tabulku je zvýrazněn níže.

I	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1	1	1
x_2		1	1	1
x_3	1		1	1
x_4	1	1	1	1
x_5	1			

Tabulka 5. Příklad formálního konceptu

Zvýrazněný obdélník reprezentuje následující formální kontext

$$\langle A_1, B_1 \rangle = \langle \{x_1, x_2, x_3, x_4\}, \{y_3, y_4\} \rangle,$$

protože

$$\{x_1, x_2, x_3, x_4\}^\uparrow = \{y_3, y_4\} \text{ a } \{y_3, y_4\}^\downarrow = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}.$$

Tabulka ovšem obsahuje i jiné formální koncepty. Ty jsou znázorněny níže.

I	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1	1	1
x_2		1	1	1
x_3	1		1	1
x_4	1	1	1	1
x_5	1			

I	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1	1	1
x_2		1	1	1
x_3	1		1	1
x_4	1	1	1	1
x_5	1			

I	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1	1	1
x_2		1	1	1
x_3	1		1	1
x_4	1	1	1	1
x_5	1			

I	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1	1	1
x_2		1	1	1
x_3	1		1	1
x_4	1	1	1	1
x_5	1			

Tabulka 6. Doplnění zbylých konceptů

Jsou jimi:

- $\langle A_2, B_2 \rangle = \langle \{x_1, x_2, x_4\}, \{y_2, y_3, y_4\} \rangle,$
- $\langle A_3, B_3 \rangle = \langle \{x_1, x_4\}, \{y_1, y_2, y_3, y_4\} \rangle,$
- $\langle A_4, B_4 \rangle = \langle \{x_1, x_3, x_4, x_5\}, \{y_1\} \rangle,$
- $\langle A_5, B_5 \rangle = \langle \{x_1, x_3, x_4\}, \{y_1, y_3, y_4\} \rangle,$
- $\langle A_6, B_6 \rangle = \langle \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}, \{\} \rangle.$

3.2.2.1 Formální koncept jako maximální obdélník

Formální koncept může být také jednoduše definován jako největší obdélník v kontextové tabulce.

Definice: Obdélník v $\langle X, Y, I \rangle$ je pár $\langle A, B \rangle$ takový, že $A \times B \subseteq I$, tj. pro každé $x \in A$ a $y \in B$ máme $\langle x, y \rangle \in I$. Pro obdélníky $\langle A_1, B_1 \rangle$ a $\langle A_2, B_2 \rangle$ je dáno $\langle A_1, B_1 \rangle \sqsubseteq \langle A_2, B_2 \rangle$ jestliže $A_1 \subseteq A_2$ a $B_1 \subseteq B_2$.

I	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1	1	1
x_2		1	1	1
x_3	1		1	1
x_4	1	1	1	1
x_5	1			

Tabulka 7. Formální koncept (největší obdélník) dané kontextové tabulky

V této tabulce není obdélník $\langle \{x_1, x_2, x_3\}, \{y_3, y_4\} \rangle$ největší možný, naopak obdélník $\langle \{x_1, x_2, x_3, x_4\}, \{y_3, y_4\} \rangle$ je již maximální obdélník dané kontextové tabulky.

$\langle A, B \rangle$ je formální koncept $\langle X, Y, I \rangle$, jestliže je $\langle A, B \rangle$ maximální obdélník v $\langle X, Y, I \rangle$ [4].

3.2.3 Konceptuální svaz

Jako konceptuální svaz je označován souhrn všech formálních konceptů daného formálního kontextu.

Definice: Konceptuální svaz je množina $\mathcal{B}(X, Y, I)$ spolu s relací \leq definovanou na $\mathcal{B}(X, Y, I)$ předpisem

$$\langle A_1, B_1 \rangle \leq \langle A_2, B_2 \rangle \text{ právě když } A_1 \subseteq A_2 \text{ (nebo, ekvivalentně, } B_2 \subseteq B_1).$$

Pro další účely označíme $\text{Int}(I) = \{B \subseteq Y \mid \langle A, B \rangle \in \mathcal{B}(X, Y, I)\}$ pro nějakou $A \subseteq X$, tj. $\text{Int}(I)$ je množina obsahů všech konceptů z $\mathcal{B}(X, Y, I)$. Platí, že $B \subseteq Y$ je obsahem nějakého konceptu z $\mathcal{B}(X, Y, I)$. Podobně značíme $\text{Ext}(I)$ rozsahy konceptů z $\mathcal{B}(X, Y, I)$.

Relace \leq je tedy relací podpojem-nadpojem. Následující věta, tzv. hlavní věta o konceptuálních svazech, popisuje strukturu $\mathcal{B}(X, Y, I)$. Mimo jiné zdůvodňuje název konceptuální svaz [5].

3.2.4 Atributové implikace

Tato část práce obsahuje základní informace týkající se zejména atributových závislostí v kontextových tabulkách. Tyto závislosti se nazývají atributové implikace.

Atributová implikace nad množinou Y atributů je výraz tvaru $A \Rightarrow B$, kde $A, B \subseteq Y$.

Definice: Pro implikaci $A \Rightarrow B$ a množinu $C \subseteq Y$ říkáme, že $A \Rightarrow B$ platí v C , popř. že C je modelem $A \Rightarrow B$, jestliže platí, že pokud $A \subseteq C$, pak i $B \subseteq C$. Obecněji, pro množinu $\mathcal{M} \subseteq 2^Y$ množin atributů a množinu $T = \{A_j \Rightarrow B_j; j \in J\}$ implikací říkáme, že T platí v M , popř. že M je modelem T , jestliže $A_j \Rightarrow B_j$ platí v C pro každé $C \in \mathcal{M}$ a $A_j \Rightarrow B_j \in T$.

Říkáme, že implikace platí v kontextu $\langle X, Y, I \rangle$ (popř. že je to implikace kontextu $\langle X, Y, I \rangle$), jestliže platí v systému $\mathcal{M} = \{\{x\}^\uparrow | x \in X\}$ obsahů všech objekt-konceptů (tj. obsahů konceptů tvaru $\{\{x\}^\downarrow, \{x\}^\uparrow\}$). Dále říkáme, že implikace platí v konceptuálním svazu $\mathcal{B}(X, Y, I)$, jestliže platí v systému $Int(I)$ všech obsahů.

Věta 3.3. Atributová implikace platí v $\langle X, Y, I \rangle$, právě když platí v $\mathcal{B}(X, Y, I)$.

Definice: Implikace $A \Rightarrow B$ (sémanticky) plyne z množiny T implikací (zapisujeme $T \models A \Rightarrow B$), jestliže $A \Rightarrow B$ platí v každé $C \subseteq Y$, ve které platí T . Množina T implikací se nazývá:

- uzavřená, jestliže obsahuje každou implikaci, která z ní plyne,
- neredundantní, jestliže žádná implikace z T neplyne z ostatních (tj. nikdy není $T - \{A \Rightarrow B\} \models A \Rightarrow B$).

Množina T implikací kontextu $\langle X, Y, I \rangle$ se nazývá úplná, jestliže z ní plyne každá implikace kontextu $\langle X, Y, I \rangle$. Báze je úplná a neredundantní množina implikací daného kontextu.

Zajímají nás implikace, které ve vstupních datech platí, nezajímají nás implikace všechny. Zejména nás nezajímají triviální implikace, např. $A \Rightarrow B$, kde $B \subseteq A$, ty můžeme vynechat. Dále je přirozené vynechat ty implikace, které v nějakém přirozeném smyslu plynou z ostatních. Při vynechávání bychom měli kontrolovat, zda aktuální množina je stále úplná (tj. všechny implikace z kontextu z ní plynou) a snažit se, aby nebyla redundantní.

Věta 3.4. Množina T implikací je uzavřená, právě když pro každé $A, B, C, D \subseteq Y$ platí:

- $A \Rightarrow A \in T$,
- pokud $A \Rightarrow B \in T$, pak $A \cup C \Rightarrow B \in T$,
- pokud $A \Rightarrow B \in T$ a $B \cup C \Rightarrow D \in T$, pak $A \cup C \Rightarrow D \in T$ [4], [5].

3.2.5 Vícehodnotové kontexty a konceptuální škálování

V některých konkrétních případech je nutné reprezentovat vstupní data i s jinými atributy než jen s atributy bivalentními logickými. V takových případech je pak nutné využít vícehodnotové kontexty (many-valued contexts), které jsou rozšířením formálních kontextů.

Definice: Vícehodnotový kontext je čtveřice $\langle X, Y, W, I \rangle$, kde $I \subseteq X \times Y \times W$ je ternární relace taková, že pokud $\langle x, y, v \rangle \in I$ a $\langle x, y, w \rangle \in I$, pak $v = w$.

Prvky množiny X jsou nazývány stejně jako u formálních kontextů, jsou to tedy objekty. Prvky množiny Y jsou pak vícehodnotové atributy a množina W obsahuje samotné hodnoty atributů. Objekt x má tedy atribut y s hodnotou w , což zapisujeme $\langle x, y, w \rangle \in I$ nebo také $y(x) = w$.

Vícehodnotové kontexty zřejmým způsobem rozšiřují základní kontexty. FCA přistupuje k analýze vícehodnotových kontextů následovně. Vícehodnotový kontext je prostřednictvím vhodného tzv. konceptuálního škálování (conceptual scaling) převeden na základní kontext, který je poté analyzován.

Definice: Škála (scale) pro atribut y vícehodnotového kontextu je kontext $S_y = \langle X_y, Y_y, I_y \rangle$, pro který $y(X) \subseteq X_y$ (kde $y(X) = \{y(x) | x \in X\}$). Prvky množin X_y a Y_y se nazývají škálové hodnoty a škálové atributy.

Pro daný atribut vícehodnotového kontextu můžeme zvolit jako škálu libovolný kontext splňující podmínky předchozí definice. Měli bychom ji však volit tak, aby co možná nejlépe odrážela význam daného atributu. Je proto k dispozici řada standardních škál, které je možno využít (např. nominální, ordinální, interordinální, biordinální, dichotomická, atd.).

Základní procedurou pro převedení vícehodnotového kontextu na základní kontext je tzv. jednoduché škálování (plain scaling).

Definice: Je-li $\langle X, Y, W, I \rangle$ vícehodnotový kontext a jsou-li $S_y (y \in Y)$ škály, pak kontext odvozený jednoduchým škálováním je kontext $\langle X, Z, J \rangle$, kde:

- $N = \cup_{y \in Y} \dot{Y}_y$ ($\dot{Y}_y = \{y\} \times Y_y$),
- $\langle x, \langle y, z \rangle \rangle \in J$ právě když $y(x) = w$ a $\langle w, z \rangle \in I_y$.

Objekty odvozeného kontextu jsou tedy shodné s objekty vícehodnotového kontextu a množina atributů odvozeného kontextu je disjunktním sjednocením atributů jednotlivých škál. Operaci jednoduchého škálování je možné popsat následovně. V tabulce se označení řádků nemění, místo sloupce s označením y vložíme $|Y_y|$ sloupců označených atributy z Y_y a každou hodnotu $y(x)$ z vícehodnotového kontextu nahradíme řádkem škály S_y příslušným objektu x [5].

Příklad: V tabulce níže je zobrazen příklad vícehodnotových kontextů.

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	12	1	1	0
x_2	3	1	8	1
x_3	7	0	27	1
x_4	24	1	15	0

Tabulka 8. Vícehodnotové kontexty

Z tabulky je patrné, že atribut y_2 nabývá pouze bivalentních logických hodnot, tedy hodnot 0 a 1. Naopak atributy y_1, y_3, y_4 nabývají i jiných hodnot. Jedná se tedy o vícehodnotové kontexty, které můžeme pomocí konceptuálního škálování převést na základní kontext.

Předchozí tabulku tedy s využitím konceptuálního škálování přepíšeme do následující podoby.

	$y_{1(0-10)}$	$y_{1(11-20)}$	$y_{1(21-30)}$	y_2	$y_{3(0-10)}$	$y_{3(11-20)}$	$y_{3(21-30)}$	y_4
x_1	0	1	0	1	1	0	0	0
x_2	1	0	0	1	1	0	0	1
x_3	1	0	0	0	0	0	1	1
x_4	0	0	1	1	0	1	0	0

Tabulka 9. Konceptuální škálování

3.3 Příklad použití FCA

Jako vzorový příklad pro využití FCA jsem zvolil vzájemné porovnávání mobilních telefonů. Zvolené mobilní telefony jsem porovnal podle jejich základních funkcí. Byly jimi dotykový display, GPS modul, FM rádio, operační systém a Wi-Fi připojení. Množina objektů a atributů byla tedy definována následovně.

Množina objektů:

$$X = \{\text{Nokia 2710, Motorola Milestone, Samsung Omnia, Nokia 7020, LG S310, Apple iPhone}\}.$$

Množina atributů:

$$Y = \{\text{Dot. display, GPS modul, FM rádio, Op. systém, Wi-Fi}\}.$$

<i>I</i>	Dot. display	GPS modul	FM rádio	Op. Systém	Wi-Fi
Nokia 2710		x	x	x	
Motorola Milestone	x	x		x	x
Samsung Omnia	x	x	x	x	x
Nokia 7020			x	x	
LG S310			x		
Apple iPhone	x	x			x

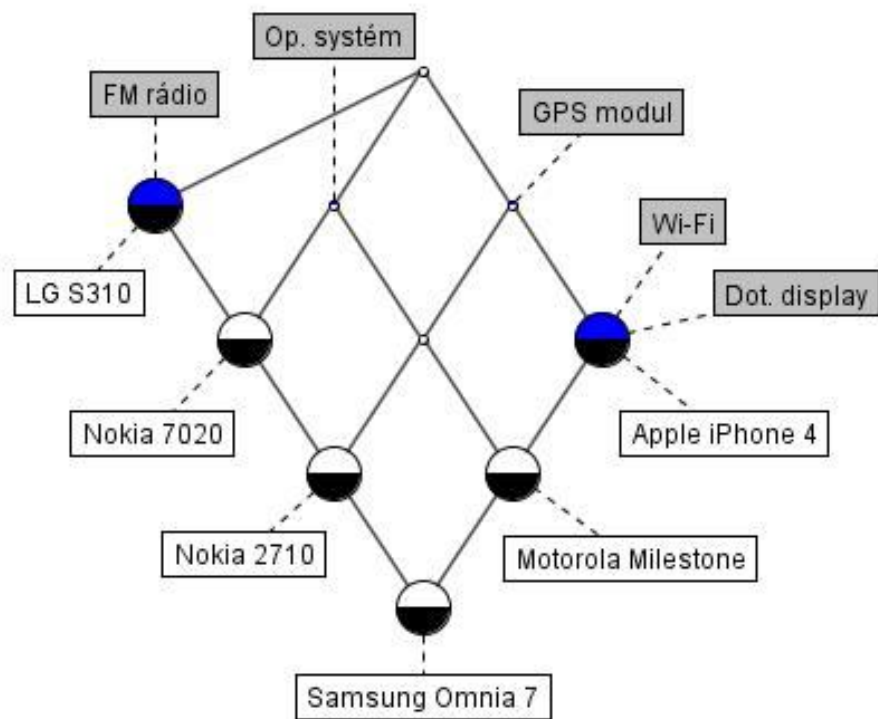
Tabulka 10. Kontextová tabulka daných mobilních telefonů

Nyní z předchozí tabulky odvodíme jednotlivé formální koncepty. Jejich množina bude vypadat následovně.

Seznam konceptů:

{Nokia 2710; Motorola Milestone; Samsung Omnia; Nokia 7020; LG S310; Apple iPhone}	{}
{Nokia 2710; Motorola Milestone; Samsung Omnia; Nokia 7020}	{Op. Systém}
{Nokia 2710; Samsung Omnia; Nokia 7020; LG S310}	{FM rádio}
{Nokia 2710; Samsung Omnia; Nokia 7020}	{FM rádio; Op. Systém}
{Nokia 2710; Motorola Milestone; Samsung Omnia; Apple iPhone}	{GPS modul}
{Nokia 2710; Motorola Milestone; Samsung Omnia}	{GPS modul; Op. Systém}
{Nokia 2710; Samsung Omnia}	{GPS modul; FM rádio; Op. Systém}
{Motorola Milestone; Samsung Omnia; Apple iPhone}	{Dot. display; GPS modul; Wi-Fi}
{Motorola Milestone; Samsung Omnia}	{Dot. display; GPS modul; Op. Systém; Wi-Fi}
{Samsung Omnia}	{Dot. display; GPS modul; FM rádio; Op. Systém; Wi-Fi}

Tabulka 11. Seznam konceptů mobilních telefonů

Konceptuální svaz:

Obr. 17. Konceptuální svaz mobilních telefonů

4 SOCIÁLNÍ SÍTĚ

Pojem sociální síť je v poslední době velmi používaný a podle řady nezávislých zdrojů se sociální sítě staly nejčastější aktivitou na Internetu. Význam tohoto pojmu, historii sociálních sítí a nakonec i některé nejvýznamnější sociální sítě si tedy v této kapitole podrobněji rozebereme.

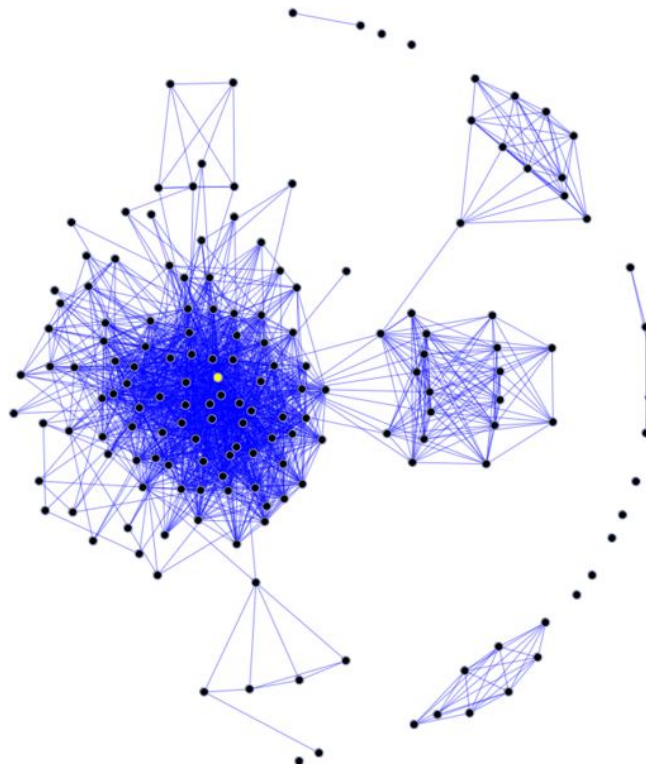
Sociální sítě (anglicky Social Networks) jsou servery, pomocí nichž mezi sebou mohou uživatelé například komunikovat, sdílet fotky a videa, plánovat akce a srazy, hrát hry, seznamovat se atd. Jednotlivé funkce se samozřejmě u každé sítě liší, tyto základní funkce mají ale téměř všechny známější sociální sítě společné.

Sociální síť je propojená skupina lidí, kteří se navzájem ovlivňují a představují jednotlivé uzly. Uzly jsou pak propojeny na základě zájmů nebo rodinných vazeb, mají nějaké vztahy. Jde tedy o místo na Internetu, které je určeno k setkávání lidí a sdílení zážitků. Očekává se zde vzájemná interakce. Existuje mnoho typů sociálních sítí. Některé vznikají na základě rodinných vazeb, kamarádů, témat, jiné se zaměřují například na seznámení.

Původně byly sociální sítě určeny k setkávání lidí, diskusím a chatování. Později s rozvojem moderních technologií došlo k boomeru používání a sdílení multimédií. Sociální sítě se staly prostředkem k používání jiných služeb a staly se významným nástrojem k seznámení, udržování vzájemných vazeb a neodiskutovatelnou a podstatnou skutečností je i to, že sociální sítě mohou být velmi užitečně využity i pro podnikání.

Mezi významné české sociální sítě patří Lidé.cz. Je to síť, která je jasně profilována jako rychlá a anonymní seznamka. Dále Spolužáci.cz, jež udržují vazby se současnými i minulými spolužáky. Ze zahraničních sítí tvoří významnou roli Facebook nebo Twitter.

Základem je vždy vytvoření vlastního profilu, kde uvedou uživatelé dle svého uvážení své osobní údaje, informace o tom, co mají rádi, kde pracují, čím se zabývají, atd. Následně pozvou další uživatele stejné sociální sítě („přátele“), aby se s nimi tzv. propojili – tj. navzájem si zpřístupnili své profily. Do profilů se často přidávají také vlastní fotografie či videa a uživatelé, kteří jsou navzájem přáteli, spolu mohou prostřednictvím sociální sítě komunikovat podobně jako například e-mailem. Přítelem se zde může stát v podstatě kdokoli, komu povolíte přístup na vaši profilovou stránku.



Obr. 18. Příklad grafického znázornění sociální sítě [36]

4.1 Historie sociálních sítí

Dnešní svět je doslova protkán sociálními sítěmi, které se staly nedílnou součástí našich životů. Jsou však tak staré, jako první lidská společenství. Pouze měly jiné formy a existovaly v jiných prostředích.

Vytváření sociálních sítí (angl. Social networking) je v podstatě totéž jako socializace, zespolečňování (angl. socializing). Pod těmito slovy se pak neskrývá nic jiného než vzájemná interakce, komunikace a sdílení mezi lidmi. Tudiž aktivity, které lze vypořádat již v nejstarších lidských společenstvích. Byli jimi například shromažďování pravěkých lovců okolo ohně nebo v novodobých dějinách třeba fotbalový zápas. Společný jmenovatel těchto aktivit je pak zřejmý, a to vytvoření skupiny lidí, která má společný zážitek či zájem.

Celá historie lidského společenství je v podstatě protknuta linkou vývoje „technologií“ přenosu informace mezi jedinci na dálku. Co bylo dříve považováno za zcela průlomové objevy (telefon a telegraf), bylo zcela zastíněno vznikem Internetu a hranice komunikačních možností se posunuly neuvěřitelným způsobem vpřed.

Tahle práce je však zaměřena na sociální sítě na Internetu. Proto se počátek těchto sítí shoduje s prvními náznaky vznikající globální sítě – Internetu. Ačkoliv samotný pojem „sociální síť“ byl zaveden již dlouho před vznikem samotného Internetu v roce 1954 sociologem z „Manchesterovy školy“ Jamesem Barnssem.

Historicky první sociální sítě tvořily skupiny lidí, které používaly klasické maily pro podporu svých sociálních vztahů. Stalo se tak 2.10.1971 v den, kdy byl odeslán první vzkaz na vzdálený počítač. Prvními uživateli sociální sítě se stali „vojáci“ v síti ARPANET a byl to první krok k stvoření Internetu a současných sociálních internetových sítí.

Již v roce 1985 byl spuštěn webový projekt The WELL (Whole Earth ‘Lectronic Link), který je považován za prvního předchůdce dnešních sociálních sítí. Vzájemnou interakci uživatelů umožňovaly služby Goecities a Tripod (obě spuštěny v roce 1994). Následoval fenomén blogů, který opět vytvářel komunity, tentokrát okolo autora blogu a interakce probíhala zpravidla v komentářích. Vlastní komunitou pak byli samotní autoři – blogeři.

Dalším krokem bylo objevení IRC (Internet Relay Chat – chat přes Internet) - systému pro komunikaci v reálném čase. IRC je vynález finského studenta Jarko Ojkarinnena. Již v roce 1988 totiž vznikaly velké sociální sítě, které se ale s dnešními nemohou srovnávat.

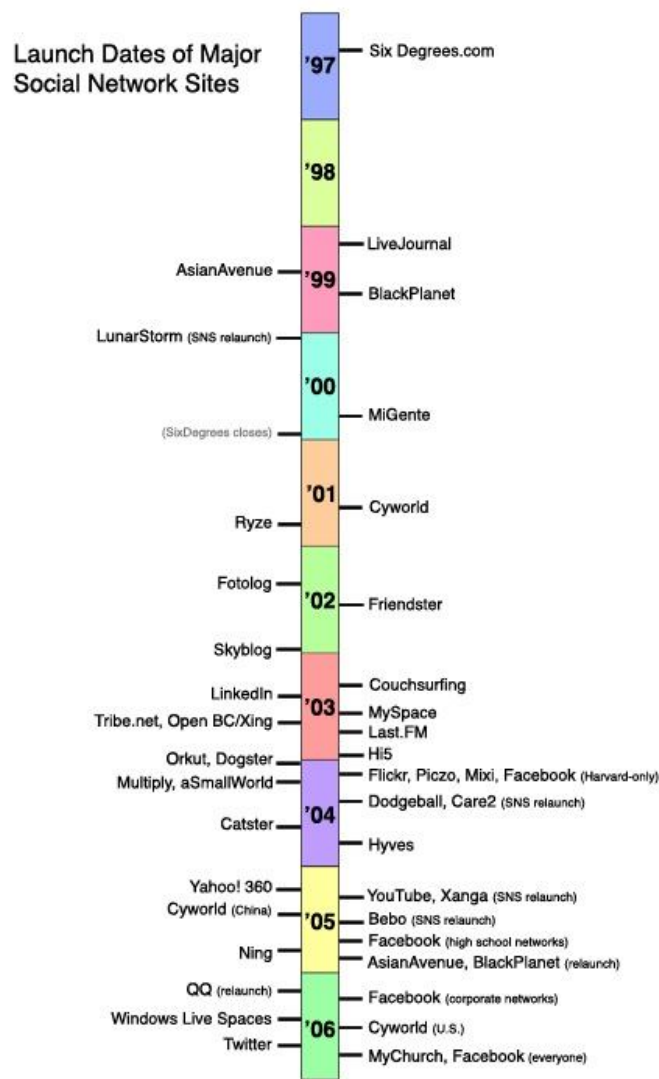
První počítače, elektronická pošta, IRC a mnoho dalších technologií se fakticky proměnili v to, čemu dnes říkáme Internet. 7. srpna 1991 britský vědec Tim Berns-Lee jako první publikoval internetové stránky a udělal tím další krok k vzniku sociálních sítí tak, jak je známe dnes.

V roce 1995 Randy Conrad vybudoval první sociální síť Classmates.com, která již tehdy měla dost společného se současnými sociálními sítěmi. Tyto webové stránky pomáhaly registrovaným uživatelům hledat a udržovat vztahy mezi spolužáky, studenty a jinými známými. Sláva těchto stránek vylétla strmě ke hvězdám a přetrvává do současnosti, kdy vykazuje přes 40 milionů registrovaných účtů, z nichž většina pochází hlavně ze Spojených států a Kanady. Koncepce Classmates se pak ukázala jako úspěšná a proto ji následovaly další světové sítě.

Obrovský rozmach sociálních sítí byl pak zaznamenán v letech 2002 až 2004. Prvním projektem byl v roce 2002 Friendster následován o rok později projekty MySpace a LinkedIn a o další rok projektem Bebo. V roce 2005 překonal MySpace v počtu zobrazených stránek dokonce celý Google. Facebook, původním názvem Thefacebook, vstoupil na scénu v roce 2004, jako komunikační web studentů Harvardské univerzity.

Rychle se ale rozrůstal i mezi studenty dalších škol a v lednu 2009 byl označen za největší sociální síť na světě.

V roce 2006 navazuje projekt Twitter na upadající fenomén blogování. Uživatelům je nabídnuto napsat krátkou zprávu (do 140 znaků), označovanou jako „pípnutí“. Pisatelé pak mají své „následovníky“, kteří si mohou jejich texty číst či na ně odkazovat přes vlastní texty. Texty jsou velmi aktuální, protože jsou zasílány prostřednictvím SMS.



Obr. 19. Časová osa vzniku významných sociálních sítí [11]

4.2 Nejvýznamnější klady a zápory sociálních sítí

4.2.1 Výhody sociálních sítí

- Sociální sítě jsou médiem nové generace. Spojují přednosti blogu, chatu, emailu, sdílení souborů a jiných www aplikací, čímž vytvářejí mocnou základní platformu pro online komunikaci a spolupráci stovek milionů uživatelů. Zejména mezi mladými lidmi je oblíbenost sítí již nyní obrovská, prudce však roste také u starších ročníků.
- Ideální nástroj pro navazování a udržování kontaktů. Nechceme-li ztratit osobní spojení se starými přáteli, zákazníky a obchodními partnery, těžko nalezneme lepší univerzální prostředek. Sociální sítě nám také mohou pomoci získat nové zákazníky nebo se případně dostat i k zajímavým příležitostem.
- Efektivní doplňková podpora dobrého jména. Prostřednictvím sítě můžeme poukázat na vše, co považujeme za dobré. Dělíme se o užitečné informace. Propagujeme vlastní odborný názor, podnikatelské aktivity, akce, projekty.
- Sledování novinek v osobním podání. Sociální sítě se dají používat jako čtečka zpráv. Místo, kam se můžeme kdykoliv podívat a zjistit, co je podle našich přátel a kontaktů nového. Vybrané zprávy lze dále komentovat, přeposílat atd.

4.2.2 Nevýhody sociálních sítí

- Sociální sítě jsou obrovskou ztrátou času. Jejich povaha nutí uživatele k častému sledování, v některých případech i několik hodin denně. A nejen to. Pokud pracujeme na počítači, mohou sítě vážně narušovat naše soustředění nutkáním neustále přepínat na jejich sledování. Tzv. mentální multitasking sice pravděpodobně neohrožuje naše duševní zdraví, ale zato snižuje produktivitu práce až o desítky %.
- Zahlcení informacemi, informační znečištění. Stačí jen letmý pohled a pochopíme, že sociální sítě obsahují nepřeberné množství informačního odpadu. Zajímavé informace se nalézají v hromadě osobních výlevů, spamu, skryté reklamy atd.
- Riziko poškození profesní image a ztráty soukromí. Některé komentáře, fotky, videa či kritické poznámky mohou být v jiném kontextu pro autora velmi kompromitující. Dokonce, i když používáme síť k čistě soukromým účelům, měli bychom si být vědomi rizika úniku informací.

- Nejistá návratnost osobní investice. Uživatelům většinou nedochází, že síť není jejich, že má svého provozovatele, a ten může kdykoli změnit pravidla. Obsah nemáme plně pod kontrolou jako na vlastním webu.

4.3 Ochrana osobních údajů na sociálních sítích

Při registraci na sociální síti jsou vyžadována různá data a údaje. Jejich uvedení je často nepovinné, ale může rozhodovat o úspěšnosti vyhledání nebo zviditelnění uživatele. Databáze s takovými údaji jsou však velmi žádané. Firmy si je kupují, aby mohly nabízet své produkty a služby širšímu okruhu potencionálních zákazníků. Lidé například na Facebooku udávají většinou e-mail, telefon, případně město, odkud jsou či věkovou skupinu. Tato data jsou již pro firmy zajímavá a mohou tak oslovit přesně takové zákazníky, kteří by o jejich služby mohli mít zájem. Další důvody pro získání dat jsou různorodé. Od spamu, přes sledování určité skupiny osob až po ryze kriminální podtext.

Před zaregistrováním na některou síť je proto vhodné se ubezpečit, jak je v licenčním ujednání popsáno nakládání s osobními údaji ze strany provozovatele. Mnohé sociální sítě totiž používají údaje z profilů uživatelů a nabízejí je třetím stranám. Může se tedy stát, že vaše telefonní číslo nebo adresa zveřejněná na síti budou poskytnuty pro reklamní účely.

Některé sítě nabízejí ve svém rozhraní i jiné aplikace. Například hraní her, lokalizaci na mapě nebo sdílení obsahu. Pečlivě si proto zkontrolujte, zda prostřednictvím těchto aplikací nedáváte svolení k odeslání vašich osobních dat, nebo dokonce neposkytujete adresář vašich přátel. Většina uživatelů totiž toto upozornění bezmyšlenkovitě odklepne, bez toho aniž by si uvědomili, že tímto krokem předávají náhled do svého profilu jak aplikaci samotné, tak jejím tvůrcům, kteří si pak mohou s vašimi daty dělat, co chtějí. Jde tedy pouze o to, vytvořit aplikaci, o kterou budou mít lidé zájem a která bude dostatečně lákavá na to, aby si ji otevřelo co nejvíce lidí.

Například sociální síť Badoo získává uživatele ne zrovna nejvhodnějším způsobem. Využívá k tomu totiž spam, lži a podvody. Nové uživatele totiž láká tak, že jim posílá e-mailové vzkazy od údajných kamarádů. Když zareagují, aby si zprávu přečetli, program jim tajně vytáhne veškeré kontakty z e-mailové schránky a jménem dotyčného automaticky rozešle zprávu dál. Fotky přátel, které jsou v e-mailu obsaženy, pak pocházejí právě z Facebooku. Badoo tak krade uživatelská data a využívá je k propagaci vlastní sítě.

Podobně se pak Badoo chová i dále. Přímo provozovatel této sítě využívá vaše kontakty k reklamní činnosti. Jde o činnost, kterou si provozovatelé Facebooku nedovolí.

Obecně proto platí, že čím méně toho o sobě vyplníte, tím méně se vám může stát. Nejčastěji je zveřejněný obsah zneužit pro vytváření falešných identit nebo ke kyberšikaně.

4.4 Rizika sociálních sítí

Většina sociálních sítí je určena k seznámení a udržování vztahů s kamarády. Údaje, které o sobě vyplníte, sdílíte se všemi přáteli. V případě otevřených sociálních sítí je sdílíte se všemi uživateli celé služby. Díky možnostem, jež sociální sítě nabízejí, se pak můžete velice snadno seznámit, podělit o své zážitky nebo sdílet obsah.

Je nutné si ale uvědomit, že to, co na Internetu zveřejníme, už většinou nemůžeme nikdy vzít zpět. Pečlivě si proto rozmysleme, co o sobě chcete sdělovat.

Denně je prostřednictvím sociálních sítí ukradeno několik desítek identit. Mnohdy to uživatelé ani netuší. Pokud to zjistí, jen málokdo ví, jak se může bránit. Hlavními způsoby jsou:

- kontaktovat technickou podporu služby s žádostí o smazání údajů,
- v závažných případech kontaktovat policii.

Osobní spory uživatelů provozovatelé sociálních sítí ve většině případů neřeší. Nicméně téměř všechny sítě nabízejí možnost ignorace. Pokud nás tedy někdo obtěžuje, lze tuto možnost využít.

4.5 Charakteristika nejvýznamnějších sociálních sítí

Sociálních sítí po celém světě existují stovky. Některé jsou dostupné pouze v jedné či několika jazykových mutacích podle geografické oblíbenosti či určení pro konkrétní trh, jiné mají za úkol například konkurovat nejrozšířenější sociální síti Facebook v celosvětovém měřítku. Nyní se tedy budeme stručně zabývat několika nejvýznamnějšími sociálními sítěmi a to nejprve českými a pak i těmi celosvětovými.

4.5.1 České sociální sítě

České sociální sítě jsou u nás sice relativně oblíbené, ale zpravidla mají příliš úzké zaměření, zejména na vyhledávání partnerů, seznamování, nebo udržování vztahů se současnými či bývalými spolužáky. V téhle kapitole si tedy nejvýznamnější z nich

podrobněji přiblížíme. Veškerá data o návštěvnostech a podobně jsou čerpána z měření NetMonitoru (březen 2011), popřípadě ze statistických údajů umístěných přímo na stránkách jednotlivých sociálních sítí.

4.5.1.1 *Spolužáci.cz*

Prvotní ideou Facebooku, než se celosvětově rozšířil, byla snadná komunikace mezi studenty Harvardské univerzity. Podobný účel má i česká síť Spolužáci.cz a je tedy obdobou jednoho z prvních sociálních webů na Internetu vůbec, Classmate.com, který vznikl v roce 1995.

Spolužáci.cz byl původně samostatný portál, který v roce 2004 koupila společnost Seznam.cz. Poté byl kompletně změněn design a web byl propojen s ostatními komunitními službami od Seznam.cz. Spolužáci.cz a Lidé.cz se na Internetu v ČR dlouhodobě řadí mezi nejoblíbenější služby. Vyplývá to z pravidelných měsíčních statistik nezávislého auditora NetMonitor.

Služba Spolužáci.cz tedy pomáhá udržovat kontakt členům současných i někdejších školních kolektivů. Do virtuální třídy mají přístup pouze její žáci a hosté, kteří znají heslo. V této třídě mohou spolužáci sdílet své fotografie a dokumenty, vkládat novinky na nástěnku a účastnit se různých diskuzí. Současní studenti mohou službu také využívat k vzájemné pomoci při studiu. Služba je poskytována zdarma.

Adresa www.spoluzaci.cz je asi prvním místem pro hledání starých přátel ze školních let. Na Spolužácích najdete téměř každého člověka, který kdy chodil do školy a jehož kamarádi si na něj vzpomněli. Z mladších ročníků jsou to téměř všichni, ale najdete tam i mnohé ze starších.

Základní statistické údaje:

Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů	101 022
Počet reálných uživatelů za měsíc	1 024 467
Počet zobrazení vygenerovaných návštěvníky za měsíc	40 347 127
Počet návštěv vygenerovaných návštěvníky za měsíc	5 135 341
Průměrný čas strávený uživatelem na daném médiu za měsíc	0:21:41
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:03:59
Nejpočetnější věková skupina uživatelů	25 -34 let
Nejčastější vzdělání uživatelů	středoškolské s maturitou
Struktura pohlaví	45% muži, 55% ženy

Tabulka 12. Spolužáci.cz – statistické údaje

4.5.1.2 Lidé.cz

Lidé.cz je jeden z největších a nejznámějších českých webových chatovacích a komunitních portálů provozovaný společností Seznam.cz. Portál byl spuštěn v roce 1997 jako vyhledávač emailových adres, v roce 2002 byl však přepracován na chatovací portál (na projektu pracovali stejní lidé jako na vývoji webu XChat.cz).

Uživatelé na Lidé.cz pokrývají všechny věkové kategorie a zájmové skupiny, přičemž mladší generace tvoří největší uživatelskou základnu. Server je rozdělen do několika kategorií včetně populárního chatu, diskusních fór, seznamky a internetových deníčků, tzv. blogů. Uživatelům slouží také ke komunikaci s přáteli a poznávání nových lidí se společnými zájmy, sdílení obrázků, fotografií, videí či hudby. Služba je samozřejmě dostupná zdarma.

Chat a seznamka na Lidé.cz byla jednu dobu jedna z nejpoužívanějších služeb na Internetu v ČR. Bohužel i zde Facebook sehrál svoji roli v odlivu aktivních uživatelů. Proto Lidé.cz spustili ve spolupráci s firmou Gopas a.s. zajímavou službu „výuka“, která umožňuje uživatelům portálu se účastnit online vzdělávacích kurzů. Bohužel služba nezaznamenala velkou pozornost internetové komunity.

Základní statistické údaje:

Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů	266 581
Počet reálných uživatelů za měsíc	1 406 164
Počet zobrazení vygenerovaných návštěvníky za měsíc	488 863 660
Počet návštěv vygenerovaných návštěvníky za měsíc	23 483 521
Průměrný čas strávený uživatelem na daném médiu za měsíc	3:51:02
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:13:52
Nejpočetnější věková skupina uživatelů	15-34 let
Nejčastější vzdělání uživatelů	středoškolské s maturitou
Struktura pohlaví	51% muži, 49% ženy

Tabulka 13. Lidé.cz – statistické údaje

4.5.1.3 Líbímseti.cz

Komunitní portál Líbímseti.cz je jeden z největších sociálních webů v České Republice. První verze byla spuštěna v roce 2002, nová verze v roce 2006 pak přinesla kompletní grafické přepracování spolu s novými službami. Web je orientován na mladší cílovou skupinu než například Facebook a je zaměřen zejména na službu seznamky s ostatními uživateli. Vedle toho nabízí například hodnocení fotografií, diskusní fóra, chat, horoskopy

a vlastní magazín Magazin.cz. Portál je vzdáleně podobný americkému projektu Myspace. Hlavní službou portálu je seznamování mladých lidí mezi sebou pomocí chatu a seznamky, která stále láká relativně velké množství mladých lidí i přes to, že server měl v minulosti velké problémy s ochranou soukromí. Týkalo se to především zaheslovaných alb, kde se útočníci dostali k velmi choulostivým fotografiím uživatelů, které pak bez milosti sdíleli na Internetu. Sláva Líbímseti.cz však s masivní oblíbeností Facebooku velmi rychle klesá.

Server nabízí i funkci videochatu. Jedná se o klasický chat obohacený o možnost sledování ostatních uživatelů (i několik najednou) prostřednictvím webové kamery.

Dále také nabízí své vlastní internetové rádio se čtyřmi hudebními streamy, kterými nabízí žánry Pop, Rock, Dance a Hip hop. Tyto streamy jsou doplněné pořady moderátorů. Rádio funguje na vlastním systému Radio Master, který se stará o kompletní management a odbavování hudby za pomoci dramaturgů nebo automatu.

Základní statistické údaje:

Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů	38 880
Počet reálných uživatelů za měsíc	456 621
Počet zobrazení vygenerovaných návštěvníky za měsíc	51 891 556
Počet návštěv vygenerovaných návštěvníky za měsíc	2 882 043
Průměrný čas strávený uživatelem na daném médiu za měsíc	1:25:56
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:13:37
Nejpočetnější věková skupina uživatelů	25-34 let

Tabulka 14. Líbímseti.cz – statistické údaje

4.5.1.4 Seznamka.cz

Jeden z nejznámějších českých seznamovacích serverů, jeho kvalita ale výrazně trpí obrovskou komerčností a přeplněním reklamou. V poslední době se objem reklamy v seznamce však snížil, což velice prospělo přehlednosti stránek.

Portál nabízí uživatelům řadu kategorií, jako jsou například vážně, flirt, dopisování, zájmy, cestování nebo sport a vychází vstříc prakticky všem, kdo usilují o seznámení. Zdarma je možné využít všechny nástroje služby, počínaje registrací a vytvořením vlastního profilu až po komunikaci s dalšími inzerenty. Podrobné vyhledávání v inzerátech zajistí nastavení základních kritérií výběru partnera. Pro větší flexibilitu je možné portál prohlížet i v mobilu anebo využít služby seznámení přes SMS.

Základní statistické údaje:

Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů	10 803
Počet reálných uživatelů za měsíc	94 856
Počet zobrazení vygenerovaných návštěvníky za měsíc	11 363 285
Počet návštěv vygenerovaných návštěvníky za měsíc	814 075
Průměrný čas strávený uživatelem na daném médiu za měsíc	1:17:17
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:09:00

Tabulka 15. Seznamka.cz – statistické údaje

4.5.1.5 XChat

XChat patří spolu s bývalým Chatem mezi nejstarší chatovací servery u nás. Historie samotného XChatu sahá až do roku 1998, kdy vše začalo registrací domény. V tu dobu provozovala XChat skupina nadšenců. Kolem roku 2000 pak započala spolupráce s portálem Centrum. Původní skupina vývojářů se odtrhla a založila vlastní chatovací portál Xko.cz. Centrum pak nadále pokračovalo ve vývoji a vylepšování XChatu až do dnešní doby, kdy je z něj nejlepší a nejoblíbenější chatovací portál u nás.

Celý systém XChat je rozdělen do několika tématických sekcí. Každá sekce v sobě skrývá velké množství jednotlivých místností. Záleží jen na uživateli, kterou z nich si vybere a na jaké téma bude diskutovat s ostatními.

XChat poskytuje však i služby, které slouží nejen k poznávání se lidí navzájem, ale nabízí i využití dalších služeb, od poskytování svého názoru na XChat fórech, offline vzkazy, osobní setkání na organizovaných srazech až po služby portálu Centrum.cz, jako založení vlastního emailu, online hry a mnoho dalších služeb.

Základní statistické údaje:

Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů	16 011
Počet reálných uživatelů za měsíc	166 238
Počet zobrazení vygenerovaných návštěvníky za měsíc	28 417 347
Počet návštěv vygenerovaných návštěvníky za měsíc	1 347 964
Průměrný čas strávený uživatelem na daném médiu za měsíc	2:15:33
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:16:43

Tabulka 16. XChat – statistické údaje

4.5.1.6 Sousedé.cz

Velmi ambiciózní projekt s názvem Sousedé.cz vzniknul asi před rokem. Tento projekt je určen všem občanům, aby je informoval o aktualitách z okolí jejich bydliště, sociální vybavenosti, nebo například o chystaných kulturních akcích. Zvláště pak je určen předsedům sdružení vlastníků jednotek či bytových družstev pro jednoduchou komunikaci, řešení problémů, sdílení názorů, aj. s členy sdružení.

Portál Sousedé.cz slouží pro jednodušší komunikaci mezi obyvateli v okolí místa bydliště, mezi sousedy. Takovýto spolek uživatelů založí své vlastní sdružení, ve kterém soukromě může komunikovat a hromadně tak řešit problémy, které je v okolí svého bydliště trápí, pořádat ankety (hlasování), organizovat schůze, plánovat akce, sdílet soubory a fotografie z akcí, aj. Snadno, rychle a efektivně tak tedy můžete členy sdružení informovat o nastávajících změnách.

Základní statistické údaje:

Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů	1 869
Počet reálných uživatelů za měsíc	48 556
Počet zobrazení vygenerovaných návštěvníky za měsíc	449 958
Počet návštěv vygenerovaných návštěvníky za měsíc	106 468
Průměrný čas strávený uživatelem na daném médiu za měsíc	0:05:20
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:02:26

Tabulka 17. Sousedé.cz – statistické údaje

4.5.2 Světové sociální sítě

Světové sociální sítě jsou, co se týče počtu svých uživatelů, prakticky s těmi českými nesrovnatelné. Nejznámější světovou sociální sítí je Facebook, budeme se jí proto zabývat jako první, posléze si ale něco řekneme i o dalších konkurentech téhle sítě. Veškerá statistická data o návštěvnostech a podobně jsou čerpána z měření Google Trends a DoubleClick Ad Planner od společnosti Google (květen 2011), popřípadě opět přímo ze statistických údajů umístěných na stránkách jednotlivých sociálních sítí.

4.5.2.1 Facebook

Facebook byl založen Markem Zuckerbergem a poprvé spuštěn v únoru 2004 jako komunitní síť pro studenty Harvardovy univerzity. Během krátké doby se rozšířil i na ostatní univerzity a od srpna roku 2006 je umožněn vstup každému jednotlivci staršímu 13 let. Je to celosvětově největší sociální síť. Rozhraní je celkem intuitivní a navíc kompletně přeložené do češtiny, proto je Facebook velmi populární i u nás. Mezi jeho další přednosti patří funkce pro rychlé zapojení nováčků, snadné pořádání skupinových akcí, organizaci komunit (tzv. skupiny) a prezentaci podnikatelských nebo jiných aktivit. Přístup je podmíněn registrací a souhlasem s celkem přísnými podmínkami. Facebook je sociální síť se všemi potřebnými funkcemi a obrovským potenciálem do budoucna.

Princip Facebooku je jednoduchý. Uživatel si autorizuje ostatní uživatele, které zná jako své "přátele" a vidí jejich příspěvky. Příspěvek může být ve formě mikrobloggeru, videa, fotografie, odkazu. Současně lze příspěvky komentovat a hodnotit. Uživatelé se mohou sdružovat do skupin podle zájmů a v nich mezi sebou komunikovat. Unikátní vlastností Facebooku jsou aplikace, mohou to být hry (Mafia Wars, Farmville), soutěže atd. Z pohledu marketingu je facebook médium budoucnosti. Firmy zakládají skupiny pro své fanoušky, umožňují diskutovat o produktech, spouští soutěže o zajímavé ceny. Díky adresnosti Facebooku lze reklamu cílit mnohem efektivněji než na obyčejném webu, protože Facebook zná spoustu informací o zájmech uživatelů.

Facebook je tedy zaměřen na udržení kontaktu s přáteli, kamarády a lidmi, s nimiž v kontaktu z nějakého důvodu chcete zůstat. Prakticky pokrývá vše, co ostatní typy sociálních sítí dohromady.

Základní statistické údaje:

Počet aktivních uživatelů z celého světa (uživatelů, kteří se přihlásili v posledních 30 dnech)	667 564 080
Počet aktivních uživatelů z ČR (0,48 % všech uživatelů)	3 198 380
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z celého světa	315 milionů
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z ČR	1 647 tisíc
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:25:00
Čas strávený uživateli na médiu za měsíc	700 miliard minut
Počet přátel průměrného uživatele	130
Počet existujících objektů (stránky, skupiny, události)	více než 900 milionů
Počet objektů vytvořených prům. uživatelem každý měsíc	90 ks
Množství fotografií nahraných každý měsíc	2,5 bilionu

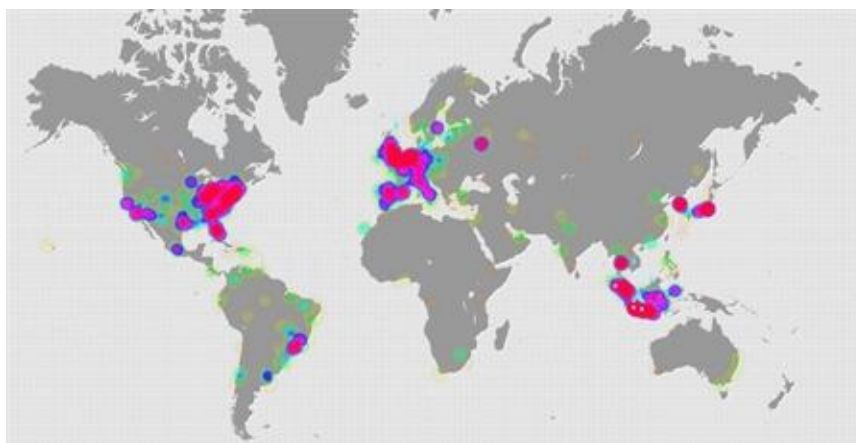
Jazyková dostupnost	70 jazyků
Počet uživatelů podílejících se na překladu	300 tisíc
Procent uživatelů mimo Spojené státy	70 %
Množství aplikací instalovaných na médiu uživateli každý den	20 milionů
Počet aktivních uživatelů přistupujících v současnosti k Facebooku prostřednictvím mobilních zařízení	více než 250 milionů
Počet mobilních operátorů pracujících na podpoře Facebooku v mobilních zařízeních	více než 200 v 60 zemích světa
Počet zaměstnanců	více než 2 tisíce

Tabulka 18. Facebook – statistické údaje

4.5.2.2 Twitter

Twitter byl založen v březnu roku 2006 Jackem Dorseyem a do dnes si získal velký význam a popularitu na celém světě. Často se o něm mluví jako o „SMS internetu“ díky tomu, že stránky poskytují díky svému rozhraní pro programování aplikací dobrou funkčnost pro další desktopové a webové aplikace, které mohou odesílat a přijímat krátké textové zprávy.

Twitter je poskytovatel sociální sítě a mikroblogu, který umožňuje uživatelům posílat a číst příspěvky zaslané jinými uživateli, známé jako tweety. Tweety jsou textové příspěvky dlouhé maximálně 140 znaků, které jsou viditelné buď spřáteleným uživatelům, nebo široké veřejnosti. Zároveň si i tito uživatelé mohou prohlížet tweety ostatních. Uživatelé na svém profilu rovněž mohou sdílet odkazy či tweety z jiných profilů (neboli re-tweetovat). Uživatelé tedy mohou omezit doručování příspěvků pouze na okruh svých přátel nebo povolit přístup k příspěvkům komukoliv. Jednotlivé tweety pak mohou zasílat nebo dostávat přes stránku Twitteru (asi necelá 1/3 ze všech), pomocí krátkých textových zpráv SMS nebo externích aplikací. Služba je na Internetu zdarma, ale zasílání SMS zpráv je za běžný poplatek poskytovatele telefonních služeb.



Obr. 20. World of tweets – služba znázorňující oblasti s nejvyšší aktivitou na Twitteru [39]

Základní statistické údaje:

Počet aktivních uživatelů z celého světa	přes 200 milionů
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z celého světa	19 milionů
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z ČR	18 240
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:12:50
Procent uživatelů aktualizujících denně vlastní status	52 % všech přihlášených
Průměrné množství denně vytvořených nových účtů	460 tisíc
Hodnota aktuálního rekordu v počtu příspěvků za sekundu	6 939
Průměrný počet příspěvků za den před rokem	50 milionů
Průměrný počet příspěvků za den nyní	140 milionů
Jazyková dostupnost	9 jazyků
Procent uživatelů mimo Spojené státy	60 %
Počet zaměstnanců	400

Tabulka 19. Twitter – statistické údaje

4.5.2.3 Myspace

Myspace bylo založeno již v roce 2003 a současným prezidentem je Tom Anderson, vlastníkem je pak News Corporation. Dlouhou dobu zaujímal server Myspace.com nejvyšší postavení mezi sociálními servery vůbec. Až v roce 2008 se dostal na první místo Facebook. Před nástupem Facebooku šlo tedy o absolutní jedničku ve sdílení multimediálního obsahu a podle mnohých stále nemá konkurenci. Sloganem serveru je „A place for friends“ (Místo pro přátele) a kvůli ochraně dětí je síť přístupná pouze uživatelům starším 14 let.

Portál Myspace je komunitní web specifický svým zaměřením na sdílení hudby a videa. Ve svých počátcích se zaměřoval především na hudební interprety. I dnes má většina především amerických zpěváků, zpěvaček a hudebních skupin svůj profil na Myspace. Můžete zde najít například profily hudebních ikon, jako jsou Timbaland, Rihanna nebo Madonna. Portál tedy neslouží jenom k nalezení přátel a udržení kontaktu s nimi, ale kromě klasických profilů se na Myspace nacházejí i profily již zmíněných hudebníků, kapel, ale také filmařů nebo herců z celého světa, kteří tu své publikum oslovují na svých profilových stránkách. Zveřejňují tu ukázky své tvorby, ať už je to hudba nebo film, vkládají fotografie nebo videa ze zákulisí a komunikují s fanoušky. Hudba i video jsou přehledně tříděné do žánrů.

Záběr Myspace je široký, naleznete zde veškeré komunikační nástroje, předpověď počasí, pracovní nabídky, ankety, knihy, celebrity, módu, film, hry, horoskopy, karaoke, hudbu,

hudební videoklipy, MyspaceTV, vyzvánění do mobilu atd. Veškeré služby portálu jsou dostupné zdarma.

Myspace je v mnoha ohledech velmi podobný s Facebookem. Oproti němu ale nabízí větší volnost při změně vlastního profilu. Úprava uživatelského profilu probíhá přes HTML, kaskádové styly a flash. Díky tomu narazíte na Myspace na mnoho různorodých profilů.

Jak již bylo zmíněno Myspace však neustál nástup Facebooku a od té doby se potýká s problémy jak s vizí, tak s financemi. Během jednoho roku přišel skoro o polovinu uživatelů. Proto loni zkoušel News Corporation Myspace restartovat větším zaměřením na hudbu a zábavu, nový Myspace měl být hlavně o zábavě. Cílem bylo vytvořit místo, kde dostane každý uživatel video, muziku nebo televizi přesně na míru podle jeho požadavků.

Výraznější úspěch se ale nedostavil a někdejší jednička mezi sociálními sítěmi jen během letošního ledna a února ztratila deset milionů uživatelů. Růžová nebyla ani ekonomická situace firmy. Loni totiž skončila se ztrátou vyšší než sto milionů dolarů a Myspace byl nucen propustit přibližně polovinu svých zaměstnanců, přibližně 500 lidí.

Na konci března proto rozhodlo News Corporation o jeho prodeji a chtělo za něj 100 milionů dolarů. V roce 2005 jej však koupilo za 580 milionů dolarů. Ve své době to byla zajímavá investice, ale pak přišel Facebook, který od Myspace přetáhl obrovské množství uživatelů. Nyní je tedy Myspace v prodeji se značnou ztrátou.

Základní statistické údaje:

Počet aktivních uživatelů z celého světa (březen 2011)	63 milionů
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z celého světa	3 miliony
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z ČR	6 600
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:08:40
Jazyková dostupnost	15 jazyků
Počet zaměstnanců v roce 2009	1 tisíc
Počet zaměstnanců nyní	500
Procent z celkového času stráveného na sociálních sítích stráveno v dubnu 2008 na Myspace	73 %
Procent z celkového času stráveného na sociálních sítích stráveno v dubnu 2009 na Myspace	23 % (66 % na Facebooku)

Tabulka 20. Myspace – statistické údaje

4.5.2.4 LinkedIn

Sociální síť LinkedIn vznikla na sklonku roku 2002 a do plného provozu přešla v květnu následujícího roku. Jejím zakladatelem je Reid Hoffman.

Je určena k vytváření a udržování pracovních kontaktů po celém světě. Umožňuje vytvoření strukturovaného profilu uživatele s jeho životopisem a dosaženými pracovními výsledky. Jeho důvěryhodnost potvrzují ověřená doporučení. V profilu uživatele se nachází jeho životopis obsahující položky kariéra, pracovní místa a vzdělání. Prostřednictvím kontaktů je uživatel zapojen i do kontaktů svých kontaktů, čímž vzniká provázaná síť uživatelů. LinkedIn nabízí také nejrůznější skupiny a aplikace. Je možné vyhledat bývalé i současné kolegy, spolužáky z univerzit nebo najít nové obchodní partnery díky možnosti uveřejnění podrobností spolupráce. Této služby je pak možné využít nejen k hledání práce, ale také k nalézání nových klientů, dodavatelů, obchodních partnerů nebo zaměstnanců. V rámci portálu lze s dalšími uživateli diskutovat, spolupracovat na projektech, sdílet soubory a řešit problémy.

Základní, pro běžného uživatele naprosto dostačující profil, je zdarma. Za rozšiřující funkce je pak potřeba již zaplatit. Síť LinkedIn je tedy vytvořena hlavně pro obchodní účely, s tím se váže i to, že není přístupná od 13 let jako například Facebook, ale až od 18.

Zaměření uživatelů je rozmanité, mezi uživatele patří manažeři, konzultanti a odborníci z nejrůznějších oborů. Největší zastoupení zde však mají zaměstnanci IT společností. Také jednotlivé firmy mají své účty na LinkedIn.

LinkedIn je vítaným pomocníkem personalistů, kteří mohou hledat vhodného kandidáta na pracovní pozici mezi obrovským množstvím potenciálních zaměstnanců. Dle některých výzkumů až 78 % společností v USA již vybírá potenciální zaměstnance více či méně na základě LinkedIn.

Od Facebooku či Twitteru se LinkedIn liší svým byznys zaměřením a i v České republice získává tato síť stále větší popularitu. Ačkoliv v současnosti nemá LinkedIn tolik uživatelů jako konkurenční sociální sítě, jedná se o jednu z nejrychleji rostoucích sociálních sítí.

Základní statistické údaje:

Počet aktivních uživatelů z celého světa (březen 2011)	100 milionů
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z celého světa	6 milionů
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z ČR	11 tisíc
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:08:50

Počet nových uživatelů každou vteřinu	více jak jeden
Množství nových uživatelů každý týden	1 milion
Četnost využívání média průměrným uživatelem	jen několikrát do měsíce
Jazyková dostupnost	6 jazyků
Procent uživatelů mimo Spojené státy	56 %
Počet zemí světa, ve kterých médiu funguje	více než 200
Nejrychleji rostoucí země z hlediska počtu uživatelů	Brazílie
Počet lidí hledajících na LinkedIn v roce 2010	2 miliardy
Počet učitelů registrovaných na LinkedIn	téměř 1 milion
Počet zaměstnanců (2010)	1000
Složení vedení společnosti	zkušení manažeři z firem, Yahoo!, Google, Microsoft, TiVo, PayPal, Electronic Arts

Tabulka 21. LinkedIn – statistické údaje

4.5.2.5 Friendster

Friendster je další typickou americkou sociální sítí. Je však velmi populární především v Asii, která zajišťuje celých 90 % veškeré návštěvnosti. Zeměmi s největší návštěvností jsou Filipíny, Indonésie, Malajsie, Jižní Korea, Singapur a Čína.

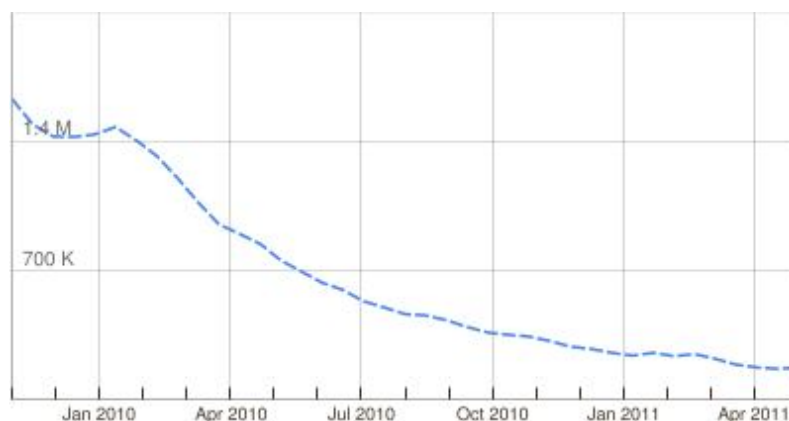
Friendster byl vytvořen v roce 2002 v Kalifornii programátorem Jonathanem Abramsem, tedy ještě před spuštěním Facebooku, Myspace a dalších. Myšlenkou bylo vytvoření bezpečnějšího a efektivnějšího prostředí pro poznávání nových lidí. Služba pak byla spuštěna v březnu roku 2003 a během několika měsíců měla již 3 miliony uživatelů.

Co se služeb týče se Friendster příliš neliší od svého většího a známějšího příbuzného Facebooku. Umožňuje tedy kontaktovat další členy a tento kontakt nadále udržovat. Dále pak sdílet myšlenky, obrázky, videa a další skrze profil či síť jednotlivých uživatelů.

Jako jeden z mála podporuje jak platformu Facebooku tak OpenSocial. Což je soubor společných API pro aplikace sociálních sítí vyvinutý společností Google spolu s Myspace a dalšími sociálními sítěmi.

Od roku 2007 se vyskytuje v mnoha jazykových mutacích, jako například ve vietnamštině, korejštině, čínštině, japonštině, thajštině a v mnoha dalších.

Počet uživatelů vzhledem k stále větší popularitě Facebooku však neustále klesá. Pokles počtu denně se přihlašujících návštěvníků je znázorněn na následujícím grafu.



Obr. 21. Vývoj počtu denně se přihlašujících návštěvníků [9]

Základní statistické údaje:

Počet aktivních uživatelů z celého světa	75 milionů
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z celého světa	185 tisíc
Počet návštěvníků měsíčně	4,2 milionu
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:09:50
Jazyková dostupnost	11 jazyků (převážně asijských)

Tabulka 22. Friendster – statistické údaje

4.5.2.6 Hi5

Sociální síť Hi5 u nás mnoho lidí nezná, je přitom o nějaké dva roky starší než masově používaný Facebook.

Hi5 je sociální síť, založená v roce 2003 Američanem s indickými kořeny Ramu Yalamanchim, která byla v roce 2007 jedním z 25 nejnavštěvovanějších webů na Internetu (dle údajů Alexy) a v roce 2008 byla podle společnosti comScore třetí nejúspěšnější sociální sítí, co se týče počtu unikátních uživatelů za měsíc. Přesto, že vedení Hi5 sídlí ve Spojených Státech, sociální síť se těší větší oblibě v jiných zemích, zejména v Latinské Americe a ve východní Evropě.

Hi5 je co do funkcí klasickou sociální sítí. Uživatelé si mohou vytvořit svůj profil, zveřejňovat informace o sobě a svých zájmech nebo nahrávat fotky a publikovat komentáře. Samozřejmostí je možnost posílat ostatním uživatelům žádosti o přátelství. Hi5 umožňuje také tvorbu fotoalb, zřízení přehrávače hudby a uživatelé mohou využít možnosti tvorby několika okruhů přátel. Fungují zde totiž tři úrovně přátel. Vaši přátelé, přátelé vašich přátel a přátelé přátel vašich přátel. Největší popularitě se Hi5 těší u mladých lidí, zvláště pak studentů.

Od ostatních podobných webů se ovšem liší poměrně velkým množstvím aplikací, zejména velmi širokou škálou her. K orientaci na hry se společnost rozhodla proto, aby byla schopná konkurovat Facebooku. Počátkem minulého roku se tedy rozhodla vsadit na kartu sociálního hraní a celou svou platformu tomu začala přizpůsobovat. Sociální hry si Hi5 vytváří jak sama, tak motivuje developery, aby na síti poskytovali svoje výtvořky. Vzhledem k změně zaměření na sociální hraní, comScore překlasifikoval Hi5 na počátku roku 2011 na online herní stránku. Podle comScore je Hi5 6. nejnavštěvovanější online herní stránkou.

Hi5 však používá poněkud kontroverzní metodu k získávání nových uživatelů. Jakmile se registrujete, vytáhne totiž z vašeho kontakt listu všechny kontakty a rozešle jim žádost o přátelství, což může být považováno za formu spamu.

Základní statistické údaje:

Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z celého světa	5 milionů
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:20:00
Počet žádostí o přátelství za den	5 milionů
Pořadí mezi online herními servery	6. největší
Počet společenských her různých žánrů	130
Počet her přidaných každý týden	2-3 hry
Procento uživatelů mimo Spojené státy	95 %
Počet zemí světa, ve kterých médium funguje	více než 200
Jazyková dostupnost	50 jazyků

Tabulka 23. Hi5 – statistické údaje

4.5.2.7 Xing

Sociální síť Xing vznikla v polovině roku 2003 a je to síť pro profesionály a správu jejich kontaktů. Její centrála se trochu netradičně nachází v Německu. Existuje však řada jazykových mutací, kromě hlavních světových jazyků taky například ve finštině, švédštině, turečtině nebo korejštině. Kromě rozšiřování seznamu kontaktů si tu lidé mohou také vyměňovat například profesní informace a na rozdíl od LinkedIn je přístupná také verze pro mobilní telefony (mobile.xing.com).

Tato platforma nabízí osobní profily, skupiny, diskusní fóra, koordinaci akcí a další běžné funkce. Některé funkce, jako jsou například vyhledávání osob se specifickou kvalifikací, jsou však zpřístupněny pouze uživatelům za poplatek. Ten se platí měsíčně a jeho hodnota

je 5 € (přibližně 9 USD). XING poskytuje také svým platícím členům velmi snadný přístup k e-mailům všech svých členů.

XING soutěží s americkým LinkedIn a Evropským Viadeo o vytváření sociálních sítí mezi jednotlivými podniky. Nabízí také systém pro uzavřené komunity, tzv. Enterprise skupiny s vlastními přístupovými cestami a rozhraním. Tato platforma slouží jako infrastruktura pro firemní skupiny, včetně IBM, McKinsey, Accenture a další.

Základní statistické údaje:

Počet aktivních uživatelů z celého světa (březen 2011)	10,8 milionu
Průměrná denní návštěvnost reálných uživatelů z celého světa	324 tisíc
Průměrný čas strávený návštěvníkem v rámci jedné návštěvy	0:09:40
Počet odborných skupin	45 tisíc
Podporované šifrování	SSL
Jazyková dostupnost	16 jazyků
Počet zaměstnanců	360

Tabulka 24. Xing – statistické údaje

4.6 Sociální sítě v ČR

Při vstupu Facebooku na domácí trh sociálních sítí, byl domácím projektům předpovídán značný odliv uživatelů. A to se nakonec i potvrdilo. Někdy v létě 2009 porazil Facebook definitivně všechny české sociální sítě. Jejich pád začal měsíce předtím a pokračuje dodnes. Dnes je tedy Facebook nejpoužívanější sociální sítí v České republice. Srovnání nejvýznamnějších sociálních sítí u nás podle předpokládané návštěvnosti českými uživateli dle Google Trends je názorně zobrazeno v následujícím grafu.



Obr. 22. Návštěvnost nejvýznamnějších sociálních sítí českými uživateli [17]

Graf znázorňuje právě zmíněné léto 2009 a pokračující vzestup Facebooku, jde o denní unikátní návštěvníky a absolutní hodnoty je potřeba brát s rezervou. Google totiž dané hodnoty odhaduje podle neznámých algoritmů a metrik. Takže tato čísla s měřením NetMonitoru nemusí být úplně totožná. Trendy, tedy vývoj, ale vystihují prakticky bezchybně.



Obr. 23. Návštěvnost českých sociálních sítí českými uživateli [17]

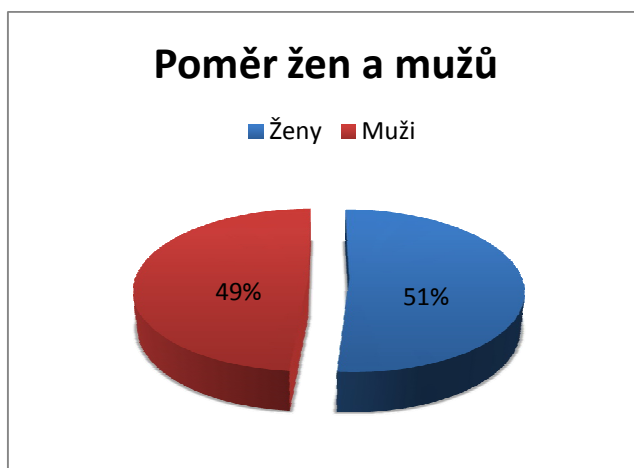
Na předchozím grafu je nejlépe vidět, kdo nejlépe doplatil na existenci Facebooku. Byl jím portál Líbímseti. Kdysi největší sociální síť Lidé neztratila tolik, ale propad je zde také jednoznačný. A nemít portál Lidé v zádech obrovský Seznam, vypadalo by to pravděpodobně podobně jako u Líbímseti.

Dvojka v českých sociálních sítích, Spolužáci, je na tom stejně. A to jak ve faktu ztráty uživatelů, tak v tom, že má za zády Seznam a ztráta je tak podstatně menší, než by byla bez něj. Menšímu odlivu uživatelů také nahrává i unikátní charakter služby.

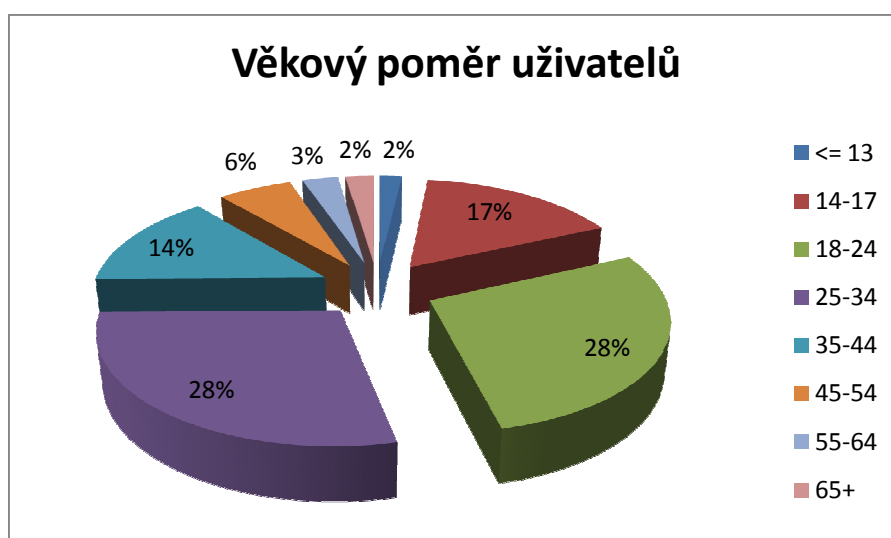
Jedna z nejznámějších chatovacích služeb XChat spolu s portálem Seznamka jak můžeme vidět na předchozím grafu, také odchází do ztracena.

Počet uživatelů Facebooku v ČR:

V České republice je aktuálně na Facebooku 3 198 380 aktivních uživatelů, což představuje asi 30 % všech obyvatel a 53 % aktivních uživatelů Internetu v ČR. Poměr mezi ženami a muži je 51,3 % ku 48,7 %. Rozdělení českých uživatelů Facebooku dle pohlaví a věku je znázorněné na následujících grafech. Mladí uživatelé do 24 let tvoří téměř polovinu všech českých uživatelů Facebooku.



Obr. 24. Rozdělení českých uživatelů Facebooku podle pohlaví



Obr. 25. Rozdělení českých uživatelů Facebooku podle věku

5 PRAKTICKÁ UKÁZKA APLIKACE METODY FCA NA SOCIÁLNÍCH SÍTÍCH

5.1 České sociální sítě

Pro tenhle příklad bylo využito šest českých sociálních sítí, o kterých jsem se již podrobněji zmiňoval v předchozí kapitole. Jako atributy byly zvoleny zaměření daných sociálních sítí, průměrná denní návštěvnost, počet reálných uživatelů a zobrazených stránek na daném serveru za měsíc, počet návštěv vygenerovaných návštěvníky za měsíc, průměrná doba strávená uživatelem na serveru v rámci jedné návštěvy a celková doba strávená uživatelem na serveru za měsíc. Množina objektů a atributů byla tedy definována následovně:

Množina objektů:

$$X = \{\text{Spolužáci, Lidé, Libímseti, Seznamka, XChat, Sousedé}\}.$$

Množina atributů:

$$Y = \{\text{Zaměření sociální sítě, Průměrná denní návštěvnost, Počet reálných uživatelů, Počet zobrazených stránek, Počet návštěv za měsíc, Průměrná délka návštěvy, Čas strávený na serveru za měsíc}\}.$$

I	Zaměření sociální sítě	Průměrná denní návštěvnost	Počet reálných uživatelů	Počet zobrazených stránek	Počet návštěv za měsíc	Průměrná délka návštěvy	Čas strávený na serveru za měsíc
Spolužáci	Specializované	101 022	1 024 467	40 347 127	5 135 341	0:03:59	0:21:41
Lidé	Obecné	266 581	1 406 164	488 863 660	23 483 521	0:13:52	3:51:02
Libímseti	Seznamovací	38 880	456 621	51 891 556	2 882 043	0:13:37	1:25:56
Seznamka	Seznamovací	10 803	94 856	11 363 285	814 075	0:09:00	1:17:17
XChat	Obecné	16 011	166 238	28 417 347	1 347 964	0:16:43	2:15:33
Sousedé	Specializované	1 869	48 556	449 958	106 468	0:02:26	0:05:20

Tabulka 25. Formální kontext českých sociálních sítí

Nyní je nutno využít konceptuální škálování, neboli převedeme numerickou hodnotu v jednotlivých sloupcích na příslušnost do jednotlivých intervalů charakterizovanou bivalentními hodnotami. Získáme tak následující formální kontextovou tabulku.

I	Zaměření sociální sítě			Průměrná denní návštěvnost			Počet reálných uživatelů měsíčně			Počet zobrazených stránek		
	Obecné	Specializované	Seznamovací	< 30 tisíc	30 - 100 tisíc	> 100 tisíc	< 100 tisíc	100 tisíc - 1 milion	> 1 milion	< 20 milionů	20 - 100 milionů	> 100 milionů
Spolužáci		x				x			x		x	
Lidé	x					x			x			x
Líbímseti			x		x						x	
Seznamka			x	x			x			x		
XChat	x			x				x			x	
Sousedé		x		x			x			x		

I	Průměrná délka návštěvy			Čas strávený na serveru za měsíc			Počet návštěv za měsíc		
	< 5 minut	5 - 10 minut	> 10 minut	< 1 hodina	1 - 2 hodiny	> 2 hodiny	< 1 milion	1 - 10 milionů	> 10 milionů
Spolužáci	x			x				x	
Lidé			x			x			x
Líbímseti			x		x			x	
Seznamka		x			x		x		
XChat			x			x		x	
Sousedé	x			x			x		

Tabulka 26. Formální kontext českých sociálních sítí po procesu škálování

Nyní z předchozí tabulky odvodíme jednotlivé formální koncepty. Jejich množina bude vypadat následovně.

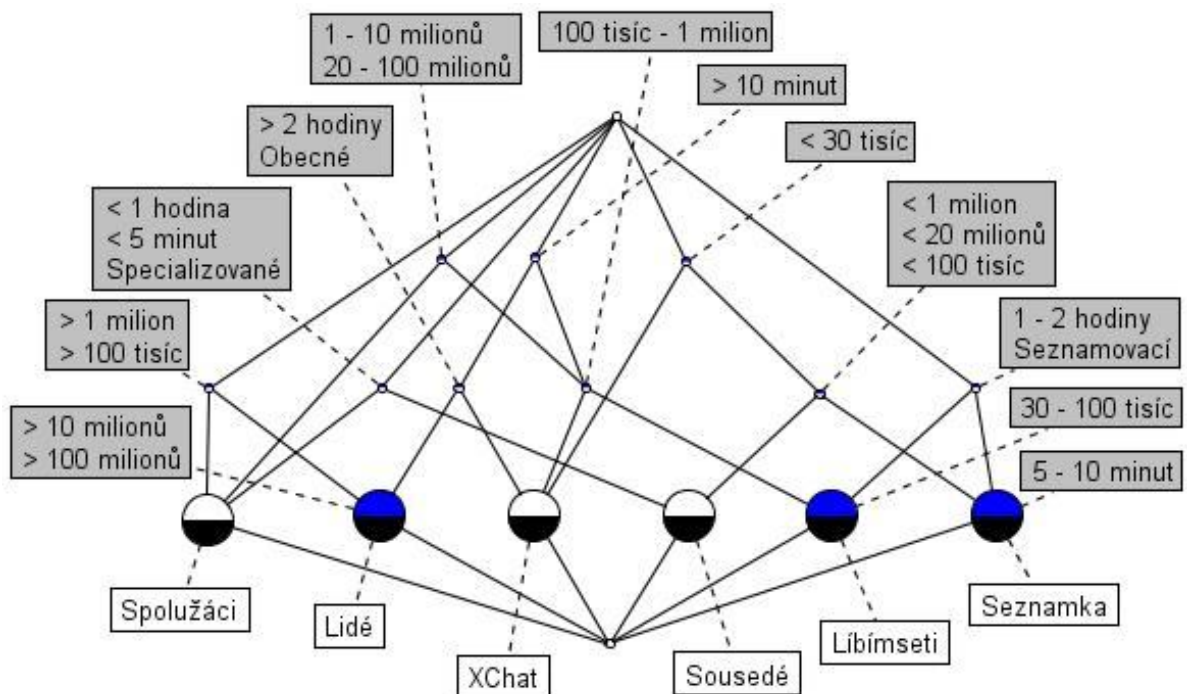
Seznam konceptů:

{Spolužáci; Lidé; Líbímseti; Seznamka; XChat; Sousedé}	{}
{Lidé; Líbímseti; XChat}	{> 10 minut}
{Spolužáci; Líbímseti; XChat}	{20 - 100 milionů; 1 - 10 milionů}
{Líbímseti; XChat}	{100 tisíc - 1 milion; 20 - 100 milionů; > 10 minut; 1 - 10 milionů}
{Spolužáci; Lidé}	{> 100 tisíc; > 1 milion}
{Seznamka; XChat; Sousedé}	{< 30 tisíc}

{Seznamka; Sousedé}	{< 30 tisíc; < 100 tisíc; < 20 milionů; < 1 milion}
{Líbímseti; Seznamka}	{Seznamovací; 1 - 2 hodiny}
{Líbímseti}	{Seznamovací; 30 - 100 tisíc; 100 tisíc - 1 milion; 20 - 100 milionů; > 10 minut; 1 - 2 hodiny; 1 - 10 milionů}
{Seznamka}	{Seznamovací; < 30 tisíc; < 100 tisíc; < 20 milionů; 5 - 10 minut; 1 - 2 hodiny; < 1 milion}
{Spolužáci; Sousedé}	{Specializované; < 5 minut; < 1 hodina}
{Spolužáci}	{Specializované; > 100 tisíc; > 1 milion; 20 - 100 milionů; < 5 minut; < 1 hodina; 1 - 10 milionů}
{Sousedé}	{Specializované; < 30 tisíc; < 100 tisíc; < 20 milionů; < 5 minut; < 1 hodina; < 1 milion}
{Lidé; XChat}	{Obecné; > 10 minut; > 2 hodiny}
{Lidé}	{Obecné; > 100 tisíc; > 1 milion; > 100 milionů; > 10 minut; > 2 hodiny; > 10 milionů}
{XChat}	{Obecné; < 30 tisíc; 100 tisíc - 1 milion; 20 - 100 milionů; > 10 minut; > 2 hodiny; 1 - 10 milionů}
{}	{Obecné; Specializované; Seznamovací; < 30 tisíc; 30 - 100 tisíc; > 100 tisíc; < 100 tisíc; 100 tisíc - 1 milion; > 1 milion; < 20 milionů; 20 - 100 milionů; > 100 milionů; < 5 minut; 5 - 10 minut; > 10 minut; < 1 hodina; 1 - 2 hodiny; > 2 hodiny; < 1 milion; 1 - 10 milionů; > 10 milionů}

Tabulka 27. Množina formálních konceptů pro české sociální sítě

Konceptuální svaz:



Obr. 26. Konceptuální svaz českých sociálních sítí

5.2 Zahraniční sociální sítě

Následující příklad se již soustředí na zahraniční sociální sítě, a i v tomto případě byly využity sociální sítě již podrobněji popsané v předchozí kapitole. Pro sedm sociálních sítí byly jako atributy zvoleny zaměření daných sociálních sítí, celkový počet uživatelů z celého světa, průměrná denní návštěvnost, průměrná doba strávená uživatelem na serveru v rámci jedné návštěvy, podpora českého jazyka a celkový počet podporovaných jazyků. Množina objektů a atributů byla tedy definována následovně:

Množina objektů:

$$X = \{\text{Facebook}, \text{Twitter}, \text{Myspace}, \text{LinkedIn}, \text{Friendster}, \text{Hi5}, \text{Xing}\}.$$

Množina atributů:

$$Y = \{\text{Zaměření sociální sítě}, \text{Počet uživatelů}, \text{Prům. denní návštěvnost}, \text{Prům. délka návštěvy}, \text{Čeština}, \text{Počet jazyků}\}.$$

I	Zaměření sociální sítě	Počet uživatelů	Prům. denní návštěvnost	Prům. délka návštěvy	Čeština	Počet jazyků
Facebook	Obecné	667 564 080	315 000 000	0:25:00	1	70
Twitter	Obecné	200 000 000	19 000 000	0:12:50	0	9
Myspace	Multimédia	63 000 000	3 000 000	0:08:40	0	15
LinkedIn	Profesní	100 016 000	6 000 000	0:08:50	0	6
Friendster	Obecné	75 000 000	185 000	0:09:50	0	11
Hi5	Multimédia	60 000 000	5 000 000	0:20:00	1	50
Xing	Profesní	10 800 000	324 000	0:09:40	0	16

Tabulka 28. Formální kontext zahraničních sociálních sítí

Nyní opět využijeme konceptuální škálování, neboli převedeme numerickou hodnotu ve většině sloupců na příslušnost do jednotlivých intervalů charakterizovanou bivalentními hodnotami. Získáme tak následující formální kontextovou tabulku.

I	Zaměření sociální sítě			Počet uživatelů			Prům. denní návštěvnost			Prům. délka návštěvy			Čeština	Počet jazyků		
	Obecné	Profesní	Multimédia	< 50 milionů	50 - 100 milionů	> 100 milionů	< 1 milion	1 - 10 milionů	> 10 milionů	< 10 minut	10 - 15 minut	> 15 minut		< 10	10 - 20	> 20
Facebook	x					x			x			x	x			x
Twitter	x					x			x		x			x		
Myspace			x		x			x		x					x	
LinkedIn		x				x		x		x				x		
Friendster	x				x		x			x					x	
Hi5			x		x			x				x	x			x
Xing		x		x			x			x					x	

Tabulka 29. Formální kontext zahraničních sociálních sítí po procesu škálování

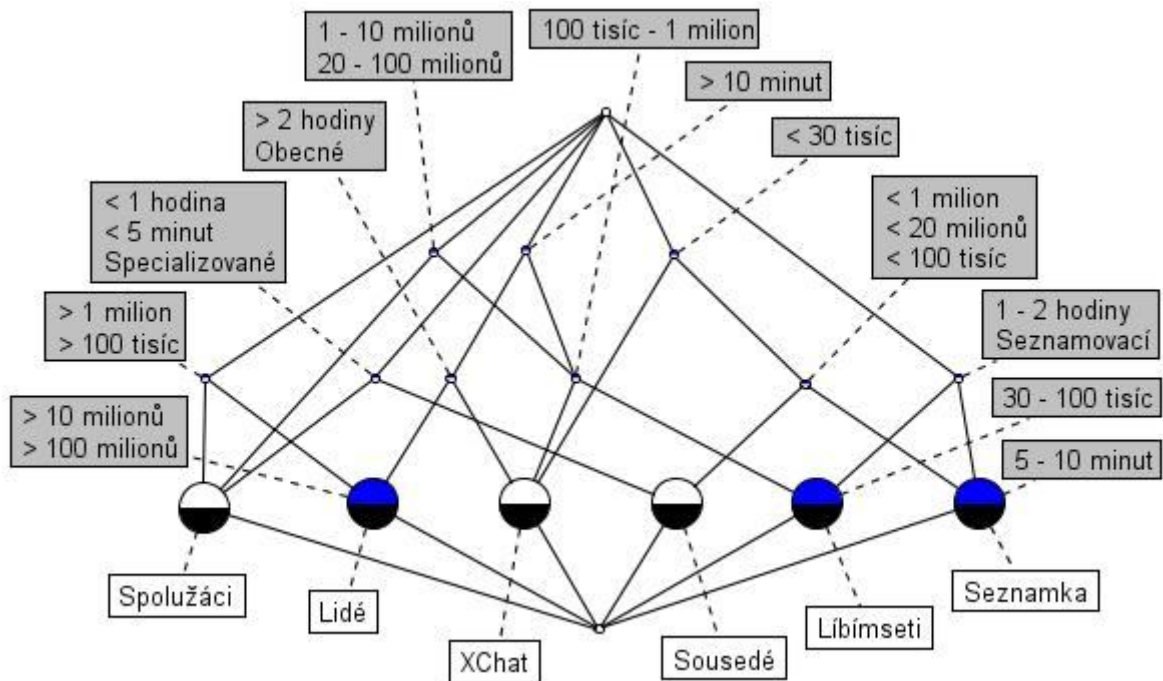
Nyní z předchozí tabulky odvodíme jednotlivé formální koncepty, jejichž množina bude vypadat následovně.

Seznam konceptů:

{Facebook; Twitter; Myspace; LinkedIn; Friendster; Hi5; Xing}	{}
{Facebook; Hi5}	{> 15 minut; čeština; > 20}
{Myspace; LinkedIn; Friendster; Xing}	{< 10 minut}
{Myspace; Friendster; Xing}	{< 10 minut; 10 - 20}
{Myspace; LinkedIn; Hi5}	{1 - 10 milionů}
{Myspace; LinkedIn}	{1 - 10 milionů; < 10 minut}
{Friendster; Xing}	{< 1 milion; < 10 minut; 10 - 20}
{Facebook; Twitter; LinkedIn}	{> 100 milionů}
{Twitter; LinkedIn}	{> 100 milionů; < 10}
{Myspace; Friendster; Hi5}	{50 - 100 milionů}
{Myspace; Friendster}	{50 - 100 milionů; < 10 minut; 10 - 20}
{Myspace; Hi5}	{Multimédia; 50 - 100 milionů; 1 - 10 milionů}
{Hi5}	{Multimédia; 50 - 100 milionů; 1 - 10 milionů; > 15 minut; čeština; > 20}
{Myspace}	{Multimédia; 50 - 100 milionů; 1 - 10 milionů; < 10 minut; 10 - 20}
{LinkedIn; Xing}	{Profesní; < 10 minut}
{LinkedIn}	{Profesní; > 100 milionů; 1 - 10 milionů; < 10 minut; < 10}
{Xing}	{Profesní; < 50 milionů; < 1 milion; < 10 minut; 10 - 20}
{Facebook; Twitter; Friendster}	{Obecné}
{Facebook; Twitter}	{Obecné; > 100 milionů; > 10 milionů}
{Facebook}	{Obecné; > 100 milionů; > 10 milionů; > 15 minut; čeština; > 20}
{Twitter}	{Obecné; > 100 milionů; > 10 milionů; 10 - 15 minut; < 10}

{Friendster}	{Obecné; 50 - 100 milionů; < 1 milion; < 10 minut; 10 - 20}
{}	{Obecné; Profesní; Multimédia; < 50 milionů; 50 - 100 milionů; > 100 milionů; < 1 milion; 1 - 10 milionů; > 10 milionů; < 10 minut; 10 - 15 minut; > 15 minut; čeština; < 10; 10 - 20; > 20}

Tabulka 30. Množina formálních konceptů pro zahraniční sociální sítě

Konceptuální svaz:

Obr. 27. Konceptuální svaz zahraničních sociálních sítí

5.3 Srovnání českých a zahraničních sociálních sítí

Poslední příklad se věnuje srovnání českých a zahraničních sociálních sítí, které byly mezi sebou již odděleně srovnány v předchozích příkladech. Objekty je zde třináct sociálních sítí, pro které byly jako atributy zvoleny zaměření daných sociálních sítí, průměrná denní návštěvnost, průměrná doba strávená uživatelem na serveru v rámci jedné návštěvy, podpora českého jazyka a celkový počet podporovaných jazyků. Množina objektů a atributů byla definována následovně:

Množina objektů:

$$X = \{Spolužáci, Lidé, Libímseti, Seznamka, XChat, Sousedé, Facebook, Twitter, Myspace, LinkedIn, Friendster, Hi5, Xing\}.$$

Množina atributů:

$Y = \{Zaměření sociální sítě, Průměrná denní návštěvnost, Průměrná délka návštěvy, Čeština, Počet jazyků\}$.

Tabulka s jednotlivými hodnotami atributů by obsahovala stejná data jako v předchozích příkladech, proto je zde vynechána a je zde zobrazena až kontextová tabulka po aplikaci metody konceptuálního škálování.

I	Zaměření sociální sítě					Průměrná denní návštěvnost				Průměrná délka návštěvy				Čeština	Počet jazyků			
	Obecné	Specializované	Multimédia	Profesní	Seznamovací	< 200 tisíc	200 tisíc - 1 milion	1 - 10 milionů	> 10 milionů	< 5 minut	5 - 10 minut	10 - 15 minut	> 15 minut		1	2 - 9	10 - 20	> 20
Spolužáci		x				x				x				x	x			
Lidé	x						x					x		x	x			
Líbímseti					x	x						x		x	x			
Seznamka					x	x					x			x	x			
XChat	x					x						x		x	x			
Sousedé		x				x				x				x	x			
Facebook	x								x			x		x				x
Twitter	x								x			x				x		
Myspace			x					x			x						x	
LinkedIn				x				x			x					x		
Friendster	x					x					x						x	
Hi5			x					x					x	x				x
Xing				x			x				x						x	

Tabulka 31. Formální kontext všech sociálních sítí po procesu škálování

Z předchozí tabulky opět odvodíme jednotlivé formální koncepty, jejichž množina bude vypadat následovně.

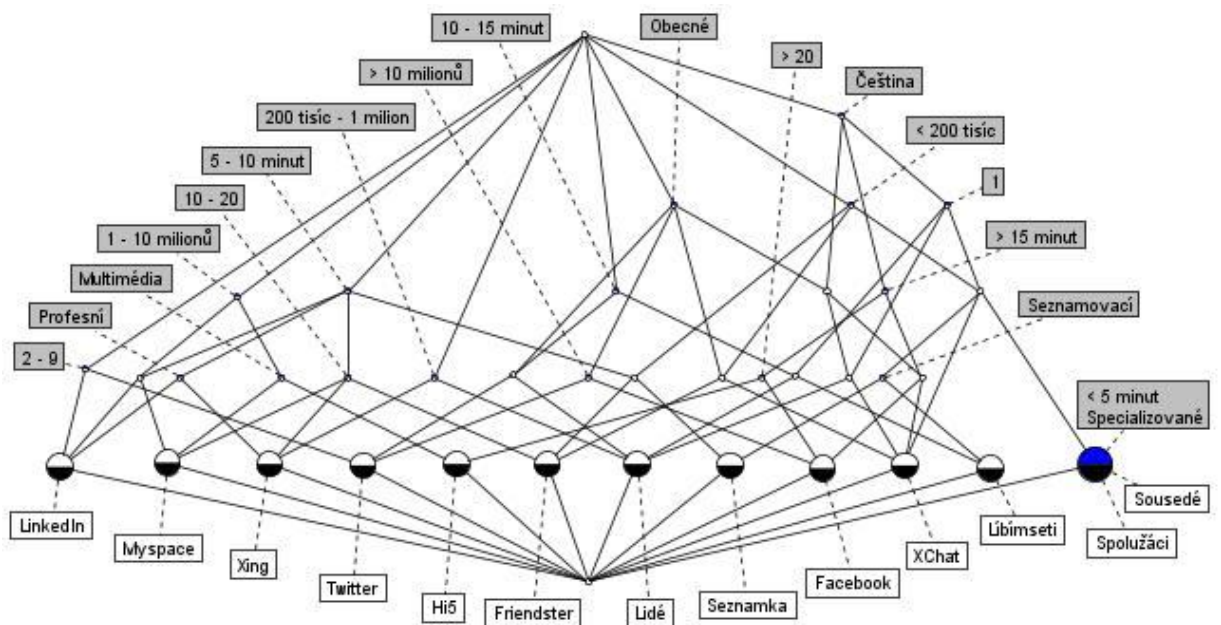
Seznam konceptů:

{Spolužáci; Lidé; Líbímseti; Seznamka; XChat; Sousedé; Facebook; Twitter; Myspace; LinkedIn; Friendster; Hi5; Xing}	{}
{Twitter; LinkedIn}	{2 až 9}

{Spolužáci; Lidé; Líbímseti; Seznamka; XChat; Sousedé; Facebook; Hi5}	{Čeština}
{Spolužáci; Lidé; Líbímseti; Seznamka; XChat; Sousedé}	{Čeština; 1}
{XChat; Facebook; Hi5}	{> 15 minut; Čeština}
{Facebook; Hi5}	{> 15 minut; Čeština; > 20}
{Lidé; Líbímseti; Twitter}	{10 - 15 minut}
{Lidé; Líbímseti}	{10 - 15 minut; Čeština; 1}
{Seznamka; Myspace; LinkedIn; Friendster; Xing}	{5 - 10 minut}
{Myspace; Friendster; Xing}	{5 - 10 minut; 10 - 20}
{Myspace; LinkedIn; Hi5}	{1 - 10 milionů}
{Myspace; LinkedIn}	{1 - 10 milionů; 5 - 10 minut}
{Lidé; Xing}	{200 tisíc - 1 milion}
{Spolužáci; Líbímseti; Seznamka; XChat; Sousedé; Friendster}	{< 200 tisíc}
{Spolužáci; Líbímseti; Seznamka; XChat; Sousedé}	{< 200 tisíc; Čeština; 1}
{Seznamka; Friendster}	{< 200 tisíc; 5 - 10 minut}
{Líbímseti; Seznamka}	{Seznamovací; < 200 tisíc; Čeština; 1}
{Líbímseti}	{Seznamovací; < 200 tisíc; 10 - 15 minut; Čeština; 1}
{Seznamka}	{Seznamovací; < 200 tisíc; 5 - 10 minut; Čeština; 1}
{LinkedIn; Xing}	{Profesní; 5 - 10 minut}
{LinkedIn}	{Profesní; 1 - 10 milionů; 5 - 10 minut; 2 - 9}
{Xing}	{Profesní; 200 tisíc - 1 milion; 5 - 10 minut; 10 - 20}
{Myspace; Hi5}	{Multimédia; 1 - 10 milionů}
{Hi5}	{Multimédia; 1 - 10 milionů; > 15 minut; Čeština; > 20}
{Myspace}	{Multimédia; 1 - 10 milionů; 5 - 10 minut; 10 - 20}
{Spolužáci; Sousedé}	{Specializované; < 200 tisíc; < 5 minut; Čeština; 1}
{Lidé; XChat; Facebook; Twitter; Friendster}	{Obecné}
{Lidé; XChat; Facebook}	{Obecné; Čeština}
{Lidé; XChat}	{Obecné; Čeština; 1}
{XChat; Facebook}	{Obecné; > 15 minut; Čeština}
{Lidé; Twitter}	{Obecné; 10 - 15 minut}
{Facebook; Twitter}	{Obecné; > 10 milionů}
{Facebook}	{Obecné; > 10 milionů; > 15 minut; Čeština; > 20}
{Twitter}	{Obecné; > 10 milionů; 10 - 15 minut; 2 - 9}
{Lidé}	{Obecné; 200 tisíc - 1 milion; 10 - 15 minut; Čeština; 1}
{XChat; Friendster}	{Obecné; < 200 tisíc}
{XChat}	{Obecné; < 200 tisíc; > 15 minut; Čeština; 1}
{Friendster}	{Obecné; < 200 tisíc; 5 - 10 minut; 10 - 20}
{}	{Obecné; Specializované; Multimédia; Profesní; Seznamovací; < 200 tisíc; 200 tisíc - 1 milion; 1 - 10 milionů; > 10 milionů; < 5 minut; 5 - 10 minut; 10 - 15 minut; > 15 minut; Čeština; 1; 2 - 9; 10 - 20; > 20}

Tabulka 32. Množina formálních konceptů pro všechny sociální sítě

Konceptuální svaz:



Obr. 28. Konceptuální svaz českých a zahraničních sociálních sítí

Všechny odvozovací (dedukční) pravidla, které platí pro atributové implikace (kapitola 3.2.4) v konceptuálním svazu českých a zahraničních sociálních sítí, viz. Obr. 28, jsou uvedeny v následující tabulce.

1	< 2 > Specializované ==> < 200 tisíc < 5 minut Čeština 1;
2	< 2 > Multimédia ==> 1 - 10 milionů;
3	< 2 > Profesní ==> 5 - 10 minut;
4	< 2 > Seznamovací ==> < 200 tisíc Čeština 1;
5	< 1 > Obecné 200 tisíc - 1 milion ==> 10 - 15 minut Čeština 1;
6	< 2 > > 10 milionů ==> Obecné;
7	< 2 > < 5 minut ==> Specializované < 200 tisíc Čeština 1;
8	< 1 > Obecné 5 - 10 minut ==> < 200 tisíc 10 - 20;
9	< 1 > 200 tisíc - 1 milion 5 - 10 minut ==> Profesní 10 - 20;
10	< 1 > Multimédia 1 - 10 milionů 5 - 10 minut ==> 10 - 20;
11	< 1 > Profesní 1 - 10 milionů 5 - 10 minut ==> 2 - 9;
12	< 1 > < 200 tisíc 10 - 15 minut ==> Seznamovací Čeština 1;
13	< 1 > 200 tisíc - 1 milion 10 - 15 minut ==> Obecné Čeština 1;
14	< 1 > Obecné > 10 milionů 10 - 15 minut ==> 2 - 9;

15	< 3 > > 15 minut ==> Čeština;
16	< 5 > < 200 tisíc Čeština ==> 1;
17	< 1 > 200 tisíc - 1 milion Čeština ==> Obecné 10 - 15 minut 1;
18	< 1 > 5 - 10 minut Čeština ==> Seznamovací < 200 tisíc 1;
19	< 2 > 10 - 15 minut Čeština ==> 1;
20	< 6 > 1 ==> Čeština;
21	< 1 > > 15 minut Čeština 1 ==> Obecné < 200 tisíc;
22	< 1 > Obecné 10 - 15 minut Čeština 1 ==> 200 tisíc - 1 milion;
23	< 1 > Obecné < 200 tisíc Čeština 1 ==> > 15 minut;
24	< 1 > Obecné 2 - 9 ==> > 10 milionů 10 - 15 minut;
25	< 1 > 1 - 10 milionů 2 - 9 ==> Profesní 5 - 10 minut;
26	< 1 > 5 - 10 minut 2 - 9 ==> Profesní 1 - 10 milionů;
27	< 1 > 10 - 15 minut 2 - 9 ==> Obecné > 10 milionů;
28	< 3 > 10 - 20 ==> 5 - 10 minut;
29	< 1 > < 200 tisíc 5 - 10 minut 10 - 20 ==> Obecné;
30	< 1 > 1 - 10 milionů 5 - 10 minut 10 - 20 ==> Multimédia;
31	< 1 > Profesní 5 - 10 minut 10 - 20 ==> 200 tisíc - 1 milion;
32	< 2 > > 20 ==> > 15 minut Čeština;
33	< 1 > Obecné > 15 minut Čeština > 20 ==> > 10 milionů;
34	< 0 > < 200 tisíc 200 tisíc - 1 milion ==> Obecné Specializované Multimédia Profesní Seznamovací 1 - 10 milionů > 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut 10 - 15 minut > 15 minut Čeština 1 2 - 9 10 - 20 > 20;
35	< 0 > Obecné 1 - 10 milionů ==> Specializované Multimédia Profesní Seznamovací < 200 tisíc 200 tisíc - 1 milion > 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut 10 - 15 minut > 15 minut Čeština 1 2 - 9 10 - 20 > 20;
36	< 0 > < 200 tisíc 1 - 10 milionů ==> Obecné Specializované Multimédia Profesní Seznamovací 200 tisíc - 1 milion > 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut 10 - 15 minut > 15 minut Čeština 1 2 - 9 10 - 20 > 20;
37	< 0 > 200 tisíc - 1 milion 1 - 10 milionů ==> Obecné Specializované Multimédia Profesní Seznamovací < 200 tisíc > 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut 10 - 15 minut > 15 minut Čeština 1 2 - 9 10 - 20 > 20;
38	< 0 > Obecné < 200 tisíc > 10 milionů ==> Specializované Multimédia Profesní

	Seznamovací 200 tisíc - 1 milion 1 - 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut 10 - 15 minut > 15 minut Čeština 1 2 - 9 10 - 20 > 20;
39	< 0 > Profesní < 200 tisíc 5 - 10 minut ==> Obecné Specializované Multimédia Seznamovací 200 tisíc - 1 milion 1 - 10 milionů > 10 milionů < 5 minut 10 - 15 minut > 15 minut Čeština 1 2 - 9 10 - 20 > 20;
40	< 0 > 1 - 10 milionů 10 - 15 minut ==> Obecné Specializované Multimédia Profesní Seznamovací < 200 tisíc 200 tisíc - 1 milion > 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut > 15 minut Čeština 1 2 - 9 10 - 20 > 20;
41	< 0 > 5 - 10 minut 10 - 15 minut ==> Obecné Specializované Multimédia Profesní Seznamovací < 200 tisíc 200 tisíc - 1 milion 1 - 10 milionů > 10 milionů < 5 minut > 15 minut Čeština 1 2 - 9 10 - 20 > 20;
42	< 1 > 1 - 10 milionů Čeština ==> Multimédia > 15 minut > 20;
43	< 1 > Obecné > 10 milionů Čeština ==> > 15 minut > 20;
44	< 0 > Specializované Seznamovací < 200 tisíc < 5 minut Čeština 1 ==> Obecné Multimédia Profesní 200 tisíc - 1 milion 1 - 10 milionů > 10 milionů 5 - 10 minut 10 - 15 minut > 15 minut 2 - 9 10 - 20 > 20;
45	< 0 > Obecné Seznamovací < 200 tisíc > 15 minut Čeština 1 ==> Specializované Multimédia Profesní 200 tisíc - 1 milion 1 - 10 milionů > 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut 10 - 15 minut 2 - 9 10 - 20 > 20;
46	< 0 > Obecné Specializované < 200 tisíc < 5 minut > 15 minut Čeština 1 ==> Multimédia Profesní Seznamovací 200 tisíc - 1 milion 1 - 10 milionů > 10 milionů 5 - 10 minut 10 - 15 minut 2 - 9 10 - 20 > 20;
47	< 0 > < 200 tisíc 2 - 9 ==> Obecné Specializované Multimédia Profesní Seznamovací 200 tisíc - 1 milion 1 - 10 milionů > 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut 10 - 15 minut > 15 minut Čeština 1 10 - 20 > 20;
48	< 0 > 200 tisíc - 1 milion 2 - 9 ==> Obecné Specializované Multimédia Profesní Seznamovací < 200 tisíc 1 - 10 milionů > 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut 10 - 15 minut > 15 minut Čeština 1 10 - 20 > 20;
49	< 0 > Čeština 2 - 9 ==> Obecné Specializované Multimédia Profesní Seznamovací < 200 tisíc 200 tisíc - 1 milion 1 - 10 milionů > 10 milionů < 5 minut 5 - 10 minut 10 - 15 minut > 15 minut 1 10 - 20 > 20;

Tabulka 33. Množina všech odvozovacích pravidel pro konceptuální svaz českých a zahraničních sítí

ZÁVĚR

Diplomová práce se zabývá analýzou sociálních sítí s využitím metod formální konceptuální analýzy. Teoretická část práce je složena ze dvou kapitol. V první kapitole je uveden přehled základních pojmů z teorie svazů. Jsou zde definovány polosvazy, svazy, úplné svazy, Galoisovy konexe a další pojmy, na kterých je formální konceptuální analýza založena. Uvedená teorie je doplněna vhodnými příklady a jejich základními vlastnostmi. Druhá kapitola se věnuje jednotlivým typům svazů, které jsou zde podrobněji popsány.

Praktická část práce se zabývá formální konceptuální analýzou, definicí nejdůležitějších pojmů a způsoby grafické reprezentace. Pro názornější pochopení dané problematiky jsou u každého pojmu uvedeny konkrétní příklady, včetně příkladu využití samotné formální konceptuální analýzy v oblasti mobilních telefonů (kapitola 3.3). Cílem uvedené teorie je grafická reprezentace konceptuálních svazů ve formě Hasseových diagramů.

Dále se praktická část diplomové práce věnuje sociálním sítím, historii jejich vzniku, jejich výhodám i nevýhodám, ochranou osobních údajů nebo případně konkrétním rizikům, které sociální sítě přinášejí. Pak je proveden rozbor jednotlivých českých a zahraničních sociálních sítí i s jejich základními statistickými charakteristikami. Veškerá statistická data zde použita jsou čerpána z měření Google Trends a DoubleClick Ad Planner od společnosti Google (květen 2011), z měření NetMonitoru (březen 2011) nebo popřípadě přímo ze statistických údajů umístěných na stránkách jednotlivých sociálních sítí. Na konci kapitoly je také rozebrán vývoj sociálních sítí v České republice, ze kterého vyplývá, že v létě 2009 předstihl Facebook, co se počtu uživatelů týče, definitivně všechny české sociální sítě a dnes je nejpoužívanější sociální sítí u nás.

V závěru práce je uvedena konkrétní aplikace a využití formální konceptuální analýzy na sociální sítě, a to nejprve na české, pak na zahraniční a nakonec i na všechny společně. U všech praktických příkladů jsou uvedeny příslušné kontextové tabulky, seznamy konceptů a na závěr jsou graficky znázorněny jejich konceptuální svazy.

Využití formální konceptuální analýzy v oblasti sociálních sítí je však poměrně široké. Jedním z praktických případů využití této metody může být například vyhodnocení hrozby teroristického útoku. Množství dostupných informací pro policii se totiž neustále zvyšuje, policejní síly nejsou schopny pracovat s objemy dat této velikosti a aktivní sledování potenciálních teroristických hrozeb se stává stále obtížnější.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

This master thesis focus on the analysis of social networks using methods of formal concept analysis. The theoretical part is composed of two chapters. There is provided an overview of basic term of lattice theory in the first chapter. There are defined semilattices, lattices, complete lattices, Galois connections and other terms, on which the formal concept analysis is based. The theory is complemented by appropriate examples and their basic properties. The second chapter is devoted to various types of lattices, which are described in more details.

The practical part of the work focus on the formal concept analysis, definitions of key terms and methods of graphical interpretation. For more vivid understanding of the problems there are used specific examples for each term, including example of the application of formal concept analysis on mobile phones (chapter 3.3). The aim of the theory is a graphical representation of concept lattices in the form of Hasse diagrams.

The following part is attend to social networks, the history of their origin, their advantages and disadvantages, the protection of personal data or the particular risks that social networks provide. Then is effected an analysis of Czech and foreign social networks with their basic statistical characteristics. All statistical data used for this thesis were taken from measurements of Google Trends and DoubleClick Ad Planner by Google (May 2011), from measurements NetMonitor (March 2011), or directly from statistical data placed on the pages of social networks. At the end of this chapter is also analyzed the development of social networks in the Czech Republic. It shows, that in summer 2009 Facebook surmount all Czech social networks in number of users and today it is the most popular social network in the country.

In the conclusion of this theses is given a particular application and use of formal concept analysis on social networks, first Czech, foreign, and then finally all together. For all practical examples are given relevant context tables, lists of concepts, and finally there are graphically displayed individual concept lattice.

Using formal concept analysis for social networks is relatively large. One of the practical usage of this method could be evaluation of terrorist threats. A lot of available information for the police is rising steadily, police forces are not able to work with data volumes of this size and active monitoring of potential terrorist threats is becoming increasingly difficult.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

Monografie:

- [1] CHAJDA, Ivan. *Algebra 3*. Olomouc : Univerzita Palackého, 1998. 125 s. ISBN 80-7067-803-8.
- [2] KOPKA, Jan. *Svazy a booleovy algebry*. Ústí nad Labem : Univerzita J. E. Purkyně, 1991. 244 s. ISBN 80-7044-025-2.
- [3] RACHŮNEK, Jiří. *Svazy*. Olomouc : Univerzita Palackého, 2003. 85 s. ISBN 80-2440-650-0.

Internetové zdroje:

- [4] BĚLOHLÁVEK, Radim. *INTRODUCTION TO FORMAL CONCEPT ANALYSIS* [online]. [cit. 2011-03-29]. Dostupné z WWW: <<http://belohlavek.inf.upol.cz/vyuka/IntroFCA.pdf>>.
- [5] BĚLOHLÁVEK, Radim. *Konceptuální svazy a formální konceptuální analýza* [online]. [cit. 2011-03-15]. Dostupné z WWW: <http://belohlavek.inf.upol.cz/publications/Bel_Ksfka.pdf>.
- [6] *Bezpečně na síti* [online]. 2010-10-24 [cit. 2011-04-16]. Jaké sociální sítě existují? Dostupné z WWW: <<http://www.bezpecnenasiti.cz/socialni-site/socialni-site-prehled/>>.
- [7] *ČT24* [online]. 2011-04-01 [cit. 2011-04-04]. Myspace vzdává boj s Facebookem, zaměří se na zábavu. Dostupné z WWW: <<http://www.ct24.cz/media/internet/119755-myspace-vzdava-boj-s-facebookem-zameri-se-na-zabavu/>>.
- [8] *Digitálně.cz* [online]. 2011-03-23 [cit. 2011-04-07]. LinkedIn má již 100 milionů uživatelů. Dostupné z WWW: <<http://digitalne.centrum.cz/linkedin-ma-jiz-100-milionu-uzivatelu/>>.
- [9] DoubleClick Ad Planner [online]. [cit. 2011-04-12]. Dostupné z WWW: <<https://www.google.com/accounts/ServiceLogin?service=branding<mpl=adplanner&continue=https%3A//www.google.com/adplanner/#publisher>>.
- [10] *DSL.cz* [online]. 2010-24-08 [cit. 2011-01-04]. Rizika sociálních sítí jsou značná. Dostupné z WWW: <<http://www.dsl.cz/clanek/1929-rizika-socialnich-siti-jsou-znacna>>.

- [11] ELLISON, Nicole B. *Social Network Sites: Definition, History, and Scholarship* [online]. [cit. 2011-04-16]. Dostupné z WWW: <<http://www.danah.org/papers/JCMCIntro.pdf>>.
- [12] ELZINGA, Paul; POELMANS, Jonas; VIAENE, Stijn; DEDENE, Guido; MORSING, Shanti. *Terrorist Threat Assessment with Formal Concept Analysis* [online]. [cit. 2011-05-15]. Dostupné z WWW: <<https://lirias.kuleuven.be/bitstream/123456789/274556/1/terrorism.pdf>>.
- [13] *Facebook* [online]. [cit. 2011-03-04]. Dostupné z WWW: <<http://www.facebook.com/>>.
- [14] *Facemag* [online]. 2011-02-11 [cit. 2011-04-04]. Statisticky: Stárne Twitter rychleji než Facebook? Dostupné z WWW: <<http://www.facemag.cz/statistiky-starne-twitter-rychleji-nez-facebook/>>.
- [15] *Friendster* [online]. [cit. 2011-04-10]. Dostupné z WWW: <<http://www.friendster.com/>>.
- [16] GANTER, Bernhard. *Formal Concept Analysis* [online]. [cit. 2011-03-20]. Dostupné z WWW: <<http://dl.kr.org/dl2008/Ganter.pdf>>.
- [17] Google Trends [online]. [cit. 2011-04-16]. Dostupné z WWW: <<http://www.google.com/trends>>.
- [18] *Hi5* [online]. [cit. 2011-04-10]. Dostupné z WWW: <<http://www.hi5.com/friend/displayHomePage.do>>.
- [19] *CheckFacebook.com* [online]. [cit. 2011-04-16]. Dostupné z WWW: <<http://www.checkfacebook.com/>>.
- [20] KUČERA, Radan. *Základy teorie svazů* [online]. [cit. 2011-02-17]. Dostupné z WWW: <<http://www.math.muni.cz/~kucera/texty/Svazy2003.pdf>>.
- [21] *LinkedIn* [online]. [cit. 2011-04-07]. Dostupné z WWW: <<http://www.linkedin.com/>>.
- [22] *Lupa.cz* [online]. 2009-03-31 [cit. 2011-03-04]. Sociální síť, to není jenom Facebook. Dostupné z WWW: <<http://www.lupa.cz/clanky/socialni-site-to-neni-jenom-facebook/>>.
- [23] *Magazín Portiscio* [online]. 2011-03-27 [cit. 2011-04-07]. Zajímavé LinkedIn statistiky. Dostupné z WWW: <<http://www.portiscio.net/zajimave-linkedin-statistiky-infografika>>.

- [24] *Mm-marek* [online]. 2010-31-1 [cit. 2011-29-03]. Sociální síť. Dostupné z WWW: <<http://www.mixa.name/socialni-site/>>.
- [25] *Myspace* [online]. [cit. 2011-04-04]. Dostupné z WWW: <<http://www.myspace.com/>>.
- [26] *NetMonitor* [online]. [cit. 2011-04-12]. Dostupné z WWW: <<http://www.netmonitor.cz/>>.
- [27] *Owebu.cz* [online]. [cit. 2011-03-04]. Dostupné z WWW: <<http://owebu.blogger.cz/>>.
- [28] *PCWorld* [online]. 2010-04-13 [cit. 2011-04-16]. Projekt Sousedé.cz má zlepšit komunikaci mezi lidmi, kteří spolu bydlí. Dostupné z WWW: <<http://pcworld.cz/novinky/projekt-sousedce-cz-pomaha-zlepsovat-komunikaci-mezi-lidmi-kteri-spolu-bydli-9728>>.
- [29] PRISS, Uta. *Formal Concept Analysis Homepage* [online]. 2007 [cit. 2011-03-12]. Dostupné z WWW: <<http://www.fcahome.org.uk>>.
- [30] PRISS, Uta. *Formal Concept Analysis in Information Science* [online]. [cit. 2011-03-17]. Dostupné z WWW: <<http://www.upriss.org.uk/papers/arist.pdf>>.
- [31] *Seznam - O nás* [online]. 2011 [cit. 2011-04-16]. Naše internetové servery. Dostupné z WWW: <<http://onas.seznam.cz/cz/reklama/nase-internetove-servery/>>.
- [32] SNÁŠEL, Václav; HORÁK, Zdeněk; ABRAHAM, Ajith. *Understanding social networks using Formal Concept Analysis* [online]. [cit. 2011-03-25]. Dostupné z WWW: <<http://www.softcomputing.net/wi08.pdf>>.
- [33] *Sociální síť* [online]. [cit. 2011-04-10]. Dostupné z WWW: <<http://socialnisite.cz/>>.
- [34] *Twitter* [online]. [cit. 2011-04-04]. Dostupné z WWW: <<http://twitter.com/>>.
- [35] *VISION* [online]. 2011 [cit. 2011-03-24]. Jak to bylo před Facebookem. Dostupné z WWW: <http://www1.siemens.cz/visions/public/files/Visions_jaro_2011.pdf>.
- [36] *Wikipedia Otevřená encyklopedie* [online]. [cit. 2011-01-04]. Dostupné z WWW: <<http://www.wikipedia.org/>>.

- [37] WOLFF, Karl Erich. *A FIRST COURSE IN FORMAL CONCEPT ANALYSIS* [online]. [cit. 2011-03-15]. Dostupné z WWW: <http://www.fbm.fh-darmstadt.de/home/wolff/Publikationen/A_First_Course_in_Formal_Concept_Analysis.pdf>.
- [38] *Xing* [online]. [cit. 2011-04-15]. Dostupné z WWW: <<http://www.xing.com/>>.
- [39] *Živě.cz* [online]. 2010-11-12 [cit. 2011-04-04]. Živé statistiky Twitteru – podívejte se, kde to nejvíc vše. Dostupné z WWW: <<http://www.zive.cz/bleskovky/zive-statistiky-twitteru--podivejte-se-kde-to-nejvic-vre/sc-4-a-154624/default.aspx>>.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

API	Application Programming Interface.
ARPANET	Advanced Research Projects Agency Network.
FCA	Formal Concept Analysis.
GPS	Global Positioning System.
HTML	HyperText Markup Language
IRC	Internet Relay Chat
SMS	Short message service
WELL	Whole Earth 'Lectronic Link
Wi-Fi	Wireless Ethernet Compatibility Alliance
WWW	World Wide Web

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. Znázornění svazu pro $n = 48$ vlevo, resp. $n = 60$ vpravo	14
Obr. 2. Hasseův diagram se znázorněným ideálem	16
Obr. 3. Znázornění svazového homomorfismu.....	17
Obr. 4. Rozklad množiny S odpovídající kongruenci v S (a) a ekvivalenci (b).....	18
Obr. 5. Diagramy určených svazů A a B	19
Obr. 6. Diagram svazu C ($A \times B$).....	20
Obr. 7. Hasseovy diagramy P a Q	22
Obr. 8. Svaz $N5$ (pětiúhelník).....	24
Obr. 9. Svaz $M5$ (diamant)	24
Obr. 10. Hasseův diagram distributivního svazu	25
Obr. 11. Diagram svazu \mathcal{A}	28
Obr. 12. Diagram svazu $N5$	28
Obr. 13. Diagram komplementárního svazu.....	29
Obr. 14. Matice vstupních dat s objekty x_i a atributy y_j	32
Obr. 15. Galoisova konexe	36
Obr. 16. Příklad konceptuálního svazu.....	39
Obr. 17. Konceptuální svaz mobilních telefonů	44
Obr. 18. Příklad grafického znázornění sociální sítě [36].....	46
Obr. 19. Časová osa vzniku významných sociálních sítí [11].....	48
Obr. 20. World of tweets – služba znázorňující oblasti s nejvyšší aktivitou na Twitteru [39].....	58
Obr. 21. Vývoj počtu denně se přihlašujících návštěvníků [9].....	63
Obr. 22. Návštěvnost nejvýznamnějších sociálních sítí českými uživateli [17].....	65
Obr. 23. Návštěvnost českých sociálních sítí českými uživateli [17].....	66
Obr. 24. Rozdělení českých uživatelů Facebooku podle pohlaví	67
Obr. 25. Rozdělení českých uživatelů Facebooku podle věku	67
Obr. 26. Konceptuální svaz českých sociálních sítí.....	70
Obr. 27. Konceptuální svaz zahraničních sociálních sítí.....	73
Obr. 28. Konceptuální svaz českých a zahraničních sociálních sítí.....	76

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1. Zobrazení $f: P \rightarrow Q$	22
Tabulka 2. Zobrazení $g: Q \rightarrow P$	22
Tabulka 3. Bivalentní logické atributy	32
Tabulka 4. Příklad kontextové tabulky.....	35
Tabulka 5. Příklad formálního konceptu	37
Tabulka 6. Doplnění zbylých konceptů.....	37
Tabulka 7. Formální koncept (největší obdélník) dané kontextové tabulky	38
Tabulka 8. Vícehodnotové kontexty	42
Tabulka 9. Konceptuální škálování.....	42
Tabulka 10. Kontextová tabulka daných mobilních telefonů	43
Tabulka 11. Seznam konceptů mobilních telefonů.....	43
Tabulka 12. Spolužáci.cz – statistické údaje	52
Tabulka 13. Lidé.cz – statistické údaje	53
Tabulka 14. Líbímseti.cz – statistické údaje.....	54
Tabulka 15. Seznamka.cz – statistické údaje.....	55
Tabulka 16. XChat – statistické údaje.....	55
Tabulka 17. Sousedé.cz – statistické údaje.....	56
Tabulka 18. Facebook – statistické údaje	58
Tabulka 19. Twitter – statistické údaje.....	59
Tabulka 20. Myspace – statistické údaje	60
Tabulka 21. LinkedIn – statistické údaje.....	62
Tabulka 22. Friendster – statistické údaje	63
Tabulka 23. Hi5 – statistické údaje	64
Tabulka 24. Xing – statistické údaje	65
Tabulka 25. Formální kontext českých sociálních sítí	68
Tabulka 26. Formální kontext českých sociálních sítí po procesu škálování.....	69
Tabulka 27. Množina formálních konceptů pro české sociální sítě.....	70
Tabulka 28. Formální kontext zahraničních sociálních sítí.....	71
Tabulka 29. Formální kontext zahraničních sociálních sítí po procesu škálování.....	72
Tabulka 30. Množina formálních konceptů pro zahraniční sociální sítě	73
Tabulka 31. Formální kontext všech sociálních sítí po procesu škálování	74
Tabulka 32. Množina formálních konceptů pro všechny sociální sítě.....	75

Tabulka 33. Množina všech odvozovacích pravidel pro konceptuální svaz českých a zahraničních sítí.....	78
---	----