Matematizace reálných situací, digitální matematické hry a finanční matematika pro 2. stupeň ZŠ a SŠ s nematuritními obory

SBORNÍK ŘEŠENÝCH TÉMAT PRO PODPORU MATEMATICKÉ GRAMOTNOSTI V RÁMCI PROJEKTU IKAP

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

SBORNÍK ŘEŠENÝCH TÉMAT PRO PODPORU MATEMATICKÉ GRAMOTNOSTI V RÁMCI PROJEKTU IKAP

„Implementace Krajského akčního plánu rozvoje vzdělávání pro území Zlínského kraje“
Registrační číslo projektu:
CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_034/0008497

Kolektiv autorů

červen 2020

IKAP ZLÍNSKÝ KRAJ

Zlínský kraj

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Publikace byla vydána v rámci Operačního programu – Výzkum, vývoj a vzdělávání (OP VVV) a jeho projektu „Implementace Krajského akčního plánu rozvoje vzdělávání pro území Zlínského kraje“. Registrační číslo projektu: CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_034/0008497.

Autoři: RNDr. Martin Fajkus, Ph.D., RNDr. Lenka Kozáková, Ph.D., Mgr. Jan Krňávek, Ph.D., Mgr. Zuzana Pátíková, Ph.D., Mgr. Vladimír Polášek, Ph.D., Mgr. Lubomír Sedláček, Ph.D., Mgr. Jana Řezníčková, Ph.D.

Editoři: Mgr. Zuzana Pátíková, Ph.D.
Mgr. Lubomír Sedláček, Ph.D.

Vydala Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně.

Spolupracující subjekt: Zlínský kraj.

Vydání první.

Zlín, 2020.

ISBN 978-80-7454-913-7

Tato publikace je autorským dílem a je licencována dle licence Creative Commons 4.0 Mezinárodní licence .

Podmínky licence Creative Commons 4.0 :

https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/; http://www.creativecommons.cz/licence-cc/.

IKAP ZLÍNSKÝ KRAJ

Zlínský kraj

Obsah

Obsah ... 4
Předmluva ... 8
1 Matematizace reálných situací – výběr zdrojů ... 10
1.1 Úvod ... 10
1.2 Přehled vybraných zdrojů a jejich stručná charakteristika ... 11
1.2.1 Matematika pro všechny JCU ... 11
1.2.2 Matematika pro všechny UPOL ... 14
1.2.3 Matematika a svět okolo nás ... 16
1.2.4 Matematika v médiích ... 21
1.2.5 Umíme matiku ... 26
1.2.6 MATH4U ... 28
1.2.7 Nevšední matematika všedního dne ... 31
1.2.8 Matematika s radostí ... 34
1.2.9 MATEMATECH – Matematickou cestou k technice ... 36
1.2.10 Úlohy pro rozvoj matematické gramotnosti ... 40
1.2.11 Matematické úlohy pro druhý stupeň základního vzdělávání ... 42
1.2.12 ČŠI – Uvolněné testové úlohy PISA ... 44
1.2.13 Netradiční úlohy. Matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA ... 45
1.2.14 PISA 2012: Matematická gramotnost – úlohy z šetření PISA ... 47
1.2.15 PISA 2012: Finanční gramotnost – příklady úloh ... 50
1.2.16 Matematizace reálných situací – slovní úlohy (disertační práce) ... 52
1.2.17 Matematika pro trojkaře aneb maturita v kapse ... 54
1.2.18 Sbírka aplikačních úloh ze středoškolské matematiky ... 56
1.2.19 Matematika ve sportu (diplomová práce) ... 58
2 Průvodce matematickým modelováním I, II - Poznámka překladatele ... 60
3 Digitální matematické hry ... 64
3.1 Úvod ... 64
3.2 Samostatné hry ... 65
3.2.1 Algebots ... 65
3.2.2 Arithmagic ... 66
3.2.3 Binary Grid ... 66
3.2.4 Brain Workout ... 67
3.2.5 Calculus for Beginners ... 67
3.2.6 Diffission ... 68

3.2.7 Dragonbox Algebra 5+ 69
3.2.8 Dragonbox Algebra 12+ 70
3.2.9 Dragonbox Big Numbers 70
3.2.10 Dragonbox Elements 71
3.2.11 Dragonbox Numbers 72
3.2.12 FogStoneIsle 73
3.2.13 Game Over Gopher 75
3.2.14 Gate 75
3.2.15 Goniometrie 76
3.2.16 Hands on Equations 1, 2 77
3.2.17 Hard Math Game 78
3.2.18 Hocus 78
3.2.19 Jumpido 79
3.2.20 Linedoku 79
3.2.21 LiNeGraf 80
3.2.22 Major League Baseball (Everfi) 81
3.2.23 Matemág 83
3.2.24 Matematikus 9 - matematika testy 2018 83
3.2.25 Math Balance: Pre-algebra game for kids 84
3.2.26 Math Games 85
3.2.27 Math Bridges: Learn Bridging to friendly numbers 85
3.2.28 Math Master - Brain Quizzes & Math Puzzles 86
3.2.29 Math Rescue: Mental Math Practice, Cool Math Games 87
3.2.30 Math Tricks Workout - Math master - Brain training 88
3.2.31 Meerkatcher 88
3.2.32 Mental Math Master 89
3.2.33 Monster Math - Duel: fun, fast mental math facts games for kids 90
3.2.34 Monster Math 90
3.2.35 Monster School Bus 92
3.2.36 Monument Valley 1 92
3.2.37 Monument Valley 2 93
3.2.38 Pearl Diver 93
3.2.39 Polygrams - Tangrams & Blocks 94
3.2.40 Pythagorea 95
3.2.41 Pythagorea 60° 96
3.2.42 Ratio Rumble 96

3.2.43 Sacred Geometry 97
3.2.44 SineRider 98
3.2.45 Slice Fractions 2 98
3.2.46 SolveMe Puzzles 99
3.2.47 The Room I, II, III 100
3.2.48 Tricky Test 2™: Genius Brain? 101
3.2.49 Variant-Limits 101
3.2.50 Wolfram Course Assistants 103
3.2.51 Wuzzit Trouble Math Junior 106
3.2.52 Wuzzit Trouble 107
3.2.53 Wuzzit Trouble Math Patterns 108
3.2.54 Wuzzit Trouble Extreme 109
3.2.55 xPonum 110
3.3 Webové portály 111
3.3.1 Aplusclick 111
3.3.2 Canfigureit 111
3.3.3 DreamBox vzdělávací portál 111
3.3.4 Exploding dots 113
3.3.5 GregTangMath 114
3.3.6 Mangahigh vzdělávací portál 115
3.3.7 Matematika.in 118
3.3.8 MathGames 118
3.3.9 Math Snacks 120
3.3.10 MathPlayground 120
3.3.11 Maths-Whizz vzdělávací portál 124
3.3.12 Matific 125
3.3.13 Polyup 126
3.4 Doporučení aktivit do výuky pro 2. stupeň ZŠ 126
3.4.1 Posilování konkrétních témat 126
3.4.2 Odpočinkové aktivity 127
4 Zpráva z pilotního ověření zájmu o téma výukové digitální hry 128
5 Přehled zdrojů FG 131
5.1 Učebnice ZŠ 131
5.1.1 Finanční a ekonomická gramotnost 131
5.1.2 Finanční gramotnost 131
5.1.3 Výchova k finanční gramotnosti 132

5.1.4 Finanční Gramotnost 132
5.2 ON-line ZDROJE 134
5.2.1 www.fgdoskol.cz 134
5.2.2 http://www.abcfv.cz/ 134
5.2.3 www.zodpovednespenezi.cz 135
5.2.4 Česká televize 135
5.2.5 www.gramotnost.cz 136
5.2.6 www.CNB.cz 136
5.2.7 Česká spořitelna 136
5.2.8 ČSOB 136
5.2.9 www.financnivzdelavani.cz 137
5.2.10 http://www.jacr.cz/ 138
5.2.11 http://financehrou.cz/ 138
5.2.12 https://www.psfv.cz/ 138
5.2.13 https://biportal.cz/ 139
5.2.14 http://www.gymnazium1.milevsko.cz/o_skole/dumy/ 139
5.3 Hry 140
5.3.1 Finanční svoboda 140
5.3.2 Peníze navíc 140
5.3.3 Cashflow 140

Předmluva

Matematická gramotnost a její posilování u žáků zlínského kraje byly jedním z hlavních témat projektu OPVVV Implementace Krajského akčního plánu rozvoje vzdělávání pro území Zlínského kraje (IKAP). V rámci klíčové aktivity zaměřené na matematickou gramotnost byly realizovány mimo jiné i vzdělávací akce pro pedagogické pracovníky vyučující matematiku na 2. stupni základních škol a na středních školách s nematuritními obory. Tento sborník slučuje několik samostatných zpráv z odborného řešení vybraných témat, jejichž účelem bylo shrnout aktuální stav tématu, podat přehled o relevantních zdrojích a sloužit jako školící materiál pro zmíněné vzdělávací akce. Výběr zkoumaných tematických celků byl ovlivněn dříve zjištěným zájmem z řad učitelů (finanční matematika) a také hlavními cíli projektu, které zahrnovaly inovace výukového procesu s využitím moderních technologií (digitální matematické hry) a se zaměřením na propojení teoretické výuky s praxí a na slovní úlohy typu Pisa testů (matematizace reálných situací, Průvodce matematickým modelováním I,II).

Struktura sborníku je následující. První část sborníku je věnována slovním úlohám a jejich matematickému modelování. V první kapitole přinášejí Mgr. Lubomír Sedláček, Ph.D. a Mgr. Jana Řezníčková, Ph.D. přehled zdrojů pro matematizaci reálných situací. Autoři uvádí u každého zdroje jeho charakteristiku, strukturu, ukázkový ilustrační příklad a stručné zhodnocení.

Druhou kapitolou jsou poznámky k překladu amerických materiálů Mathematical Modeling Handbook a Mathematical Modeling Handbook II – Assessments. Děkujeme tímto autorským institucím Teacher College, Columbia University a The Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP) za svolení s šířením těchto materiálů mezi českými učiteli zapojenými do vzdělávání v rámci projektu IKAP. O překlad se zasloužil Mgr. Vladimír Polášek, Ph.D. a oba materiály jsou dostupné ve sdílených materiálech účastníků projektu jako samostatné soubory Průvodce matematickým modelováním I a Průvodce matematickým modelováním II: Vyhodnocení. Zůstává jim tak původní struktura a grafické zpracování. Případní externí zájemci o přístup k přeloženým materiálům mohou kontaktovat editory sborníku.

Třetí kapitola je zaměřena na vzdělávací digitální hry s potenciálem rozvoje matematického myšlení a kombinace konceptuálního a procedurálního chápání. Autorská dvojice Mgr. Jan Krňávek, Ph.D. a Mgr. Zuzana Pátíková, Ph.D. sestavili přehled recenzí her, které se dají hrát na počítači nebo na dotykových zařízeních a mají přímou vazbu na budování matematického myšlení. Část zprávy je věnována také některým vzdělávacím matematickým portálům. V závěru jsou shrnuta konkrétní doporučení pro využití her jako doplňkových aktivit u jednotlivých ročníků a následuje zpráva RNDr. Martina Fajkuse, Ph.D. z pilotního ověření zájmu o téma digitálních her.

Poslední kapitola seznámí čtenáře s přehledem textových, internetových, projektových i jiných zdrojů pro finanční matematiku. Autorka RNDr. Lenka Kozáková, Ph.D. u každého zdroje shrnuje jeho základní atributy, obsahovou náplň, komentuje jeho využitelnost pro výuku, zmiňuje jeho výhody a nevýhody.

Vzdělávací proces je proces dynamický – jak na straně žáků, tak i na straně pedagogů. Učitelé se sami neustále učí tím, že zpracovávají minulou zkušenost s výukou a také setkáváním se s nejrůznějšími podněty, které je inspirují k drobným i větším změnám ve výukových aktivitách. Cílem tohoto sborníku a naší práce je právě to – nabídnout nejrůznější podněty a inspirace tak, aby si z nich mohli učitelé odnést, co se jim líbí a co jim aktuálně přijde jako využitelné. V dnešní době je k dispozici obrovské množství informací a nejrůznějších zdrojů a není v silách jednotlivce se v nich jednoduše vyznat. Mnoho výborné práce již bylo realizováno při nejrůznějších projektech a v různých

publikacích. Bylo by škoda, aby i dobré výstupy zapadly jen z důvodu informační přesycenosti. Proto jsme si za úkol dali přinést přehledy podle nás toho aktuálně nejlepšího, co lze v daných oblastech nalézt.

Přejeme všem učitelům a učitelkám matematiky na všech vzdělávacích stupních, aby zažívali radost z úspěchů svých žáků. A budeme velmi rádi, pokud i naše práce třeba jen minimálně přispěje k pozitivní motivaci do tak kreativní práce, kterou je vyučovat matematice.

Editorský tým Z. Pátíková a L. Sedláček

1 Matematizace reálných situací – výběr zdrojů

1.1 Úvod

V následujícím textu předkládáme výběr elektronických i knižních zdrojů výukových materiálů, které obsahují matematické slovní úlohy řešící problémy z reálného světa. Základním procesem, který je při řešení těchto úloh uplatňován, je matematizace reálné situace. To znamená, že nejdříve přeložením slovní úlohy do matematického jazyka vytvoříme matematický model této situace, čímž ze slovně formulované úlohy vznikne úloha matematická, kterou následně vyřešíme a výsledky interpretujeme do reality. Tento proces v sobě skrývá řadu obtíží a překážek, které žák musí při řešení úloh překonávat, a proto patří slovní úlohy k nejobtížnějším částem učiva matematiky. To byl jeden z hlavních důvodů, proč nabídnout učitelům matematiky základních a středních škol následující přehled, ze kterého mohou čerpat a doplnit si své portfolio úloh. Také se mohou inspirovat některým z nabízených zdrojů a tím zpestřit a zatraktivnit výuku. Při řešení aktuální úlohy z reálného prostředí málokdy uslyšíte od žáků známé: „A k čemu mi to bude?“. Učitel nemusí zdlouhavě vyhledávat v nepřeberném množství zdrojů na internetu a tím ztrácet čas. Každý zdroj obsahuje jeho hypertextový odkaz, charakteristiku, strukturu, ukázkový ilustrační příklad a stručné zhodnocení.

Dalším důvodem zpracování tohoto materiálu bylo vybrat některé příklady, které korespondují s úlohami mezinárodních šetření PISA, v nichž naši žáci v minulých letech nebyli příliš úspěšní. Tedy úlohy obsahující komplex otázek, které zkoumají určité téma. Úlohy jsou obvykle uváděny rozsáhlým textem, grafem, obrázkem, příp. jiným materiálem, s nímž se žáci mohou setkat v běžném životě. K tomu se potom vztahují následné otázky. Všechny elektronické texty jsou volně přístupné na internetu a ukázkové příklady jsou sdíleným textem z jednotlivých vybraných zdrojů.

Budeme rádi, pokud využití námi doporučených zdrojů pomůže učitelům matematiky ve výuce.

Mgr. Jana Řezníčková, Ph.D.
Mgr. Lubomír Sedláček, Ph.D.

1.2 Přehled vybraných zdrojů a jejich stručná charakteristika

1.2.1 Matematika pro všechny JCU

Dostupné z:

http://home.pf.jcu.cz/~math4all/

Obrázek 1: Matematika pro všechny JCU – úvodní stránka

Charakteristika zdroje:

Portál Matematika pro všechny vznikal v letech 2012-2014 a byl realizován Jednotou českých matematiků a fyziků (JČMF) a Společností učitelů matematiky (SUMA) v rámci projektu ESF. Je určen žákům základních a středních škol, a to převážně těm, kteří mají problémy se zvládáním učiva nebo pro ně matematika nepatří mezi oblíbené předměty. Na portále lze najít jak úlohy z reálného života, tak úlohy propojující matematiku s jinými předměty, jakými jsou fyzika, chemie, zeměpis, případně historie a umění.

Struktura zdroje:

Na portále je zveřejněno celkem 1500 úloh, z toho 600 pro základní školy (ty jsou rozděleny na úlohy pro 1. stupeň a pro 2. stupeň) a 900 pro střední školy (zvlášť rozděleno pro gymnázia, střední odborné školy a střední odborná učiliště). Jednotlivé úlohy jsou pro snazší orientaci učitelů i žáků členěny podle svého primárního zaměření do několika základních tematických celků, které jsou následně ještě podrobněji rozděleny. U každé úlohy jsou uvedeny následující informace:

- předpokládaná doba potřebná k řešení,
- doporučené prostředí (třída, outdoorová aktivita),
- obtížnost (1 - lehká, 2 - středně obtížná, 3 - obtížná),
- potřebnost výpočetní či jiné techniky (kalkulátor, počítač, interaktivní tabule),
- vhodná metoda práce (samostatná práce, skupinová práce, práce s celou třídou).

Jednotlivé úlohy jsou zveřejněny pro učitele i pro žáky. Učitelům je k dispozici šablona se zadáním a řešením, u některých úloh je součástí šablony i pracovní list pro žáky. Pro žáky je pak úloha

předkládána ve dvou oddělených souborech s názvy Zadání a Řešení. Věnována je také pozornost práci s výpočetní technikou a práci s žáky se specifickými potřebami (odkaz na stránce dole).

Zhodnocení zdroje:

Webové stránky portálu jsou přehledné, mají logickou strukturu a svým obsahem pokrývají širokou škálu témat – pro základní školu jsou to zejména oblasti aritmetika, algebra, geometrie, kombinatorika a statistika. Pro střední školu jsou k dispozici témata jako matematická logika, rovnice, funkce, posloupnost, řady, planimetrie, stereometrie, analytická geometrie, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika. Všechny texty na stránkách projektu Matematika pro všechny mají jednotnou šablonu, všechny materiály prošly recenzí. Možná by bylo vhodné uvést na stránkách i některá autentická žákovská řešení (třeba i chybná), s případným komentářem. Vzhledem k tomu, že převážná většina úloh je formulována v podobě konkrétních problémů z reálného života, mohou si žáci při jejich řešení lépe uvědomit význam, důležitost a nezbytnost matematiky.

Ukázkový příklad pro ZŠ:

PET LAHVE

Popis aktivity

Užití poměru a odhadu.

Předpokládané znalosti

Poměr, výrazy, rovnosti

Potřebné pomůcky

Pracovní list pro žáka

Zadání

Při ekologické exkurzi se dovídáme, že z 10 PET lahví se recyklací vyrobí 6 nových lahví.

Úkoly

1. Vypočtěte, kolik lahví lze vyrobit recyklací padesáti PET lahví.
2. Sestavte vzorec, který pomůže místnímu Ekoklubu rychle přepočítat libovolné množství nasbíraných PET lahví na nově vyrobené PET lahve.
3. Zjistěte, kolik je třeba PET lahví na recyklaci pro výrobu 48 nových lahví.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Při recyklaci padesáti PET lahví se vyrobí 30 nových PET lahví (5 x 6 = 30).

Platí trojčlenka
z 10 lahví ..... 6 nových
z 50 lahví ..... x nových

Lze zapsat
s (staré lahve) ..... n (nové lahve)
10 6

Proto platí vztah

$$s = \frac{10n}{6}$$

Výpočet: s = (10 × 48) : 6 = 80
48 nových lahví lze vyrobit z osmdesáti PET lahví.

Doplňkové aktivity

Doplňte tabulku, využijte ji k ověření vámi sestaveného vzorce

Vzorec	PET lahve k recyklaci	PET lahve nové
	10	6
	25	
		66
	135	
		300

Kolik PET lahví nashromáždí jedna rodina za týden?
Kolik PET lahví nashromáždí celá vaše třída za týden?
Využijte tyto údaje pro další výpočty.

Přesahy a vazby	Environmentální výchova
Obrazový materiál	www.nalezeno.cz

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je J. Plíšková a H.Lišková Financovaného z ESF a státního rozpočtu ČR.

Ukázkový příklad pro SOU:

DOPLATEK

Popis aktivity

Výpočet spotřeby vody a ceny za spotřebovanou vodu, výpočet ročního doplatku.

Předpokládané znalosti

Sestavení lineární rovnice, řešení lineární rovnice

Potřebné pomůcky

Kalkulátor

Zadání

Rodina Svobodova odjela na měsíc na chalupu. Zapomněli vypnout vodu a celý měsíc jim protékala voda na WC. Do odpadu jim takto odtekl asi 1 m^3 vody denně.

Kolik budou Svobodovi při ročním vyúčtování doplácet za vodu, je-li jejich průměrná spotřeba za jeden měsíc asi 8 m^3 vody a měsíční zálohu na vodu platí 600 korun? Cena 1 m^3 vody je 68 korun. Na chalupě byli Svobodovi 31 dní.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Označíme písmenem x spotřebu vody v m^3, písmenem y zaplacené zálohy v Kč a písmenem z roční doplatek:

$z = 68 \cdot x - y$
$x = 8 \cdot 11 + 31 = 119$

Svobodovi spotřebovali 119 m^3 vody za rok.

$y = 12 \cdot 600 = 7200$ Kč
$z = 68 \cdot 119 - 7200 = 8092 - 7200 = 892$

Svobodovi budou doplácet 892 korun.

Doplňkové aktivity	
Žáci mohou spočítat, jak by situace vypadala, kdyby vodu zavřeli a za měsíc pobytu na chalupě by nespotřebovali v domácnosti žádnou vodu.	
Obrazový materiál	Klipart poskytl Microsoft

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je S. Ježová
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

1.2.2 Matematika pro všechny UPOL

Dostupné z:

http://mat4all.upol.cz/Default.aspx

Obrázek 2: Matematika pro všechny UPOL – úvodní stránka

Charakteristika zdroje:

Portál Matematika pro všechny vznikal v letech 2012-2014 a byl realizován Jednotou českých matematiků a fyziků (JČMF) a Společností učitelů matematiky (SUMA) v rámci projektu ESF. Je určen žákům základních a středních škol, a to převážně těm, kteří mají problémy se zvládáním učiva nebo pro ně matematika nepatří mezi oblíbené předměty. Na portále lze najít jak úlohy z reálného života, tak úlohy propojující matematiku s jinými předměty, jakými jsou fyzika, chemie, zeměpis, případně historie a umění. Projekt Matematika pro všechny UP Olomouc vznikal v letech 2012–2014 a byl realizován pracovníky Oddělení didaktiky matematiky a elementární matematiky Katedry algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v těsném finančním partnerství s Gymnáziem Jakuba Škody v Přerově a Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze. Je zaměřen na modernizaci a zkvalitnění

výuky matematiky na druhém stupni základních škol a na školách gymnaziálního typu. Za tímto účelem byl vytvořen portál, jehož součástí je kromě jiného strukturovaná knihovna metodických materiálů, které pokrývají všechny tematické okruhy RVP pro gymnázia i základní vzdělávání. Metodické materiály jsou připraveny ve dvou variantách, a to buď jako série gradovaných úloh nebo jako příklady s různými metodami řešení.

Struktura zdroje:

Na portálu je zveřejněno celkem 284 metodických listů, které jsou rozčleněny na Metodické listy RVP ZV a Metodické listy RVP G. Tyto jsou dále členěny podle tematických okruhů RVP (Číslo a proměnná, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a v prostoru, Nestandardní aplikační úlohy a problémy) a podle typu úloh (gradované úlohy, různé metody řešení). Všechny metodické listy mají pevně danou jednotnou strukturu. Na každém listu obsahující gradované úlohy jsou uvedeny tři (příp. více) různé úlohy se stejným tematickým zaměřením s různou úrovní obtížnosti:

- tematický okruh RVP,
- zadání Úlohy 1, úroveň obtížnosti, předpokládané znalosti,
- řešení úlohy,
- metodické poznámky autora,
- totéž pro Úlohu 2 a 3,
- citační zdroj,
- autor (jméno, kontakt).

Zhodnocení zdroje:

Obsahová i grafická úroveň materiálů je výborná. Materiály jsou přizpůsobeny pro individuální práci se žákem, je vždy uvedeno velmi precizně vypracované řešení se spoustou obrázků a grafů. Většinou se jedná o teoretické úlohy připomínající úlohy matematické olympiády, ale je zde možné najít i úlohy spojené s reálným životem. Vhodným použitím při výuce mohou pedagogům poskytnout účinný nástroj pro zatraktivnění a zpřístupnění matematiky všem žákům, nejen těm talentovaným. Všechny materiály, které byly koordinovány a upraveny podle autorských podkladů kolektivem řešitelů projektu, prošly recenzí.

Ukázková úloha:

Úloha 3 (úroveň 2–3)
Předpokládané znalosti: převody jednotek délky a objemu, objem válce

Plánkovi mají na zahradě studnu, na jejíž vybudování potřebovali 15 betonových skruží. Betonová skruž má výšku 80 cm. Její vnější průměr je 75 cm a tloušťka 8 cm.

a) Určete hmotnost jedné skruže, jestliže m^3 betonu má hmotnost 2 100 kg.
b) Kolik litrů vody mají k dispozici, je-li hladina vody půl metru od horního okraje studny?

Řešení

a) Pro výpočet hmotnosti skruže musíme nejdříve vypočítat objem jedné skruže. Vypočítáme ji jako rozdíl objemů většího válce a menšího válce. Větší válec má průměr 75 cm, takže poloměr $r_v = 37{,}5$ cm. Menší válec má průměr 59 cm (od většího průměru odečteme dvojnásobek tloušťky $75 - 16 = 59$), takže poloměr $r_m = 29{,}5$ cm. Výška většího i menšího válce je $v = 80$ cm. Objem většího válce vypočítáme podle vzorce $V_v = \pi r_v^2 v$.

$$V_v = \pi \cdot 37{,}5^2 \cdot 80 \doteq 353\,250\,\text{cm}^3.$$

Objem menšího válce vypočítáme podle vzorce $V_m = \pi r_m^2 v$.

$$V = \pi \cdot 29{,}5^2 \cdot 80 \doteq 218\,606{,}8\,\text{cm}^3.$$

Objem skruže vypočítáme jako rozdíl objemů většího válce a menšího válce

$$353\,250 - 218\,606{,}8 = 134\,643{,}2\,\text{cm}^3 = 0{,}134\,643\,2\,\text{m}^3.$$

Hmotnost jedné skruže vypočítáme jako součin objemu skruže a hmotnosti m^3 betonu $0{,}134\,643\,2 \cdot 2\,100 = 282{,}750\,72\,\text{kg} \doteq 283\,\text{kg}$.

b) Množství vody vypočítáme jako objem menšího válce, přičemž pro výšku vodní hladiny platí

$$v_h = 80 \cdot 15 - 50 = 1\,150\,\text{cm}.$$

Objem válce vypočítáme podle vzorce

$$V = \pi r_m^2 v_h = \pi \cdot 29{,}5^2 \cdot 1\,150 \doteq 3\,144\,066{,}7\,\text{cm}^3 = 3\,144{,}066\,71 \doteq 3144\,\text{l}.$$

Závěr. Plánkovi mají k dispozici asi 3144 litrů vody, přičemž hmotnost jedné skruže je přibližně 283 kg.

1.2.3 Matematika a svět okolo nás

Dostupné z:

http://hore.dnom.fmph.uniba.sk/~esfprojekt/

Charakteristika zdroje:

Sbírka úloh „Matematika a svet okolo nás“ vznikla v rámci projektu „Tvorba a použitie matematických úloh podporujúcich rozvoj kľúčových kompetencií a matematickej gramotnosti pre reálny život“, který byl realizován v roce 2008 na Fakultě matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislavě. Cílem projektu bylo: zlepšit rozvoj klíčových kompetencí žáků 9. ročníků ZŠ a 1. ročníků SŠ aplikovaných na oblast matematiky a přiblížit se tak k vzdělávacím trendům reprezentovaných studií OECD – PISA, zlepšit přípravu učitelů na ZŠ a SŠ na transformaci vzdělávání v oblasti matematiky směrem k rozvoji klíčových kompetencí. Uvedené cíle jsou reakcí na výsledky slovenských žáků dosažené v mezinárodním testování OECD – PISA 2003, a také na doporučení uvedená v hodnotící zprávě PISA Slovensko 2003 – Matematická gramotnost.

Obrázek 3: Matematika a svet okolo nás - úvodní stránka

Struktura zdroje:

Na portále je zveřejněna sbírka, jejíž první část obsahuje 48 obsáhlých matematických úloh zasazených do reálného kontextu. Každá úloha obsahuje popis konkrétní reálné situace a zadání několika dalších dílčích úkolů, které je třeba v dané souvislosti vyřešit. Druhou část sbírky tvoří řešení jednotlivých úkolů a metodické poznámky. Samostatné úlohy s řešeními ze sbírky v pdf a doc formátu, jakož i další úlohy ze setkávání řešitelů projektu, lze nalézt také v sekci „riešiteľská zóna“. Dále jsou na stránkách uvedeny také závěrečné práce frekventantů projektu, které prozradí více o tom, jak úlohy vznikaly a jaké zkušenosti při jejich tvorbě provázely celý řešitelský kolektiv.

Zhodnocení zdroje:

Obsahová i grafická úroveň materiálů obsažených ve sbírce je výborná. Všechny uvedené úlohy vychází z reálných situací a řeší problémy z reálného života, ve kterých žáci musí prokázat schopnost matematizace. Vhodným použitím ve výuce mohou materiály učitelům pomoci budovat u žáků schopnost porozumět matematickým modelům reálných situací, umět je používat, vytvářet a kriticky je hodnotit, získané výsledky interpretovat a ověřovat jejich platnost v reálném kontextu. Mezinárodní výzkum PISA využívá obdobné úlohy k testování matematické gramotnosti žáků. Všechny úlohy jsou napsány v testovém formátu, ale lze je používat i jinými způsoby. Použití ve formě testu předpokládají autoři až v pozdější fázi práce, poté, co si na tento typ úloh žáci zvyknou. Podle zkušeností spolupracujících učitelů se osvědčilo zpočátku řešit úlohy ve třídě společně, případně kombinovat samostatnou práci žáků s diskusí. Výběr vhodné formy však nejlépe určí učitel sám na základě zkušeností s třídou, v níž chce úlohy použít. Všechny materiály prošly recenzí a jazykovou korekturou.

Ukázková úloha:

AKCIA

Na plagáte som si prečítal o akcii obchodu TORUS.

S manželkou sme sa akciou dali zlákať a v obchode TORUS sme nakúpili 3 páry rovnakých papúč po 200 Sk, 1 topánky za 1 790 Sk, 2 páry rovnakých pančúch po 120 Sk, 5 rovnakých párov ponožiek po 60 Sk, jednu modrú a jednu sivú čiapku po 200 Sk.

Úloha 1: Koľko korún sme zaplatili za tento nákup? O koľko percent bol celý náš nákup lacnejší oproti cenám bez akcie? Zapíšte svoj výpočet.

Výpočet:

Odpoveď: Za nákup sme zaplatili ..... Sk.

Nákup bol lacnejší o ..... %.

Večer som sa dozvedel, že susedia využili tú istú akciu a kúpili si v TORUSe tri rovnaké svetre. Zo žartu som povedal susedovi: „Mohli ste tie svetre kúpiť štyri. Ja by som ti doplatil rozdiel medzi cenami za nákup štyroch a troch svetrov a mal by som nový sveter skoro zadarmo."

Úloha 2: Koľkopercentnú zľavu by som takýmto nákupom dosiahol? Zapíšte svoj výpočet.

Výpočet:

Odpoveď: .....

Sused sa na chvíľu zamyslel a povedal mi: „To by nebolo fér. Mne by zostali tri svetre s 30 %-nou zľavou, a ty by si dostal štvrtý s väčšou zľavou. Ja by som to urobil inak. Kúpil by som štyri svetre. Tebe by som dal jeden z tých troch, čo majú zľavu 30 %. Sám by som si nechal dva s 30 %-nou zľavou a štvrtý, čo má väčšiu zľavu."

Úloha 3: Koľkopercentnú zľavu z ceny troch svetrov by takýmto nákupom dosiahol sused? Zapíšte svoj výpočet.

Výpočet:

Odpoveď: .....

Obchod KUBUS má rovnaký sortiment a dokonca aj rovnaké ceny, ale inú akciu:

Ak si kúpite dva rovnaké kusy, tak tretí máte zadarmo.

Úloha 4: Chcete si kúpiť 3 rovnaké kusy oblečenia. Akcia sa na ne vzťahuje v TORUSe aj v KUBUSe. V ktorom z týchto obchodov bude nákup lacnejší? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Odpoveď: .....

Zdôvodnenie:

.....

.....

.....

Úloha 5: Koľko kusov akciového tovaru po 250 Sk za kus by sme museli nakupovať, aby ich nákup v jednom z uvedených obchodov bol presne o 1 000 Sk lacnejší ako v druhom z nich? Zapíšte svoj výpočet.

Výpočet:

Odpoveď: .....

AKCIA

1. Za nákup sme zaplatili 3 030 Sk. Nákup bol lacnejší o 9 %.

   Akcia sa vzťahuje na
   - papuče: 600 Sk, zľava 30 %, $0{,}7 \cdot 600 = 420$, ušetrili sme 180 Sk,
   - ponožky: 300 Sk, zľava 40 %, $0{,}6 \cdot 300 = 180$, ušetrili sme 120 Sk.

   Akcia sa nevzťahuje na
   - topánky, modrú čiapku a sivú čiapku (len po jednom kuse): spolu 2 190 Sk,
   - pančuchy (akcia sa na ne nevzťahuje): 240 Sk.

   Zaplatili sme $420 + 180 + 2\,190 + 240 = 3\,030$ Sk, ušetrili sme $120 + 180 = 300$ Sk.

   300 Sk je približne 9 % (9, 009...%) z ceny 3 330 Sk (cena bez zľavy).

   Poznámka. Časť žiakov pravdepodobne nepostrehne drobný text dole na plagáte. Je pravdepodobné, že na základe vlastných skúseností žiakov vznikne diskusia napr. o tom, či sivá a modrá čiapka sú alebo nie sú dva rovnaké kusy.

2. 70 %

   Tri z možných riešení sú:
   1. Nech 1 sveter stál 100 Sk. 3 svetre by stáli 300 Sk, zľava 30 % je $0{,}3 \cdot 300 = 90$. Sused platil $300 - 90 = 210$ Sk 4 svetre by stáli 400 Sk, zľava 40 % je $0{,}4 \cdot 400 = 160$. Sused by zaplatil $400 - 160 = 240$ Sk. Ja by som susedovi doplatil $240 - 210 = 30$ Sk. Moja zľava by bola 70%.
   2. Nech 1 sveter stál C Sk. Potom 3 svetre stáli $3\,C$, zľava 30 % je $0{,}3 \cdot 3\,C = 0{,}9\,C$. Sused teda platil $3\,C - 0{,}9\,C = 2{,}1\,C$. 4 svetre by stáli $4\,C$, zľava 40 % je $0{,}4 \cdot 4\,C = 1{,}6\,C$. Sused by platil $4\,C - 1{,}6\,C = 2{,}4\,C$. Ja by som susedovi doplatil $2{,}4\,C - 2{,}1\,C = 0{,}3\,C$. Moja zľava by bola 70 %.
   3. Za 4 svetre by „vrátili" $4 \cdot 40\,\% = 160\,\%$ ceny jedného svetra, za 3 svetre by vrátili $3 \cdot 30\,\% = 90\,\%$ ceny jedného svetra. Rozdiel vráteného $(160 - 90 = 70)$ by som ušetril ja, to je 70 % ceny jedného svetra.

3. 130/3 = 43,333 ... %

   Úlohu možno podobne ako úlohu 2 riešiť viacerými spôsobmi, najjednoduchší je asi tento: Za 4 kusy by „vrátili" $4 \cdot 40\,\% = 160\,\%$ ceny jedného kusu. Z týchto 160 ja by som získal 30, susedovi by zostalo 130. To znamená: mne by za 1 sveter „vrátili" 30 %, susedovi by za 3 svetre „vrátili" 130 %, teda na jeden susedov sveter pripadá 130/3 % ceny jedného kusu.

   Rovnaký výsledok dostaneme riešením rovnice $30 + 3x = 4 \cdot 40$.

4. V KUBUSe.

   V obchode KUBUS ušetríte pri kúpe troch kusov cenu celého kusu, teda 100 %, v obchode TORUS len $3 \cdot 30\,\% = 90\,\%$.

5. 60 kusov

   V KUBUSe sa 3 kusy predávajú za cenu dvoch po 250 Sk, teda za 500 Sk. Keď v TORUSe nakúpime väčšie množstvo, dostaneme zľavu 40 %. Teda za každý kus zaplatíme $0{,}6 \cdot 250 = 150$ Sk, za 3 kusy 450 Sk. Na 3 kusoch je rozdiel 50 Sk, musíme preto nakúpiť a predať $(1\,000 : 50) \cdot 3 = 60$ kusov.

1.2.4 Matematika v médiích

Dostupné z:

https://suma.jcmf.cz/ files/200000074-e30e3e4083/Matematika v mediich.pdf

Obrázek 4: Matematika v médiích – úvodní stránka

Charakteristika zdroje:

Publikace Matematika v médiích s podtitulem Využití slovních úloh při kooperativní výuce na základních a středních školách, byla vytvořena kolektivem autorů v čele s Eduardem Fuchsem a Evou Zelendovou. Byla vydána Jednotou českých matematiků a fyziků v roce 2015 a vznikla za podpory MŠMT v rámci Programu na podporu činnosti nestátních neziskových organizací působících v oblasti předškolního, základního, středního a základního uměleckého vzdělávání v roce 2015. Jedná se o metodickou příručku věnovanou tvorbě a řešení slovních úloh pro oba stupně základní školy a pro školy střední tak, aby byly postihnuty společné i odlišné rysy dané problematiky na jednotlivých typech škol. Na výsledné podobě textu se podíleli především učitelé příslušných typů škol, kteří byli zároveň autory většiny původních námětů slovních úloh. Výslednou podobu úloh na školách i ověřovali.

Struktura zdroje:

Publikace obsahuje úlohy, které jsou rozděleny podle jednotlivých stupňů škol do tří základních kapitol: úlohy pro 1. stupeň ZŠ (celkem 8 úloh), pro 2. stupeň ZŠ (celkem 6 úloh) a pro střední školy (celkem 7 úloh). Při výběru textu obsahující matematickou informaci čerpali pedagogové převážně z internetových zdrojů, nicméně inspirací pro tvorbu některých úloh s matematickým obsahem jim byly také například tištěné zprávy, časopisy, letáky, komiksy, nápisy, piktogramy a další. Za každým takovýmto textem následuje zadání aktivit pro žáky při práci s textem. V závěru každé úlohy jsou pak uvedena možná řešení s metodickým komentářem a ukázkami žákovských řešení.

Zhodnocení zdroje:

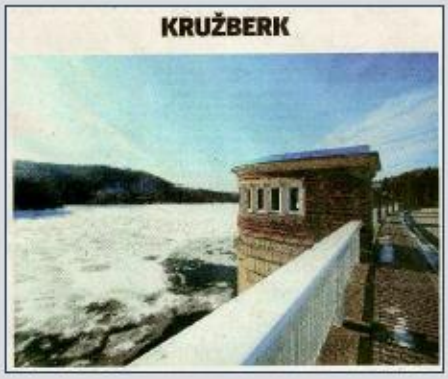
Jedná se o velmi zdařilou publikaci, přehledně a logicky strukturovanou v pěkném grafickém provedení, ale zejména s velmi aktuálním a kvalitně zpracovaným obsahem. Lze ocenit zpracovanou metodiku jak využít texty z médií pro tvorbu slovních úloh i pestrý výběr motivačních textů. Uvedené úlohy mohou být vhodným pomocníkem pro zatraktivnění vyučovací hodiny, kdy žáci uvidí, v jakých oblastech lze najít souvislost matematiky s běžným životem a její využitelnost při řešení problémů reálného světa. Žáci jsou zároveň motivováni k tomu, aby správně porozuměli textu, naučili se s ním pracovat a dle zadaných pokynů vyhledávali potřebné informace, především prostřednictvím internetu.

Ukázková úloha:

Kružberk

Zdroj: Deník, 20. 3. 2015

Foto: http://www.krasnecesko.cz/foto/o10472-1-Vodni-nadrz-Kruzberk.jpg



KRUŽBERK. Nádrž na řece Moravici u obce Kružberk je nejstarší přehradou na území severní Moravy a Slezska. Byla vybudována v letech 1948 až 1955. Přehradní těleso tvoří betonová zeď ve tvaru oblouku o kruhovém poloměru 450 metrů. Celkový objem nádrže je 35,525 milionu kubických metrů.

Zadání aktivit pro žáky

B1

Jaká je hmotnost vody v nádrži? Výsledek odhadněte a pak vypočítejte.

B2

Uvažujme vodovodní kohoutek, kterým napustíme kbelík na vodu o objemu 10 litrů za 10 sekund. Za jak dlouho bychom tímto kohoutkem napustili 25 % nádrže? Svůj odhad zapište a pak úlohu řešte.

B3

Na zahradě máme bazén tvaru komolého kužele s dolním průměrem 3,76 m, horní průměr je o 40 cm menší, výška hladiny vody v bazénu je 85 cm. Kolik takových bazénů bychom mohli vodou z nádrže napustit? Nejdříve zapište svůj odhad, pak vypočítejte. Po výpočtu své odhady vyhodnoťte.

B4

Na obrázku je přehradní hráz nádrže Kružberk. Určete středový úhel a obsah kruhové výseče nákresu přehradní hráze na plánu s měřítkem 1 : 2000. Potřebné údaje vyhledejte na internetu.

B5

Délka záplavy přehrady je 9 km.

Za jak dlouho přejdeme po zamrzlé hladině od přehradní hráze až na nejvzdálenější konec přehrady, ujdeme-li za 6 minut 450 m? Za jak dlouho by tuto dráhu zvládla na bruslích Martina Sáblíková, pokud by ji překonala stejnou průměrnou rychlostí, jakou vyhrála při mistrovství světa ve víceboji (Calgary, Kanada 2015) poslední disciplínu – svou oblíbenou „pětku" – časem 6:51,2?

B6

Zatopená plocha vodní nádrže Kružberk je 280 ha.

Představme si, že z vodní hladiny „sesbíráme" jednu vrstvu molekuly vody. Jaký bude objem tohoto množství vody? Svůj odhad zapište a pak vypočítejte. Potřebné údaje vyhledejte.

B7

Přehrada v zimě ideálně zamrzla, tloušťka ledu byla 10 cm. Kolik ledu (v m^3) vzniklo?

Možná řešení s metodickým komentářem a ukázkami žákovských řešení

Aktivity této úlohy vycházejí v úvodu jen z fotografie a ze stručného informačního textu v denním tisku, který se týká vodní nádrže Kružberk. Tato krátká novinová zpráva je následně doplňována informacemi v zadáních konkrétních úkolů, s nimiž pak žáci pracují především. Formulace těchto zadání je velmi exaktní, důraz je kladen na představivost a odhad některých skutečností.

Žáci pracují ve čtyřčlenných skupinách, každý z nich má svůj pracovní list. Každá skupina má k dispozici kalkulátory i přístup na internet (např. s pomocí tabletu v běžné třídě). Počítačová učebna svým prostorovým uspořádáním nebývá pro skupinovou práci příliš vhodná. Žáci se rozdělí do pracovních skupin, zprovozní si přístup na internet a po rozdání pracovních listů začínají pracovat.

Při plnění úkolů žáci v aktivitách B1 až B3, B6 a B7 výsledek nejprve odhadují a teprve poté vypočítávají. V aktivitách B4, B6 jsou nuceni potřebné informace vyhledat na internetu. Důraz je rovněž kladen na jejich schopnost přesně, zároveň však kultivovaně verbalizovat výsledky svých výpočtů.

B1

K řešení úkolu využijeme údaj z úvodního textu ***...Celkový objem nádrže je 35,525 milionu kubických metrů ....*** Žáci ve skupinách zapíší svůj odhad, následně vypočítají celkovou

hmotnost: $m = \rho \cdot V = 10^3 \cdot 35{,}525 \cdot 10^6$ kg, tedy hmotnost vody v nádrži je přibližně 35,5 mil. tun. Odhad žáků je zpravidla výrazně nižší než vypočítaná skutečnost.

B2

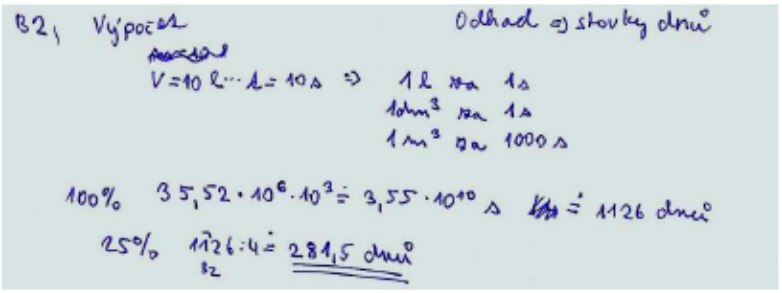
K řešení úkolu opět využijeme údaj o objemu nádrže z úvodního textu. Žáci zapíší svůj odhad, následně provedou výpočet. I v této aktivitě je odhad některých skupin žáků řádově nižší než vypočítaná skutečnost. Žáci se však již ve svých odhadech na základě zkušenosti z aktivity B1 více přibližují skutečné hodnotě, zlepšuje se jejich představivost o množství vody zadržované přehradou.

Výpočet:

Přítok kohoutkem $Q = 3\,600\ \mathrm{dm^3 \cdot h^{-1}} = 3{,}6\ \mathrm{m^3 \cdot h^{-1}}$.

Napouštění čtvrtiny nádrže $t = \frac{0{,}25 \cdot V}{Q} \doteq 2{,}47$ mil. hodin $\doteq 281{,}6$ let.

Ve výpočtech žáků se mohou objevovat chyby způsobené zejména používáním různých jednotek u vstupních údajů. Na ukázce žákovského řešení můžeme vidět, že výpočet je proveden správně, avšak u druhé části výpočtu žáci chybně uvedli výsledek v řádu dnů, vypočítali to přitom správně v řádu let. K chybnému zápisu je mohl vést jejich původní odhad.



B3

Žáci poměrně často zaměňují pojmy poloměr a průměr. Proto je třeba, aby tyto pojmy správně pochopili a vyhnuli se tak chybám při dosazení hodnot do vzorce pro výpočet objemu komolého kuželu. Získané hodnoty ze zadání úlohy pak jsou

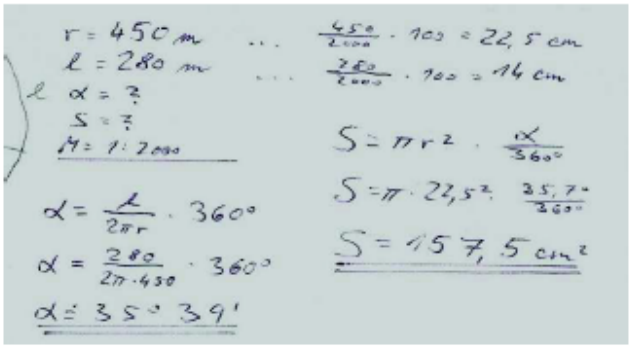
$r_1 = (3{,}76 : 2)\ \mathrm{m} = 1{,}88\ \mathrm{m};\ r_2 = [(3{,}76 - 0{,}4) : 2]\ \mathrm{m} = 1{,}68\ \mathrm{m};\ v = 0{,}85\ \mathrm{m}.$

Pro objem bazénu platí $V_b = \frac{\pi v}{3}(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) = 8{,}47\ \mathrm{m^3}$.

Počet bazénů je pak $V : V_b \doteq 4{,}19$ miliónů. Vodou z přehrady tedy můžeme naplnit něco přes 4 190 000 bazénů.

B4

Je vhodné převést skutečné rozměry přehradní hráze na rozměry na nákresu 1 : 2 000. Žáci zjistí, že je nutné na internetu vyhledat délku přehradní hráze, která je 280 m. Dosazením pak vypočítají obsah kruhové výseče. Žáci však mohou středový úhel kruhové výseče vypočítat i ze skutečných rozměrů přehrady.



Středový úhel kruhové výseče je 35,7° a obsah kruhové výseče nákresu přehradní hráze je 157,72 cm². Vzhledem k různé míře přesnosti hodnoty π a zaokrouhlování v průběhu výpočtu dochází k mírným odlišnostem ve výsledcích jednotlivých pracovních skupin žáků.

B5

Tato aktivita je zaměřená na výpočet doby pohybu při známých údajích o dráze a rychlosti. Žáci musí být velmi pozorní při práci s jednotkami u údajů vyskytujících se v zadání úlohy. Uvažovaná rychlost chůze je 4 500 m za hodinu, tj. $v = 4{,}5\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

Doba chůze je tedy $t = \frac{s}{v} = \frac{9}{4{,}5}\,\mathrm{h} = 2\ \mathrm{h}$.

Žáci ve skupině diskutují, v jakých jednotkách je údaj z časomíry závodu uveden. Čas Martiny Sáblíkové je uveden v minutách a sekundách.

Její rychlost je $v = \frac{s}{t} = \frac{5\,000}{411{,}2}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \doteq 12{,}16\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Doba, za kterou by Martina Sáblíková úsek od přehradní hráze až na nejvzdálenější konec přehrady, je rovna $t = \frac{s}{v} = \frac{9\,000}{12{,}16}\ \mathrm{s} \doteq 740{,}13\ \mathrm{s} \doteq 12{,}34\ \mathrm{min}$.

B6

V osmnácti cm³ vody (což odpovídá přibližně 18 g) je $6 \cdot 10^{23}$ molekul.

Na objem jedné molekuly tak připadá $30 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{m^3}$. Krychlička daného objemu by tedy měla hranu délky $h = 3{,}1 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$. Objem vody vzniklé sesbíráním jedné vrstvy molekul vody z vodní hladiny přehrady pak je

$V = S \cdot h = 2\,800\,000 \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-10}\mathrm{m^3} = 0{,}000\,868\ \mathrm{m^3} = 0{,}868\ \mathrm{l}$.

B7

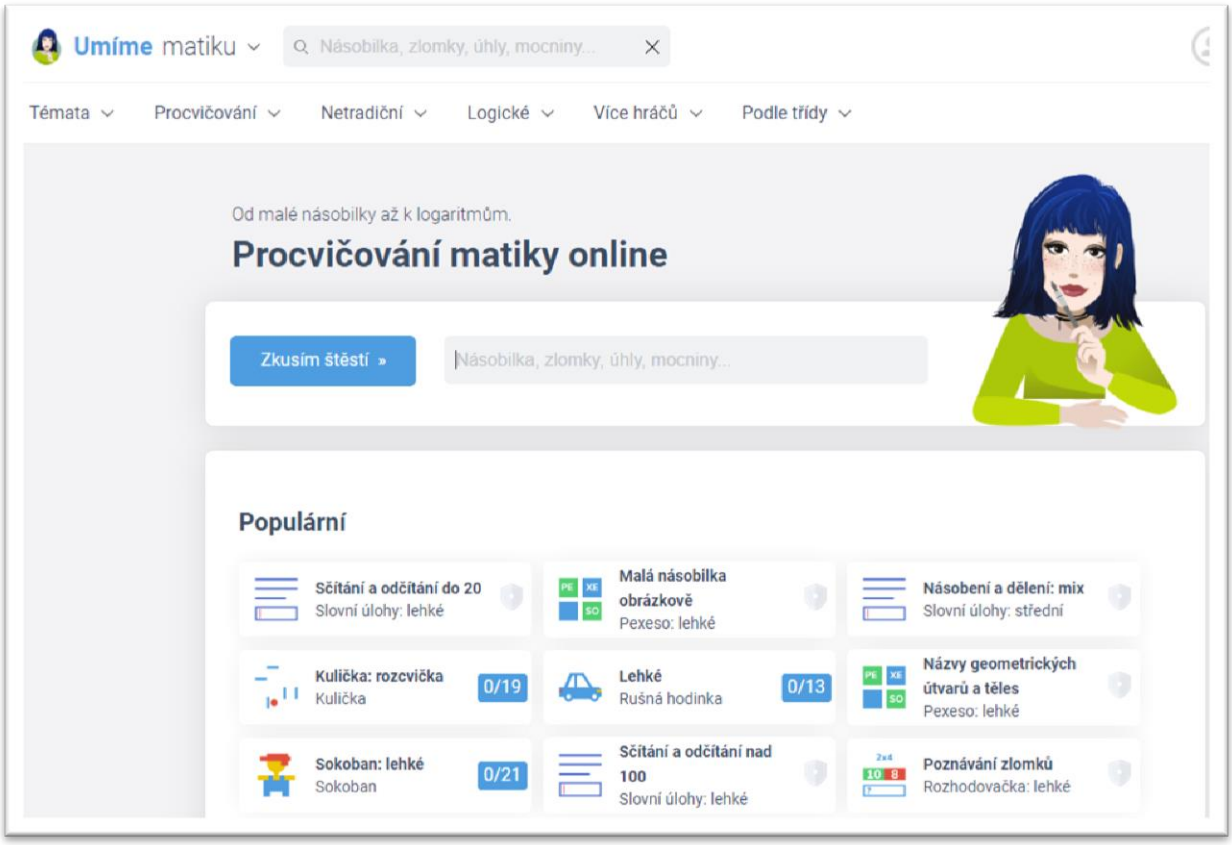
Postup výpočtu je analogický jako v předcházející aktivitě B6:

$V = S \cdot h = 2\,800\,000 \cdot 0{,}1\ \mathrm{m^3} = 280\,000\ \mathrm{m^3}$.

1.2.5 Umíme matiku

Dostupné z:

https://www.umimematiku.cz



Obrázek 5: Umíme matiku – úvodní stránka

Charakteristika zdroje:

Portál umimematiku.cz je jednou z částí projektu Umíme, jehož příprava probíhá ve spolupráci s výzkumnou skupinou Adaptive Learning na Fakultě informatiky Masarykovy univerzity. Je určena k procvičování učiva základních a středních škol zábavnou formou. Vytváří jej tým informatiků, pedagogů a tvůrců, kteří se snaží udělat procvičování učiva zábavnější, efektivnější a přínosnější.

Struktura zdroje:

Rozcestník na portále Umíme umožnuje vstoupit na procvičování jednotlivých předmětů a přes odkaz Umíme matiku se dostaneme na stránku věnovanou matematice. Roletové menu na úvodní stránce obsahuje následující nabídku:

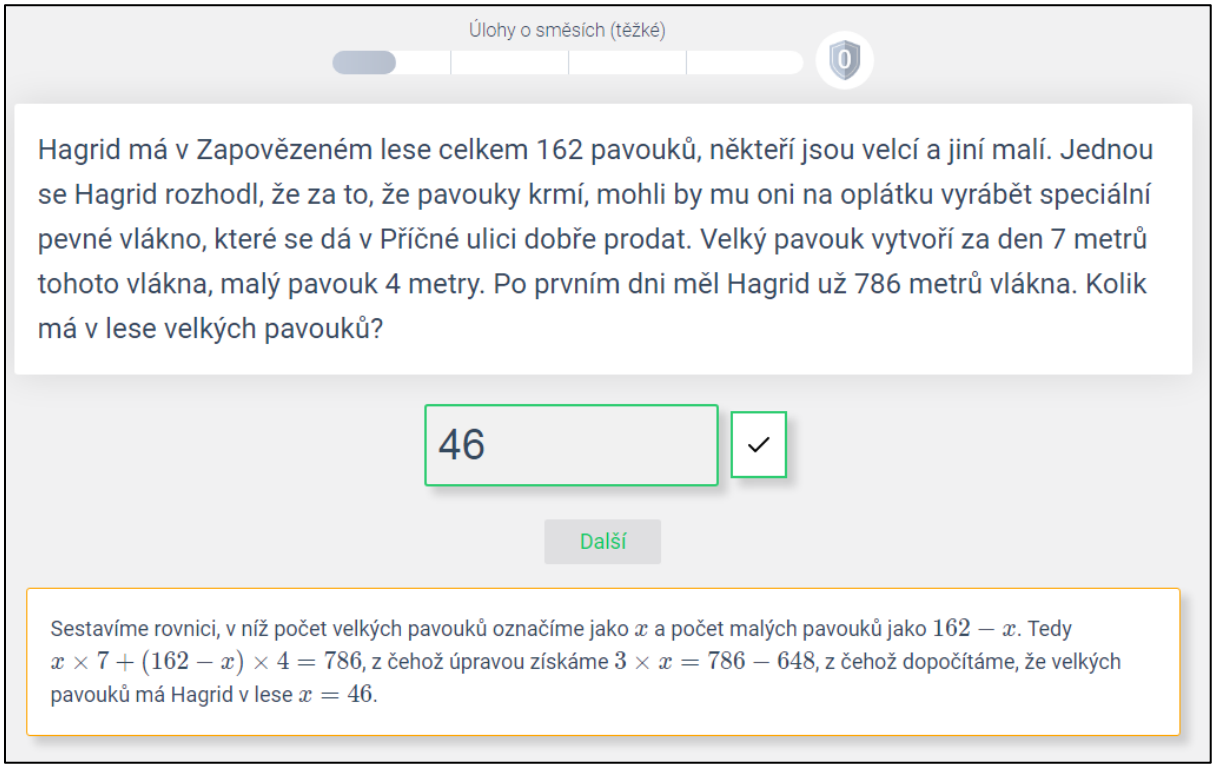
- Témata – obsahuje přehled všech témat.
- Způsob procvičování – grafař, pexeso, slovní úlohy apod.
- Netradiční forma cvičení – příšerky, roboti, střílečky, tetris.
- Logické úlohy – sokoban, tetris, kulička apod.
- Cvičení pro více hráčů.
- Výběr témat dle tříd.

Příklady jsou seřazeny dle obtížnosti a přehledně a jsou průběžně vyhodnocovány. K dispozici je i správné řešení. Žáci jsou při práci motivování ziskem odměn při dosažení jednotlivých cílů. Každé téma obsahuje jednoduché vysvětlení učiva, následuje ukázkový příklad a nabídka způsobu procvičování, tedy chceme-li hrát pexeso, počítat nebo např. rychlé procvičování výběrem ze dvou možností. Pod každou volbou se pak skrývá sada příkladů s výsledným vyhodnocením.

Zhodnocení zdroje:

Portál je přehledný, uživatelsky příjemný a umožňuje pestré, inteligentní a zábavné procvičování matematiky. Například procvičování slovních úloh obsahuje více než 1000 zadání, která jsou přehledně roztříděna do skupin. Úlohy jsou tvořeny tak, aby žáky zaujaly. Některé jsou zasazeny přímo do reálného prostředí, jiné do světa, který žáci důvěrně znají z knih, pohádek, filmů apod. Takže v nich vystupují mimo jiné jednorožci, draci, Pat a Mat, Mimoni, Lichožrouti, Harry Potter a další. Přístup k portálu může být zdarma s omezením na 125 odpovědí na každý den, nebo je třeba si zakoupit licenci, která umožňuje neomezený přístup. Cena však není vysoká a vzhledem ke kvalitě a propracovanosti portálu, určitě stojí za to si licenci koupit.

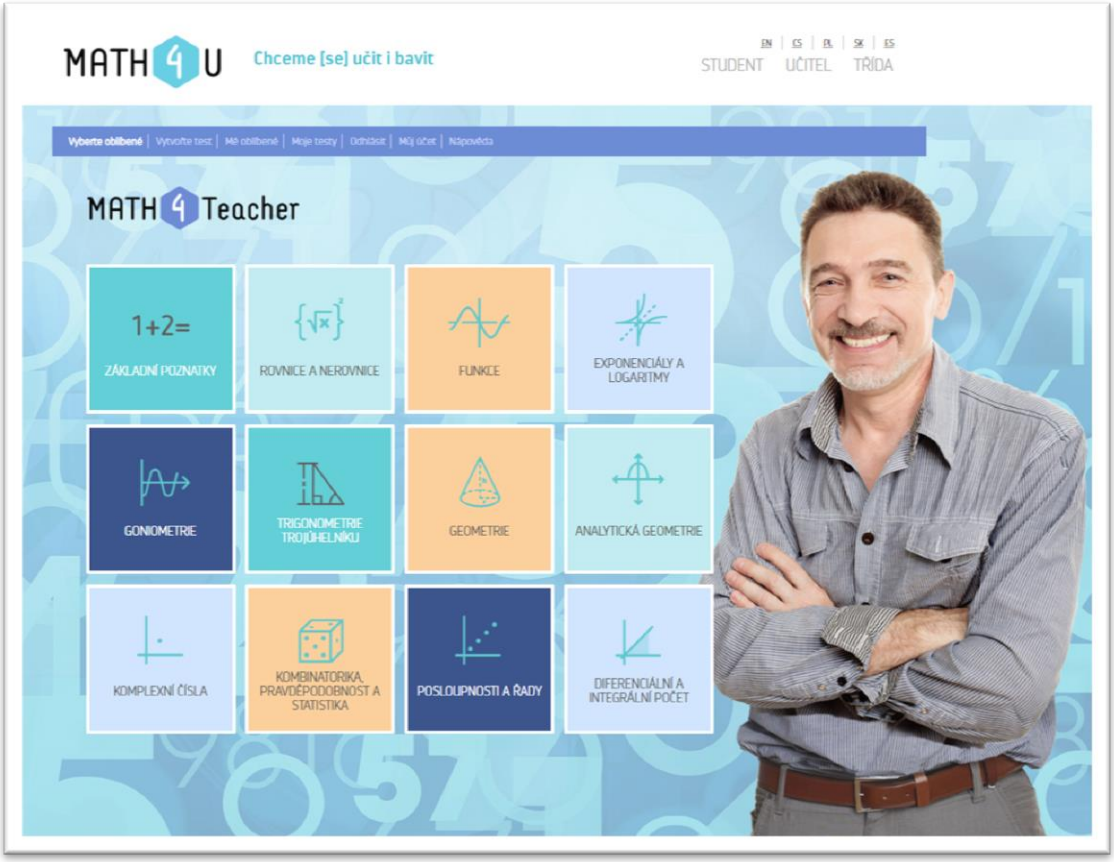
Ukázková úloha:



1.2.6 MATH4U

Dostupné z:

http://math4u.vsb.cz/



Obrázek 6: Math4U – úvodní stránka

Charakteristika zdroje:

Vzdělávací portál Math4U připravila Katedra aplikované matematiky Fakulty elektrotechniky a informatiky VŠB-TUO ve spolupráci se středními školami z Ostravy, Žiliny, Námestova a Lipnice Wielka. Je určen středoškolským studentům i učitelům matematiky a jeho hlavní cíl nejlépe vystihuje slogan uveden v záhlaví úvodní stránky *„Chceme (se) učit a bavit“*. Učitelům umožňuje tvorbu interaktivních testů nebo obyčejných písemek z databáze 4200 příkladů během několika minut a zaujmout třídu některou ze 150 tréninkových her. Studentům nabízí originální aplikaci k procvičování matematiky a to na mobilním telefonu nebo tabletu. V aplikaci si mohou vygenerovat test na dané téma „šitý na míru“ podle vlastních představ nebo test souhrnný. Portál je bezplatný a funguje ve čtyřech jazykových verzích (EN, CS, PL, SK, ES).

Struktura zdroje:

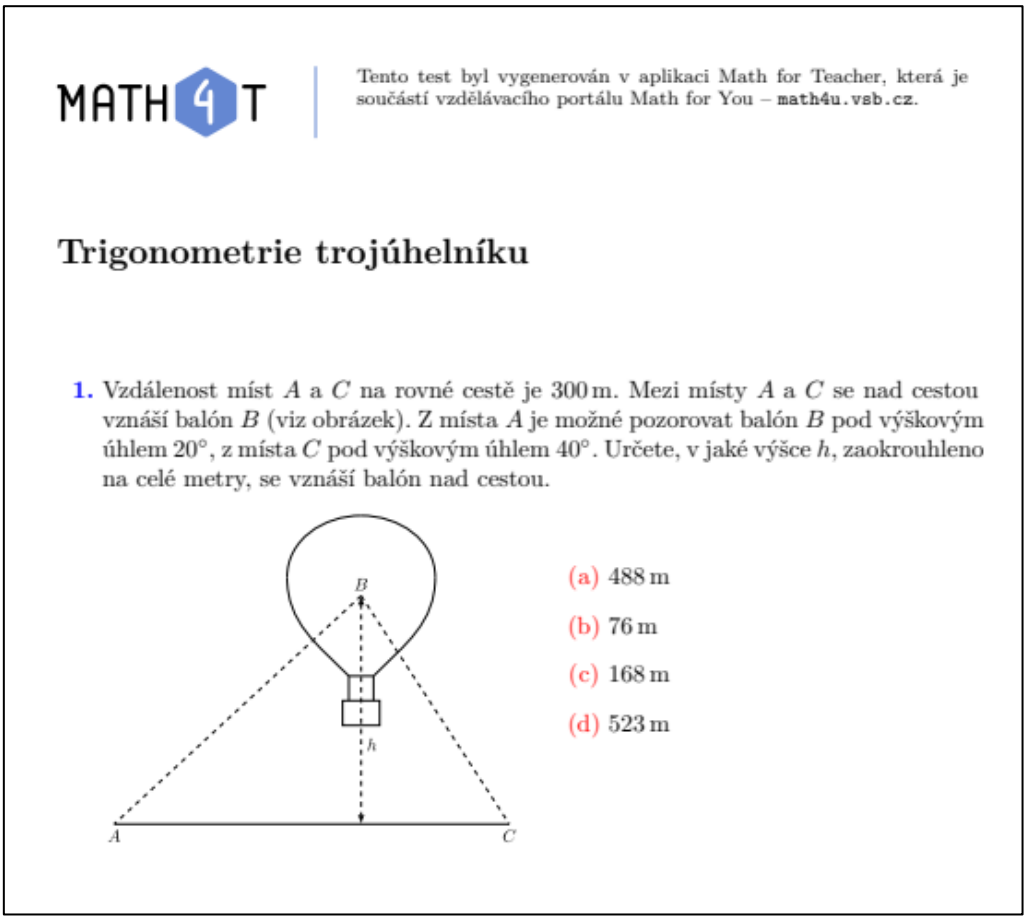
Po vstupu na portál Math4U lze na rozcestníku zvolit, zda chce uživatel pokračovat jako Student, Učitel nebo Třída. Pro vstup do aplikace Math4Teacher je třeba použít dlaždici Učitel. Zde je přehledný rozcestník dvanácti tematických oblastí středoškolské matematiky. Jelikož učitel využívá portál k vytváření testů, může zde ještě blíže specifikovat podoblast, na kterou chce zkušební test zaměřit. Poté již listuje databází otázek a vybrané otázky označí jako oblíbené. Příklady jsou rozděleny do tří stupňů obtížnosti: A – zahájení daného tématu, B – navazující učivo, C – pokročilejší partie

daného tématu. Jakmile má výběr hotov, vygeneruje si interaktivní test, který lze promítnout prostřednictvím dataprojektoru či interaktivní tabule nebo vytisknout jako test písemný. Po zodpovězení všech otázek je k dispozici velmi rychlé vyhodnocení a analýza chyb.

Zhodnocení zdroje:

Portál Math4U je opět jeden z dalších skvělých počinů Katedry aplikované matematiky Fakulty elektrotechniky a informatiky VŠB-TUO v oblasti spolupráce se středními školami. Je velmi kvalitně propracován jak po stránce technické, tak po stránce obsahové. Nabízí velmi přívětivé uživatelské rozhraní s pěknou grafikou. Obsahuje komplexně zpracovanou středoškolskou matematiku formou příkladů, učitelé ani žáci nemusí brouzdat po internetu a hledat potřebná témata, což bývá mnohdy zdlouhavý proces s nejistým výsledkem. Velkou výhodou pro studenty je, že si mohou dané učivo procvičovat na mobilním telefonu nebo tabletu kdekoliv a kdykoliv, např. při cestě vlakem nebo autobusem do školy nebo při čekání na kroužek apod. Učitelům šetří čas při tvorbě interaktivních testů anebo obyčejných písemek, a to v různých jazykových mutacích. Primárně je na portálu nastavena angličtina, ale uživatel si může vybrat mezi dalšími čtyřmi jazyky, což je jistě velkou výhodou nejen pro zahraniční studenty účastnících se např. programu Erasmus apod., ale i pro české studenty, kteří chtějí v budoucnu studovat v zahraničí. Stejně tak užití tréninkových her ve výuce je pro třídy jistě přínosné a zajímavé.

Ukázkový test:



MATH 4 T

Tento test byl vygenerován v aplikaci Math for Teacher, která je součástí vzdělávacího portálu Math for You – **math4u.vsb.cz**.

Trigonometrie trojúhelníku

1. Vzdálenost míst A a C na rovné cestě je 300 m. Mezi místy A a C se nad cestou vznáší balón B (viz obrázek). Z místa A je možné pozorovat balón B pod výškovým úhlem 20°, z místa C pod výškovým úhlem 40°. Určete, v jaké výšce h, zaokrouhleno na celé metry, se vznáší balón nad cestou.

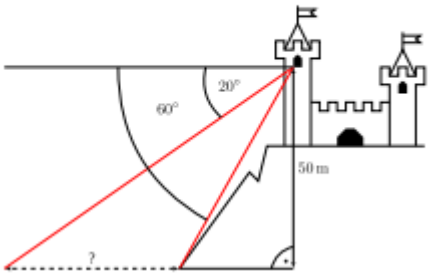
(a) 488 m

(b) 76 m

(c) 168 m

(d) 523 m

2. Z nejvyššího okna Oravského hradu je vidět na břehy řeky Oravy v hloubkových úhlech 60° a 20°. Výška okna nad hladinou Oravy je 50 m. Jak je řeka široká?



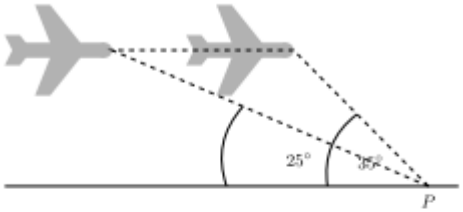
(a) 108,5 m

(b) 137,4 m

(c) 100,5 m

(d) 125,4 m

3. Pozorovatel sleduje blížící se letadlo letící konstantní rychlostí po přímce ve výšce 3000 m. V prvním okamžiku spatří pozorovatel letadlo ve výškovém úhlu 25°. Po 10 sekundách se výškový úhel změní na 35°. Jakou rychlostí se letadlo pohybovalo? Zaokrouhlete na jednotky.



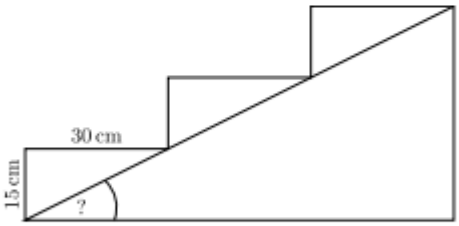
(a) $6576\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

(b) $215\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

(c) $2149\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

(d) $658\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

4. Pod jakým úhlem stoupá schodiště, jehož schody jsou 30 cm hluboké a 15 cm vysoké?



(a) 63,43°

(b) 60°

(c) 26,57°

(d) 30°

5. Jakou šířku má monitor počítače, jestliže je poměr šířky a výšky monitoru 16 : 9 a monitor je 23 palcový? Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. (1 palec=2,54 cm)

(a) 20,05 cm

(b) 28,65 cm

(c) 11,28 cm

(d) 50,92 cm

1.2.7 Nevšední matematika všedního dne

Dostupné z: https://www.nmvd.cz/

Obrázek 7: Nevšední matematika všedního dne – úvodní stránka

Charakteristika zdroje:

Projekt NMVD byl realizován v letech 2012-2014 pracovníky Gymnázia Jana Palacha Mělník. Za pomoci učitelů matematiky z celé republiky byla vytvořena **doplňková online učebnice matematiky a cvičebnice pro testování a domácí přípravu** prostřednictvím aplikace Moodle. Cílem této elektronické open source učebnice je zatraktivnit a obohatit vyučování matematiky tak, aby žáci druhého stupně základních škol a nižšího gymnázia, kterým je určena, byli dostatečně motivováni a byli schopni matematiku používat nejen ve škole, ale i v běžném životě v reálných situacích a tím využívat matematiku v praxi. Do učebnice je možné doplňovat úlohy, aktualizovat data, obrázky, fotografie a doprogramovat další aplikace. Projekt byl realizován prostřednictvím osmi klíčových aktivit. Mezi ně patří tvorba úloh jako základny pro učebnici, tvorba cvičebnice Moodle, externí sběr úloh od učitelů matematiky, školení pro pilotující učitele, vlastní pilotáž, zpřístupnění učebnice na webovém portálu www.rvp.cz a školení učitelů matematiky v používání učebnice a cvičebnice.

Struktura zdroje:

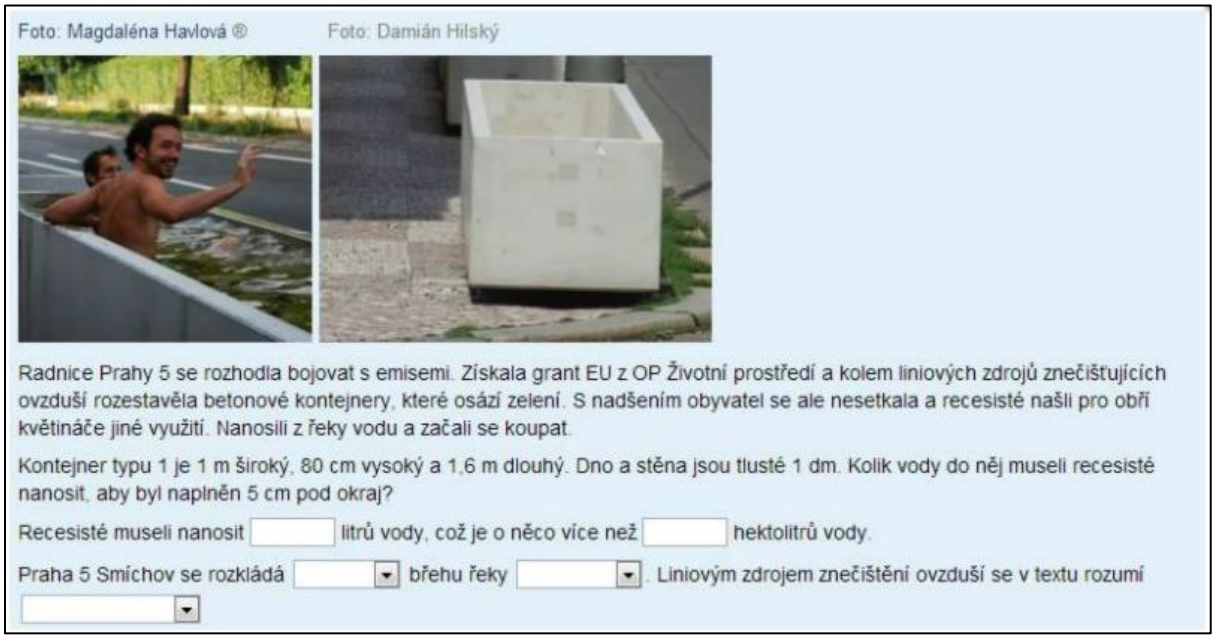
Portál má originální grafickou podobu, jejíž autorkou je profesionální výtvarnice Bára Buchalová. Učebnice obsahuje úlohy monotematické i komplexní, které předpokládají orientaci ve více

tématech. Je open source, takže si ji celou nebo její část může vyučující nejen stáhnout, ale i zasahovat do jejího zdrojového kódu. Může měnit fotografie, aktualizovat data, přidávat nebo odebírat úlohy. Hlavní stránka obsahuje rozcestník, který nasměruje uživatele na Moodle případně na databázi miniprojektů, na odkaz, kde jsou záznamy z webinářů, konferencí a jiných vzdělávacích akcí nebo na odkaz obsahující odpovědi na nejčastější dotazy a uživatelské manuály. Cvičebnice obsahuje velké množství úloh, které si při řešení domácích úkolů žáci náhodně vybírají z dané kategorie, což zamezuje opisování. Velkým přínosem, který svědčí o propracovanosti tohoto systému, jsou naprogramované předpokládané chyby, kterých se žák může při řešení domácího úkolu dopustit, a na které ho systém při závěrečné kontrole upozorní, čímž dostane šanci příklad vyřešit správně.

Zhodnocení zdroje:

Portál nabízí příjemné atraktivní grafické prostředí. Všechna zadání úloh jsou doprovázena fotografiemi. Zásadním přínosem pro učitele je, že mohou využívat hotové úlohy, ale i uveřejňovat své vlastní, využívat cvičebnici, že mají k dispozici profesionální galerii, která jim pomůže udržet jednotný grafický vzhled vlastních prezentací. Tím nejdůležitějším kladem projektu a přínosem pro žáky je, že zařazení úloh, které řeší běžné problémy z reálného světa do výuky, ale i problémy společensky aktuální (ochrana životního prostředí, zdravý životní styl apod.), u nich může vzbuzovat zvídavost, zvyšovat zájem o matematiku, zatraktivnit matematiku a bojovat proti nudě v matematice. Závěrem je možno konstatovat, že se jedná o velmi zdařilé dílo, které jistě přispělo ke zvýšení matematické gramotnosti našich žáků.

Ukázková úloha z cvičebnice:



Ukázková úloha z interaktivní učebnice:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ADVERTISING

Autorka námětu: Mgr. Kateřina Šmausová

Projekt realizovaný Gymnáziem Jana Palacha Mělník
leden 2012 - prosinec 2014
CZ.1.07/1.1.00/26.0038

Projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Které slovo patří na místo .....? [2]

Račte vstoupit do světa ..... .
..... je jakákoliv placená i neplacená forma propagace výrobku, služby, společnosti, obchodní značky nebo myšlenky mající za cíl především zvýšení prodeje. ..... může být televizní, novinová, internetová, rozhlasová, plakátová nebo jiná. [1]

Výstava Andy Warhola v Národní galerii Skotska. Andy Warhol povýšil ..... na umění.
Umíš říct ..... anglicky?

Reklamní plachta obchodního centra Plaza v Plzni je složena ze sedmi svislých pruhů o rozměrech 180 cm na šířku a 4,2 m na výšku. Jakou plochu zabírá celá plachta?

ŘEŠENÍ

Po obvodu plachty jsou po 30 centimetrech umístěny kovové kroužky. Kolik kroužků je na celé plachtě?

ŘEŠENÍ

Plachta je upevněna pomocí pružného lana, které je provlečeno kovovými kroužky a s okrajem plachty tvoří rovnostranné trojúhelníky. Jak dlouhé lano je potřebné k upevnění, přidáte-li 5 dm na přesahy a zakončení?

ŘEŠENÍ

Jak dlouho se plachta tiskne, je-li rychlost tisku 40 m^2/h?

Může být něco radostnějšího a úchvatnějšího, než trávit čas v nákupním centru?

ŘEŠENÍ

Kolik celá reklamní plachta stojí, je-li cena za 1 m^2 860 Kč?

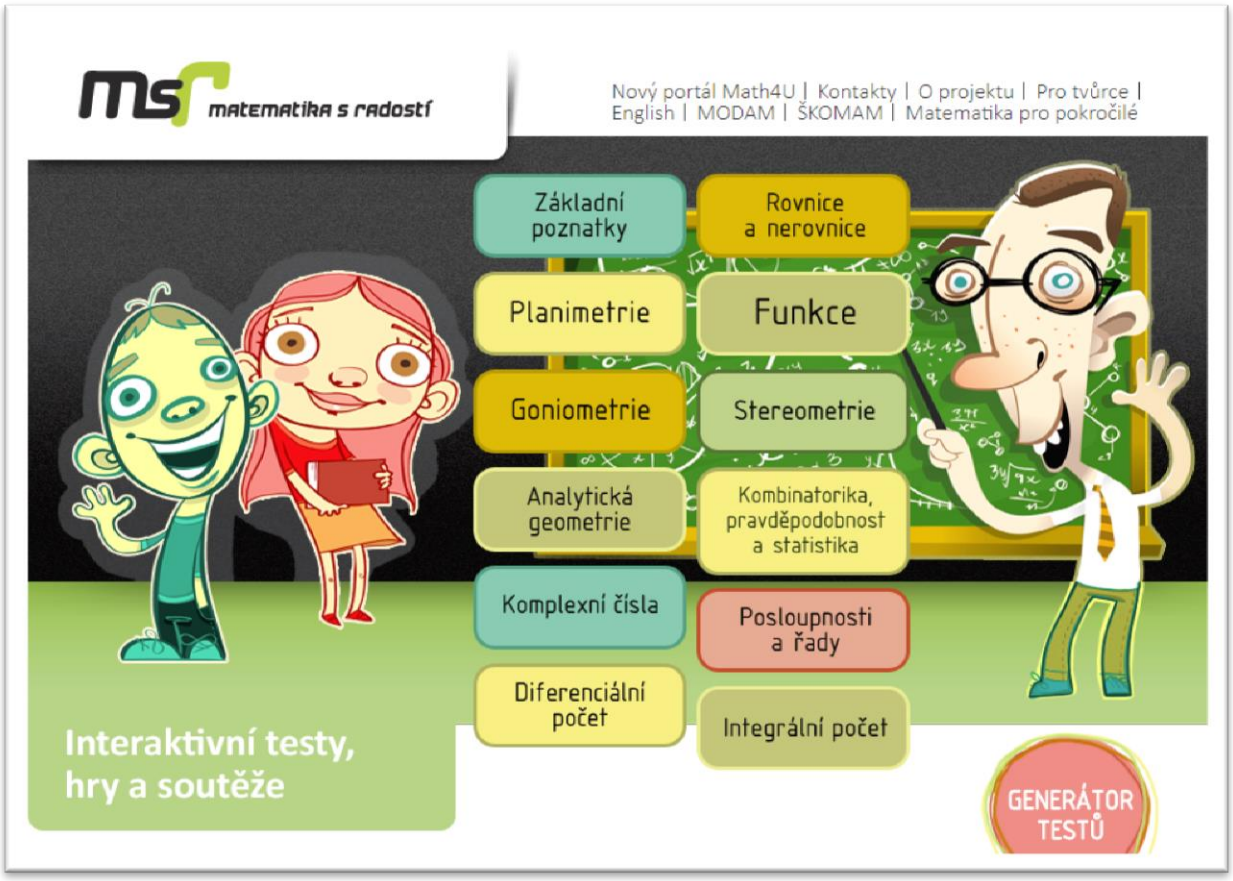
ŘEŠENÍ

Zjisti, proč byly při příležitosti výstavy Andyho Warhola sloupy Národní galerie Skotska obaleny v Campbellově polévce. [2]

DÚ-01-06

1.2.8 Matematika s radostí

Dostupné z: http://msr.vsb.cz/



Obrázek 8: Matematika s radostí – úvodní stránka

Charakteristika zdroje:

V projektu, jak již sám jeho název napovídá, šlo tvůrcům o zvýšení zájmu o matematiku a radost z učení, kterou u žáků vzbudí vytvořením interaktivního portálu, jež u nich může zlepšit matematické znalosti a dovednosti. Byl realizován v letech 2012-2015 Vysokou školou báňskou – Technické univerzity Ostrava, Gymnáziem Ostrava-Hrabůvka, Wichterleho gymnáziem Ostrava – Poruba, Slovanským gymnáziem Olomouc, Střední průmyslovou školou Přerov a Střední školou elektrotechnickou Lipník nad Bečvou. Interaktivní vzdělávací obsah tvoří: *interaktivní testy, párovací hry, soutěže Neriskuj, AZ kvíz, Odkryj obrázek* a *krokované příklady*. Projekt je určen především pro studenty středních škol.

Struktura zdroje:

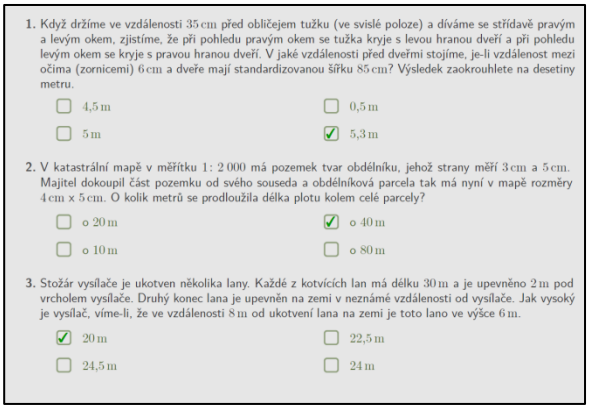
Úvodní stránka portálu, jak je vidět z výše uvedeného obrázku, nabízí možnost výběru z dvanácti oblastí matematiky, které tematicky i svým uspořádáním korespondují s učebnicemi pro gymnázia vydanými nakladatelstvím Prometheus: *Základní poznatky, Rovnice a nerovnice, Planimetrie, Stereometrie, Funkce, Goniometrie, Analytická geometrie, Kombinatorika, Pravděpodobnost a statistika, Komplexní čísla, Posloupnosti a řady, Diferenciální počet, Integrální počet*. Tyto všechny tematické bloky obsahují celkem 860 materiálů v pdf formátech, se kterými je možno interaktivně pracovat ve třech stupních obtížnosti: lehké, střední a těžké. Ke každému typu vzdělávacího

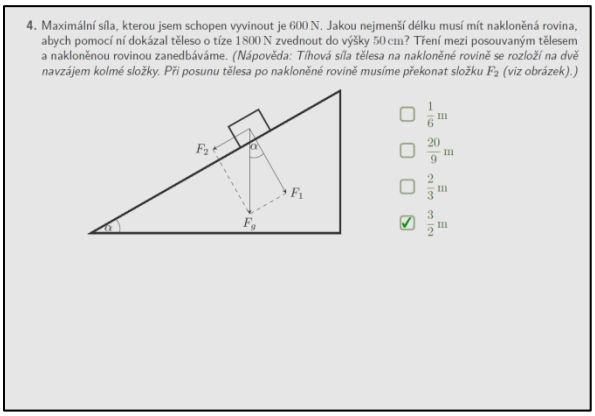
materiálu je uveden podrobný návod jak postupovat. U testů se nabízí dokonce možnost vygenerovat si pomocí aplikace z databáze otázek svůj test.

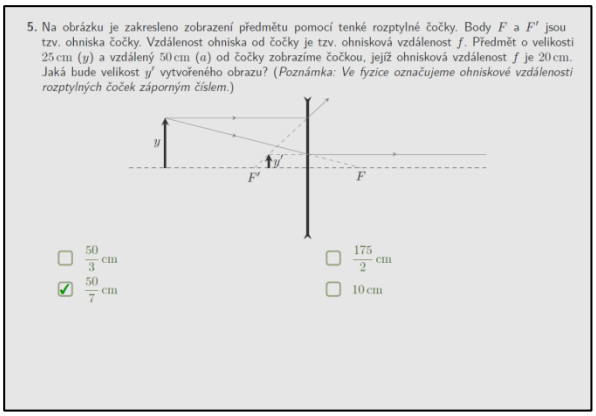
Zhodnocení zdroje:

Stránky působí velmi příjemným dojmem svojí grafikou i svým přívětivým uživatelským rozhraním. Snaha o vytvoření zajímavé formy, která žáky zaujme, působí nenásilně, klade důraz na motivaci, geometrickou interpretaci a praktické využití probíraných pojmů. Jedná se o velmi kvalitní projekt jak z hlediska obsahového, tak z hlediska zvolené formy, ale i z aspektu technického provedení. Projekt vyhrál 7. kolo soutěže *Scientix Awards* v kategorii *„STEM teaching materials addressed to students“* a bylo mu věnováno hodně pozornosti na různých matematických konferencích i v některých matematických časopisech.

Ukázková úlohy z testu:







1.2.9 MATEMATECH – Matematickou cestou k technice

Dostupné z:

https://docplayer.cz/149711291-Matematec-matematickou-cestou-k-technice-durch-den-mathematischen-weg-zur-technik-ceske-budejovice-rakousko-ceska-republika-atcz35.html

Charakteristika zdroje:

Publikace MatemaTech – Matematickou cestou k technice shrnuje výsledky stejnojmenného projektu. Protože byl projekt řešen v rámci přeshraniční spolupráce mezi Jihočeským krajem a Horním Rakouskem, jsou autoři publikace kolektivy českých i rakouských učitelů matematiky. Byl financován z Evropského fondu pro regionální rozvoj, programu INTERREG V-A Rakousko – Česká republika a vychází z dlouhodobé spolupráce Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích a Johannes Kepler Universität Linz v oblasti didaktiky matematiky. Dle autorů byla hlavní motivací projektu společná potřeba zvyšovat zájem žáků základních a středních škol o technické a přírodovědné obory ve vazbě na trh práce a také neustále se prohlubující pokles zájmu žáků základních a středních škol o studium matematiky a technických oborů na středních a vysokých školách. Projekt má také své vlastní webové stránky www.matematech.cz.

Obrázek 9: MatemaTech sborník – úvodní stránka

Struktura zdroje:

Publikace obsahuje 26 příkladů. Každý příklad obsahuje:

- Úvod – pracovní list s určením věkové skupiny žáků, pro které je příklad určen, časové dotace, potřebných pomůcek. Stanoví požadované znalosti žáků, získané dovednosti a znalosti a aplikace tématu.
- Pracovní list pro žáky – ten obsahuje teoretickou část, praktickou část a zadání úloh.
- Vzorové řešení.

Zhodnocení zdroje:

Publikace řeší velmi aktuální téma, kterým je malý zájem studentů o studium na školách technického typu. Je přehledně strukturovaná, výborně graficky zpracovaná, jednotlivé metodické materiály jsou pestře tematicky zaměřeny. Některé z nich vznikly ve spolupráci s firmami např. MOTOR JIKOV GROUP a.s. apod. Velmi cenné jsou metodické komentáře pro učitele u jednotlivých úloh, popis zkušeností s použitím výukových materiálů v hodinách matematiky, a závěrem každého materiálu také pokyny pro učitele.

Ukázková úloha:

MatemaTech

10. Matematika mostních staveb – bechyňská Duha

Úvod

Již v minulém století naši předkové citlivě vzhledem k přírodě překlenuli řeku Lužnici v jihočeské Bechyni silničním a současně železničním mostem. Výsledkem je nejen užitečná stavba v podobě unikátního obloukového mostu, ale také ojedinělý umělecký objekt. I zde najdeme několik námětů k vytvoření matematických problémů. Zaměříme se na analytickou geometrii kuželosečky a ukázku využití souřadného systému jako nezbytného nástroje pro řešení matematické úlohy. Rozšířená varianta výukového materiálu zahrnující i další mostní stavby je k dispozici na webu www.matematech.cz.

Základní informace o materiálu	
Autor	Hana Mahnelová
Věk žáků	16 – 19 let
Časová dotace	15 minut
Potřebné pomůcky a požadavky na techniku	- tužka - kalkulátor
Požadované znalosti a dovednosti žáků	- grafické znázornění v Kartézské soustavě souřadné - osová rovnice paraboly - osvojení pojmů rozpětí a vzepětí mostního oblouku
Získané dovednosti a znalosti	- rozvoj čtenářské gramotnosti - rozvoj grafického projevu žáka v souřadném systému - schopnost aplikace matematiky na reálný problém
Aplikace tématu	Stavební praxe mostů
Zdroje	[1] www.inbest.cz/profil-spolecnosti

Pracovní list pro žáky

Obr. 10.1: Most přes Lužnici v Bechyni, převzato z [1], autor fotografie: Michael Šmucr

Od 1. 10. 2014 je Bechyňský most (obrázek 10.1), často označovaný jako Duha nebo Duhový most, prohlášen národní kulturní památkou. Jedná se o silniční a současně železniční most, jehož stavba započala v roce 1926, slavnostně otevřen byl 28. října 1928, rekonstrukce proběhla v letech 2003 – 2004. Most tvoří jeden železobetonový oblouk o rozpětí 90 m a vzepětí 38 m, přičemž jeho nejvyšší bod je asi 50 m nad hladinou řeky Lužnice. Předpokládejme, že oblouk je parabolický.

Úloha

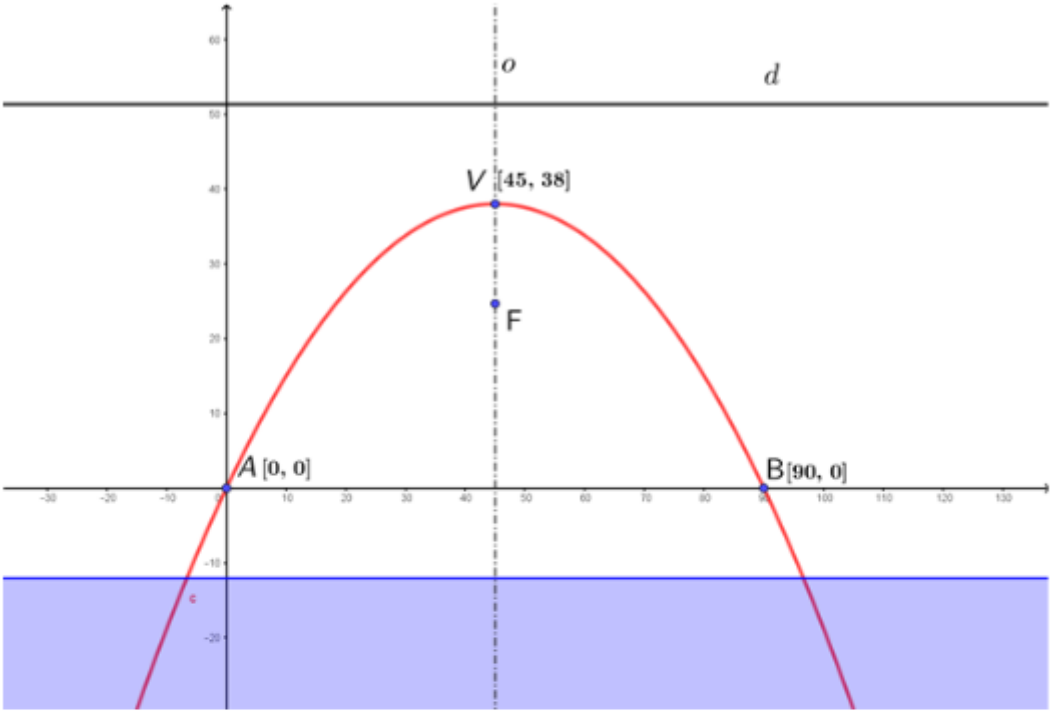
a) Načrtněte podélný řez mostu vhodně umístěného do soustavy souřadné a užitím nástrojů analytické geometrie zjistěte parametr paraboly.
b) Jak vysoko nad vodní hladinou Lužnice leží ohnisko parabolického oblouku?

Vzorové řešení

Zvolíme-li umístění konkávní paraboly tak, že vrchol má souřadnice $V[45, 38]$ (jako na obrázku 10.2), pak její rovnice bude ve tvaru

$$(x - 45)^2 = -2p(y - 38), \text{ kde parametr } p > 0.$$

Dosazením souřadnic bodů $A[0, 0]$ nebo $B[90, 0]$ stanovíme hodnotu parametru $p = \frac{2025}{76}$. Ohnisko je umístěno na ose o paraboly a ve vzdálenosti menší o polovinu parametru než je ypsilonová souřadnice vrcholu. Proto $F\left[45, \frac{3751}{152}\right]$ a jeho reálnou vzdálenost od vodní hladiny můžeme vyjádřit například součtem $\frac{3751}{152} + 12$, což je přibližně 37 metrů.



Obr. 10.2: Znázornění mostního oblouku v programu GeoGebra

Zkušenosti s použitím výukového materiálu

Úloha je určena k samostatné práci žáků.

Rozpětí oblouku představuje maximální vzdálenost např. podpěr, vzepětí je nejkratší vzdálenost vrcholu oblouku od spojnice pat podpěr. Zkušenosti ukazují, že těmto pojmům žáci intuitivně rozumí.

Další podobné výukové materiály

Na webových stránkách www.matematech.cz jsou k dispozici další výukové materiály inspirované zajímavými mostními stavbami České republiky. Např. zavěšeným mostem přes Odru a Antošovické jezero poblíž Bohumína, Mariánským mostem v Ústí nad Labem nebo lávkou v Českých Budějovicích. Zkrácená verze prvního z nich je součástí této knihy (kapitola 9).

Kromě již uvedených matematických témat úlohy také prověřují kupříkladu znalost kvadratické funkce a odchylky rovin. Propojení s technickou praxí je realizováno získáváním dat z grafické dokumentace jednotlivých staveb, které jsou součástí pracovních listů.

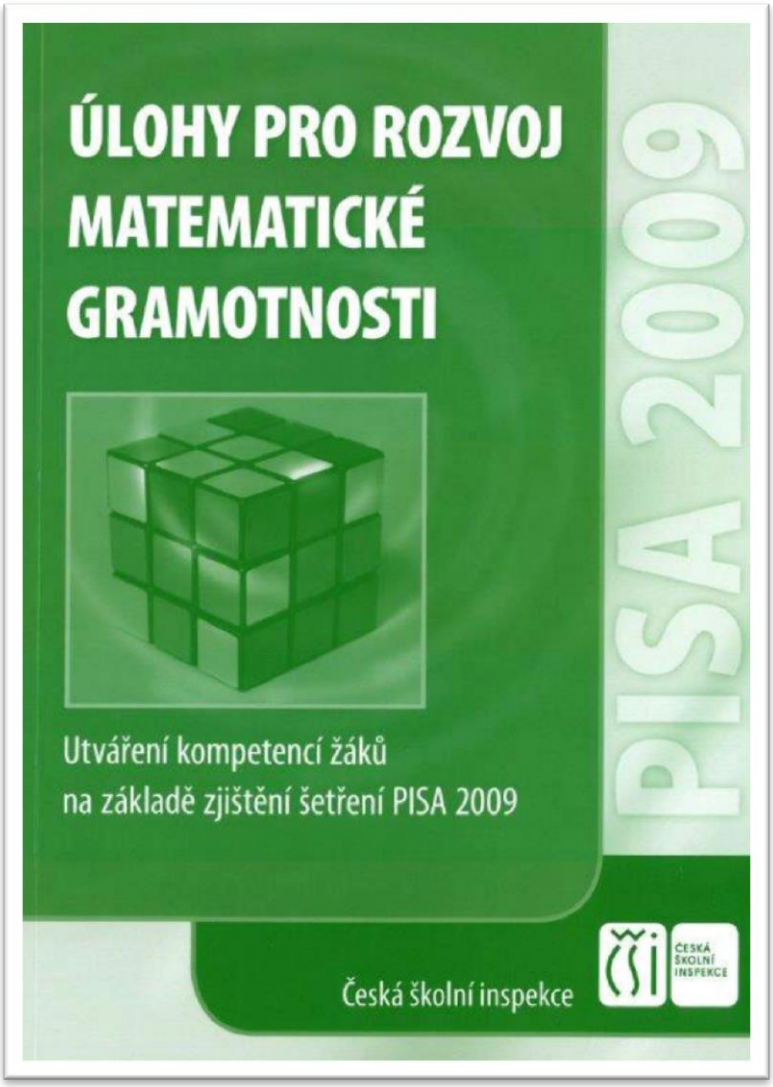
1.2.10 Úlohy pro rozvoj matematické gramotnosti

Dostupné z:

https://www.csicr.cz/getattachment/cz/Dokumenty/Publikace/Ulohy-pro-rozvoj-matematicke-gramotnosti/Ulohy_pro_rozvoj_matematicke_gramotnosti.pdf

Charakteristika zdroje:

Publikace vytvořená Milanem Hejným, Darinou Jirotkovou a kolektivem, ve spolupráci s Českou školskou inspekcí byla vydána v r. 2012 jako plánovaný výstup projektu Kompetence I, který byl spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky. Hlavním cílem zpracovatelů publikace bylo seznámit čtenáře s výsledky českých žáků v matematickém testu výzkumu PISA 2009, kde byl potvrzen klesající trend úrovní zjištěných znalostí a dovedností žáků v oblasti matematiky. V publikaci upozorňují na zásadní problémy, které se při řešení testových úloh PISA objevily, a nabízejí obdobné úlohy, které mohou vhodným využitím při výuce matematiky tuto neblahou situaci změnit. Publikace je určena jak pro učitele matematiky základních a středních škol a jejich žákům, ale mohou využít i vysokoškolští pedagogové připravující budoucí učitele.



Obrázek 10: Úlohy pro rozvoj matematické gramotnosti – titulní strana

Struktura zdroje:

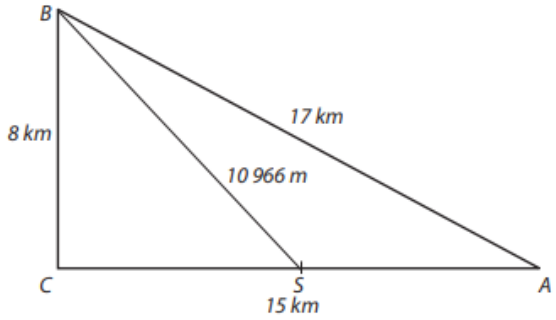
V úvodu publikace jsou uvedeny přehledy výsledků matematického šetření PISA v letech 2000-2009, které jsou porovnány s výsledky žáků v některých dalších zemích. Jsou zde také podrobně rozebrány výsledky českých žáků v matematickém šetření PISA 2009. Stěžejní částí publikace jsou nově vytvořené úlohy podobného charakteru, jaké byly doposud používány v šetření PISA. Úlohy jsou rozděleny do 25 tematických celků z učiva matematiky 2. stupně, kde každý celek je uveden vstupní úlohou a jejím řešením. Následuje sada úloh rozšiřujících dané téma. Publikace je dostupná na stránkách České školní inspekce v elektronické on-line formě i ve verzi pdf.

Vzorová úloha:

6 OPTIMALIZACE

VSTUPNÍ ÚLOHA: **NEJLEVNĚJŠÍ TRASA**

Mezi osadami A a B je nutno do země položit kabel. Když využijeme dřívější výkop mezi A a C, bude položení 1 metru kabelu stát 120 Kč. Když budeme muset kopat nový výkop, bude položení 1 metru kabelu stát 200 Kč.



Inženýři, kteří výkop plánovali, zvážili tři možnosti:

A. přímou trasu AB

B. trasu přes bod C (tedy AC a CB)

C. trasu přes střed S úsečky AC (tedy AS a SB)

a) Která z uvedených tří možností je nejlevnější?

b) Inženýři pak našli levnější trasu AXB za 3 080 000 Kč. Bod X leží na úsečce AC. Najdi vzdálenost bodu X od místa A.

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

ŘEŠENÍ

a) Vstupní úloha má dvě části: standardní a náročnější. Řešení standardní části:

A. Cena trasy AB je 17 000 m · 200 Kč/m = 3 400 000 Kč.

B. Cena trasy ACB se skládá z ceny za úsek AC, tj. 15 000 m · 120 Kč/m = 1 800 000 Kč, a ceny za úsek CB, tj. 8 000 m · 200 Kč/m = 1 600 000 Kč; celkem 3 400 000 Kč.

C. Cena trasy ASB se skládá z ceny za úsek AS, tj. 7 500 m · 120 Kč/m = 900 000 Kč, a ceny za úsek SB, tj. 10 966 m · 200 Kč/m = 2 193 200 Kč; celkem 3 093 200 Kč.

Nejlevnější je možnost C.

Komentář

V experimentálním vyučování autora úlohy jeho sedmáci nejprve zjistili, že cena trasy v případě A i B je stejná. Několik žáků z toho ihned vyvodilo, že i v případě C bude trasa stát 3 400 000 Kč. Překvapení, které žáci zažili zjištěním svého omylu, přispělo k jejich příští opatrnosti s rychlým zobecňováním.

b) Zvolme X tak, že $|AX| = 9$ km. Pak cena úseku AX je 9 000 m · 120 Kč/m = 1 080 000 Kč a cena úseku XB, jehož délka je 10 km, je 10 000 m · 200 Kč/m = 2 000 000 Kč. Cena celé trasy je tedy 3 080 000 Kč, což je méně než v případě C.

Náročné je pro žáky, kteří neovládají Pythagorovu větu, zjištění, že $|XB| = 10$ km. Stačí znát pravoúhlý trojúhelník o stranách 3, 4, 5 a náš trojúhelník XCB je dvakrát zvětšený. Žáci mohou číslo $|XB|$ najít přibližně rýsováním.

Lepší možnost je dát žákům tabulku:

$\|AX\|$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\|XB\|$	1 612	1 526	1 442	1 360	1 281	1 204	1 131	1 063	1 000	943	894	854	825	806
cena	3 344	3 292	3 244	3 200	3 162	3 128	3 102	3 086	3 080	3 086	3 108	3 148	3 210	3 292

Délky $|XB|$ jsou zaokrouhleny na desetimetry a jednotkou délky je 10 metrů. V poslední řádce jsou ceny v tisícikorunách.

✂ ----------

Zhodnocení zdroje:

Tato rozsáhlá sbírka úloh je velmi kvalitně a přehledně zpracovaná a učitelé matematiky ji mohou využít jak při společné práci v hodinách, tak i při samostatné práci žáků. Zvláště vhodné využití spatřujeme v matematických seminářích. Úlohy jsou vesměs určeny žákům končícím základní školu, ale některé přesahují i do základů učiva středoškolského. Sbírka svojí strukturou, výběrem příkladů a precizností zpracování jistě naplnila cíle autorů v plném rozsahu.

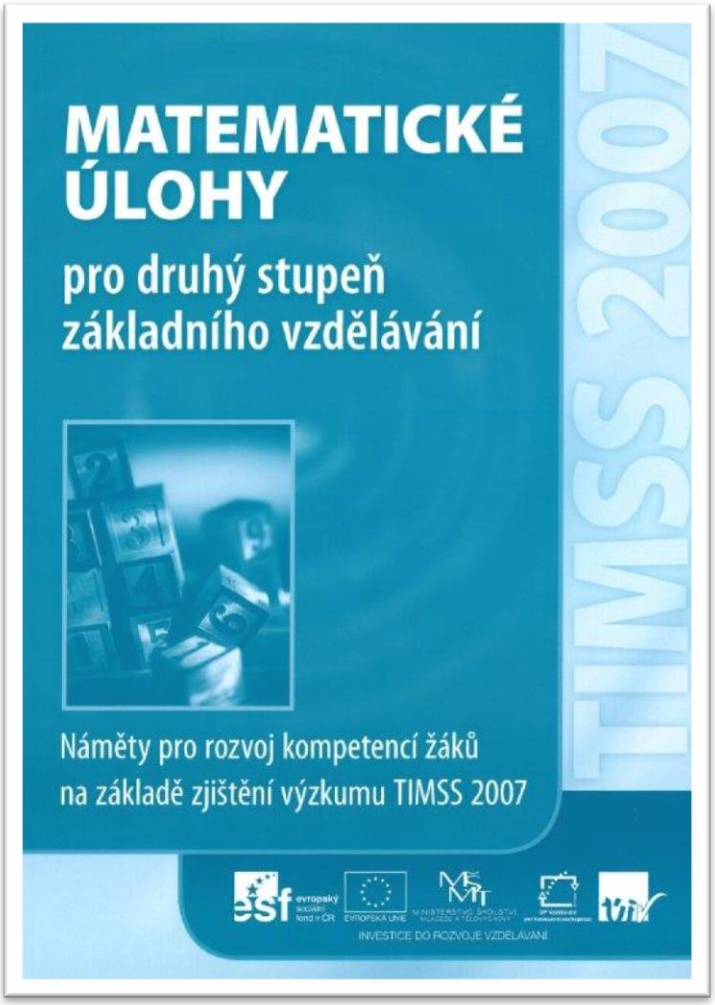
1.2.11 Matematické úlohy pro druhý stupeň základního vzdělávání

Dostupné z:

https://www.csicr.cz/cz/Dokumenty/Publikace/VYUZITI-VYSLEDKU-VYZKUMU-PRO-PODPORU-SKOL-A-JEJICH

Charakteristika zdroje:

Publikaci, včetně úvodních textů vytvořili Milan Hejný, Darina Jirotková a Dominik Dvořák, autory úloh jsou Jana Hanušová, Milan Hejný, Miroslav Hricz, Darina Jirotková, Jaroslava Kloboučková, Lukáš Umáčený, jako výstup projektu Kompetence I., která by měla obsahovat jako náměty a sloužit jako inspirace pro rozvoj kompetencí žáků II. stupně základních škol na základě výzkumného šetření TIMSS 2007. Autoři se snaží zareagovat na analýzu nedostatků českých žáků, které se projevily v šetření TIMSS, a nabízí učitelům sbírku úloh a námětů, které mohou učitelé matematiky přímo vybírat nebo se jimi inspirovat při plánování vyučování. Jejich cílem není nacvičit žáky na určité konkrétní typy úloh tak, aby v dalších šetření dosáhli lepších výsledků, ale postihnout obecnější nedostatky při matematickém vzdělávání na našich školách a navrhnout úlohy tak, aby tyto problémy napomohly vyřešit.



Obrázek 11: Matematické úlohy pro druhý stupeň základního vzdělávání – titulní strana

Struktura zdroje:

V úvodu publikace autoři představují koncepci mezinárodního výzkumu matematického a přírodovědného vzdělávání TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) a prezentují výsledky českých žáků osmých ročníků v matematice, kde konstatovali zhoršující se trend v porovnání s ostatními zeměmi a poukázali na oblasti, ve kterých ke zhoršení dochází. Nastínili také koncepci sbírky, která vychází z analýz těchto šetření. Další část sbírky je rozčleněna na tematické celky (Čísla, Algebra, Geometrie, Data), které jsou ještě rozděleny na jednotlivé části podkapitoly. Ke každému tématu je uvedena série úloh, které jsou doprovázeny řešením i komentářem k nim.

Zhodnocení zdroje:

Sbírka gradovaných příkladů je velmi kvalitně zpracována. Je vidět, že autoři opravdu vycházejí ze strategie, že při tvorbě úloh je třeba vycházet z toho, že „dovednosti, jejichž nedostatečná úroveň

vedla k neúspěchu mnoha českých žáků v některých úlohách šetření TIMSS, lze jednotlivými testovými úlohami měřit, nelze je však izolovanými úlohami rozvíjet a procvičovat.“ Uvádí zde úlohy, které vedou k hlubšímu porozumění dané problematiky, ke schopnosti zobecňovat apod. Velmi přínosné jsou i komentáře, v nichž je vysvětlena souvislost zařazených úloh s těmi úlohami šetření TIMSS, které činily českým žákům obtíže. Výsledkovou i komentářovou část textu lze snadno oddělit a každou stránku je možno použít také jako test nebo zadání domácího úkolu. Tato analyticko-metodická publikace matematiky může učitelům matematiky zcela jistě pomoci udělat hodiny zajímavější a umožní jim dosáhnout u žáků větší motivace.

Ukázkové úlohy:

1.3.4 FINANCE

1. **Druhák Dan hrál kuličky. Protože žádnou neměl, půjčil si dvě kuličky od Daga. Po hře měl v ruce 7 kuliček. Pak vrátil Dagovi dluh. Kolik kuliček nakonec Dan vyhrál?**

2. **Petr dostává každý měsíc vždy první den kapesné ve výši 250 Kč. Z toho 60 % utratí a zbytek si uloží do pokladničky. Sestav tabulku zachycující vývoj jeho úspor od září do června, jestliže víš, že před Vánoci utratil navíc za dárky 155 Kč a 5. března dostal k narozeninám 600 Kč. Na začátku letních prázdnin si chce Petr koupit MP4 přehrávač za 1 700 Kč. Kolik korun mu bude scházet? O prázdninách byl přehrávač zlevněn tak, že stál přesně tolik, kolik měl našetřeno. Jaká byla sleva?**

	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
Počáteční stav	0									
Příjem	250	250								
Výdej										
Konečný stav										

3. **Richard měl 200 Kč. René mu dlužil 18 Kč. S kamarády šel do kina. Lístek ho stál 119 Kč. V kině si koupil zmrzlinu za 27 Kč. Druhý den šel koupit sestře knihu k narozeninám. Protože si nebyl jist, zda mu na dárek budou stačit vlastní peníze, půjčil si od maminky 200 Kč. Kniha stála 99 Kč. Další den odnesl sběr, za který dostal 43 Kč, a o dva dny později dostal Richard 50 Kč kapesné. Následující den mu René vrátil dlužnou částku. Vyber správnou odpověď na otázku, kdy nejdříve mohl Richard vrátit mamince peníze, které si od ní půjčil.**

   A) Když dostal peníze za sběr.
   B) Když dostal kapesné.
   C) Když mu René vrátil dlužnou částku.
   D) Zatím ne.

4. **Naďa koupila dárek pro dědečka. Použila na to svých 60 Kč a 3/5 z peněz, které jí maminka půjčila, 20 Kč, které jí zbyly, mamince vrátila. Kolik stál dárek pro dědečka?**

5. **Karel si uložil 1 500 Kč s úrokovou sazbou 2,1 %. Kolik korun měl na účtu po a) dvou letech, b) pěti letech?**

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

VÝSLEDKY:

1. Dan vyhrál 5 kuliček.
2. Petrovy úspory byly před prázdninami 1 445 Kč a na koupi MP4 přehrávače nestačily. Sleva byla 255 Kč, tj. 15 % z původní ceny přehrávače.

3B)

4. 90 Kč.

5a) 1 563,6615 zaokrouhleno na 1 564 Kč;

5b) 1 664,2554 zaokrouhleno na 1 664 Kč.

KOMENTÁŘ: Úlohy z finanční matematiky mají bezprostřední dopad na životní potřeby člověka. Jsou propojeny s učivem o desetinných číslech, zlomcích i procentech. Navíc v některých případech (střádání, splácení hypotéky) jsou vázány na proces. Všechny tyto aspekty se objevují v našich úlohách.

1.2.12 ČŠI – Uvolněné testové úlohy PISA

Dostupné z:

https://www.csicr.cz/Pravemenu/Mezinarodnisetreni/PISA/Uvolnenetestoveulohy

Obrázek 12: Česká školní inspekce PISA – úvodní stránka

Mezinárodní šetření PISA (Programme for International Student Assessment) je považováno za největší a nejdůležitější mezinárodní šetření v oblasti měření výsledků vzdělávání, které v současné době ve světě probíhá. Výzkum je jednou z aktivit Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj

(OECD). V ČR je jeho realizátorem Česká školní inspekce, která na svých stránkách pravidelně zveřejňuje publikace s uvolněnými úlohami z šetření PISA.

Šetření je zaměřeno na zjišťování úrovně gramotností patnáctiletých žáků, kteří se ve většině zúčastněných zemí nacházejí v posledních ročnících povinné školní docházky. Je koncipován tak, aby poskytoval tvůrcům školské politiky v jednotlivých zemích všechny důležité informace o fungování jejich školských systémů.

Testování probíhá ve tříletých cyklech, přičemž pokaždé je kladen důraz na jednu z oblastí funkční gramotnosti, z nichž největší pozornost je věnována čtenářské, matematické a přírodovědné gramotnosti. Matematická gramotnost byla hlavní testovanou oblastí v letech 2003 a 2012.

1.2.13 Netradiční úlohy. Matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA

Dostupné z:

https://www.csicr.cz/getattachment/cz/Onas/Mezinarodnisetreniarchiv/PISA/PISA2003/Netradicniulohypublikace.pdf

Charakteristika zdroje:

Publikace vydaná v roce 2006 Oddělením mezinárodních výzkumů a Ústavem pro informace ve vzdělávání navazuje tři předchozí knihy z ediční řady Netradiční úlohy věnované oblastem čtenářské gramotnosti, přírodovědné gramotnosti a řešení problémových úloh. Kromě výsledků žáků v mezinárodním srovnání tedy výzkum PISA přináší i nový pohled na hlavní vzdělávací oblasti a v neposlední řadě také nové typy testových úloh. V této publikaci se čtenář seznámí s koncepcí matematické gramotnosti a s příklady úloh, které byly použity k jejímu hodnocení.

Struktura zdroje:

První kapitola seznamuje s pojetím matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003 a přináší základní informace o výsledcích žáků v této oblasti.

Druhá kapitola popisuje, jak byla oblast matematické gramotnosti strukturována a jaké typy úloh byly použity k jejímu hodnocení.

V kapitolách 3, 4, 5 a 6 jsou postupně uvedeny uvolněné úlohy použité pro měření úrovně matematické gramotnosti v rámci hlavního šetření v roce 2003. Každá úloha je v plném znění a je doplněna návodem na vyhodnocování žákovských odpovědí. U každé úlohy je uvedena její obtížnost a úspěšnost žáků při řešení. Úlohy jsou do kapitol členěny podle obsahu.

Poslední kapitola obsahuje úlohy, které byly rovněž navrženy pro výzkum PISA, při jejich ověřování v rámci pilotního šetření se však ukázalo, že nesplňují všechna předepsaná kritéria, a proto nebyly zařazeny do hlavního šetření.

Zhodnocení zdroje:

Rozvoj matematické gramotnosti je důležitý zejména k tomu, aby žáci byli schopni používat matematiku k řešení rozmanitých situací z každodenního života. Základní proces, který uplatňují při řešení těchto problémů z běžného života, je matematizace reálné situace, a právě výzkum PISA ve svých šetřeních posuzuje, do jaké míry jsou žáci tento proces schopni aplikovat. Proto tato velmi

kvalitně zpracovaná sbírka příkladů použitých při hlavním šetření PISA 2003 i metodické návody v ní uvedené mohou učitelům matematiky v této oblasti pomoci.

Ukázková úloha:

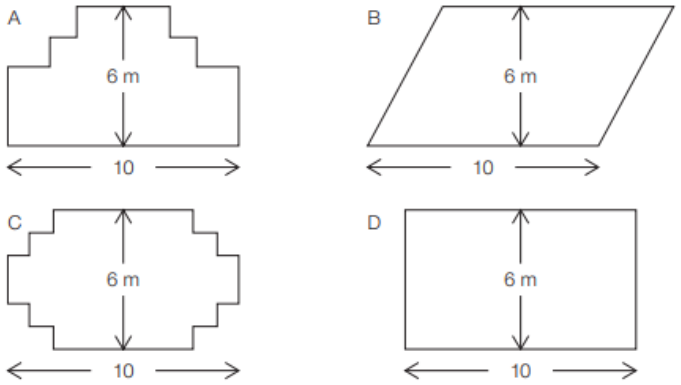
ÚLOHA 2: TESAŘ

Otázka 2.1: Tesař

Tematický okruh: *prostor a tvar*
Situace: *vzdělávací*
Třída kompetencí: *integrace*
Formát otázky: *komplexní s výběrem odpovědi*
Způsobilost: *úroveň 6*
Obtížnost: *687*

Průměrná úspěšnost	Celkem	Dívky	Chlapci
ČR	28,9 %	23,2 %	34,5 %
OECD	20,0 %	17,2 %	22,7 %

Tesař má 32 metrů dřeva na ohrazení záhonu na zahradě. Uvažuje o následujících tvarech záhonu.



Zakroužkuj buď „Ano“, nebo „Ne“ u každého tvaru záhonu podle toho, zda může nebo nemůže být vytvořen z 32 metrů dřeva.

Tvar záhonu	Může být tvar záhonu vytvořen z 32 metrů dřeva?
Tvar A	Ano / Ne
Tvar B	Ano / Ne
Tvar C	Ano / Ne
Tvar D	Ano / Ne

Hodnocení otázky 2.1

Úplná odpověď

Kód 1: Všechny čtyři správně
Tvar A Ano Tvar B Ne Tvar C Ano Tvar D Ano

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Tři nebo méně správně

Odpovědi českých žáků						
Správné odpovědi*	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**	**Bez odpovědi**
Četnost	28,9 %	30,6 %	16,0 %	21,6 %	0,8 %	2,1 %

* V tabulce je uveden počet správných odpovědí.

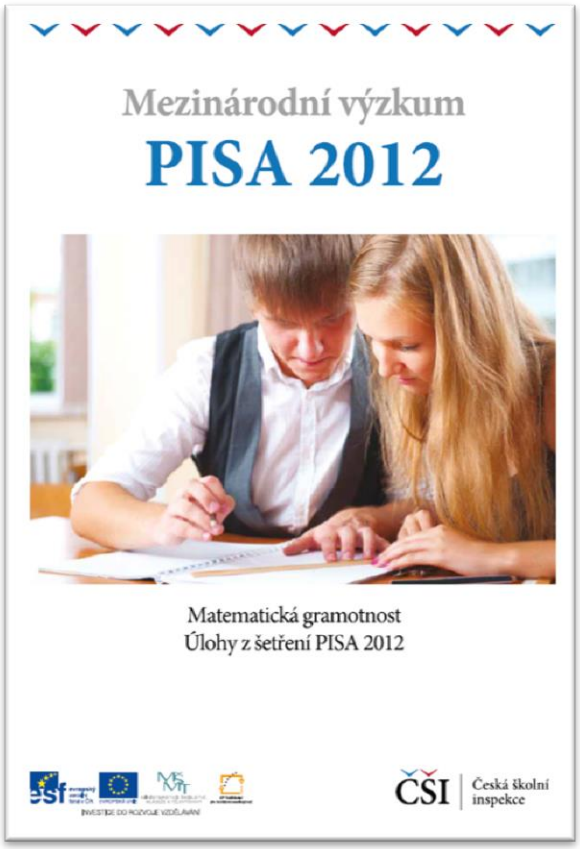
1.2.14 PISA 2012: Matematická gramotnost – úlohy z šetření PISA

Dostupné z:

https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/PDF_el._publikace/Mezin%c3%a1rodn%c3%ad%20%c5%a1et%c5%99en%c3%ad/PISA_2012_matgr_ulohy.pdf

Charakteristika zdroje:

Publikace je určena zejména učitelům matematiky na základních a středních školách, dalšími uživateli mohou být nejen pedagogové připravující studenty vysokých škol na povolání učitele, ale i studenti, stejně jako odborná a zainteresovaná veřejnost či pracovníci ministerstva školství a jiných orgánů rozhodovací sféry. Pro měření matematické gramotnosti jsou v testech PISA využívány různé typy úloh a při sestavování testu je věnována velká pozornost jejich rozmanitosti a také rovnoměrnému zastoupení zjišťovaných dovedností a znalostí. Úlohy PISA se liší od úloh, jež se běžně používají při výuce a hodnocení žáků v našich školách, nejen tím, které dovednosti a vědomosti žáků se snaží zjišťovat, ale i tím, jak jsou zkonstruované.



Obrázek 13: PISA 2012 – úvodní strana

Struktura zdroje:

Publikace sestává ze dvou kapitol, z nichž v první z nich jsou uvedeny úlohy, které byly použity pro zjišťování úrovně matematické gramotnosti patnáctiletých žáků v některém z hlavních šetření projektu PISA. Prvních šest úloh bylo zařazeno do testů posledního cyklu PISA 2012, dalších pět bylo použito v šetření PISA 2003, kdy byla matematická gramotnost hlavní sledovanou oblastí poprvé, a následně pak v šetření PISA 2006. Můžeme tedy u nich porovnávat úspěšnost žáků s odstupem tří let. Ve druhé kapitole s názvem Úlohy z pilotáže kapitole je uvedeno celkem 17 úloh, které byly vytvořeny pro šetření PISA 2012. Tyto úlohy pilotované v roce 2011 však nebyly zařazeny do hlavního šetření, ale uvolněny ke zveřejnění. Protože se úlohy nezadávaly v hlavním šetření, uváděné úspěšnosti nejsou reprezentativní za celou populaci patnáctiletých žáků, pouze vyjadřují úspěšnost žáků, kteří se pilotního šetření zúčastnili. Pro orientaci je uvedena úspěšnost českých žáků a průměr zemí OECD, výsledky dívek a chlapců nejsou k dispozici. Každá úloha uvedená v publikaci se skládá z komplexu otázek na jedno téma. Úlohu obvykle doplňuje více či méně rozsáhlý text, graf, obrázek nebo jiný materiál, s nímž se žáci mohou setkat v běžném životě a k němuž se vztahují následné otázky. Občas se mezi dílčími otázkami úlohy objevuje další text, obrázek či graf, který rozvíjí nebo hlouběji ilustruje její nosné téma. Pro úlohy jsou charakteristické různé typy otázek, a to zejména otázky s výběrem odpovědi, v nichž mají žáci vybrat jedinou odpověď ze čtyř nabízených možností, a otázky s tvorbou krátké nebo dlouhé odpovědi, v nichž žáci odpověď nevybírají, ale sami vytvářejí.

Zhodnocení zdroje:

Publikace je velmi přehledně strukturovaná s pěknou grafikou a zejména s velmi aktuálním obsahem. Všechny příklady vychází z reálných situací, jsou doplněny záměrem otázky, hodnocením otázky a tabulkou úspěšnosti, což je velmi cenný ukazatel pro učitele, kterému dávají návod, na jakou oblast se má při výuce zaměřit.

Ukázková úloha:

ÚLOHA 1 PLACHTÍCÍ NÁKLADNÍ LODĚ

Na světě je devadesát pět procent zboží přepravováno po moři přibližně 50 000 tankery, nákladními a kontejnerovými loděmi. Většina těchto lodí jezdí na motorovou naftu.
Inženýři chtějí pro tyto lodě vyvinout podpůrný větrný pohon. Navrhují připevnit k lodi tažného draka, který bude sloužit jako plachta, a využít tak sílu větru ke snížení spotřeby nafty a jejího negativního vlivu na životní prostředí.

© by skysails

Otázka 1.1 PLACHTÍCÍ NÁKLADNÍ LODĚ

Tažný drak má tu výhodu, že létá ve výšce 150 m. V této výšce je rychlost větru přibližně o 25 % vyšší než na palubě lodi. Jaká je přibližná rychlost větru, který pohání draka, jestliže na palubě lodi naměřili rychlost větru 24 km/h ?

A 6 km/h
B 18 km/h
C 25 km/h
D 30 km/h
E 49 km/h

ZÁMĚR OTÁZKY 1.1

Popis: Počítání s procenty v dané reálné situaci
Tematický okruh: Kvantita
Kontext: Vědecký
Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	66,0	58,1	72,4
Průměr zemí OECD (2012)	59,5	52,8	66,0

HODNOCENÍ OTÁZKY 1.1

Úplná odpověď
Kód 1: D 30 km/h
Nevyhovující odpověď
Kód 0: Jiné odpovědi
Kód 9: Nezodpovězeno

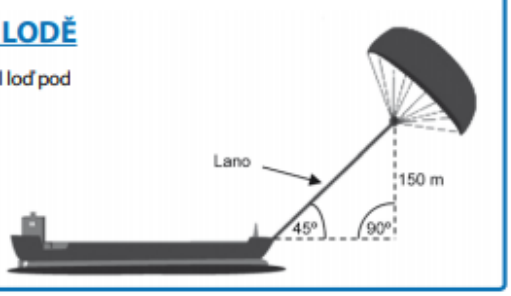
	Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D	E
Četnost (%) 2012	9,6	4,2	4,3	66,0	11,0

Slovní úloha z procentového počtu, v níž se má vypočítat procentová část větší než základ. Předpokladem řešení je správně matematizovat reálnou situaci, tj. správně určit základ a procentovou část. Např. volba odpovědi A vypovídá o tom, že žáci sice správně určili základ a vypočítali procentovou část odpovídající 25 %, ale nepřičetli ji k základu, respektive pro výpočet použili chybný počet procent. Z nesprávných odpovědí měla největší četnost odpověď E – žáci sečetli údaj o rychlosti a počet procent (24 km/h + 25 % = 49 km/h).

Otázka 1.2 PLACHTÍCÍ NÁKLADNÍ LODĚ

Jaká musí být přibližná délka lana tažného draka, aby táhl loď pod úhlem 45° a byl ve výšce 150 m tak, jak vidíš na obrázku?

A 173 m
B 212 m
C 285 m
D 300 m



Poznámka: Měřítko neodpovídá skutečnosti

© by skysails

ZÁMĚR OTÁZKY 1.2

Popis: Použít Pythagorovu větu v reálném geometrickém kontextu
Tematický okruh: Prostor a tvar
Kontext: Vědecký
Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	49,3	42,6	54,8
Průměr zemí OECD (2012)	49,8	46,6	52,8

HODNOCENÍ OTÁZKY 1.2

Úplná odpověď
Kód 1: B 212 m
Nevyhovující odpověď
Kód 0: Jiné odpovědi
Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	15,0	49,3	14,9	14,5

Komplexní úloha z početní geometrie s poměrně vysokou úspěšností řešení (téměř 50 %), při jejímž řešení si chlapci vedli lépe než děvčata. Úloha testuje schopnost aplikovat Pythagorovu větu a využít poznatky o vlastnostech vnitřních úhlů a stran trojúhelníku (věta o součtu velikostí vnitřních úhlů trojúhelníku, rovnost délek dvou stran trojúhelníku se dvěma shodnými vnitřními úhly).

Otázka 1.3 PLACHTÍCÍ NÁKLADNÍ LODĚ

Kvůli vysoké ceně nafty (0,42 zedu za litr) zvažují majitelé nákladní lodi Oceánská pěna vybavit loď tažným drakem. Odhaduje se, že tento typ tažného draka by mohl snížit celkovou spotřebu nafty přibližně o 20 %.

Jméno: *Oceánská pěna*
Typ: nákladní loď
Délka: 117 metrů
Šířka: 18 metrů
Nosnost: 12 000 tun
Maximální rychlost: 19 uzlů
Roční spotřeba nafty bez použití tažného draka: přibližně 3 500 000 litrů

Vybavení *Oceánské pěny* tažným drakem vyjde na 2 500 000 zedů.
Přibližně za kolik let by peníze ušetřené za motorovou naftu pokryly cenu tažného draka?
Svou odpověď zdůvodni výpočtem.

Počet let: .....

ZÁMĚR OTÁZKY 1.3

Popis: Vyřešit úlohu v reálném kontextu o šetření nákladů a spotřeby nafty
Tematický okruh: Změna a vztahy
Kontext: Vědecký
Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	17,3	12,9	20,9
Průměr zemí OECD (2012)	15,3	11,5	19,0

HODNOCENÍ OTÁZKY 1.3

Úplná odpověď
Kód 1: Výsledek mezi 8 a 9 lety je podložen (matematickým) výpočtem.
Roční spotřeba nafty bez draka: 3,5 milionů litrů při ceně 0,42 zedu/litr, náklady na naftu bez draka 1 470 000 zedů. Jestliže se uspoří 20 % paliva s drakem, znamená to úsporu 1 470 000 x 0,2 = 294 000 zedů za rok. Tedy 2 500 000 / 294 000 ≈ 8,5; drak je tedy (finančně) rentabilní přibližně po 8 až 9 letech.
Nevyhovující odpověď
Kód 0: Jiné odpovědi
Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	42,1	17,3	40,6

Komplexní slovní úloha, která testuje, zda jsou žáci schopni na základě jejího rozboru stanovit postup řešení a provést příslušné výpočty. Řešení úlohy sestává ze dvou kroků: vyčíslení ročních úspor za naftu při použití tažného draka a určení minimálního počtu let, po jejichž uplynutí se úspory za naftu vyrovnají nebo převýší náklady na vybavení lodi tažným drakem. Úloha se ukázala jako velmi obtížná, o čemž svědčí jak malé procento úspěšnosti řešení, tak vysoký podíl žáků, kteří se o řešení úlohy vůbec nepokusili. Chlapci byli v řešení úspěšnější než děvčata.

1.2.15 PISA 2012: Finanční gramotnost – příklady úloh

Dostupné z:

https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/PDF el. publikace/Mezin%c3%a1rodn%c3%ad%20%c5%a1et%c5%99en%c3%ad/PISA 2012 fingr ulohy.pdf

Charakteristika zdroje:

Finanční gramotnost byla poprvé zařazena do testování v roce 2012. Kromě České republiky se k testování finanční gramotnosti připojilo dalších 18 států.

Struktura zdroje:

Publikace obsahuje celkem 10 úloh. Každá testová úloha začíná tzv. úvodním stimulem, kterým může být text, obrázek, diagram nebo jejich kombinace. Poté následuje samotné znění otázky. Součástí úlohy jsou pokyny pro vyhodnocení žákovských odpovědí a popis toho, co má daná otázka hodnotit. Na závěr každé úlohy je uvedena informace o tom, jak se s ní v pilotním šetření vypořádali žáci všech zúčastněných zemí.

Ukázková úloha:

PENÍZE NA CESTOVÁNÍ

Nataša pracuje každý týden 3 večery v restauraci.

Každý večer odpracuje 4 hodiny a vydělá si 10 tolarů za hodinu.

K tomu dostane Nataša každý týden 80 tolarů na spropitném.

Nataša ušetří přesně **polovinu** všech peněz, které každý týden vydělá.

Otázka 2: PENÍZE NA CESTOVÁNÍ

Nataša chce našetřit 600 tolarů na prázdniny.

Kolik týdnů jí bude trvat, než našetří 600 tolarů?

Počet týdnů: .....

HODNOCENÍ

Úplná odpověď

Kód 1: 6
- šest *[Psáno slovy.]*

Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

ZÁMĚR OTÁZKY:

Popis: Spočítat čas potřebný k nashromáždění úspor

V pilotním šetření získala téměř polovina studentů Kód 1 za úplnou odpověď.

Zhodnocení zdroje:

Přesto, že se jedná o uvolněné úlohy z pilotního šetření v roce 2011, které do hlavního šetření v roce 2012 nebyly z různých důvodů zařazeny, nepovažujeme je za špatné. Pro učitele může být užitečné a zajímavé se s nimi seznámit.

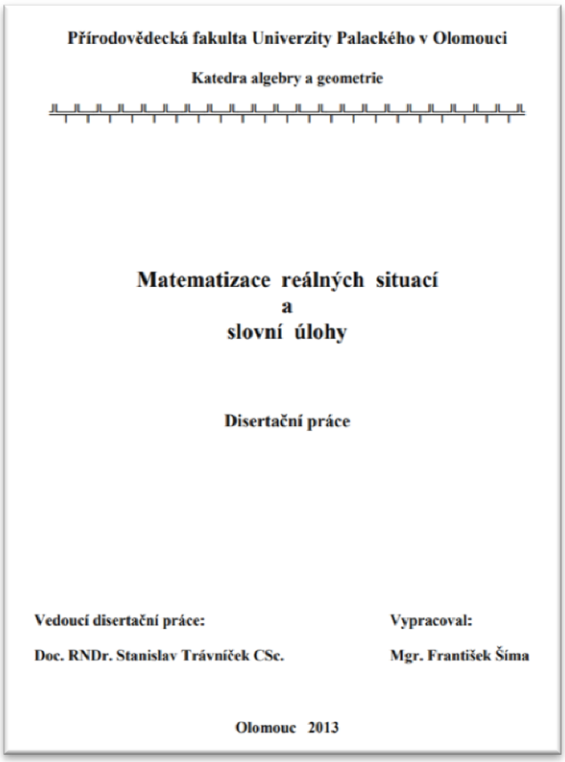
1.2.16 Matematizace reálných situací – slovní úlohy (disertační práce)

Dostupné z:

https://theses.cz/id/cjesg3/00175150-959273041.pdf

Charakteristika zdroje:

Disertační práce Matematizace reálných situací – slovní úlohy, jejímž autorem je Mgr. František Šíma z Univerzity Palackého v Olomouci, byla vydána v roce 2013. Autor se v ní zaměřil na metody řešení slovních úloh, na modely užívané při jejich řešení (zejména lineární a kvadratické rovnice a soustavy lineárních rovnic) a na klasifikaci vybraných typů slovních úloh. Uvedl přehled nejběžnějších řešení slovních úloh, které se používají ve vybraných typech slovních úloh.


Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého v Olomouci

Katedra algebry a geometrie

Matematizace reálných situací
a
slovní úlohy

Disertační práce

Vedoucí disertační práce: Doc. RNDr. Stanislav Trávníček CSc.

Vypracoval: Mgr. František Šíma

Olomouc 2013

Obrázek 14: Matematizace reálných situací – slovní úlohy - titulní strana

Struktura zdroje:

V disertační práci autor nejprve definuje základní pojmy související s pojmem slovní úloha a matematizace reálných situací. Dále se autor věnuje různým metodám řešení slovních úloh a jejich matematickým modelům. Poté autor provedl klasifikaci šesti typů slovních úloh, kterými jsou slovní úlohy o celku a částech, o číslech, o pohybu, o směsích, o společné práci a o věku a letopočtu. V přiložené sbírce jsou pak uvedeny slovní úlohy na každý z těchto typů řešené různými způsoby. Součásti práce je vyhodnocení testových úloh, které řešilo celkem 269 žáků základních škol a studentů středních škol, a přidaný dotazník.

Ukázková úloha:

3.3.5. Skupina 5: *„Dva subjekty proti sobě i za sebou“*

Po neuzavřené dráze se pohybují dva subjekty. Subjekty začínají pohyb ze stejných nebo různých míst a část doby se pohybují za sebou a část doby proti sobě. Pohyb často ukončí ve stejnou dobu na stejném místě. Počítáme dráhy subjektů, jejich rychlosti i čas strávený na cestě.

***Příklad* 3.5.1:** *Průzkum na moři*:
Průzkumná loď eskadry dostala za úkol prozkoumat moře ve směru plavby eskadry. Loď se má vrátit k eskadře za 3 h. Za jak dlouho se musí průzkumná loď obrátit k návratu zpět, jestliže její rychlost je 60 mil/h a rychlost eskadry 40 mil/h?

Řešení č. 1:
Eskadra ujede do setkání dráhu s_1 rychlostí $v_1 = 40$ mil/h. Čas jízdy $t_1 = 3$ h se skládá ze dvou hodnot; t – času, kdy průzkumná loď jede vpřed a t_0 – času, kdy se průzkumná loď vrací.
Průzkumná loď ujede do setkání dráhu s_2 rychlostí $v_2 = 60$ mil/h. Dráha s_2 jízdy průzkumné lodi se skládá ze dvou částí, cesty vpřed: $s = v_2 . t = 60t$ a cesty nazpět: $s_0 = v_2 . t_0 = 60t_0$.
Dráhu s_1 eskadry pak můžeme vyjádřit dvojím způsobem:

1) $s_1 = v_1 \cdot t_1 = v_1 \cdot (t + t_0) = 40 \cdot (t + t_0)$, kde $t + t_0 = 3$,
2) $s_1 = s - s_0 = 60t - 60t_0$.

Musí tedy platit rovnost

$$40 \cdot (t + t_0) = 60t + 60t_0,$$

ze které po dosazení $t_0 = 3 - t$ dostáváme

$t = 2{,}5$ h, $t_0 = 0{,}5$ h.

Zkouška:
Dráha eskadry: $s_1 = v_1 t_1 = 40 \cdot 3 = 120$ mil.
Dráha pr. lodě: tam: $s = v_2 t = 60 \cdot 2{,}5 = 150$ mil,
zpět: $s_0 = v_2 t_0 = 60 \cdot 0{,}5 = 30$ mil,
celkem: $s - s_0 = 150 - 30 = 120$ mil ... $= s_1$
Odpověď:
Průzkumná loď se začala vracet po 2 h 30 min od okamžiku, kdy opustila eskadru.

Řešení č. 2:
Označme t hodin dobu, po niž plula průzkumná loď stejným směrem jako eskadra; to znamená, že zpět se k eskadře vracela $(3 - t)$ hodin. Po dobu, po kterou pluly všechny lodě stejným směrem, se průzkumná loď vzdálila od eskadry o vzdálenost m mil rovnou rozdílu vzdáleností, které urazila ona a eskadra za t hodin. Platí

$$m = 60t - 40t = 20t.$$

Při návratu k eskadře urazila průzkumná loď vzdálenost $60 \cdot (3 - t)$ mil a samotná eskadra vzdálenost $40 \cdot (3 - t)$ mil. Dohromady urazily $20t$ mil. Platí

$$60 \cdot (3 - t) + 40 \cdot (3 - t) = 20t,$$

a proto $t = 2{,}5$.
Zkouška a *odpověď* - viz řešení 1.

Zhodnocení zdroje:

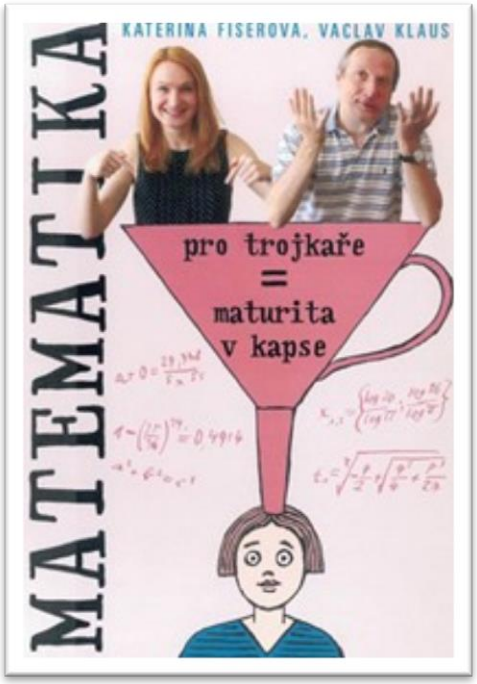
Disertační práce obsahuje širokou škálu slovních úloh, z nichž mohou učitelé vybírat do výuky. Přiložená sbírka je logicky členěna podle jednotlivých typů slovních úloh, což učitelům značně usnadní jejich přípravu na vyučování. Kladně lze hodnotit také skutečnost, že u některých úloh je uvedeno více způsobů řešení, a tak má učitel možnost vybírat si vhodný model v závislosti na právě probírané látce. Zajímavým doplňkem sbírky je přehled zastoupení jednotlivých úloh v učebnicích matematiky a sbírkách úloh vydaných v letech 1924–2004 (str. 18–21).

1.2.17 Matematika pro trojkaře aneb maturita v kapse

Zdroj: KLAUS, Václav a Kateřina FIŠEROVÁ. *Matematika pro trojkaře, aneb, Maturita v kapse.* Praha: Fortuna Libri, 2013. Fortuna praxis. ISBN 978-80-7321-778-5.

Charakteristika zdroje:

Tato knižní publikace byla vydána nakladatelstvím Fortuna Libri v edici Fortuna Praxi v roce 2013. Jejími autory jsou Václav Klaus ml. a Kateřina Fišerová. Jedná se o sbírku řešených příkladů, které jsou převážně z reálných situací.



Obrázek 15: Matematika pro trojkaře – titulní strana

Struktura zdroje:

Sbírka je rozdělena do 20 kapitol, z nichž 16 pokrývá látku vyskytující se u maturitní zkoušky, témata zbylých 4kapitol se v maturitních testech neobjevují. Oblasti, které příklady ze sbírky pokrývají, jsou následující:

- logika, základní typy důkazů,
- konstrukční úlohy,
- geometrická zobrazení,
- rovnice a nerovnice (včetně vztahů mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice, rovnice řešené substitucí),
- funkce, posloupnosti a nekonečné řady,
- analytická geometrie v rovině, kuželosečky, stereometrie,
- kombinatorika, pravděpodobnost, komplexní čísla,
- limita, derivace.

Kapitoly jsou na sobě nezávislé, není nutné ji číst stránku po stránce. Ke každému tématu jsou uvedeny 1 až 4 řešené příklady. Každý příklad má jasně formulované zadání, následuje podrobný výklad (někdy jde o zopakování i těch nejzákladnějších věcí, aby úlohu pochopil i slabší student), dále je uvedeno samotné řešení a jasně formulovaný závěr s výsledkem. Kapitoly jsou řazeny historicky tak, jak se jednotlivá odvětví matematiky vyvíjela.

Ukázková úloha:

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 8.3

Usain Bolt běžel 100 m ve finále olympiády v Pekingu v roce 2008 a Lojza stejnou trať na tělocviku včera. Analýzou obou výkonů se ukázalo: 1) Lojzovi trval běh o 3,97 sekundy déle. 2) Každou vteřinu běhu získával Usain 3 metry náskok oproti Lojzovi. Otázka: Určete vítězný čas Usaina Bolta s přesností na setinu sekundy.

Řešení:

Sestavíme si rovnice popisující problém. Většinou začneme volbou písmenek.☺

čas Bolta = u; čas Lojzy = z; délka tratě 100 m; jednotky: metry a sekundy

Co víme dál?

ad 1) $u+3{,}97=z$ Lojzův čas je „větší" než Usainův o 3,97 s.

ad 2) $\frac{100}{u}-3=\frac{100}{z}$ Lojzova rychlost je o 3 m/s menší než Usainova.

Z první rovnice si vyjádříme (už máme vyjádřeno ☺) z. Dosadíme do druhé rovnice. Vzniká rovnice vedoucí k tzv. kvadratické rovnici.

$$\frac{100}{u}-3=\frac{100}{u+3{,}97} \quad /\times u(u+3{,}97)$$
$$100(u+3{,}97)-3u(u+3{,}97)=100u \quad /\ úpravy$$
$$\cancel{100u}+397-3u^2-11{,}91u=\cancel{100u} \quad /-100u;\times(-1)$$
$$3u^2+11{,}91u-397=0$$

Vyřešíme tuto rovnici pomocí vzorce (viz *Základy* níže)

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

$$a=3;b=11{,}91;c=-397$$

Vychází $x_1=9{,}6886...;x_2=-13{,}6586...$

Druhý výsledek moc reálně nevypadá, zas tak rychlý Usain Bolt není. Zapomněli jsme omezit naše rovnice na kladná čísla. První výsledek ale vypadá dobře. Zkontrolujeme a zapíšeme.

Výsledek:

Usain Bolt zaběhl v Pekingu čas 9,69 sekundy.

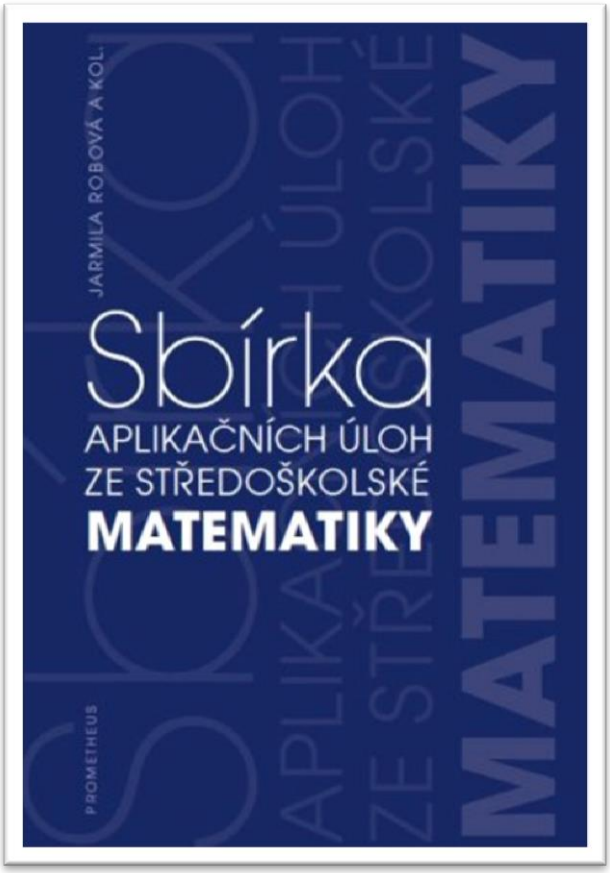
Tehdy to znamenalo nový světový rekord. Na youtube.com si můžete záznam celé akce snadno najít. Byl to jeden z nejúchvatnějších sportovních okamžiků historie. Od zhruba šedesáti metrů, kde Bolt nabral plnou rychlost, to vypadalo, jako když s ním běží sami Lojzové. A soupeři přitom byli světová elita. Nejtalentovanější sprinteři planety.

Zhodnocení zdroje:

Publikace je psaná humornou, přitom věcnou a srozumitelnou formou. Je doplněna vtipnými obrázky, jejichž autorem je Jiří Slíva. Je určena nejen pro maturanty (nejedná se o klasickou přípravu k maturitním testům, jako příprava k maturitě určitě nestačí), ale i pro širokou veřejnost. Autoři kladli důraz zejména na to, aby čtenář pochopil, co matematika vlastně je a jak se s ní zachází. Jak je psáno v knize, logika je základem všeho myšlení. A tímto mottem nás autoři provází celou sbírkou.

1.2.18 Sbírka aplikačních úloh ze středoškolské matematiky

Zdroj: ROBOVÁ, Jarmila. *Sbírka aplikačních úloh ze středoškolské matematiky*. Praha: Prometheus, 2014. ISBN 978-80-7196-445-2.



Obrázek 16: Sbírka aplikačních úloh ze středoškolské matematiky

Charakteristika zdroje:

Knižní publikace Sbírka aplikačních úloh ze středoškolské matematiky vznikla na Katedře didaktiky matematiky Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze a byla vydána v roce 2014 nakladatelstvím Prometheus. Na její tvorbě se podílel kolektiv pracovníků katedry pod vedením Jarmily Robové se záměrem poskytnout učitelům i žákům středních škol reálné aplikační úlohy z různých oblastí matematiky a ukázat tak užitečnost matematiky jako důležitého nástroje pro řešení různých reálných situací v běžném životě.

Struktura zdroje:

Sbírka pokrývá základní partie středoškolské matematiky, a to zejména témata:

- základní poznatky (čísla, proměnné a veličiny, procenta),
- rovnice a nerovnice, funkce (lineární rovnice, nerovnice a funkce, soustavy lineárních rovnic a nerovnic, kvadratické rovnice, nerovnice a funkce, exponenciální a logaritmické rovnice, nerovnice a funkce, další typy rovnic a nerovnic, posloupnosti a rekurentní vztahy),
- geometrie (planimetrie, stereometrie, trigonometrie),
- pravděpodobnost (hazardní hry, kurzové sázky, podmíněné pravděpodobnosti, posuzování věrohodnosti).

Ke každému tématu jsou připraveny podrobně řešené vzorové příklady, za kterými následují neřešené úlohy obdobného charakteru. Tyto úlohy jsou určeny k procvičení látky a návody na jejich řešení včetně výsledků jsou k dispozici v závěrečné části sbírky. Před vzorovými příklady, jejichž řešení vyžaduje konkrétní znalosti z dalších oborů, jako je například fyzika, chemie či biologie, jsou doplněny krátké úvody do dané problematiky, aby učitel a žáci nemuseli dohledávat potřebné informace v jiných zdrojích.

Ukázková úloha:

Rovnoměrný přímočarý pohyb

Při rovnoměrném přímočarém pohybu urazí těleso pohybující se konstantní rychlostí v po čas t dráhu

$$s = v \cdot t.$$

C Práce na vozovce

Jedu po dálnici, přede mnou svítí varovné návěstí upozorňující na práci na silnici ve vzdálenosti 2 000 m. V rádiu hlásí, že zde probíhá oprava vozovky v délce 1,5 km, rychlost je v tomto úseku omezena na 80 km/h a lze očekávat, že od místa návěstí do místa zúžení dorazím asi za 12 minut, tj. $\frac{2}{10}$ hodiny. Je 15 hodin 38 minut a v 17 hodin mám být na jednání v místě vzdáleném 153 km, a to 141 km po dálnici a 12 km ve městě. Mohu ještě stihnout začátek jednání?

Čas potřebný ke zrychlení či zpomalení mezi uvedenými rychlostmi zanedbávám. Předpokládám, že další překážky a omezení už na cestě nebudou. Nepřekročím samozřejmě maximální povolenou rychlost na dálnici ani v obci.

Řešení

Vypočítáme nejkratší možný čas t_{min} k dosažení cíle při konstantních rychlostech 80 km/h (opravovaný úsek), 130 km/h (dálnice) a 50 km/h (město).

$$t_{min} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{2}{10}\,\mathrm{h} + \frac{1{,}5}{80}\,\mathrm{h} + \frac{137{,}5}{130}\,\mathrm{h} + \frac{12}{50}\,\mathrm{h} \doteq 1{,}516\,\mathrm{h} \doteq 91\ \text{minut}$$

Do 17 hodin zbývá 1 hodina 22 minut, tj. 82 minut. V žádném případě nelze začátek jednání stihnout.

Zhodnocení zdroje:

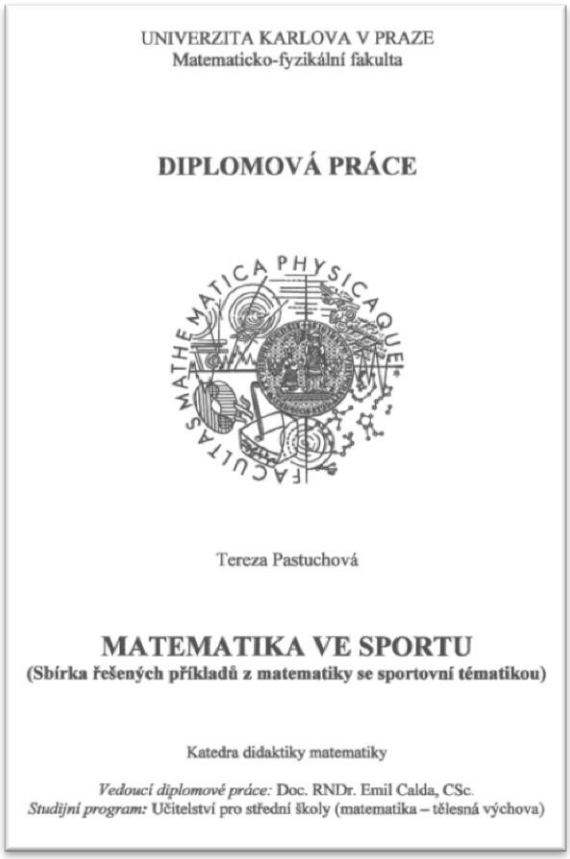
Autoři sbírky vychází z teze, že cílem výuky matematiky na základních i středních školách je nejen rozvíjet a prohlubovat matematické vědomosti a dovednosti žáků, ale také jim přiblížit význam matematiky jako užitečného nástroje řešení problémů z reálného světa a ukazují, že tohoto cíle lze dosáhnout právě prostřednictvím řešení vhodných aplikačních úloh. Učitelům tak předkládají silný motivační nástroj, který může vyvolat u žáků zvýšený zájem o daný problém, a tedy i o matematiku. Příklady ve sbírce jsou obsahově zajímavé, jsou strukturovány přehledným způsobem a obsahují řadu velmi pěkně graficky zpracovaných ilustračních obrázků a schémat, které přibližují žákům matematické modely daných situací a současně přispívají k pochopení podstaty matematického řešení.

1.2.19 Matematika ve sportu (diplomová práce)

Dostupné z: https://is.cuni.cz/webapps/zzp/detail/49897/

Charakteristika zdroje:

Obsahem diplomové práce Matematika ve sportu je sbírka příkladů se sportovní tematikou. Autorkou je Tereza Pastuchová z Matematicko-fyzikální fakulty UK v Praze.


UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Tereza Pastuchová

MATEMATIKA VE SPORTU
(Sbírka řešených příkladů z matematiky se sportovní tématikou)

Katedra didaktiky matematiky

Vedoucí diplomové práce: Doc. RNDr. Emil Calda, CSc.
Studijní program: Učitelství pro střední školy (matematika – tělesná výchova)

Obrázek 17: Matematika ve sportu – titulní strana

Struktura zdroje:

Sbírka obsahuje celkem 47 řešených příkladů rozdělených do osmi kapitol, z nichž první s názvem Rozcvička obsahuje jednoduché příklady sloužící podle slov autorky k „zahřátí mozkových buněk“. Následujících pět kapitol pokrývá témata: rovnice, nerovnice a jejich soustavy, goniometrie, trigonometrie, planimetrie, stereometrie, kombinatorika, pravděpodobnost, posloupnosti. V posledních dvou kapitolách jsou pak zařazeny úlohy obtížnějšího charakteru. Před zadáním každé úlohy je uveden stručný, ale výstižný a srozumitelný výklad o sportu, kterého se daná úloha týká.

Zhodnocení zdroje:

Sbírka je koncipována velmi netradičním způsobem, kdy v úvodu každé úlohy jsou zařazeny informace vztahující se ke sportovnímu odvětví, o kterém se pojednává v daném příkladu. Studenti tak mohou získat množství zajímavých poznatků z dané oblasti jako například pravidla či něco z historie daného sportu. Sbírku proto mohou ocenit zejména žáci a studenti tříd se sportovním zaměřením, nicméně zcela jistě mohou takto formulované úlohy zaujmout i žáky a studenty ostatních tříd. Pro učitele může být tato sbírka jedním z inspirativních zdrojů, jak zatraktivnit hodiny matematiky.

3.1 Turisti a rozhledna

Úvod: *Klub českých turistů a rozhledny v ČR*

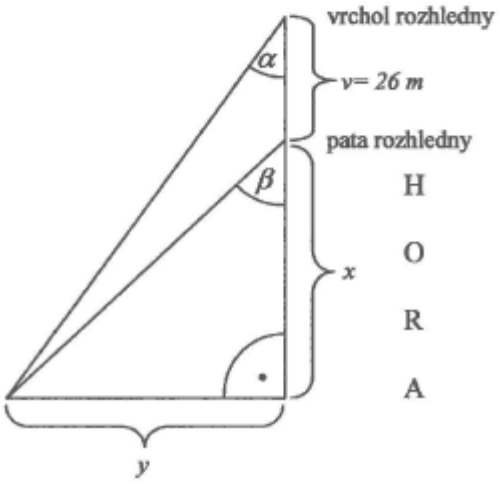
Historie Klubu českých turistů (KČT) sahá do roku 1888, kdy byl Klub založen skupinou vlastenců okolo Vojty Náprstka. Dnes má zhruba 40 tisíc členů, z toho téměř čtvrtinu mládeže. Členové KČT organizují každoročně přes tisíc akcí určených pro členy klubu i neorganizované zájemce o všechny druhy turistiky - pěší, cyklo, lyžařskou a vodní turistiku, mototuristiku, speleoturistiku, vysokohorskou turistiku, turistiku zdravotně postižených a nejnověji i hipoturistiku. Turistické oddíly mládeže jsou sdruženy do Asociace TOM [4*]. Klub českých turistů již déle než sto let přivádí lidi do přírody za účelem jejího poznání, usměrňuje je po značených turistických cestách a tím zároveň významně přispívá k ochraně přírody a životního prostředí.

Historie rozhleden a vyhlídkových věží v českých zemích se píše již dlouhých 200 let. Za tu dobu bylo na území Čech, Moravy a Slezska postaveno téměř 400 těchto staveb. Samozřejmě ne všechny se dochovaly až do dnešních dní. Především ty dřevěné nepřežily obvykle více než několik desítek let. Přesto v současnosti najdeme na našich kopcích více než 200 rozhleden a jejich počet neustále roste [5*]. Od roku 1999, kdy Česká televize poprvé vysílala dokumentární seriál „Rozhlédni se, člověče", a kdy vyšla kniha „Rozhledny Čech, Moravy a Slezska", se rozhledny staly jedním z nejatraktivnějších turistických cílů. (V některých regionech mají dokonce vyšší návštěvnost než hrady a zámky.) Uvedený rok znamenal začátek nové epochy ve výstavbě rozhleden. Během několika posledních let se jejich počet zvýšil o více než 80 [6*].

Úkol:

Turisti KČT se jednoho dne vydali na výšlap hory, na jejímž vrcholu se nacházela rozhledna. Když přišli na vrchol a v údolí viděli autobus, kterým přijeli, začali se dohadovat, jaký výškový rozdíl překonali. Jeden turista si všiml informační cedule, kde bylo napsáno, že rozhledna je vysoká 26 m. Z vrcholu rozhledny a od její paty změřil hloubkové úhly pod kterými je vidět autobus, a pak už snadno výškový rozdíl spočítal. Určete také výškový rozdíl autobus – vrchol hory, když víte, že naměřené hloubkové úhly jsou 29° a 31,5°.

Řešení:



Ze zadání plyne: $\alpha = 29°$, $\beta = 31{,}5°$

Dle obrázku platí: $tg\beta = \frac{y}{x}$

$$tg\alpha = \frac{y}{x+v}$$

Vyjádříme y z obou rovnic a porovnáme:

$$x \cdot tg\beta = (x+v) \cdot tg\alpha$$

Po úpravě výrazu vyjádříme x a dosadíme:

$$x = \frac{v \cdot tg\alpha}{tg\beta - tg\alpha} = \frac{(26\ m) \cdot tg\ 29°}{tg\ 31{,}5° - tg\ 29°} = \underline{246{,}4\ m}$$

Odpověď: Výška hory je přibližně 246,4 m.

2 Průvodce matematickým modelováním I, II - Poznámka překladatele

Mgr. Vladimír Polášek, Ph.D.

V roce 2010 přijalo 45 států ve Spojených státech amerických normy CCSSM – the Common Core State Standards, Společné statní základní normy pro matematiku a anglický jazyk a literaturu. Tyto normy přesně říkají, co všechno by měli žáci od školek až do jejich 12. stupně vzdělávání znát na konci každého ročníku, definují obsah, matematická témata, ale také určité dovednosti, které je nutné u žáků rozvíjet. Podobným způsobem je v České republice ustanoven Rámcový vzdělávací program a jeho Standardy pro základní a další vzdělávání.

Jedna z uvedených norem říká, že žáci by měli umět matematicky modelovat. To znamená umět aplikovat matematiku v situacích každodenního života. Samotný proces matematického modelování je komplikovaný a v této souvislosti vznikly knihy Mathematical Modeling Handbook a Mathematical Modeling Handbook II: The Assessments, v překladu Průvodce matematickým modelováním a Průvodce matematickým modelováním II: Vyhodnocení, které mají pomoci učitelům zavést výuku podle státních norem se zaměřením na matematické modelování. Knihy vydala společnost COMAP, což je zkratka pro The Consortium for Mathematics and Its Applications ve Spojených státech amerických, ve spolupráci s fakultou Teachers College z Kolumbijské univerzity.

Průvodce matematickým modelováním ukazuje učitelům způsob, jak s pomocí matematického modelování rozvíjet u žáků matematické dovednosti definované normami CCSSM. Obsahuje 26 kapitol, tzv. modulů, 26 témat z různých oblastí běžných lidských činností, čímž chtějí autoři žáky motivovat ke studiu matematiky, a především matematického modelování. Jednotlivé moduly se skládají ze čtyřech sekcí:

- **Příručka pro učitele – Začínáme** – Obsahuje přehled modulu, motivaci, potřebné pomůcky a matematické předpoklady a popis činností žáků v „Pracovních listech“. Na konci této části jsou uvedeny standardy modelování CCSSM, které má modul pokrýt.
- **Stránky pro žáky** – Pracovní listy na dva dny. Na každém modulu se pracuje dva dny.
- **Příručka pro učitele – Možná řešení** – Jsou zde uvedeny možné odpovědi na otázky, úkoly, které žáci řešili na Pracovních listech. Ve spoustě odpovědí je ale uvedeno pouze „Budou různé odpovědi.“ nebo „Odpovědi se mohou lišit“. Důležité je, aby všechny odpovědi byly platné po matematické stránce. Někdy jde jen o obecný návod, kam a jakým směrem by měla lekce pokračovat.
- **Příručka pro učitele – Rozšíření modelu** – Pro všechny moduly připravil tuto část Henry Otto Pollak, zatímco jednotlivé modely připravili různí lektoři, nejen z Teachers College Kolumbijské univerzity. Tato část obsahuje rozšíření modulu, které jde hlouběji v daném tématu modulu, aplikace použité matematiky na jiné oblasti života, a také prohloubení matematiky v modulu.

Průvodce matematickým modelováním II: Vyhodnocení navazuje na *Průvodce I* a doplňuje ho o **Test připravenosti** ke každému původnímu modulu, který má zjistit, zda žáci mají dostatečné znalosti z matematiky pro práci na modulu a **Závěrečný test**. Závěrečný test se skládá z několika částí, které mají zhodnotit různé schopnosti a dovednosti, které žáci měli získat a rozvíjet plněním úkolů uvedených v modulu. V závěrečném testu je vyžadována znalost metod a matematiky z *Průvodce I* a proto jsou zde úkoly o něco složitější než v *Průvodci I*.

V přeloženém textu byly ve všech modulech ponechány anglosaské míry, jako jsou palec, stopa, libra a další, protože žáci řeší úkoly s převodem jednotek. Ponechána byla i americká měna, která se

obvykle nepřekládá a nemá na řešení úkolů vliv. V textu byly použity původní fotografie, někdy i s anglickým textem. Angličtina na těchto fotografiích není pro žáky 2. stupně obtížná a nemá na řešení úkolů vliv. V určitých modulech je vyžadován také přístup k internetu, ale vzhledem k tomu, že některé úkoly souvisí čistě se Spojenými státy, může být hledání pro žáky na českém internetu složité. V některých úkolech musí žáci prokázat také manuální zručnost nebo představivost, aby dokázali vytvořit fyzický model dané situace. Někdy vyžadován grafický kalkulátor, případně milimetrový papír a pravítko.

Zadání úkolů v originálním anglickém textu *Průvodce I* jsou psány mírně odlehčenou, pro žáky přijatelnější formou, což občas komplikovalo překlad. U některých anglických pojmů nebo událostí nebyl nalezen nebo neexistuje český ekvivalent a muselo dojít k ponechání pojmu nebo k jeho popisu. Příkladem je „Alabama paradox" související s americkým volebním systémem. Nebo pojem „the line of best fit". Ten byl přeložen většinou doslovně jako „přímka nejlépe prokládající data", i když by se dal použít pojem „regresní přímka". Ve většině úkolů ale nejde o regresní analýzu jako celek a sami autoři tento pojem téměř nevyužívají.

Některé původní fotografie obsahují internetové odkazy, reference, ale ty už nelze většinou dohledat, protože anglické texty vznikly v letech 2012 a 2013. Oba texty vytvořil kolektiv autorů, každý text má vlastní šablonu, ale ne vždy se povedlo autorům šablonu dodržet. To znamená například jiný typ písma v modulech, jiné pořadí stejně tematicky zaměřených sad úkolů, někde je špatné číslování stran. Samostatnou kapitolou je matematika, která obsahuje ve výpočtech chybné výsledky, nejspíše neúmyslné. Text byl přeložen i s těmito drobnými chybami, a je na učiteli a jeho žácích, jak se k tomu postaví. Součástí matematického modelování je totiž i hledání chyb ve vlastní práci a sebehodnocení.

Každý z 26 modulů v knize *Průvodce matematickým modelováním I* se snaží žáky provést celým modelovacím procesem vždy se zaměřením na některou oblast matematiky podle základních standardů. Někde je vhodná i znalost například fyziky nebo zeměpisu, protože jednotlivé scénáře, které se mají modelovat, se dotýkají různých témat a činností, ať už reálných nebo nereálných. *Průvodce matematickým modelováním II: Vyhodnocení* se pomocí podobně zaměřených úkolů snaží zhodnotit, co všechno si žáci pamatují z původních modulů a do jaké míry prohloubili své znalosti matematiky a matematického modelování.

Moduly *Průvodce matematickým modelováním I* na sebe nenavazují, ale mohou využívat stejnou oblast matematiky. Určité úkoly vyžadují znalosti základní geometrie, trigonometrie, lineárních rovnic, tyto lze doporučit i pro základní školy. Některé moduly vyžadují spíše středoškolskou matematiku. Samotné moduly řeší žáci pod vedením učitele první pracovní den nejprve vlastním způsobem a pak druhý pracovní den pomocí matematiky, kterou jim doporučí, případně i vysvětlí učitel.

Ve zkratce jsou v následující tabulce uvedeny znalosti a činnosti, které se procvičují v jednotlivých modulech *Průvodce I* nebo přímo vyžadují. V modulech označených symbolem $*$ se využívá spíše středoškolská matematika.

Modul	
Mohl by existovat King Kong?	Přímá a nepřímá úměra, vzorce pro obsah rovinných útvarů a objem základních těles.
Model sluneční soustavy	Převod jednotek. Znalost sluneční soustavy. Žáci modelují sluneční soustavu a její planety s využitím běžně dostupných věcí nebo známých objektů, jako jsou míček, fotbalový

	míč, ovoce, ale také například Chrám Tempietto na nádvoří kostela San Pietro v Římě a dalších.
Pro ptáky	Žáci sestavují a pak řeší soustavu rovnic, která modeluje, za jak dlouho ptáci vyzobou krmítko. Žáci vytvářejí fyzický model ptačího krmítka.
Na Safari	Očekávaná hodnota a vážený průměr, kreslí se grafy ze zadaných bodů a počítá se směrnice přímky.
Volba školy	Matice a vektory, rozhodovací matice.
*Prohlídka Jaffy**	Základní znalosti Teorie grafů.
Měření srážek	Vážený průměr, obsahy mnohoúhelníků, jednoduché geometrické konstrukce.
*Úzká chodba**	Pythagorova věta a kosinová věta, určování minimální a maximální hodnoty grafu funkce. Některé úkoly lze řešit i pomocí derivace funkce.
Zásah cíle	Kvadratické funkce, řešení soustav lineárních rovnic a řešení kvadratických rovnic.
Vratký stůl	Žáci spíše experimentují, z matematiky se naučí větu o střední hodnotě pro spojité funkce.
Potopený poklad	Žáci experimentují, vytahují poklad ze dna moře, a počítají přitom práci, kterou vykonají.
Odhadování teplot	Lineární funkce a lineární rovnice.
*Ohýbání oceli**	Trigonometrie. Vlastnosti kružnic, délka oblouku.
*Bit informace**	Funkce a inverzní funkce. Exponenciální funkce.
*Státní zastoupení**	Počítání s procenty. Na internetu se vyhledávají informace o americkém systému poměrného zastoupení.
*Systémy hodnocení**	Základní pojmy z pravděpodobnosti, míra úspěchu. Na internetu se vyhledávají informace o hodnocení Elo a dalších způsobech hodnocení.
*Hra whe**	Aritmetická a geometrická posloupnost. Lineární a exponenciální funkce.
Plýtvání vodou	Lineární rovnice, převody jednotek, kreslení grafů.
*Virální marketing**	Exponenciální funkce.
*Východ a západ slunce**	Funkce sinus a kosinus. Práce s tabulkovým softwarem – aproximování dat periodickými funkcemi.
Mapování starodávné země	Goniometrické vztahy, podobnost trojúhelníků.
*Puzzle při balení**	Obsahy a objemy různých obrazců a těles. Geometrické transformace – posunutí, otočení, souměrnost.
*Házení mincí**	Střední hodnota, medián, modus, variační rozpětí, očekávaná hodnota.
*Předpověď hodnocení**	Práce s grafickým kalkulátorem – bodový graf, regresní přímka, korelační koeficient.
*Výběr obrazu**	Faktoriál, podmíněná pravděpodobnost.
*Peníze nazpět**	Očekávaná hodnota.

Knihy *Průvodce matematickým modelováním I* a *Průvodce matematickým modelováním II: Vyhodnocení* jsou určeny spíše pro střední školy, tím se míní „high school“ ve Spojených státech amerických. Většinu modulů z *Průvodce I* lze využít i pro 2. stupeň českých základních škol za předpokladu, že učitel řádně žákům naznačí matematiku, která je nutná pro řešení úkolů. Trochu překážkou je obsáhlost modulů a je nutné celou lekci rozložit do dvou i více dní. Na druhou stranu není nutné postupovat přesně krokem za krokem jako v modulech, nebo řešit celé moduly. I sami autoři původních textů ponechávají učitelům dost volnosti, a přinášejí v přeložených knihách spíše návod, inspiraci, jak zajímavým způsobem přiblížit žákům na základních a středních školách matematiku a matematické modelování jako nezbytnou součást matematiky.

V. P.

3 Digitální matematické hry

Mgr. Zuzana Pátíková, Ph.D., Mgr Jan Krňávek, Ph.D.

3.1 Úvod

Vážení čtenáři,

představujeme vám zprávu o digitálních matematických hrách. Toto téma bylo zařazeno mezi širší oblasti zájmu na podporu matematické gramotnosti v rámci projektu IKAP ve Zlínském kraji. Jsme si vědomi toho, že podpora využívání digitálních technologií u žáků je stále docela kontroverzním tématem. V situaci, kdy žáci tráví s mobily, tablety a počítači až nezdravé množství času, je odvážné prosazovat zapojení technologií do školních lavic. Na druhou stranu, implementace digitálních technologií do výuky je podporována nejen českým ministerstvem školství a je potřeba uznat, že jejich využití ve správný okamžik a s konkrétním vzdělávacím cílem může mít velký potenciál nejen výukový, ale i motivační a v povzbuzení zájmu žáků.

Zapojování digitálních her do vzdělávání se v posledních letech ve světě věnuje mnoho institucí a firem. Vznikla velká množství počítačových programů a aplikací do mobilních zařízení, zvláště v anglickém jazyce pro velké trhy. V záplavě nabídek, které jsou aktuálně k dispozici, je obtížné se orientovat a zvolit produkt, který odpovídá potřebným vzdělávacím cílům. Vzhledem k časové vytíženosti mnoha učitelů se nedá očekávat, že (až na velké fanoušky hraní) sami budou chtít a zvládnou sledovat aktuální možnosti. Kromě velkého počtu produktů různé kvality je udržení kroku s vývojem nesnadné i kvůli rychlým změnám, až překotnému uvádění nových her na trh i někdy nečekaným koncům nebo přesunům her pod jiné struktury. Z těchto důvodů jsme se rozhodli pokusit se zmonitorovat aktuální stav alespoň části trhu s hrami, které mají co dělat s matematikou a rozvojem matematického myšlení. Otevřeni novým zkušenostem jsme se pustili do průzkumu, jehož výsledky vám nyní přinášíme.

Hry, jimž jsme věnovali pozornost, jsou vesměs v jazyce českém nebo anglickém. Původním záměrem bylo zaměřit se na produkty vhodné pro 2. stupeň základních škol a pro střední školy s nematuritními obory. Zjistili jsme však, že je mnohdy nesnadné udělat jasnou hranici mezi tím, co patří na druhý stupeň ZŠ a co už ne. Proto se v přehledu vyskytují i hry, které jsou doporučené pro mladší věkové kategorie. Zároveň je potřeba zdůraznit, že aktivity pro první stupeň zde nebyly naším primárním zájmem.

Svět matematických her je bohatý a ne zcela přehledný, hry a jim blízké programy či aplikace se vyskytují v různých formách a na různých místech. A to buď samostatně (pro mobily, tablety nebo PC), jako součást webových portálů s větším množstvím her nebo jako součást tzv. vzdělávacích portálů. Vzdělávací portály jsou velkým trendem posledních let a v angličtině (a zvláště v USA) jich existuje velké množství. Jsou vyvíjeny většinou jako komerční produkt, za jehož použití školy/třídy platí licenční poplatky. Součástí bývá i velké množství herních aktivit, které pokrývají kurikulum ročníků K-12 (tedy v našem vzdělávacím systému od předškoláků až po střední školy). Většina takových portálů umožňuje zkušební (trial) přístup zdarma, některé z nich však nejsou určeny pro využívání mimo území USA. Vyzkoušeli jsme trial přístup do některých z nich (Dreambox, Math-Whizz, Mangahigh), ale vzhledem k malé pravděpodobnosti, že by se daly využívat přímo v českém prostředí, jsme povětšině svou pozornost věnovali radši samostatným hrám. Zatím jediným podobným portálem, který již má českou podporu, je australský Matific. Hry a portály jsou v tomto materiálu řazeny abecedně.

V poslední části tohoto materiálu jsme shrnuli naše doporučení pro využití některých z her jako doplňku výukového procesu ať už s cílem posilování chtěných schopností a dovedností nebo jako odpočinkové aktivity. Tato doporučení nejsou podložena žádným výzkumem a jsou ryze subjektivní. Volba správné hry vždy záleží na cíli, kterého chce pedagogický pracovník dosáhnout, ale také na osobních preferencích a dalších aspektech. Vývoj vzdělávacích her je zatím na svém počátku a neexistuje instantní nejlepší řešení dané situace.

Vzhledem k tomu, že zde shromážděné informace se mohou relativně rychle měnit, prosíme čtenáře tohoto textu, který zde najde nefunkční odkazy, aby nám dal vědět na email patikova@utb.cz. Jsme si také vědomi toho, že textový formát takovéhoto přehledu není nejvhodnější formou. Pro další aktivity v tomto směru (ale až v rámci navazujícího projektu) uvažujeme o zřízení webového portálu s možností vyhledávání a filtrování.

Většina obrázků v přehledu vznikla nasnímáním obrazovky přímo ve hře, ostatní jsou z propagační dokumentace ze stránek poskytujících nákup aplikací.

Autoři zprávy – Mgr. Zuzana Pátíková, Ph.D. a Mgr. Jan Krňávek, Ph.D.

3.2 Samostatné hry

3.2.1 Algebots

autor

Neuronic in collaboration with Borough of Manhattan Community College and City University of New York

web adresa

https://levelfly.bmcc.cuny.edu/games/Algebots

platformy

PC (Windows, Apple)

cena

zdarma (po registraci)

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

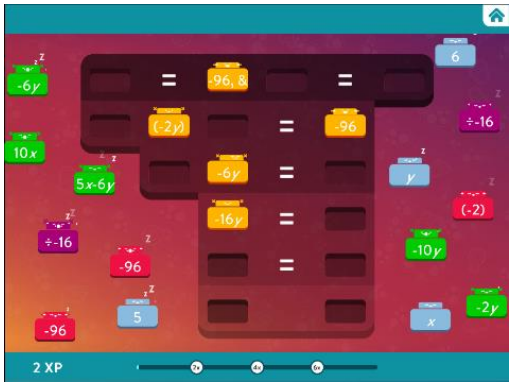
rovnice, nerovnice různých typů

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

od 2. stupně ZŠ až do SŠ včetně



princip

Interaktivní prostředí na úpravu rovnic a nerovnic po jednotlivých krůčcích. Úpravy se řadí pod rovnici spojováním vhodných dílků. Rovnici/nerovnici je potřeba řešit v pevně daném sledu úprav (a tudíž ne vždy tím nejjednodušším způsobem). V porovnání s chtěným výsledkem v podobě ručních úprav rovnice a vyjadřování neznámé je práce s prostředím těžkopádná, na druhou stranu pomůže upevnit obecně platný postup.

Typy úloh:

Kvadratické rovnice, proměnná na obou stranách, jednoduché lineární rovnice, lineární rovnice, rovnice s odmocninou, rovnice s „like terms“ (na jedné straně může být více lineárních výrazů), systémy pomocí substituce, nerovnice, rovnice s absolutní hodnotou, nerovnice s absolutní hodnotou, exponenciální rovnice, rovnice s neceločíselnými koeficienty (zlomky a desetinná čísla).

Lze aktivovat/deaktivovat časový tlak. V každé kategorii lze zvolit ze tří obtížností. Po několika vyřešených úlohách je změna aktivity – jako bonus se objeví čtyři otázky spojené s tématem.

motivace
jásavé hodnocení úspěchu
časový tlak
ne/ano podle zvoleného nastavení
úroveň náhody
žádná

3.2.2 Arithmagic

autor
Gooble Games
web adresa
https://play.google.com/store/apps/details?id=com.gooblegames.arithmagic
platformy
mobilní zařízení (Google Play, App Store)
cena
75 Kč
jazyk
anglicky, není potřeba ke hře
tematické zaměření
prostorová představivost
rozvíjené schopnosti
procedurální
věkové určení
od 1.- 5. třída

princip
Hra se odehrává v kreslené pohádkové krajině, kterou po naznačené cestě putuje mág – čaroděj. Na každé zastávce musí vyhrát nad nepřáteli (bubáci, příšerky) tím, že vynuluje jejich číselnou hodnotu. Pod obrázkem scény se objevují hrací karty, které lze přetáhnutím na sebe sčítat, poklikem je lze měnit na číslo obrácené, časem lze využít také karty násobící a dělící. Přetáhnutím karty zespodu do obrázku na nepřítele se hodnota nepřítele změní. Když je vynulován, zmizí.
Hra má dva módy – relax a challenge. Relax mód je vhodný pro začátečníky, není zde časový tlak. Challenge mód obsahuje mezi nepřáteli také škodiče, kteří umí zničit již nachystané mezivýpočty, je zde časový tlak, takže lze kolo snadno prohrát. Do hry se zde zapojují také různé bonusové karty.
motivace
Procházení krajinou, sbírání bodů, v obtížnějším nastavení dokupování vlastností.
časový tlak
ne/ano v závislosti na nastavení
úroveň náhody
žádná

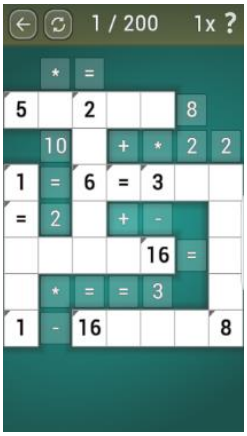
3.2.3 Binary Grid

autor
breaker
web adresa
https://play.google.com/store/apps/details?id=studio.breaker.grid.binary.single.and.two.players
platformy
Android (Google Play)
cena
zdarma s reklamami

jazyk
anglicky, není potřeba ke hře
tematické zaměření
sčítání, násobení
převod přirozeného čísla do dvojkové soustavy
rozvíjené schopnosti
procedurální
věkové určení
od 4. třídy
princip
V buňkách tabulky je potřeba změnit dotykem v jednotlivých pozicích nuly na jedničky tak, aby zápisy v řádcích a sloupcích reprezentovaly zadaná čísla. Každý level přidá jednu pozici v zápisu. Další level odemyká dostatečně rychlý čas řešení úlohy.
motivace
8 levelů, body za dosažený čas, další level odemkne dostatečně nízký čas, verze pro jednoho a dva hráče
časový tlak
ano
úroveň náhody
nízká

3.2.4 Brain Workout

autor
rbgames
web adresa
https://play.google.com/store/apps/details?id=com.rbgaming.mathgame&hl=en_US
platformy
Android (Google Play)
cena
zdarma s reklamami
jazyk
anglicky, úroveň začátečník (není potřeba)
tematické zaměření
sčítání, odčítání, násobení přirozených čísel do 20
kombinační schopnosti (ve vyšších levelech)
rozvíjené schopnosti
procedurální i konceptuální
věkové určení
od 3. třídy ZŠ
princip
Cílem je doplnit do schématu čísla, znaménka pro operace a rovnítka tak, aby výpočty ve všech řádcích i sloupcích byly v pořádku.
motivace
5 levelů
časový tlak
ne
úroveň náhody
žádná



3.2.5 Calculus for Beginners

autor
Pker Productions

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.cal.user.calculus

platformy

Android (Google Play)

cena

zdarma

jazyk

anglicky

tematické zaměření

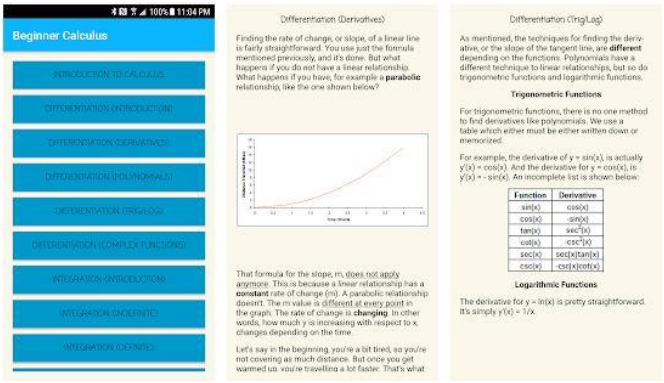
předchozí učivo SŠ

rozvíjené schopnosti

procedurální, konceptuální

věkové určení

SŠ



princip

Aplikace je úvodním teoretickým kurzem pro derivace a integrály. Je to pouze neformální text doplněný statickými obrázky, ve kterém je problematika jednoduše vysvětlena. Lze použít jako náhradu nebo dovysvětlení vyučovací hodiny. Derivace jsou zaváděny bez pojmu limita. 10 kapitol zahrnuje úvod do kalkulu, úvod do derivací, derivace, derivace polynomu, trigonometrických a logaritmických funkcí, složené funkce, úvod do integrálu, neurčitý integrál a závěr.

motivace

žádná

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.6 Diffission

autor

Filament Games

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.filament.diffission

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store)

cena

zdarma

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

geometrická interpretace zlomků

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 5. třídy

princip

Cílem hry je rozdělit celek na části a vyznačit jich správný počet tak, aby byl ilustrován zlomek daný zadáním. Hra má dva módy (endless – nekonečný a challenge – zde je přidán časový tlak) a tři typy úloh. První skupina úloh se odehrává na útvaru vyseknutém ze čtvercové sítě, kde jsou všechny dílky rovnocenné. Druhá skupina úloh obsahuje zeleně označené čtverečky, které způsobí zmizení dílu obsahujícího tyto čtverečky v případě označení. Poslední skupina navíc obsahuje ještě čtverečky s modrými puntíky. Pokud hráč rozdělí celek podél takto

označeného políčka, toto políčko se symetricky podle místa řezu vymění s protějším. V konečném výsledku jsou pak díly s políčky s modrým puntíkem jinak hodnoceny.

Hra podporuje porozumění grafické reprezentaci zlomku jako části celku.

motivace

tři kapitoly, sbírání bodů

časový tlak

ne/ano podle zvoleného nastavení

úroveň náhody

žádná

3.2.7 Dragonbox Algebra 5+

autor

WeWantToKnow

web adresa

https://dragonbox.com/products/algebra-5

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store, Amazon)

cena

230 Kč

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

rozvíjení základních konceptů práce s rovnicí

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 5 let

princip

Vzdělávacím cílem hry je zvládnutí algebraických úprav a vyjádření neznámé z rovnice, hráč však tyto cíle ve hře neidentifikuje, nemá pocit, že dělá matematiku. Motivací je dráček, kterého je potřeba osvobodit z krabice tím, že krabice zůstane sama ve svém území. Dráček pak postupně roste. Hra má dvě varianty – Algebra 5+ a Algebra 12+. Myšlenkový základ je zcela shodný, liší se pouze počtem levelů, rychlostí postupu a konečnou složitostí simulovaných algebraických úprav.

Levely odpovídají neprobádaným ostrovům – Algebra 5+ jich má pět. Všechny herní kroky na sebe navazují postupně, zpočátku jsou ve hře obrázky, poté i čísla a symboly. Hráč se nenásilně učí používat všechny možné úpravy rovnice (převádění na druhou stranu, násobení, dělení rovnice, …). Každá úloha má trojí hodnocení – za splnění úkolu, za optimální zjednodušení herního pole a za minimální počet tahů. Jednotlivé tahy jde vrátit zpátky, zahraná kola jdou obnovit. Úrovně nelze přeskakovat.

motivace

osvoboď dráčka z krabice, 3 hvězdičky za optimálně vyřešený úkol

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.8 Dragonbox Algebra 12+

autor

WeWantToKnow

web adresa

https://dragonbox.com/products/algebra-12

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store, Amazon)

cena

230 Kč

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

rozvíjení základních konceptů práce s rovnicí

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 9 let

princip

Vzdělávacím cílem hry je zvládnutí algebraických úprav a vyjádření neznámé z rovnice, hráč však tyto cíle ve hře neidentifikuje, nemá pocit, že dělá matematiku. Motivací je dráček, kterého je potřeba osvobodit z krabice tím, že krabice zůstane sama ve svém území. Dráček pak postupně roste. Hra má dvě varianty – Algebra 5+ a Algebra 12+. Myšlenkový základ je zcela shodný, liší se pouze počtem levelů, rychlostí postupu a konečnou složitostí simulovaných algebraických úprav.

Levely odpovídají neprobádaným ostrovům Algebra 12+ deset a navíc další set úkolů k procvičování. Všechny herní kroky na sebe navazují postupně, zpočátku jsou ve hře obrázky, poté i čísla a symboly. Hráč se nenásilně učí používat všechny možné úpravy rovnice, od převádění na druhou stranu, násobení, dělení, přes práci se zlomky až k práci se závorkami. Každá úloha má trojí hodnocení – za splnění úkolu, za optimální zjednodušení herního pole a za minimální počet tahů. Jednotlivé tahy jde vrátit zpátky, zahraná kola jdou obnovit. Úrovně nelze přeskakovat.

motivace

osvoboď dráčka z krabice, 3 hvězdičky za optimálně vyřešený úkol

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.9 Dragonbox Big Numbers

autor

WeWantToKnow

web adresa

https://dragonbox.com/products/big-numbers

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store, Amazon)

cena

230 Kč

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

rozvíjení základních aritmetických konceptů - sčítání a odčítání “pod sebou”

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

6-9 let

princip

Prostředím hry je kreslený svět země Numie (Noomia). Postupně lze ve hře na mapě mít až šest různých mikrosvětů, v nich se různým způsobem získávají produkty, které lze měnit za potřebná platidla. Každá aritmetická operace je ilustrována animací, mnoho z nich je nutné provést „ručně“ zapsáním výsledků nebo mezivýsledků na obrazovku. Postupně dojde i na sčítání a odčítání až trojciferných čísel pod sebou. K výměně zboží je potřeba strategicky plánovat, které zboží preferenčně získávat. Kromě výstavby nových částí země či výměnných obchodů si lze jen tak udělat radost postavením a vybavením domečků pro Numy. Svět na počátku má funkční jabloňový sad, ve kterém postupně dozrávají jablka, postupně lze přidat např. sbírání včel, lovení ryb, kamenolom, lom s drahými kovy aj.

motivace

tvorba součástí virtuálního světa

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.10 Dragonbox Elements

autor

WeWantToKnow

web adresa

https://dragonbox.com/products/elements

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store, Amazon)

cena

156 Kč

jazyk

více jazyků, i čeština

tematické zaměření

rozvíjení základních geometrických konceptů a názvosloví tvarů

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 5. třídy

princip

Euklidův ostrov je obýván nepřáteli. Vyřešením jednotlivých úkolů hráč sbírá své pomocníky – armádu, která v několika kolech pomáhá nepřátele zahnat. Souboj s nepřítelem má kromě motivačního také odpočinkový efekt. Grafické vyobrazení ostrova (či spíše hory nebo věže) a vyznačení cesty na něm je povedené a poetické, hudební doprovod též.

Hra je zaměřena na základní geometrické pojmy a vlastnosti. Hráč se naučí rozlišovat trojúhelníky obecné, rovnoramenné, rovnostranné, čtyřúhelníky obecné, čtverce, obdélníky, kosočtverce. Postupně se přidává práce s úhly, rovnoběžkami a kružnicemi a je potřeba využívat známých vlastností objektů k důkazu, že hledaný objekt má požadovanou vlastnost.

Je vhodné hru hrát bez delšího přerušení, protože některé techniky označení vlastností nejsou intuitivní a je potřeba si je pamatovat.

Hra je doporučená pro druhý stupeň, ale bez znalosti souvislostí a názvosloví ji zvládnou hrát i žáci prvního stupně. Hra rozvíjí konceptuální pochopení.

motivace

příběhem, boj s nepřítelem po ukončení části, cesta po mapě

časový tlak

ne

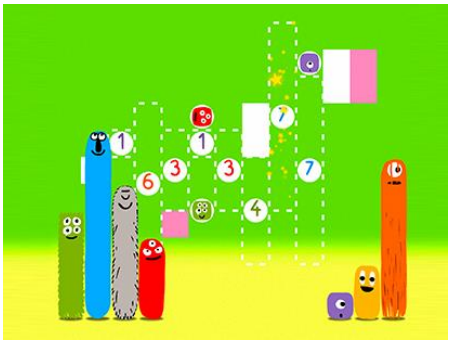
úroveň náhody

žádná

3.2.11 Dragonbox Numbers

autor

WeWantToKnow



web adresa

https://dragonbox.com/products/numbers

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store, Amazon)

cena

230 Kč

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

rozvíjení základních aritmetických konceptů

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

4-8 let

princip

Hra je určena pro první setkání s pojmem číslo a rozvíjí základní aritmetické koncepty. Hlavními objekty jsou tzv. Numy (anglicky Nooms), což jsou různě dlouhé a různě barevné tyčinky s náznakem obličeje charakterizující čísla od 1 (fialová) do 10 (černá). Sčítání se provádí překrytím/přiblížením dvou Numů, vznikne tak delší. Odčítání či rozdělování na sčítance se provádí „přeříznutím“ prstem, velký Num se rozdělí na dva kratší. Slovní doprovod (a lehce infantilní citoslovce) komentuje názvy čísel i aritmetické operace.

Hra se skládá ze čtyř různých aktivit, ze kterých lze zvolit v hlavním Menu: Sandbox (pískoviště), Ladder (žebřík), Puzzle a Run (Běh).

Sandbox: volná aktivita, s Numy „padajícími“ ze zásobníku lze volně experimentovat a poměřovat je s číselnou osou.

Ladder: cílem je sestavit Num, který je tak velký, jak je na číselné ose naznačeno hvězdičkou. Numy k dispozici v zásobníku jsou shodné velikosti, proto je potřeba využít i rozdělení většího na menší, aby výsledek končil přesně na dané pozici.

Puzzle: Do obrázku je potřeba umístit správně dlouhé Numy, aby byl vytvořen obrázek naznačený šablonou. Čas od času se objeví obrazovka, na kterou je potřeba prstem správně napsat danou číslici.

Run: Pohybující se 1-Num sbírá hvězdičky, které se vyskytují v různých výškách. Zmáčknutím čísla se sběrač posune na danou úroveň (výšku). Zpočátku je výška naznačena vzhledem k „zemi“, postupně se objevují i podstavná patra v jiných výškách než nulové.

Za splnění úkolu dostane hráč peníze, které použije na nákup dalších levelů. Všechny aritmetické operace v peněžence jsou ilustrovány animací.

motivace

sbírání penízků k nákupu dalších levelů

časový tlak

ne (kromě aktivity Run)

úroveň náhody

žádná

3.2.12 FogStoneIsle

autor

Cignition

web adresa

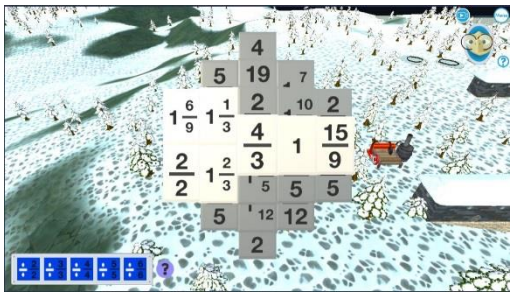
https://fogstoneisle.com/

platformy

PC (prohlížeč)

cena

zdarma (po registraci)



jazyk

anglicky

tematické zaměření

zlomky - ekvivalentní zlomky, sčítání, odčítání, násobení, dělení zlomků, poměr

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 5. třídy ZŠ

princip

Herním prostředím je přírodní krajina, kterou je možné osídlit – postavit v ní různé typy staveb. Každý typ stavebních aktivit rozvíjí práci se zlomky. Postup ve hře je ukládán a dochází k postupnému pokroku v obtížnosti v rámci celého prostředí. Při prvním pokusu o postavení jednotlivých objektů je spuštěn tutoriál a nápověda (většinou nejde přeskočit). Někdy se nápověda spustí i ve známém prostředí ale při přechodu k vyšší náročnosti. Za nové stavby dostane hráč platidlo – shells, za které může později dokoupit lepší vybavení nebo nadstandardní volby pro stavbu objektů.

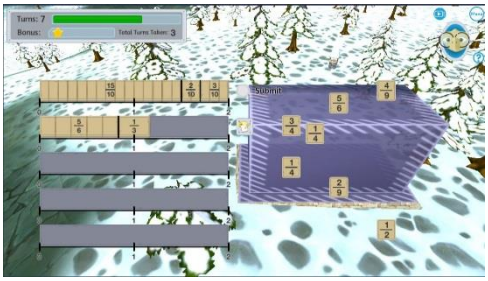
Úvodem do zlomků je aktivita Sawmill – pila (cirkulárka). Zde je potřeba označit na kulatině úsek dané délky, nebo ji rozdělit na několik stejných dílů.

Nejjednodušší a jednorázovou stavbou je studna (well). Na hromadě karet je jich několik aktivních. Z nich je potřeba vybrat dvojice, které označují stejné množství (equivalent fractions), procvičuje se tedy převedení zlomků na základní tvar nebo stejného jmenovatele.

Základní stavbou je dům (house). Aktivity k postavení domu jsou zaměřené na sčítání zlomků. Do řádků pevné délky je potřeba umístit celkem tři sčítance ve tvaru zlomku, které je vyplní. Hráč určuje první a poslední sčítanec. Za hotové řádky dostane dům vrstvy cihel a je možné spustit bonusovou loterii, ve které lze vyhrát další cihly. S domem po postavení lze dělat další věci – přidat komín, jít dovnitř nebo z něj udělat továrnu.

Přidání komínu (chimney) k budově – hledání dvojic ekvivalentních zlomků.

Uvnitř budovy lze dekorovat zdi – tapetovat vyznačená místa tapetami, které jsou různých rozměrů a je potřeba je spojit nebo oříznout a spočítat, kolik zbyde – sčítání a odčítání desetinných čísel a zlomků. Občas je přidán časový tlak v podobě vírů a zlomyslných potvůrek, které je potřeba překrýt co nejrychleji. Pokud vír není včas zakryt, vyleze z něj chobotnicovitá houba, která se pohybuje a ničí již hotové tapety.



K proměně na továrnu je potřeba mít budovu větší velikosti. Cílem továrny je vytvořit výrobní linku, které vyprodukuje zadaný počet produktů na základě daného poměru vstupních surovin. Při prvním pokusu o továrnu je spuštěn interaktivní tutoriál, kde se hráč naučí linku sestavit. Základními kusy jsou produkční jednotky vstupních výrobků, posunovací pásy, mixovač a konečný sběrný kontejner. Počty použitých prvků musí být ve shodě se zadaným poměrem surovin k výrobě chtěného výstupu.

Další stavbou je farma - zemědělský záhon. Na něm probíhá bitva hráčových rostlin proti pleveli protivníka (počítač). Záhon je čtverec, uprostřed každé strany je kohout s vodou. Na začátku hry jsou u některých kohoutů zasazeny rostliny nebo plevel. Před každým kolem je čtverec rozdělen na obdélníkovou síť, rozměry jednotlivých dílků jsou viditelné. V síti je potřeba vyznačit obdélníkové pole (obsahující i více základních políček), které chceme zalít vodou. Vody máme k dispozici omezené množství, takže je potřeba odhadnout, jak velký kus můžeme označit – zde najde uplatnění násobení zlomků a desetinných čísel. Po zalití rostlina získává sílu a/nebo vytváří odnože. Tahy se střídají s protivníkem/počítačem. Když se potká rostlina s plevelem, strhne se mezi nimi boj a zvítězí silnější. Kus poražené rostliny je zničen – odumře. Cílem je zničit plevel a obsadit záhon naší rostlinou.

Poslední stavbou je ranč. Ranč je kruhovitá oblast, ve které se pohybují (kutálejí) králíci a kterou je potřeba obehnat plotem dřív, než králíci utečou (když uteče třetí králík, hra končí neúspěchem – ranč není vybudován). Tvorba kousku plotu zahrnuje vyznačení délky (povolená délka je závislá na zásobách materiálu, který je k dispozici a během hry lineárně narůstá) a poté vyskládání části plotu zvolené délky menšími díly velikosti zlomků. Je potřeba vypočítat výsledek dělení zlomkem, které je následně vizualizováno na vytvoření plotku.

Hra má velký potenciál, stálo by za to mít ji přeloženou do češtiny. Nevýhodou je to, že v některých okamžicích vnucená nápověda nejde přeskočit a je docela obsáhlá. Druhou nevýhodou je velká závislost na angličtině (právě během tutoriálů a nápověd).

motivace

tvorba vlastního světa, dokupování nadstandardních možností

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.13 Game Over Gopher

autor

NMSU Learning Games Lab, New Mexico State University

web adresa

https://www.mathsnacks.com/game-over-gopher.html

platformy

online, prohlížeč + Adobe Flash

cena

zdarma

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

bod v kartézském souřadném systému, rovnice přímky, reflexe podle os

rozvíjené schopnosti

procedurální, rychlost uvažování, strategické rozhodování

věkové určení

od 5. třídy

princip

Hra má dobrodružný příběh, cílem je uchránit mrkev před snědením hlodavci. K dosažení cíle je potřeba rychlé strategické rozhodování a znalost souřadného systému a umístění bodu v něm. V jednotlivých kolech postupně přibývají možnosti, jak mrkev ochránit a jak nakrmit hlodavce jiným jídlem a tak je zneškodnit. Nejprve je potřeba vyznačit cestu hlodavců. Ti pak vchází do hry v několika vlnách, odpočet času ukazuje nástup další vlny. V začátku hry je k dispozici jistá výše měny - diamantů. Další diamanty lze vydělat umístěním vrtu na správné místo v souřadném systému. Nakoupit lze např. krmič, který kolemjdoucí krmí mrkvičkami (a lze mu za příplatek zesílit dávky), zpomalovač pohybu, zmrazovač pohybu (zmrazení se tak více nají, mají-li odkud), laserový paprsek (krmí všechny v horizontální nebo vertikální linii), vystřelovač bobulí (lze umístit do vody), odpalovač kukuřice, nálet (nakrmí všechny přítomné hlodavce velkou dávkou) a nášlapná past. Dostatečně nakrmený hlodavec se změní v diamant. Hlodavec, který se dostane až k mrkvi, z ní kousek ují. Ve výsledku (pokud mrkev není snědena celá a hra se neukončí bez úspěchu) je pak položka zdravotní stav mrkve a podle něho je mise více či méně úspěšná. U vyšších kol je potřeba se hodně rychle rozhodovat a každou sekundu využít. Časovým tlakem je hra strhující. Výzvy (challenge) obsahují jinou aktivitu - je potřeba najít zakovaný disk. Zadáním souřadnic bodu je vykopána tato pozice a v případě neúspěchu se zobrazí šipka k místu pokladu.

motivace

14 základní kola + 4 výzvy + 4 bonusová kola

časový tlak

ano

úroveň náhody

žádná

3.2.14 Gate

autor

NMSU Learning Games Lab, New Mexico State University

web adresa

https://www.mathsnacks.com/gate.html

platformy

online, prohlížeč + Adobe Flash

cena

zdarma

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

sčítání, odčítání, násobení, dělení, zápis čísla v desítkové soustavě

rozvíjené schopnosti

procedurální, početní rychlost

věkové určení

od 5. třídy

princip

Hlavní procvičovanou dovedností je počítání na čas a zápis čísel v desítkové soustavě. Je potřeba zapsat čísla pomocí konkrétních kláves pro setiny, desetiny, jednotky, desítky a stovky a pro jejich záporné protějšky. Ve vyšších úrovních pak zapsat taková čísla, aby fungoval výpočet se zadaným výsledkem a průběžnou operací (přičítání jedné, odečítání dvou, násobení dvěma, násobení třemi a násobení pěti). Motivací je starý příběh národa a jeho boje proti zlým duchům. Na začátku úrovně je potřeba otevřít bránu, ze které pak útočí příšery. Ty je potřeba zneškodnit odpálením správně zadaného čísla. Hrdina má vždy tři životy, hra je pod časovým presem. Hra je graficky povedená, tajemná hudba dokresluje atmosféru. Porozumění angličtině je potřeba pouze u motivačních rozhovorů mezi hrdinou a zlými duchy.

motivace

příběh, 16 levelů

časový tlak

ano

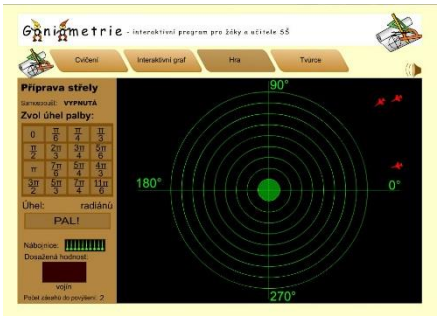
úroveň náhody

nízká

3.2.15 Goniometrie

autor

Helena Hlaváčová (bakalářská práce)



web adresa

materiály projektu IKAP

platformy

PC + flash player

cena

zdarma

jazyk

česky

tematické zaměření

goniometrie - úhlové míry, grafy goniometrických funkcí

rozvíjené schopnosti

procedurální, konceptuální

věkové určení

SŠ

princip

Autorka jako praktický výstup své bakalářské práce vytvořila vzdělávací aplikaci se zaměřením na goniometrii. Kapitola Cvičení obsahuje interaktivní příklady na převody úhlových měr a konstrukci grafů – k danému grafu je potřeba určit správné koeficienty v předpisu funkce. V části Interaktivní graf lze sledovat závislost výstupního grafu na volbě vstupních koeficientů v předpisu funkce. Poslední aktivitou je hra Radar, aneb staň se generálem. Cílem je sestřelit

útočící letadla volbou správného úhlu. Aplikaci lze doporučit jako doplněk při středoškolské výuce goniometrie.

motivace

žádná

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.16 Hands on Equations 1, 2

autor

Henry Borenson

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.handsonequations1

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store)

cena

každá 79,90 Kč

jazyk

anglicky, úroveň začátečník

tematické zaměření

lineární rovnice

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 5. třída ZŠ až SŠ včetně

princip

Aplikace se dá popsat jako interaktivní prostředí pro vizualizaci a řešení lineárních rovnic. Každá aplikace má 8 vzdělávacích kapitol plus opakování (review), aplikace 1 a 2 na sebe navazují. Každá kapitola obsahuje krátké video (do 2 minut), ve kterém je vysvětleno, jakým způsobem namodelovat daný typ rovnice a jak přijít k řešení a vykonat zkoušku. Video je potřeba shlédnout, až poté jsou zpřístupněny příklady k lekci. Zadanou rovnici je nejprve potřeba namodelovat na „váhách“. Váhy jsou statické, a slouží pouze k navození představy a k oddělení levé a pravé strany. Na ramena vah se umístí figurky namísto neznámé x a karty s čísly (kladná celá). Postupně jsou vysvětlovány postupy, co lze na vahách dělat, aby rovnost zůstala neporušená. Tyto úpravy pak uživatel provádí sám, není zde žádné potvrzení správnosti úprav nebo zautomatizování některých kroků. Například odebrání jedné figurky z obou stran vah má být provedeno „současně“. Nakonec je z číselníku vybráno řešení a provede se zkouška. Zkoušku je doporučeno dělat po vizuálním obnovení počáteční situace, což je zbytečně zdlouhavý krok. Hands on Equations 1 končí ve fázi, kdy se násobky proměnných mohou na jedné straně i odečíst, ale pouze tehdy, když výsledkem je kladný násobek. V Hands on Equations 2 dochází k zavedení opačného prvku – v rovnici je značen přeškrtnutým x a ve vizualizaci je znázorněn figurkou světlejší barvy. Uživatel se naučí odstranit dvojici různě barevných figurek, převádět neznámou na druhou stranu rovnice. Nakonec dojde k identifikaci opačného prvku s (-x). V aplikacích 1, 2 se pracuje pouze s celými čísly.

Videa jsou anglicky, ale fungovalo by české vysvětlení se ztlumeným zvukem. Některé kroky jsou zbytečně zdlouhavé, ale naštěstí pro zadání řešení není potřeba namodelovat vše podle návodu. Je škoda, že váhy nejsou interaktivní, mohly dávat zpětnou vazbu o správnosti úprav.

motivace

hodnocení správného počtu kroků

časový tlak
ne
úroveň náhody
žádná

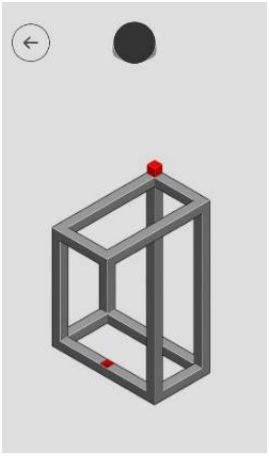
3.2.17 Hard Math Game

autor
marcin.magician
web adresa
https://play.google.com/store/apps/details?id=com.mmagician.addx
platformy
mobilní zařízení (Google Play, App Store)
cena
zdarma s reklamami
jazyk
anglicky, není potřeba ke hře
tematické zaměření
aritmetické operace
rozvíjené schopnosti
procedurální
věkové určení
od 4. třídy

princip
Hra má jednoduchou mechaniku – jsou dána čtyři čísla, dvě operace (+,-,x,/) a jedno číslo, které má být výsledkem. Cílem je provést výpočet tak, aby bylo dosaženo daného výsledku. Splnění úkolu je ohodnoceno hvězdičkami (1-3) podle doby, kterou hráč potřeboval. Na konci každé úrovně, pokud má hráč dost hvězdiček, může aktivovat bonusové úlohy. Další úroveň se odemkne až po splnění předchozí.
motivace
12 úrovní po 9 úkolech (+ bonusy), hvězdičky, povzbuzující citáty
časový tlak
ano
úroveň náhody
žádná

3.2.18 Hocus

autor
gamebra.in
web adresa
https://play.google.com/store/apps/details?id=air.com.gamebrain.hocus
platformy
mobilní zařízení (Google Play, App Store)
cena
zdarma (část)
jazyk
anglicky, není potřeba ke hře
tematické zaměření
prostorová představivost
rozvíjené schopnosti
konceptuální
věkové určení
od 1. třídy



princip

Cílem hry je dostat červenou krychličku kotálením do vyznačeného důlku. Kostička i důlek se nacházejí na konstrukci z „trámů“, které mohou být různě zkroucené a propletené a tím je dosaženo nereálných optických klamů, které ovšem kostička může využít. V místech rozhodnutí o novém směru se ukazují možnosti výběru, což má nápovědný efekt. V rámci matematického vzdělávání je hra na okraji, přispívá k rozvoji prostorové představivosti. V jistém smyslu je jednodušší verzí her Monument Valley 1,2.

motivace

Hra má celkem 120 kol, prvních 40 je zdarma, další lze zakoupit.

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.19 Jumpido

autor

Jumpido

web adresa

http://www.jumpido.com/en/education/mobile/demo

platformy

mobilní zařízení (Google Play, Windows Store)

cena

zdarma

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

sčítání, odčítání

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

od 2. třídy

princip

Hra Jumpido Demo je doplňkem hlavního produktu Jumpido (jumpido.com), kterým je soubor kinetických her do vyučování pro 1.- 5. třídu. Cílem hry je prasknout balónky se správným výsledkem. V demo verzi je zatím 15 příkladů, jejichž náročnost se postupně zvyšuje. Někdy je výsledků víc, některé časem zmizí. Vedle matematických dovedností hra procvičuje i koncentraci a paměť. Podle rychlosti a úspěšnosti řešení lze získat za úkol 0-3 hvězdičky. Nádherné grafické zpracování.

motivace

hvězdičky za optimální řešení

časový tlak

ano

úroveň náhody

žádná

3.2.20 Linedoku

autor

Mindmill Puzzle Games

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.mindmill.pipes.loops.plumber.puzzle

platformy
mobilní zařízení (Google Play, App Store)
cena
zdarma
jazyk
anglicky, není potřeba ke hře
tematické zaměření
logické myšlení, rovinná představivost
rozvíjené schopnosti
konceptuální
věkové určení
od 1. třídy
princip
Linedoku je sada deseti logických her:

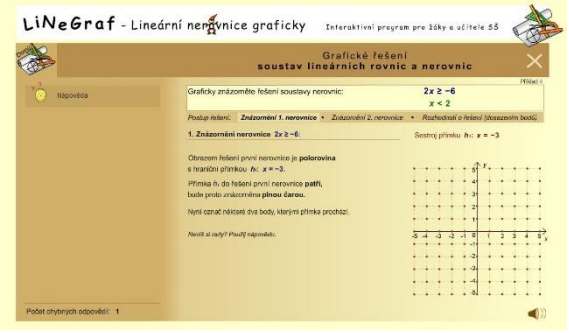
One Stroke – obtáhni obrázek jedním tahem (400 úloh rozdělené do kategorií začátečník, pokročilý, expert a mistr)
Cross Path – ve čtvercové síti jsou překážky a místa s číselnou hodnotou, ze kterých je potřeba natáhnout v horizontálním a/nebo vertikálním směru výběžky délek, jejichž součtem je zadaná hodnota. Cílem je takto vyplnit celé pole. (725 úloh)
Loops – cílem hry je otočit dílky (něco jako potrubí) tak, aby na sebe navazovaly a vytvořily uzavřené smyčky (750 úloh)
Color Connect– ve čtvercové síti jsou dvojice stejně obarvených políček. Cílem je všechny tyto dvojice spojit, aby byla síť vyplněna, ale aby se cesty nekřížily (425 úloh)
Blocks – v herním poli je vyznačeno schéma, do kterého je potřeba osadit bloky různých tvarů, které jsou k dispozici (600 úloh)
One Line - ve čtvercové síti jsou překážky a místo odkud začít. Cílem je vyplnit herní pole jednou nepřerušovanou čarou (425 úloh)
Color Loops – hra je podobná jako Loops, liší se tím, že je potřeba do smyček propojit dvojice stejně barevných dílků. (475 úloh)
Slide – ve čtvercové síti jsou na jednotlivých polích nákresy. Políčky lze horizontálně a vertikálně pohybovat směrem k volnému prostoru. Cílem je přesunou políčka tak, aby nákresy na nich navazovaly. (200 úloh)
Pipe Connect – ve schématu jsou barevně rozlišené části potrubí. Chybějící kousky je potřeba doplnit z výběru. (415 úloh)
Number Maze - ve čtvercové síti jsou překážky, místo odkud začít a několik míst s čísly. Cílem je z místa startu natáhnout jednu cestu tak, aby prošla očíslovanými políčky v zadaném pořadí. (425 úloh)
motivace
každá kapitola má velký rozsah úloh
časový tlak
ne
úroveň náhody
žádná

3.2.21 LiNeGraf

autor
Helena Hlaváčová (bakalářská práce)
web adresa
materiály projektu IKAP
platformy
PC + flash player

cena

zdarma



jazyk

česky

tematické zaměření

lineární funkce, lineární rovnice, nerovnice a jejich systémy

rozvíjené schopnosti

procedurální, konceptuální

věkové určení

SŠ

princip

Aplikace Lineární Nerovnice Graficky vznikla jako výstup diplomové práce. Jde o interaktivní vzdělávací program. První kapitola Lineární funkce – opakování obsahuje interaktivní kurz Graf lineární funkce a jeho konstrukce. Další kapitoly –Ne/rovnice o jedné neznámé, Ne/rovnice o dvou neznámých a Soustavy rovnic a nerovnic obsahují interaktivní příklady pro odhalení řešení grafickou cestou. Při řešení příkladu uživatel volí v každém rozhodovacím kroku odpověď na relevantní otázku. Dochází tak k upevnění správného rozhodovacího procesu a rozložení komplexní úlohy na jednodušší jednotky. Aplikaci lze doporučit jako doplněk výuky grafického řešení rovnic a nerovnic na středních školách.

motivace

žádná

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.22 Major League Baseball (Everfi)

autor

Everfi

web adresa

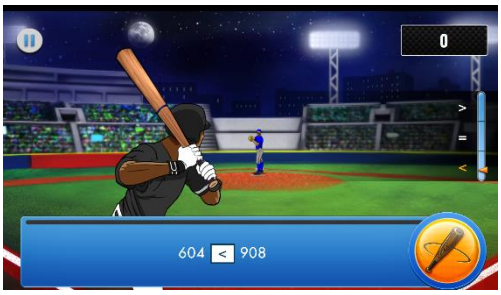
http://everfi-curriculums.s3.amazonaws.com/curriculums/mlb-course/develop/index.html#

platformy

PC, internetový prohlížeč

cena

zdarma



jazyk

anglicky, nutná běžná znalost jazyka

tematické zaměření

aritmetické operace, míry, faktorizace, zlomky, klasifikace geometrických tvarů, zaokrouhlování

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

od 5. třídy

princip

Major league baseball je soubor her zasazených do baseballového prostředí sloužících k procvičení znalostí z matematiky a jazyka – angličtiny.

Hra má 36 řad, v každé je aktivita matematická a jazyková (angličtina), aktivity a řady nelze přeskakovat, po některých aktivitách lze zvolit postup dále nebo další procvičení tématu. Vzhledem k jazykové části lze doporučit spíše pro školy s dvoujazyčnou nebo anglickou výukou.
Grafika je docela jednoduchá, postup ve hře je uchováván lokálně pomocí cookies. Obtížnost aktivit se zvyšuje postupně, v pozdějších řadách jsou občas chyby.

Matematické aktivity (v závorce počet levelů):

Number Zone (10) - porovnávání trojmístných čísel, porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem, desetinných čísel a setin, porovnávání 1/5, ¼; velká čísla i s desetinným rozvojem, porovnávání zlomků s různými jmenovateli

Math Catcher (10) - výběr ze tří balónků – násobení, dělení do 100, násobky 10 a 100, násobení, dělení s desetinnými čísly, součet a rozdíl velkých čísel, 3 sčítance, 3 sčítance/činitele, těžší kombinace operací

Pick Your Pitch (10) - jednotky času a míry (víc možností), jednotky váhy (g), objemu (l), zlomky, procenta, desetinná čísla, ekvivalent zlomku/desetinného čísla

Polygon Pitch (10) - vlastnosti tvarů – symetrie, troj/čtyř-úhelník, tvary regulární/neregulární, přímky rovnoběžné, kolmé či ani jedno, bod, přímka, polopřímka; úhel ostrý, pravý, přímý, tupý, trojúhelník ostro/tupo/pravo-úhlý, troj/čtyř-úhelník, kruh

Number Lineup (8) - uspořádání časových jednotek, váhy (g, unce apod.), míry (m)

Pattern Play (10) - rozeznávání vzorů – geometrických, v číselné posloupnosti, číselné posloupnosti i se zlomky, zlomky se stejným jmenovatelem, desetinná čísla, mocniny, geometrická posloupnost, vyber pravidlo

Factor Fielding (10) - najdi násobky (více možností), násobky 6,7,8, dvojice dělitelů (factor pairs), do 100, násobky 5,2,10/3,4,9 v trojciferných číslech

Fraction Fastball (6) - přibližný výpočet se zlomky a desetinnými čísly, (včetně zápisu 1 ¼)

Shape Strikeout (10) - porovnávání tvarů (více možností), mnohoúhelník, 3,4-úhelník, jiné, kruh, trojúhelník rovnostranný, rovnoramenný, obecný; čtyřúhelník rovnoběžník, lichoběžník, trojúhelníků; čtverec, obdélník, rovnoběžník, kosodélník, jiný

Round the Bases (6) - zaokrouhlování na nejbližší 5, 10, 10, 100 i velká čísla

motivace

baseballové prostředí, 36 řad

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.23 Matemág

autor

TechSophia

web adresa

http://matemag.cz/

platformy

Android (Google Play), Apple (App Store), Microsoft

cena

499,90 Kč plná verze, trial zdarma

jazyk

česky

tematické zaměření

budování základních pojmů

rozvíjené schopnosti

procedurální, konceptuální

věkové určení

6-10 let

princip

Matemág je hra postavená na principech Hejného metody, je určená pro žáky 1. - 3. třídy, ale může potěšit i děti starší. Příběh dvou dětí, které se během prázdnin vypravily do země čaroděje Matemága zvané Abima, aby se zde přiučily matemagii, motivuje procházení kouzelnou krajinou za plnění úkolů potřebných k další cestě. Ve hře je kromě úvodu a závěru 23 levelů, v trial verzi je jich přístupných 7. Každá úroveň má podobu cesty ve fantastické krajině, pohyb dětí se řídí dotykem na obrazovce, postupně se přidávají různá prostředí pro úkoly: krmení rostlin tak, aby jídlo bylo spravedlivě rozděleno, určení sekvence pohybů k průjezdu sítí (tabulkou) s překážkami, určení sekvence pohybů nahoru a dolů pro výtahy, zopakování sekvence tónů pro opičáka, řešení početních schémat, vyvažování vah. Vizualizace řešených problémů je součástí většiny úkolů. Úroveň zobrazených úkolů je řízena individuálně - částečně podle zadané třídy hráče a částečně podle jeho úspěšnosti ve hře. Hra má povedenou grafiku, dabing i doprovodnou hudbu.

motivace

Příběh, který předchází hře a hru nakonec i uzavírá, 23 úrovní.

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.24 Matematikus 9 - matematika testy 2018

autor

Apabil

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.ruxoft.matematikus9

platformy

Android (Google Play)

cena

zdarma

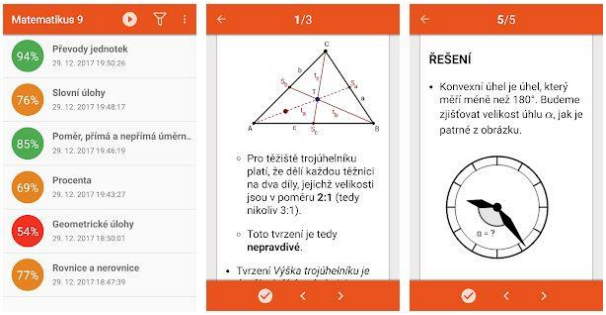
jazyk

česky

tematické zaměření

- Aritmetika, algebraické výrazy, zlomky
- Procenta
- Rovnice a nerovnice

- Geometrické úlohy
- Poměr, přímá a nepřímá úměrnost
- Slovní úlohy
- Převody jednotek



rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

9. třída ZŠ

princip

Aplikace je určena pro žáky 9. tříd, kteří se připravují ke zkouškám na střední školy. Lze si vybrat z cvičného nebo ostrého testu. Každý test má 20 příkladů, které jsou náhodně vybírány ze sbírky (lze zakoupit verzi s obsažnějším souborem zadání). Zastoupení jednotlivých témat v testu je pevně procentuálně dané. Cvičný test zahrnuje možnost zobrazit komentované řešení příkladu.

Nevýhodou je nutnost pracovat bokem s papírem, tužkou a kalkulačkou, výpočet nelze provést v aplikaci. Aplikace se tak v případě ostrého testu stává jen jiným úložištěm zadání. Problém občas nastává se zobrazováním matematických výrazů.

motivace

cvičný a ostrý test

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.25 Math Balance: Pre-algebra game for kids

autor

Makkajai

web adresa

https://play.google.com/store/apps/developer?id=Makkajai:+Math+Games+for+1st,+2nd,+3rd,+4th+grade

https://www.makkajai.com/

platformy

Android, Apple

cena

230 Kč

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

rozvoj konceptu sčítání a odčítání přirozených čísel

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

2. třída

princip

Cílem každého kola je vyrovnat několik mostů, aby po nich příšerka mohla přejít do cíle. Na dvou koncích mostu mohou být různě těžká závaží, cílem je vyvážit most přidáním vhodných závaží z těch, co jsou k dispozici, na druhý konec mostu. Kromě závaží zde mohou být i balónky, které nadlehčují kraj mostu a fungují jako zavedení odčítání. Složitost se zvedá postupně, cca 1. polovina je hratelná na konci 1. třídy (sčítání a odčítání do dvaceti), ve druhé půli se dojde až do 100. Po každém kole je manipulace se závažími interpretována pomocí

symbolického zápisu - standardně zapsaného příkladu, do kterého je potřeba doplnit správné číslo. U tohoto úkolu je časové odpočítávání. Hra je postavená na jednoduché myšlence, ale postupně graduje a nenudí. Nápověda a průvodní slovo je mluvenou angličtinou, ale vše je jasné a hra se dá hrát i bez znalosti jazyka.

motivace

sbírání hvězdiček a bodů, 30 levelů

časový tlak

střídavý

úroveň náhody

žádná

3.2.26 Math Games

autor

Godline Studios

web adresa

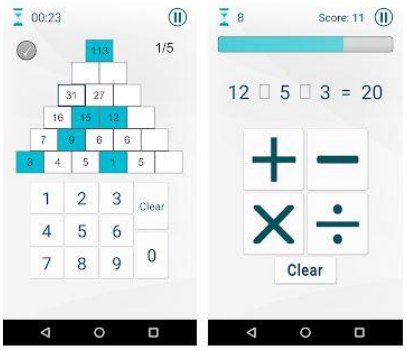
https://play.google.com/store/apps/details?id=godlinestudios.MathGames

platformy

Android (Google Play)

cena

zdarma s reklamami



jazyk

Anglicky, není potřeba k většině úrovní

tematické zaměření

sčítání, odčítání, násobení a dělení celých čísel, přednost operací, přirozené mocniny, druhá odmocnina

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

od 2. stupně ZŠ

princip

Cílem je procvičit procedurální početní schopnosti. Ve hře je jedenáct tematických celků, každá je zaměřena na jistý typ příkladů: kalkulátor (zadej řešení), doplň znaménko operace, odmocnina, matematické páry (s daným součtem), správná odpověď (doplň, co v příkladu chybí), magický trojúhelník (stejné součty stran), počítání zpaměti (příklad projede obrazovkou), mocniny, rychlé počítání (co nejvíc příkladů v daném čase), matematický stroj (označ čísla, jejichž součet dá zadanou hodnotu), numerická pyramida (součet spodních políček dá horní políčko). Za zvládnutý výkon jsou odměnou body a mince. Za mince jdou odemknout další celky. V nastavení lze zadat náročnost, časové omezení, počet příkladů (omezený nebo neomezený) a matematické operace, které mají být použity.

motivace

11 levelů, hodnocení body a mincemi

časový tlak

ano

úroveň náhody

nepatrná

3.2.27 Math Bridges: Learn Bridging to friendly numbers

autor

Makkajai

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.makkajai.numbersense
https://www.makkajai.com/

platformy

Android, Apple

cena

230 Kč školní verze, domácí zdarma

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

sčítání s výhodou, rozklad na sčítance

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

2. třída

princip

Aby mohla příšerka dojít do cíle, je potřeba jí postavit mosty ze správného počtu kusů materiálu. K dispozici jsou sady materiálu po deseti. Během cesty lze nabrat lepidla a nůžky. Nůžky slouží k dělení sady materiálu, lepidlo k lepení dvou kusů dohromady. Nelze lepit či dělit vícekrát, než je k dispozici nůžek a lepidel. U podepřených mostů lze přesunout podpěru tak, aby se části vyrobily jednodušeji. Po levelech je k vizualizaci sestaven konkrétní příklad, za odpočítávání je potřeba zadat správný výsledek.

Rozvíjí se koncept sčítání a rozkladu čísla na různé sčítance, což navádí na sčítání s výhodou. Několikrát se mi stalo, že nešly slepit dva kusy, i když bylo k dispozici lepidlo. Stačilo most rozdělit na menší kousky, i když původní řešení nebyli matematický špatně. Někdy během manipulace došlo k nechtěnému rozdělení místo přesunu. Skoro každá chyba vede k novému začátku řešení, protože zde není možnost ji opravit krokem zpět. Vhodné pro druhou třídu, začátek pro konec první.

motivace

sbírání hvězdiček a bodů, 35 levelů

časový tlak

střídavý

úroveň náhody

žádná

3.2.28 Math Master - Brain Quizzes & Math Puzzles

autor

Pavans Group Techsoft Pvt. Ltd.

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.mathmaster

platformy

Android (Google Play)

cena

zdarma s reklamami

jazyk

Anglicky, není potřeba k většině úrovní

tematické zaměření

sčítání, odčítání, násobení a dělení celých čísel, průměr, medián, rozsah, přirozené mocniny, statistika - procenta, porovnávání největší - nejmenší, lineární rovnice, posloupnosti a řady, slovní úlohy

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

od 2. stupně ZŠ

princip

Cílem je velmi rychlé počítání zpaměti. Ve hře je šestnáct tematických celků, každá je zaměřena na jistý typ příkladů. Řešení příkladu se vybírá ze čtyř možných odpovědí. Jedna úroveň má deset kol. V každém kole je potřeba správně a včas odpovědět na deset příkladů. Základní chybová tolerance v kole jsou dvě špatné odpovědi, třetí hru ukončí. Po vyřešení příkladu se zpřístupní další. Hra vyžaduje hluboké soustředění a někdy i odhad výsledků na základě správné úvahy. Za úspěšné zvládnutí úrovně jsou odměnou body (funguje online porovnání s jinými hráči) a mince, za které lze odemknout další úrovně. V nastavení lze zadat náročnost a časové omezení. Lze reálně zakoupit mince a verzi bez reklam.

motivace

16 levelů, hodnocení body a mincemi

časový tlak

ano

úroveň náhody

nepatrná

3.2.29 Math Rescue: Mental Math Practice, Cool Math Games

autor

Makkajai

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.makkajai.numbersense_fire_water_free
https://www.makkajai.com/

platformy

Android, Apple

cena

230 Kč školní verze, domácí zdarma

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

sčítání, zaokrouhlování

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

2.-3. třída

princip

Aby mohla příšerka projít do cíle, musí odstranit hořící místa tím, že na ně pošle správnou dávku vody z přenosného hasicího přístroje, který nese na zádech. Správnou dávku si nabere s přesností na desítky, je tedy potřeba správně zaokrouhlovat. Pokud musí zneškodnit víc míst z jedné pozice, je potřeba hlídat, kam zrovna míří hadice. Při téměř jakékoli chybě nepůjde kolo dohrát (nezbyde dost vody), je proto lepší rovnou kolo restartovat, chyba přelitím nejde napravit přesunem vody zpět. Hra pozvolna graduje, je potřeba sčítat a zaokrouhlovat třímístná čísla.

motivace

sbírání hvězdiček a bodů, 35 levelů

časový tlak

střídavý

úroveň náhody

žádná

3.2.30 Math Tricks Workout - Math master - Brain training

autor

JustQuant.com

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.sankhyantra.mathstricks

platformy

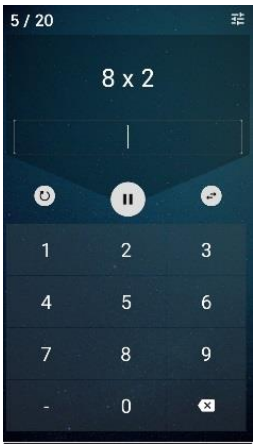
Android (Google Play)

cena

zdarma s reklamami

jazyk

anglicky, základní úroveň, je potřeba k pochopení nápovědy k trikům, ke hře samotné ne



tematické zaměření

sčítání, odčítání, násobení, dělení, druhá mocnina

rozvíjené schopnosti

procedurální, početní rychlost

věkové určení

od 2. stupně

princip

Hlavní částí aplikace je herní prostředí Workout. Ten má šest kapitol - sčítání (Addition), odčítání (Subrtaction), násobení (Multiplication), dělení (Division), druhé mocniny (Squares) a speciální triky (Specific tricks). Každá kapitola má několik podkapitol s různým zaměřením, jejichž součástí jsou vždy čtyři typy úloh. Každá podkapitola má také k dispozici nápovědu, kde jsou vysvětleny triky a postupy, jak lze konkrétní typ úlohy počítat rychle zpaměti. Hra vyžaduje velké soustředění. Postupy pro počítání příkladů jsou nestandardní, většina se neučí ve škole.

Záložka Tricks obsahuje nápovědy postupů pro sčítání, odčítání, násobení, dělení, druhé a třetí mocniny. Každou kapitolu lze hrát pouze od začátku, dosažení předchozí úrovně je nutné pro odemčení další.

motivace

překonej sám sebe

časový tlak

ano

úroveň náhody

žádná

3.2.31 Meerkatcher

autor

PBS Learning Media

web adresa

https://www.pbslearningmedia.org/search/?q=%22Meerkatcher%22&&page=1

platformy

PC s prohlížečem (potřeba flash player)

cena

zdarma

jazyk

anglicky, základní úroveň

tematické zaměření

sčítání, odčítání, násobení a dělení zlomků

rozvíjené schopnosti

procedurální, konceptuální

věkové určení

od 5., 6. třídy

princip

Jde o čtveřici jednotlivých aktivit pro procvičení sčítání, odčítání, násobení a dělení zlomků s různými jmenovateli. Aktivity jsou zasazeny do prostředí výběhu surikat v ZOO. Každá aktivita má jednoduchý motivační příběh – oprava rozbitého plotu, žebříku, rozdělení hlíny do pytlů, jaký je podíl sněženého jídla. Úkoly jdou za sebou, postupně se zvyšuje náročnost, nelze přeskakovat. Nový typ manipulace je vysvětlen (anglicky), v některých úrovních se vyskytuje zadání slovní úlohou, ale lze se vyhnout porozumění a z textu vzít pouze číselné zadání a provést procvičovanou operaci. Občas není dodržen postup „od jednoduššího ke složitějšímu“. Aktivity doporučujeme spíše jako procvičovací než jako výukové. Pro někoho nepříjemný je časový tlak – neustále se odpočítávají body za časový bonus, také zvukový doprovod pobízí k rychlosti, naštěstí jde vypnout.

motivace

body

časový tlak

ano

úroveň náhody

žádná

3.2.32 Mental Math Master

autor

jqMath

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.fivedaysweekend.math

platformy

Android (Google Play)

cena

zdarma s reklamami

jazyk

Anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

sčítání, odčítání, násobení a dělení celých čísel, zlomky, přirozené mocniny, druhá odmocnina, logaritmus o základu 2, lineární rovnice, konečná sumace a násobení přes index

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

od 2. stupně ZŠ

princip

Cílem je velmi rychlé počítání zpaměti. Každá úroveň je zaměřena na jistý typ příkladů. V tréninkovém módu lze příklady počítat bez časového tlaku. Naostro pak je na každý příklad deset sekund, vybírá se ze tří možných odpovědí. Jedna úroveň má deset kol. V každém kole je potřeba správně a včas odpovědět na deset příkladů. Každá úroveň má k dispozici deset možností využít pauzu. Po vyřešení jedné úrovně se zpřístupní několik dalších. Hra vyžaduje hluboké soustředění a někdy i odhad výsledků na základě správné úvahy.

motivace

12 levelů, hodnocení body i procenty

časový tlak

ano

úroveň náhody

nízká při generování příkladů (některá kola tak mohou být jednodušší než jiná)

3.2.33 Monster Math - Duel: fun, fast mental math facts games for kids

autor

Makkajai

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.makkajai.monster_math_2_mp
https://www.makkajai.com/

platformy

Android, Apple

cena

220 Kč školní verze, domácí zdarma

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

sčítání, odčítání, násobení, dělení, zlomky, desetinná čísla, základy geometrie

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

1.-5.třída, lze nastavit obtížnost

princip

Duel je opakovací hra proti počítači, spoluhráči přes wifi nebo sousedovi při rozdělení obrazovky na dvě. Úkolem je vybrat z políček ty, jejichž výsledek je předem dán a nenechat se zasáhnout pohybujícím se nepřítelem. Typ a náročnost příkladů lze zvolit v nastavení (i v průběhu hry). Volit se dá ročník nebo i konkrétní součást učiva (doporučuji, příkladů na jedno téma je hodně).

Jde vytvořit více profilů a v záložce Report kontrolovat postup jednotlivých hráčů. Při připojení na Internet lze využít i nachystaných materiálů k tisku.

Obsah témat je shodný seznamem uvedeným u druhé hry Monster Math.

motivace

souboj s počítačem/spoluhráčem

časový tlak

ano

úroveň náhody

nízká

3.2.34 Monster Math

autor

Makkajai

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.makkajai.monstermath2
https://www.makkajai.com/

platformy

Android, Apple

cena

250 Kč školní verze, domácí zdarma

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

sčítání, odčítání, násobení, dělení, zlomky,

desetinná čísla, základy geometrie

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

1.-5.třída, lze nastavit obtížnost

princip

Hra je motivována úvodním příběhem, příšerce vesmírní nepřátelé unesou kamaráda - psa. Příšerka se vydá na záchrannou misi a prochází různými krajinami. Úkolem je vybrat z políček ty, jejichž výsledek je předem dán a nenechat se zasáhnout pohybujícím se nepřítelem. Typ a náročnost příkladů lze zvolit v nastavení (i v průběhu hry). Volit se dá ročník nebo i konkrétní součást učiva (doporučuji, příkladů na jedno téma je hodně).

Je možné vytvořit více profilů a v záložce Report kontrolovat postup jednotlivých hráčů. Při připojení na Internet lze využít i nachystaných materiálů k tisku.

Obsah:
Addition & Subtraction
• Addition up to 5, 10 and 20
• Subtraction up to 5, 10 and 20
• Two-digit addition without carry over
• Two-digit subtraction without borrowing
• Three-digit addition without carry over
• Three-digit subtraction without borrowing

Multiplication & Division
• Multiplication Tables of 1 through 10
• Division by numbers 1 through 10
• Multiplication of single-digit numbers by multiples of 10

Primes, Factors and Multiples

Fractions
• Visual representations (1/b, a/b)
• Equivalence
• Whole numbers as Fractions
• Comparing fractions
• Basic fraction addition

Decimals
• Decimal equivalents to given fractions and vice-versa

Basic Geometry
• Identify shapes on various attributes
• Symmetry

motivace

příběhem (záchrana kamaráda), průchod čtyřmi světy

časový tlak

ano

úroveň náhody

střední

3.2.35 Monster School Bus

autor

NMSU Learning Games Lab, New Mexico State University

web adresa

https://mathsnacks.com/monster-school-bus.html

platformy

online, prohlížeč +Adobe Flash

cena

zdarma

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

sčítání přirozených čísel do 10, sčítání desetinných a setinných čísel

rozvíjené schopnosti

procedurální, strategické rozhodování

věkové určení

od 5. třídy

princip

Řidič ve světě příšerek má za úkol dopravit děti do školy. Musí volit cestu vesnicí tak, aby zaplnil vždy celý autobus (v 1. a 2. vesnici deset míst, ve 3. a 4. vesnici jednu jednotku autobusu). Po naplnění autobusu se ve vesnici objeví několik zelených lektvarů, a pokud jimi autobus v několika sekundách stihne projet, změní tak budovy ve vesnici vizáž a stanou se z nich pořádné strašidlácké domy. Výsledek kola závisí na správném počtu plných autobusů i počtu změněných budov. Vesnice jsou čtyři, v každé žijí jiní tvorové. V první vesnici jsou jednotliví žáci, ve druhé jsou malé příšerky, které se vlezou dvě na jedno sedadlo, takže se sčítají poloviny, ve třetí žijí různá stvoření o velikosti několika desetin a ve čtvrté vesnici žije sliz, jehož hodnota je vyjádřena v setinách. V každé vesnici je potřeba strávit tři různé dny. Kola nelze přeskakovat, odemykají se až průběžně s úspěchem v kolech předchozích. Nabírání dětí do autobusu není pod časovým tlakem, na rychlost je pouze následující přeměna domů. Střídání těchto aktivit je zajímavým prvkem. Výtvarně a nápadem je hra velmi vydařená, přestože má celkově málo kol.

motivace

příběhem, 4 vesnice, v každé 3 dny

časový tlak

částečně

úroveň náhody

žádná

3.2.36 Monument Valley 1

autor

ustwo games

web adresa

https://www.monumentvalleygame.com/mv1

platformy

Android (Google Play), Apple (App Store)

cena

109,90 Kč

jazyk

Anglicky, není potřeba

tematické zaměření
orientace v prostoru
rozvíjené schopnosti
orientace v prostoru
věkové určení
od 3. třídy
princip
Hra nemá matematické vzdělávací cíle, patří do kategorie logických hádanek. Malá holčička Ida prochází po fantastických stavbách s nereálnými vlastnostmi. Hra rozvíjí orientaci v prostoru. Nádherně zpracováno.
motivace
10 základních levelů, 8 levelů Forgotten Shores, Ida's Dream
časový tlak
ne
úroveň náhody
žádná

3.2.37 Monument Valley 2

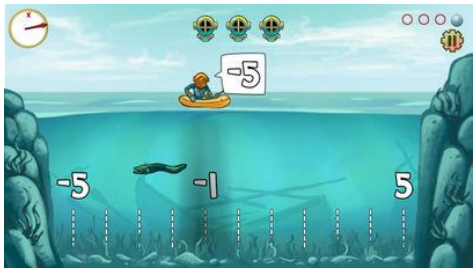
autor
ustwo games
web adresa
https://www.monumentvalleygame.com/mv2
platformy
Android (Google Play), Apple (App Store)
cena
149,90 Kč
jazyk
Anglicky, není potřeba

tematické zaměření
orientace v prostoru
rozvíjené schopnosti
orientace v prostoru
věkové určení
od 3. třídy
princip
Hra navazuje na úspěšnou hru Monument Valley 1. Princip zůstává zachován, hra nemá matematické vzdělávací cíle a patří spíše do kategorie logických hádanek. Ro a její dítě procházejí po fantastických stavbách s nereálnými vlastnostmi založenými na optických iluzích. Hra rozvíjí orientaci v prostoru. Nádherně zpracováno.
motivace
14 základních levelů
časový tlak
ne
úroveň náhody
žádná

3.2.38 Pearl Diver

autor
NMSU Learning Games Lab, New Mexico State University
web adresa
https://mathsnacks.com/pearl-diver.html

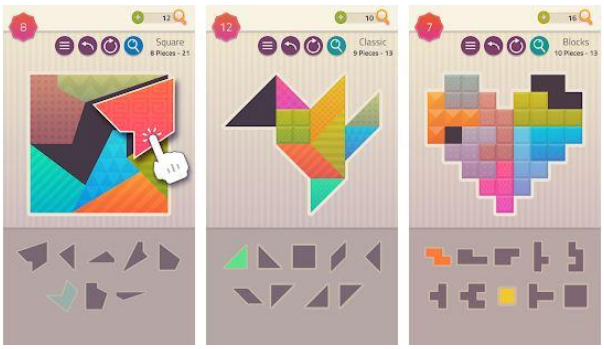
platformy
online, prohlížeč +Adobe Flash, Apple (App Store), iOS
cena
zdarma
jazyk
anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře
tematické zaměření
číselná osa, zlomky
rozvíjené schopnosti
konceptuální, rychlost uvažování
věkové určení
od 5. třídy



princip
Potápěč - lovec perel se musí potopit pro perlu na správném místě, při potápění ani vynořování se nesmí dotknout elektrického úhoře, jinak přijde o jeden život. Každá hra má vlevo nahoře ukazatel času, počtu životů (z původních tří) a počet perel, které je potřeba v kole ulovit. Loví se do vyčerpání času, za perly navíc je víc bodů. Na dně je vyznačena souřadnice levého a pravého krajního bodu a neoznačené dílky. Po potopení na správné místo, toto zůstane označeno, což urychluje orientaci. První kolo je v intervalu 0-10, dílky po jedné, další (-5)-5 (dílek 1), 0-5 (dílek 1/2), 2/4-3 (dílek 1/4), 1-4+1/3 (dílek 1/3), 0-1+4/6, 0-5,1/2-11/2, 1/3-11/3, 2/2-36/6. V posledních kolech je potřeba umět krátit. Potopení na nesprávné místo není důvodem k ukončení kola, pouze bere čas. Mezi hlavními koly je někdy vloženo krájení na přesnost - úhoře je potřeba rozkrojit na poloviny, třetiny, čtvrtiny a pětiny. Přesnost má vliv na počet získaných bodů.
motivace
10 kol + 5 krájení
časový tlak
ano
úroveň náhody
žádná

3.2.39 Polygrams - Tangrams & Blocks

autor
Mindmill Puzzle Games
web adresa
https://play.google.com/store/apps/details?id=com.mindmill.tangram.block.puzzle
platformy
Android (Google Play), Apple (App Store)
cena
zdrarma s reklamami
jazyk
anglicky, není potřeba
tematické zaměření
geometrická představivost v rovině
rozvíjené schopnosti
představivost, kombinační schopnosti
věkové určení
od 3. třídy



princip
Aplikace má dvě hlavní části - Blocktricks a Tangram. Blocktricks je hra, ve které se do čtvercové sítě umísťují různé tvary, které jsou zrovna na výběr (objevují se po třech, až jsou všechny použity, objeví se další tři). Obsazený nepřerušený řádek nebo sloupec zmizí. Cílem

je udržet se co nejdéle ve hře. Tangram je kapitola obsahující šest podkapitol - Square, Shapes, Blocks, Classic, Walls, Rectangles. Myšlenka všech je stejná - do konkrétní formy naskládat geometrické tvary, které jsou k dispozici. Každá podkapitola má vždy několik levelů podle počtu používaných bloků. Jednotlivých her je zde k dispozici 2975. Pro výběr úrovně není potřeba dosažení předchozích. Pěkné barevné provedení. Nevýhodou oproti papírovým tangramům je to, že v nabídce bloků nejsou bloky v reálném poměru velikostí.

motivace

místní měna, za kterou se dají nakoupit nápovědy

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.40 Pythagorea

autor

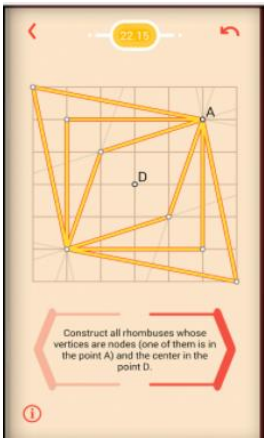
HORIS INTERNATIONAL LIMITED

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil_hk.pythagorea

platformy

Android (Google Play), Apple (App Store)



cena

zdarma

jazyk

anglicky, pouze pro pochopení zadání

tematické zaměření

geometrické pojmy, jejich vlastnosti, analytická geometrie

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od střední školy

princip

Pythagorea je hra konstrukčních úloh na čtvercové síti (6x6 čtverců). Nástroji konstrukce jsou pouze označování bodu jako průsečíku dvou čar (poklepem prstu), vedení přímky a označení úsečky procházející dvěma body (potáhnutím od jednoho bodu k druhému). Hlavní témata kapitol obsahují např. délku a vzdálenost, rovnoběžky, kolmice, trojúhelníky rovnostranné, rovnoramenné i pravoúhlé, těžnice a střední příčky, výšky, Pythagorovu větu, rovnoběžníky, lichoběžníky obecné a pravoúhlé, čtverce, kružnice, obdélníky, kosočtverce, souměrnosti, bodovou symetrii, rotace, úhly a jejich půlení, plochu, tečny. Každá kapitola je uvedena úlohami jednoduchými, postupně pak dochází k nárůstu obtížnosti. Úroveň těžších úloh odpovídá šikovným maturantům, u některých příkladů se lehce zasekne i vysokoškolák. Na internetu lze najít uživateli sdílená řešení a komentovaná řešení.

Nápověda obsahuje definice používaných pojmů a jejich základní vlastnosti. Pro její použití je potřeba být online. K dokonalosti aplikaci schází snad jen část nápovědy formou teoretických znalostí potřebných k vyřešení jednotlivých úloh.

motivace

26 kapitol

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.41 Pythagorea 60°

autor

HORIS INTERNATIONAL LIMITED

web adresa

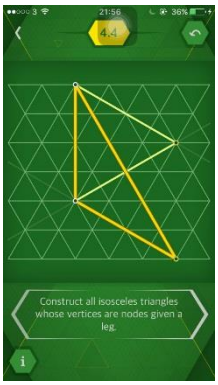
https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil_hk.pythagorea60

platformy

Android (Google Play), Apple (App Store)

cena

zdarma



jazyk

anglicky, pouze pro pochopení zadání

tematické zaměření

geometrické pojmy, jejich vlastnosti

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od střední školy

princip

Pythagorea 60° je rozšířením hry konstrukčních úloh Pythagorea na síť tvořenou rovnostrannými trojúhelníky. Nástroji konstrukce jsou pouze označování bodu jako průsečíku dvou čar (poklepem prstu), vedení přímky a označení úsečky procházející dvěma body (potáhnutím od jednoho bodu k druhému). Hlavní témata kapitol obsahují např. délku a vzdálenost, rovnoběžky, kolmice, trojúhelníky rovnostranné, rovnoramenné i pravoúhlé, těžnice a střední příčky, výšky, Pythagorovu větu, rovnoběžníky, lichoběžníky obecné a pravoúhlé, kružnice, šestiúhelníky, kosočtverce, souměrnosti, bodovou symetrii, rotace, úhly a jejich půlení, plochu, tečny. Každá kapitola je uvedena úlohami jednoduchými, postupně pak dochází k nárůstu obtížnosti. Úroveň těžších úloh odpovídá šikovným maturantům, u některých příkladů se lehce zasekne i vysokoškolák. Na internetu lze najít uživateli sdílená řešení a komentovaná řešení.

Nápověda obsahuje definice používaných pojmů a jejich základní vlastnosti. Pro její použití je potřeba být online. K dokonalosti aplikaci schází snad jen část nápovědy formou teoretických znalostí potřebných k vyřešení jednotlivých úloh.

K nalezení řešení Pythagorey 60° je mnohdy potřeba rozdílného pohledu na věc než v originální hře Pythagorea. Přesto úspěšní řešitelé Pythagorey mají při hraní Pythagorey 60° výhodu znalosti některých potřebných myšlenek.

motivace

26 kapitol

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.42 Ratio Rumble

autor

NMSU Learning Games Lab, New Mexico State University

web adresa

https://mathsnacks.com/ratio-rumble.html

platformy

online, prohlížeč +Adobe Flash, Apple (App Store), iOS

cena

zdarma

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

poměr

rozvíjené schopnosti

konceptuální, rychlost uvažování, strategické rozhodování

věkové určení

od 5. třídy

princip

Hra je turnajem bytostí z fantastického světa v míchání lektvarů. Na počátku hráč zvolí svůj avatar a pak hraje 18 soubojů - duelů s ostatními bytostmi. V herním poli se objeví síť ampulí s roztoky třech druhů (odlišené barvami) a také aktuální poměr, jehož je potřeba dosáhnout pro namíchání správného lektvaru. Je potřeba označit jedním tahem barevné ampule ve správném poměru. První kola mají dvě ingredience do lektvaru, další kola i tři, případně se pracuje i s polovinami (některé ampule jsou plné zpola). Po vybrání správného poměru ampule zmizí, na jejich místa se sesypou ty umístěné výš a shora přibydou ampule nové, někdy označené speciálními značkami. K poražení soupeře je potřeba na něj vyslat dostatek blesků. Soupeř naopak umísťuje do hry bomby, které za omezený čas vybuchnou a berou hráči sílu. Je proto potřeba je zneškodnit (vybrat do lektvaru) včas. Dalším speciálním symbolem je srdíčko, jehož zahrání má ozdravující charakter. První kola jsou pomalá, stačí vybírat malé skupiny (stejné jako poměr). V posledních kolech je potřeba poměry využít i pro větší výběr.

motivace

18 kol

časový tlak

ano

úroveň náhody

žádná

3.2.43 Sacred Geometry

autor

Thumbie Games

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.thumbie.sacredgeometry

platformy

Android, Apple

cena

zdarma s reklamami

jazyk

anglicky, není potřeba k hraní

tematické zaměření

představivost pohybu v rovině, strategické myšlení

rozvíjené schopnosti

logické, strategické

věkové určení

od 4. třídy

princip

Principem hry je použití odrazu míčku tak, aby byly trefeny a odstraněny všechny objekty. Pro střelu je potřeba umístit počáteční bod dotykem obrazovky a nastavit směr pohybu. Na nastavení a rozmyšlení není moc času - časové odpočítávání je neúprosné. Objektů v poli je

více druhů - některé je potřeba zasáhnout jednou, některé vícekrát, některé jsou "polopropustné", liší se také svými tvary od obdélníků, čtverců, přes trojúhelníky k pětiúhelníkům. V rámci gradace hry dojde také k zavedení "přitahujících a odpuzujících polí", k pohybujícím se objektům nebo je kombinaci objektů spolu s objekty, které se periodicky mění.

Virtuální měnou jsou diamanty, za ně lze nakoupit další životy, nápovědu nebo přeskočení daného úkolu. Diamanty lze zakoupit, případně vydělat zhlédnutím reklamy.

motivace

více než 100 levelů

časový tlak

ano

úroveň náhody

žádná

3.2.44 SineRider

autor

Chris Walker

web adresa

http://sineridergame.com
https://sinerider.com

platformy

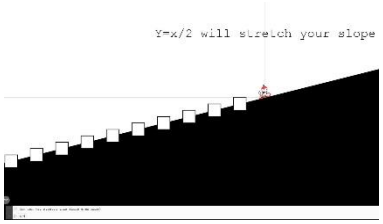
Windows, Linux, OSX, webový prohlížeč (pomocí Unity Web Player)

cena

zdarma

jazyk

anglicky – úroveň začátečník pro pochopení zadání



tematické zaměření

zadání funkce vzorcem (lineární, kvadratická, goniometrické)

věkové určení

SŠ

princip

Cílem je vhodně sestavit předpis funkce tak, aby sáňkaři mohli po grafu funkce projet dané objekty (čtverce a kruhy). Zajímavým prvkem je přidání parametru znázorňujícího čas – grafy se tak mohou v čase pohybovat, což společně s pohybem sáňkařů, který je ovládán „gravitací", vytváří neobvyklé efekty. Hra je ve vývoji, občas dojde ke změně nebo přidání některé aktivity. Aktuálně její náplň šikovní s grafy funkcí již obeznámení studenti zvládnou zpracovat během jedné vyučovací hodiny.

motivace

Zvědavostí - funguje to?

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.45 Slice Fractions 2

autor

Ululab

web adresa

https://ululab.com/slice-fractions-2/
https://play.google.com/store/apps/details?id=com.ululab.SliceFractions2&hl=en_US

platformy

Android, Apple

cena

110 Kč

jazyk

anglicky (i jiné - celkem 15 jazyků, ale česky ne), základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

koncept zlomku

rozvíjené schopnosti

konceptuální, strategické uvažování

věkové určení

4.-5. třída

princip

Cílem každého kroku je uvolnit mamutovi cestu tak, aby mohl projít dál. Překážky jsou z ledu nebo lávy, navzájem se zruší (pokud jsou ve stejném množství). K pohybu dostupných objektů slouží různí "pomocníci" - šnečci, kteří mají natahovací krky a přilepí se hlavičkou, bubliny, duši (kteří simulují násobení), ptáci s vystřelovacími zobáky aj. Je potřeba vymyslet strategii, postup jednotlivých kroků tak, aby zafungoval mechanismus odstranění překážek. Některé bloky je potřeba dělit na menší. Postupně dochází k zavedení symbolů pro části celku a k představení zlomků. Během řešení úkolu je potřeba (nevědomě) sčítat a později i násobit zlomky a převádět na společný jmenovatel. Každý úkol lze obnovit v případě neúspěchu, pokud neúspěch trvá dlouho, je napovězen další krok. U hraní se rozvíjí konceptuální pojetí zlomků, strategické myšlení, představivost - co nastane, když se spustí daný mechanismus za předpokladu intuitivně pojaté gravitace. Hra je poetická, s vtipem.

motivace

příběhem (najdi šneka, aby ti vrátil čepici), po každém splněném kole může mamut svézt na zádech jiného kamaráda

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.46 SolveMe Puzzles

autor

Education Development Center

web adresa

http://solveme.edc.org/

platformy

webový prohlížeč (PC i mobilní zařízení)

cena

zdarma

jazyk

anglicky – úroveň začátečník pro pochopení zadání

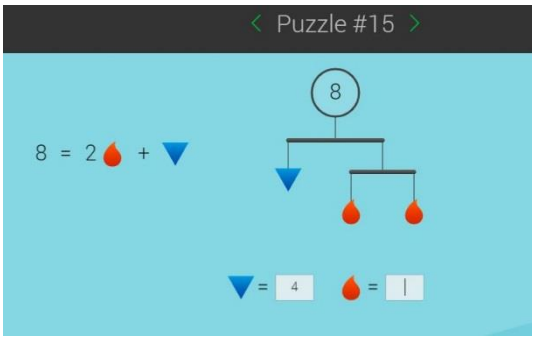
tematické zaměření

propedeutika rovnic, čísla a jejich vlastnosti

věkové určení

od 5. třídy

princip



Na webové stránce jsou tři hlavní aktivity: Mobiles (mobilní závěsy), Who Am I? (kdo jsem?) a MysteryGrid (mřížka). Všechny aktivity mají několik úrovní a velké množství připravených úkolů. Navíc lze vytvářet i vlastní zadání a po přihlášení se zapojit do komunity příznivců.

Aktivity jsou postavené na velmi jednoduché myšlence, která ale umožňuje mnoho různých obtížností zadání. Hrát tak mohou žáci od mladších (cca od 4., 5. třídy) až po dospělé. Mezi příklady lze volně přecházet, není potřeba mít splněny jednodušší zadání. Aktivity lze spustit z prohlížeče i na mobilních zařízeních, ale vhodnější jsou ta s větší obrazovkou.

Mobiles mají formu dekoračního mobilního závěsu – ten se větví na několik větví, na nichž visí různé tvary. Z vyvážení závěsu lze odvodit, jak je který tvar těžký. Lze si sestavit i pomocnou symbolickou rovnici. Tato aktivita není závislá na jazyce.

MysteryGrid je variací na Sudoku. Do čtvercové sítě se plní barevné dlaždice s číselnou hodnotou tak, aby v každém řádku a sloupci byla každá zastoupena právě jednou. K doplnění občas pomohou pomocné symbolické nápovědy. I tuto aktivitu lze hrát bez znalosti angličtiny.

Who Am I? je hádací hra, která naopak závislá na pochopení anglického zadání je. Z několika tvrzení o čísle a jeho vlastnostech je potřeba číslo „uhodnout“.

motivace

v případě přihlášení uchovávání postupu

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.47 The Room I, II, III

autor

Fireproof Games

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.FireproofStudios.TheRoom
https://www.fireproofgames.com/

platformy

Android, Apple

cena

28 Kč, 60 Kč, 120 Kč

jazyk

anglicky

tematické zaměření

úniková hra

rozvíjené schopnosti

otevřenost uvažování

věkové určení

od 5. třídy dál

princip

Jedná se velmi úspěšné únikové hry, které však nejsou zaměřené matematickým směrem. Každá hra vyžaduje logické přemýšlení, obrazovou představivost a otevřenost vůči všem možným směrům a druhům řešení, ale konkrétní matematické dovednosti a znalosti ani

schopnost abstrakce nejsou potřeba. U her je výborná grafika, fungující a pohodné ovládání, silná atmosféra a promyšlený koncept. Každá hra je doprovázena příběhem – slovem, který však není nutné pro dosažení cíle sledovat. První díl je postaven na prozkoumávání jednotlivých objektů v místnosti, ve druhém díle je zájem rozšířen na celou místnost a ve třetím díle jde dokonce o rozklíčování příběhu ztvárněného postavou Řemeslníka. Hry uchvacují promyšleností do nejjemnějších detailů, mechanickou proměnou objektů nejroztodivnějšími způsoby a fascinujícím grafickým zpracováním.

motivace

příběhem

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.48 Tricky Test 2™: Genius Brain?

autor

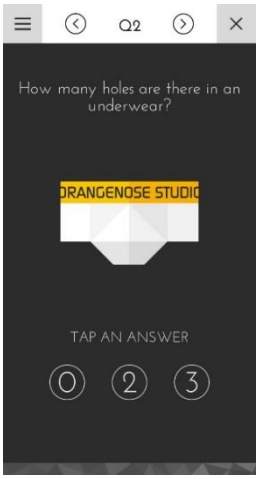
Orangenose Studio

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.orangenose.trick

platformy

Android, Apple



cena

zdarma s reklamami

jazyk

anglicky, jednoduše formulovaná zadání

tematické zaměření

logické a netradiční myšlení

rozvíjené schopnosti

logické, strategické

věkové určení

od 4. třídy

princip

Hra je soubor netradičních úkolů na logické myšlení a netradiční přístup k řešení. Některé úlohy jsou založeny na pochopení více významů slov, některé lze řešit manipulací s mobilním zařízením (obrácení, naklopení, třesení apod.) Nápovědu, případně řešení, lze koupit za peníze, které se získávají darem, v loterii nebo nákupem, Zdaleka ne všechny úlohy jsou logické, některé jsou tzv. chytáky a bez nápovědy se daleko nedojde. Na druhou stranu, většina z nich je “výzva”. Pokud hráči dojdou pokusy/životy, může zaplatit nebo být vrácen o několik úloh zpět.

motivace

vyřešit 111 úkolů pod 120 minut

časový tlak

ano

úroveň náhody

žádná

3.2.49 Variant-Limits

autor

Triseum

web adresa

https://triseum.com/variant-limits/

platformy

PC (Windows, Apple)

cena

80$ (cca 300Kč)

jazyk

anglicky, k dispozici překlad do češtiny

tematické zaměření

funkce, limita funkce, spojitost

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

4. ročník SŠ, 1. ročník VŠ

princip

Prostředím hry je graficky propracovaný virtuální 3D svět typu science fiction. Hlavní hrdinka se snaží svým konáním zabránit dalším elektromagnetickým bouřím a tak pomoci již částečně poničené planetě. Hru lze hrát na počítačích se systémy Windows nebo Apple, je nutný stálý přístup k Internetu.

Vlastní hra má čtyři zóny, vzdělávací složka každé z nich je zaměřena převážně na jiné matematické téma, v průběhu hry však dochází i k opakování a kombinaci schopností dříve nabytých. Hra je první z plánované kolekce her výuku kalkulu a pokrývá téma funkce, limit a spojitosti.

Zóna 1 je zaměřena na chování funkce v bodě. Hráč se naučí v grafu určit, ve kterých bodech existuje limita jednostranná, limita funkce jako taková, funkční hodnota a kde limita neexistuje. Pro funkci zadanou grafem hráč určí, je-li funkce v daném bodě spojitá.

Zóna 2 pracuje s pojmem funkce, s funkčními hodnotami a pravidly pro limity funkcí v bodě. Hráč se naučí dosáhnout chtěné výsledné hodnoty limity nebo hodnoty funkce na základě pravidel pro počítání s limitami.

V Zóně 3 je tématem vztah limit a spojitosti. Hráč zvládne odvodit chování součtu, součinu a podílu dvou funkcí v jejich bodech nespojitosti a aplikovat větu o nabývání mezihodnot pro spojité funkce.

Zóna 4 se zabývá nevlastními limitami pro neznámou jdoucí do plus-mínus nekonečna i limitami v nevlastních bodech. Hráč zvládne identifikovat vertikální asymptoty.

Hlavní postavou hry je Equa, dívka, která se probudí v hlavní základně hry s názvem Centroid. Zde se naučí ovládat svůj pohyb a interagovat s potřebnými herními prvky, jako jsou například krystaly uchovávající zvukový záznam z dob minulých. Equu hrou doprovází hlasy z Centroidu (Celare a Preceptor), které jí vysvětlují stav věcí a radí jí, co je potřeba udělat. Hra se odehrává na virtuální planetě poničené z důvodu slunečních erupcí a magnetických bouří. Hlavní hrdinka se pohybuje liduprázdnou krajinou a poničeným městem a následuje pokynů Preceptora s cílem udělat, co se dá, pro zamezení dalších pohrom. O tom, co se na planetě stalo a jaké osudy potkaly původní obyvatele, se Equa dozvídá průběžně ze záznamů uchovaných ve speciálních krystalech.

Equiným úkolem je nejprve zprovoznit záložní vysílače energie pro opětovné vysunutí mostů, uvést do chodu napájení transmaterializační platformy nebo odstranit překážky z cesty. Dochází k dalším slunečním erupcím a magnetických bouřím, které ohrožují život na planetě. Pro zastavení bouří se Equa snaží nejprve dostat k Rozvodně - hlavní monitorovací jednotce planety a přivést energii do záložního uzlu pro stav nouze. Poté je cílem Equy přesun do Archiváriа, centra učení a historie ve městě. Proto musí přivést energii do určené transmaterializační platformy za pomocí speciálních krystalů, které jsou rozptýlené po přilehlé oblasti. V Archiváriu Equa pomalu obnovuje proud energie vedoucí k centrálnímu

generátoru, který přerozděluje energii a ukončuje magnetické bouře. K tomu je potřeba strategicky rozmístit rozbočovače, které přesměrovávají energetický tok na správná místa.
Lze požádat o 14 denní demo zdarma, učitelé se mohou domluvit na bezplatném vyzkoušení plné verze.

motivace

Hra má 4 zóny, hlavní motivací je příběh - záchrana planety.

časový tlak

ne

3.2.50 Wolfram Course Assistants

autor

Wolfram Group

web adresa

https://products.wolframalpha.com/courseassistants/

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store)

cena

Algebra 55,- Kč
Pre-Algebra 55,- Kč
Precalculus 55,- Kč
Linear Algebra 140,- Kč
Statistics 55,- Kč
Discrete Math 140,- Kč

jazyk

anglicky (není potřeba k užívání)

tematické zaměření

lineární algebra, algebra, statistika, diskrétní matematika, funkce, výrazy, statistika

rozvíjené schopnosti

procedurální

věkové určení

od 7. třída ZŠ až SŠ včetně

princip

Wolfram Course Assistant je nástroj využívající výpočetní systém Wolfram Mathematica, který lze používat na dotykových zařízeních při výuce konkrétních témat. Dá se říct, že jde o mimořádnou kalkulačku. V rámci každého kurzu jsou témata řazena přehledně, snadno se dá najít potřebné téma. Část vyřešených úkolů má možnost podívat se na řešení krok po kroku.
Aplikace Course Assistant jsou vytvořeny pro různé oblasti, my jsme testovali kurz Pre-Algebra, Linear Algebra, Algebra, Precalculus, Discrete Math a Statistics (ještě existuje Calculus a Multivariable Calculus). K práci s aplikací je potřeba internetové spojení. Níže uvádíme přehled úloh, které lze nechat vypočítat v jednotlivých kurzech.

Algebra course assistant

• Evaluate: Calculate – vyhodnotí číselnou hodnotu, je-li potřeba výpočet, nabídne řešení krok po kroku, výsledek vypíše, zobrazí na ose, případně vypíše jeho specifické vlastnosti (např. reprezentace řadou), Formula – vyhodnotí výraz pro zadanou hodnotu, dá výsledek numerický a zobrazí hodnotu na grafu funkce, Table of Values – vypíše tabulku hodnot dané funkce pro dané vstupy
• Solve: Single – řeší jednu rovnici, dá číselný výsledek a ilustruje jej v grafu, Systém – vyřeší systém až čtyř rovnic, nabídka řešení krok po kroku
• Plot: x-y – vykreslí graf funkce v kartézské soustavě souřadnic, Parametric – grafy funkcí zadaných parametricky, Polar – grafy křivek zadaných polárně

• Functions: Domain – určí definiční obor funkce a související vlastnosti, Range – určí obor hodnot funkce a související vlastnosti, Polynomial Degree –určí stupeň polynomu a vedoucí koeficient, Inverse functions – určí inverzní funkci k funkci zadané a vykreslí jejich grafy (nerespektuje požadavek na prostotu funkce, ke které se hledá funkce inverzní)
• Expand, Factor,…: Simplify – zjednoduší výraz různými způsoby, nabízí řešení krok po kroku, Expand – roznásobí, umocní, Factor – rozklad na kořenové faktory, Divide – dělení polynomu polynomem, Complete the Square – upraví na čtverec, Partial Fractions – rozloží na parciální zlomky (i krok po kroku)
• Analytic Geometry: Distance – vypočítá vzdálenost mezi dvěma body, vizualizace, Slope – vypočítá směrnici pro přímku jdoucí dvěma body, Intercepts – spočítá průsečíky s osami x a y, Points of Intersection – spočítá průsečíky dvou funkcí, Lines – najde rovnici přímky zadané bodem a směrnicí nebo dvěma body, Parabolas – shrne vlastnosti paraboly zadané rovnicí nebo třemi body (graf, vrchol, ohnisko, excentricita, atd.), Circles – určí rovnici kružnice se zadaným středem a poloměrem nebo pro tři body

Discrete Mathematics course assistant
• Functions: Domain and Range – zadané funkci určí definiční obor a/nebo obor hodnot, Image and Preimage – spočítá vzory a obrazy daných hodnot a funkce, Inverse - najde inverzní funkci a vykreslí graf, Growth – rozvoj do Taylorovy řady se zadaným středem
• Logic: Truth tables – sestaví pravdivostní tabulku výroku, Minimal Forms – najde minimální formu výroku, zobrazí Vennovy diagramy, logický obvod i další vlastnosti, Implications – sestrojí implikaci obrácenou, obměněnou a kontrapozitivní, Propositions – testuje výrok, je-li tautologie, je-li splnitelný a jsou-li jeho části závislé, Logical Equivalence – určí, jestli jsou výroky logicky ekvivalentní, Bitwise Operations – počítá operace a, nebo, výlučné nebo mezi řetězci ve dvojkové soustavě
• Sets: Power Sets – najde podmnožiny zadané množiny, Basic Set Operations – provede základní množinové operace se zadanými množinami (sjednocení, průnik, symetrický rozdíl), Set Complement – najde doplněk do množiny, Venn Diagrams – vykreslí Vennovy diagramy pro zadaný vztah mezi množinami
• Number Theory: Base Conversion – převede číslo z jedné báze do jiné, Continued Fraction – řetězový zlomek zadaný jeho koeficienty převede do desetinného zápisu, Division – najde dělitele, největšího společného dělitele a nejmenší společný násobek, Modular Arithmetic – vyhodnotí zadaný modulo výraz, vyřeší modulo rovnici, najde nejmenší celé číslo splňující dvě nebo tři modulo podmínky, Prime Numbers – najde rozklad na prvočísla, zjistí, jestli je číslo prvočíslo, jsou-li čísla nesoudělná, vygeneruje prvočísla v zadaném intervalu, Special Numbers – testuje dokonalost čísla, abundantnost a deficientnost čísla, Integer Functions – reší diofantické rovnice, sečte kladné dělitele celého čísla (Sigma function), spočte Eulerovu phi funkci celého čísla, multiplicative order, Jacobi a Legenderův symbol
• Sequences: Summation of a Sequence – spočte součet konečné či nekonečné řady jedné nebo více proměnných, Product of a Sequence – spočte součin řady, Limit of a Sequence – určí limitu posloupnosti, OEIS Lookup – vyhledá posloupnost podle jejícho OEIS čísla, Recurrence Relations – řeší rekurentní rovnici s počátečními podmínkami nebo bez, Sequence Identifcation – najde pravděpodobnou posloupnost podle prvních několika členů
• Combinatorics: Permutations & Combinations – počítá kombinace s opakováním I bez, permutace s opakováním i bez, počet možných permutací bez pevných bodů (derangements) a permutací dané množiny, Finite Relations – určí počet možných relací mezi množinami, počet funkcí všude definovaných, počet surjektivních, injektivních a bijektivních relací, Other Arrangements – generuje Pascalův trojúhelník, “náhrdelníky a náramky” s danými počty korálků a barev
• Discrete Probability: Bernoulli Trials – počítá pravděpodobnost úspěchu v Bernoulliho pokusu, Coins – zobrazí rozložení pravděpodobností a další vlastnosti pro hod mincí, Dice – zobrazí rozložení pravděpodobností a další vlastnosti pro vrh kostkou, Discrete Distributions

zobrazí rozložení pravděpodobností a další vlastnosti pro Bernoulliho, binomickoé, geometrické, negativní binomické, Poissonovo, hypergeometrické a diskrétní rovnoměrné rozdělení

• Graph Theory: Basic Graphs – vytvoří úplné grafy, úplné bipartitní grafy, úplné tripartitiní grafy, cyklicé grafy a další grafy různých kategorií a zobrazí jejich vlastnosti, Named Graphs – vytvoří pojmenované grafy a zobrazí jejich vlastnosti, Custom Graphs – pro graf seznamem zjistí jeho vlastností

Pre-Algebra Course Assistant

• Integers: Number – najde informace o čísle – zobrazení na ose, vyjádření v římských číslicích, rozklad na prvočísla a další vlastnosti, Number Patterns – určí pro množinu vstupů, jestli jde o posloupnost a o jakou, Divisors – najde dělitele čísla, Prime Factorization – rozklad na prvnočíselné činitele, GCD – největší společný dělitel, LCM – nejmenší společný násobek

• Decimals/Fractions/Percents: Rounding – zaokrouhlování na nejbližší celé číslo, Reduce – zlomek zapíše v základním tvaru, Scientfic Notation – zápis čísla ve tvaru c*10^n, Percent Change – vypočítá změnu z jedné hodnoty na druhou v procentech

• Expressions: Calculate – vyhodnotí číselný výraz, Formula – vyhodnotí výraz s proměnnou pro konkrétní vstup

• Equations and Inequalities: Solve – řeší rovnici nebo systém, Simplify – zjednoduší výraz

• Conversions: Lenght – převádí délky, Area – převádí plošnou míru, Volume/Capacity – převádí objemovou míru, Weight – převádí váhy

• Data: Mean – vypočte průměr, Median – medián, Mode – modus

• Plot: x-y – v kartézských souřadnicích vykreslí graf funkce na zadaném intervalu, Number line – na číselné ose vyznačí řešení nerovnice či jejich systému

• Geometry: Angles – najde doplněk úhlu do pravého a do přímého úhlu, Pythagorean Theorem – pro dvě odvěsny spočítá přeponu a pro přeponu a odvěsnu spočítá délku duhé odvěsny, Lines – pro dva body najde střed úsečky jimi dané, směrnici a vzdálenost,Triangle Trigonometry – počítá sinus, kosinus, tangens pro zadané délky stran v pravoúhlém trojúhelníku, Area – počítá povrch obdélníka, trojúhelníka a kruhu, Surface Area – povrch kvádru, válce, kužele a koule, Volume – objem kvádru, válce, kužele a koule

Linear Algebra Course Assisant

• Linear Equations: řeší lineární rovnici nebo systém rovnic

• Vectors: Vector information – základní informace o vektoru (zobrazení, normalizovaný tvar, atd.), Add and Subtract – sčítání a odčítání dvou vektorů, Scalar Product – součin skaláru a vektoru, Dot Product – skalární součin dvou vektorů, Cross Product – vektorový součin dvou vektorů, Norm – velikost vektoru,Projection – projekce vektoru na druhý

• Matrices: Matrix Information – základní informace o matici (rozměry, stopa, determinant, inverzní matice, charakteristický polynom, vlastní čísla, vlastní vektory, diagonalizace), Dimensions – rozměry matice, Transpose – transponovaná matice, Add and Subtract – sčítání a odčítání dvou matic, Scalar Product – násobení matice skalárem, Matrix Product – součin dvou matic, Adjugate – adjungovaná matice, Reduced Row Echelon Form, Rank – hodnost matice, Inverse – inverzní matice, Determinant – determinant

• Linear Transformations: Reflection Matrix – matice reflexe, Rotation Matrix – matice rotace

• Subspaces: Row Space, Column Space, Null Space, Nullity

• Orthogonality: Angle between Vectors – odchylka dvou vektorů, Correlation, Orthonormal Basis, QR Decomposition

• Eigenvalues and Eigenvectors: Characteristic Equation - charakteristický polynom matice, Eigenvalues – vlastní čísla, Eigenvectors – vlastní vektory, Diagonalization – diagonalizace matice

Precalculus Course Assistant

• Evaluate: Calculate – vyhodnotí číselný výraz, Formula – vyhodnotí výraz s proměnnou pro konkrétní vstup, Table of Values – vyhodnotí výraz s proměnnou pro konkrétní vstupy
• Solve: řeší rovnici, systém
• Plot: graf (kartézské souřadnice, polární, parametrické)
• Trigonometry: Angle Measure Converter – převod měr úhlu, Triangle Trigonometry – počítá sinus, kosinus, tangens pro zadané délky stran v pravoúhlém trojúhelníku, Simplify – zjednodušení goniometrických výrazů, Expand – rozložení goniometrických výrazů, Factor – faktorizace goniometrických výrazů
• Partial Fraction Decomposition: rozklad na parciální zlomky
• Vectors: Add and Subtract – sčítání a odčítání dvou vektorů, Scalar Product – součin skaláru a vektoru, Dot Product – skalární součin dvou vektorů, Cross Product – vektorový součin dvou vektorů, Norm – velikost vektoru
• Statistics: Mean – vypočte průměr, Median – medián, Mode – modus, Standard Deviation – standardní odchylka
• Combinatorics: Combinations – kombinace, Permutations – permutace

Statistics Course Assistant

• Graphs: Bar Charts – sloupcový graf při zadaných absolutních četnostech, Histogram – zadaná data a počet intervalů, Scatter Plot – korelační diagram pro dvojice souřadnic
• Descriptive Statistics: General – obecné informace o množině dat, Mean – průměr zadané množiny dat, Median – medián, Mode – modus, Standard Deviation – standardní odchylka, Variance – rozptyl, Quartiles – kvartily pro zadanou množinu dat, Interquartile Range – mezikvartilové rozpětí
• Distributions: Normal Distribution – pro zadaný průměr a standardní odchylku, Normal Probabilities – ohraničená jedním bodem nebo dvěma koncovými body, Binomial Distributions – pro zadaný počet pokusů a pravděpodobnost úspěchu, Binomial Probabilities - ohraničená jedním bodem nebo dvěma koncovými body, General Properties – vlastnosti základních rozdělení
• Data Relationships: General Regression Line – najde regresní přímku pro zadaná data, Specific Regression Line – metodou nejmenších čtverců proloží data křivkou (lineární, kvadratickou, kubickou, exponenciální, logaritmickou)
• Probability: Coin Flips – modeluje hod mincí, Dice – modeluje hod kostkami
• Random Numbers: Random Integers – vybere chtěný počet celých čísel za zadaného intervalu, Random Reals - vybere chtěný počet reálných čísel za zadaného intervalu

motivace

žádná

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.51 Wuzzit Trouble Math Junior

autor

BrainQuake

web adresa

https://jr.brainpop.com/games/wuzzittroublejr/

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store), PC webový prohlížeč s Flash Playerem

cena

150 Kč

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

rozvíjení matematického myšlení

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 6 let

princip

Wuzziti jsou pohádkové bytůstky zajaté ve vězení tajemného hradu. Úkolem každého kola hry je vysvobodit jednoho Wuzzitíka z klece sesbíráním všech klíčů. Klíče jsou umístěny na velkém ozubeném kole (s 65 zuby), kterým se pohybuje pomocí menšího kolečka s daným (menším) počtem zubů. Malým kolečkem lze na jeden tah otočit až pětkrát ve směru po nebo proti směru hodinových ručiček. Tři levely mají po 25 kolech a jsou rozlišené prostředím - první level se nachází v botanické laboratoři (Botany Lab), používá se jedno malé kolečko až do 11 zubů po směru hodinových ručiček. Druhý level je ve Vynalézárně (Invention Room), přidává se točení proti směru hodinových ručiček. Ve třetím levelu - v Laboratoři budoucích technologií (Future Tech Lab) se přidává druhé malé kolečko a je potřeba používat oba směry točení.

Před každým kolem se ukáže, kolik tahů je optimálních. Za podařené vysvobození lze získat až tři hvězdičky podle toho, kolik tahů bylo použito.

Hra je myšlenkou a prostředím jednoduchá, ale to neznamená, že není náročná na přemýšlení. Patří spíše do kategorie her logických, rozvíjejících myšlení obecně, z matematických konceptů jsou zde implicitně zapojeny násobky a pořadí aritmetických operací.

Hru lze hrát i online ve webovém prohlížeči, nevýhodou je nejisté uchování mezivýsledků pro postup ve hře.

motivace

příběhem - vysvoboď Wuzzity z vězení, plný počet hvězdiček za optimální řešení, body

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.52 Wuzzit Trouble

autor

BrainQuake

web adresa

https://www.brainpop.com/games/wuzzittrouble/

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store), PC webový prohlížeč s Flash Playerem

cena

60 Kč

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

rozvíjení matematického myšlení

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 8 let

princip

Wuzziti jsou pohádkové bytůstky zajaté ve vězení tajemného hradu. Úkolem každého kola hry je vysvobodit jednoho Wuzzitíka z klece sesbíráním všech klíčů. Klíče jsou umístěny na velkém ozubeném kole (s 65 zuby), kterým se pohybuje pomocí menšího kolečka s daným (menším) počtem zubů. Malým kolečkem lze na jeden tah otočit až pětkrát ve směru po nebo proti směru hodinových ručiček. Tři levely mají po 25 kolech a jsou rozlišené prostředím - první level se nachází v botanické laboratoři (Botany Lab), používá se jedno malé kolečko až do 11 zubů po směru hodinových ručiček i proti němu. Druhý level je ve Vynalézárně (Invention Room), přidávají se další kolečka (až 3). Ve třetím levelu - v Laboratoři budoucích technologií (Future Tech Lab) se používají až 4 kolečka a je potřeba používat oba směry točení.

Před každým kolem se ukáže, kolik tahů je optimálních, jaké prémiové objekty lze získat, a kterým místům s bombami je potřeba se vyhnout. Za podařené vysvobození lze získat až tři hvězdičky podle toho, kolik tahů bylo použito, a jaké prémie nebo bomby byly vyzvednuty. Hra je myšlenkou a prostředím jednoduchá, ale to neznamená, že není náročná na přemýšlení. Patří spíše do kategorie her logických, rozvíjejících myšlení obecně, z matematických konceptů jsou zde implicitně zapojeny násobky a pořadí aritmetických operací.

Hru lze hrát i online ve webovém prohlížeči, nevýhodou je nejisté uchování mezivýsledků pro postup ve hře.

motivace

příběhem - vysvoboď Wuzzity z vězení, plný počet hvězdiček za optimální řešení, body

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.53 Wuzzit Trouble Math Patterns

autor

BrainQuake

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.brainquake.wuzzittroublepatterns

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store)

cena

118 Kč

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

rozvíjení matematického myšlení

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 8 let

princip

Wuzziti jsou pohádkové bytůstky zajaté ve vězení tajemného hradu. Úkolem každého kola hry je vysvobodit jednoho Wuzzitíka z klece sesbíráním všech klíčů. Klíče jsou umístěny na velkém ozubeném kole (s 65 zuby), kterým se pohybuje pomocí menšího kolečka s daným (menším) počtem zubů. Malým kolečkem lze na jeden tah otočit až pětkrát ve směru po nebo proti směru hodinových ručiček. Tři levely mají po 25 kolech a jsou rozlišené prostředím - první level se nachází v botanické laboratoři (Botany Lab), používají se dvě malá kolečka až do 11 zubů po směru hodinových ručiček i proti němu. Druhý level je ve Vynalézárně (Invention Room), používají se 3 kolečka. Třetím level se odehrává v Laboratoři budoucích technologií (Future Tech Lab).

Před každým kolem se ukáže, kolik tahů je optimálních, jaké prémiové objekty lze získat, a kterým místům s bombami je potřeba se vyhnout. Za podařené vysvobození lze získat až tři hvězdičky podle toho, kolik tahů bylo použito, a jaké prémie nebo bomby byly vyzvednuty. Hra je myšlenkou a prostředím jednoduchá, ale to neznamená, že není náročná na přemýšlení. Patří spíše do kategorie her logických, rozvíjejících myšlení obecně, z matematických konceptů jsou zde implicitně zapojeny násobky a pořadí aritmetických operací.

motivace

příběhem - vysvoboď Wuzzity z vězení, plný počet hvězdiček za optimální řešení, body

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.54 Wuzzit Trouble Extreme

autor

BrainQuake

web adresa

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.brainquake.wuzzittroubleextreme

platformy

mobilní zařízení (Google Play, App Store)

cena

178 Kč

jazyk

anglicky, není potřeba ke hře

tematické zaměření

rozvíjení matematického myšlení

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 10 let

princip

Wuzziti jsou pohádkové bytůstky zajaté ve vězení tajemného hradu. Úkolem každého kola hry je vysvobodit jednoho Wuzzitíka z klece sesbíráním všech klíčů. Klíče jsou umístěny na velkém ozubeném kole (s 65 zuby), kterým se pohybuje pomocí menšího kolečka s daným (menším) počtem zubů. Malým kolečkem lze na jeden tah otočit až pětkrát ve směru po nebo proti směru hodinových ručiček. Tři levely mají po 25 kolech a jsou rozlišené prostředím - první level se nachází v botanické laboratoři (Botany Lab), druhý level je ve Vynalézárně (Invention Room) a třetí level se odehrává v Laboratoři budoucích technologií (Future Tech Lab).

Malých koleček může být i víc a je potřeba vymyslet správnou kombinaci tahů k dosáhnutí cíle.

Tato hra je z Wuzzití sady nejnáročnější.

Před každým kolem se ukáže, kolik tahů je optimálních, jaké prémiové objekty lze získat, a kterým místům s bombami je potřeba se vyhnout. Za podařené vysvobození lze získat až tři hvězdičky podle toho, kolik tahů bylo použito, a jaké prémie nebo bomby byly vyzvednuty. Hra je myšlenkou a prostředím jednoduchá, ale to neznamená, že není náročná na přemýšlení. Patří spíše do kategorie her logických, rozvíjejících myšlení obecně, z matematických konceptů jsou zde implicitně zapojeny násobky a pořadí aritmetických operací.

motivace

příběhem - vysvoboď Wuzzity z vězení, plný počet hvězdiček za optimální řešení, body

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.2.55 xPonum

autor

Neuronic in collaboration with Borough of Manhattan Community College and City University of New York

web adresa

https://levelfly.bmcc.cuny.edu/games/2

platformy

PC: Win, Mac

cena

zdarma (po registraci)

jazyk

anglicky, základní úroveň, není potřeba ke hře

tematické zaměření

graf přímky, paraboly, kubické funkce, absolutní hodnoty, odmocniny, sinu a kosinu, souřadný systém, umístění bodu v souřadném systému

rozvíjené schopnosti

konceptuální

věkové určení

od 8. třídy

princip

Cílem každého kola hry je sestřelit diamanty umístěné v souřadném systému laserovým paprskem. Trajektorie střely je dána jako graf konkrétní funkce. V některých kolech je funkce pevně daná a je potřeba umístit diamanty na správná místa tak, aby ležely na grafu funkce. Jindy je potřeba k pevně umístěným diamantům najít koeficienty v předpisu funkce. Koeficienty se zadávají myší z výběru celých čísel mezi -10 a 10 (drobná nevýhoda, ale zároveň výzva). Jednodušší úlohy zobrazují graf funkce ještě před střelou, středně těžké umožní na graf na několik sekund nahlédnout pomocí blesku, těžké tuto možnost nemají. Počet střel - možností může být různý. Ve vyšších kolech přibývají objekty jako kameny, kterým je potřeba se vyhnout, protože paprsek jimi neprojde, a bomby, které je potřeba vhodně aktivovat, aby odstřelily překážející kameny. Nejvíce příkladů je pro lineární a kvadratickou funkci. S kvadratickou a kubickou funkcí se pracuje v různých typech zadání (roznásobená i upravená na čtverec). Pro sinus, kosinus a odmocninu je příkladů vždy jen pár.

Hudba v pozadí je příjemná, v nastavení lze odemknout levely, jinak je potřeba pro postup dál splnit předchozí. Hru je potřeba stáhnout do počítače, při otevírání lze zvolit kvalita grafiky a rozměry okna.

motivace

100 úkolů, 5 grafických prostředí

časový tlak

ne

úroveň náhody

žádná

3.3 Webové portály

3.3.1 Aplusclick

https://www.aplusclick.org/

jazyk: anglicky

Portál matematických a logických úloh pro rozvoj logického uvažování a řešení.
Sbírka matematických a logických úloh pro základní a střední školy.
Kategorie příkladů podle ročníku nebo tématu, zajímavé netradiční úlohy formou testových otázek.

3.3.2 Canfigureit

https://www.canfigureit.com/

jazyk: anglicky

Interaktivní program pro učení se geometrii.
Je to nástroj pro dokazování geometrických tvrzení. Je zadáno tvrzení k ověření a předpoklady. Krok po kroku se sestavuje důkaz za pomocí přednastaveného výběru vět, které platí. Žák specifikuje označení jednotlivých objektů podle zadání a obrázku.
Dříve byl zdarma, už není, v pozici hosta se dá vyzkoušet několik aktivit.

3.3.3 DreamBox vzdělávací portál

http://www.dreambox.com/

jazyk: anglicky

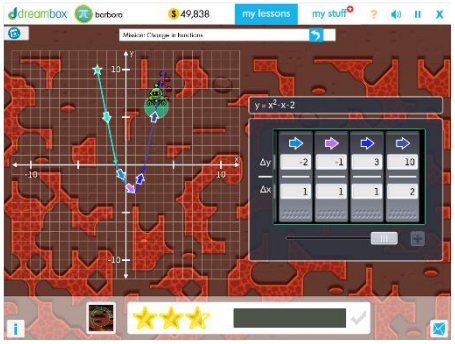
DreamBox je vzdělávací portál sloužící jako doplněk k výuce matematiky na základních školách postavený na nové *inteligentní adaptivní učební technologii* vyvinuté přímo firmou DreamBox Learning.

DreamBox nabízí členství institucionální, které ovšem není možné získat v České republice, nebo členství rodinné, ve kterém jedna rodina může mít pod sebou až pět žáků. K rodinnému členství je nabízen zkušební čtrnáctidenní přístup.

Trial verze rodinného členství:
V rámci členství získá rodič přístup do nastavení rodinného účtu, kde přidá své děti, nastaví jim úroveň (*grade* - třídu) a preferované výukové standardy. Třídy lze zvolit od *K* (*kindergarten* – školka) a 1 do 12. Podporované třídy jsou *K-8*, při volbě vyšších tříd bude žák zařazen do určité úrovně osmé třídy a pokračuje v navazujícím kurzu *Algebra*, který už není dále rozčleněn podle počtu let studia. Po dokončení maximální úrovně bude dostávat opakovací lekce nižších ročníků. Výukové standardy lze

nastavit podle různých států USA, ve kterých mají různé označení a rozčlenění. Na výběr je z 21 možností, obecná volba je *DreamBox Learning Units*.

Žák si při první návštěvě nastaví heslo (obrázek) a dostane se ke svému prostoru, ve kterém má na výběr z nabízených aktivit. To jsou výukové dávky formou interaktivních her či programů pojmenované podle procvičovaného tématu. Jednou za čas se v nabídce objeví i minihra, která nesouvisí s učivem, procvičuje pozornost a zároveň vede k rychlému odpočinku od probíraných témat. Každou dávku lze nakonec dokončit i při nepříliš úspěšném ovládnutí aktivit, systém umí rozeznat problémy a cíleně napovědět nebo vyřešit úkol za žáka. Není-li téma vyřešeno úspěšně, změní se nabídka nabízených aktivit ve prospěch učiva, které je nutné pochopit a procvičit. Po úspěšně realizované aktivitě se zaznamená počet dosažených bodů - peněz, herní čas a počet ukončených aktivit během posledního přihlášení. Za získané peníze lze pod záložkou *my stuff* nakoupit doplňky jako nový avatar, hudbu, wallpaper – obrázek na plochu a po splnění jistých pravidel i hry. Žák nemá přehled o tématech, která ho ještě čekají, ani o struktuře rozhodování o tom, které aktivity mu budou nabídnuty. Nedojde ani k oznámení o ukončení výukového celku (třídy, úrovně).



Rodič má přístup do prostředí *Family dashboard*, kde lze pozorovat postup dětí (lze mezi nimi přepínat), jejich aktivitu, zadávat jim cílené lekce jako *assignment*. Úvodní stránka shrnuje celkový aktivní čas v prostředí DreamBox, počet ukončených lekcí, počet absolvovaných standardů a počet standardů, ve kterých došlo ke zlepšení, přehledná tabulka naznačuje pohyb žáka v kurikulu, jsou zde k dispozici také náhledy na poslední aktivity. Ty jsou pak přístupné i v záložce *Activity*. Aktuální témata zde mají stručný popis cíle aktivity a rodič si zde může zahrát ukázkovou lekci. Záložka *Standards* vede k přehledu výukových témat v rámci jednotlivých ročníků. Je zde označeno, jestli má žák téma splněné, rozpracované nebo zatím nerozpracované. Záložka *Usage* vede na sloupcové grafy, ve kterých je znázorněna aktivita žáka během týdne – strávený čas během dní v týdnu a počet dokončených lekcí. Cílené lekce lze žákům zadávat v záložce *AssignFocus*. Zde je přehled již absolvovaných úloh. Při zadávání úloh lze zvolit délku trvání testu (krátkodobý, dlouhodobý). V krátkodobém testu lze zadat dvě různé úlohy. Úloha se vybere určením ročníku, hlavní skupiny témat a konkrétního podtématu. V závislosti na tom, jestli žák již téma zpracoval, je mu odeslána lekce úvodní, pokročilá nebo opakující.

Lekce jsou zpracované v několika různých grafických a myšlenkových prostředích. Jsou připraveny hravě za použití motivace virtuálním světem. Kde je to možné, dochází k vizualizaci vypočtených příkladů, čímž je podpořeno porozumění tématu. Některé dávky pracují na procedurálních schopnostech, jiné na konceptuálním pochopení. Kombinace obojího přístupu se zdá přínosná.

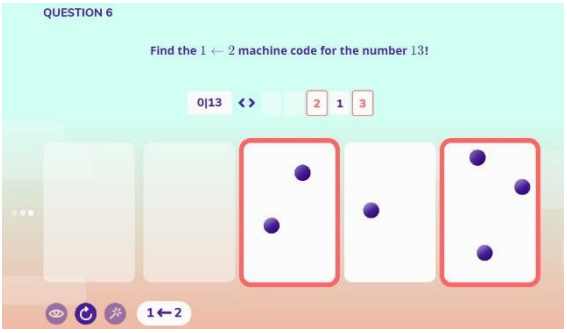
Z hlediska použití systému v českém prostředí se zaměřením na druhý stupeň ZŠ je potřeba upozornit na následující: některé algoritmy mají jiný zápis než u nás. Některé typy příkladů jsou dovedené do větší obtížnosti než u nás, naopak některá témata probíraná u nás jsou zde jednodušší nebo nejsou zařazena vůbec. Obecně méně pozornosti je věnováno geometrii, statistice.

3.3.4 Exploding dots

https://www.explodingdots.org/

jazyk: anglicky, francouzsky, polsky, španělsky, svahilsky

V oficiálním popisu stránek lze nalézt, že jde o globální matematický projekt založený na interaktivní hře zaměřený na vizuální výuku předuniverzitní matematiky. Je potřeba však uvést na pravou míru, že aktivity projektu nevedou k standardnímu vzdělávání v rámci kurikula. Na vizuálně-manipulačních aktivitách jsou nestandardním způsobem ilustrovány vztahy a vlastnosti číselných bází společně s operacemi, které jsou na nich prováděny. Jde o nekonvenční přístup pro ty, které baví myslet netradičně. V našem školském systému by šlo asi o aktivity pro zájemce, něco navíc (i když ne kvůli složitosti), nebo třeba náplň volnočasových aktivit.
Registrace je (momentálně) zdarma, je zde možnost vytvořit ve webovém prostředí vlastní kurz.
Aktivity se nacházejí na 12 „ostrovech“, jejich náplň na sebe postupně navazuje (ale lze přeskakovat). Projít ostrov znamená prohlédnout si videa s vysvětlením aktivit, případně projít psaný text na stránce a realizovat připravené interaktivní aktivity.



1 Mechania
- 3 stanoviště: stroj 1<-2,1<-3,1<-10
- Stroj: tabulka s políčky, dvě tečky v políčku explodují a objeví se jedna v sousedním políčku nalevo
- Simulace zápisu čísel ve dvojkové, trojkové a desítkové soustavě
- Vysvětlující videa jsou následovány klikací aplikací, kde lze ukázaný princip rovnou vyzkoušet
- Přenášení teček do dalších políček napravo i nalevo

2 Insighto
- Přidání numerické hodnoty políčkům
- Převádění čísel tam a zpět v soustavách 2,3,10
- Lze převést tečky i přes několik políček

3 Arithmos
- Sčítání s přechodem přes desítku
- Násobení pozice po pozici a převod
- Na konci lze přejít na ukázání souvislostí metod u násobení deseti, sčítání pod sebou, násobení pod sebou, volný průzkum

4 Antidotia
- Antidot jako opačný prvek u operace sčítání
- Odčítání pod sebou “zleva”, ilustrace ve “stroji”

5 Obelus
- Ilustrace dělení jedno i víceciferným číslem (beze zbytku) ve stroji
- Dělení se zbytkem

6 Eks
- Stroj o obecné bázi x, dělení polynomu polynomem (nejprve přirozené koeficienty, pak rozšíření na celé koeficienty)
- Na konci možnost přejít na větu o zbytku a na násobení polynomů
- Něco chceš? Make it happen and deal the consequences.

7 Infinitia
- Dělení polynomu polynomem vedoucí k nekonečným řadám

8 Decimalia
- Zavedení desetinných čísel, převody zlomků na čísla s desetinným rozvojem

- Sčítání a odčítání desetinných čísel
- Na konci možnosti – převody, iracionální čísla, desetinná čísla v jiných bázích

9 Weirdutopia

- Neceločíselný základ, např. 2<-3 – základ 3/2
- Nezáleží na pořadí explozí
- 2<-4 totéž co 1<-2
- -1<-4 stroj

10 Unusualus

- 1=0.999999…
- …9999=?-1
- Kdy má smysl …9999? číselná osa „multiplikativní“

11 Napierus

- Grape Codes – kódování prakticky pomocí hroznů v miskách
- Napier’s Checkerboard – počítadlo

12: Just play

3.3.5 GregTangMath

https://gregtangmath.com/games

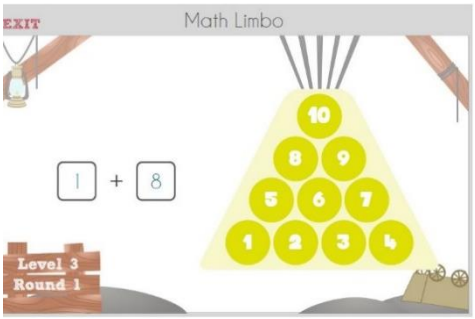
jazyk: anglicky

Hlavní rolí portálu je eshop s pomůckami a materiály pro výuku matematiky, zároveň je na stránkách sada her. Některé z nich nejsou závislé na čtení anglického textu a dají se využít i v českém prostředí. Hry běží přímo v prohlížeči (na PC i mobilních zařízeních).

Ten Frame Mania

- Bludištěm se blíží číslo, zastaví ho označení správného počtu čtverečků (s obtížností vzrůstá rychlost)

How Many



- Porovnání dvou množin, počítání, o kolik více, o kolik méně – zadání anglicky

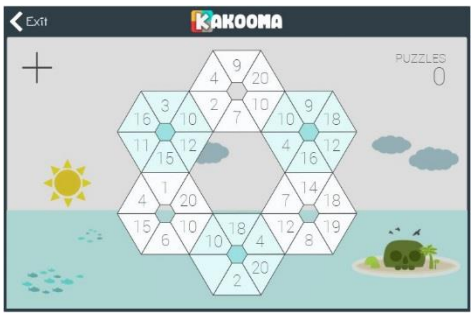
Num Tanga

- Spojování polí se stejným numerickým významem – čísla 0-20, 11-30, 30-100, peníze, zlomky míry (je tam i slovní zadání anglicky)

Math Limbo

- Je daná množina čísel (např. 1-10, 1-15) a dvě hrací kostky. Po hodu kostkami je potřeba vybrat jedno nebo dvě čísla z množiny tak, aby jejich součet byl stejný jako na kostkách.

Kakooma



- Dá se zvolit operátor (sčítání, násobení), tvar schématu a obtížnost. Cílem je ze skupiny čísel označit to, které je součtem (součinem) jiných dvou.

Coin Bubble

- Označ správný počet mincí pro zadanou hodnotu (nevhodné v ČR)

Minus Mania

- Hra na rychlost – označení bodu v souřadném systému

Breakapart

- Interaktivní aktivita na různé strategie výpočtů sčítání, odčítání, násobení, dělení (rozklady čísel různým způsobem)

Expresso

- Každá hra obsahuje zápis výpočtu se 3 čísly, ovšem s chybějícími operátory. Cílem je doplnit znaménka operací tak, aby výsledkem bylo dané číslo.

Numskill

- Cílem je ze skupiny karet vybrat trojice karet, které vytvoří příklady, např. 2+3=5, a přitom je každá karta jiné barvy.

Missing

- Do výpočtu doplň chybějící číslo (nápověda různými tvary zápisu)

Funny Numbers

- Sčítání a odčítání pod sebou podle upraveného algoritmu – čísla, peníze, míry, čas, kalendář, váhy, objem

Place Value

- Určení pozic u čísla (jednotky, desetiny, setiny, atp.)

Standard Algorithms

- Sčítání a odčítání pod sebou podle standardního algoritmu – čísla, peníze, míry, čas, kalendář, váhy, objem

Satisfraction (více úrovní obtížnosti)

- Identify – najdi tři karty se stejným významem (včetně anglicky psaných)
- Simplify – najdi tři ekvivalentní zlomky
- Compare – najdi největší/nejmenší ze tří zlomků (zadání anglicky)
- Calculate – vyber správný výsledek součtu, rozdílu, součinu a podílu dvou zlomků

3.3.6 Mangahigh vzdělávací portál

www.mangahigh.com

jazyk: anglicky

Portál manghahigh pro členy zprostředkovává výukovo-testové materiály a hry pro věkové kategorie 5-18 let. Na webových stránkách bez přihlášení jsou náhledy některých matematických her. Po chvíli se objeví výzva k registraci a je nabídnut 30 denní trial pro učitele a jednu celou třídu. Otestovali jsme učitelský trial přístup se zaměřením na hry vhodné pro druhý stupeň ZŠ.
Po registraci obdrží uživatel email, vytvoří heslo. V hlavním prostředí jsou k výběru dvě hlavní oblasti – Coding (Scratch) a Math.
Math má podkapitoly podle věku 5-7, 7-9, 9-11, 11-14, 14-16, 16-18, každá z nich má dělení podle oboru (např. Number, Algebra, Geometry, Measurement, Probability, Data, APs and GPs, Trigonometric functions, Exponential and logarithmic functions) a dále ještě jemněji na užší témata.
Hlavní náplní jsou interaktivní testy pro jednotlivá témata. Hry jsou ve struktuře obsahu témat pro jednotlivé věkové kategorie zvýrazněny v názvu sady.
Učitel má k dispozici prostředí pro „kurz“ se svou třídou, žákům může zadávat práci a kontrolovat jejich postup.

Jetstream Riders

- kluk v horkovzdušném balónu letí výš a výš různými krajinami, rychlost letu je daná rychlostí správných odpovědí na příklady – volí se odpověď ze čtyř možných.
- věk 6-8: základní operace

Sundae Times Lite

- sólo nebo skupinová aktivita – závod ve výrobě co nejvyšší zmrzliny, šílená hudba, dva protivníci, časový tlak, kopeček získej za správný výsledek
- věk 9-11: sčítání, odčítání do 100, násobilka do 5, násobky dvou-5ti, násobky 6-9ti
- věk 11-13: násobky 10,11,12, násobilka do 5, násobky dvou-5ti, násobky 6-9ti

Roboops

- zadej roboratorovi aktivační klíč, než se dostane ke stroji čistícímu vzduch a zničí jej, časový tlak, roboratorů jde více zaráz, příklady se zesložiťují (nevýhodou ve zpracování je, že během vyhodnocování výsledku ještě nejde zvolit nový výpočet a ztrácí se tak čas)
- věk 9-11: kombinace sčítání a odčítání, 4 operace, 4 operace a závorky
- věk 11-13: 4 operace, 4 operace a závorky
- věk 14-16: pořadí operací včetně odmocnin, závorky, všechny operace

Sigma Prime Lite

- na dělo padají hvězdy, jejich likvidace vyžaduje určení prvočíselných dělitelů jejich čísla, výběr ze dvou, časový tlak, velká čísla padají pomaleji, v případě chyby se dělo posune nahoru a hvězdy na něj dopadají rychleji
- věk 9-11, 11-13: malé násobky 2,3,5
- věk 14-16: padají hlavně 2,3,4,6,9 a jednou za čas něco většího

Little Rain Cloud

- v květináčích jsou sazeničky a zadání – číslo, jehož násobek se má vytvořit z číslic dostupných u mráčku nad ním. Když se mráček potáhne směrem k odměrnému válci, je-li nastavené číslo násobkem daného čísla, zaprší a ze semínka vyroste rostlinka či kaktus. V případě chyby sazenička uschne. Milé.
- věk 9-11: dvojciferná čísla jako násobky 2,4,5,10, trojciferná čísla jako násobky 2,4,5,10, porovnávání desetinných čísel
- věk 11-13: dvojciferná čísla jako násobky 2,4,6,5,10, trojciferná čísla jako násobky 2,4,5,6,10

Beavers, Build It

- stavaři na stavbě mají rozhodnout, zda s daným materiálem postaví konstrukci dané výšky. K dispozici jsou vždy tři kusy materiálu (např. ze zlomků 1/4,1/2,3/4,1,2 vizualizovaných pomocí koláčů), spolupracovník se ptá, jestli pomocí navršení některých z nich dosáhneme dané výšky. V pozitivním případě se označí hodnota a proběhne vizualizace dané stavby jako vizualizace součtu zlomků. Aktivita trvá 5 minut, po nich je vypočítáno skóre z výšky finální stavby.
- věk 9-11: 1,2,1/2,1/3,1/4,1/5 a jejich násobky a kombinace
- věk 11-13: 1/2, ¼, 1/3,1/5, 1/6,1/8,1/10,1/9 a jejich kombinace

Flower Power

- porovnávání čísel. Na zahrádce je 7 jamek. Když je prázdná, do jedné spadne semínko a vyroste květina s jedním květem. Poklik na květ zapříčiní růst květiny a zespodu se objeví další poupě s číselnou hodnotou. Poupě je potřeba na stonku posunout na správné místo tak, aby květy byly uspořádány od nejmenšího k největšímu. V případě chyby poupě zaschne (a sníží se hodnota květiny jako celku). Hotovou květinu můžeme nechat na místě, pak přiletí včelka, vysaje nektar, květina zanikne, ale rozhodí semínka do tří dalších jamek a přidá ke zbývajícímu času (začíná se s 3 minutami). Nebo pro hotovou květinu můžeme poslat zahradníka (klik dole pod květinou na nůžky). Ten ji ustřihne a prodá. Na konci hry je přehled kvality a druhu prodaných stonků a vydělaných peněz.
- věk 9-11: 4 aktivity: porovnávání různých skupin čísel – desetinná čísla, čtvrtiny a poloviny, zlomky obecně
- věk 11-13: desetinná čísla, čtvrtiny a poloviny, zlomky obecně

Deepest Ocean

- V oceánu pod hladinou je ponorka označená číselnou hodnotou. Kolem plavou ryby označené částí nerovnosti (např. <5). Pokud ponorka narazí na rybu a sestavená nerovnost platí, rybu uloví. Pokud narazí do ryb, kde nerovnost neplatí, nic se nestane, ponorka se jen otřese. Po ulovení jistého počtu správných ryb se ponorka ponoří „níž“ a hra se pomalu zesložiťuje. V nižších patrech plavou i objekty, které změní (zvětší či zmenší) hodnotu

ponorky. Je dán časový limit, ale je dostatečně dlouhý. Manipulace s ponorkou pomocí myši má zpoždění a není přesná.

- věk 9-11: – nerovnosti různých typů – větší, menší i neostré, čísla jsou celá (včetně záporných)

Piñata Fever

- sčítání a odčítání na číselné ose. Účastníka párty přemístíme na místo, kde dosáhne na cukrovinku (označit místo na ose a přičíst/odečíst správný počet dílků), pak ho přimějeme pálkou cukrovinku shodit.
- věk 9-11, 11-13

Bubble Function

- Mayské prostředí, vlevo je kuše, do ní lze přepínáním zvolit dva vstupy (např. x1, x(-1)). Vpravo je pole s číselnými bublinami. Když se vystřelí z kuše a bublina se dostane na místo, kde se dotýkají alespoň tři bubliny se stejným číslem, ty zmizí. Když je cílová destinace špatná, přibyde další řada bublin zprava. Cílem je zbavit se bublin a nenechat se jimi zaskládat. Je potřeba pozorně volit operaci s kladným či záporným číslem.
- věk 11-13: násobení, dělení celými čísly

Ice Ice Maybe

- úkolem je přepravit skupinu tučňáků přes několik ker na ostrov podle mapy. Každý přechod vody je jedním kolem. Mezi břehy nad vodou jsou bójky s pevnou vzdáleností od sebe, ale není tam vyznačená celá osa. Je potřeba odhadnout místo aktuálního výsledku zadání. Je-li správně, tučňák, který je odražen z jednoho břehu, se odtud odrazí a přistane na břehu druhém. V případě nesprávného umístění odrazové plošiny tučňák žbluňkne do vody. Pro přechod skupiny na další kru je potřeba přemístit předem známý počet tučňáků.
- věk 9-11: aktivity podle operace – se sčítáním (i desetinných čísel), odčítáním, násobením a dělením
- věk 11-13: sčítání, odčítání, násobení, dělení, počty se zlomky

Jabara

- Orientální prostředí pro úpravy a řešení rovnic
- věk 9-11: úvod (1-20) do úprav lineárních rovnic – osamostatňování proměnné, vynechávání nul, zjednodušení strany s konstantami. Objevuje se zde popis procesu nebo interpretace pomocí konkrétní úlohy. Počítají se uskutečněné tahy. V druhém levelu (21-40) se přičítá k oběma stranám rovnice vhodné číslo, proměnná se může jmenovat i jinak než x.
- věk 11-13: – v rovnici je navíc násobení čísel i proměnné konstantou (41-60), k rovnici lze přičíst násobek neznámé, přetažení na druhou stranu za změny znaménka, je-li u neznámé záporný koeficient, musí se převést na druhou stranu (61-80), dělení, krácení zlomku stejným číslem, všechny členy rovnice vydělit dostupným číslem, výsledek může být zlomek (81-100), sčítání zlomků se stejným jmenovatelem, násobení všech členů rovnice číslem, rozdělení zlomky na dva (přes součet v čitateli), zjednodušení lomených výrazů (101-120), závorky, odstranění závorek kolem součtu, roznásobení závorky (121-140)
- věk 14-16: krácení ve zlomku, zjednodušování zlomků, práce s rovnicí se zlomky (141-160), zlomky se závorkami (161-180)

Graphs of the Galaxy

- věk 11-13, 14-16: Mission 1: v souřadné soustavě s mřížkou je zobrazena přímka procházející počátkem, je potřeba nastavit její celočíselnou směrnici (y=mx). Když je správně, vesmírný modul sestřelí překážku. Mission 2: směrnice může být neceločíselná. Mission 3: volba směrnice a posunu na ose y (y=mx+c). Mission 4: y=mx+c s neceločíselnou směrnicí. Obecně volba hodnot m a c je zvláštní, vybírají se z několika neoznačených hodnot.

Wreck factor

- v moři, přes které je mřížka, ztroskotá loď. Zachránit trosečníky jde natažením obdélníku reprezentujícího vizualizaci rozkladu na kořenové faktory daného kvadratického trojčlenu x^2+bx+c, b, c celá čísla (typu (x-2)(x-3), (x+2)(x-3), (x+2)(x+3), směs), časový tlak.
- věk 14-16

Pyramid Panic

- Příběh: mumie utíkají z pyramidy. Pokud správně zadají zvýrazněnou délku (v závislosti na náčrtku a jiných známých hodnotách), první mumie se přehoupne na laně na další kámen a vysune most pro ostatní.
- věk 9-11: délky stran obdélníků a tvarů z obdélníků složených, obsahy obdélníků a tvarů z nich složených

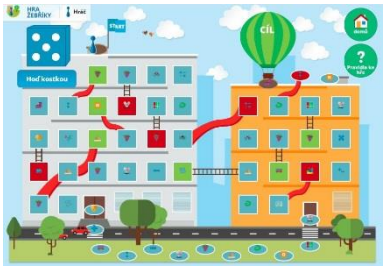
A Tangled Web

- Pavoučí rodina je uvězněna ve starých hodinách. Kovový pavouček se potřebuje dostat do portálu, aby mohl zachránit ostatní. Uvnitř velkého ozubeného kola, kterým se dá otáčet pomocí šipek na klávesnici, jsou přímky imitující „pavučinu“, označené úhly, neoznačené uhly, modré mouchy a žlutá bonusová moucha. Neznámé úhly je potřeba dopočítat a zadat jejich hodnotu. Poklikem na dořešený úhel se docílí dočasného zmizení příslušné přímky. Modré mouchy musí pavouček sebrat proto, aby se otevřel portál. Poté se do něj musí přemístit. Na každý úkol je limit 5 minut a pavouček má vždy na začátku 100% zdravotní stav. Ten se zhoršuje nárazy do ozubeného kola nebo do ozubených koulí. Práce s úhly je jen zlomkem aktivity, pak je hra spíš na logické a strategické přemýšlení.
- věk 9-11: Dopočítávání úhlů využívá základní vlastnosti úhlů pro pravý úhel, přímý, plný, vedlejší, vrcholový. (první ze 6 zón po 24 kolech)

3.3.7 Matematika.in

https://www.matika.in/

jazyk: česky



Portál byl vytvořen pro podporu aplikace Hejného principů do vyučování matematiky. Hlavní náplní portálu jsou interaktivní příklady v různých prostředích pro všechny ročníky základní školy. Témata jednotlivých ročníků lze procvičovat i v několika hrách – Hra, Žebříky, Závody, Hexagon, Mapa. Některé z nich lze hrát sám, proti Matějovi, nebo po přihlášení třídy proti spolužákovi. Hry jsou jen motivačním prvkem pro zpracování sady interaktivních příkladů.

3.3.8 MathGames

www.mathgames.com

jazyk: anglicky

Portál zahrnuje aktivity pro všechny oblasti kurikula školky a základní školy (US, Kanada). Aktivity se dají vyhledávat podle ročníku (PRE-K, K, 1-8), podle tématu (Skills: Adition, Algebra, Comparison, Counting, Decimals, Division, Estimation, Fracstions, Geometry, Graphing, Measurement, Mixed Equations, Money, Multiplication, Number Properties, Number Patterns, Positions, Ratios, Stats, Subtraction, Time) nebo podle standardů. K dispozici je také výběr her, ve kterých lze navolit procvičovaná témata a ročník. Hry slouží k ověření znalostí, liší se různým prostředím, animací a tématem. Každá jde

pozastavit s možností prohlédnout statistiku úspěšnosti nebo přenastavením úrovně. Většina her jede i na mobilních zařízeních a tabletech z prohlížeče, některé hry lze nainstalovat jako appky.
Všem přístupné je také generování worksheetů podle témat s možností volby počtu stran a generováním pdf souboru.
Portál podporuje tři druhy účtů – žák, učitel, rodič.
Učitelský účet v základní neplacené verzi zahrnuje možnost tvořit třídy, přidávat jednotlivé studenty, sledovat jejich postup a tvořit a spravovat testy (assignments).
Žákovský účet, je-li navázán na učitele, dává možnost vypracovat zaslané testy nebo řízeně nabízí aktivity k procvičení podle ročníků a následnosti témat. Pro výpočty lze použít tzv. Scratch Pad – zápis myší na monitoru. Výkony žáků se zaznamenávají mimo jiné v celosvětovém žebříčku.
Velká část portálu funguje zadarmo. Povýšením účtu na placený lze dosáhnout odstranění reklamy, zpřístupnění některých dalších her a aktivit a vypracovaných materiálů. Zpoplatněna je např. tvorba Workbooks (worksheety více druhů), Assessments a Report Cards.
Poznámka k aktivitám: v některých oblastech se opakuje několik stejných či hodně podobných úkolů.
Web je přehledný, obsahuje návody a přístup k online podpoře.

Přehled volně přístupných her

Math vs Monsters: dvě skupiny bojovníků do sebe buší v přímém boji, úspěch přidává hrdiny.

Toon Baloonz: vyřešený příklad praskne balónek

Math Leaper: plamínek po správném řešení vyskočí nahoru a chytne se výš stěny “válce”

Math Miner: vousatý mužík po správném výsledku sebere teleskopickou tyčí kousek asi zlata

Super Shuriken: bojovník sestřelí jeden z obrázků

Candy Stacker: padají pamlsky

Math Missile: pozemská stanice sestřelí raketu

Snowbowl: koule letící po svahu sestřelí sněhuláka

Math Buzz: včely letí pralesem a opylují květiny a chrání královnu před ptáky

Math Dash Ninjas: bojovník Ninja běží/koulí se překážkovou dráhou

Danger Pit: školák pálí do odpadků, popelnic, bomb a dalších objektů, které se k němu blíží ze dvou stran

Viking Queen Defense: ze středověkého hradu se házou sekyrky na přicházející vojsko

King of Math: obránce na valu háže oštěpy na přicházející nepřátele (výběr obtížnosti)

Zombie Math: ze mlýna lezou zombíci, které ničí správné výsledky

Age of Math: starověký učitel háže svitky na žáky, 4 prostředí: Library, Desert, Ruins, Market; proloženo zajímavostmi o starověkých matematicích

Super Math Bufet: jedlík sní porci v bufetu

3.3.9 Math Snacks

https://www.mathsnacks.com/
jazyk: anglicky

Portál s hrami a animacemi – některé jednotlivé hry jsou popsány výše v kapitole pro samostatné hry (Game Over Gopher, Gate, Monster School Bus, Pearl Diver, Ratio Rumble). Aktuálně přibyly hry Agrinautica (zaměřená na vyhodnocení číselného výrazu), Curse Reserve (výraz s proměnnou) a Creature Canvern (závislost v grafu) v beta verzi.

3.3.10 MathPlayground

www.mathplayground.com
jazyk: anglicky

Funkční v internetovém prohlížeči PC a část aktivit i na mobilních zařízeních.

Hry pro 6. třídu

Výrazy a rovnice:

Four Wheel Fracas (Z): jde hrát proti počítači sólo nebo ve skupině online hráčů soutěžit mezi sebou. Auto jede na okruhu a zrychluje vyřešením příkladu - lineární rovnice typu x-3=7… Na rychlost. Procedurální.

Shuttle Mission Jr: 24 kol, prostředí s váhami. Soustava rovnic pro více (celočíselných) neznámých (až čtyři). Rovnice je graficky znázorněna na vahách. Je možné s ní/nimi provádět tři operace: dělit nebo násobit celou rovnici celým číslem -10 až 10, odečíst od rovnice již spočítané proměnné a odečíst od sebe dvě vhodné rovnice (týmy). Někdy je možných více postupů. Zpočátku nejasné ovládání (upravovanou rovnici je potřeba označit, až zešedne, u odčítání týmů stačí klikat na button team tak dlouho, dokud se tam neobjeví ten chtěný). Grafická reprezentace lineárních rovnic a jejich soustav. Excelentní pochvala i při práci s chybami. Numerické výpočty musí provést hráč (nefungují automaticky).

Pemdas Exhibit: 12 příkladů, postupné počítání číselného výrazu, rozpoznání přednosti operací

Make a number: dané 3/4 čísla, čtyři operace a výsledek. Je potřeba naklikat výpočet ve správném pořadí, aby bylo dosaženo výsledku. 10 kol

Jumping Aliens (Z): online síťová, soutěž mezi mimozemšťany, skáčou na správný kráter - výběr z výsledků pro násobení výrazů (typu -3y*5y).

Martian Hoverboards (Z): soutěž týmů, vyhodnoť číselný výraz

Deep sea math mystery: tabulka 3x3, 3x4, 4x4, dané součty řádků a sloupců, je potřeba zjistit hodnoty “proměnných” vodních obyvatel.

Model Algebra Equations: vizualizace sestavení a řešení lineární rovnice (s vedoucím koeficientem jedna nebo přirozené číslo). První krok je naskládat na váhy zástupce členů předepsané rovnice, ve

druhém kroku je osamostatněn výraz s neznámou, v posledním vyjádřena neznámá. Je zde možnost zadat si koeficienty lineární rovnice k řešení.

Otter Rush (Z): závod vyder, online soutěž s ostatními nebo proti PC, u výrazů s mocninou se určuje exponent nebo základ.

Monster Mischief: Pokažená kalkulačka: Na kalkulačce zůstaly jen některé číslice a operace, u každé z pěti voleb operací je deset výsledků, jichž je potřeba dosáhnout pouze s několika zadanými čísly.

Thinking Blocks Fractions: Sestavení modelu a vyřešení slovní úlohy na zlomky. Bloky k dispozici se postupně umísťují do obrázku.

Equation Creation: Aktivity na ukázku, kde je matematika skryta. První aktivitou (draw) je vytvoření náčrtku s využitím valení kružnice po kružnici (s různým nastavením), k dispozici je komentář, kde je skrytá matematika. Druhou hlavní částí je zasahování do animovaných scén (3). Uživatel může nastavením ovládat rychlost a směr pohybu jistých prvků scény. Za ovládáním je skrytá matematika.

Thinking Box Fractions: Modelování a vizualizace zlomků ve slovních úlohách ze života. Postupně se vytváří vizualizace problému, nakonec se vypočítá řešení. Různé modely: najdi část, najdi celek, najdi zbývající část, společný jmenovatel, různý jmenovatel, vynásob a poděl, zbytky, náhodný model.

Far Out Functions: Obtížnost začátečník, pokročilý. Kalkulačka s neznámou operací, testováním provedeme několik výpočtů s neznámou operací, po zjištění principu se testuje, jestli je správně rozeznáno pravidlo.

Shuttle Mission Pro: viz Stuttle Mission Junior

World Problems: 5 gradujících slovních úloh s postupným řešením ve videích (rychlost, dráha, čas, cena, procenta, spotřeba, zlomky, úměra).

Two Numbers: video řešené slovní úlohy: známý součet a rozdíl dvou čísel

Bicycle race: video řešené slovní úlohy: rychlosti, počáteční časy, za jak dlouho jedno kolo dohoní druhé

Swimming Otters (Z): Závod plavání barevných vyder, doplňuje se druhý činitel do součinu (3x?=24).

Algebra Puzzle: Podobné jako Deep sea math mystery, tabulky 3x3 a 3x4, hledají se hodnoty symbolů, když se ví součty řádků a sloupců. Větší čísla.

Swimming pool: řešená slovní úloha (video): za jak dlouho se napustí bazén.

The Bakery: video řešené slovní úlohy: zjistit jednotkové ceny dvou zákusků, když známe počet koupených kusů a celkové ceny dvou nákupů.

Movie Theater: video řešené slovní úlohy: zjistit celkovou kapacitu sálu, když se ví počet sedadel v první řadě, počet řad a to, že v každé další řadě je o sedadlo víc. (tyto slovní úlohy mají podobné obrázky - tmavě růžový podklad)

Číselný systém:

Spider Math Integer (Z): závod pavouků, z pavučiny musí vybrat dvojice celých čísel, jejichž součet je daný uprostřed.

Orbit Integers (Z): závod létajících talířů po dráze, rychlost dodávají správně vyřešené úkoly: sčítání a odčítání celých čísel.

Multiply Fractions (Z): závod sněžných skůtrů po dráze, násobení kladných zlomků s přirozenými jmenovateli.

Graphing Linear Equations: V souřadném systému jsou rozmístěny příšerky (Zogs), zachránit je můžeme proložením přímkou. Postupně se přidává obtížnost, pomocí nastavení posuvníků se dá přímka namodelovat, pracuje se se směrnicí, předpisem, posunem na ose y. 9 na sebe navazujících úrovní, v každé 3 úkoly.

The X Detectives: Detektiv jezdí autem mezi devíti budovami, 4 z nich mají dveře, v nich řeší dané balíky úloh. V každé budově je možnost si napřed úlohy vyzkoušet ve cvičném módu a pro postup o úroveň dál je potřeba pustit test naostro (game mode) a zvládnout správně předepsaný počet úkolů. Hra končí nasbíráním 4 mincí (splněním úkolů 4 budov).
Budovy:
Gadget Shop - obchod se špiónským zbožím, ze tří cen souhrnných nákupů je potřeba zjistit jednotkové ceny.
Integer Room - sčítání a odčítání celých čísel a ilustrace situací na krokovacím pásku (reálné ose)
Transformation Room - posunutí, rotace, reflexe (zrcadlení), skládání předchozích
Function Factory - souřadnice, pravidlo funkce (lineární) na základě několika bodů, rovnice lineární funkce
Hra je delší, vystačila by na jednu opakovací hodinu.

Space Graph: Vesmírní kamarádi se ztratili, naštěstí známe jejich souřadnice, najdi je. Označení bodu v souřadném systému.

Rescue Mission: bodům v souřadném systému urči a zapiš souřadnice

Factor Tree: Rozklad na prvočíselné činitele - ve struktuře stromu, v jednom kroku se děje jeden krok rozkladu. Druhá úloha je pomocí rozkladů najít největšího společného dělitele a nejmenší společný násobek - nalezené prvky prvočíselných rozkladů dvou čísel se rozmístí do množinového diagramu a odtud se spočítá výsledek.

Integer Warp (Z): Závod létajících talířů v letu vesmírem: násobení celých čísel mezi -10 a 10

Poměry:

Ratio Stadium (Z): Závod motorek po okruhu: ekvivalence zlomků - najdi zlomek ekvivalentní hodnoty

Fractions, Decimals, %: Galaktičtí závodníci mají být rozděleni do šesti družstev podle jejich hodnoty (např. 0.5, 50% a 1/2). Devět kol s postupným nárůstem obtížnosti.

Thinking Blocks: 8 různých modelů po pěti slovních úlohách na poměr, které je potřeba namodelovat a postupně vyřešit:

- Missing quantity: známe poměr dvou veličin a hodnotu jedné, do počítá se druhá
- Total: známe poměr dvou veličin a hodnotu jedné, počítá se celkový součet obou
- Difference: známe poměr dvou veličin a hodnotu jedné, počítá se její doplněk do druhé - jejich rozdíl
- Total and difference: známe poměr dvou veličin a jejich rozdíl, počítá se jejich celkový součet
- Part - total: známe poměr dvou veličin a jejich rozdíl, počítá se jedna z veličin
- Three quantities: známe poměr tří veličin a jejich celkový součet, počítá se jedna z nich
- Challenging ratios: kombinace předtím - potom a vypočítání jedné ze dvou veličin
- Random models: výběr z předchozích

Modeling tool: neuspokojivá funkčnost

Ratio Martian: jede proud výrazů slovních a číselných, Marťan má spolknout vyjádření poměru

Scale Factor X: ratios, proportions and scale factors, vesmírná mise proti nepřátelům, před každým z hlavních úkolů je potřeba odemknout "bránu". Hráč se pohybuje v místnosti. Nejprve se musí posbírat hvězdičky a klíč, k tomu je potřeba se pohybovat s výskoky po herním poli a vyhýbat se nepřátelům, nepřítele lze zabít, když se na něj skočí.

Ratios: úkolem je rozmístit kousky paliva ve správných poměrech

Proportions: V okně je jeden nebo dva očíslované obdélníky a stejně tak barevných obdélníků, změříme délky (Scalien Ruler), zapíšeme do tabulky včetně poměru stran, u podobných obdélníků nastavíme koeficient podobnosti tak, aby se z barevného obdélníka stal očíslovaný

Scale Factors: je dáno měřítko mapy, vzdálenosti míst na mapě a reálné vzdálenosti měst, kolem je rozmístit města/stanice na správná místa

Ratio blaster: sestřel létající talíře se stejným poměrem, jako je na raketě

Percent Scale: váhy, na které lze umístit zlomky či procenta a porovnávat strany, nechat spočítat jejich součet na jednotlivých stranách

Visual Percent: nástroj pro vizualizace procent, části a celku, ke dvěma hodnotám je vypočítána třetí a situace je ilustrována na koláčovém a sloupcovém grafu

Proportions (Z): Závod motorek, rovnice ve tvaru 4/2=x/3

Web Design: Video se slovní úlohou (celková částka, poměr rozdělení, vzorové řešení) + samostatná podobná úloha

Santa's Elves: Video se slovní úlohou (celková částka, poměr rozdělení a nový poměr, vzorové řešení) + samostatná podobná úloha

Field Trip: Video se slovní úlohou (část, procento druhé části, vzorové řešení) + samostatná podobná úloha

Computer Virus: Video se slovní úlohou (čas, procenta, vzorové řešení) + samostatná podobná úloha

Geometrie:

Transformation Workshop: Pole (souřadná mřížka), do kterého se pomocí Start Shape umístí pokusný tvar (lze vybrat z několika možností). Tvary vzniknou dva, jeden je pevný, a druhým lze namodelovat, jak úkol dopadne. Transformation blocks je potřeba přetáhnout na dolní políčka Blocks a nastavit jim parametry (posuvníkem dole). Tlačítko Transform spustí řetěz nastavených transformací. (Zrcadlení, rotace, posun po ose x, posun po ose y)

Transformation Shape Mods: 18 levelů, úkolem je najít transformace (jednoduché a potom i složené) vedoucí k danému výsledku

Alien Angles: Odhad úhlů "naslepo", v pořádku je odchylka do 5 procent

Geoboard: virtuální gumičky, lze modelovat trojúhelníky, rovnoběžníky, aj. (v pravoúhlé síti), tvary lze různě obarvit, vyplnit barvou, popsat apod.

Angles: střelba dělem na cíl, nastavit je potřeba úhel a rychlost

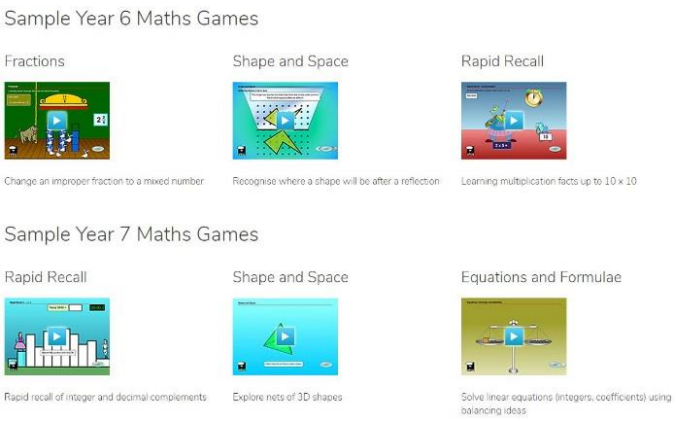
Rocket Angles: pomocí úhloměru změř úhel mezi raketou a nepřítelem (±1%) a pal

Square Lawn: Video se slovní úlohou (čas ke zpracování dílu, obsah čtverce, vzorové řešení) + samostatná podobná úloha

Dave's New Poppy: Video se slovní úlohou (náklady ke zpracování dílu, obsah kruhu, vzorové řešení) + samostatná podobná úloha

Statistika a pravděpodobnost:

Probability: V poli je koláčový graf (spinner) s několika barevnými výseky (počet výseků a rozmístění jde nastavit), tlačítkem Spin se uvede do chodu šipka, která se otočí o náhodný počet otáček. Akci provedeme několikrát (čím víc, tím líp) a výsledky konečných pozic šipky lze ilustrovat ve sloupcovém grafu Results.



Phone Numbers: Video se slovní úlohou (pravděpodobnost prvočísel v posledních třech číslicích telefonního čísla, vzorové řešení) + samostatná podobná úloha

Marble Probability: Video se slovní úlohou (pytlík s kuličkami o třech barvách, daný celkový počet, pravděpodobnost vytažení jedné barvy a vztah mezi zbylými dvěma pravděpodobnostmi, vzorové řešení) + samostatná podobná úloha

3.3.11 Maths-Whizz vzdělávací portál

www.whizz.com
jazyk: anglicky

platforma: PC - internetový prohlížeč s JavaScriptem, různé možnosti i pro tablety (ne mobily)

Výukový portál obsahuje animované výukové dávky pro učivo základní školy v rozsahu 1. - 8. ročníku podle osnov v Anglii a Spojených státech amerických. Zaměřuje svou nabídku na školy a učitele - vnitřní systém tříd, zpracované lekce a výukové materiály, průvodce - a také na rodiče žáků, kterým nabízí rodinné členství s osobními účty. Na stránkách lze nalézt ukázkové lekce pro různé ročníky. Témata jsou vždy zpracovaná formou animovaného tutoriálu s psaným slovním doprovodem, v rámci něho lze řešit typové příklady s nápovědou a komentářem, poté následuje krátký test (assignment).

Testovali jsme trial verzi osobního přístupu pro žáka 6. třídy. Systém nejprve nabídne diagnostický test, který je docela dlouhý a na jehož základě jsou následně doporučena výuková témata. Trial verze umožní projít pět takto nabídnutých nových témat, nelze je volit osobně. Za úspěch ve studiu, zvládnuté testy a dobu strávenou aktivní prací v systému žáci vydělávají virtuální peníze, za něž lze pořídit např. výzdobu hlavního pokoje. Motivací je také online žebříček nejúspěšnějších žáků.

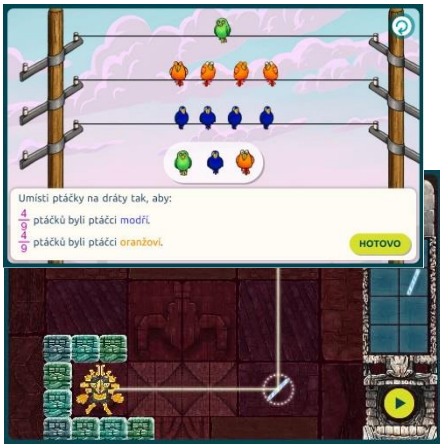
Nevýhodou tutoriálů je závislost na čtení (v angličtině). Drobným mínusem je také fakt, že s pomocnou kalkulačkou se špatně pracovalo na dotykovém tabletu. Na druhou stranu, pozitivní je, že jsou zastoupena témata i z někdy opomíjených oblastí jako např. planimetrie.

3.3.12 Matific

https://www.matific.com/cz/cs/home/

jazyk: česky (i anglicky aj.)

První vzdělávací systém, který je i česky, obsahuje aktivity pro 1. až 6. třídu ZŠ.



Aktuálně se pracuje na české verzi stránek, překlad zatím občas kulhá. V hlavní nabídce si lze vyzkoušet vždy několik aktivit pro 1.- 6. ročník (rozdělení učiva do ročníků odpovídá spíše zahraničním standardům). U aktivit spuštěných z prohlížeče lze zapnout zobrazení pro žáky a pro učitele zvlášť – u učitelského zobrazení jsou popsány cíle a učivo. Lze nahlédnout také do celkového přehledu zpracovaných témat a vyzkoušet aktivity odtud (dole na stránce seznamy her), ale po několika přístupech je uživatel vyzván k registraci a vyzkoušení demo verze zdarma (na 60 dní). Rodičovský účet je zatím shodný s učitelským – lze založit třídu, přidávat žáky, žákům a třídám přidělovat konkrétní aktivity, nebo je nechat projít všemi aktivitami v ročníku. Žákovský přístup je realizován v ilustrovaném prostředí pohádkového světa. Motivací je příběh: čaroděj začaroval pohádkové bytosti říše, ty jsou ukryty v truhlách a zamčeny zámky, které odemkne dostatek správně vyřešených matematických úloh.

V prostředí/krajině je vidět cesta mezi jednotlivými zastaveními a zavřené truhly. Po splnění jedné dávky úkolů se započítají získané body k aktivní truhle, po dosažení potřebného počtu bodů se truhla otevře a tím jsou osvobozeni její vězni - někteří obyvatelé světa. Přehled již vysvobozených postav se dá otevřít a prohlédnout v hlavním menu. Pokud žák splní některý úkol jen částečně, nebo ne příliš dobře, může se stát, že některé truhly zůstanou zavřené, ale lze se k práci vrátit a zlepšit výsledek. Celý kurz pro 6. třídu, který jsme testovali, má celkem 344 aktivit. Herní prostředí se střídají s různou úrovní zadání, například zlomky jsou vizualizovány na sedících ptáčcích na drátech vedení, sčítání a odčítání celých čísel při obsluze hotelových hostů v různých patrech, procenta při navlékání korálků, atd. Ne všechny aktivity jsou stejně časově náročné – například aktivita pro odrážení paprsku zrcadly sama o sobě má 24 úrovní, ale většinou má každá dávka pět až deset podúkolů.

K portálu existují aplikace pro různá mobilní zařízení, vyzkoušeli jsme Matific Student pro Android. Funkčnost je velmi dobrá, grafické zpracování také.
https://www.matific.com/cz/cs/guests/episodes/RobotAnglesBasic

- ukázková aktivita – sčítání úhlů, robot se ztratil na kolejnicích, potřebuje zadat úhel, o který se má otočit.

3.3.13 Polyup

https://www.polyup.com/
jazyk: anglicky

Portál Polyup je zamýšlen jako interaktivní hřiště, kde si lze hrát s různými matematickými koncepty v symbolickém prostředí fungujícím na myšlenkách algoritmických struktur. Lze zde najít aktivity rozřazené podle ročníků od 1. třídy až po střední školu, lekce a tipy pro učitele, ale i aktivity nezařazené a různé výzvy vytvořené členy komunity. Základní dávky (objekty ¨machine“) mají několik částí s čipy, každý čip je potřeba správně naprogramovat – tedy nachystat zde kód, který produkuje chtěný výstup. Pokročilí uživatelé mohou řešit i úkoly sledující naprogramování pohybu v 3D. Elementy programovacích vláken mohou být čísla, aritmetické operace, rovnítka a nerovnítka, ale i zástupné bloky, symboly pro podmíněné výrazy a cykly, booleovské operátory, elementární funkce, nebo otáčení a pohyb, aj. Aktivity rozvíjejí spolu s matematickým i algoritmické myšlení. Jsou vhodné jako doplněk výuky, startovací aktivity. Polyup funguje v prohlížeči všech zařízení, která mají připojení na Internet.

3.4 Doporučení aktivit do výuky pro 2. stupeň ZŠ

Následující doporučení jsou subjektivním výběrem autorů, které hry z výše uvedeného přehledu by mohly být využity přímo jako součást vyučovacích jednotek. Aktivity s digitálními technologiemi přímo ve výuce by vždy měly být prostředkem pro dosažení konkrétních vzdělávacích cílů.

3.4.1 Posilování konkrétních témat

- 6. - 9. třída – propedeutika úprav výrazů – Dragonbox Algebra 12+ (dotyková zařízení)
- 6. – 9. třída – geometrie – Dragonbox Elements (dotyková zařízení)
- 6. - 9. třída – aritmetika, dělitelnost – různé úrovně Wuzzit Trouble (dotyková zařízení, PC s prohlížečem)
- 9. třída – grafy lineární a kvadratické funkce – xPonum (PC+instalace), případně SineRider (PC s prohlížečem)
- 6. – 9. třída – rozšiřující učivo dvojková soustava – Binary Grid (dotyková zařízení)
- 7. ročník – bod v souřadném systému – Game Over Gopher (PC s prohlížečem)
- 8. třída – zápis čísla v desítkové soustavě – Gate (PC s prohlížečem)
- 6. - 7. třída – pozice na číselné ose – Pearl Diver (PC s prohlížečem)
- 6. třída – sčítání desetinných čísel – Monster School Bus (PC s prohlížečem)
- 7. třída – poměry – Ratio Rumble (PC s prohlížečem)
- 6. třída – viz portál MathPlayground (PC s prohlížečem, dotyková zařízení s prohlížečem)
- 6. – 9. třída – hry na portálu MathGames – nastavit požadované procvičované téma (PC s prohlížečem)
- 6. – 9. třída – opakování konceptu zlomku – Slice Fractions 2 (dotyková zařízení), počítání se zlomky Gregtangmath – Satisfraction (http://www.gregtangmath.com/satisfraction - PC s prohlížečem, dotyková zařízení s prohlížečem), Meerkatcher (PC s prohlížečem)

- 6. – 9. třída – vyhodnocování aritmetických operací, algoritmické myšlení Polyup (cokoli s prohlížečem)

3.4.2 Odpočinkové aktivity

- Prostorová představivost – Monument Valley I, II (dotyková zařízení)
- Procvičování aritmetických operací – Mental Math Master, Math Games, Hard Math Game (dotyková zařízení)
- Rovinná představivost - Polygrams – Tangrams and Blocks (dotyková zařízení)
- SolveMe Puzzles – mobilní závěsy a MysteryGrid (cokoli s prohlížečem)
- Polyup (cokoli s prohlížečem)

4 Zpráva z pilotního ověření zájmu o téma výukové digitální hry

RNDr. Martin Fajkus, Ph.D.

Ve školním roce 2019/20 se uskutečnilo v rámci projektu IKAP pilotní ověření zájmu o možné využití matematických her ve výuce matematiky. Průzkum se uskutečnil v několika třídách na druhém stupni deseti základních škol ve Zlínském kraji. Výsledky tedy mají informativní hodnotu; rozhodně z nich nelze dělat obecné závěry pro Zlínský kraj jako celek.

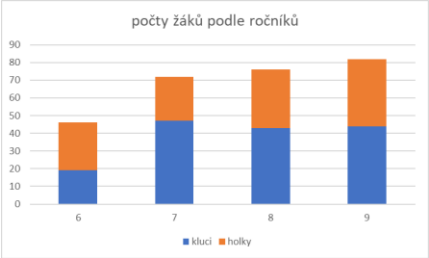
Do projektu se zapojilo deset vyučujících, kterým byla elektronickou formou předána pracovní verze přehledu výukových matematických her zpracovaného odbornými řešiteli tématu Mgr. Zuzanou Pátíkovou, Ph.D. a Mgr. Janem Krňávkem, Ph.D. Spolupracující učitelé byli požádáni o prostudování přehledu, o jeho případné připomínkování, a o výběr alespoň jedné hry vhodné pro jejich vzdělávací cíle ve třídě, či třídách, kde učí. Následně žáci tyto hry vyzkoušeli přímo v hodině matematiky.

Pro žáky i pro vyučující byl připraven dotazník, který na konci vyplnili. Z deseti vyučujících dotazník odevzdalo osm. Vyplněných žákovských dotazníků bylo 276 (ovšem několik málo žáků nevyplnilo některé odpovědi – spíš z nepozornosti než úmyslně).

ŽÁCI

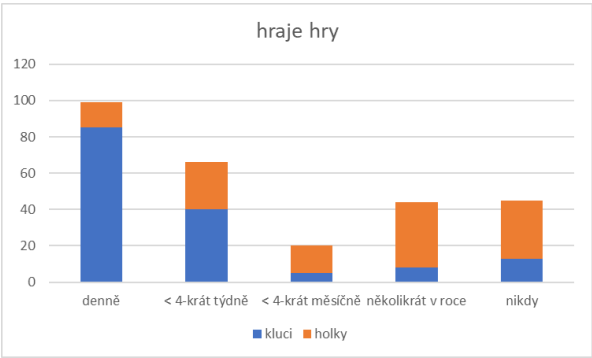
Celkově vyučující do průzkumu zapojili žáky 16 tříd (2 šesté, 5 sedmých, 4 osmé a 5 devátých), v celkovém počtu 153 kluků a 123 holek.

ročník	6	7	8	9	celkem
kluci	19	47	43	44	153
holky	27	25	33	38	123
celkem	46	72	76	82	**276**



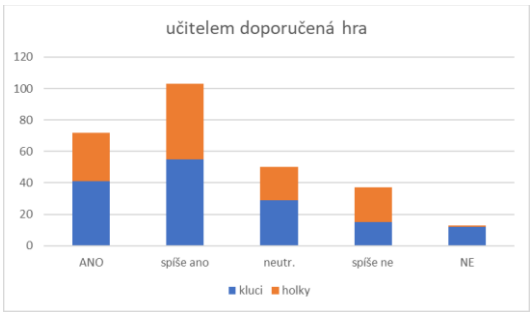
Vesměs všichni žáci uvítali netradiční hodinu. Z dotazníků pak vyplynulo, že většina z nich doma hraje počítačové hry (samozřejmě nematematické). Zajímavé ovšem je, že asi 16% jen několikrát v roce. Stejně tak 16% uvedlo, že počítačové hry nehraje vůbec.

hraje hry	kluci	holky	celkem
denně	85	14	99
< 4-krát týdně	40	26	66
< 4-krát měsíčně	5	15	20
několikrát v roce	8	36	44
nikdy	13	32	45
celkem	151	123	**274**



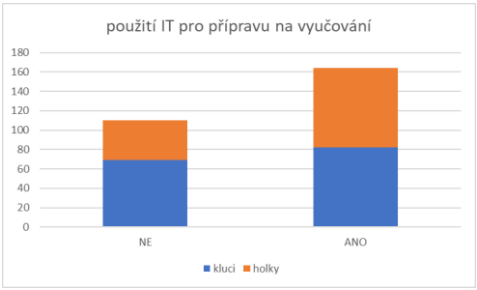
Na otázku, zda by hráli počítačovou hru, kterou by jim doporučil vyučující, téměř 64% žáků odpovědělo „ano“, nebo „spíše ano“ a 18% odpovědělo „ne“, nebo „spíše ne“. Zbylí žáci byli v této otázce nerozhodní.

učitelem doporučená hra	kluci	holky	celkem
ANO	41	31	72
spíše ano	55	48	103
neutr.	29	21	50
spíše ne	15	22	37
NE	12	1	13
celkem	152	123	**275**

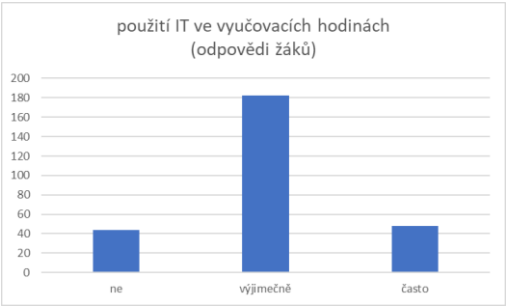


Počítače ovšem žáci nevyužívají jen ke hrám. K přípravě na vyučování používá počítač necelých 60% žáků, z toho polovina kluků a polovina holek. Počítač používají na vyhledání informací, přípravu referátů a prezentací, ale i pro překlady do hodin cizích jazyků.

IT pro přípravu na vyučování	kluci	holky	celkem
NE	69	41	110
ANO	82	82	164
celkem	151	123	**274**



Žáci také odpověděli, že IT používají (i když většinou jen výjimečně) v některých hodinách, jako např. AJ, M, F, D, ČJ a jiné.



UČITELÉ

Deset učitelů, kteří se zúčastnili projektu, je vzorek sice velice malý, zato velmi různorodý. Jsou mezi nimi jak ženy (8), tak muži (2); mladí (do 30 let), středního věku (mezi 30 až 50) i nad 50 let; s praxí do 5 let, mezi 5 až 15 lety i nad 15 let.

Všichni, kteří vyplnili dotazník (8) uvedli, že v případě zájmu mají možnost použít v hodinách matematiky výpočetní techniku. Všichni to i využívají, ačkoliv jen občasně (1 až 5 krát měsíčně). Především k procvičování učiva (a to i online formou), ale i k testům, názorným ukázkám při vysvětlování a výkladu učiva, skupinovým pracím, nebo zpestření hodiny. Dva vyučující uvedli, že používají prostředí Geogebra.

Co se týče digitálních matematických vzdělávacích her, většina vyučujících by uvažovala o jejich využití v případě, že by příslušná hra byla v souladu se vzdělávacími cíli. Někteří i přímo při probírání látky, jiní zejména při opakování, nebo jen jako doplňkovou aktivitu, např. při suplování.

Všichni vyučující se shodli na tom, že generace dnešních žáků je více naladěná na digitální média a proto by je zařazení her ve výuce motivovalo. Ne všichni vidí použití her ve výuce jako přínosné, ale všichni souhlasili s tvrzením, že hry mohou být použity jako doplňkový výukový prostředek. Podle všech hry také podporují učení i dalších přírodovědných a technických předmětů.

Většina vyučujících si také myslí, že počítačové hry mohou být ve výuce užitečné, např. proto, že:

- mohou žáky motivovat a zaangažovat do výuky
- podporují individuální učení
- mohou pomoci pochopit učivo a prohloubit vědomosti
- přemostí to, co žáci dělají doma a ve škole

Vyučující ale uvedli, že v rozhodování o zařazení vzdělávacích digitálních her jako doplňkových aktivit by jim pomohlo, kdyby měli přístup k aktuálnímu přehledu dostupných her a jejich recenzí.

Většina vyučujících by neviděla problém v zařazení hry, jejíž prostředí je anglické a pro porozumění je potřeba úrovně začátečník. Žákům by česky vysvětlili princip hry, který je v ní uveden anglicky.

Na druhou stranu téměř polovina vyučujících si myslí, že:

- hry se nedají přizpůsobit k podpoře výuky
- nepodporují spolupráci ve výuce
- nemohou být použity k dosažení vzdělávacích cílů z kurikulárních požadavků

Jen v jednom případě byla uvedena odpověď, že hru s anglickým jazykovým prostředím vyučující rozhodně do výuky nezařadí. Spíš než kvůli angličtině je to patrně proto, že do výuky nezařadí hry, ani kdyby byly v češtině.

I když, jak již bylo zmíněno, vzorek není reprezentativní, ze závěrů projektu (jak z dotazníků, tak z neformálních rozhovorů) je možné usuzovat, že většina vyučujících by aspoň občas nějakou matematickou hru do hodin matematiky zařadila, nebo ji alespoň žákům doporučila ke hraní ve volném čase. Žáci by vesměs při výuce hry uvítali. K posouzení, zda by zařazení matematických her do výuky vedlo ke zlepšení pochopení učiva, naplnění kurikulárních cílů, či ke zlepšení studijních výsledků by ovšem bylo zapotřebí vykonat rozsáhlejší šetření.

Závěrem bych chtěl poděkovat všem vyučujícím, kteří se do projektu zapojili a věnovali svůj čas na prostudování nabídnutých her, přípravu počítačů/tabletů, vyzkoušení her se svými žáky a na vyplnění dotazníků.

RNDr. Martin Fajkus, Ph.D.

5 Přehled zdrojů FG

RNDr. Lenka Kozáková, Ph.D.

5.1 Učebnice ZŠ

5.1.1 Finanční a ekonomická gramotnost

Celý název: Finanční a ekonomická gramotnost pro základní školy a víceletá gymnázia

Autoři: Michal Skořepa, Eva Skořepová

Rok vydání: 2008

Nakladatelství: SCIENTA, spol. s r. o.

ISBN: 978-80-86960-40-1

- Jedná se o dva pracovní sešity pro žáky a manuál pro učitele
- Text v souladu s RVP – Výchova k občanství – Stát a hospodářství

+ Na konci kapitoly souhrn
+ Vyžaduje velkou aktivitu žáka – hry, samostatné úkoly, osmisměrky apod.
+ Kapitola zaměřená na reklamu
+ Vhodná jako inspirace pro ročníkové práce žáků

- Stáří 10 let
- Černobílá – neatraktivní pro žáky
- Vysoká náročnost na samostatnou práci
- Nezdůrazněné mezipředmětové vazby
- Nutnost koupě pracovních sešitů pro žáky
- Chybí index pojmů

5.1.2 Finanční gramotnost

Autoři: Petra Navrátilová, Michal Jiříček, Jaroslav Zlámal

Rok vydání: 2013, druhé vydání

Nakladatelství: ComputerMedia.

ISBN: 978-80-7402-150-3

- Určena pro žáky 2. stupně základních škol a pro středoškoláky

+ Přehledná, barevný design

+ Minislovníček pojmů na okraji stránky v modré barvě
+ „Něco navíc“ - doplňující informace (mezipředmětové vazby) v zelené barvě
+ Reálné obrázky (fotografie)
+ Určení obtížnosti úkolů
+ Praktické rady a tipy do života v červené barvě
+ Co mě zaujalo: ručitel, rozhodčí doložka, půjčky po telefonu, popis funkcí bankomatu, platební terminály

- Chybí index pojmů

5.1.3 Výchova k finanční gramotnosti

Autoři: Mgr. Jitka Kašová, Mgr. Lukáš Istenčin

Rok vydání: 2012

Nakladatelství: Fraus

ISBN: 978-80-723107-4

- Učebnice pro ZŠ a víceletá gymnázia, příručka pro učitele, on-line podpora

+ Motivační příběhy rodiny Adámkových
+ Každá kapitola na jednu stránku (maximálně dvě)
+ Nejběžnější rodinné situace z hlediska financí (dovolená, koupě auta, nové bydlení…)
+ Na okraji zajímavé poznámky, doplňující informace, dodatky vysvětlení
+ Rejstřík
+ Slovník finančních pojmů (vzadu)
+ Zadávání praktických úkolů (např. nalezení vzorů smluv), skupinová práce
+ Co mě zaujalo: Speciální kapitola Smlouvy, Sestavení osobního finančního plánu + milníky života. Celkový dojem – učebnice zaměřená hodně na běžný život

- „Nesoulad“ názvů kapitol s RVP
- Téma Platební styk – skryté v jiných kapitolách, chybí možnosti zasílání peněz - pošta

5.1.4 Finanční Gramotnost

Celý název: Finanční gramotnost pro druhý stupeň základní školy

Autoři: Petr Jakeš a kol.

Rok vydání: 2014

Nakladatelství: Fortuna

ISBN: 978-80-7373-089-5

- Určena pro žáky 2. stupně základních škol. Dá se využít i pro víceletá gymnázia. K učebnici jsou tři pracovní sešity dle kapitol.

+ Stručný popis motivační situace na dané téma
+ Jednoduchý design (někdo může považovat i za nevýhodu)
+ Informace pouze k FG (tematická stručnost)
+ Na konci kapitoly stručný souhrn v tabulce

- Chybí index pojmů
- Úkoly k procvičování v pracovních sešitech, v textu pouze kontrolní otázky (zpravidla čtyři)
- Chybí mezipředmětové vztahy (doplňující informace, zajímavosti)

5.2 ON-line ZDROJE

5.2.1 www.fgdoskol.cz

- Nahrazuje původní web www.financnigramotnostdoskol.cz
- **2019 – aktualizace stránek**
- Společnost nabízí proškolení pedagogů (ZŠ, SŠ, SOU, SOŠ), pomůže škole zatraktivnit výuku finanční gramotnosti, postavit výukové materiály na **prakticky využitelných informacích a zkušenostech. Kurzy pro učitele (ZŠ, SŠ)** – akreditace MŠMT, 16 hod., 3400 Kč
- **Školení (**Finančně gramotná škola**) má akreditaci MŠMT.** Certifikát má 3 úrovně.
- Důležitý zdroj informací pro pedagogy je kniha Finančně gramotná a podnikavá škola (Lichtenberková a Merunková), viz http://www.fgdoskol.cz/o-nas/knihy/, kterou si lze objednat za symbolickou cenu 100 Kč nebo také stáhnout ve formátu pdf.
- Možnost stažení výukových materiálů http://www.fgdoskol.cz/pro-skoly/vyukove-materialy/ jak pro ZŠ, tak SŠ. Zajímavý je odkaz na webové stránky, kde lze kromě standartních matematických příkladů nalézt i příklady týkající se FG. Příklady jsou rozděleny podle tříd (ZŠ 5. - 9., SŠ) https://www.hackmath.net/cz/priklady/penize.
- Odkaz na šablony MS Office Excel https://templates.office.com/cs-CZ/templates-for-Excel
- Organizátoři hry: **Rozpočti si to**, http://www.rozpoctisito.cz/
- Organizátoři projektových dnů - ZŠ 1. i 2. stupeň, SŠ.
- Stránky nabízejí ROZCESTNÍK, kde naleznete:
    - Publikace – zhodnocení knih, učebnic (MŠ, ZŠ, SŠ, VŠ) týkající se FG
    - Přehled dalších projektů - http://www.fgdoskol.cz/rozcestnik/projekty/
      Např. http://www.abcfv.cz/ provozovatel hry **FinGR Play**
    - Přehled užitečných portálů - http://www.fgdoskol.cz/rozcestnik/portaly/
      např. Ministerstvo financí - https://www.psfv.cz/, ČNB - https://www.cnb.cz/cs/index.html, https://www.financnivzdelavani.cz/, aj.
    - Odkazy na videa http://www.fgdoskol.cz/rozcestnik/videa/, např.
      Americký sen - animovaný film s titulky vysvětlující podstatu vzniku americké krize.
      SEKO - Život bez dluhů - animované filmy o dluhové problematice uveřejněny na youtobe.com (1. Bohatí a chudí; 2. Šetření na maličkostech; 3. Dluhová past; 4. Debetní vs. kreditní karta, 5. Máš majetek, půjčíme ti; 6. Jen ať vidí, že na to máme; 7. Občanské poradny; 8. Půjčují bez pravidel; 9. RPSN; 10. O chlebu a vodě)
      Videa ČNB.
      Rozpoznáš dluhovou past – 4 díly pro teenagery.
      Případ smrtící spirály.
      9 mýtů o financích.

5.2.2 http://www.abcfv.cz/

- ABC finančního vzdělávání je o.p.s.
- Tvorba výukových materiálů ke stažení (10 témat), prezentace, testy.
- Odkazy na další portály.
- **Aktualizace zdrojů a informací pro daný školní rok.**
- Pořádání projektových dnů – ZŠ, SŠ (koncové ročníky) i VŠ, i soukromě – forma hry, kdy připraví scénář dle požadavků. Cena je tvořena dle požadavků, lze využít i šablony.

- Provozovatel hry https://www.fingrplay.cz/. Pořádá turnaje pro školy, má formu i deskové hry Peníze navíc.
- Slovník finančních pojmů.

5.2.3 www.zodpovednespenezi.cz

- Nabídka seminářů pro učitele MŠ, ZŠ, nabídka projektových dnů. Cena dle zakázky. Možnost bezplatného školení dle výsledků dotačních titulů.
- Kniha Zodpovědně s penězi – k zakoupení pro účastníky kurzu (cena 1140 Kč), šanon určený ke kopírování pro žáky – pracovní listy, obsahuje 10 témat:
  - Hospodaření domácnosti
  - Dovolená
  - Kupujeme auto
  - Svět peněz
  - Náklady na bydlení
  - Nové bydlení
  - Zodpovědné zadlužování
  - Výhodné nakupování
  - Spoření a investice
  - Smlouvy
  - Plus rozšíření o téma Pojištění
- E-learning – využívají školicích videí publikovaných na stránce http://www.gramotnost.cz/e-learning
- Videa – v roce 2014 v rámci projektu CZ.1.07/1.138/02.0023 Finanční vzdělávání žáků 2. stupně základních škol vznikla videa ze Zlínského a Jihočeského kraje, jejichž autory jsou žáci základních škol. Tyto videa lze využít v rámci výuky daného tématu viz
  http://www.zodpovednespenezi.cz/videa-ze-zlinskeho-kraje/
  http://www.zodpovednespenezi.cz/videa-z-jihoceskeho-kraje/

5.2.4 Česká televize

- Bankovkovi - seriál ČT skládající se z 26 dílů. Vzhledem k délce jednoho dílu (14 min) lze pustit ve výuce. Díly jsou tematicky zaměřené. Např. pojištění, inflace, konzum, nákup mimo provozovnu, smlouvy, daně, reklamace, půjčka, úvěr aj.
  https://decko.ceskatelevize.cz/videa?g=podle-poradu&porad=1316664#B
- Hlava rodiny – jedná se o docu-reality, kde teenager měsíc spravuje rodinný rozpočet. https://www.ceskatelevize.cz/porady/10756381712-hlava-rodiny/dily/
- Krotitelé dluhů - témata jednotlivých dílů se týkají nejen dluhů a exekucí, ale i potíží v podnikání, chronických deficitů domácího rozpočtu či závislosti na nákupech. Diváci se dozvědí, jak mají komunikovat s věřiteli či exekutory, naučí se sestavovat splátkový kalendář a zjistí, co je může potkat, když je přátelé či příbuzní přesvědčí, aby jim ručili za půjčku. V jednotlivých dílech řeší skuteční finanční poradci problémy konkrétních lidí či celých rodin. https://www.ceskatelevize.cz/porady/10213556322-krotitele-dluhu/dily/
- Osobní finance https://www.ceskatelevize.cz/porady/10096504703-osobni-finance/dily/

5.2.5 www.gramotnost.cz

- Zabývá se nejen finanční ale také životní gramotností
- E-learning – pro výuku je uvedeno šest témat (jedno staženo pro neaktuálnost informací). Jedna výuková lekce zabere minimálně 1 hodinu. Lekce obsahují videa zachycující možné situace a poté následuje výklad a rozbor daného problému.
- Testy – možnost absolvování vstupního a výstupního testu na dané téma.
- Vhodné pro dospělé a studenty SŠ
- Nevýhoda – hodinová prezentace, pro výuku nutno rozdělit na menší úseky. Témata:

  - FG-Hospodaření domácnosti
  - FG-Ochrana spotřebitele - staženo
  - FG-Paragrafy pod kontrolou
  - FG-Spoření a investice
  - FG-Zodpovědné zadlužování
  - FG-Životní pojištění

5.2.6 www.CNB.cz

- Animace české bankovky ČNB ukazuje ochranné prvky našich současných bankovek, včetně podsvícení UV světlem. http://www.cnb.cz/cs/platidla/bankovky/animace.html
- Animovaná prezentace českých mincí http://www.cnb.cz/cs/platidla/mince/animace/CNB_Mince_v01.swf
- Dějiny instituce
- Projekt https://www.penizenauteku.cz/ . Dělí se na tři kapitoly:
  - Zkroťte rozpočet – průvodce tvorbou rozpočtu.
  - Finanční služby – půjčky, pojištění, spoření.
  - Životní události – důchod, rodina, bydlení, auto, peníze, dluhy.

  V každé kapitole jsou lehkou formou popsány pojmy a vysvětleny základní principy. Dále jsou barevně odlišeny tipy a varování, resp. upozornění na rizika. Jsou zde tři znalostní testy.

5.2.7 Česká spořitelna

- Projekt Abeceda peněz – čtyři projekty (2. a 4. třída, teenageři, senioři)
- Pro školy bezplatná výuka
- Hra pro žáky 8. a 9. ročník ZŠ, 1. a 2. SŠ – hra o cestu do Londýna, příručka ke hře pro učitele (novinka 1. 9. 2019). Probíhá do 27. 1. 2020 https://www.csas.cz/cs/page/abecedapenez

5.2.8 ČSOB

- Finanční vzdělávání pro školy – ZŠ i SŠ, bezplatná výuka dle individuálních potřeb dané školy. Součástí výuky jsou materiály, hra rodinného rozpočtu, aj. Podrobnosti letáček na https://www.csob.cz/portal/documents/10710/316999/financni-vzdelavani-csob-pro-skoly.pdf
- www stránky ČSOB týkající se vzdělávání https://www.csob.cz/portal/csob/spolecenska-odpovednost/odpovedne-podnikani/pro-vzdelani

5.2.9 www.financnivzdelavani.cz

- Autorem je Česka bankovní asociace.
- Obsahuje tři základní okruhy a slovníček pojmů. Každý okruh má své kapitoly. Vhodné jako zdroj informací pro přípravu hodiny jak na ZŠ tak i SŠ.
- První okruh - Svět Financí:

  - Bankovnictví
  - Finanční zprostředkování
  - Investování a finanční trhy
  - Leasing
  - Platební služby
  - Pojišťovnictví
  - Úvěrové registry

- Druhý okruh – Jak na to – obsahuje doporučení a návody pomáhající v každodenním životě:

  - Peníze
  - Placení a platební karty
  - Účet u banky nebo kampeličky
  - Půjčování
  - Úvěrové registry
  - Finanční plán
  - Spoření nebo investování
  - Zajištění na stáří
  - Pojištění
  - Zlomové situace
  - Kam se obrátit pro radu nebo pro pomoc

- Třetí okruh – Já ve světě financí – věnuje se důležitým milníkům v životě člověka a jejich vlivu na jeho finanční situaci

  - Životní etapy
  - Děti a finance
  - Když studujeme nebo jsme se školou právě skončili
  - Samostatná domácnost
  - Rodinné finance
  - Prázdné hnízdo
  - Penze
  - Index finanční gramotnosti ČBA

- Pracovní listy pro ZŠ:

  - Jak dobře znáš české bankovky?
  - Neutrácíme doma více, než vyděláváme?
  - Máme doma vyšší příjmy, než výdaje, co teď s nimi?
  - Výdajů hodně, ale peněz málo?
  - Víš, co je to banka?
  - Způsobů je několik, jen si vybrat.
  - Platit je hračka, když víme, jak na to.

- Finanční vzdělávání se bude hodit.

5.2.10 http://www.jacr.cz/

- Česká pobočka nejstarší vzdělávací asociace Junior Achievement (USA). Nabízí programy od MŠ až po VŠ. Dále také nabízí akreditované školení učitelů. Všechny její programy mají akreditaci MŠMT. Jedná se o placené aktivity. Na webu jsou k dispozici záznamy webimářů.
- Kurzy pro ZŠ:
    - JA Poznej svoje peníze
    - JA mini-Firma
    - JA Profesní orientace
    - JA Abeceda podnikání
    - JAW programy
- Kurzy pro SŠ a VOŠ:
    - JA Poznej svoje peníze
    - Certifikát ESP
    - JA e-Ekonomie
    - JA Etika v podnikání
    - JA Titan (počítačová hra)
    - Modulární školní vzdělávací systém
    - JA Inkubátor Junior
    - JA Studentská Firma
    - JAW programy

5.2.11 http://financehrou.cz/

- Nezávislý portál
- Zatím zpracován jeden kurz pod názvem Základy finanční pohody. Kurzem se prolíná fiktivní příběh z minulosti. Ve kterém jsou některé ekonomické zákonitosti vidět lépe než v dnešní době. Kurz je složen z 8 okruhů. Každý okruh má své lekce a po prostudování následuje test. Okruhy:
    - Domácí rozpočet
    - Jak a proč spořit
    - Nezapomínejte na pojištění
    - Základy investování
    - Úvěry a hypotéky
    - Zabezpečení na stáří
    - Poradci a „poradci“
    - Shrnutí celého kurzu

5.2.12 https://www.psfv.cz/

- Jedná se portál Ministerstva financí s názvem Proč se finančně vzdělávat.
- Široké spektrum témat, vysvětlení základních pojmů týkající se daného témat, odkazy na příslušné právní normy.

- Slovník ekonomických pojmů.
- Vhodné spíše pro SŠ, učitele (sebevzdělávání).

5.2.13 https://biportal.cz/

- Vhodné pro studenty ekonomicky zaměřených VŠ
- Pro studenty SŠ je úvod do finanční matematiky v excelu:
    - Přehled základních pojmů.
    - Popis základních finančních funkcí.
    - Příklady.

5.2.14 http://www.gymnazium1.milevsko.cz/o_skole/dumy/

Pro kapitolu RVP Matematika a její aplikace je zde zpracováno 60 DUMů, rozdělených do tří předmětů:

    - Ekonomika a finance 1,2
    - Statistika a finanční matematika
- Využití ve společenskovědních předmětech a v matematice (dle ŠVP).
- Spouští se jako www stránky.

5.3 Hry

5.3.1 Finanční svoboda

- Hra vyvinutá už v roce 2008.
- Rozšíření Finanční svoboda aktualizace 2019 a Finanční svoboda reality.
- Desková hra, která učí hospodařit s penězi. Simuluje realitu života.
- Úkolem hry je splnit požadované cíle rodiny během 30 let.
- Vhodné pro žáky od 11 let.
- Podrobnosti na https://www.financnisvoboda.cz/.
- Na webu videonávody ke hře.
- Vzdělávací akce – možnost zakoupení vstupenky na hru (250 Kč), workshopy – hra + teorie s lektorem (1200 Kč, student 600Kč).
- Cena 2490 Kč (+990 Kč +290 Kč rozšíření)

5.3.2 Peníze navíc

- Desková verze hry FingrPlay.
- Pomůcka pro výuku FG. Délka jedné hry 6 hodin. Lze měnit scénář.
- Obdobný úkol jako u hry Finanční svoboda - splnit požadované cíle rodiny během 30 let. http://www.abcfv.cz/vyukove-materialy/hra-penize-navic-hra-o-zivote/
- Cena pro školy 4500 Kč.

5.3.3 Cashflow

- Autorem Robert Kiyosaki.
- Cílem hry je naučit se porozumět svým financím a jejich tokům tak, abyste byli schopni využít dosažené informace i v reálném životě.
- Vhodné pro děti od 10 let.
- Možnost hraní v klubech, http://www.cashflow-klub.cz/.
- Vyšla v roce 1996 a v současné době v obchodech nedostupná.

Název publikace: Sborník řešených témat pro podporu matematické gramotnosti v rámci projektu IKAP

Autoři: RNDr. Martin Fajkus, Ph.D., RNDr. Lenka Kozáková, Ph.D., Mgr. Jan Krňávek, Ph.D., Mgr. Zuzana Pátíková, Ph.D., Mgr. Vladimír Polášek, Ph.D., Mgr. Lubomír Sedláček, Ph.D., Mgr. Jana Řezníčková, Ph.D.

Editoři: Mgr. Zuzana Pátíková, Ph.D.
Mgr. Lubomír Sedláček, Ph.D.

Publikace neprošla jazykovou korekturou.

Vydavatel: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Vydáno elektronicky.

Rok vydání: 2020

Pořadí vydání: první

ISBN 978-80-7454-913-7