

Aplikace experimentálních identifikačních metod pro modelování reálných procesů

Bc. Miroslav Husek

Diplomová práce
2017



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

nascannované zadání s. 1

nascannované zadání s. 2

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové/bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně, dne

.....
podpis diplomanta

ABSTRAKT

Cílem práce je zaměřit se na experimentální identifikaci procesů s nestandardním dynamickým chováním, např. procesy nestabilní, s neminimální fází a s dopravním zpožděním. To znamená, že je potřeba zvolit vhodné metody experimentální identifikace pro simulační a fyzikální laboratorní modely s rozličnou dynamikou. Návrh a ověření vhodných identifikačních algoritmů realizovat v programovém systému MATLAB/SIMULINK.

Klíčová slova:

Identifikace, MATLAB, SIMULINK, ARX, OE, TF, FMINSEARCH

ABSTRACT

The aim of the thesis is to focus on the experimental identification of processes with non-standard dynamic behavior, eg processes unstable, with non-minimal phase and traffic delays. This means that there is a need to select appropriate experimental identification methods for simulation and physical laboratory models with varying dynamics. Design and validation of suitable identification algorithms can be realized in MATLAB / SIMULINK.

Keywords:

Identification, MATLAB, SIMULINK, ARX, OE, TF, FMINSEARCH

Chtěl bych poděkovat především všem, kteří měli se mnou trpělivost v průběhu studia, dále pak rodičům za podporu a v neposlední řadě všem vyučujícím, kteří předali své vědomosti a v žádném případě bych nemohl zapomenout poděkovat Ing. Petrovi Chalupovi, Ph.D. za cenné rady a prof. Ing. Vladimíru Bobálovi, CSc., který měl se mnou snad tu největší trpělivost.

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské/diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

OBSAH

ÚVOD	8
I TEORETICKÁ ČÁST	9
1 IDENTIFIKACE SYSTÉMU	10
1.1 KLASIFIKACE MODELŮ	10
1.2 MODELOVÁNÍ SYSTÉMU	12
2 EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE	15
2.1 OBECNÝ LINEÁRNÍ MODEL:	16
2.2 VOLBA BUDICÍCH SIGNÁLŮ PRO EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACI	17
2.2.1 Bílý šum	17
2.2.2 Pseudonáhodný binární signál.....	18
3 METODY EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE	21
3.1 JEDNORÁZOVÁ METODA NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ (MNC)	21
3.2 METODA ZA POUŽITÍ HLEDÁNÍ MINIMA NELDER-MEAD	23
4 MATEMATICKÝ MODEL KMITAVÉHO SYSTÉMU	25
4.1 HORIZONTÁLNĚ ULOŽENÝ ROTOR	25
4.2 VERTIKÁLNĚ ULOŽENÝ ROTOR	29
4.3 POHYBOVÁ ROVNICE	31
II PRAKTICKÁ ČÁST	32
5 TWIN ROTOR MIMO SYSTÉM	33
6 STATICKÁ CHARAKTERISTIKA	34
7 EXPLICITNÍ IDENTIFIKAČNÍ METODA POMOCÍ FUNKCE FMINSEARCH	39
8 EXPLICITNÍ IDENTIFIKAČNÍ METODA DISKRÉTNÍHO SYSTÉMU POMOCÍ FUNKCE FMINSEARCH	45
9 EXPLICITNÍ IDENTIFIKAČNÍ METODA NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ	50
ZÁVĚR	61
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	63
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	65
SEZNAM OBRÁZKŮ	67
SEZNAM TABULEK	70
SEZNAM PŘÍLOH	71

ÚVOD

U jakéhokoli systému je důležité znát jeho chování, umět ho popsat matematicky a vědět, jak se bude tento systém chovat na vnější vlivy, které na něj působí. Jenom to je jediný způsob, jak systém řídit.

Díky identifikaci systému lze získat matematický popis identifikovaného objektu, a pak také vytvořit jeho model, který co nejlépe odpovídá reálnému. Výsledný model se také v ideálním případě chová při působení vnějších vlivů stejně jako reálná soustava.

Při identifikaci je potřeba si uvědomit, co jsou důležité vlastnosti systému a které nelze v žádném případě zanedbat. To pak umožňuje systém zjednodušovat a ignorovat některé jeho vlastnosti, které by v budoucnu neměli žádný vliv na jeho řízení.

Hlavním cílem této diplomové práce je nastudovat jednotlivé metody a postupy při identifikaci systému, aby bylo možné je dále aplikovat na reálný systém a zhodnotit jednotlivé výstupy simulačních modelů v porovnání s reálným objektem.

Jednotlivým metodám je věnována rozsáhlá teoretická část, zabývající se experimentální identifikací systému. Systémy jsou zde zapsány algebraicky, na které pak navazuje praktická část využívající poznatků z této problematiky.

V další části, což tvoří praktická část, se už zabýváme skutečným objektem. Tímto objektem je laboratorní model vrtulníku anglické firmy Feedback Instruments. Model představuje soustavu o dvou vstupech a dvou výstupech. Základem modelu je pohyblivá část skládající se ze dvou vrtulí vzájemně otočených o 90° , jejichž středy otáčení jsou spojeny ocelovou tyčí. Další částí modelu je stojan sloužící mimo jiné k měření výchylky pohyblivé části kolem vodorovné a svislé osy. V této práci je využita pouze ta část s vertikální vrtulí, tedy s tou, která zajišťuje pohyb směrem nahoru a dolů.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 IDENTIFIKACE SYSTÉMU

Abychom bylo možné systém správně popsat, musí být také správně poznán pomocí experimentů a různým odvozováním. Toto se nikdy nepodaří dokonale, neboť zde hraje svoji roli určité relativní poznání (relativnost je způsobena zvoleným hlediskem, relativní omezeností poznávacích schopností subjektu) o poznávaném objektu. [1]

Důležité je před samotnou identifikací si položit otázku, k čemu je vlastně objekt identifikován. Zda bude identifikován pouze pro simulaci, nebo bude pouze nějakým způsobem řízen.

Takto popsaný objekt pomocí různých vět, pouček a matematických vztahů vytvoří tzv. matematický model, se kterým může být pak dále pracováno jako s externím modelem např. v počítači. Modely jsou pak na základě jednotlivých specifikací klasifikovány do různých skupin.

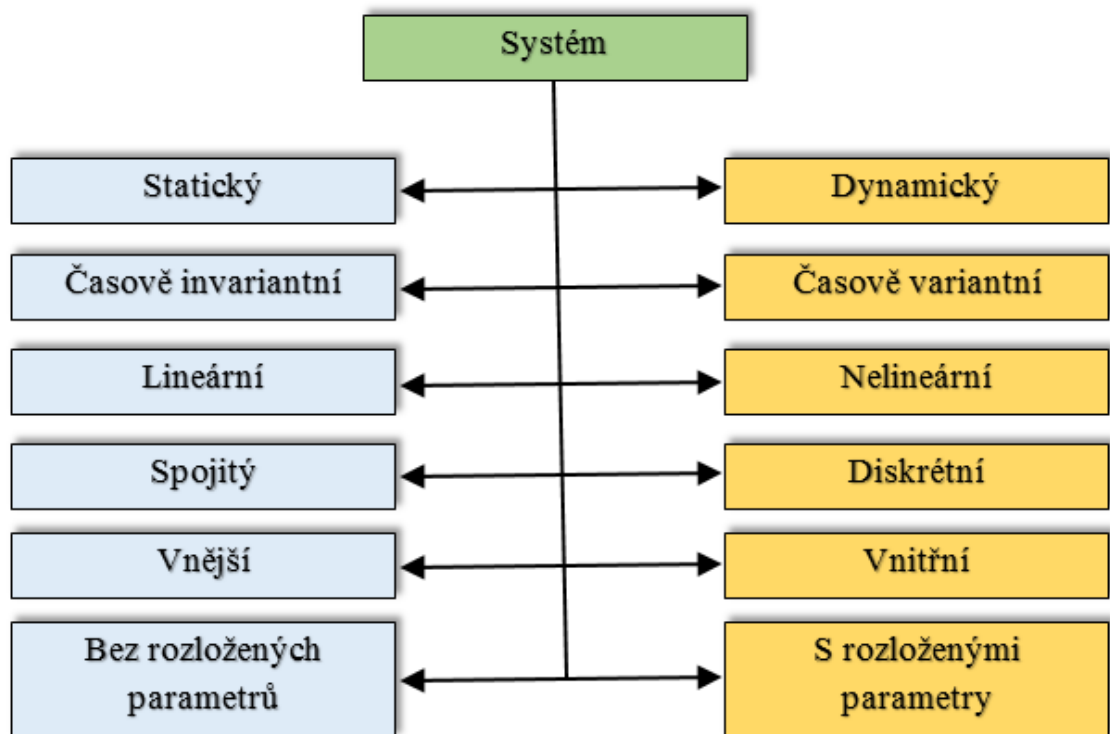
1.1 Klasifikace modelů

Z hlediska vazby mezi poznáním teoretickým a experimentálním jsou děleny na:

- **interní**, existující v mysli člověka jako abstraktní pojem (konceptuální modely),
- **externí**, které jsou konkretizací konceptuálních modelů, a to s ohledem na vztah modelu k subjektu, který jej vytváří.

Z hlediska zorného úhlu použitých výrazových prostředků jsou tříděny modely na:

- **materiální**
- **abstraktní** [1]



Obrázek 1 – Klasifikace systémů

Z hlediska časového jsou děleny matematické modely na:

- **statický** – systém, v jehož algebraických rovnicích nevystupuje jako nezávisle proměnná čas.
- **Dynamický** – systém, jehož vazby mezi vstupem a výstupem jsou popsány diferenciálními, nebo diferenčními rovnicemi (viz. Statický × Dynamický systém). Stav systému je v závislosti na čase proměnný.

Podle závislosti na čase:

- **Časově variantní** – také označováno jako nestacionární systémy. Chování takového systému závisí na časovém intervalu při daném vstupu. Pro představu se jedná o tepelný výměník, ve kterém probíhají přechodové děje, než je systém ustálený na jednotné hodnotě.
- **Časově invariantní** – také označováno jako stacionární systémy. Stav takového systému se v závislosti na čase nemění.

Podle principu superpozice (spojitosti) z hlediska linearity:

- **Lineární** – Jestliže $f(x) = 0$ a zároveň $f(y) = 0$, pak platí, že $f(x + y) = 0$

- **Nelineární** – U tohoto systému neplatí princip superpozice. Tedy pokud $f(x) = 0$ a zároveň $f(y) = 0$, není zaručeno, že $f(x + y) = 0$.

Vzhledem ke spojitosti systémů jsou děleny na:

- **Spojité** – Všechny veličiny mají v každém čase danou hodnotu. Jejich předepsaná funkce je spojitá, není jakkoli přerušena.
- **Diskrétní** - Tyto systémy mají tzv. diskrétní skoky. Nejsou definovány spojitě, ale po vzorkované době. Např. u výpočetní techniky z hlediska vzorkování a kvantování.

Vzhledem k vazbám mezi vstupy a výstupy:

- **Vnitřní** – Takové modely systému se nazývají jako „stavové“. Při vnějším popisu systému jsou klasifikovány pouze vstupně-výstupní systém, ale u vnitřního (stavového) popisu jsou klasifikovány také vnitřní stavy celého systému. Běžný zápis stavového popisu systému:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t) \\ y(t) &= C(t) \cdot x(t) + D(t) \cdot u(t) \end{aligned} \quad (1.1)$$

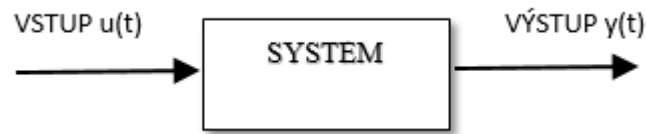
- **Vnější** – Zde je popisován pouze vstup-výstup.

Podle rozložení parametrů:

- **Bez rozložených parametrů** – Jedná se o homogenní systémy, kde nezáleží na popisu objektu v konkrétní rovině, nebo prostoru.
- **S rozloženými parametry** – systémy nehomogenní, kde záleží na pozici v rovině nebo prostoru. Například teplota vody v nádrži, kde je u stěny chladnější voda než uprostřed vlivem ochlazování přes stěnu nádrže.

1.2 Modelování systému

Při zkoumání různých zařízení (systémů) je třeba vytvořit jejich model, který co nejpřesněji popisuje jeho chování (výstup) vzhledem k nějaké příčině (vstupu). To z toho důvodu, že testování na skutečném zařízení může vést k jeho poškození při dosažení mezních situací, kterým je schopen odolat. Takový model je pak konstruován běžně blokově, jehož schéma pak vypadá následovně:



Obr. 2. blokové schéma modelovaného systému

Popis systému je tvořen pomocí diferenciálních rovnic v t -oblasti.



Obr 3. blokové schéma modelu systému

Takový model je pak běžně popisován vstupně-výstupně jako přenos systému $G(s)$, což je poměr Laplaceových obrazů výstupu ku Laplaceovým obrazům vstupu a platí, že $Y = F(U)$.

Zápis přenosu systému je pak:

$$G(s) = \frac{L\{u(t)\}}{L\{y(t)\}} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} \quad (2.1)$$

Podle stupně polynomu m , resp. n je vyjádřen::

Řád systému:

$$\begin{aligned} \deg a(s) &= n \\ \deg b(s) &= m \end{aligned} \quad (2.2)$$

Ryzost systému (fyzikální realizovatelnost):

$n > m$ - systém je striktně ryzí

$n \geq m$ - systém je ryzí

Při popisu vnitřním je systém popsán tzv. stavovým popisem, který je výhodný u MIMO systémů:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t) \\ y(t) &= C(t) \cdot x(t) + D(t) \cdot u(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Kde A , B , C , D jsou časově proměnné matice konstant. Takový systém je potom lineární časově variantní.

Matice A – nejdůležitější matice stavového popisu. Nazývá se matice systému, která určuje stabilitu systému, jeho kmitavost apod.

Matice B – Váhová matice vstupu

Matice C – Váhová matice výstupu.

Matice D – pro striktně ryzí systémy $D = 0$

Pro lineární časově invariantní systémy je pak takový stavový popis zjednodušen na tvar:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) &= C \cdot x(t) + D \cdot u(t)\end{aligned}\tag{2.4}$$

Z takového popisu je pak vyjádřen přenos $G(s)$ pomocí několika matematických operací včetně Laplaceovy transformace:

$$\begin{aligned}s \cdot X(s) - x(0) &= A \cdot X(s) + B \cdot U(s) \\ Y(s) &= C \cdot X(s) + D \cdot U(s) \\ x(0) &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s \cdot X(s) - A \cdot X(s) &= B \cdot U(s) \\ (sI - A) \cdot X(s) &= B \cdot U(s) \\ X(s) &= (sI - A)^{-1} \cdot B \cdot U(s)\end{aligned}\tag{2.5}$$

$$\begin{aligned}Y(s) &= C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B \cdot U(s) + D \cdot U(s) \\ Y(s) &= [C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D] \cdot U(s) \\ G(s) &= \frac{Y(s)}{U(s)} = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D\end{aligned}$$

2 EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE

V případě experimentální identifikace je důležitá volba budicího signálu, který bude přiveden na vstup zkoumaného objektu a budou sledovány jeho reakce. Volba tohoto signálu je velice náročná. V prvním případě tyto jsou tyto signály rozděleny na přirozené a uměle vytvořené, čímž vzniká rozdělení na pasivní a aktivní experiment a dále podle dalších charakteristik (časové, frekvenční, statistické,...) na [1]:

➤ **Deterministické**

- Periodické – zde patří např. harmonický průběh, lichoběžníkový průběh, pravouhlý průběh
- Aperiodické – Do této skupiny jsou řazeny např. jednotkový impuls, jednotkový skok (skoková funkce) aj.

➤ **Náhodné**

- Stacionární
- Nestacionární

➤ **Pseudonáhodné**

- Dvuhladinové
- Vícehladinové

Po vhodně zvoleném vstupním signálu je zkoumáno a zaznamenáváno chování objektu na výstupu a následuje parametrizace – určení parametrů modelu.

Tím vzniká další důležité rozhodování o volbě vhodného typu modelu. Ten by měl co nejlépe vystihovat vlastnosti skutečného systému.

Pro deterministický systém platí, že při dané vstupní hodnotě a okamžitém stavu, je možno ihned přesně určit výstupní signál. U stochastických systémů tomu tak není. Ve své podstatě je každý reálný systém stochastický, který je ovlivňován rušivou složkou tzv. bílý šum.

Je třeba zavést omezující předpoklady:

- Objekt je lineární
- Všechny signály, jak vstupní, tak výstupní, včetně poruchového „bílého šumu“ jsou stacionární – bílý šum je stacionární
- U výstupních signálů se nevyskytuje žádná chyba v měření

Vstupně výstupní vztahy jsou běžně popsány diferenční rovnicí ve tvaru [2]:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a) = b_1 u(t-1) + \dots + b_{n_b} u(t-n_b) + e(t) \quad (3)$$

V diskrétní podobě pak ve tvaru:

$$y(k) = f[y(k-1), y(k-2), \dots, u(k-d-1), u(k-d-2), \dots, k] \quad (4)$$

Hodnoty $y(k)$ a $u(k)$ jsou pak posloupnosti vstupních a výstupních veličin, které jsou vzorkovány s danou periodou v čase T a proměnná d značí počet kroků dopravního zpoždění.

Vystupuje zde také závislost proměnné $y(k)$, která je ovlivněna předcházejícími výstupy a zároveň $u(k)$, která je ovlivněna předcházejícími vstupy. Pro tuto závislost existuje označení jako hloubka paměti nebo také řád modelu.

$\{y(k-i)\}_{i=1}^{n_a}$ Kde n_a je počet předcházejících výstupů

$\{u(k-i)\}_{i=1}^{n_b}$ Kde n_b je počet předcházejících vstupů [1]

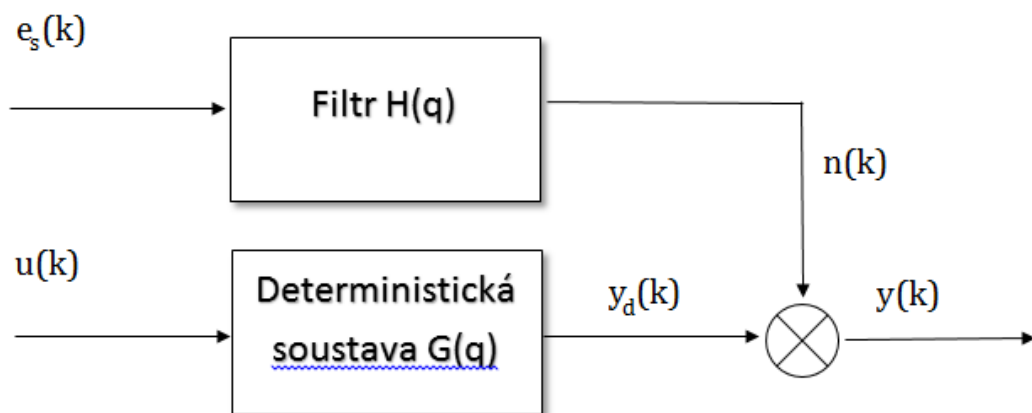
2.1 Obecný lineární model:

$$y(k) = G(q)u(k) + H(q)e_s(k)$$

$$G(q) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})F(q^{-1})}$$

$$H(q) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})D(q^{-1})}$$

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})F(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})D(q^{-1})}e(k)$$



Obrázek 4 - Obecná struktura lineárního modelu [1]

2.2 Volba budících signálů pro experimentální identifikaci

Vstupní signál musí být fyzikálně realizovatelný, nesmí být korelovaný s ostatními signály a zároveň nesmí rušit provozní zařízení, které podstupuje identifikaci.

Signál musí také odpovídat typu identifikovaného objektu z hlediska stochastičnosti nebo determinismu [1].

2.2.1 Bílý šum

Jedná se o ideální vstupní signál, který obsahuje rovnoměrné spektrum všech frekvencí, které pak dokonale vyšetří celý objekt.

Autokorelační funkce je dána vztahem:

$$R_{uu}(\tau) = S_0 \delta(\tau) \quad (5)$$

Kde S_0 je konstanta a $\delta(\tau)$ je Diracův impuls v počátku [1].

Výkonová spektrální hustota je pak dána vztahem:

$$S_{uu}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{2T} |U_T(j\omega)|^2 \right] \quad (6)$$

Tím lze určit výkonovou spektrální hustotu protože:

$$S_{uu}(\omega) = \int_0^{\infty} R_{uu}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (7)$$

$$S_{uu}(\omega) = S_0 \int_0^{\infty} \delta(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (8)$$

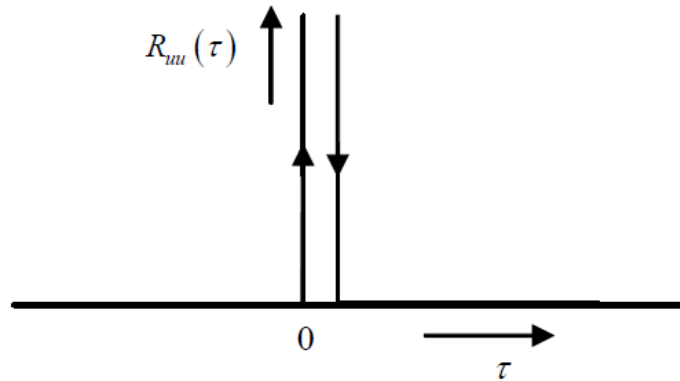
Protože platí pro Fourierovu transformaci Diracova impulsu $\delta(\tau)$ rovnice:

$$F\{\delta(\tau)\} = \int_0^{\infty} \delta(\tau) e^{-j\omega\tau} dt \quad (9)$$

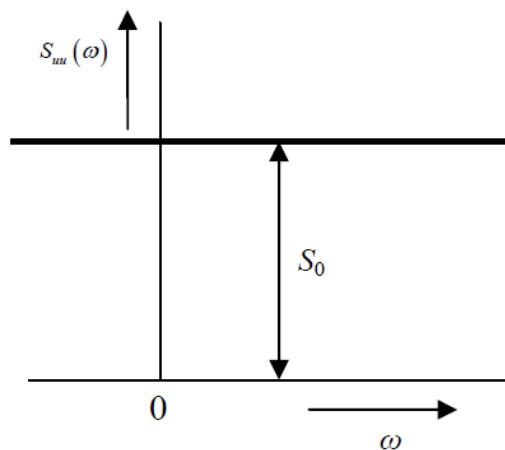
[1]

Lze získat:

$$S_{uu}(\omega) = S_0 \quad (10)$$



Obrázek 5 – Autokorelační funkce bílého šumu [1]



Obrázek 6 – Výkonová spektrální hustota bílého šumu [1]

Generátor, který by byl zdrojem takového signálu, by měl nekonečně vysoký výkon, a zároveň by měl zastoupeny všechny frekvence ω ve výkonovém spektru od $-\infty$ do ∞ se stejnou energií S_0 [1].

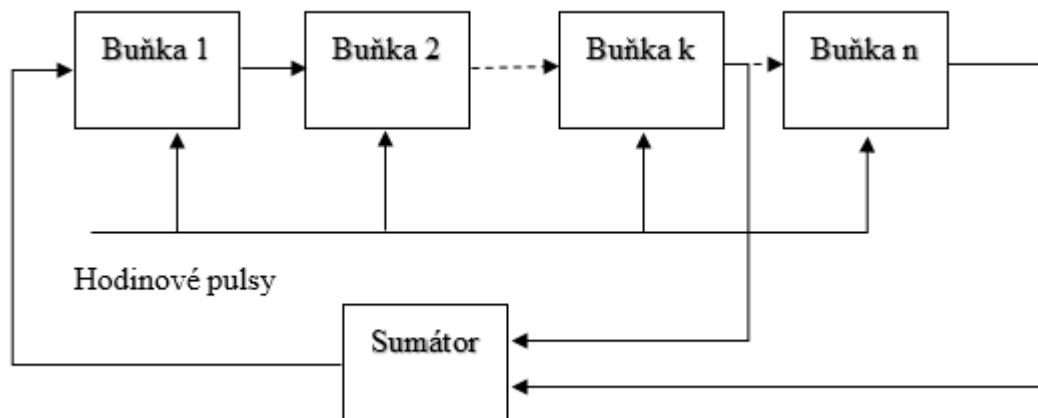
2.2.2 Pseudonáhodný binární signál

Jedná se o determinovaný periodický signál $y(t)$. Tento signál může nabývat pouze hodnot $y = u$ nebo $y = -u$. K přechodům může docházet pouze v celistvých násobcích časového intervalu T . Tato časová konstanta T lze také nazvat jako perioda vzorkování [9].

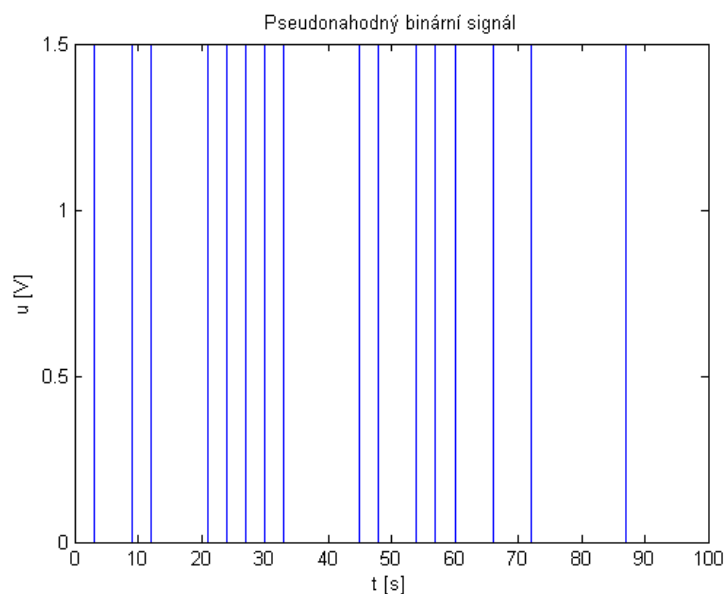
Pro jednotlivé hodnoty pseudonáhodného signálu platí:

$$y_k = y(t) \text{ pro } kT \leq t < (k+1)T \quad (11)$$

Takový signál lze vytvořit pouze požitím číslicových prvků s takovými parametry, že reálný objekt není schopen rozeznat periodu opakované posloupnosti spektrální diskretnosti vzhledem ke svojí setrvačnosti. Podle použití algoritmu lze pak celistvou periodu měnit tzn. Prodlužovat nebo zkracovat. Tím se pak takový signál blíží konstantní výkonovou spektrální hustotou pro všechny frekvence bílému šumu [9] [1].



Obrázek 7 – Blokové schéma generátoru pseudonáhodného binárního signálu [1]



Obrázek 8 – Průběh pseudonáhodného binárního signálu

Perioda posloupnosti výstupních binárních hodnot:

$$T_G = N\Delta t \quad (12)$$

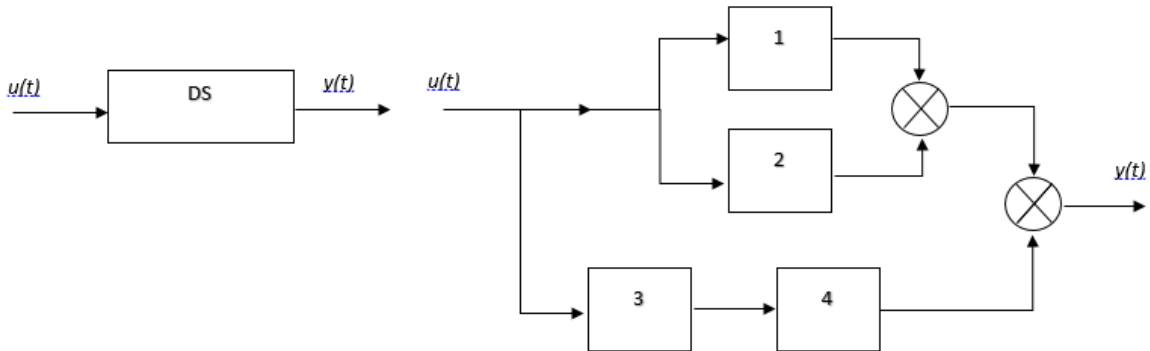
N je zde bezrozměrná perioda a Δt udává interval hodinových impulsů.

Autokorelační funkce pseudonáhodného binárního signálu:

$$a^2 \left[1 - \frac{|\tau|}{\Delta t} \frac{N+1}{N} \right] \text{ pro } 0 \leq |\tau| < \Delta t$$
$$R_{uu} \leq -\frac{a^2}{N} \text{ pro } \Delta t \leq |\tau| \leq (N-1)\Delta t \quad [1]$$
(13)

3 METODY EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE

Pro správnou identifikaci je nutné rozložit složitý systém na jednotlivé subsystémy, jejichž identifikaci lze realizovat.



Obrázek 9 – Blokové schéma rozložení složitého systému na subsystémy

Aby bylo možné modely podsystému vytvořit, je vyžadován vhodný výběr technického vybavení, volby správných vstupních a výstupních veličin subsystémů a měření vzájemně si odpovídajících vstupních a výstupních dat.

Při volbě metody identifikace je nutné si uvědomit, jaký druh modelu je požadován. Zda se bude jednat o diferenciální rovnici, což koresponduje se spojitým přenosem, model ve tvaru diferenční rovnice neboli diskrétního přenosu. Dále pak může jít o model ve tvaru frekvenční, nebo impulsové charakteristiky.

Nejčastěji používanou metodou je jednorázová metoda nejmenších čtverců (MNC), která lze použít jak implicitně, tak explicitně na zkoumaný objekt. Zároveň jsou využívány její různé modifikace.

3.1 Jednorázová metoda nejmenších čtverců (MNC)

Metoda nejmenších čtverců patří mezi metody regresní analýzy uvažující jednorozměrný stochastický proces, který je popsán modelem ARX (AutoRegressive with eXogenous input). Jsou vhodné pro identifikaci statických a dynamických vztahů v rámci vyšetřovaného objektu [8] [1].

V případě dosazení do obecného lineárního modelu za podmínek, že $C = D = F = 1$ lze získat podmínku, že vektor dat a vektor parametrů bude rozměrově $n_z = 2n$, kde n je počet prvků vektoru.

$$\theta^T(k) = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n] \quad (14)$$

$$\varphi^T(k-1) = [-y(k-1), -y(k-2), \dots, y(k-n), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-n)] \quad (15)$$

Jak název metody nejmenších čtverců napovídá, jedná se o získání minimálního součtu kvadrátů chyby $e(k)$. čímž jsou získány odhady parametrů \hat{a}_i :

$$J = \sum_{k=1}^N e^2(k) = \sum_{k=1}^N \left[y(k) - \sum_{i=1}^r a_i f_i(k) \right]^2 \quad (16)$$

Postupným dosazováním naměřených hodnot lze získat soustavu N rovnic, která je ve tvaru:

$$\begin{aligned} y(1) &= a_1 f_1(1) + a_2 f_2(1) + \dots + a_r f_r(1) + e(1) \\ y(2) &= a_1 f_1(2) + a_2 f_2(2) + \dots + a_r f_r(2) + e(2) \\ &\vdots \\ y(N) &= a_1 f_1(N) + a_2 f_2(N) + \dots + a_r f_r(N) + e(N) \end{aligned} \quad (17)$$

Výstupní veličiny v jednotlivých vzorkovaných okamžicích pak můžeme vyjádřit pomocí maticové rovnice:

$$y = F\theta + e \quad (18)$$

Vektor matice y a e má rozměr $(N-n)$ a tvar:

$$y^T = [y(n+1), y(n+2), \dots, y(N)] \quad (19)$$

$$e^T = [e_s(n+1), e_s(n+2), \dots, e_s(N)] \quad (20)$$

Matice F má rozměr $(N-n; 2n)$ a tvar:

$$F = \begin{bmatrix} -y(n) & -y(n-1) & \dots & -y(1) & u(n) & u(n-1) & \dots & u(1) \\ -y(n-1) & -y(n) & \dots & -y(2) & u(n+1) & u(n) & \dots & u(2) \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \dots & -y(N-n) & u(N-1) & u(N-2) & \dots & u(N-n) \end{bmatrix} \quad (21)$$

N je hodnota, která vyjadřuje počet naměřených vzorků [1]

Chyba e lze pak vyjádřit jako:

$$e = y - F\theta \quad (22)$$

Maticový tvar pro odhad metodou nejmenších čtverců lze pak získat:

$$\hat{\theta} = (F^T F)^{-1} F^T y$$

3.2 Metoda za použití hledání minima Nelder-Mead

Jedná se o využití iterativního způsobu řešení lineárního programování s názvem Downhill Simplex Method neboli Amoeba Method. Jedná se o simplexovou metodu, která postupuje od základního řešení a s každým krokem je dosaženo vyšší hodnoty účelové funkce, než byla v předchozím kroku. Algoritmus je terminován, pokud již nelze najít lepší řešení – je optimální [15].

Tuto techniku zavedl v roce 1965 John Nelder a Roger Mead. Používá koncept simplexu, který je speciálním polynomem s vrcholy $N + 1$ v N dimenzích. Jedná se o heuristickou metodu, která může snadno konvergovat k nestacionárním bodům, avšak je snadné ji používat a lze pomoci ní vyřešit nemalou část problémů v odvětví experimentální identifikace [12] [15].

Vzhledem k $n + 1$ vrcholům $x_i, i = 1 \dots n + 1$ a přidruženým hodnotám $f(x_i)$ jsou definovány následující koeficienty:

R	Reflexe (Reflection)
K	Kontrakce (Contraction)
E	Rozšíření (Expansion)
S	Smrštění (Shrinkage)

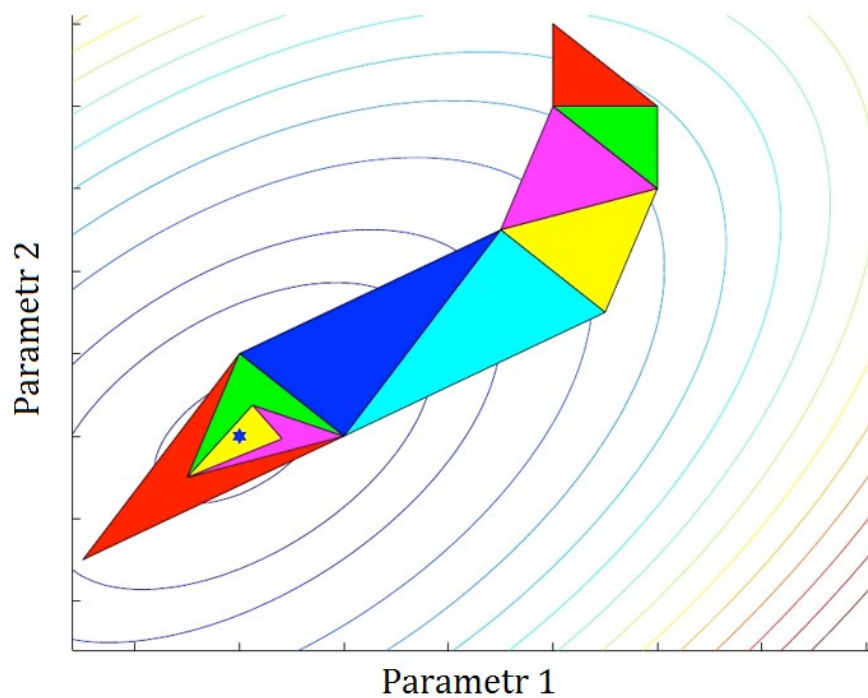
Snaha je o minimalizaci funkce $f(x)$, kde $x \in R^n$. Postup je následující:

1. **Order** – seřazení podle hodnoty funkce tak, aby vrcholy splnily:

$$f_1 < f_2 < \dots < f_{n+1}$$

2. **Calculate** – Výpočet $x_m = \sum x_i$. Jedná se o průměr všech bodů kromě nejhorších.
3. **Reflection** – Výpočet $x_r = x_m + R(x_m - x_{n+1})$ a vyhodnocení funkce $f(x)$. Následně dojde k zápisu x_r a ukončení iterace.
4. **Expansion** – Pokud $f_r < f_1$ a za předpokladu, že $x_e = x_m + K(x_r - x_m)$ je vyhodnoceno $f(x_e)$ je rozhodnuto, zda $f_e < f_r$, je přijato x_e . V opačném případě je přijato x_r a je ukončena iterace.
5. **Contraction** – Pokud $f_r > f_n$ je provedeno zkrácení vzdálenosti mezi vrcholy x_m a vhodnějším z x_r a x_{n+1} . Krok contraction je dále rozdělen na dvě možnosti:

- a. **Outside (Vnější)** – Pokud platí, že funkční hodnota $f_n < f_r < f_{n+1}$, je vypočítán nový vrchol $x_{oc} = x_m + K(x_r - x_m)$ kde x_{oc} je nový vrchol (Outside Corner). Pokud je funkční hodnota $f_{oc} < f_r$, je použit tento vrchol x_{oc} a ukončena iterace. Pokud $f_{oc} > f_r$, dojde ke smrštění (Shrink).
- b. **Inside (Vnitřní)** – Pokud platí, že funkční hodnota $f_r > f_{n+1}$, je vypočítána hodnota nového vrcholu $x_{ic} = x_m - K(x_m - x_{n+1})$, kde x_{ic} je nový vrchol (Inside Corner). Dojde k výpočtu funkční hodnoty pro $f(x_{ic})$. Pokud platí, že funkční hodnota $f_{ic} < f_{n+1}$, je použit nový vrchol x_{ic} a iterace je terminována. V opačném případě dojde ke smrštění.
6. **Shrink** – Dojde k výpočtu funkčních hodnot v jednotlivých n bodech $v_i = x_i + S(x_i - x_1), i = 2, \dots, n+1$. Takto vzniknou jednotlivé vrcholy v_1, v_2, \dots, v_{n+1} [12] [15].



Obrázek 10 – Příklad průběhu algoritmu Nelder-Mead [12]

4 MATEMATICKÝ MODEL KMITAVÉHO SYSTÉMU

Matematický model dvourotorového kmitavého systému může být rozdělen na dvě části. Na část, která se pohybuje okolo horizontální osy pomocí rotoru uloženého paralelně s touto osou a na část, která se pohybuje kolem vertikální osy díky rotoru uloženému perpendikulárně na horizontální osu [8].

4.1 Horizontálně uložený rotor

První z rotorů, tedy horizontální, zajišťuje elevaci ve vertikálním směru. Jedná se o kyvadlo, jehož moment síly vytváří vrtule rotačním pohybem [8].

Vychází z Newtonova pohybového zákona:

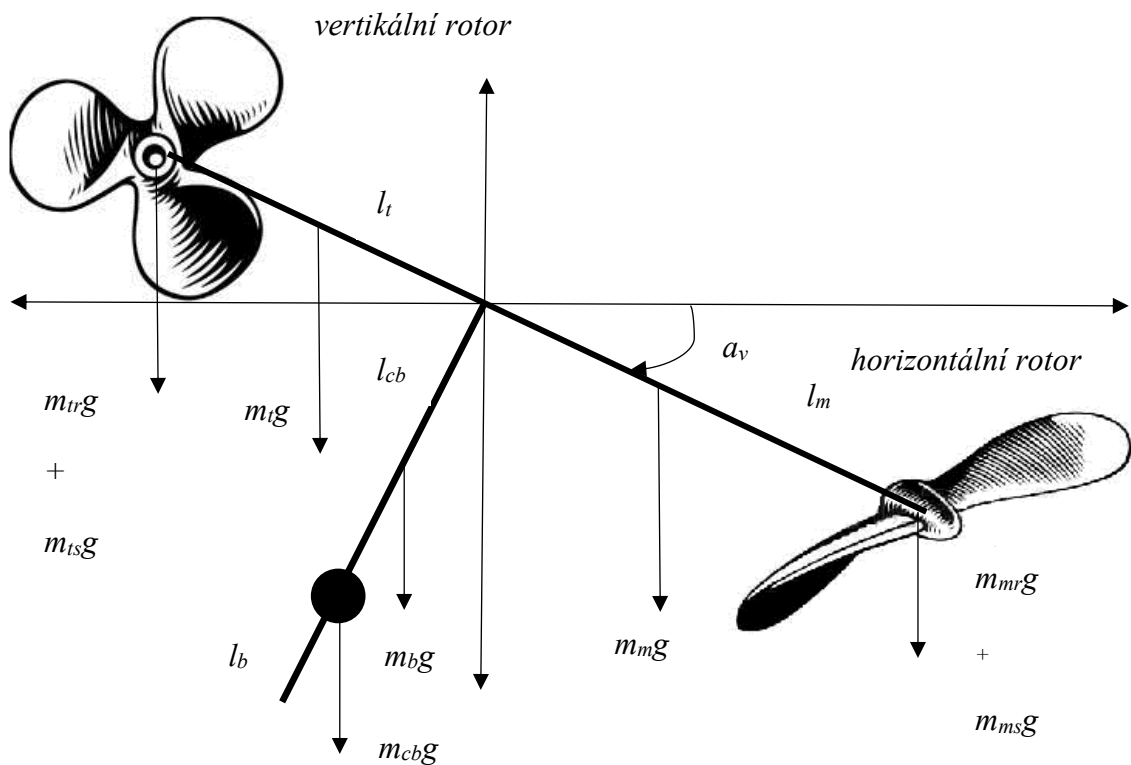
$$M_v = J_v \frac{d^2 a_v}{dt^2} \quad (23)$$

M_v zde vystupuje jako celkový moment síly ve vertikální rovině. J_v je součet všech momentů [8]

setrvačnosti a_v je elevace ramena, na němž je upevněn rotor. Potom zde platí:

$$M_v = \sum_i^4 M_{vi} \quad (24)$$

$$J_v = \sum_i^8 J_{vi} \quad (25)$$



Obrázek 11 – Rozložení sil kmitavého systému

Význam jednotlivých označení:

- m_{mr} Hmotnost horizontálně uloženého rotoru
- m_{ms} Hmotnost tepelné ochrany horizontálně uloženého rotoru
- m_m Hmotnost ramene, na kterém je upevněn horizontálně uložený rotor
- l_m Délka ramene k horizontálně uloženému rotoru od osy otáčení
- m_{tr} Hmotnost vertikálně uloženého rotoru
- m_{ts} Hmotnost tepelné ochrany vertikálně uloženého rotoru
- m_t Hmotnost ramene k vertikálně uloženému rotoru
- l_t Délka ramene k vertikálně uloženému rotoru od osy otáčení
- m_{cb} Hmotnost protizávaží
- m_b Hmotnost ramene, kde je upevněno protizávaží
- l_{cb} Délka ramene protizávaží od os otáčení
- l_b Celková délka ramene, kde je upevněno protizávaží

g Gravitační zrychlení [8]

Působení gravitačních sil může být popsáno jako:

$$M_{v1} = g \left\{ \left[\left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t - \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \right] \cos a_v - \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \sin a_v \right\} [8] \quad (26)$$

To může být také vyjádřeno jako:

$$M_{v1} = g[(A - B) \cos a_v - C \sin a_v] \quad (27)$$

Kde substituce A , B , C jsou:

$$A = \left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t \quad (28)$$

$$B = \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \quad (29)$$

$$C = \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \quad (30)$$

Moment horizontálně uloženého rotoru je ovlivněn jeho úhlovou rychlostí a tahem, který způsobuje vrtule rotoru.

$$M_{v2} = l_m F_v(\omega_m) [8] \quad (31)$$

ω_{mr} Úhlová rychlost horizontálně uloženého rotoru

F_v Tah rotoru

Momenty odstředivých sil jsou závislé na pohybu vertikální osy a mohou být poté popsány jako:

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 (A + B + C) \sin a_v \cos a_v \quad (32)$$

$$\Omega_h = \frac{d\alpha_h}{dt} \quad (33)$$

Ω_h je zde úhlová rychlost ramene, na kterém je upevněn vertikálně uložený rotor a α_h je potom azimut tohoto ramene [8].

Dále zde vystupuje moment tření, který působí v případě otáčení okolo horizontální osy:

$$M_{v4} = -\Omega_v k_v \quad (34)$$

$$\Omega_v = \frac{d\alpha_v}{dt} \quad (35)$$

Ω_v je úhlová rychlost otáčení kolem horizontální osy a k_v je konstanta tření.

Jednotlivé momenty setrvačnosti je poté možno vyjádřit jako:

$$J_{v1} = m_{mr} l_m^2 \quad (36)$$

$$J_{v2} = m_m \frac{l_m^2}{3} \quad (37)$$

$$J_{v3} = m_{cb} l_{cb}^2 \quad (38)$$

$$J_{v4} = m_b \frac{l_b^2}{3} \quad (39)$$

$$J_{v5} = m_{tr} l_t^2 \quad (40)$$

$$J_{v6} = m_t \frac{l_t^2}{3} \quad (41)$$

$$J_{v7} = \frac{m_{ms}}{2} r_{ms}^2 + m_{ms} l_m^2 \quad (42)$$

$$J_{v8} = m_{ts} r_{ts}^2 + m_{ts} l_t^2 \quad (43)$$

Vystupují zde konstanty r_{ms} a r_{ts} , což jsou poloměry tepelné ochrany rotorů [8].

4.2 Vertikálně uložený rotor

Dále je zde vertikálně umístěný rotor, který lze také popsat jako pohyb hmotného tělesa okolo vertikální osy v horizontální rovině pomocí Newtonova pohybového zákona:

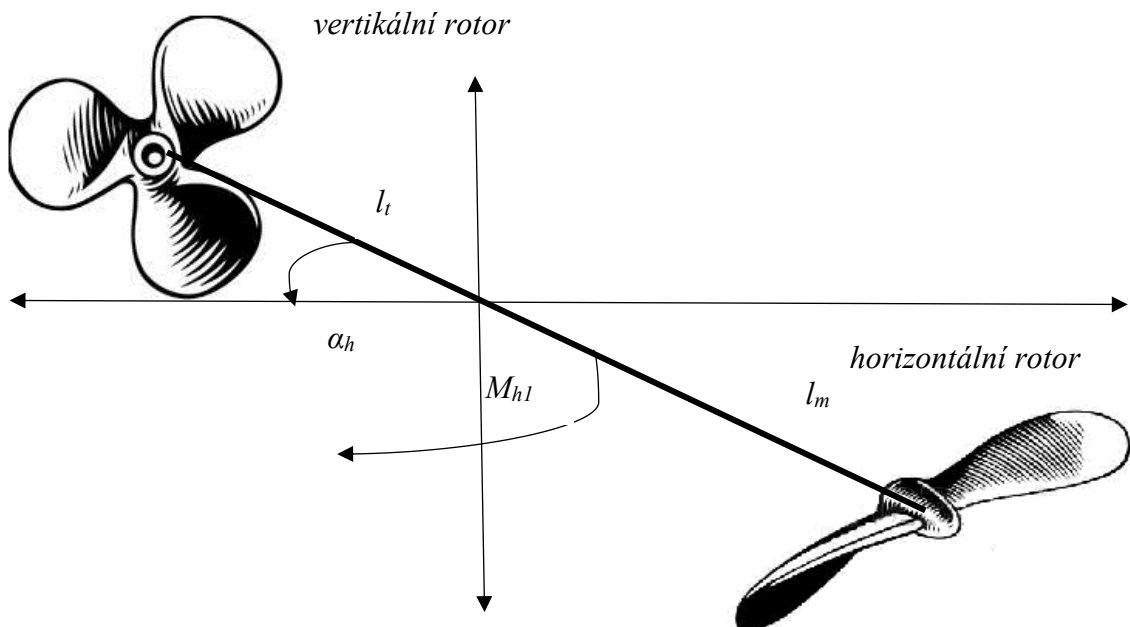
$$M_h = J_h \frac{d^2 a_h}{dt^2} \quad [8] \quad (44)$$

Moment setrvačnosti a tah rotoru je ovlivněn zároveň elevací horizontálně uloženého rotoru. M_h je zde celkový moment síly, který působí v horizontální rovině a součet všech momentů setrvačnosti, které působí ve vertikální rovině vzhledem k ose jsou značeny jako J_h [8].

Pak lze vyjádřit jako:

$$M_h = \sum_{i=1}^2 M_{hi} \quad (45)$$

$$J_h = \sum_{i=1}^8 J_{hi} \quad [8] \quad (46)$$



Obrázek 12 – Momenty sil působících na soustavu při pohledu shora

Tah ocasního motoru je popsán rovnicí:

$$M_{hl} = l_t F_h(\omega_t) \cos \alpha_v \quad (47)$$

Je zřejmé, že celkový moment vertikálně uloženého rotoru bude ovlivněn jeho otáčkami ω_t a jeho tahem F_h , které způsobují otáčení okolo vertikální osy v horizontální rovině.

Pro popis momentu tření platí rovnice:

$$M_{h2} = -\Omega_h k_h \quad (48)$$

k_h Konstanta tření

Jednotlivé momenty setrvačnosti vůči vertikální ose jsou pak popsány následujícími rovnicemi:

$$J_{h1} = \frac{m_m}{3} (l_m \cos \alpha_v)^2 \quad (49)$$

$$J_{h2} = \frac{m_t}{3} (l_t \cos \alpha_v)^2 \quad (50)$$

$$J_{h3} = \frac{m_b}{3} (l_b \sin \alpha_v)^2 \quad (51)$$

$$J_{h4} = m_{mr} (l_m \cos \alpha_v)^2 \quad (52)$$

$$J_{h5} = m_{tr} (l_t \cos \alpha_v)^2 \quad (53)$$

$$J_{h6} = m_{cb} (l_{cb} \sin \alpha_v)^2 \quad (54)$$

$$J_{h7} = m_{ms} r_{ms}^2 + m_{ms} (l_m \cos \alpha_v)^2 \quad (55)$$

$$J_{h8} = \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 + m_{ts} (l_t \cos \alpha_v)^2 \quad (56)$$

[8]

Celkový moment setrvačnosti lze pak popsat pomocí substituce jako:

$$J_h = D \sin^2 \alpha_v + E \cos^2 \alpha_v + F \quad (57)$$

Jednotlivé substituce pak vyjadřují:

$$D = \frac{m_b}{3} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \quad (58)$$

$$E = \left(\frac{m_m}{3} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m^2 + \left(\frac{m_t}{3} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t^2 \quad (59)$$

$$F = m_{ms} r_{ms}^2 + \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 \quad (60)$$

[8]

4.3 Pohybová rovnice

Výsledné pohybové rovnice momentů hybnosti dvourotorové soustavy v obou osách S_v a S_h lze potom psát jako:

$$\frac{dS_v}{dt} = \frac{g[(A-B)\cos\alpha_v - C\sin\alpha_v] + l_m F_v(\omega_m) - \Omega_h^2(A+B+C)\sin 2\alpha_v - \Omega_v k_v}{J_v} \quad (61)$$

$$\frac{dS_h}{dt} = \frac{l_t F_h(\omega_t)\cos\alpha_v - \Omega_h k_h}{J_h} = \frac{l_t F_h(\omega_t)\cos\alpha_v - \Omega_h k_h}{D\sin^2\alpha_v + E\cos^2\alpha_v + F} \quad (62)$$

[8]

II. PRAKTICKÁ ČÁST

5 TWIN ROTOR MIMO SYSTÉM

Pro tuto úlohu byl použit Twin Rotor MIMO Systém od firmy Feedback, který simuluje chování reálného vrtulníku ukotveného na stojanu, který mu dovoluje pohyb jak ve vertikálním, tak horizontálním směru, který je způsoben otáčením DC motorů osazených vrtulí na každém z konců ramen. Tyto rotory jsou na sebe v prostoru perpendikulárně ustaveny. V místě ukotvení na stojan je také upevněno závaží, které dostává model do vodorovné polohy v případě klidového stavu.

Ramena jsou vybavena inkrementálními optickými snímači, které měří polohu azimutu, nebo elevace. Snímač pro vyhodnocení elevace má rozsah 720 jednotek, které odpovídají výchylce $+60^\circ$ a -60° . Snímač pro měření azimutu má rozsah 1830 jednotek, což odpovídá 345° . Úhel natočení je logicky omezen ve svém rozsahu z důvodu kabeláže, která je přivedena jako napájení rotorů.

Motory jsou ovládány stejnosměrným napětím. Rozsah napětí, které může být přivedeno na jednotlivé motory je 0 – 5V, přičemž od 0V do 2.5V se motor točí na jednu stranu, cca 2.5V je klidová poloha (motor se netočí) a od 2.5V do 5V se motor točí na druhou stranu.



Obrázek 13 – Twin Rotor MIMO System

6 STATICKÁ CHARAKTERISTIKA

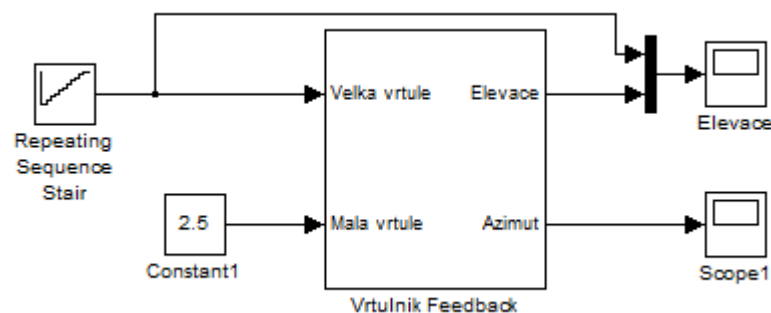
Před použitím jednotlivých metod pro identifikaci systému je potřeba najít vhodné pracovní body díky naměřené statické charakteristice. Byla měřena elevace ramena s horizontálně uloženým rotorem.

Přivedené vstupní napětí je přes převodní kartu upraveno tak, aby ovlivňovalo otáčky rotoru ve směru otáčení v obou směrech a to tak, že při 0V se rotor otáčí maximální úhlovou rychlostí ve směru s přítlakem vrtule dolů. Se zvyšováním napětí rotor zpomaluje a při hodnotě 2.5V se zastaví. Následným zvyšováním napětí nad 2.5V se rotor točí opačným směrem, což způsobuje zvedání ramene. Maximální hodnota je 5V, kdy je dosaženo nejvyšších otáček rotoru.

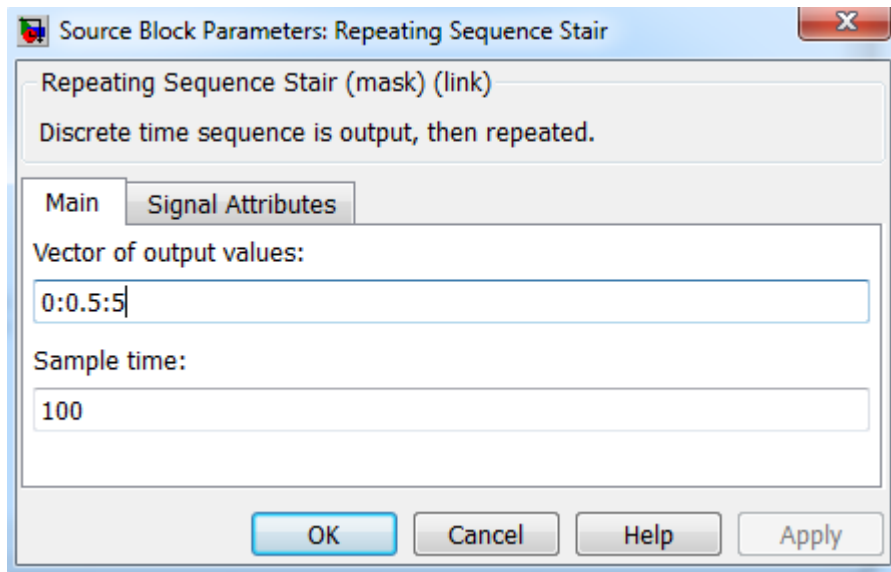
Elevace ramena je omezena z obou směrů dorazy, které zkreslují měření systému a jeho identifikaci, při jejichž dosažení.

Pro měření soustavy bylo použito prostředí Simulink, které je součástí softwaru MATLAB. Hlavním členem je black-box s názvem Vrtulník Feedback, který je vybaven dvěma vstupy pro ovládání vertikálně a horizontálně uloženého rotoru a dvěma výstupy. První výstup je pro vyhodnocení elevace ramene a druhý pro měření azimutu soustavy rotorů.

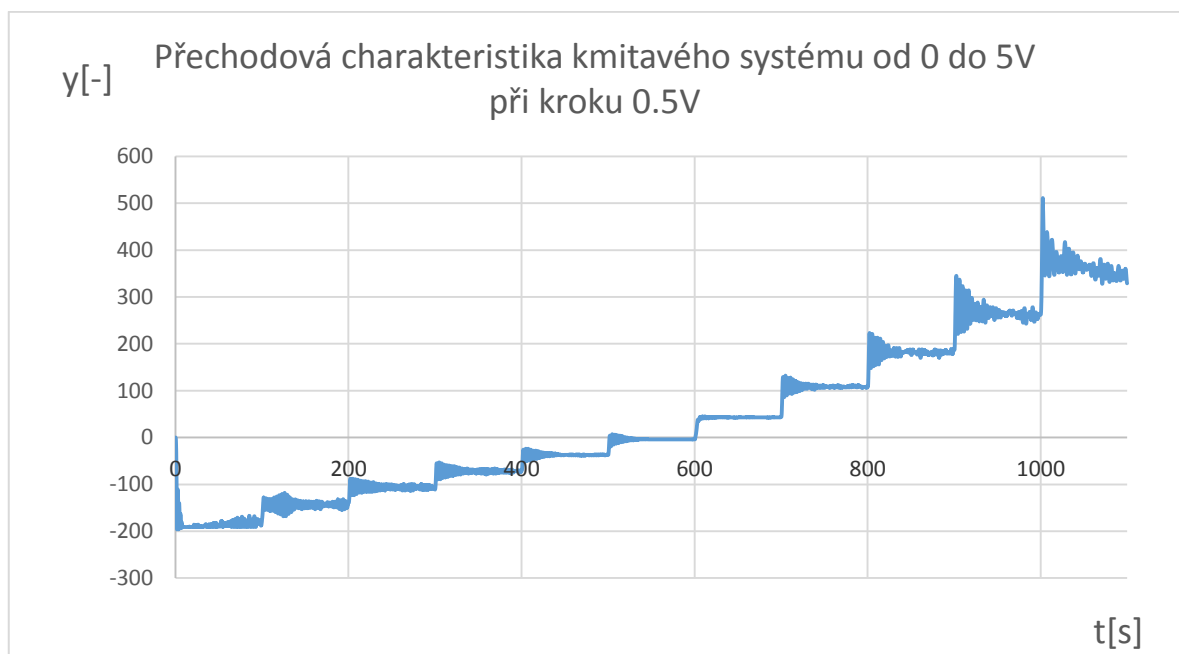
Na vstup vertikálně uloženého rotoru byla přivedena vstupní hodnota 2.5V pro zastavení vrtule. Správně změřené statické charakteristiky bylo docíleno umístěním bloku Repeating Stair Sequence na vstup s horizontálně uloženým rotorem pro dosažení schodovité posloupnosti vstupního napětí. Toto napětí bylo postupně zvyšováno od 0V po 5V se skokem 0.5V a prodlevou 100 sekund. V dalším měření pak bylo napětí od 5V snižováno se skokem 0.5V až na hodnotu 0V.



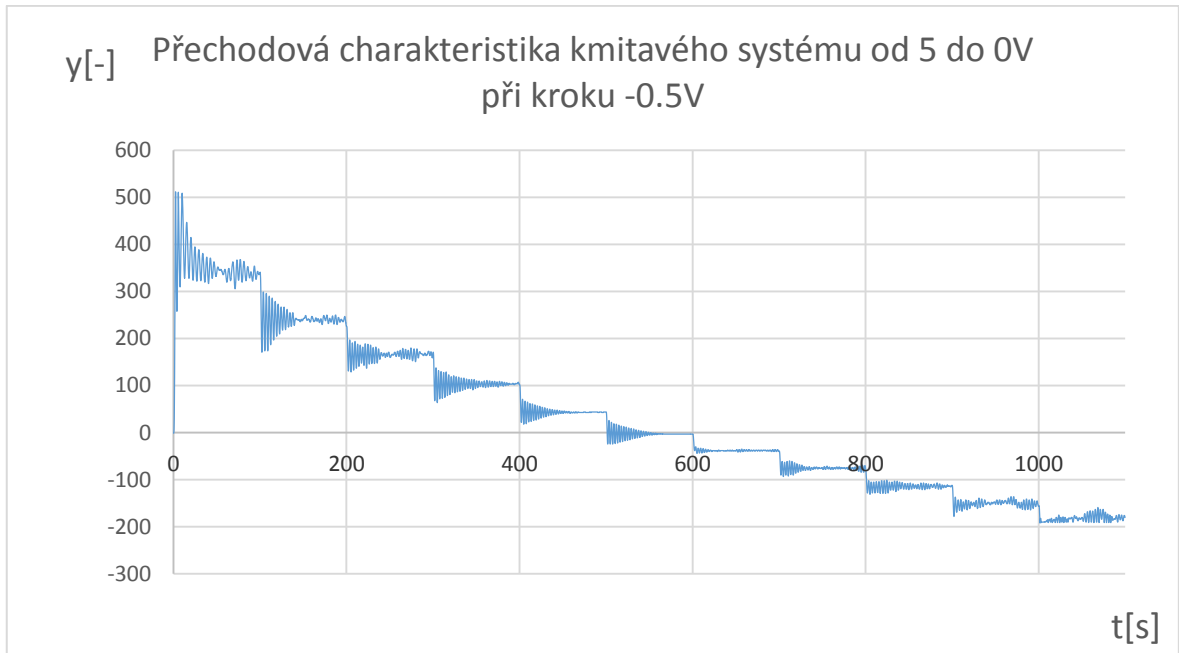
Obrázek 14 - Simulační schéma pro měření statické charakteristiky



Obrázek 15 - Nastavení vstupních hodnot pro ovládání otáček horizontálního rotoru



Obrázek 16 - Naměřená přechodová charakteristika systému při zvyšování vstupního napětí

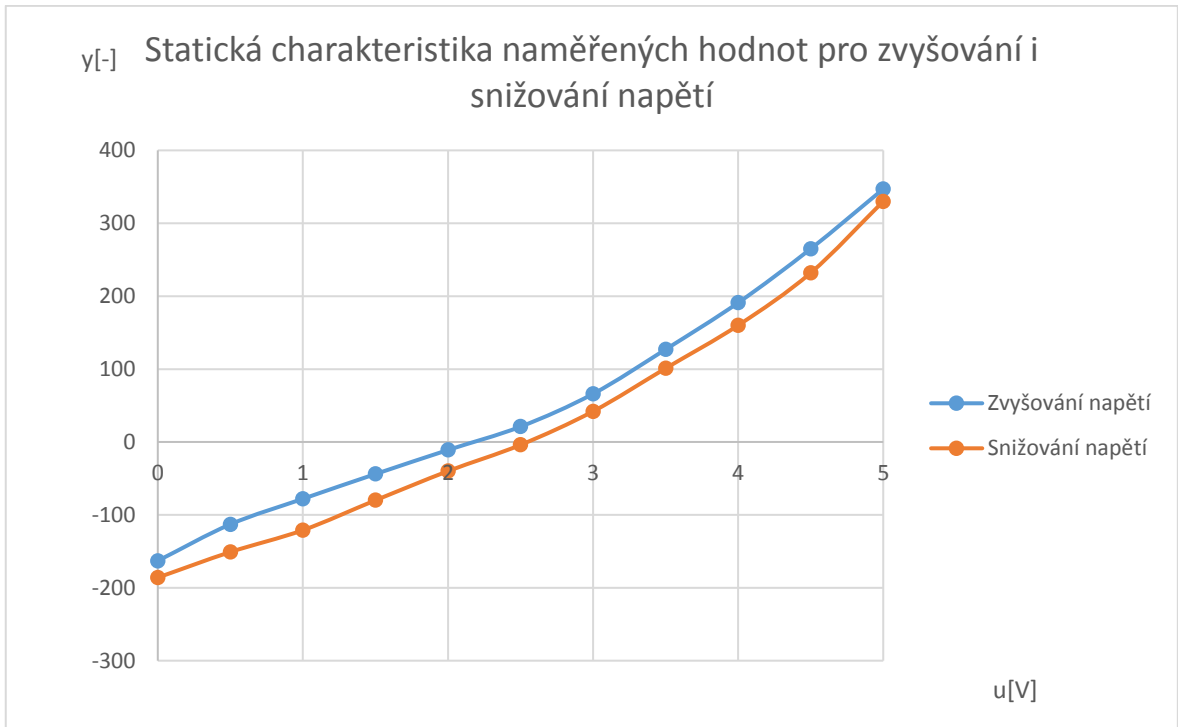


Obrázek 17 - Naměřená přechodová charakteristika systému při snižování vstupního napětí

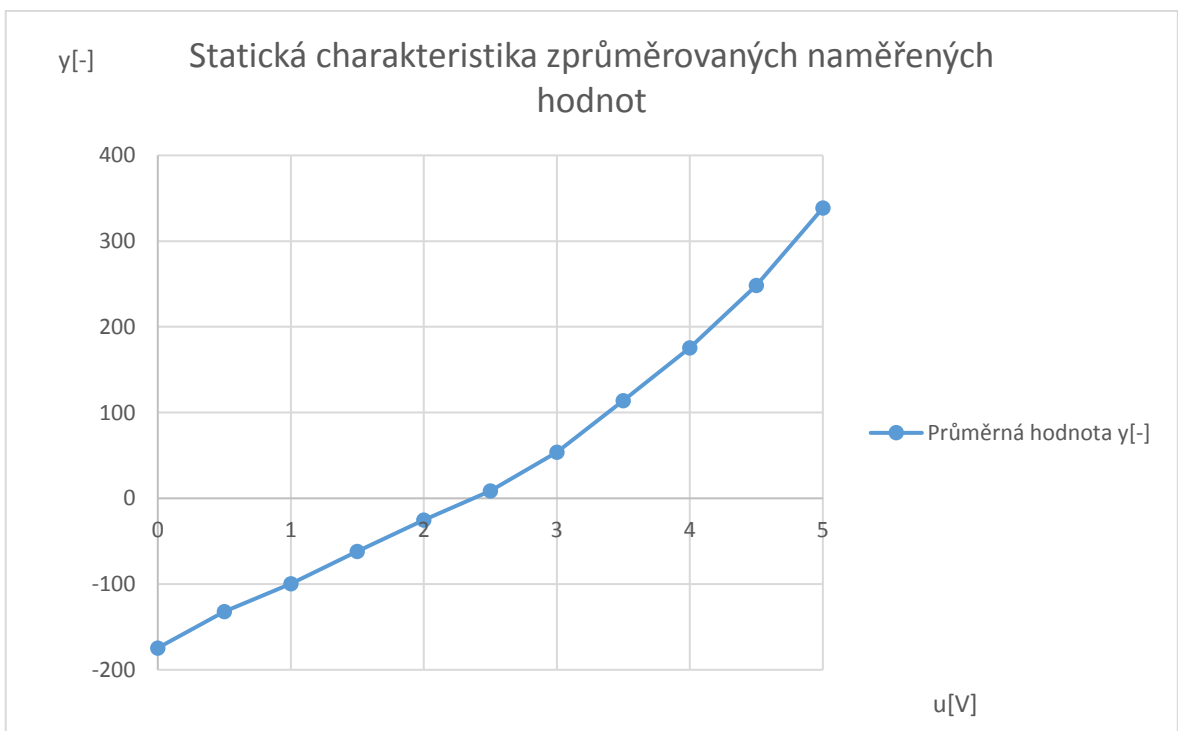
Z těchto naměřených přechodových charakteristik byla vytvořena tabulka ustálených naměřených hodnot systému, které byly následně zprůměrovány.

Vstupní napětí	Ustálená hodnota při zvyšování napětí	Ustálená hodnota při snižování napětí	Průměrná hodnota
$u[V]$	$y[-]$	$y[-]$	$y[-]$
0	-163	-186	-174,5
0,5	-113	-151	-132
1	-78	-121	-99,5
1,5	-44	-80	-62
2	-11	-40	-25,5
2,5	21	-4	8,5
3	66	42	54
3,5	127	101	114
4	191	160	175,5
4,5	265	232	248,5
5	347	330	338,5

Tabulka 1 - Ustálené hodnoty systému pro jednotlivá měření

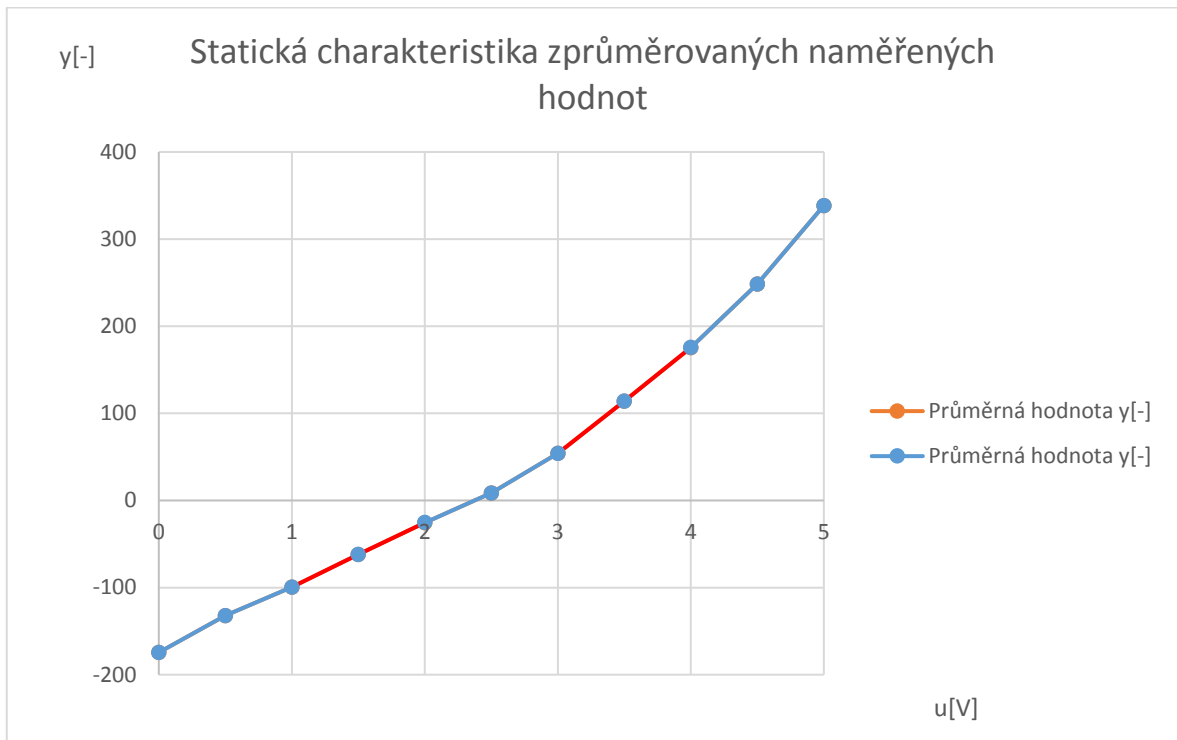


Obrázek 18 - Graf naměřených ustálených hodnot pro měření při zvyšování napětí a pro snižování napětí budícího signálu.



Obrázek 19 - Graf zprůměrovaných naměřených hodnot

Z grafu lze sledovat výraznou nelinearitu tohoto systému, bylo tedy třeba zvolit vhodný pracovní bod pro identifikaci. Byly tedy voleny body v lineární části pro 1V; 1.5V a 2V v oblasti rotoru točícího se na jednu stranu a body 3V; 3.5V a 4V pro rotor točící se opačným směrem.

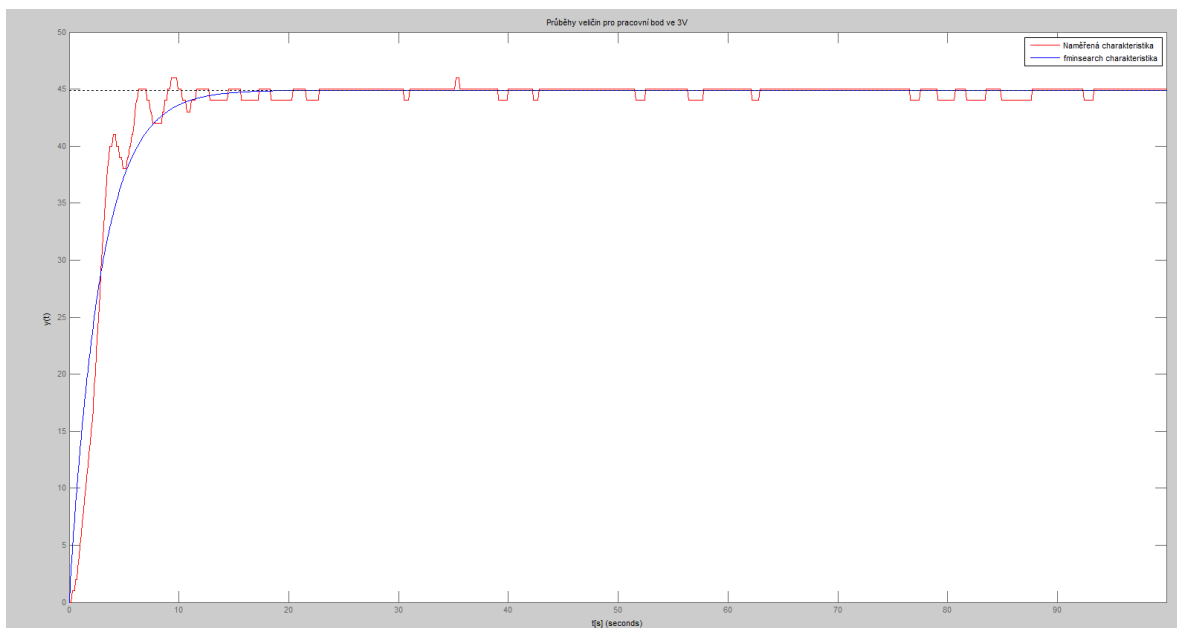


Obrázek 20 - vyznačení oblastí pro zvolené pracovní body v lineární oblasti

7 EXPLICITNÍ IDENTIFIKAČNÍ METODA POMOCÍ FUNKCE FMINSEARCH

Pro identifikaci systému byla použita funkce, která je již implementována do softwaru MATLAB s názvem `fminsearch`, která využívá metodu simplexu Nelder-Mead, a které bylo potřeba předat počáteční hodnoty pro správné určení hledaných parametrů, což odkazuje na heuristický přístup řešení z teoretické části, jako je první a druhá časová konstanta, zesílení, nebo poměrné tlumení.

Vhodným sestavením algoritmu bylo možné docílit výsledků v podobě spojitého přenosu popsaným Laplaceovým obrazem, výsledného grafu pro porovnání naměřených hodnot a přechodové charakteristiky identifikovaného systému, a zároveň směrodatné odchylky pro porovnání přesnosti identifikace.



Obrázek 21 – Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 3V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu

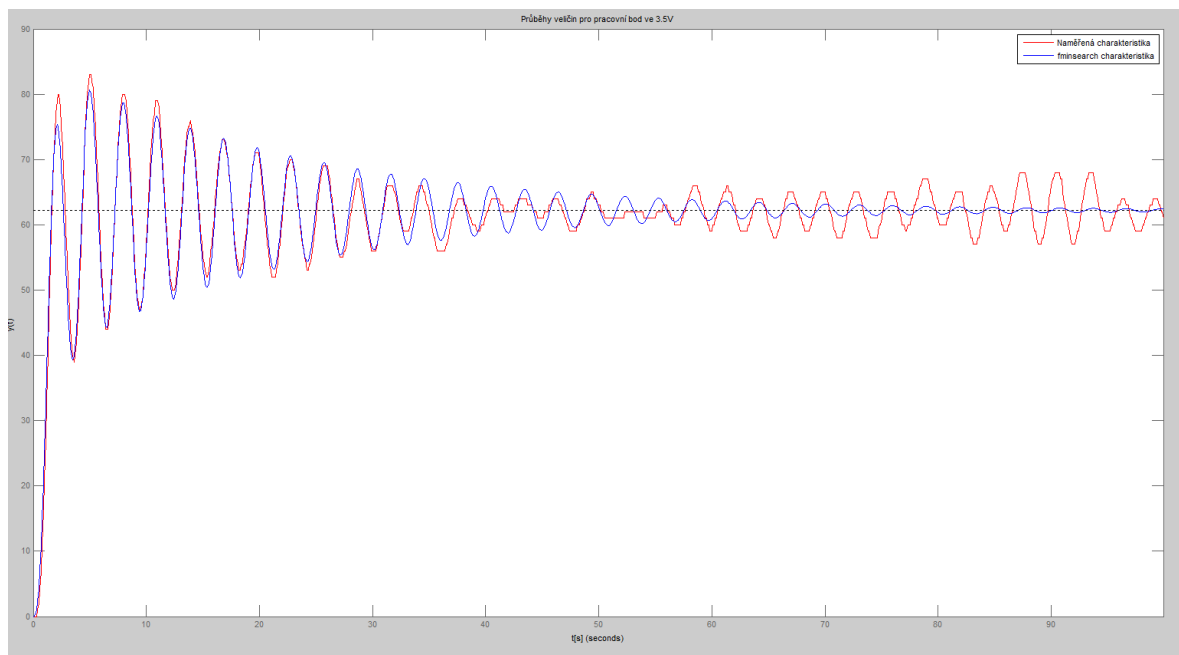
Identifikovaný přenos systému:

$$G(s) = \frac{44.91}{7.607 \cdot 10^{-5} s^3 + 0.002367 s^2 + 2.817 s + 1}$$

Zesílení K	44.9053
časová konstanta T_1	0.0051976
časová konstanta T_2	2.8158
Poměrné tlumení ξ	0.07993

Směrodatná odchylka σ	2.2849
------------------------------	--------

Tabulka 2 – Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 3V



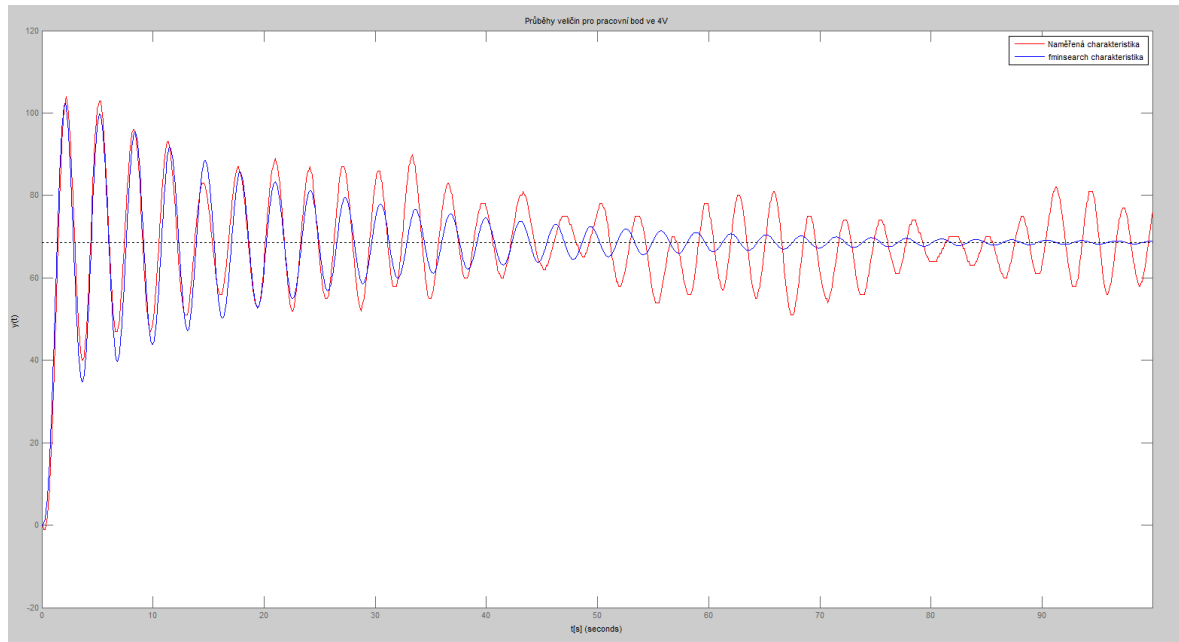
Obrázek 22 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 3.5V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(s) = \frac{62.2}{0.2512s^3 + 0.2446s^2 + 1.155s + 1}$$

Zesílení K	62.1969
časová konstanta T_1	0.47052
časová konstanta T_2	1.1348
Poměrné tlumení ξ	0.021685
Směrodatná odchylka σ	4.4752

Tabulka 3 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 3.5V



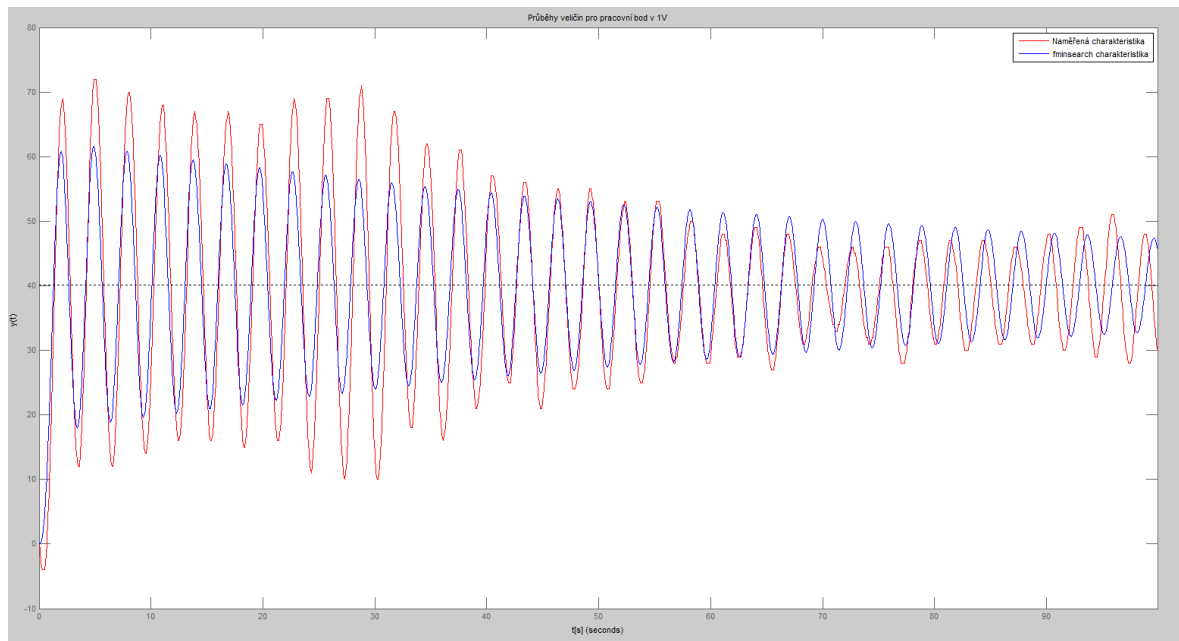
Obrázek 23 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 4V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(s) = \frac{68.6}{0.1789s^3 + 0.269s^2 + 0.7343s + 1}$$

Zesílení K	68.5992
časová konstanta T_1	0.50192
časová konstanta T_2	0.71028
Poměrné tlumení ξ	0.023919
Směrodatná odchylka σ	42.8209

Tabulka 4 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 4V



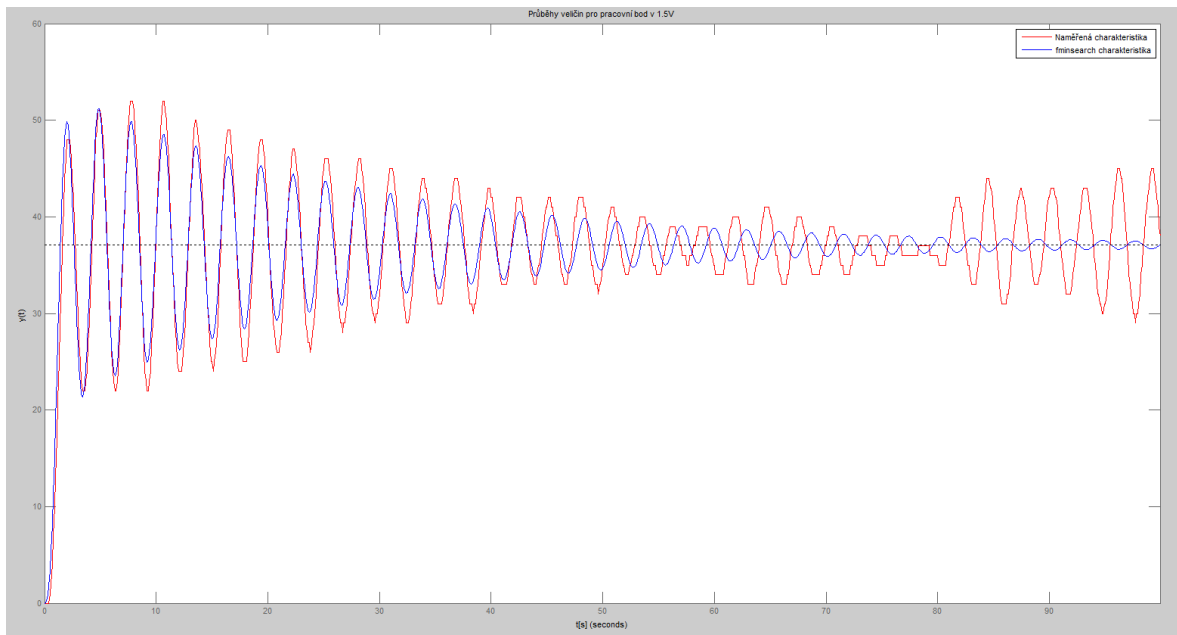
Obrázek 24 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 1V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(s) = \frac{40.08}{0.1511s^3 + 0.2252s^2 + 0.6865s + 1}$$

Zesílení K	40.0774
časová konstanta T_1	0.47087
časová konstanta T_2	0.68145
Poměrné tlumení ξ	0.0054031
Směrodatná odchylka σ	42.9871

Tabulka 5 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 1V



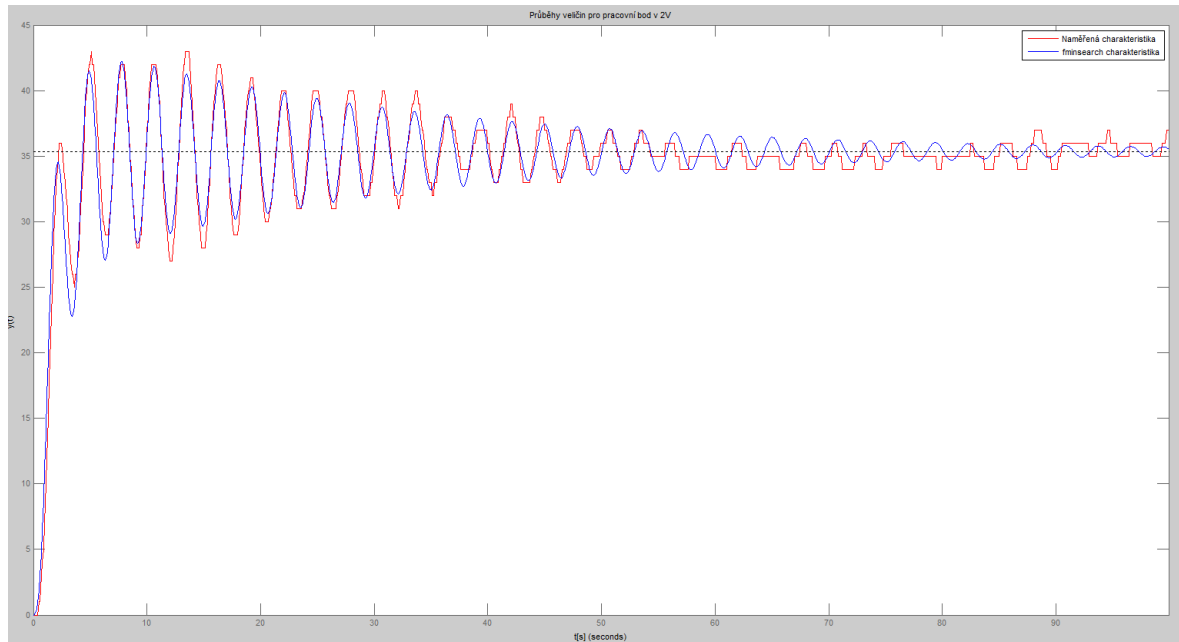
Obrázek 25 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 1.5V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(s) = \frac{37.08}{0.1895s^3 + 0.2274s^2 + 0.9056s + 1}$$

Zesílení K	37.0831
časová konstanta T_1	0.46156
časová konstanta T_2	0.88942
Poměrné tlumení ξ	0.017498
Směrodatná odchylka σ	9.0499

Tabulka 6 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 1.5V



Obrázek 26 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 2V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(s) = \frac{35.34}{0.348s^3 + 0.2307s^2 + 1.689s + 1}$$

Zesílení K	35.3425
časová konstanta T_1	0.45581
časová konstanta T_2	1.675
Poměrné tlumení ξ	0.015053
Směrodatná odchylka σ	1.1941

Tabulka 7 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 2V

8 EXPLICITNÍ IDENTIFIKAČNÍ METODA DISKRÉTNÍHO SYSTÉMU POMOCÍ FUNKCE FMINSEARCH

Pro tuto identifikaci bylo využito obdobného algoritmu, jako pro identifikaci spojitého systému s tím rozdílem, že zde je vyhledáváno celkem 6 parametrů, které tvoří diskrétní přenos systému třetího řádu.

V první řadě byl libovolný spojitý systém 3. řádu převeden do diskrétního přenosu pomocí funkce `c2d()`, kterou obsahuje software MATLAB, pro jednodušší odhad počátečních hodnot, jež jsou předávány funkci `fminsearch()`.

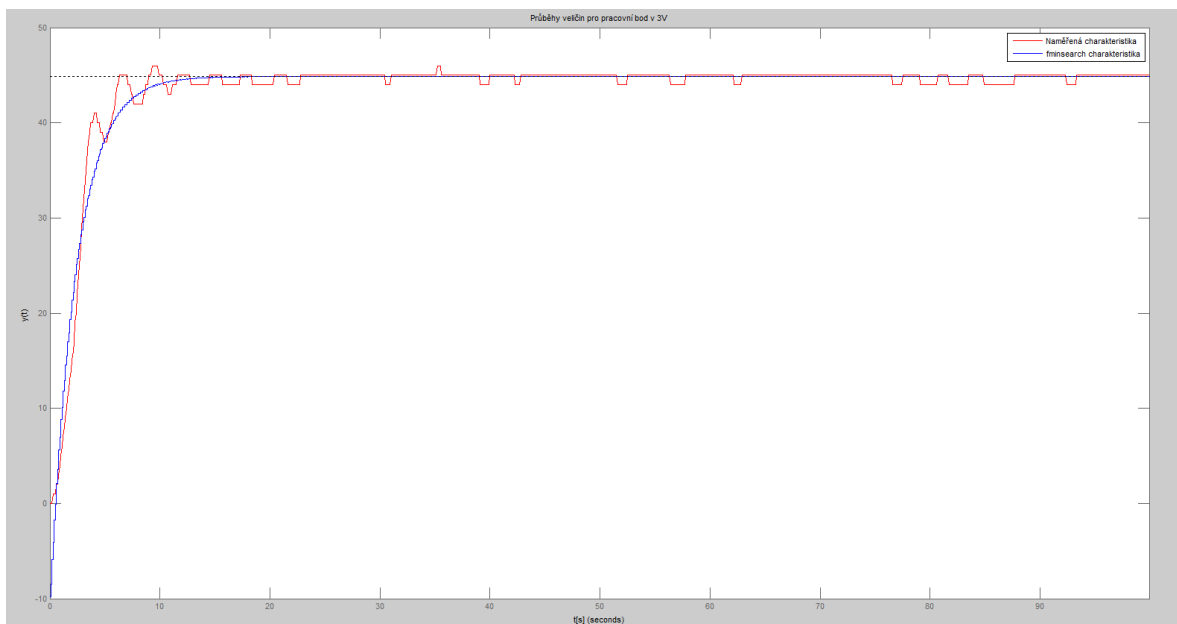
Konkrétně zde byl využit spojitý přenos:

$$G(s) = \frac{62.2}{0.2512s^3 + 0.2446s^2 + 1.155s + 1}$$

Po převedení do diskrétní podoby při vzorkovací frekvenci $T = 0.1\text{ s}$:

$$G(z) = \frac{0.04019z^{-2} + 0.1566z^{-1} + 0.03828}{z^{-3} - 2.862z^{-2} + 2.773z^{-1} - 0.9072}$$

Následně byl algoritmus aplikován na stejná naměřená data, jako pro identifikaci spojitého systému. Díky tomuto algoritmu byly zjištěny koeficienty $b_1, b_2, b_3, a_1, a_2, a_3$, Sigma (Směrodatná odchylka) a K (zesílení).



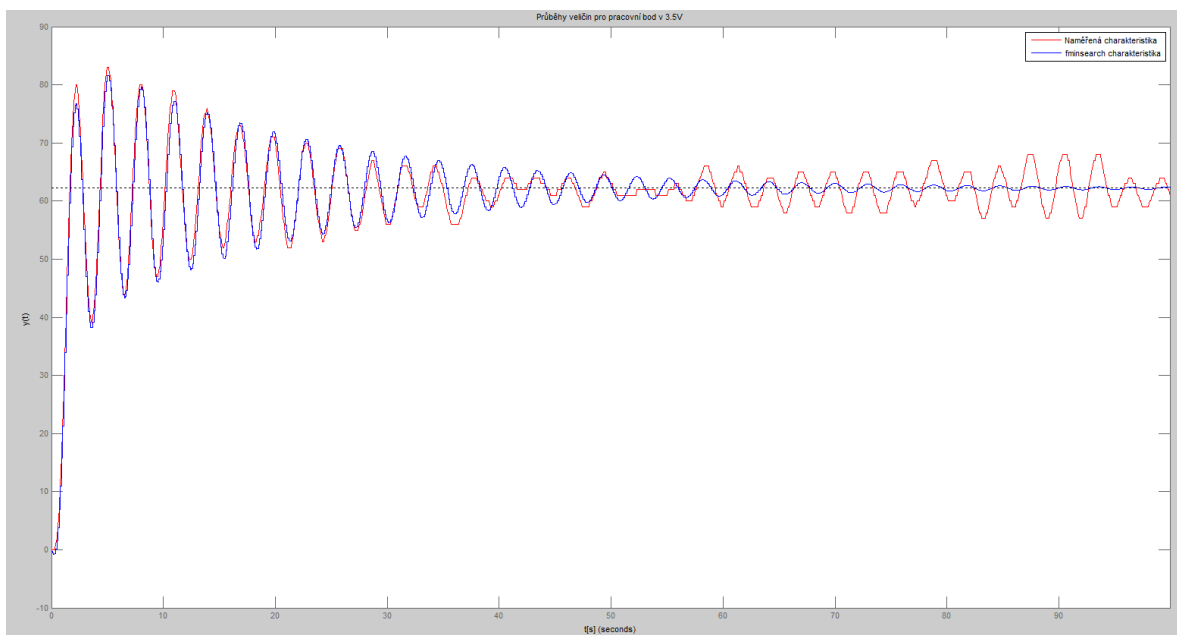
Obrázek 27 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 3V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(z) = \frac{-9.774 + 1.617z^{-1} + 11.69z^{-2}}{1 - 0.02982z^{-1} - 0.9405z^{-2} + 0.04896z^{-3}}$$

Zesílení K	44.8595
Směrodatná odchylka σ	1.4632

Tabulka 8 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 3V pro diskrétní přenos



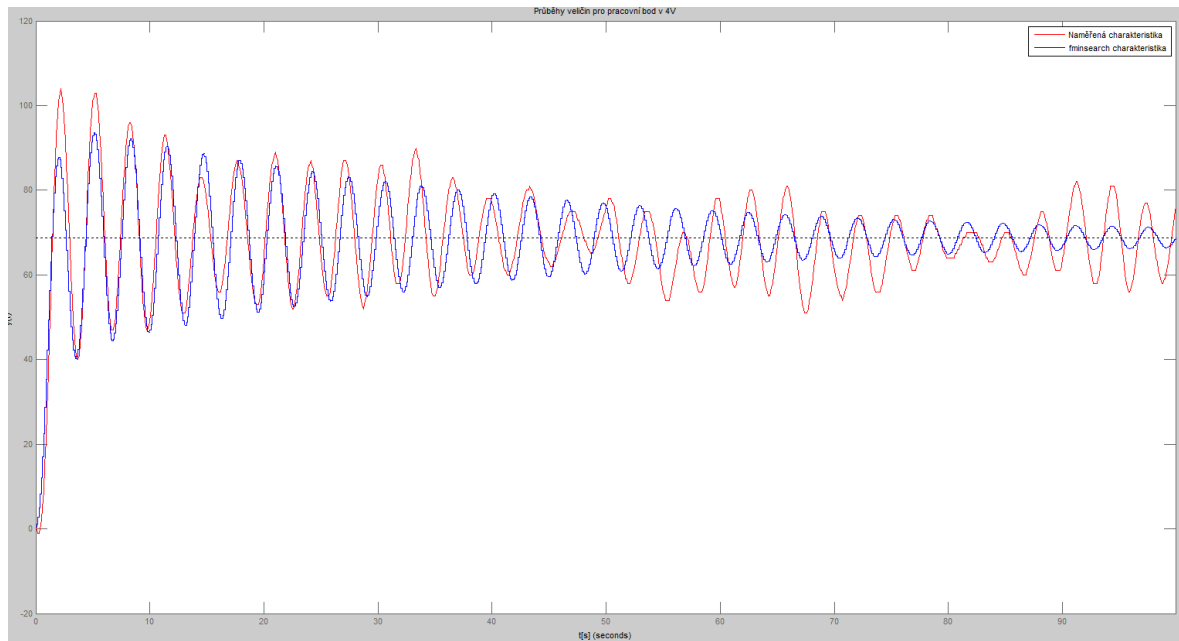
Obrázek 28 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 3.5V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(z) = \frac{-0.2303 + 0.303z^{-1} + 0.1629z^{-2}}{1 - 2.861z^{-1} + 2.772z^{-2} - 0.9069z^{-3}}$$

Zesílení K	62.2005
Směrodatná odchylka σ	4.0507

Tabulka 9 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 3.5V pro diskrétní přenos



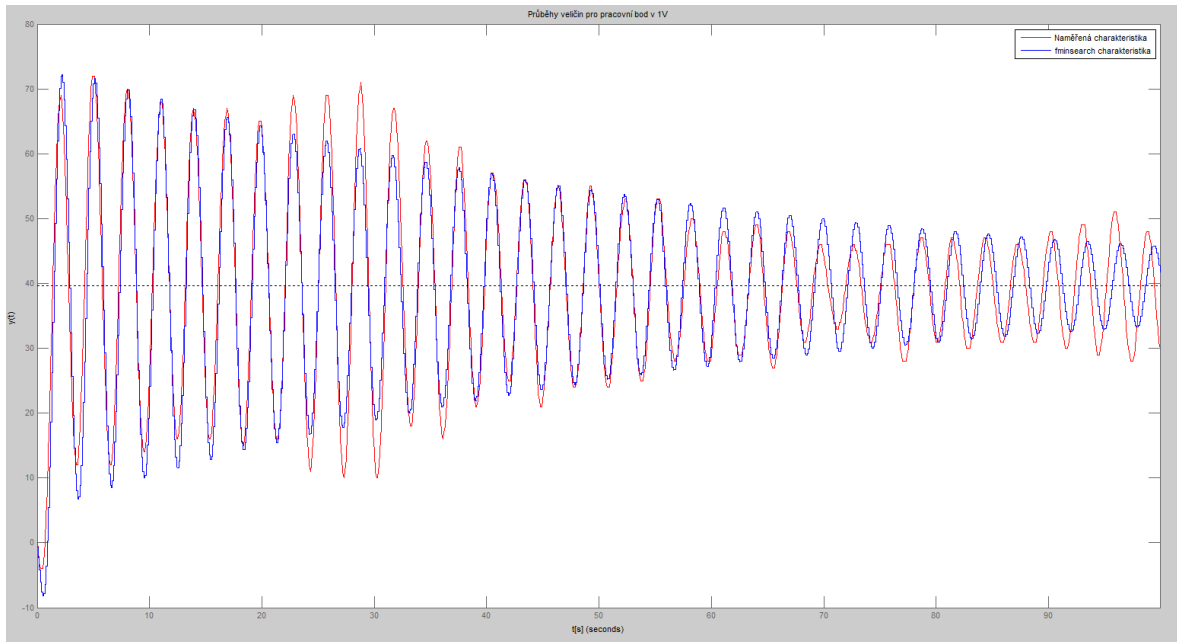
Obrázek 29 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 4V na vstupu s identifikovaným diskretním systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(z) = \frac{0.29384 + 0.00020952z^{-1} - 0.072609z^{-2}}{1 - 2.8731z^{-1} + 2.7884z^{-2} - 0.91217z^{-3}}$$

Zesílení K	68.7761
Směrodatná odchylka σ	39.4797

Tabulka 10 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 4V pro diskretní přenos



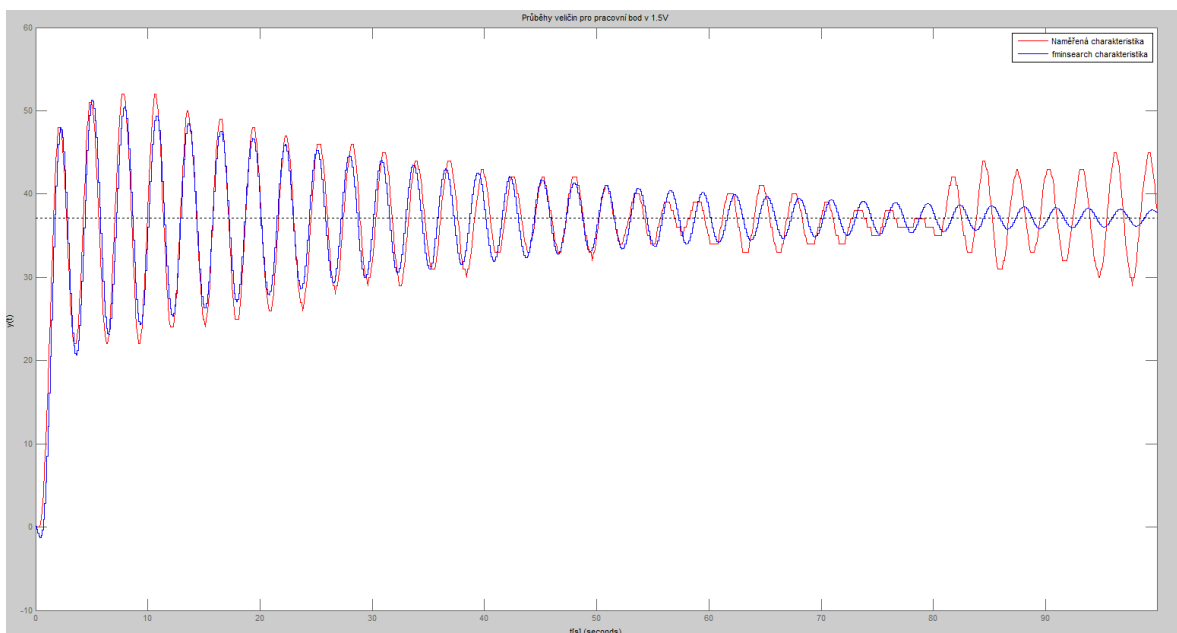
Obrázek 30 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 1V na vstupu s identifikovaným diskretním systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(z) = \frac{-0.70329 + 0.39776z^{-1} + 0.58225z^{-2}}{1 - 2.797z^{-1} + 2.6468z^{-2} - 0.84282z^{-3}}$$

Zesílení K	39.607
Směrodatná odchylka σ	16.2529

Tabulka 11 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 1V pro diskretní přenos



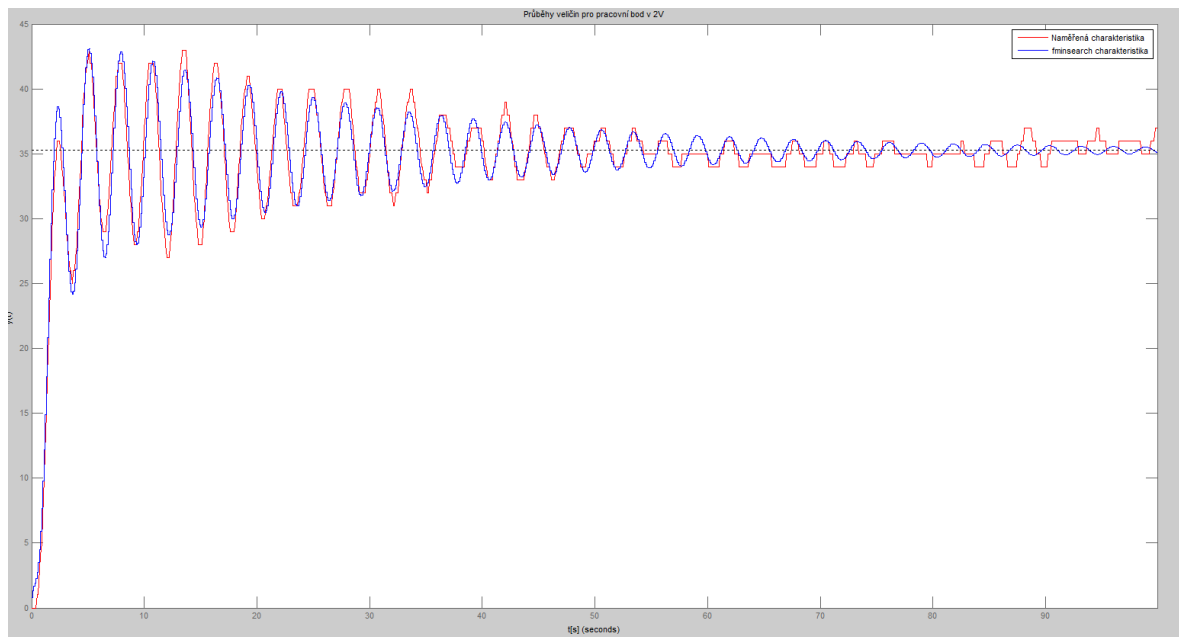
Obrázek 31 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 1.5V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

$$G(z) = \frac{0.052815 - 0.4464z^{-1} + 0.55144z^{-2}}{1 - 2.8576z^{-1} + 2.7679z^{-2} - 0.906z^{-3}}$$

Zesílení K	37.1292
Směrodatná odchylka σ	7.2917

Tabulka 12 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 1.5V pro diskrétní přenos



Obrázek 32 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 2V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu

Identifikovaný přenos systému:

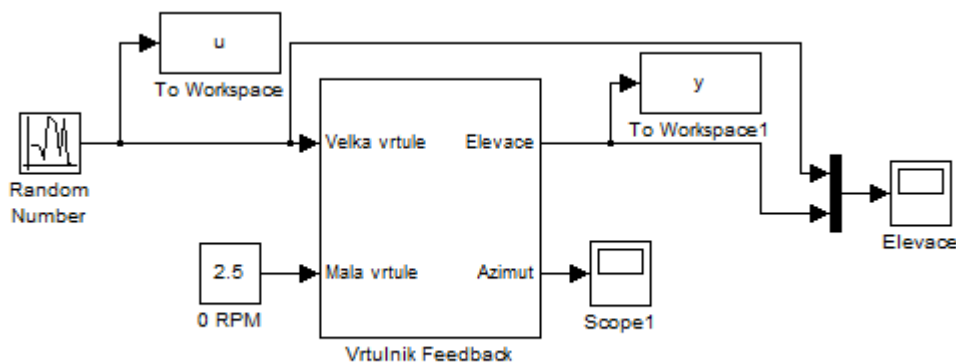
$$G(z) = \frac{0.81885 - 1.8384z^{-1} + 1.1493z^{-2}}{1 - 2.8683z^{-1} + 2.7893z^{-2} - 0.91735z^{-3}}$$

Zesílení K	35.2616
Směrodatná odchylka σ	1.0125

Tabulka 13 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 2V pro diskrétní přenos

9 EXPLICITNÍ IDENTIFIKAČNÍ METODA NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ

Pro identifikaci systému metodou nejmenších čtverců proběhlo měření se vstupním napětím vytvořeným generátorem náhodných hodnot možnost nastavení střední hodnoty a jeho rozptylu, který nám zajistil v prostředí simulink blok s názvem „*Random number*“.



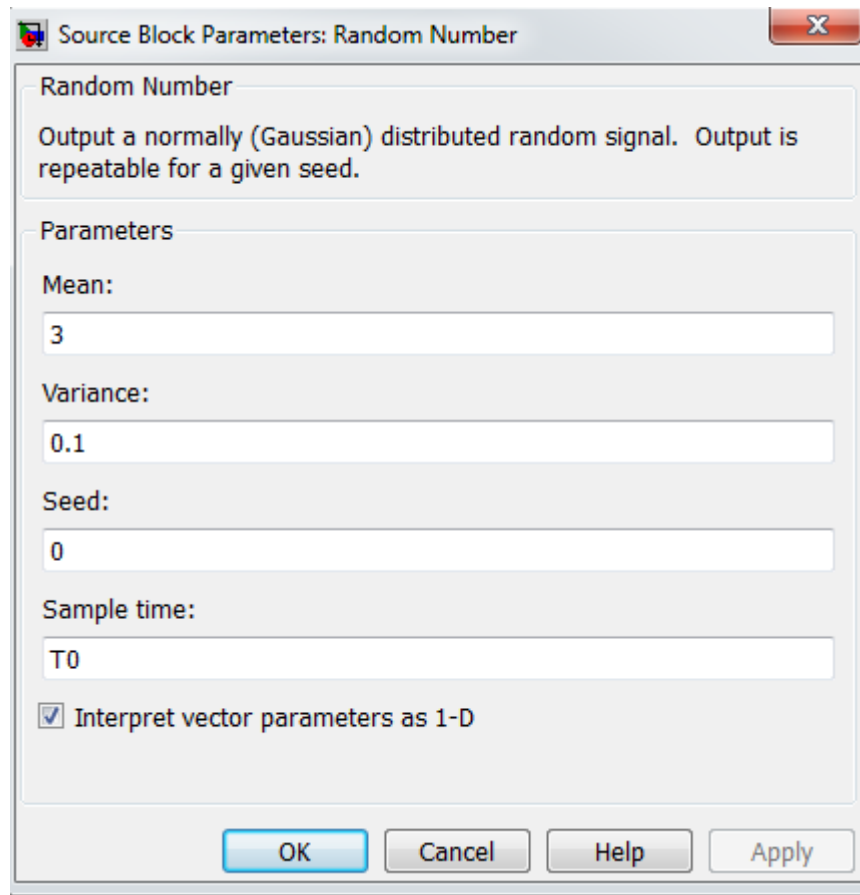
Obrázek 33 – Simulační schéma pro měření vstupně-výstupní charakteristiky potřebné k identifikaci pomocí metody nejmenších čtverců

Bylo potřeba měřit nejen výstupní, ale i vstupní hodnoty při vzorkovací frekvenci 0.1s. Na tato naměřená data byl následně aplikován explicitně algoritmus nejmenších čtverců pro tuto identifikační metodu.

Na rotor orientovaný vertikálně bylo opět přivedeno napětí o hodnotě 2.5V pro zajištění nulové rychlosti otáčení.

Naměřená data byla uložena jako vektor hodnot u a y , která byla dále uložena do tabulkového formátu MS Excel jako xlsx soubor pro snadnější zpracování mimo identifikovaný model.

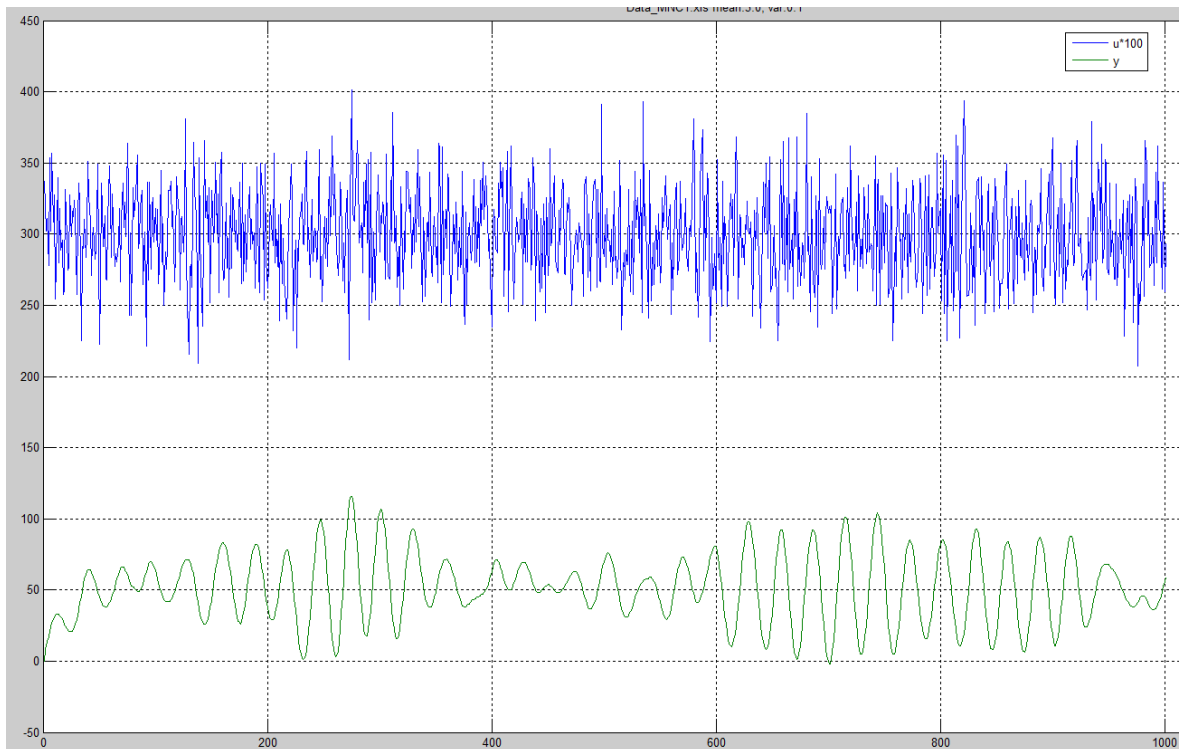
Měření probíhalo ve zvolených pracovních bodech stejných jako pro identifikaci pomocí funkce `fminsearch` tzn. 3V; 3.5V; 4V; 1V; 1.5V a 2V.



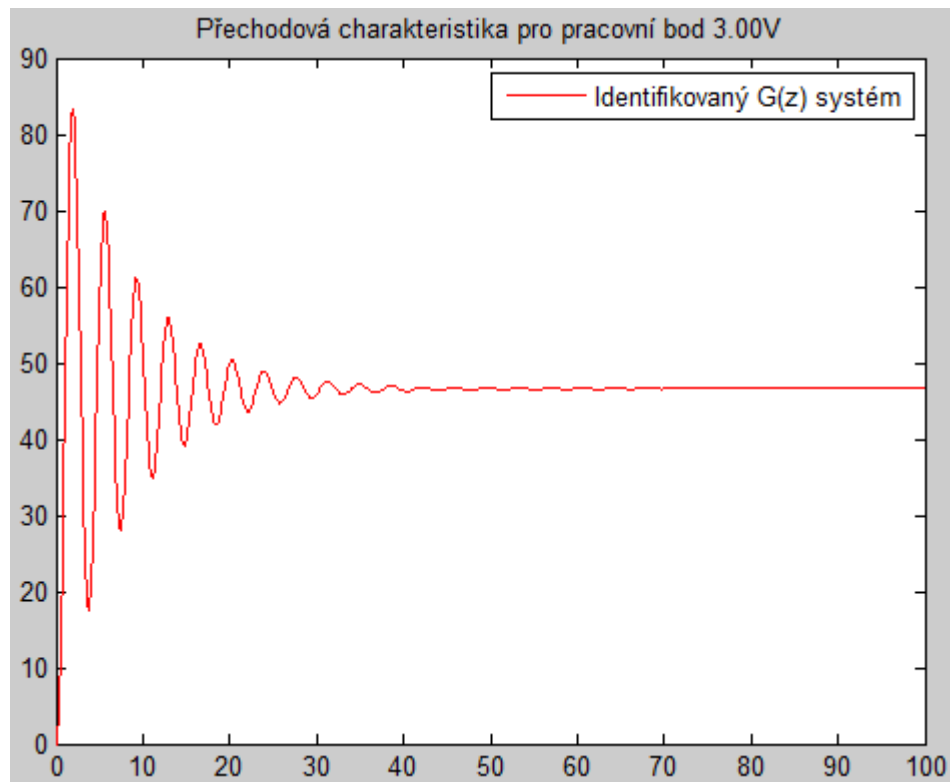
Obrázek 34 – Nastavení vstupního pseudo-náhodného signálu pro měření v pracovním bodě 3V

Pro tento generátor byla nastavena střední hodnota (mean) na 3V a rozptyl (variance) 0.1V pro zajištění správného měření bez dosažení dorazu ramena, při měření blízko maximální výchylky.

Při vykreslení vstupních a výstupních hodnot byl vektor \mathbf{u} násoben číslem 100 pro větší přehlednost jeho průběhu.



Obrázek 35 – naměřená vstupní a výstupní data pro budící napětí o střední hodnotě 3V s rozptylem 0.1V



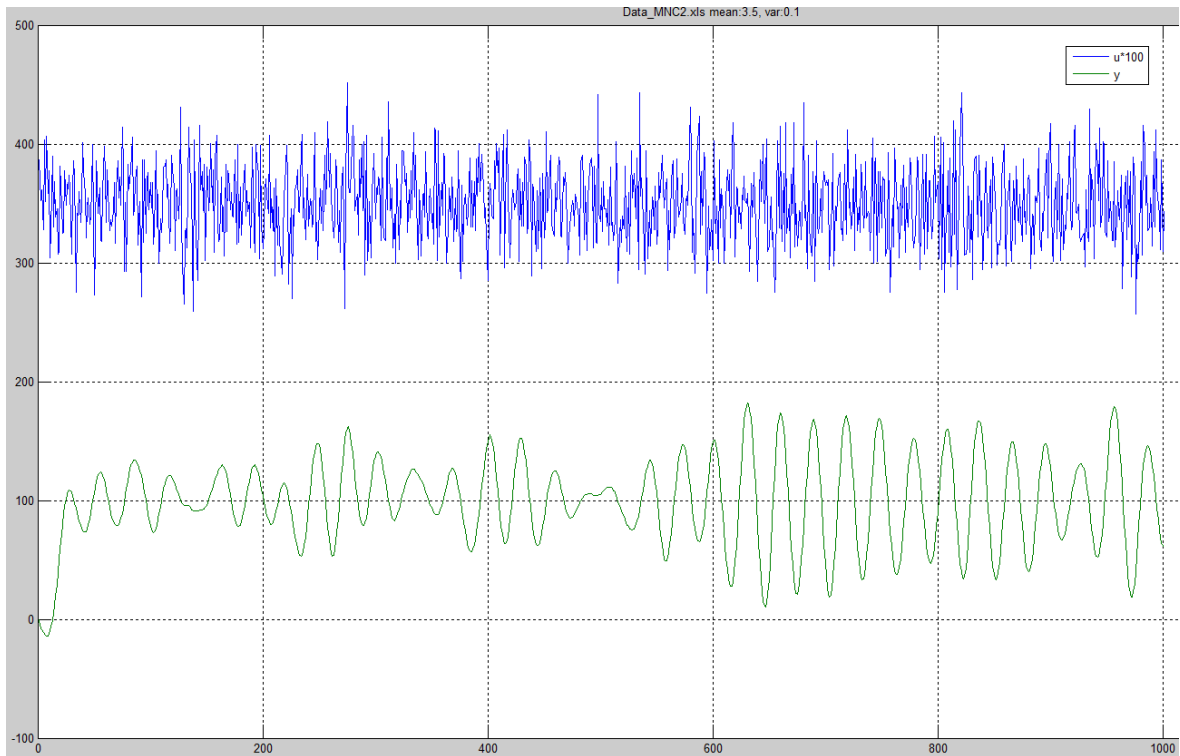
Obrázek 36 – Přechodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 3V pomocí MNC

System se vstupní hodnotu o střední hodnotě 3V byl identifikován jako:

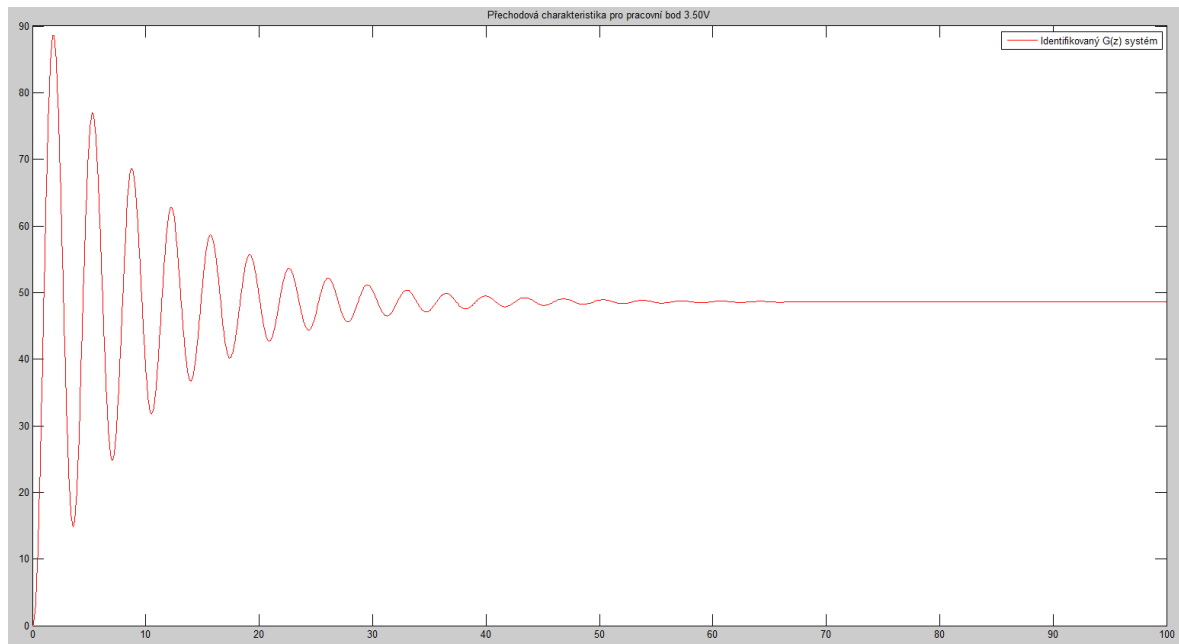
$$G(z) = \frac{0.6001z^2 + 0.6437z + 0.9445}{z^3 - 2.138z^2 + 1.348z - 0.1869}$$

A jeho zesílení K_z :

$$K_z = 46.5867$$



Obrázek 37 - naměřená vstupní a výstupní data pro budící napětí o střední hodnotě 3.5V s rozptylem 0.1V



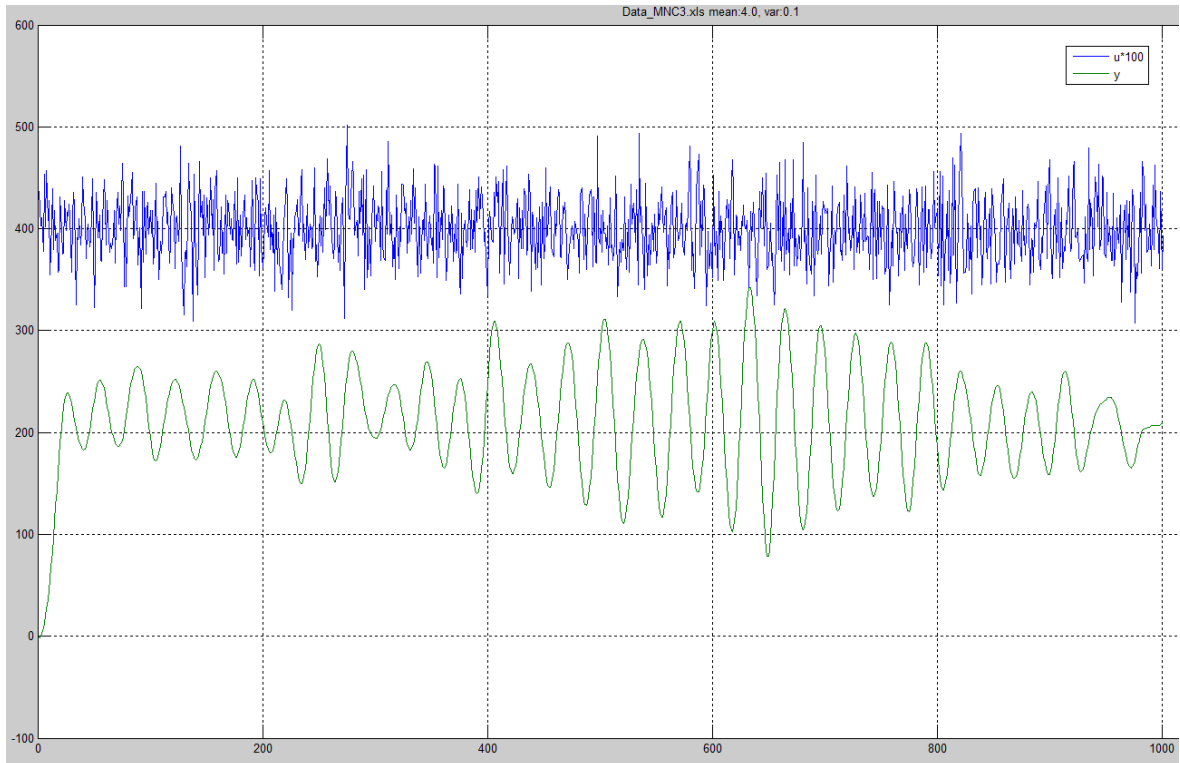
Obrázek 38 - Přechodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 3.5V pomocí MNC

Systém se vstupní hodnotu o střední hodnotě 3.5V byl identifikován jako:

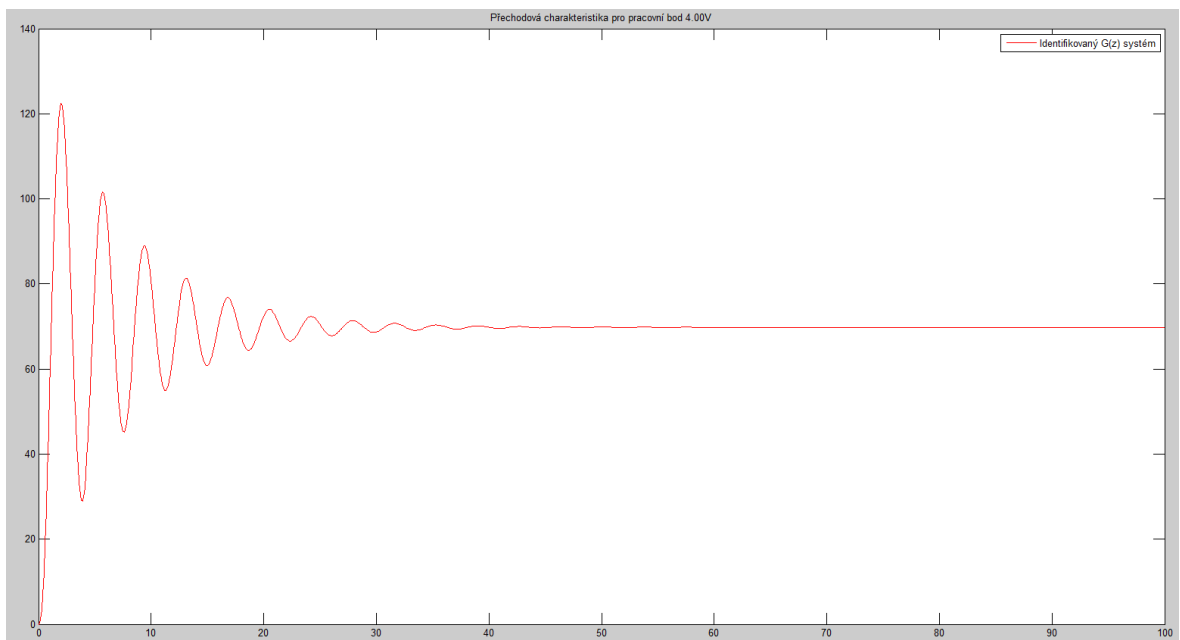
$$G(z) = \frac{0.4985z^2 + 0.6639z + 0.9654}{z^3 - 2.276z^2 + 1.621z - 0.3224}$$

A jeho zesílení K:

$$K_z = 48.6005$$



Obrázek 39 - naměřená vstupní a výstupní data pro budící napětí o střední hodnotě 4V s rozptylem 0.1V



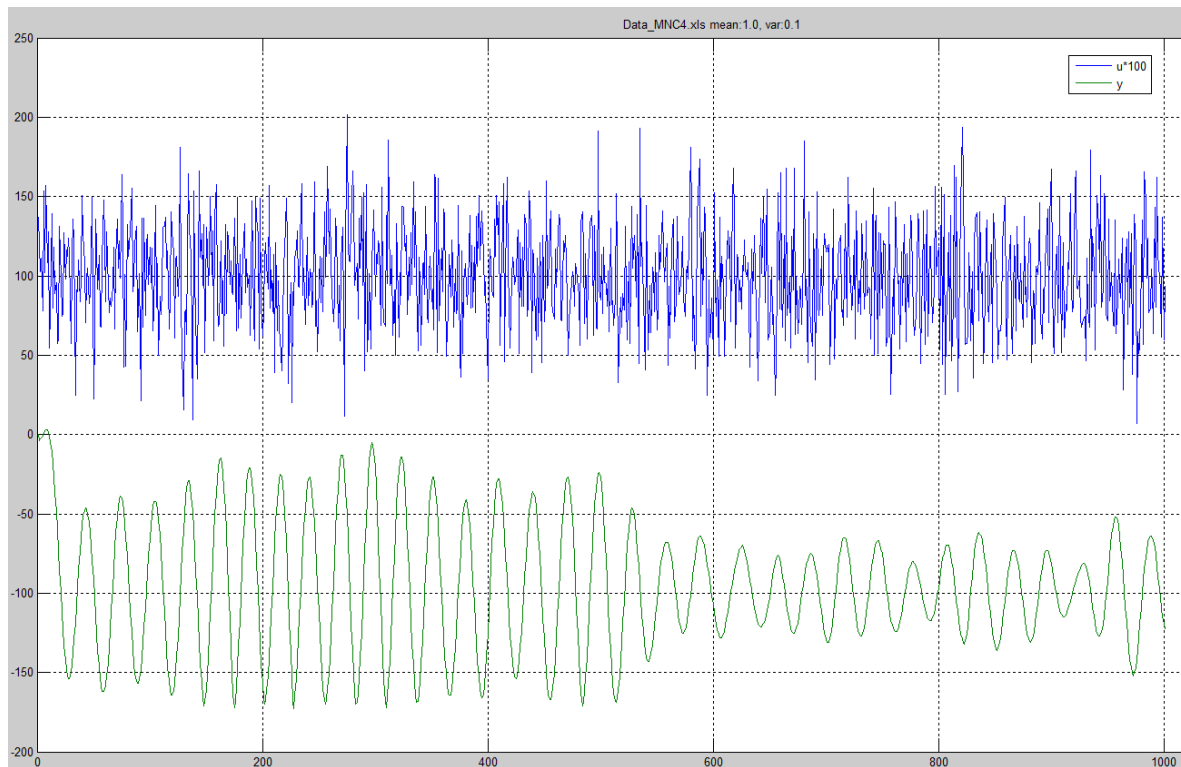
Obrázek 40 - Přechodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 4V pomocí MNC

System se vstupní hodnotu o střední hodnotě 4V byl identifikován jako:

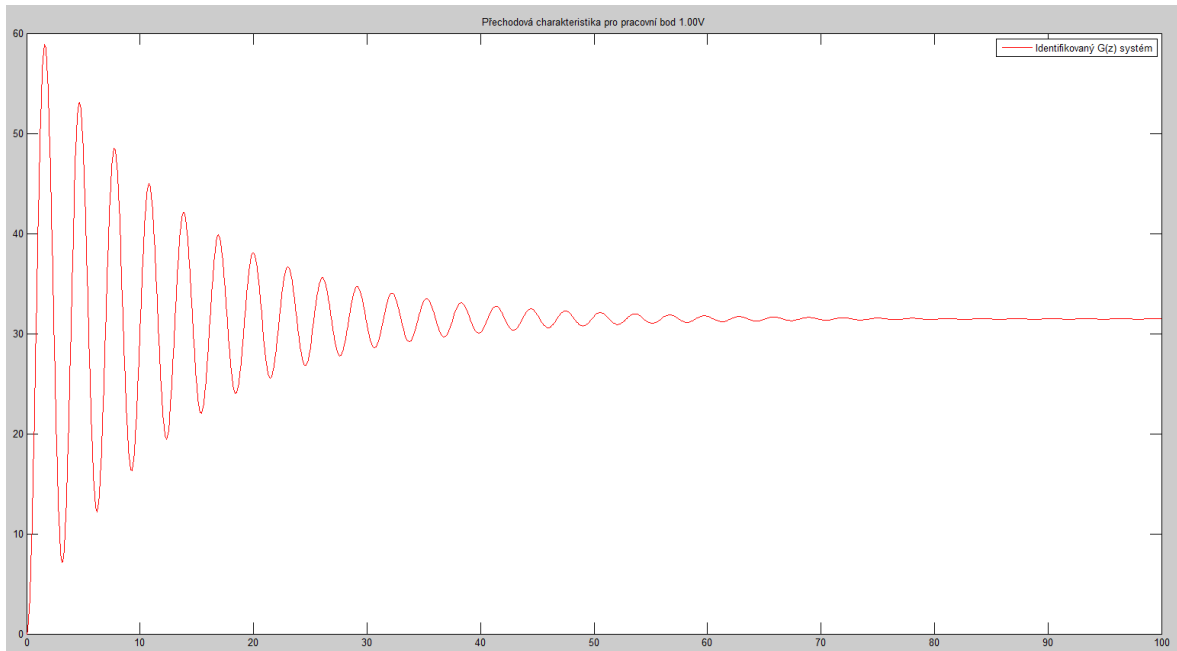
$$G(z) = \frac{0.4813z^2 + 0.5468z + 1.085}{z^3 - 2.415z^2 + 1.888z - 0.458}$$

A jeho zesílení K:

$$K_z = 69.8019$$



Obrázek 41 - naměřená vstupní a výstupní data pro budicí napětí o střední hodnotě 1V s rozptylem 0.1V



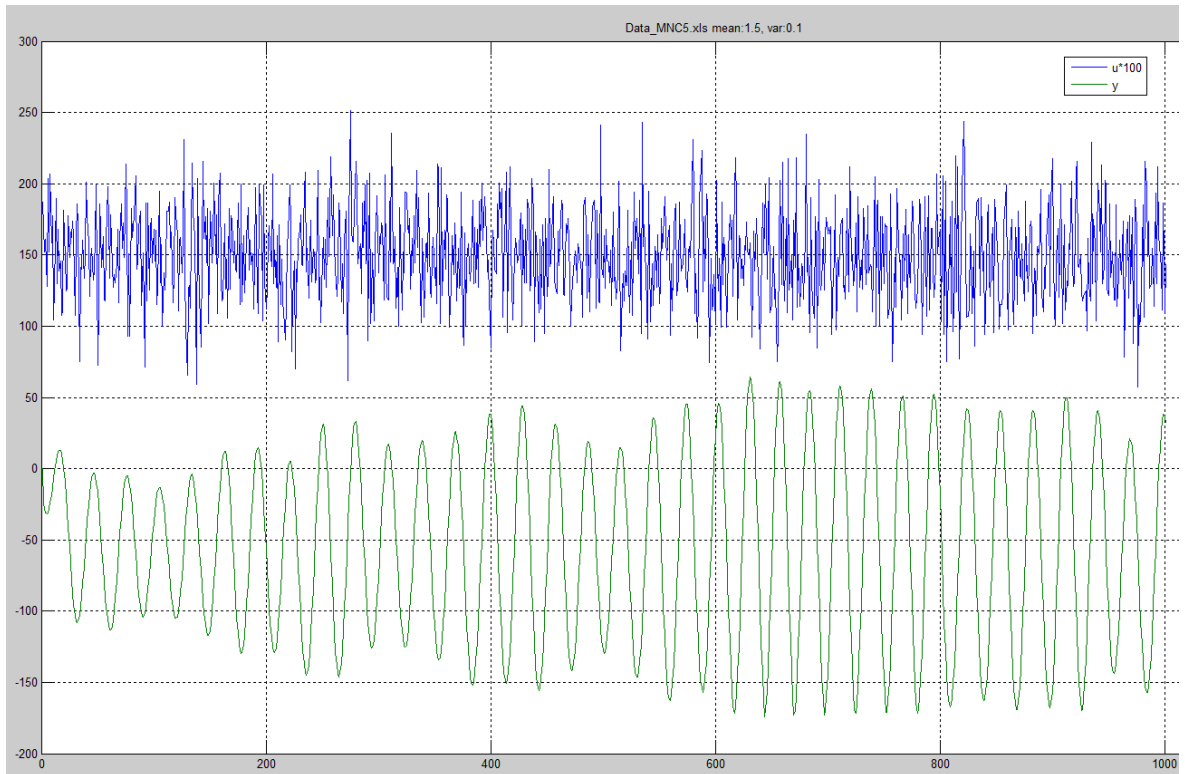
Obrázek 42 - Přechodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 1V pomocí MNC

System se vstupní hodnotu o střední hodnotě 1V byl identifikován jako:

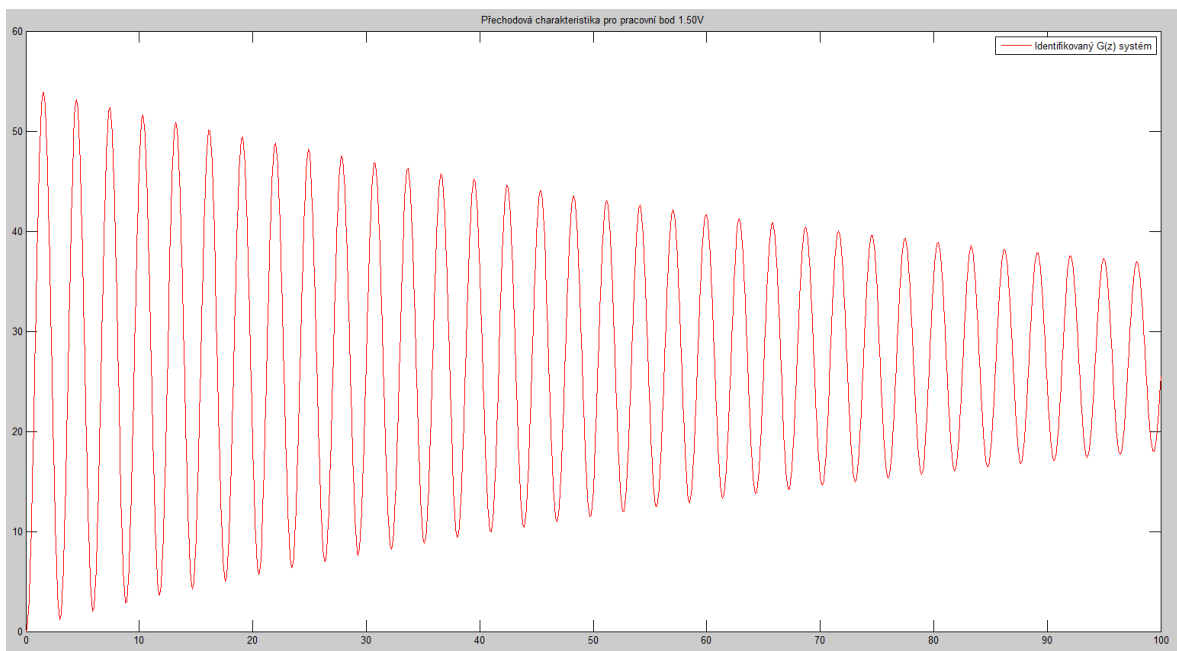
$$G(z) = \frac{0.7004z^2 + 0.566z + 0.7972}{z^3 - 2.158z^2 + 1.403z - 0.2119}$$

A jeho zesílení K :

$$K_z = 31.4597$$



Obrázek 43 - naměřená vstupní a výstupní data pro budicí napětí o střední hodnotě 1.5V s rozptylem 0.1V



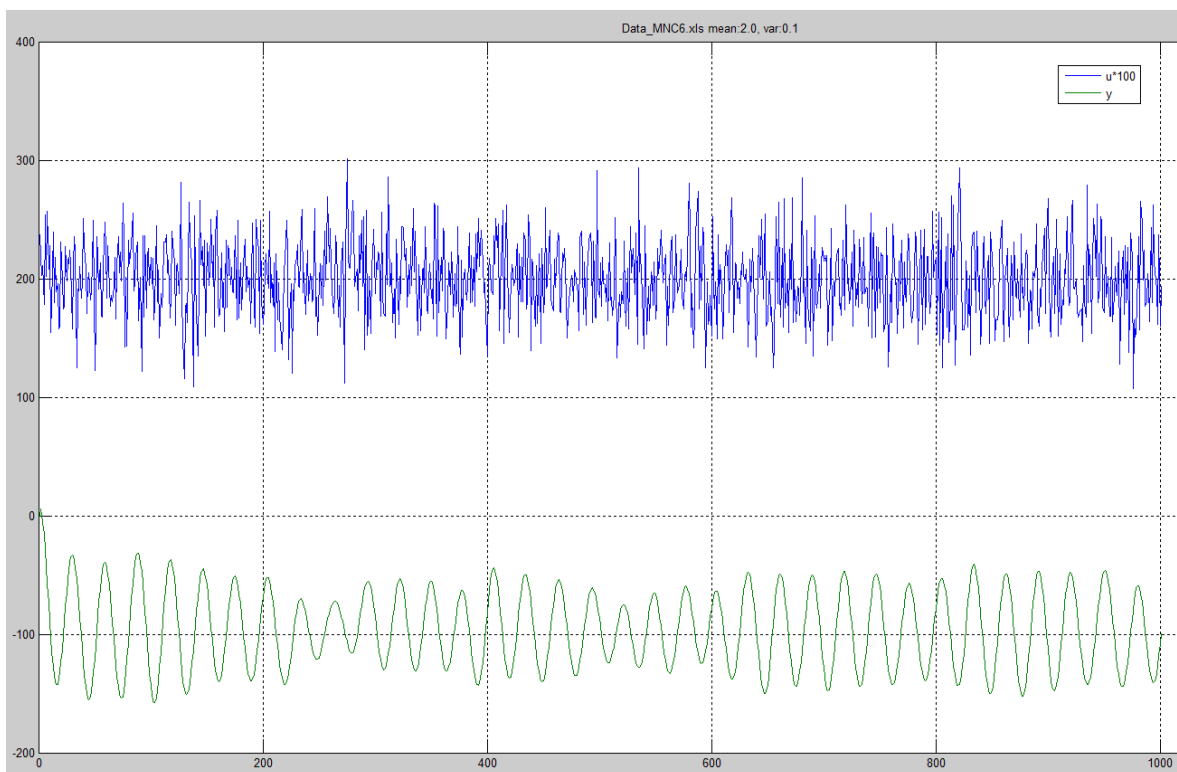
Obrázek 44 - Přechodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 1.5V pomocí MNC

System se vstupní hodnotu o střední hodnotě 1.5V byl identifikován jako:

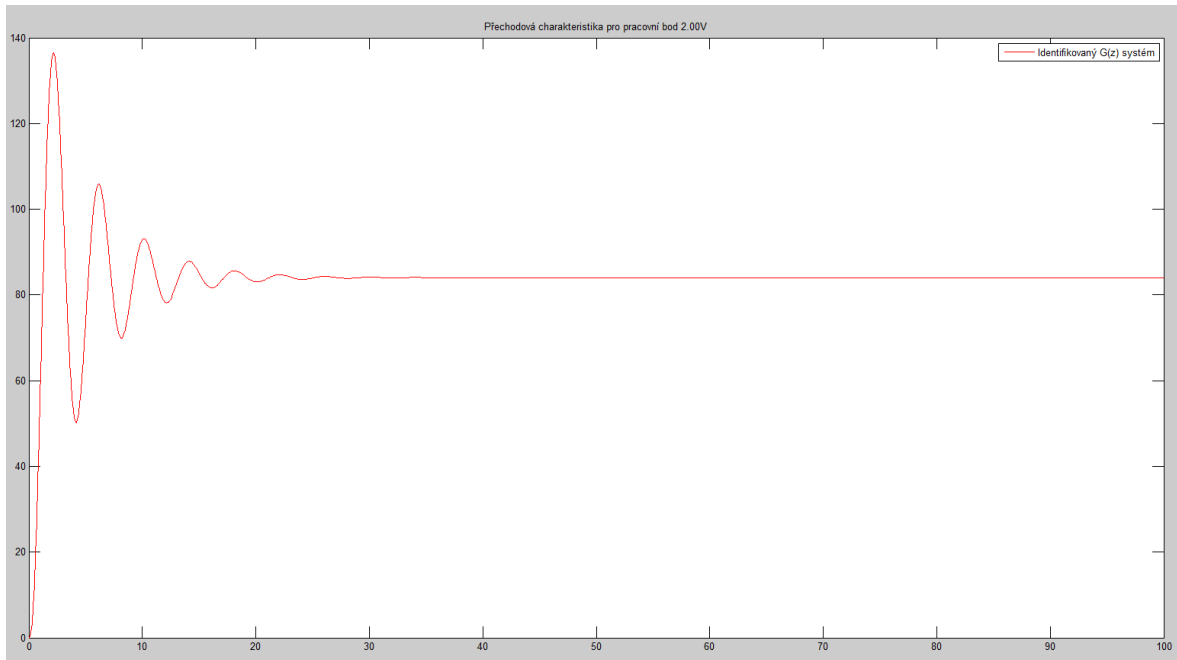
$$G(z) = \frac{0.569z^2 + 0.5854z + 1.067}{z^3 - 2.072z^2 + 1.233z - 0.1203}$$

A jeho zesílení K:

$$K_z = 27.4040$$



Obrázek 45 - naměřená vstupní a výstupní data pro budicí napětí o střední hodnotě 2V s rozptylem 0.1V



Obrázek 46 - Přechodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 2V pomocí MNC

System se vstupní hodnotu o střední hodnotě 2V byl identifikován jako:

$$G(z) = \frac{0.4363z^2 + 0.7697z + 0.823}{z^3 - 2.444z^2 + 1.945z - 0.4895}$$

A jeho zesílení K:

$$K_z = 84.0380$$

ZÁVĚR

Tato diplomová práce se zabývala identifikací systémů. Konkrétně se jednalo o experimentální identifikaci, která tvoří její nemalou část v tomto oboru. V teoretické části byla rozebrána klasifikace systémů, v jakých tvarech může být systém vyjádřen, základní pojmy a principy při experimentální identifikaci. Základní rozdíly mezi jednotlivými přístupy k experimentu a jak vypadá obecná struktura lineárního systému.

Důležitou kapitolou v této práci byla volba budicích signálů, kde byl popsán bílý šum a pseudonáhodný signál. Tyto signály pomáhají prozkoumat zadanou úlohu efektivněji, než deterministické signály, jako jsou např. Diracův a Heavisideův impuls díky svému frekvenčnímu spektru.

Podrobně byla rozebrána jednorázová metoda nejmenších čtverců, která je hojně využívána při identifikacích, které probíhají on-line, nebo explicitně po naměření dat a následné práci s nimi. Také byl objasněn způsob funkce hledání minima pomocí simplexu metodou Nelder-Mead, kterou využívá také implementovaná knihovna softwaru MATLAB s názvem `fminsearch`.

V praktické části proběhlo seznámení s modelem, na kterém probíhala experimentální identifikace. Následně byla naměřena statická charakteristika tohoto systému. Už ze statické charakteristiky byla patrná nelinearita tohoto systému. Tato nelinearita však nebyla jediným úskalím. Problémy při identifikaci působila také výrazná stochastičnost tohoto systému, která byla potvrzena každým dalším měřením.

Identifikace probíhala explicitně, tzn. po naměření dat docházelo k pozdější identifikaci mimo model. První metoda byla hledáním simplexu pomocí funkce `fminsearch`, kterou nabízí software MATLAB. Ta byla využita pro algoritmus, který našel jednotlivé parametry systému třetího řádu jak pro spojitý tvar, kde se jednalo o časové konstanty, poměrné tlumení a jeho zesílení, tak pro diskrétní tvar. U diskrétního tvaru byly vyhledávány konkrétní hodnoty členů polynomů a a b . Poslední metodou byla metoda nejmenších čtverců, která podrobně ukázala vliv nelineárnosti a stochastičnosti tohoto systému. V případě řízení takového systému by byl jistě na místě robustní adaptivní regulátor.

Vypracováním diplomové práce vznikly tři programy, které lze použít pro identifikaci systému třetího řádu a získat tak velmi přesný popis systému jak ve spojitém tvaru, tak v diskrétním. Velkou výhodou je fakt, že tyto programy nemusí být použity jenom na konkrétní Twin Rotor MIMO Systém, ale na jakýkoli libovolný model, který by bylo potřeba identifikovat.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] BOBÁL, Vladimír. *Identifikace systémů*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2009. ISBN 978-80-7318-888-7.
- [2] LJUNG, Lennart. *System identification: theory for the user*. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR, c1999. ISBN 01-365-6695-2.
- [3] JANČÍKOVÁ, Zora. *Teorie systémů*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univřezita, 2012. ISBN 978-80-248-2561-8.
- [4] BOBÁL, Vladimír. *Adaptivní a prediktivní řizení*. Zlín: Univerzita Tomáš Bati ve Zlíně, 2007. ISBN 978-80-7318-662-2.
- [5] *Twin Rotor MIMO System Control Experiments: 33-949S*. East Sussex: Feedback Instruments, 2006.
- [6] NAVRÁTIL, Pavel. *Automatizace: Vybrané statě*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2011. ISBN 978-80-7318-935-8.
- [7] Kyvadlo. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2017-05-10]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Kyvadlo>
- [8] PŘIKRYL, Jan. *Adaptivní a robustní řizení reálné kmitavé soustavy*. Zlín, 2014. Diplomová práce. UTB. Vedoucí práce Ing.Petr Chalupa, Ph.D.
- [9] PETERKA, Václav. *KYBERNETIKA ČÍSLO 2: Použití pseudonáhodných binárních signálů k identifikaci dynamických soustav*. 1. Vyšehradská 49, Praha2.
- [10] SUBUDHI, B.D. *Modelling of Twin Rotor MIMO System (TRMS)*. Rourkela: Nation Institute of Tech, 2010.
- [11] DOGAN, Firat. *DESIGN, DEVELOPMENT AND CONTROL OF A TWIN ROTOR SYSTEM* [online]. IZMIR, 2014 [cit. 2017-08-24]. Dostupné z: <http://library.iyte.edu.tr/tezler/master/elektronikvehaberlesme/T001233.pdf>
- [12] *Nelder-Mead* [online]. In: . [cit. 2017-08-24]. Dostupné z: https://www.google.cz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0ahUKEwio8Zfekf-DVA-hWJ1hQKHU7KCE0QFgg6MAI&url=http%3A%2F%2Fphysics.ujep.cz%2F~mmaly%2Fvyuka%2FMPVT_II%2FHeuristiky%2FNelderMead.ppt&usg=AFQjCNHGA-
- [13] NOSKIEVIČ, Petr. *Modelování a identifikace systémů*. 1. Ostrava: Montanex, 1999. ISBN 80-722-5030-2.
- [14] NAVRÁTIL, Petr. *Metody průběžné identifikace pro návrh samočinně se nastavujících regulátorů*. Zlín, 2007. Disertační práce. Univerzita Tomáše Bati. Vedoucí práce Prof. Ing. Vladimír Bobál, CSc.
- [15] Nelder-Mead method. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2017-08-24]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Nelder%E2%80%93Mead_method
- [16] NIELSEN, Lars. *Evaluation of measurements by the method of least squares* [online]. Lyngby: Danish Institute of Fundamental Metrology, (1), 17 [cit. 2017-08-24]. Dostupné z: https://www.google.cz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=29&ved=0ahUKE-wjP2Nb8k_DVAhWBbxQKHWjPctI4FBA-WCGIwCA&url=http%3A%2F%2Fwww1.bipm.org%2Futils%2Fcommon%2Fpdf

%2FJCGM%2Fnielsen_final.pdf&usg=AFQjCNEinZYiOwg9wPx9nge3JaqzONCa
Gg

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

s	Komplexní proměnná pro spojité systémy
z	Komplexní proměnná pro diskrétní systémy
ARX	AutoRegressive with eXogenous input
A	Matice dynamiky
B	Matice vstupů
C	Matice výstupů
D	Matice převodu
b	Vektor vstupů
c	Vektor výstupů
L	Laplaceova transformace
$Y(s)$	Laplaceův obraz výstupů
$U(s)$	Laplaceův obraz vstupů
x	Stavový vektor
y	Vektor výstupů
deg	Stupeň polynomu
e_s	Náhodná chyba
ζ	Poměrné tlumení
K	Zesílení
T_1	Časová konstanta
T_2	Časová konstanta
g	Gravitační zrychlení
m	Hmotnost tělesa
φ	Úhel
MIMO	Multi-input Multi-output

$G(s)$	Přenos systému
ω	Úhlová frekvence
MNC	Metoda nejmenších čtverců
$TRMS$	Twin Rotor MIMO System

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1 – Klasifikace systémů.....	11
Obr. 2. blokové schéma modelovaného systému.....	13
Obr 3. blokové schéma modelu systému	13
Obrázek 4 - Obecná struktura lineárního modelu [1]	16
Obrázek 5 – Autokorelační funkce bílého šumu [1].....	18
Obrázek 6 – Výkonová spektrální hustota bílého šumu [1].....	18
Obrázek 7 – Blokové schéma generátoru pseudonáhodného binárního signálu [1]...	19
Obrázek 8 – Průběh pseudonáhodného binárního signálu	19
Obrázek 9 – Blokové schéma rozložení složitějšího systému na subsystemy	21
Obrázek 10 – Příklad průběhu algoritmu Nelder-Mead [12].....	24
Obrázek 11 – Rozložení sil kmitavého systému	26
Obrázek 12 – Momenty sil působících na soustavu při pohledu shora	29
Obrázek 13 – Twin Rotor MIMO System	33
Obrázek 14 - Simulační schéma pro měření statické charakteristiky.....	34
Obrázek 15 - Nastavení vstupních hodnot pro ovládání otáček horizontálního rotoru	35
Obrázek 16 - Naměřená přechodová charakteristika systému při zvyšování vstupního napětí	35
Obrázek 17 - Naměřená přechodová charakteristika systému při snižování vstupního napětí	36
Obrázek 18 - Graf naměřených ustálených hodnot pro měření při zvyšování napětí a pro snižování napětí budícího signálu.	37
Obrázek 19 - Graf zprůměrovaných naměřených hodnot.....	37
Obrázek 20 - vyznačení oblastí pro zvolené pracovní body v lineární oblasti	38
Obrázek 21 – Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 3V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu	39
Obrázek 22 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 3.5V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu.....	40
Obrázek 23 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 4V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu	41
Obrázek 24 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 1V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu	42

Obrázek 25 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 1.5V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu.....	43
Obrázek 26 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 2V na vstupu s identifikovaným spojitým systémem třetího řádu	44
Obrázek 27 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 3V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu	45
Obrázek 28 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 3.5V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu.....	46
Obrázek 29 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 4V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu	47
Obrázek 30 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 1V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu	48
Obrázek 31 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 1.5V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu.....	49
Obrázek 32 - Průběh naměřených hodnot systému v pracovním bodě při 2V na vstupu s identifikovaným diskrétním systémem třetího řádu	49
Obrázek 33 – Simulační schéma pro měření vstupně–výstupní charakteristiky potřebné k identifikaci pomocí metody nejmenších čtverců.....	50
Obrázek 34 – Nastavení vstupního pseudo-náhodného signálu pro měření v pracovním bodě 3V	51
Obrázek 35 – naměřená vstupní a výstupní data pro budicí napětí o střední hodnotě 3V s rozptylem 0.1V	52
Obrázek 36 – Přechodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 3V pomocí MNC.....	52
Obrázek 37 - naměřená vstupní a výstupní data pro budicí napětí o střední hodnotě 3.5V s rozptylem 0.1V	53
Obrázek 38 - Přechodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 3.5V pomocí MNC.....	54
Obrázek 39 - naměřená vstupní a výstupní data pro budicí napětí o střední hodnotě 4V s rozptylem 0.1V	55
Obrázek 40 - Přechodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 4V pomocí MNC.....	55

Obrázek 41 - naměřená vstupní a výstupní data pro budicí napětí o střední hodnotě 1V s rozptylem 0.1V	56
Obrázek 42 - Přejchodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 1V pomocí MNC	57
Obrázek 43 - naměřená vstupní a výstupní data pro budicí napětí o střední hodnotě 1.5V s rozptylem 0.1V	58
Obrázek 44 - Přejchodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 1.5V pomocí MNC	58
Obrázek 45 - naměřená vstupní a výstupní data pro budicí napětí o střední hodnotě 2V s rozptylem 0.1V	59
Obrázek 46 - Přejchodová charakteristika identifikovaného systému buzeného signálem o střední hodnotě 2V pomocí MNC	60

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 - Ustálené hodnoty systému pro jednotlivá měření	36
Tabulka 2 – Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 3V	40
Tabulka 3 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 3.5V	40
Tabulka 4 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 4V	41
Tabulka 5 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 1V	42
Tabulka 6 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 1.5V	43
Tabulka 7 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 2V	44
Tabulka 8 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 3V pro diskretní přenos	46
Tabulka 9 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 3.5V pro diskretní přenos	46
Tabulka 10 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 4V pro diskretní přenos	47
Tabulka 11 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 1V pro diskretní přenos	48
Tabulka 12 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 1.5V pro diskretní přenos	49
Tabulka 13 - Tabulka identifikovaných hodnot v pracovním bodě 2V pro diskretní přenos	49

SEZNAM PŘÍLOH

P I CD-ROM