

# **Modelování a regulace gyroskopu se třemi stupni volnosti**

Bc. Michal Kalandřík

---

Diplomová práce  
2022



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
Ústav automatizace a řídicí techniky

Akademický rok: 2021/2022

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Michal Kalandřík**  
Osobní číslo: **A19389**  
Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**  
Forma studia: **Prezenční**  
Téma práce: **Modelování a regulace gyroskopu se třemi stupni volnosti**  
Téma práce anglicky: **Modelling and Control of a 3 DOF Gyroscope**

## Zásady pro vypracování

1. Vypracujte literární rešerši zabývající se gyroskopy a oblastmi jejich použití. Srovnajte gyroskopy založené na rotujícím setrvačnickovém kole a mikroelektrickomechanické systémy.
2. Na základě literárních zdrojů a matematicko-fyzikální analýzy vytvořte matematický model gyroskopu se třemi stupni volnosti, který bude typově odpovídat „3 DOF Gyroscope“ firmy Quanser.
3. Změřte a vyhodnoťte statické a dynamické charakteristiky laboratorního modelu gyroskopu se třemi stupni volnosti („3 DOF Gyroscope“ od firmy Quanser).
4. V prostředí MATLAB/Simulink vytvořte model 3 DOF gyroskopu, který se chováním bude co nejvíce blížit reálné laboratorní soustavě.
5. Navrhněte a simulačně i na reálné soustavě ověřte regulační algoritmy pro laboratorní model 3 DOF Gyroscope.
6. Navrhněte zadání laboratorní úlohy zabývající se modelem „3 DOF Gyroscope“, které bude cíleno na studenty magisterského stupně.

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

1. BAO, Min-Hang. Micro mechanical transducers: pressure sensors, accelerometers, and gyroscopes. Amsterdam: Elsevier, 2000, 1 online zdroj (xiv, 378 pages). Handbook of sensors and actuators. ISBN 9780444505583. Dostupné také z: [http://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpMMTPSAG8/micro\\_mechanical\\_transducers\\_\\_pressure\\_sensors\\_accelerometers\\_and\\_gyroscopes](http://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpMMTPSAG8/micro_mechanical_transducers__pressure_sensors_accelerometers_and_gyroscopes)
2. LAW, Averill M. Simulation modeling and analysis. Fifth edition. New York: McGraw-Hill Education, 2015. McGraw-Hill international editions. ISBN 978-1-259-25438-3.
3. BOBÁL, Vladimír. Identifikace systémů. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2009, 128 s. ISBN 978-80-7318-888-7.
4. Laboratory guide: 3 DOF Gyroscope Experiment for MATLAB Simulink Users. In: Qanser online. cit. 2020-12-02. Dostupné z: <https://quanserinc.box.com/shared/static/cw4dtne2e4fmeuugtkxjj3xixrapihe.zip>
5. MORENO VALENZUELA, Javier, Jorge MONTOYA CHÁIREZ a Víctor SANTIBÁNEZ. Robust trajectory tracking control of an underactuated control moment gyroscope via neural network feedback linearization. Neurocomputing. 2020, 403, 314-324. ISSN 09252312. Dostupné z: doi:10.1016/j.neucom.2020.04.019
6. EMEDI, Zlatko a Alireza KARIMI. Fixed-order Linear Parameter Varying Controller Design for a 2DOF Gyroscope. IFAC-PapersOnLine. 2015, 48(26), 230-235. ISSN 24058963. Dostupné z: doi:10.1016/j.ifacol.2015.11.142

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Petr Chalupa, Ph.D.**  
Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání diplomové práce: **15. ledna 2022**  
Termín odevzdání diplomové práce: **20. května 2022**

**doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D. v.r.**  
děkan



**prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc. v.r.**  
ředitel ústavu

Ve Zlíně dne 15. ledna 2021

### **Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

### **Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně, dne

.....  
podpis studenta

## **ABSTRAKT**

Práce je zaměřena na gyroskop se třemi stupni volnosti od firmy Quanser (<https://www.quanser.com/products/3-dof-gyroscope/>), který je součástí laboratoře reálných modelů FAI. Práce obsahuje stručnou charakteristiku gyroskopů a oblastí jejich použití. Hlavním část diplomové práce je věnována měření charakteristik laboratorního gyroskopu a jejich vyhodnocení. Práce také obsahuje náměty pro laboratorní cvičení na uvedeném gyroskopu.

Klíčová slova:

3 DOF, Gyroskop, Quanser , modelování, identifikace, regulace, řízení v reálném čase

## **ABSTRACT**

The work is focused on a gyroscope with three degrees of freedom from the company Quanser (<https://www.quanser.com/products/3-dof-gyroscope/>), which is part of the FAI real models laboratory. The work contains a brief description of gyroscopes and areas of their use. The main part of the diploma thesis is devoted to the measurement of a laboratory gyroscope and its evaluation. The work also contains ideas for laboratory exercises on the gyroscope.

Keywords:

3 DOF, Gyroscope, Quanser , modeling, regulation, identification, real-time control

Děkuji mému vedoucímu Ing. Petru Chalupovi, Ph.D. za velkou pomoc při řešení diplomové práce.

Prohlašuji, že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>7</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>8</b>
<b>1 GYROSKOP</b> .....	<b>9</b>
1.1    MATEMATICKÝ POPIS .....	10
1.2    OPTICKÉ GYROSKOPY .....	12
<b>2 MEMS TECHNOLOGIE</b> .....	<b>13</b>
2.1    ZÁKLADNÍ FYZIKÁLNÍ JEVY VYUŽÍVAJÍCÍ SE V MEMS.....	13
2.1.1    Coriolisova síla.....	13
2.1.2    Piezoelektrický jev .....	14
2.2    MEMS GYROSKOPY .....	15
2.3    POROVNÁNÍ MEMS GYROSKOPŮ A MECHANICKÉHO GYROSKOPU. ....	16
<b>3 AKCELEROMETRY</b> .....	<b>17</b>
3.1    KAPACITNÍ AKCELEROMETRY .....	17
3.2    PIEZOELEKTRICKÉ AKCELEROMETRY .....	18
<b>4 ENKODÉRY</b> .....	<b>19</b>
4.1    MAGNETICKÉ ENKODÉRY .....	19
4.2    OPTICKÉ ENKODÉRY .....	20
<b>5 ODVOZENÍ MATEMATICKÉHO POPISU PRO 3 DOF GYROSKOP OD FIRMY QUANSER</b> .....	<b>21</b>
5.1    ZJEDNODUŠENÝ MODEL GYROSKOPU .....	26
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>28</b>
<b>6 POPIS MODELU</b> .....	<b>29</b>
6.1    NASTAVENÍ MATLAB / SIMULINK.....	32
<b>7 IDENTIFIKACE MODELU</b> .....	<b>34</b>
7.1    STATICKE CHARAKTERISTIKY.....	35
7.2    DYNAMICKÉ CHARAKTERISTIKY .....	36
7.3    MODEL 3 DOF GYROSKOPU V PROSTŘEDÍ MATLAB/SIMULINK.....	39
<b>8 REGULACE REÁLNÉ SOUSTAVY</b> .....	<b>42</b>
8.1    NÁVRH A OVĚŘENÍ REGULÁTORU PRO DISK.....	42
8.2    NÁVRH REGULÁTORU PRO JEDNOTLIVÉ ARETOVANÉ RÁMY .....	45
8.3    OVĚŘENÍ NAVRŽENÝCH REGULÁTORŮ PRO ARETOVANÉ RÁMY .....	47
8.4    OVĚŘENÍ NAVRŽENÝCH REGULÁTORŮ PRO NEARETOVANÉ RÁMY .....	54
8.5    MODEL VYUŽÍVAJÍCÍ GYROSKOPICKÉHO EFEKTU .....	60
<b>9 NÁVRH LABORATORNÍ ÚLOHY</b> .....	<b>63</b>
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>65</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	<b>66</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....	<b>69</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ</b> .....	<b>70</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH</b> .....	<b>72</b>

## ÚVOD

Předmětem této diplomové práce je analýza chování modelu gyroskopu a následně jeho řízení.

V teoretické části jsou rozebírány různé druhy gyroskopů a jejich princip fungování.

Součástí práce je vytvoření modelu v prostředí MATLAB / Simulink, na kterém si studenti budou moci vyzkoušet chování gyroskopu se třemi stupni volnosti. Výhodou tohoto modelu v prostředí MATLAB / Simulink je to, že nehrozí nebezpečí rozbití reálného modelu při různých experimentech.

Dalším cílem práce je vytvoření matematických modelů pro jednotlivé rámy a disk. Pro tyto matematické modely je navrženo řízení polohy jednotlivých rámů a rychlosti rotace disku. Dále bylo provedeno ověření regulace na reálném modelu.

V dalším kroku je vytvořen matematický popis využívající gyroskopického efektu. Na základě tohoto modelu je navržen regulátor, pro řízení natočení rámu díky gyroskopickému efektu.

Jako poslední je navrženo několik úloh pro reálný model v laboratoři. Tyto úlohy jsou cíleny na studenty studující magisterské studium



## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 GYROSKOP

Obecně lze za gyroskop označit jakékoliv těleso, které má tendenci zachovat svou osu rotace díky momentu setrvačnosti. Toto je nazýváno gyroskopickým efektem. Díky tomuto jevu je tak gyroskop schopen určit svou orientaci v prostoru. Gyroskopický efekt se zvyšuje s otáčkami a s větším momentem setrvačnosti. Na moment setrvačnosti má vliv rozložení hmoty kolem osy rotace tělesa. Čím více hmoty je soustředěno dál od osy rotace, tím je větší moment setrvačnosti. Díky gyroskopickému efektu je, například pro cyklistu, snazší se udržet na kole, když je v pohybu, než když stojí.

Gyroskop je využíván také v letadlech. Zde je rotující setrvačnický uložen v Cardanových závěsech. Tím získá 3 stupně volnosti reagující na momenty sil. Setrvačnický je před odletem kolmo k zemskému povrchu. Když letadlo změní svou polohu dojde ke změně natočení kardanova uložení, kdežto rotující hmota si udržuje svou pozici. Odečtem rozdílu pootočení kardanova uložení lze určit orientaci letadla vůči zemského povrchu.

Gyroskopy jsou taky využívány pro řízení orientace vesmírných těles s dlouhou životností jako jsou například Hubbleův teleskop nebo teleskop Jamese Webba. Tyto teleskopy jsou vybaveny čtyřmi a více silovými gyroskopy. Řízením momentů těchto gyroskopů je pak možné měnit orientaci daného objektu.[12]

Například vesmírná stanice ISS s odhadovanou hmotností 450 t, je řízena čtyřmi rotory. Každý z těchto rotorů váží 100 kg a otáčí se rychlostí až 6600 ot/min. Tento způsob řízení orientace se nazývá CMG (Control Moment Gyroscope). Výhoda tohoto systému od reakčního systému je ta, že se nespotřebovává žádná pohonná látka. Je zde potřeba pouze elektrická energie ze solárních panelů pro pohon gyroskopů. Další výhodou je i vyšší přesnost řízení polohy. [13]

## 1.1 Matematický popis

Pro to, abychom mohli modelovat gyroskopický jev, musíme nejprve provést analýzu rotujícího tělesa.

Jako první si musíme určit moment hybnosti. Pro určení jeho orientace použijeme pravidlo pravé ruky. Položíme-li pravou ruku tak, aby se prsty pravé ruky stáčely ve směru rotace, pak vztyčený palec ukazuje směr momentu hybnosti  $\vec{L}$  (1).

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I \cdot \vec{\omega} \quad [kgm^2s^{-1}] \quad (1)$$

Kde  $I$ -je matice setrvačnosti,  $\vec{\omega}$ - je úhlová rychlost otáčení,  $\vec{r}$ -je polohový vektor  $\vec{p}$ -je vektor hybnosti.

Točivý moment síly  $\vec{\tau}$ :

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad [N \cdot m] \quad (2)$$

Kde  $\vec{F}$  je síla působící v bodě určeném polohovým vektorem  $\vec{r}$ .

Nyní uvažujme rotující těleso, které budeme chtít otáčet kolem různých os. Gyroskop, který zobrazuje (Obrázek 1), se otáčí okolo osy  $y$ . Výpočtem můžeme zjistit, že moment hybnosti tohoto gyroskopu je v ose  $y$ . Budeme-li chtít otočit takovýmto tělesem okolo osy  $x$ , budeme muset působit na těleso dvojicí sil  $F$  a  $-F$ , rovnoběžné s osou  $x$ . Působením této dvojice sil dojde k otočení rotujícího tělesa okolo osy  $x$ . O tomto jevu mluví druhá věta impulsová.

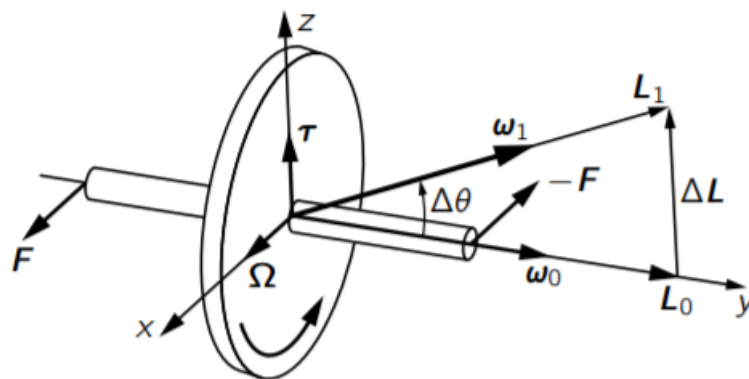
Druhá věta impulsová říká, že změna momentu hybnosti setrvačnicku je rovna momentu síly působící na setrvačnick. Jestliže tedy zanedbáme zpomalení rotace setrvačnicku, zůstává jeho moment hybnosti stejný. Z toho plyne [22] :

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = L \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \tau \quad (3)$$

Kde:  $\Delta \theta$  je změna úhlu osy rotace.

Tento jev se nazývá precese a můžeme ho pozorovat například u roztočeného setrvačníku, kdy osa otáčení setrvačníku opisuje plášť kužele. Také Země vykonává precesi, kdy jednou za 25 700 let (platónský rok) opíše jedenkrát povrch precesního kužele. Nyní zemská osa směřuje přibližně ke hvězdě Polárce. Přibližně za 12 000 let se však sever bude určovat podle hvězdy Vega.

Pokud budeme pohyb setrvačníku studovat důkladněji, můžeme si všimnout drobných odchylek od trajektorie dané precesním pohybem. Tomuto jevu se říká nutace a vzniká časově proměnným momentem síly [3].



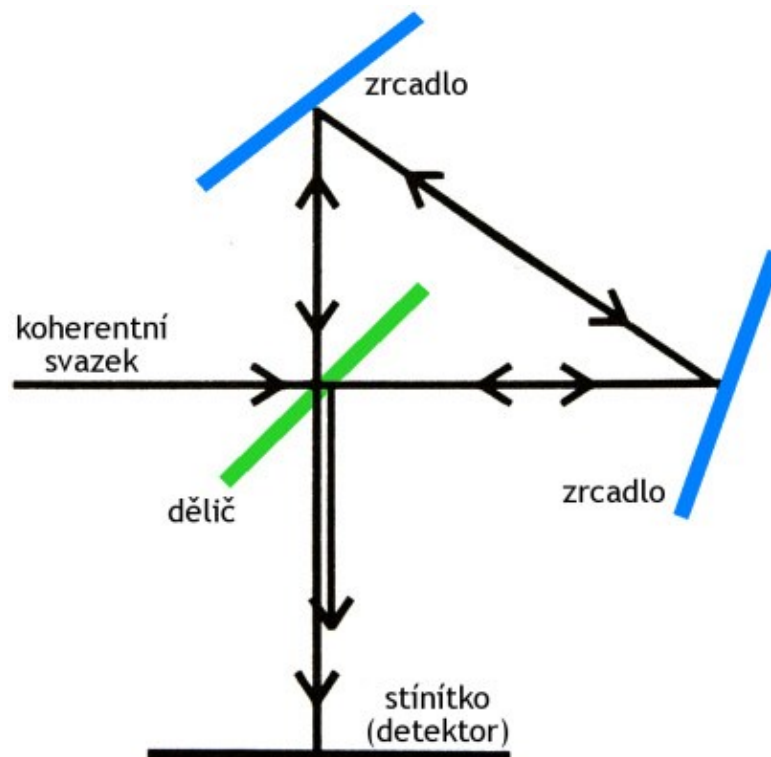
Obrázek 1 Gyroskop [1]

## 1.2 Optické gyroskopy

Optický gyroskop využívá principu Sagnacova interferometru [8] (Obrázek 2), kde se světlo rozdělí na dva stejné paprsky, průchodem přes dělič. Tyto paprsky se šíří po uzavřené dráze proti sobě. Pokud je celá soustava v klidu, tak nedojde k fázovému posunu. Pokud však soustava rotuje okolo osy kolmé na plochu dráhy paprsků, tak díky relativistickému skládání rychlostí bude rychlost paprsků různá. To způsobí fázový posun. Díky tomu lze vypočítat rychlost úhlového otáčení soustavy.

Optický gyroskop má několik výhod oproti mechanickému. Mezi tyto výhody patří např. vyšší životnost, odolnost vůči vibracím, zrychlení a změnám teploty. Další výhodou je menší čas potřebný pro uvedení do provozu a vyšší spolehlivost. Díky své nízké hmotnosti, oproti mechanickému gyroskopu, a velké citlivosti (jsou schopny měřit i jeden stupeň za hodinu) jsou využívány často v kosmické, raketové a satelitní technice. Tyto gyroskopy jsou i na palubě velkých lodí, kde stabilizují satelitní anténu pro zajištění satelitní komunikace i na rozbouření moří.

[8]



Obrázek 2 Sagnacův interferometr [8]

## 2 MEMS TECHNOLOGIE

Gyroskopické senzory jsou dnes již použité i ve velmi malých zařízeních. Zde však nejsou mechanické gyroskopy, ale jsou zde použity gyroskopy vyrobené pomocí MEMS technologie. Technologie MEMS se stále častěji vyskytuje uvnitř integrovaných obvodů. S touto technologií se můžeme setkat například v chytrých telefonech, v automobilech, v letectví ale i například v herních ovladačích. MEMS je zkratka z anglického slova „Micro-Electro-Mechanical System“ označující integrované mechanické elementy, senzory, akční členy, řídicí a vyhodnocovací elektroniku na jednom křemíkovém substrátu. Tyto elementy jsou vyráběny prostřednictvím různých výrobních technologií. Elektronické části jsou vyráběny technologií CMOS, zatímco mikromechanické prvky jsou zhotovovány prostřednictvím selektivního leptání nebo přidávání nových vrstev. Výhoda MEMS spočívá v integraci mechanických i elektronických prvků na substrátu. Tímto se snižují výrobní náklady, díky snížení počtu potřebných kroků při výrobě. Dalším přínosem je taky miniaturizace výrobku.

[5]

### 2.1 Základní fyzikální jevy využívající se v MEMS

Dnešní MEMS gyroskopy jsou integrované společně s akcelerometry. Tyto integrované obvody pracují na principu Coriolisovy síly.

#### 2.1.1 Coriolisova síla

Coriolisova síla je zdánlivá síla (nekoná práci) působící na těleso, které se pohybuje v rotující neinerciální vztažné soustavě tak, že se mění jeho vzdálenost od osy otáčení. Tato síla je kolmá na spojnicí těleso-osa otáčení a způsobí stáčení tělesa proti směru otáčení. Tuto sílu lze vypočítat vektorovým součinem úhlové rychlosti  $\vec{\omega}$  a rychlosti  $\vec{v}$ , kterou se těleso pohybuje vzhledem k rotující soustavě.

$$\vec{F}_c = 2m\vec{v} \times \vec{\omega} \quad (4)$$

### 2.1.2 Piezoelektrický jev

Při mechanické deformaci středově nesymetrického krystalu se na jeho plochách objevuje elektrický náboj. Této vlastnosti se říká piezoelektrický jev. Nejznámější látkou, u níž se piezoelektrický jev vyskytuje, je monokrystalický křemen. Snímáním tohoto náboje lze pak vyhodnotit deformaci a z ní sílu působící na snímač. Tohoto jevu se pak využívá například v piezoelektrických mikrofonech, při snímání deformace krystalu u akcelerometrů, u gramofonových přenosek nebo třeba u zapalovačů.

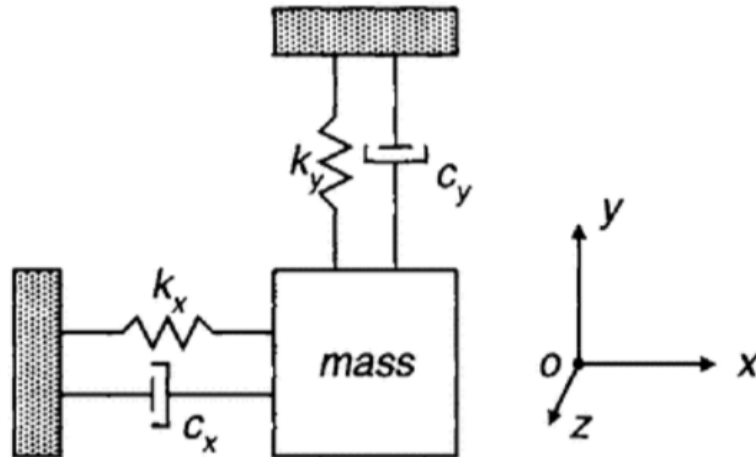
U opačného piezoelektrického jevu dojde při přiložení napětí na krystal k jeho deformaci. Tento jev se nazývá elektrostrikcí. V praxi lze tohoto jevu využít například jako akční členy pro jemné pohyby např. posun čoček objektivu fotoaparátu. Velmi časté je taky použití piezoelektrického reproduktoru pro reprodukci středních, zvláště pak vysokých frekvencí. Tento typ reproduktoru využívají například digitální budíky, poplašné sirény nebo na základní desky počítačů.

Kombinace obou jevů, přímého (piezoelektrický) i nepřímého (elektrostrikcce), se využívá v sonarech. Ten můžeme najít například ve zdravotnictví, v parkovacích senzorech auta, nebo u ponorek.

Dále se tohoto jevu využívá ke generování rezonanční frekvence. Přiložíme-li střídavé napětí na tenkou destičku krystalu, destička se rozkmitá. Kmity budou nejsilnější při rezonanční frekvenci. To se pak projeví na elektrických vlastnostech krystalu [7].

## 2.2 MEMS gyroskopy

Zjednodušený model mikromechanického gyroskopu zobrazuje (Obrázek 3). Systém umožňuje vibrace ve dvou ortogonálních osách.



Obrázek 3 jednoduchý model vibračního gyroskopu [6]

V ose  $X$  je vyvolávána vibrace s úhlovou frekvencí  $\omega_d$ . Popis pohybu v ose  $X$  je:

$$x = A_d \sin \omega_d t \quad (5)$$

kde  $A_d$  je amplituda řízené vibrace

$\omega_d$  je frekvence kmitání hmoty v ose  $x$ .

Pokud tedy systém bude rotovat o kolo osy  $Z$  s úhlovou rychlostí  $\Omega$ , Coriolisova síla působící ve směru osy  $Y$  bude:

$$F_c = 2m \dot{x} \Omega \quad (6)$$

Dosažením do rovnice (6) za  $\dot{x}$  rovnici (5), dostaneme následující vztah:

$$F_c = 2mA_d\omega_d\Omega \cos \omega_d t \quad (7)$$

Diferenciální rovnice pro pohyb hmoty v ose  $Y$  je:

$$m\ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = 2mA_d\Omega\omega_d \sin\left(\omega_d t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (8)$$

kde  $c_y$  je tření v ose  $y$

$k_y$  je tuhost pružiny v ose  $y$



Posunutí ve směru  $y$  je dán vztahem ( 9 ) :

$$y = A_y \sin \left( \omega_d t + \frac{\pi}{2} - \varphi \right) = A_y \cos(\omega_d t - \varphi) \quad (9)$$

Amplituda kmitů v ose  $y$  je dána vztahem ( 10):

$$A_y = \frac{2A_d \omega_d \Omega}{\omega_y^2 \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_d^2}{\omega_y^2}\right)^2 + 4\xi_y^2 \frac{\omega_d^2}{\omega_y^2}}} \quad (10)$$

Kde :  $\xi_y = \frac{c_y}{2m\omega_y}$  je tlumicí faktor.

Dále pak úhel natočení lze vypočítat:  $\varphi = \tan^{-1} \frac{2\xi_y \omega_d \omega_y}{\omega_y^2 - \omega_d^2}$  [6]

Pro malé tlumení  $\xi_y$  lze amplitudu v ose  $y$  vypočítat ze vztahu ( 11) :

$$A_y = \frac{2A_d \omega_d \Omega}{\omega_y^2 \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_d^2}{\omega_y^2}\right)^2 + \frac{1}{Q_y^2} \frac{\omega_d^2}{\omega_y^2}}} \quad (11)$$

Kde  $Q_y = \frac{1}{2\xi_y}$  je faktor kvality snímání

Pro  $\omega_d$  která se rovná  $\omega_y$  je dána amplituda vztahem ( 12) :

$$A_y = \frac{2A_d \Omega Q_y}{\omega_y} \quad (12)$$

[6]

### 2.3 Porovnání MEMS gyroskopů a mechanického gyroskopu.

Při výrobě mechanických gyroskopů je nutné dbát na přesnou výrobu jednotlivých součástí. Dále je taky potřeba tuto přesnost dodržet i při jejich kompletování. Tyto aspekty tak prodražují finální zařízení.

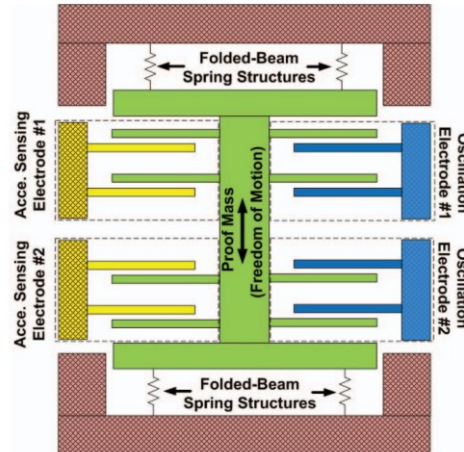
Proto byl vyvinut MEMS gyroskop. Po technologické stránce je mnohem jednodušší než mechanický gyroskop. Proto je i mnohem levnější. Další výhody plynou z jeho možné miniaturizace a možnosti integrování do jednoho čipu společně s akcelerometry. Je taky přesnější než mechanický gyroskop.

### 3 AKCELEROMETRY

Pro jednoznačné určení polohy tělesa je zapotřebí znát nejen rotaci ale i jeho posunutí. Akcelerometry jsou často používány společně s gyroskopy, které jsou společně integrovány na jednom čipu. Akcelerometr je zařízení, pomocí něhož lze měřit zrychlení v daném směru. Princip akcelerometru spočívá v měření posuvu hmoty. Pokud se však akcelerometr nepohybuje, změří gravitační zrychlení. Pro měření můžeme použít dva principy.

#### 3.1 Kapacitní akcelerometry

První je princip kapacitního snímání (Obrázek 4). Senzor je tvořen závažím, které je uchyceno k pevnému rámu pomocí pružných elementů. K tomuto závaží je upevněna jedna deska kondenzátoru. Druhá deska kondenzátoru je uchycena v pevném rámu. Pohybem hmoty se pak mění vzdálenost mezi deskami a tím dojde ke změně kapacity kondenzátoru. Kapacitní akcelerometry vytvořené technologií MEMS se používají především v mobilních přístrojích a jiné spotřební elektronice. Předností tohoto provedení je to, že celý senzor lze implementovat na plošný spoj. Tento druh senzoru je levnější na výrobu, ale je méně přesný.

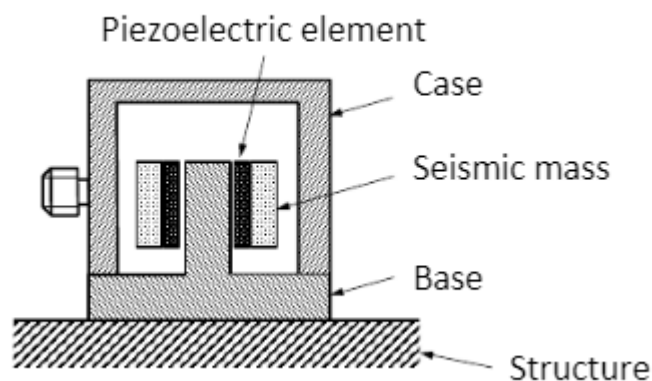


Obrázek 4 schématické zobrazení kapacitního akcelerometru [10]

### 3.2 Piezoelektrické akcelerometry

Druhý princip využívá piezoelektrického jevu. Vlivem působící síly na seismickou hmotu dochází k deformaci piezoelektrického prvku. Při jeho deformaci dochází ke generování elektrického náboje na plochách krystalu. Tento náboj je pak zesílen a upraven pro další zpracování. Tento typ snímače je hojně používán v průmyslu, pro měření a diagnostiku vibračních strojů. Pro svou velikou přesnost ovšem je použitelný i jako velmi přesný seismograf nebo senzor při destruktivních testech. Schéma snímače zobrazuje (Obrázek 5).

Na obdobném principu jako piezoelektrický snímač pak pracuje piezorezistivní akcelerometr. Rozdíl je jen v jevu, ke kterému dochází při deformaci krystalu. Piezorezistivní akcelerometr mění svůj odpor při deformaci. Změna odporu se následně převádí na elektrický signál. Výhodou tohoto senzoru je možnost měření pomalu se měnících signálů. Tato vlastnost se využívá především v inerciálních systémech navigace pro výpočet rychlosti a změny polohy senzoru. [11]



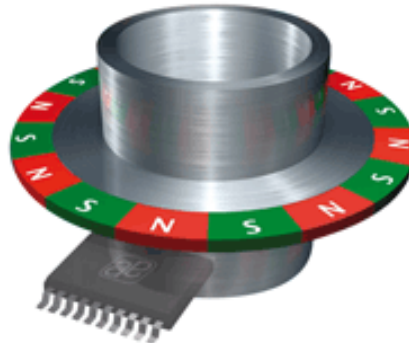
Obrázek 5 piezoelektrický akcelerometr [11]

## 4 ENKODÉRY

Enkodér slouží ke snímání polohy. Podle snímaného pohybu můžeme enkodéry dělit na dva druhy, a to na lineární enkodéry a rotační. Dále můžeme enkodéry rozdělit podle principu na optické, magnetické a mechanické.

### 4.1 Magnetické enkodéry

Rotační enkodér, který využívá magnetického jevu, je tvořen kolem, na jehož obvodu se střídá severní a jižní magnetický pól, jak znázorňuje (Obrázek 6). Samotný senzor je pak tvořen dvěma Hallovými sondami, pro určení směru rotace. Prstenec je pak spojen hřídelí s rotujícím zařízením. Otáčení hřídele generuje impulsy na výstupu senzoru. Podle počtu impulzů lze pak vypočítat o kolik stupňů se prstenec otočil. Inkrementální provedení senzoru poskytuje informaci o relativním otočení, tedy o směru otáčení a změně úhlu (počet impulzů) z výchozí pozice. Pro snímání absolutní polohy je nutno použít složitější typ a použití více snímačů a více magnetických prstenců. Zde má pak každá poloha svou vlastní kombinaci snímaných hodnot.

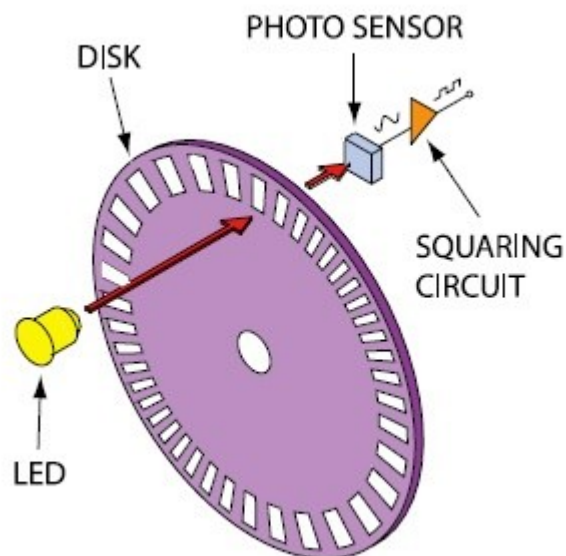


Obrázek 6 magnetický rotační enkodér s Hallovými sondami [9]

## 4.2 Optické enkodéry

Optický rotační enkodér pracuje na obdobném principu. Zde je rotující kolo tvořeno prstencem s průhlednými okénky. Ke snímání pohybu je potřeba světelný zdroj (nejčastěji LED dioda) a snímač světelného paprsku (nejčastěji fototranzistor nebo fotodioda). Světelný zdroj je umístěn z jedné strany rotujícího kola. Naproti němu je snímač světelného paprsku. Při otáčení kola dojde ke střídavému propuštění světla přes průhledné okénka disku. Tím se vytvoří impulsy na snímači světelného paprsku. Optické enkodéry mají větší počet impulsů na jedno otočení a jsou levnější. Jsou však méně mechanicky odolné než magnetické.

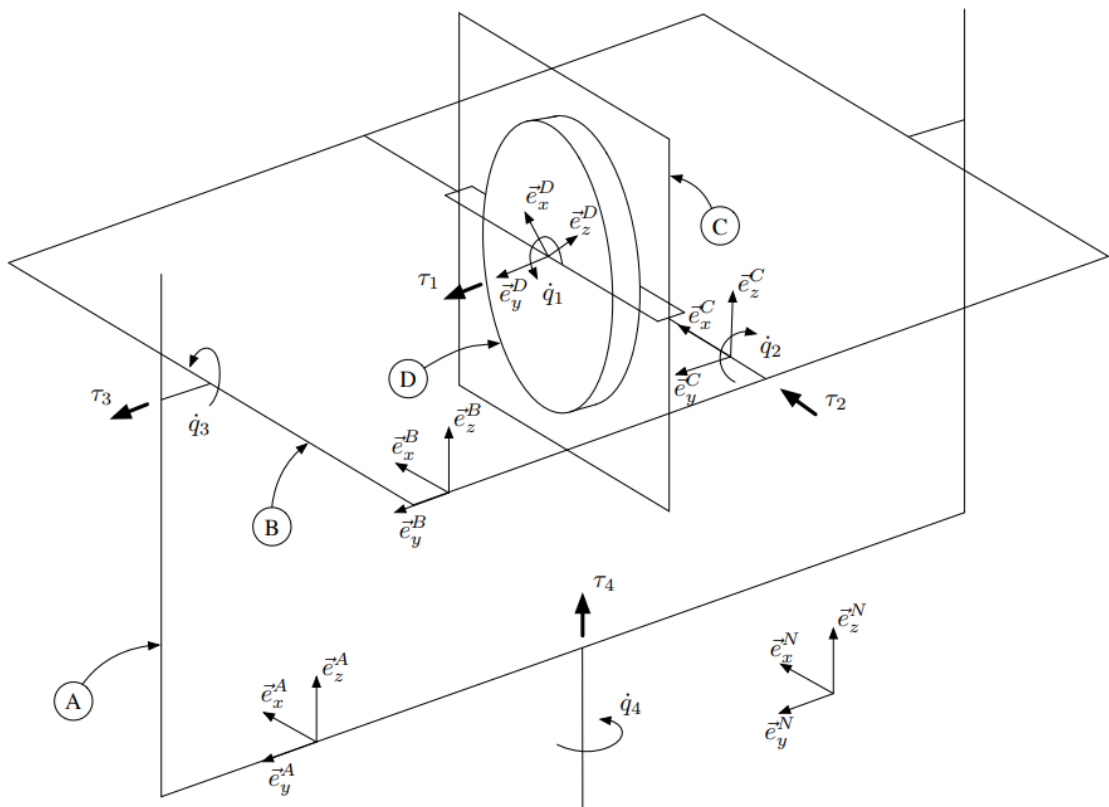
Lineární enkodéry se liší oproti rotačním enkodérům, tím že jejich snímaná část není tvořena kružnicí ale přímkou. Lineární enkodér můžeme najít například v některých inkoustových tiskárnách ke se snímání polohy tiskové hlavy.[21][20]



Obrázek 7 Princip rotačního optického enkodéru [21]

## 5 ODVOZENÍ MATEMATICKÉHO POPISU PRO 3 DOF GYROSKOP OD FIRMY QUANSER

Uvažujme systém se 3 stupni volnosti, zobrazený na (Obrázek 8). Tento systém obsahuje 3 rámy (A, B, C) a disk (D). Úhly rotací jsou označeny  $q$ . Kde  $q_1$  určuje úhel disku D vůči rámu C,  $q_2$  úhel rámu C vůči rámu B,  $q_3$  úhel rámu B vůči rámu A a  $q_4$  úhel rámu A vůči referenčnímu rámu N. Referenční rám je označen jako N a je pevně spojen s pevnou konstrukcí celého modelu.



Obrázek 8 Geometrický popis nastavení 3 DOF gyroskopu [2]

Pro zjednodušení je zanedbán vliv gravitace a tření. Uvažuje se tedy pouze rotační pohyb těles. Pro disk uvažujme matici setrvačnosti jako diagonální matici (13).

$$I_{DD} = \begin{pmatrix} IDD_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & IDD_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & IDD_{3,3} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Pro jednotlivé rámy byly však uvažovány všechny prvky matice setrvačnosti ( 14). Matice setrvačnosti je vždy symetrická.

$$\begin{aligned}
 I_{CC} &= \begin{pmatrix} ICC_{1,1} & ICC_{1,2} & ICC_{1,3} \\ ICC_{1,2} & ICC_{2,2} & ICC_{2,3} \\ ICC_{1,3} & ICC_{2,3} & ICC_{3,3} \end{pmatrix} \\
 I_{BB} &= \begin{pmatrix} IBB_{1,1} & IBB_{1,2} & IBB_{1,3} \\ IBB_{1,2} & IBB_{2,2} & IBB_{2,3} \\ IBB_{1,3} & IBB_{2,3} & IBB_{3,3} \end{pmatrix} \\
 I_{AA} &= \begin{pmatrix} IAA_{1,1} & IAA_{1,2} & IAA_{1,3} \\ IAA_{1,2} & IAA_{2,2} & IAA_{2,3} \\ IAA_{1,3} & IAA_{2,3} & IAA_{3,3} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Dále byly definovány matice rotace kolem jednotlivých os.

$$R_X(q_j) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(q_j) & -\sin(q_j) \\ 0 & \sin(q_j) & \cos(q_j) \end{pmatrix} \tag{15}$$

$$R_Y(q_j) = \begin{pmatrix} \cos(q_j) & 0 & \sin(q_j) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(q_j) & 0 & \cos(q_j) \end{pmatrix} \tag{16}$$

$$R_Z(q_j) = \begin{pmatrix} \cos(q_j) & -\sin(q_j) & 0 \\ \sin(q_j) & \cos(q_j) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{17}$$

Transformace souřadnic z inerciální soustavy  $j$  do  $i$  lze sestavit pomocí rotačních matic.

Rozdíl mezi konfigurací zobrazující (Obrázek 8) a reálným modelem od firmy Quanser je v pootočení rámu C v kladném směru o  $90^\circ$ . Kladný směr otáčení pro každý rám je definován jako:

$q_1$  je úhel rotace kolem  $\vec{e}_Z^D$  vůči rámu C.

$q_2$  je úhel rotace kolem  $\vec{e}_X^C$  vůči rámu B

$q_3$  je úhel rotace kolem  $\vec{e}_Y^B$  vůči rámu A

$q_4$  je úhel rotace kolem  $\vec{e}_Z^A$  vůči rámu N

Po té budou matice rotace pro přepočítání souřadnic následující:

$$R_A^N = R_Z(q_4), R_B^A = R_Y(q_3), R_C^B = R_X(q_2), R_D^C = R_Z(q_1) \quad (18)$$

Pomocí těchto rotačních matic lze například popsat otáčení mezi referenčním rámem N a diskem D jako:

$$R_D^N = R_A^N R_B^A R_C^B R_D^C$$

Dále byly definovány jednotkové vektory:

$$\vec{e}_X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{e}_Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{e}_Z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Pomocí rotačních matic lze přepočítat relativní úhlovou rychlost na úhlovou rychlost vůči referenčnímu rámu.

$$\omega_{A,B}^N = R_A^N \vec{e}_Y \dot{q}_3 = Y_A^N \dot{q}_3 \quad (19)$$

Kde  $Y_A^N$  je jednotkový vektor ve směru  $y$  rámu  $A$  pozorovaného z referenčního rámu  $N$ .

Relativní rychlost jednotlivých rámu pozorovaného z referenčního rámu se rovná součtu jednotlivých rychlostí v každém rámu.

$$\omega_{N,A}^N = [0 \ 0 \ 0 \ Z_N^N] \dot{q}$$

$$\omega_{N,B}^N = [0 \ 0 \ Y_A^N \ Z_N^N] \dot{q}$$

$$\omega_{N,C}^N = [0 \ X_B^N \ Y_A^N \ Z_N^N] \dot{q}$$

$$\omega_{N,D}^N = [Z_C^N \ X_B^N \ Y_A^N \ Z_N^N] \dot{q}$$

Kde:  $\dot{q} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3 \ \dot{q}_4]^T$

$$Z_N^N = \vec{e}_Z, \quad Y_A^N = R_A^N \vec{e}_Y,$$

$$X_B^N = R_B^N \vec{e}_X, \quad Z_C^N = R_C^N \vec{e}_Z$$



$$J_{N,A}^N = [0 \ 0 \ 0 \ Z_N^N]$$

$$J_{N,B}^N = [0 \ 0 \ Y_A^N \ Z_N^N]$$

$$J_{N,C}^N = [0 \ X_B^N \ Y_A^N \ Z_N^N]$$

$$J_{N,D}^N = [Z_C^N \ X_B^N \ Y_A^N \ Z_N^N]$$

Tenzor setrvačnosti je pak:

$$\begin{aligned} T(q, \dot{q}) = & \frac{1}{2} \left( (\dot{q}^T \cdot J_{N,A}^N \cdot R_A^N \cdot I_{AA} \cdot (R_A^N)^T \cdot J_{N,A}^N \cdot \dot{q}) \right. \\ & + (\dot{q}^T \cdot J_{N,B}^N \cdot R_B^N \cdot I_{BB} \cdot (R_B^N)^T \cdot J_{N,B}^N \cdot \dot{q}) \\ & + (\dot{q}^T \cdot J_{N,C}^N \cdot R_C^N \cdot I_{CC} \cdot (R_C^N)^T \cdot J_{N,C}^N \cdot \dot{q}) \\ & \left. + (\dot{q}^T \cdot J_{N,D}^N \cdot R_D^N \cdot I_{DD} \cdot (R_D^N)^T \cdot J_{N,D}^N \cdot \dot{q}) \right) \end{aligned}$$

Protože vliv gravitace je zanedbán a tření se nebere v úvahu, neexistuje zde žádná potenciální energie. V důsledku toho se Lagrangián rovná kinetické energii.

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q})$$

Pohybové rovnice v zobecněných souřadnicích  $q$  jsou odvozeny pomocí Euler-Lagrangeovy rovnice:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i \quad (20)$$

Pomocí symbolické matematiky v programu Matlab byly rovnice vyřešeny pro jednotlivé  $\tau$ . Z důvodů jejich délky budou uvedeny v příloze. Zde však je uveden příklad pohybové rovnice pro disk.

[2]

$$\begin{aligned}
\tau_1 = & \text{IDD}_{3,3} d2q_1 + \frac{\text{IDD}_{1,1} dq_2^2 \sigma_1}{2} + \frac{\text{IDD}_{1,1} dq_4^2 \sigma_1}{2} - \frac{\text{IDD}_{2,2} dq_2^2 \sigma_1}{2} - \frac{\text{IDD}_{2,2} dq_4^2 \sigma_1}{2} \\
& - \text{IDD}_{3,3} d2q_3 \sin(q_2(t)) + \text{IDD}_{3,3} d2q_4 \cos(q_2(t)) \cos(q_3(t)) \\
& - \text{IDD}_{3,3} dq_2 dq_3 \cos(q_2(t)) - \frac{\text{IDD}_{1,1} dq_3^2 \sigma_4 \sigma_1}{2} - \text{IDD}_{1,1} dq_4^2 \sigma_3 \sigma_1 \\
& + \frac{\text{IDD}_{2,2} dq_3^2 \sigma_4 \sigma_1}{2} + \text{IDD}_{2,2} dq_4^2 \sigma_3 \sigma_1 \\
& - \text{IDD}_{3,3} dq_2 dq_4 \cos(q_3(t)) \sin(q_2(t)) \\
& - \text{IDD}_{3,3} dq_3 dq_4 \cos(q_2(t)) \sin(q_3(t)) - \text{IDD}_{1,1} dq_2 dq_3 \cos(q_2(t)) \sigma_2 \\
& + \text{IDD}_{2,2} dq_2 dq_3 \cos(q_2(t)) \sigma_2 + \frac{\text{IDD}_{1,1} dq_4^2 \sigma_4 \sigma_3 \sigma_1}{2} \\
& - \frac{\text{IDD}_{2,2} dq_4^2 \sigma_4 \sigma_3 \sigma_1}{2} - \text{IDD}_{1,1} dq_2 dq_4 \sin(q_3(t)) \sigma_1 \\
& + \text{IDD}_{2,2} dq_2 dq_4 \sin(q_3(t)) \sigma_1 \\
& + \text{IDD}_{1,1} dq_4^2 \cos(q_3(t)) \sin(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \sigma_2 \\
& - \text{IDD}_{2,2} dq_4^2 \cos(q_3(t)) \sin(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \sigma_2 \\
& - \text{IDD}_{1,1} dq_2 dq_4 \cos(q_3(t)) \sin(q_2(t)) \sigma_2 \\
& + \text{IDD}_{1,1} dq_3 dq_4 \cos(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \sigma_2 \\
& + \text{IDD}_{2,2} dq_2 dq_4 \cos(q_3(t)) \sin(q_2(t)) \sigma_2 \\
& - \text{IDD}_{2,2} dq_3 dq_4 \cos(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \sigma_2 \\
& - \text{IDD}_{1,1} dq_3 dq_4 \cos(q_2(t)) \cos(q_3(t)) \sin(q_2(t)) \sigma_1 \\
& + \text{IDD}_{2,2} dq_3 dq_4 \cos(q_2(t)) \cos(q_3(t)) \sin(q_2(t)) \sigma_1
\end{aligned}$$

kde:

$$\sigma_1 = \sin(q_1(t))$$

$$\sigma_2 = \cos(2q_1(t))$$

$$\sigma_3 = \cos^2(q_3(t))$$

$$\sigma_4 = \cos^2(q_2(t))$$

## 5.1 Zjednodušený model gyroskopu

Protože model popsany v předchozí kapitole je složitý, byl převzat jiný matematický model vytvořený přímo výrobcem reálné soustavy gyroskopu. Pro tento model muselo být provedeno několik zjednodušení, například tím, že šedý rám byl aretován a otáčky disku byly brány jako konstantní. Linearizovaný model popisující chování gyroskopu tedy je [4] :

$$J_C \cdot \frac{d\omega_C}{dt} + J_D \cdot \omega_D \cdot \omega_B + b_C \cdot \omega_C = \tau_C \quad (21)$$

$$J_B \cdot \frac{d\omega_B}{dt} - J_D \cdot \omega_D \cdot \omega_C + b_B \cdot \omega_B = \tau_B \quad (22)$$

Vyjádřením změn rychlosti otáčení rámu B a C jsou následující:

$$\frac{d\omega_C}{dt} = \frac{\tau_C - J_D \cdot \omega_D \cdot \omega_B - b_C \cdot \omega_C}{J_C} \quad (23)$$

$$\frac{d\omega_B}{dt} = \frac{\tau_B + J_D \cdot \omega_D \cdot \omega_C - b_B \cdot \omega_B}{J_B} \quad (24)$$

Z uvedených rovnic byl vytvořen stavový popis modelu:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{b_C}{J_C} & \frac{J_D \cdot \omega_D}{J_C} \\ -\frac{J_D \cdot \omega_D}{J_B} & -\frac{b_B}{J_B} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_B} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_S = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D$$

$$G_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{b_C}{J_C} & \frac{J_D \cdot \omega_D}{J_C} \\ -\frac{J_D \cdot \omega_D}{J_B} & -\frac{b_B}{J_B} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{J_C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$G_S$

$$= \begin{bmatrix} \frac{J_B s + b_B}{J_B J_C s^2 + (J_C b_B + J_B b_C) s + (b_B b_C + J_D^2 \omega_D^2)} & \frac{-J_D \omega_D}{J_B J_C s^2 + (J_C b_B + J_B b_C) s + (b_B b_C + J_D^2 \omega_D^2)} \\ \frac{J_D \omega_D}{J_B J_C s^2 + (J_C b_B + J_B b_C) s + (b_B b_C + J_D^2 \omega_D^2)} & \frac{J_C s + b_C}{J_B J_C s^2 + (J_C b_B + J_B b_C) s + (b_B b_C + J_D^2 \omega_D^2)} \end{bmatrix}$$

pro  $u = \tau_C$  a  $y = \omega_C$ :

$$G_s = \frac{J_B s + b_B}{J_B J_C s^2 + (J_C b_B + J_B b_C) s + (b_B b_C + J_D^2 \omega_D^2)} \quad (25)$$

pro  $u = \tau_C$  a  $y = \omega_B$ :

$$G_s = \frac{-J_D \omega_D}{J_B J_C s^2 + (J_C b_B + J_B b_C) s + (b_B b_C + J_D^2 \omega_D^2)} \quad (26)$$

pro  $u = \tau_B$  a  $y = \omega_C$ :

$$G_s = \frac{J_D \omega_D}{J_B J_C s^2 + (J_C b_B + J_B b_C) s + (b_B b_C + J_D^2 \omega_D^2)} \quad (27)$$

pro  $u = \tau_B$  a  $y = \omega_B$ :

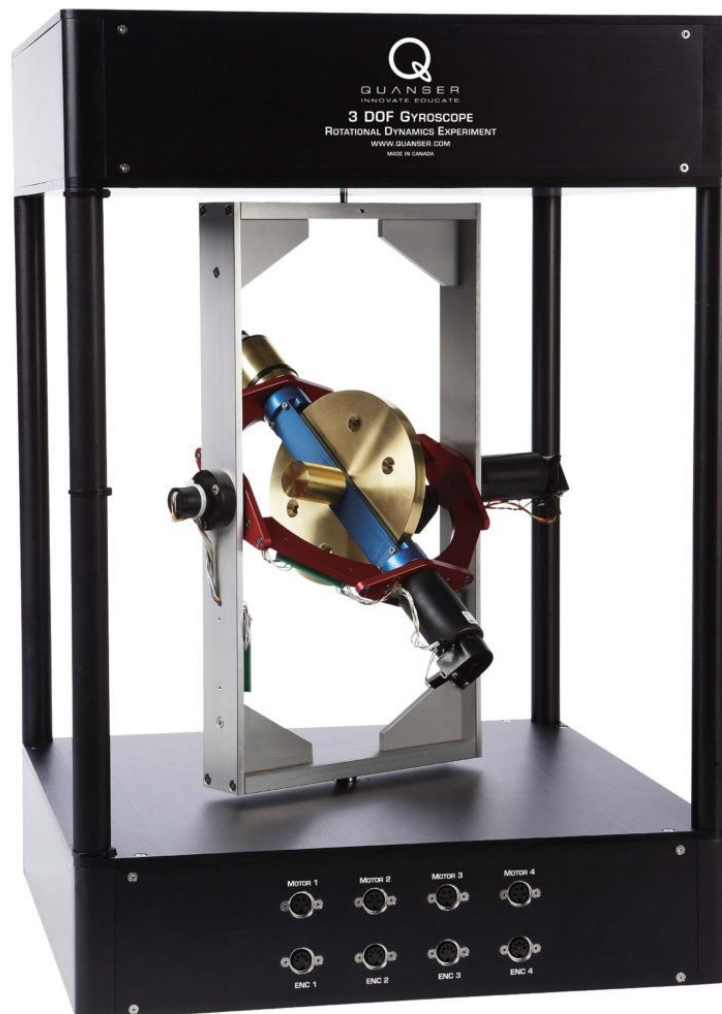
$$G_s = \frac{J_C s + b_C}{J_B J_C s^2 + (J_C b_B + J_B b_C) s + (b_B b_C + J_D^2 \omega_D^2)} \quad (28)$$

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 6 POPIS MODELU

Reálný model je od kanadské firmy Quanser.

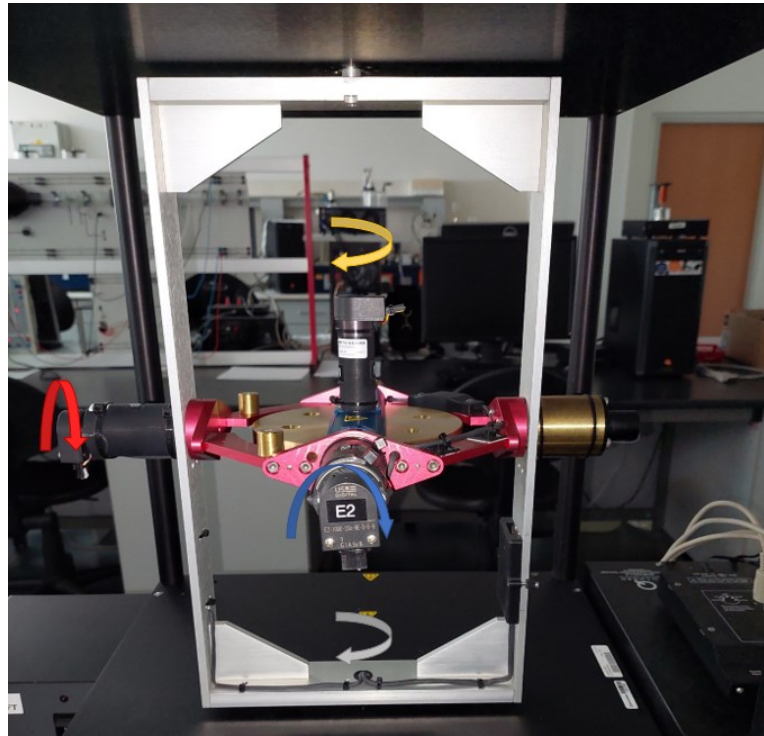
Model gyroskopu (Obrázek 9) se skládá ze tří rámu a jednoho rotujícího disku. Disk modelu je uložen v modrém rámu. Modrý rám je pak uložen v červeném rámu a červený rám je uložen v šedém rámu. Šedý rám je uložen v nehybné černé konstrukci. Takto uloženým ráům se říká kardanův závěs. Všemi třemi rámy je možné libovolně otáčet pomocí motorů. Dále je model vybaven inkrementálními enkodéry pro snímání natočení rámu a rychlosti otáčení disku. Dále je možné model zafixovat v jednotlivých rámech pomocí aretačních šroubů. Tímto způsobem lze modelu odebrat stupně volnosti.



Obrázek 9 Reálný model 3DOF gyroskopu [14]

Z inkrementálních enkodérů nelze ovšem vyčíst absolutní polohu gyroskopu. Z těchto důvodů je nutné začínat z předem dané pozice (Obrázek 10). Absolutní polohu můžeme získat přičítáním inkrementů k výchozí pozici.

Na modelu se taky nachází závaží, pomocí kterých je možné do určité míry kompenzovat nevyváženost červeného a modrého rámu.



Obrázek 10 Zobrazení výchozí pozice a naznačení kladného směru otáčení

Napájení motorů modelu probíhá z lineárního proudového zesilovače AMPAQ-L4 (Obrázek 11), který napájí motory  $\pm 24$  V s maximálním trvalým proudem 2.5 A na kanál. Maximální rozsah vstupního napětí je  $\pm 10$  V.



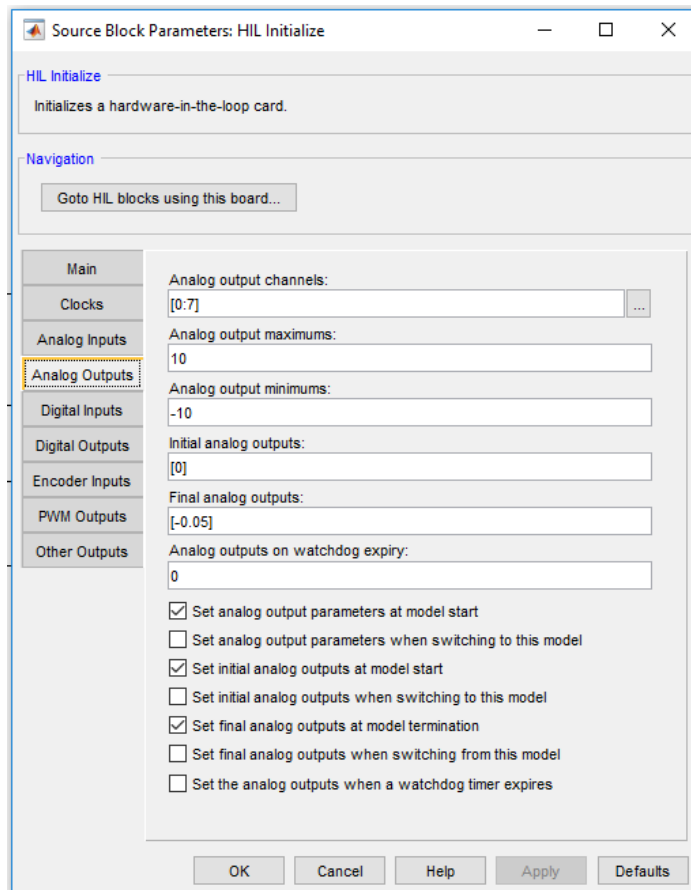
Obrázek 11 Lineární proudový zesilovač AMPAQ-L4 [15]

Aby bylo možné model řídit z počítače, je zapotřebí Q8-USB (Obrázek 12). Toto zařízení přímo získává informace z inkrementálních senzorů modelu a přes proudový zesilovač řídí jednotlivé motory. Propojení mezi Q8-USB a počítačem je přes USB 2.0. Rozsah vstupního a výstupního napětí je  $\pm 10$  V s 16-bitovým převodníkem.



Obrázek 12 Q8-USB zařízení pro sběr dat [16]





Obrázek 13 Nastavení rozhraní pro Q8-USB

Při odpojení PC od řídicí desky nebo při nulovém akčním zásahu docházelo k samovolnému roztáčení disku. To mohlo být způsobeno nevyrovnaností nulových potenciálů v zapojení. Tento problém byl vyřešen zapsáním experimentálně získané hodnoty -0.05. Tato hodnota pak byla odčítána od akčního zásahu z PC. Aby se disk neroztáčel i po odpojení PC, bylo třeba nastavit zapsání této hodnoty do nastavení desky Q8-USB (Final analog outputs: ). (Obrázek 13)

## 6.1 Nastavení MATLAB / Simulink

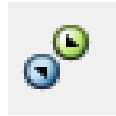
Pro měření a regulaci byl využit MATLAB / Simulink v externím módu Simulinku.

Před spuštěním modelu je nutné nejprve celý model zkompilovat. To se provede kliknutím na tlačítko „Build model“ (Obrázek 14).



Obrázek 14 Sestavení modelu

Po sestavení modelu je možné se připojit k modelu. Tímto krokem dojde k odeslání zkom-pilovaného kódu do řídicí elektroniky modelu (Obrázek 15).

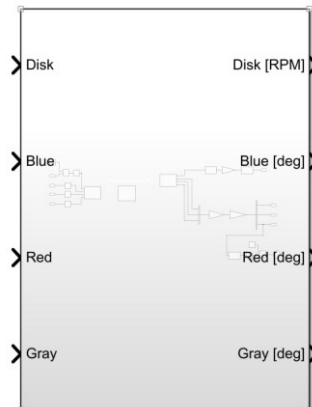


Obrázek 15 Připojení k řídicí elektronice modelu

Po provedení těchto kroků lze spustit ovládání modelu. Pokud dojde ke změně struktury modelu, je potřeba celý program znovu zkom-pilovat a znovu se připojit k reálné soustavě.

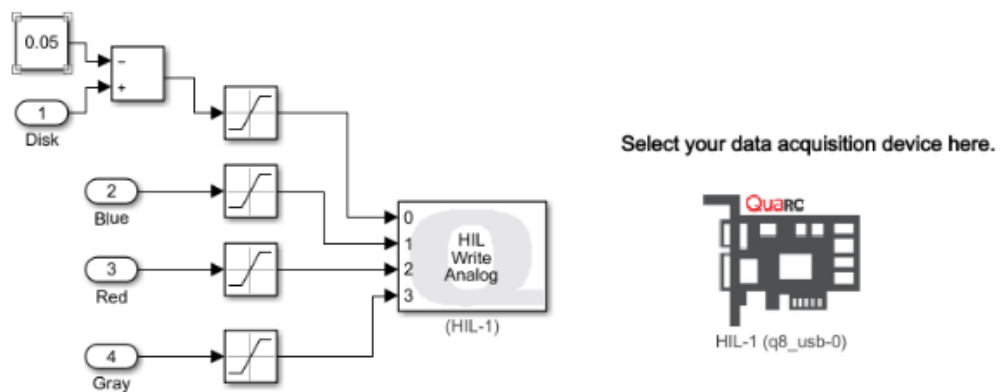
## 7 IDENTIFIKACE MODELU

Jako první byl vytvořen blok pro ovládání modelu (Obrázek 16). Maska tohoto bloku obsahuje 4 vstupy a 4 výstupy. Tento blok obsahuje převod z inkrementů senzoru na úhel, popřípadě úhlovou rychlost.



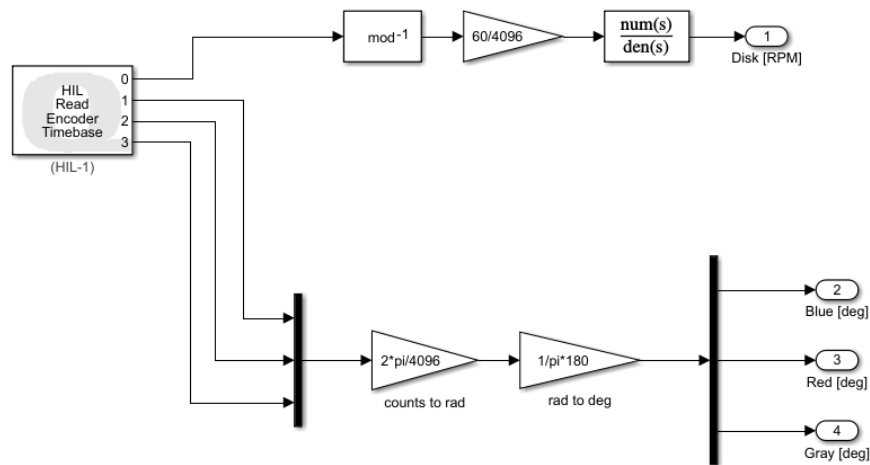
Obrázek 16 Maska bloku pro ovládání modelu

Vstupní část bloku (Obrázek 17) obsahuje kompenzaci akčního zásahu pro motor disku. Dále je zde omezena vstupní veličina z důvodů ochrany elektroniky modelu.



Obrázek 17 Vstupní část ovládacího bloku modelu

Výstupní část bloku (Obrázek 18) dochází k přepočtu impulzů z inkrementačních senzorů ráků na úhel ve stupních. Impulzy ze senzoru pro disky jsou přepočteny na otáčky za minutu (RPM).

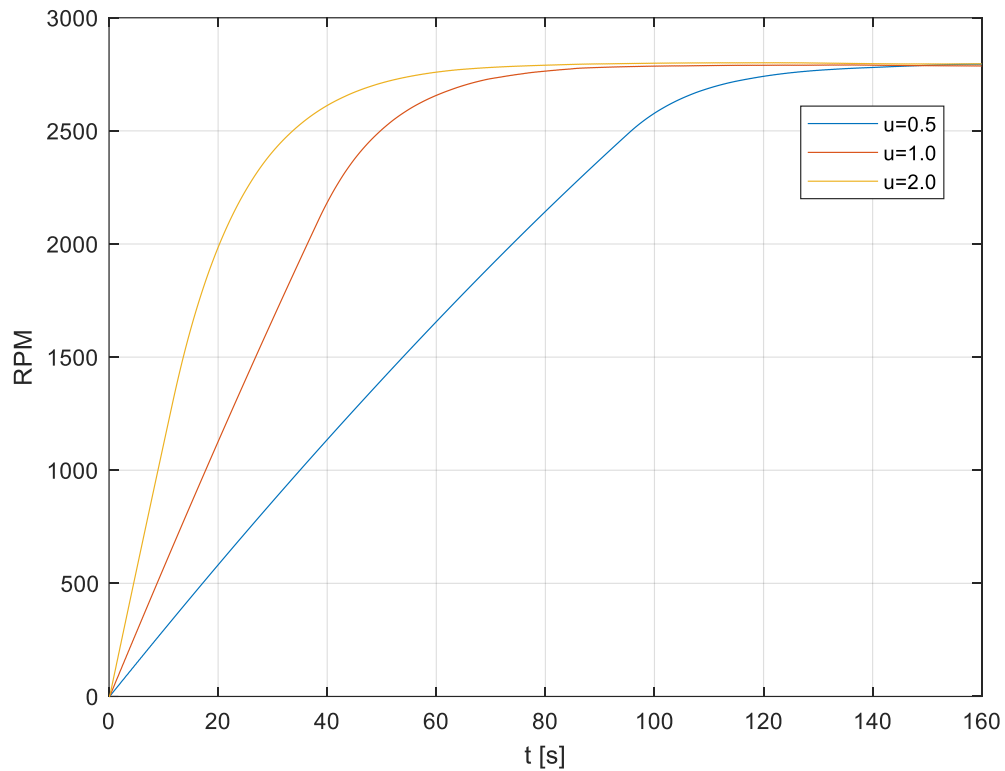


Obrázek 18 Výstupní část ovládacího bloku modelu

## 7.1 Statické charakteristiky

Jelikož všechny rámy mají integrační charakter, není pro ně možné měřit statické charakteristiky. Obdobně to platí pro měření disku. Pro disk platí, že pokud je akční zásah větší než 0 budou jeho ustálené otáčky rovny cca 2800 RPM. Pokud bude akční zásah menší než 0, budou jeho ustálené otáčky stejné a bude se měnit jen směr otáčení. Z tohoto chování je jasné, že systém není lineární. Jeho charakteristika (Obrázek 19) je silně nelineární.

Při změně vstupního proudu, se měnila strmost charakteristiky, ale pokaždé se rychlost otáčení ustálila na maximálních otáčkách cca 2790 RPM.



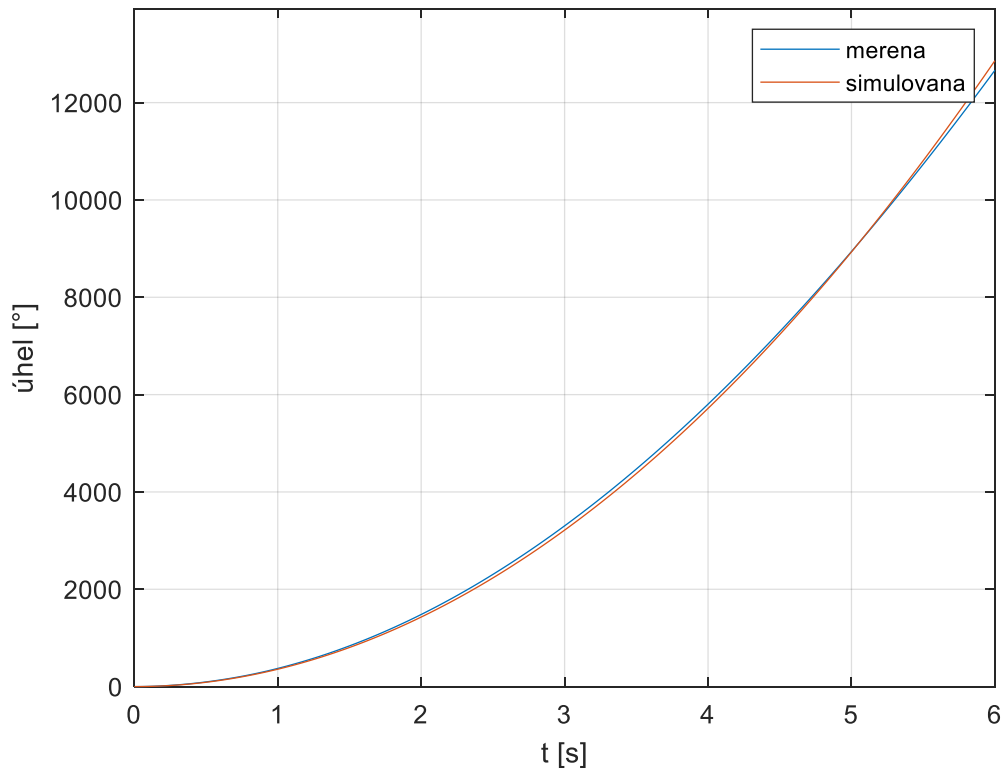
Obrázek 19 Průběh otáček disku pro různé akční zásahy

## 7.2 Dynamické charakteristiky

Proto pro účely vytvoření modelu byla vybrána pouze úvodní část přechodové charakteristiky (Obrázek 19), kde se otáčky rotoru pohybovaly od 0 do 2000 ot./m (RPM).

Pro proud 1A byla přechodová charakteristika aproximována, pomocí metody nejmenších čtverců, přenosem :  $G_s = \frac{18820}{323.2s+1}$  [19]

Jako další byly provedeny identifikace jednotlivých rámců. Pro získání přechodové charakteristiky pro modrý rám, byl na vstupy přiveden proud 1 A. Pro měření přechodových charakteristik byl volný vždy jen měřený rám. Přechodové charakteristiky jednotlivých rámců byly následně aproximovány matematickými modely.



Obrázek 20 Aproximace přechodové charakteristiky pro modrý rám

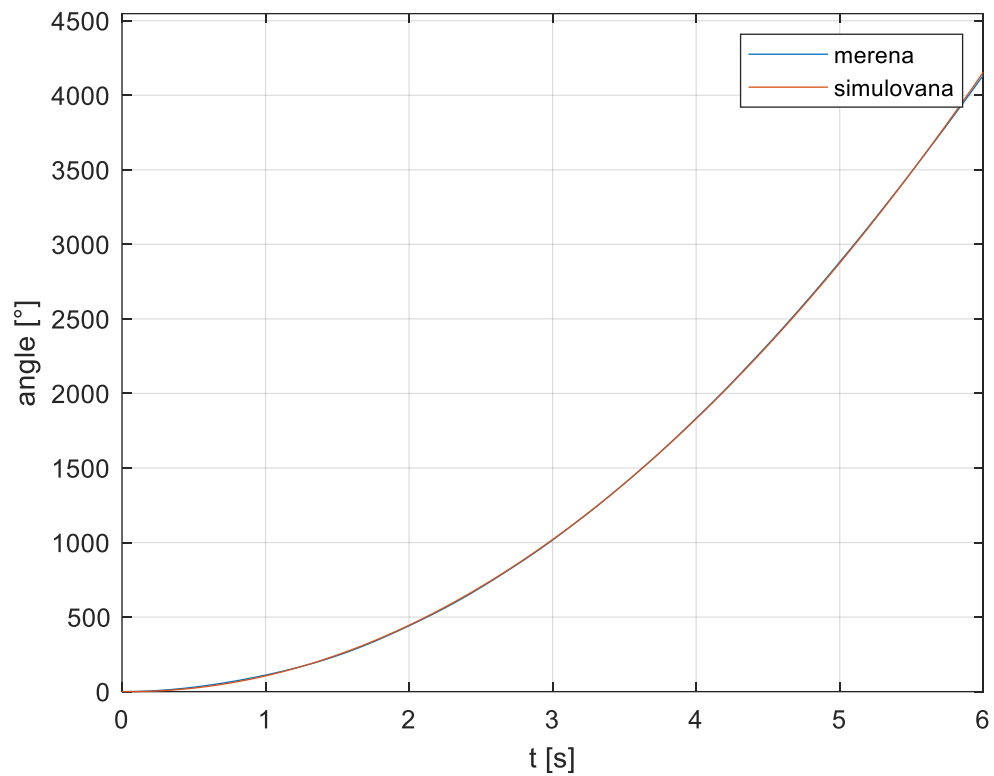
Pro modrý rám byl získán model z přechodové charakteristiky (Obrázek 20):

$$G_{S_{blue}} = \frac{714,6}{4,533 \cdot 10^{-12} s^3 + s^2}$$

Protože člen u třetí mocniny  $s$  byl velmi malý, je jeho vliv zanedbatelný. Proto lze získaný model upravit na jednodušší přenos:

$$G_{S_{blue}} = \frac{714,6}{s^2}$$

Pro získání přechodové charakteristiky (Obrázek 21) pro červený rám, byl přiveden na vstup proud 2 A.



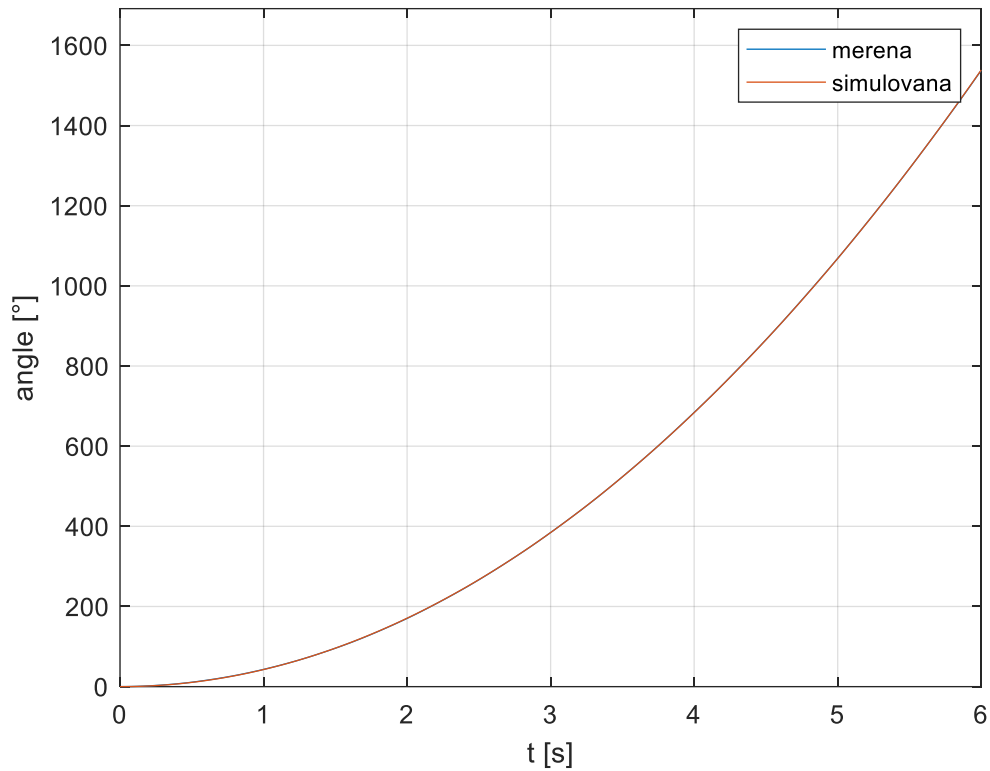
Obrázek 21 Přejchodová charakteristika pro červený rám

Přenos červeného rámu (Obrázek 21) byl aproximován modelem :

$$G_{S_{red}} = \frac{117,5}{0,05338s^3 + s^2}$$

Tento model již má vyšší koeficient u třetí mocniny s a proto dále nebude zjednodušován.

Stejným postupem jako u červeného rámu byla provedena identifikace šedého rámu.



Obrázek 22 Aproximace přechodové charakteristiky pro stříbrný rám

Přechodová charakteristika pro šedý rám (Obrázek 22) byla aproximována matematickým modelem:

$$G_{S_{grey}} = \frac{42,77}{0,001719s^3 + s^2}$$

Stejně jako u modrého rámu lze i u přenosu šedého rámu zanedbat třetí mocninu  $s$ . Upravený přenos vypadá takto.

$$G_{S_{grey}} = \frac{42,77}{s^2}$$

### 7.3 Model 3 DOF gyroskopu v prostředí Matlab/Simulink

Matematický popis modelu byl vytvořen na základě řešení rovnice (20) pro jednotlivé  $\tau$ . Tyto řešení následně byly přepsány do bloku S-funkce (Obrázek 23) v prostředí MATLAB.



```

q2_lock_fl = block.DialogPrm(5).Data;
q3_lock_fl = block.DialogPrm(6).Data;
q4_lock_fl = block.DialogPrm(7).Data;

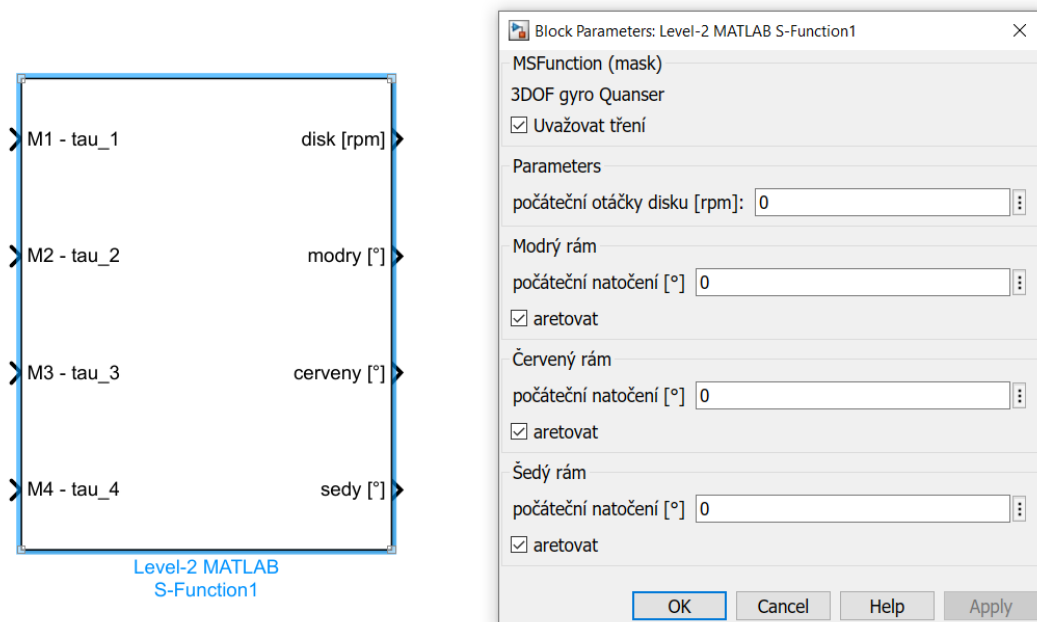
IDD = block.DialogPrm(8).Data;
ICC = block.DialogPrm(9).Data;
IBB = block.DialogPrm(10).Data;
IAA = block.DialogPrm(11).Data;

IDD1_1=IDD(1,1); IDD2_2=IDD(2,2); IDD3_3=IDD(3,3);
ICC1_1=ICC(1,1); ICC1_2=ICC(1,2); ICC1_3=ICC(1,3); ICC2_2=ICC(2,2);
IBB1_1=IBB(1,1); IBB1_2=IBB(1,2); IBB1_3=IBB(1,3); IBB2_2=IBB(2,2);
IAA1_1=IAA(1,1); IAA1_2=IAA(1,2); IAA1_3=IAA(1,3); IAA2_2=IAA(2,2);

```

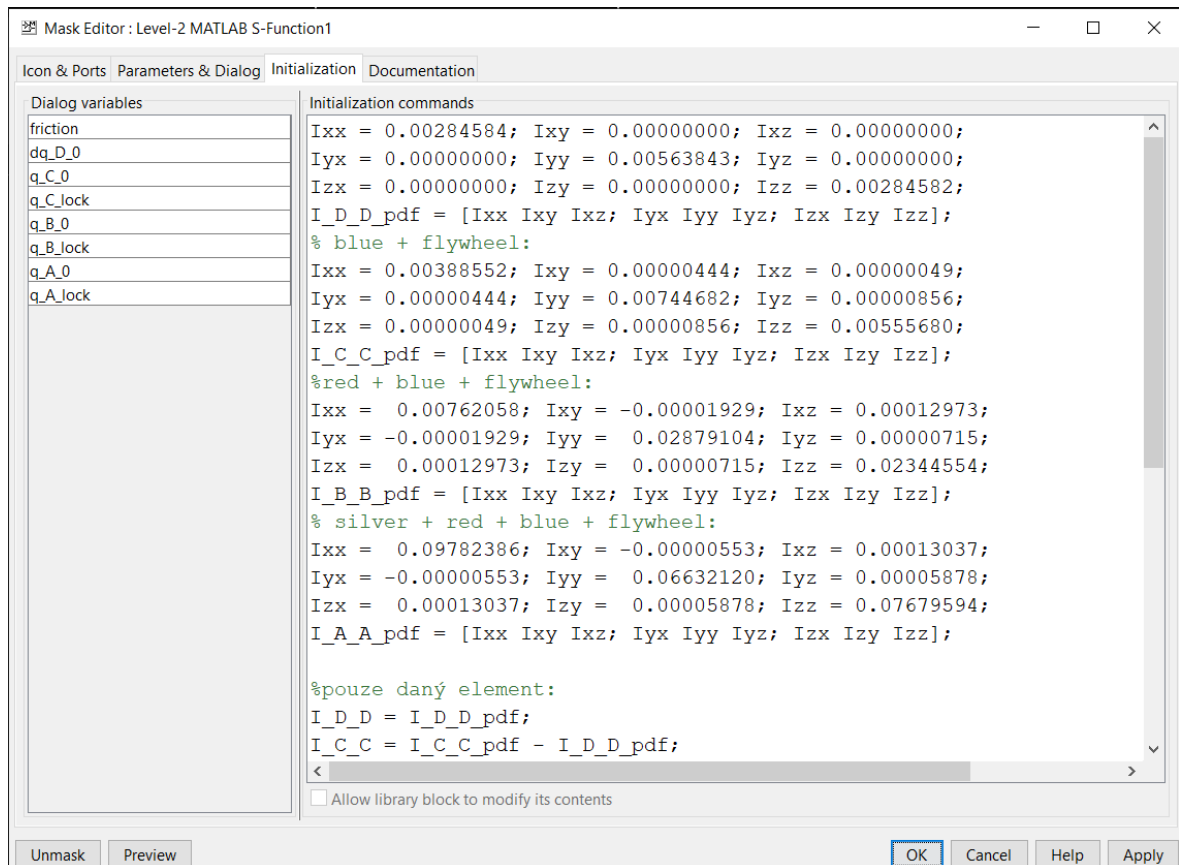
Obrázek 23 Ukázka S funkce v prostředí MATLAB

Dále byla tato funkce přiřazena do bloku S-Function (Obrázek 24) v prostředí MATLAB / Simulink. V tomto bloku je možné uživatelsky nastavit aretaci jednotlivých rámců, jejich natočení, počáteční rychlost otáčení disku a možnost uvažovat tření v jednotlivých rámech a disku modelu. Model tření je uvažován ve tvaru  $y = \text{sign}(x) \cdot (\text{Gain} \cdot \text{abs}(x) + \text{Offset})$



Obrázek 24 Model gyroskopu v prostředí MATLAB / Simulink

Další vlastnosti modelu, jako jsou matice setrvačnosti a hodnoty tření, je možné upravovat v editaci masky (Obrázek 25). V záložce Initializon je možné tyto hodnoty upravovat a tím měnit vlastnosti modelu.



Obrázek 25 Editace vlastností modelu v prostředí MATLAB / Simulink

Model v prostředí MATLAB / Simulink neodpovídá zcela reálnému modelu. To může být způsobeno například složitějším modelem tření, než je uvažováno v modelu. Model byl vytvořen pro ověření principu gyroskopu se 3 stupni volnosti. Toto chování odpovídá chování reálnému modelu.

## 8 REGULACE REÁLNÉ SOUSTAVY

Na základě získaných charakteristik byl proveden návrh regulátorů pro disk a pro každý rám zvlášť.

### 8.1 Návrh a ověření regulátoru pro disk

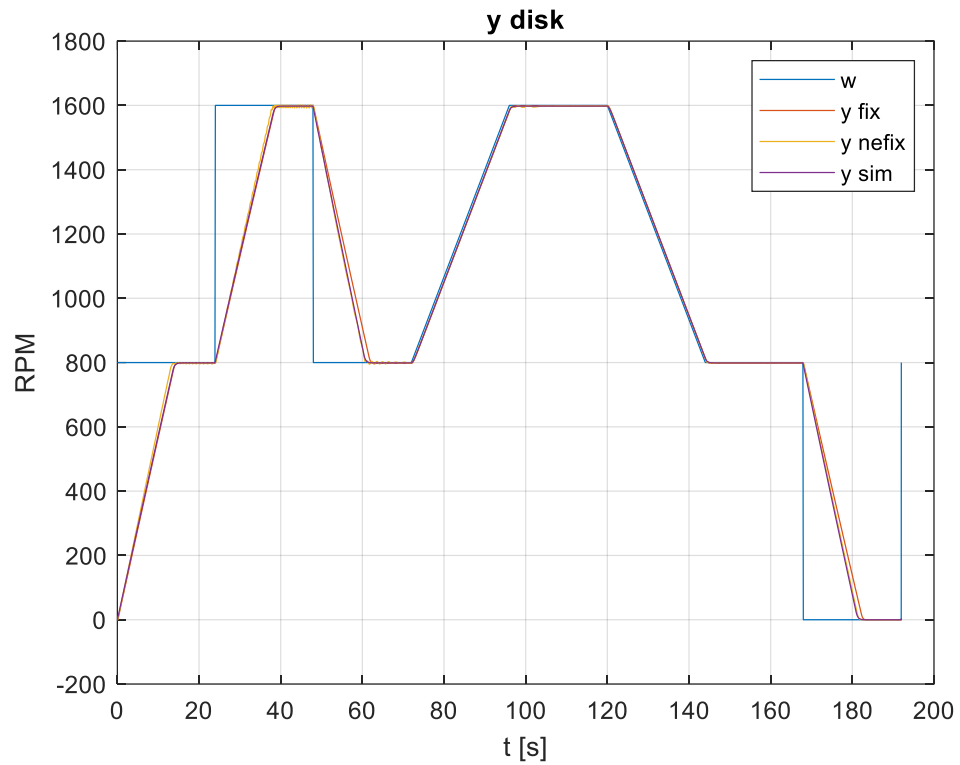
Pro model disku byl pak navržen P regulátor. Hodnota proporcionálního zesílení byla získána pomocí Zieglen-Nicholsovy metody kritického zesílení. Ta spočívá ve zvyšování proporcionálního zesílení až do doby, kdy je obvod na hranici stability (netlumené kmity na výstupu řízeného systému). Toto zesílení se nazývá kritické zesílení  $r_{0k} = 0.08$ . Toto kritické zesílení bylo dosaženo do empirických vztahů pro výpočet hodnoty proporcionálního zesílení P regulátoru. Hodnota proporcionálního zesílení pak byla vypočtena dle vztahu [17]:

$$P = 0.5 \cdot r_{0k} \quad (29)$$

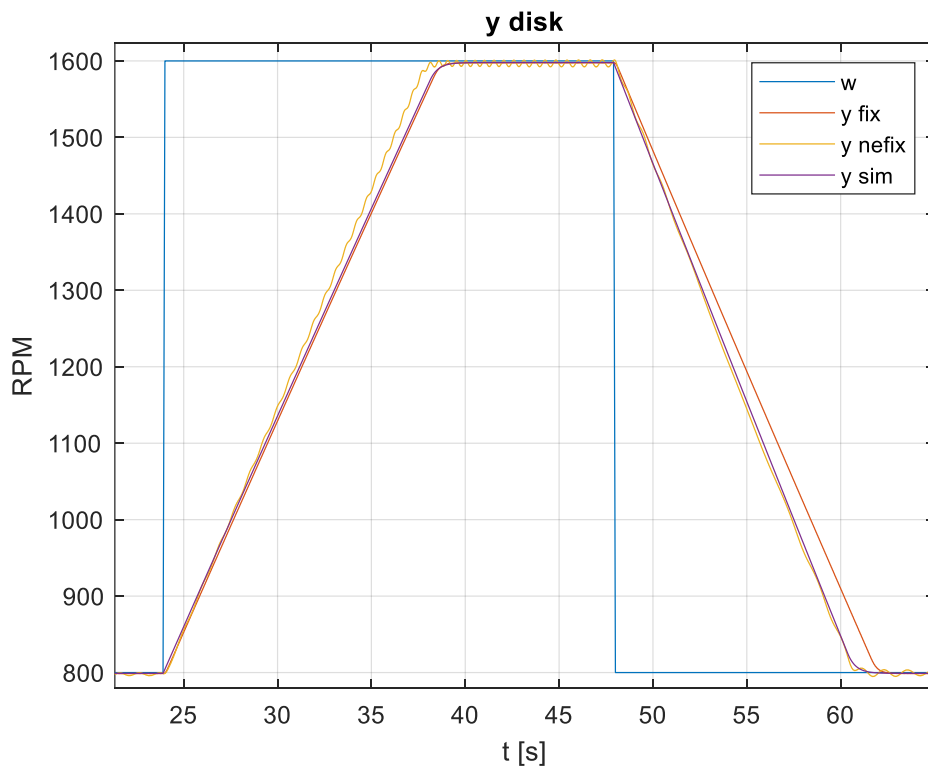
Po dosazení do rovnice (29) byla vypočtena hodnota proporcionálního zesílení

$$P = 0.5 \cdot 0.08 = 0.04$$

Celý model byl nasimulován a ověřen na reálné soustavě. Regulace disku byla provedena při zafixovaných i nefixovaných rámech. Rozdíl v průběhu roztáčení disku sice byl ale ne nijak veliký. Regulační pochody znázorňuje (Obrázek 26)



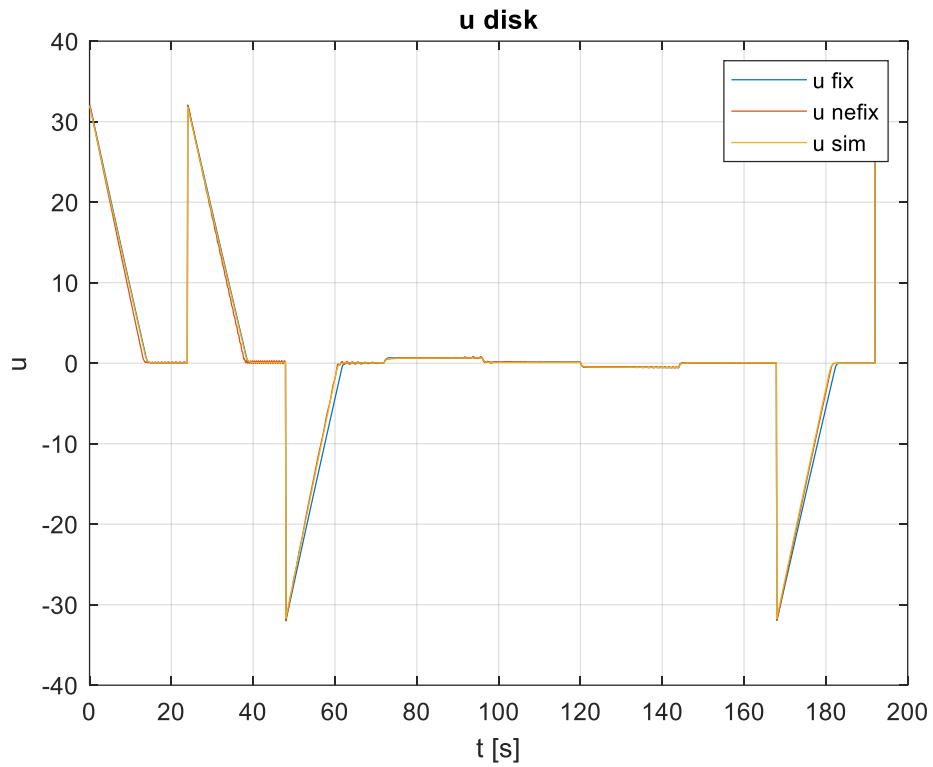
Obrázek 26 Porovnání průběhů regulačního pochodu disku



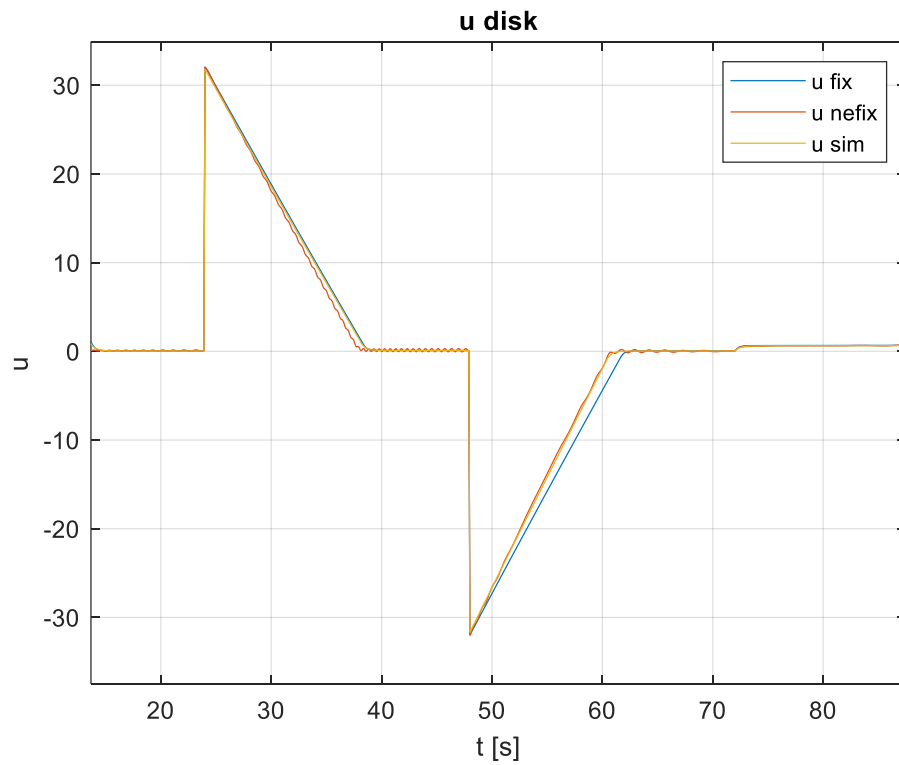
Obrázek 27 Detail průběhu regulačního pochodu pro disk

Z grafu (Obrázek 27) je patrné, že rozdíl průběhu regulace otáček při zafixovaném a odbrzděném modelu je zanedbatelný.

Rozdíl je i v akčních zásazích regulátoru. Tyto akční zásahy byly měřeny před saturačním blokem s rozsahem  $\pm 1$ . Akční zásahy byly omezeny z důvodů ochrany modelu.



Obrázek 28 Porovnání akčních zásahů pro regulaci disku

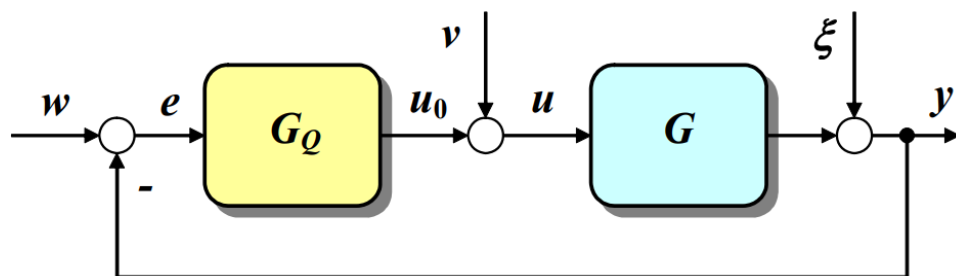


Obrázek 29 Detail porovnání akčních zásahů pro regulaci disku

Jak je vidět na porovnání akčních zásahů, (Obrázek 29) u fixovaného modelu bylo třeba vyvinout větší moment pro zpomalení disku. Při nearetovaném modelu docházelo k roztáčení šedého rámu, který pohltil část energie rotujícího disku.

## 8.2 Návrh regulátoru pro jednotlivé aretované rámy

V dalším kroku byly navrženy regulátory pro každý rám zvlášť. Byly zvoleny složitější regulátory, než by bylo teoreticky třeba. Ale protože se vyskytují v modelu tření a nevyváženosti modelu, bylo zapotřebí zvolit složitější tvar regulátoru, aby byly tyto chyby kompenzovány. Akční zásahy regulátorů byly omezeny na  $\pm 3$ .



Obrázek 30 1DOF konfigurace systému řízení [18]

Přenos regulačního obvodu 1DOF konfigurace (Obrázek 30) je  $G_Q = \frac{q}{p}$  a přenos soustavy je  $G = \frac{b}{a}$ . Systém regulačního obvodu je stabilní tehdy, jestliže polynomy  $q$  a  $p$  v přenosu zpětnovazebního regulátoru jsou řešením diofantické rovnice se stabilním polynomem na pravé straně.

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (30)$$

Pokud budeme uvažovat, že žádaná hodnota bude ve tvaru skoku, pak je její obraz následující

$$W(s) = \frac{w_0}{s} \quad (31)$$

Dále budeme uvažovat poruchu taktéž ve tvaru skoku je její Laplaceův obraz obdobný

$$V(s) = \frac{v_0}{s} \quad (32)$$

Nejmenší společný násobek je tedy

$$f_w(s) = f_v(s) = f = s \quad (33)$$

Po té bude polynom  $p$  vypadat následovně

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s) \quad (34)$$

Přenos regulátoru tedy bude :

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q(s)}{f(s) \cdot \tilde{p}(s)} \quad (35)$$

Stupeň polynomu  $q$  pro modrý rám určíme dle výpočtu:

$$\partial q = \partial a + \partial f - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \rightarrow q_2 s^2 + q_1 s + q_0 \quad (36)$$

Následně byl určen polynom  $\tilde{p}$  :

$$\partial \tilde{p} \geq \partial a - 1 \rightarrow \partial \tilde{p} \geq 2 - 1 = 1 \rightarrow \tilde{p} = p_2 s^2 + p_1 s + p_0 \quad (37)$$

Stupeň polynomu  $d$  vypočteme:

$$\partial d = 2 \cdot \partial a + \partial f_v - 1 = 2 \cdot 2 + 2 - 1 = 5 \quad (38)$$

Tvar polynomu  $d$  byl zvolen následovně :

$$(s + \alpha)^{\partial d} \rightarrow (s + \alpha)^5 = (s^5 + 5\alpha s^4 + 10\alpha^2 s^3 + 10\alpha^3 s^2 + 5\alpha^4 s + \alpha^5)$$

Výsledná rovnice má tedy tvar :

$$\begin{aligned} (a_2 s^2) \cdot s \cdot (p_2 s^2 + p_1 s + p_0) + b_0 \cdot (q_2 s^2 + q_1 s + q_0) \\ = s^5 + 5\alpha s^4 + 10\alpha^2 s^3 + 10\alpha^3 s^2 + 5\alpha^4 s + \alpha^5 \end{aligned}$$

Po roznásobení závorek dostaneme tvar:

$$\begin{aligned} a_2 p_2 s^5 + a_2 p_1 s^4 + a_2 p_0 s^3 + q_2 b_0 s^2 + q_1 b_0 s + q_0 b_0 \\ = s^5 + 5\alpha s^4 + 10\alpha^2 s^3 + 10\alpha^3 s^2 + 5\alpha^4 s + \alpha^5 \end{aligned}$$

Z této rovnice byly určeny následující členy:

$$p_2 = \frac{1}{a_2}$$

$$p_1 = \frac{5\alpha}{a_2}$$

$$p_0 = \frac{10\alpha^2}{a_2}$$

$$q_2 = \frac{10\alpha^3}{b_0}$$

$$q_1 = \frac{5\alpha^4}{b_0}$$

$$q_0 = \frac{\alpha^5}{b_0}$$

### 8.3 Ověření navržených regulátorů pro aretované rámy

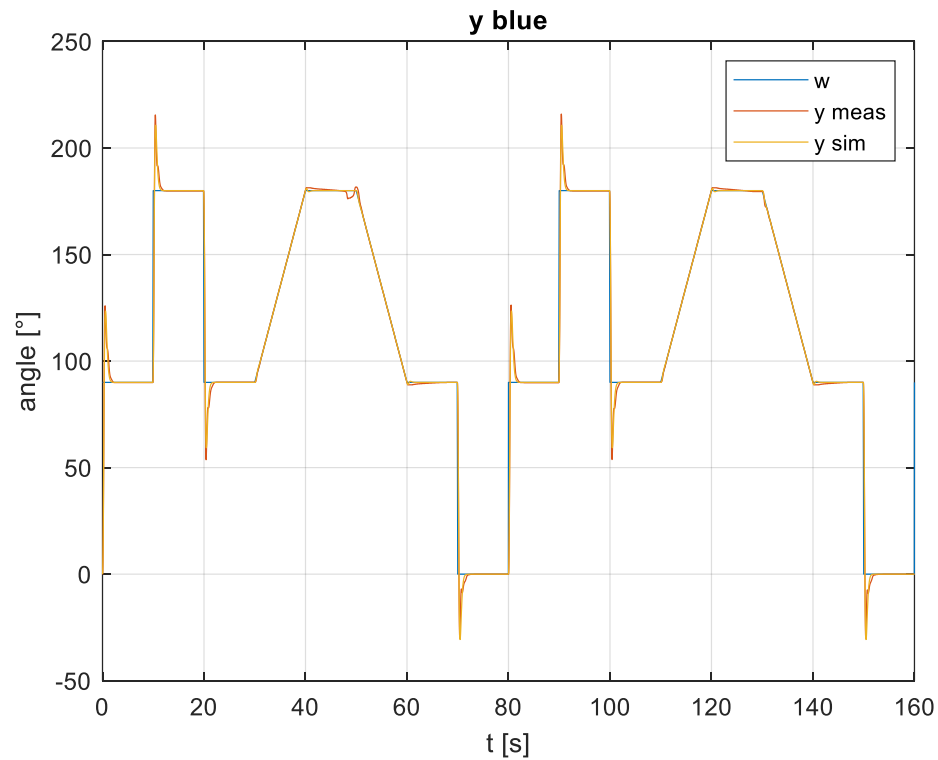
Pro ověření návrhu regulátorů byl rám, který byl měřený, nearetovaný. Ostatní rámy byly však aretované.

Pro modrý rám byl koeficient  $\alpha = 8$  a koeficienty regulátoru byly vypočteny takto:

$$G_r = \frac{7.1648s^2 + 28.6594s + 45.8550}{s^3 + 40s^2 + 640s}$$

Po vypočtení regulátoru byla provedena simulace a následně měření na reálné soustavě.

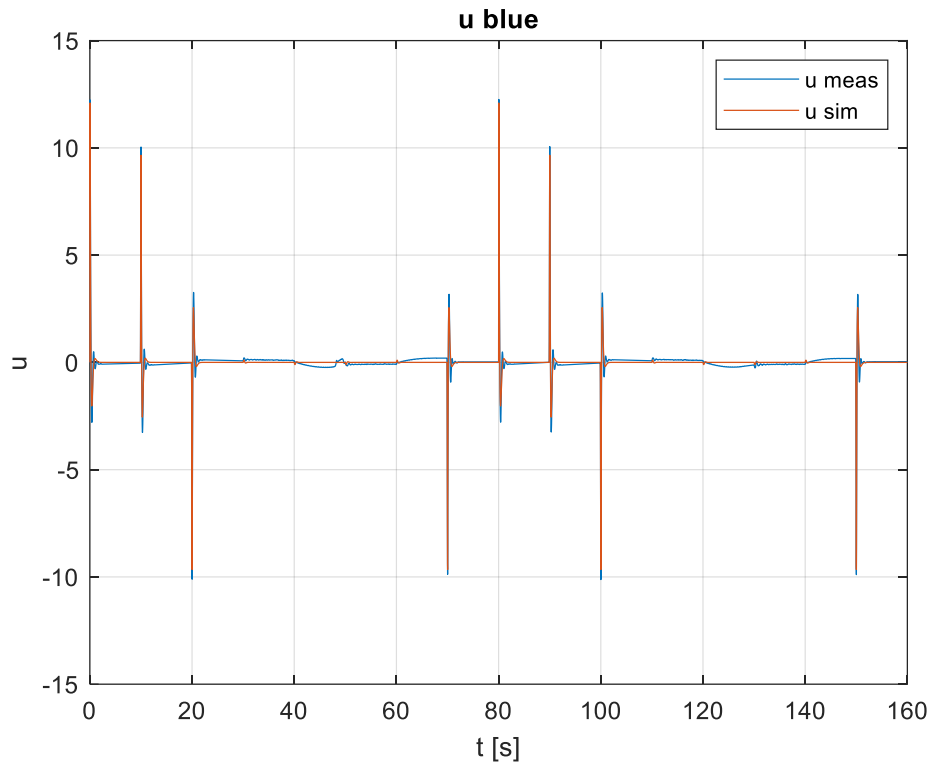




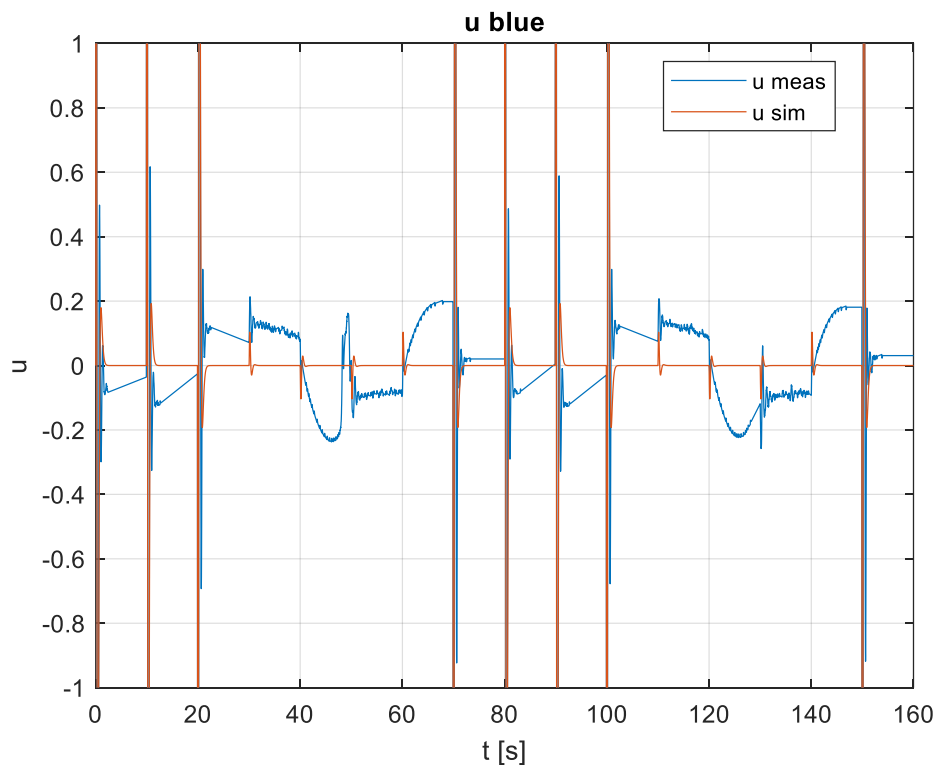
Obrázek 31 Porovnání průběhu regulačního pochodu pro řízení natočení modrého rámu

Z grafu (Obrázek 31) je možné vidět nepatrné rozdíly mezi simulací a reálným měřením. Tento rozdíl je způsobený malou necitlivostí systému na vstup.

Reálný systém pracuje jako diskrétní s periodou 0.02 s. Jelikož je ale perioda vzorkování velmi malá, je možné použít spojitý popis systému a návrh regulátoru pro spojitý systém.



Obrázek 32 Porovnání průběhu akčních zásahů pro řízení natočení modrého rámu



Obrázek 33 Přiblížení akčních zásahů pro řízení natočení modrého rámu

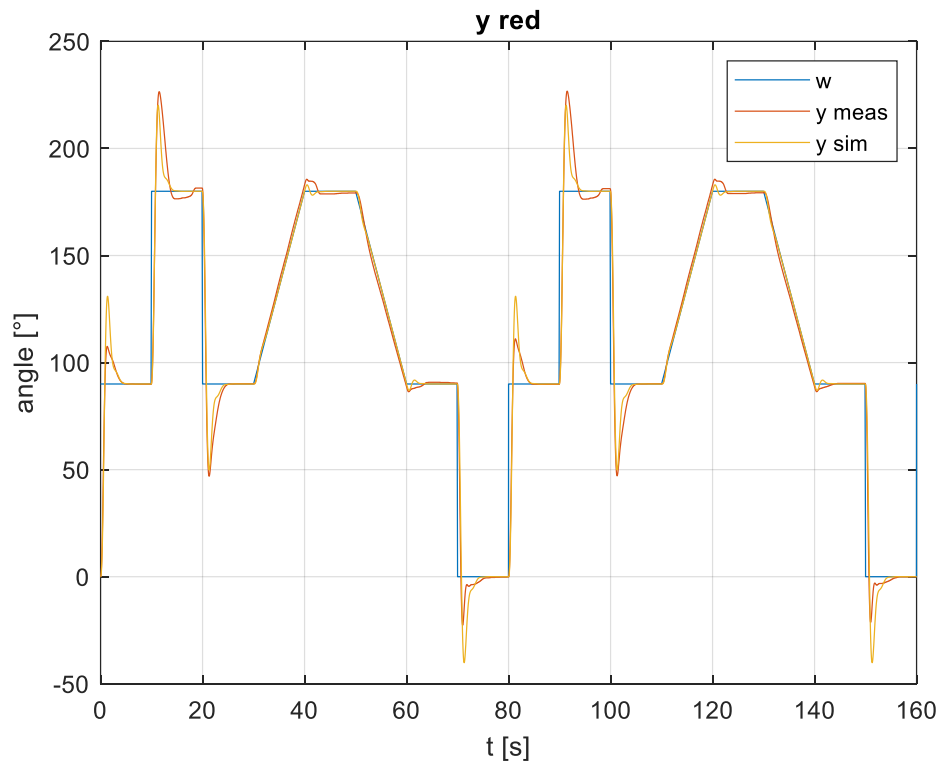
Z akčních zásahů regulátoru, který zobrazuje (Obrázek 33), je patrné, že reálný model nemá zcela integrační chování. To může být způsobeno třením v ložiscích.

Stejným postupem byl vypočten regulátor pro červený a šedý rám.

Přenos regulátoru pro červený rám byl vypočten pro  $\alpha = 3,2$

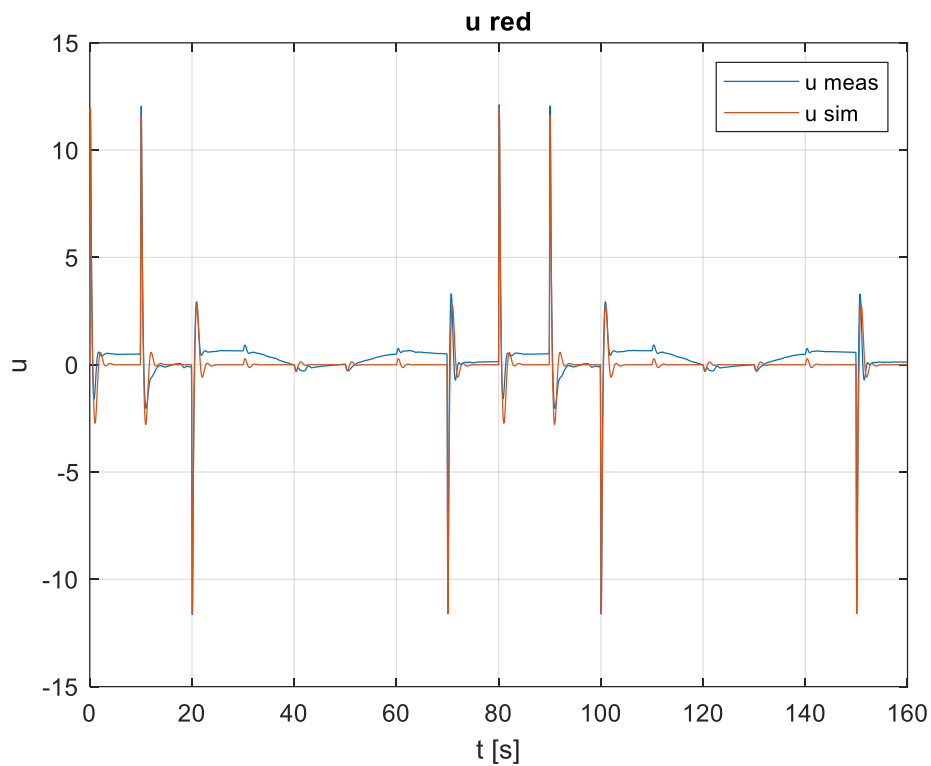
$$G_r = \frac{2.7888s^2 + 4.4620s + 2.8557}{s^3 + 16s^2 + 102.4s}$$

Následně byla provedena simulace a porovnání s reálným měřením.

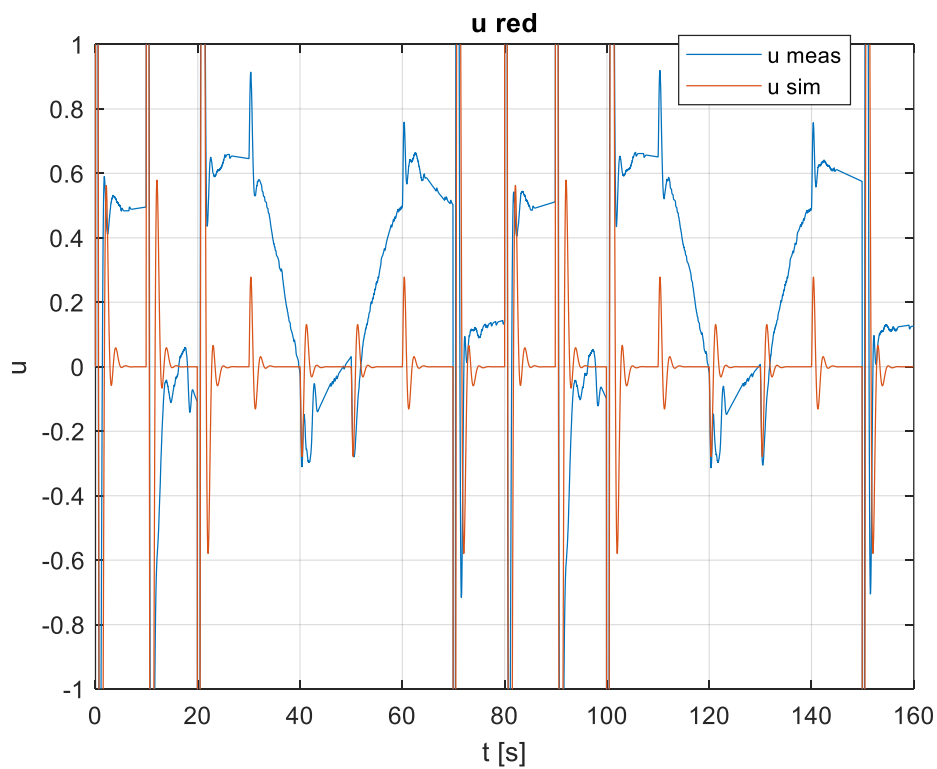


Obrázek 34 Porovnání regulačního pochodu pro řízení natočení červeného rámu

Po porovnání průběhů měřeného a simulovaného průběhu (Obrázek 34) je možné vidět výraznější rozdíly. Tyto rozdíly jsou způsobeny nevyvážením reálného rámu soustavy. Toto nevyvážení se projevuje tak, že reálný rám má stabilní polohu ve vodorovné pozici.



Obrázek 35 Porovnání průběhu akčních zásahů pro řízení natočení červeného rámu



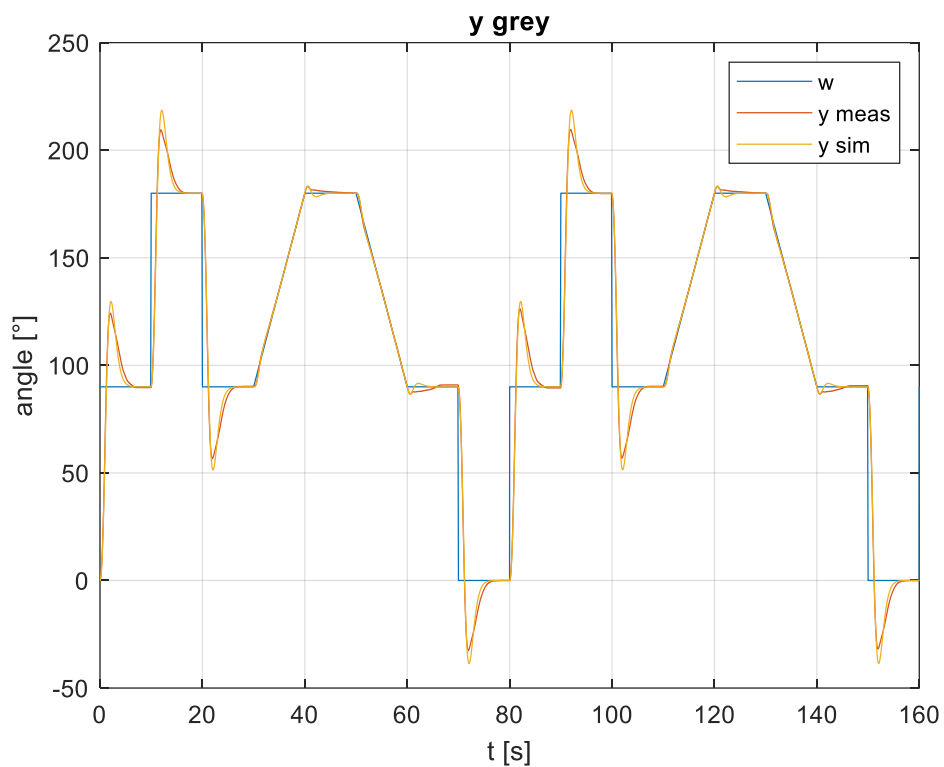
Obrázek 36 Přiblížení akčních zásahů pro řízení natočení červeného rámu

Při porovnání akčních zásahů zobrazené v Obrázek 36 je patrnější vliv nevyváženosti červeného rámu u reálného modelu.

Pro šedá rám byla zvolena hodnota  $\alpha = 2.5$  a přenos vypočteného regulátoru byl

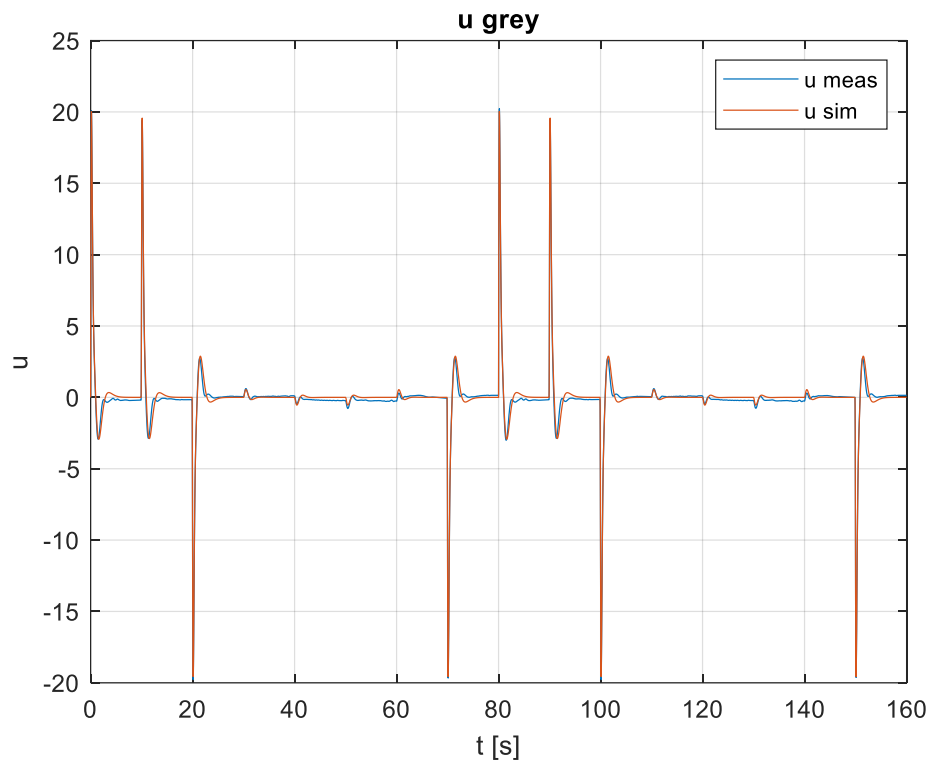
$$G_r = \frac{3.6533s^2 + 4.5666s + 2.2833}{s^3 + 12.5s^2 + 62.5s}$$

Dále byla provedena simulace a porovnání s hodnotami získané z reálného měření.

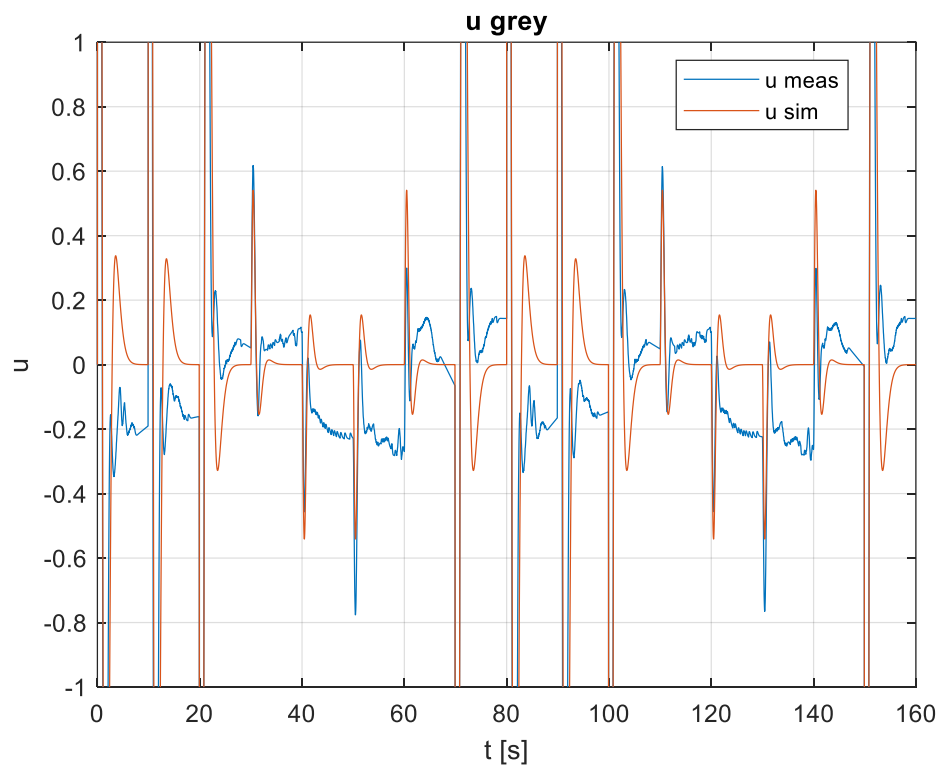


Obrázek 37 Porovnání průběhu regulačního pochodu pro řízení natočení šedého rámu

Z grafu (Obrázek 37) je patrné, že se simulovaný průběh shoduje se simulovaným průběhem.



Obrázek 38 Porovnání průběhu regulačního pochodu pro řízení natočení šedého rámu

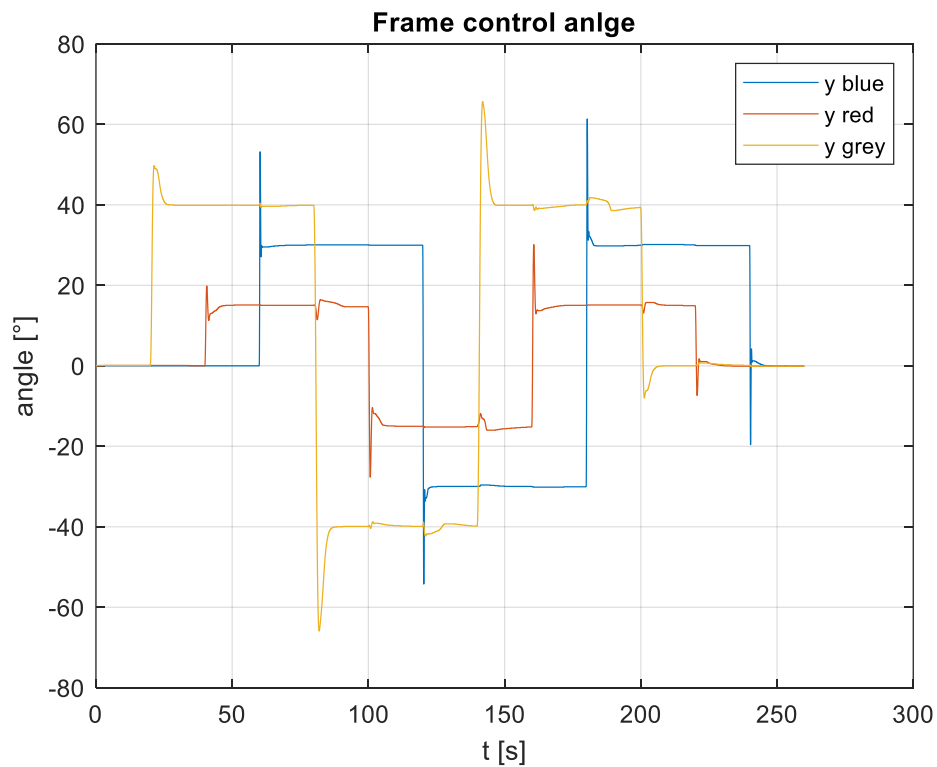


Obrázek 39 Přiblížení akčních zásahů pro řízení natočení šedého rámu

Z porovnání akčních zásahů, které zobrazuje Obrázek 39, jsou patrné malé rozdíly, které mohou být způsobeny třením v ložiscích šedého rámu.

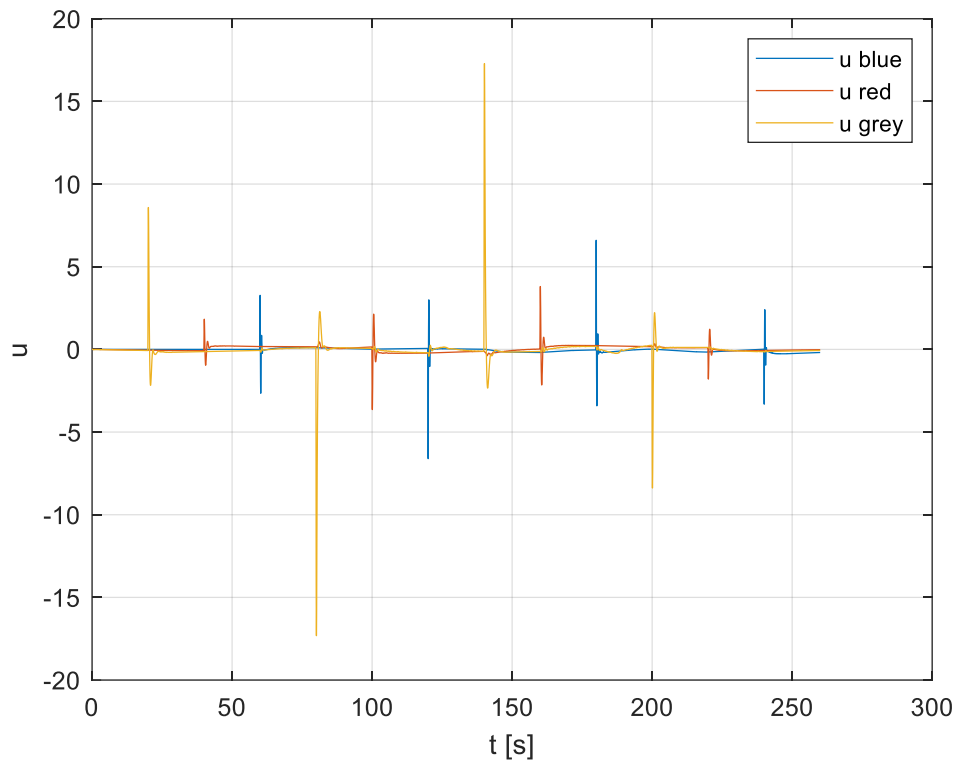
#### 8.4 Ověření navržených regulátorů pro nearetované rámy

Pro ověření regulátorů byly následně uvolněny všechny rámy, aby bylo ověřeno, zda rámy budou schopny dosáhnout požadovaného úhlu i přes to, že se budou rámy ovlivňovat navzájem.

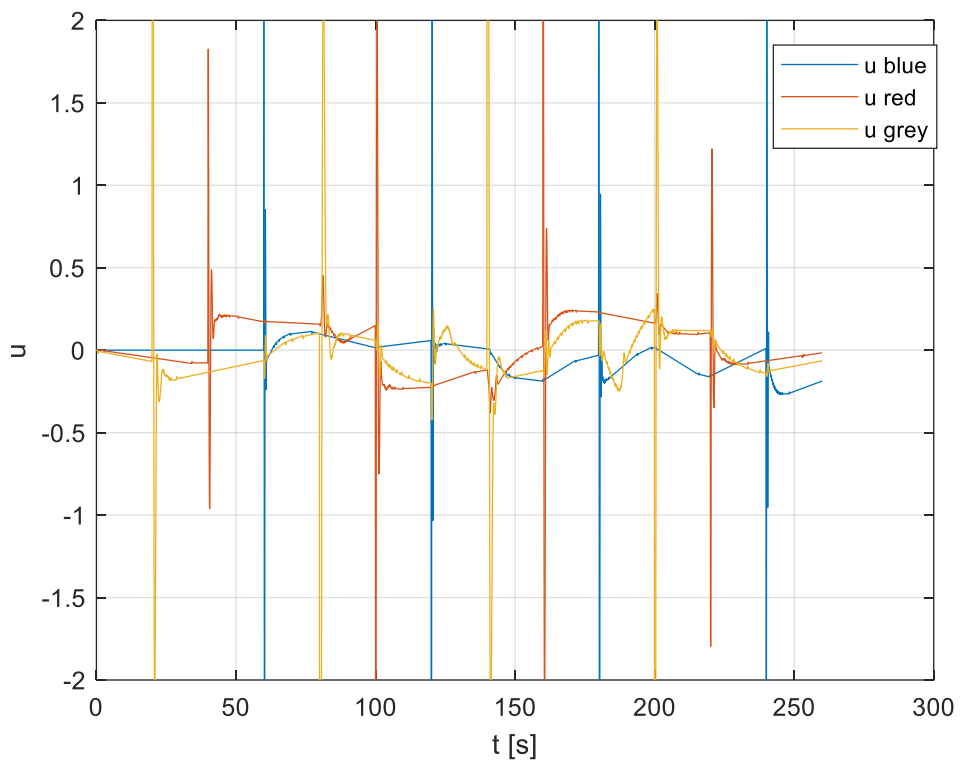


Obrázek 40 Regulace úhlů rámu ovlivňujících se navzájem bez roztočeného disku

Jak je vidět na grafu (Obrázek 40), rámy se navzájem ovlivňují, ale regulátory jsou tuto změnu schopny kompenzovat.



Obrázek 41 Akční zásahy rámců ovlivňujících se navzájem bez roztočeného disku

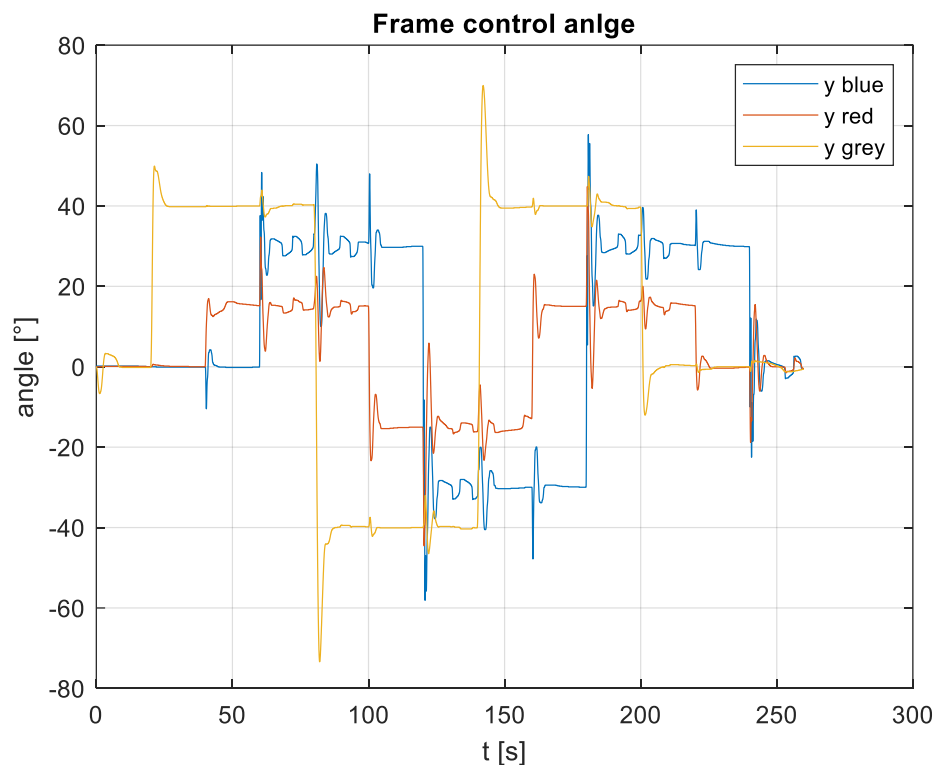


Obrázek 42 Přiblížení akčních zásahů rámců ovlivňujících se navzájem bez roztočeného disku



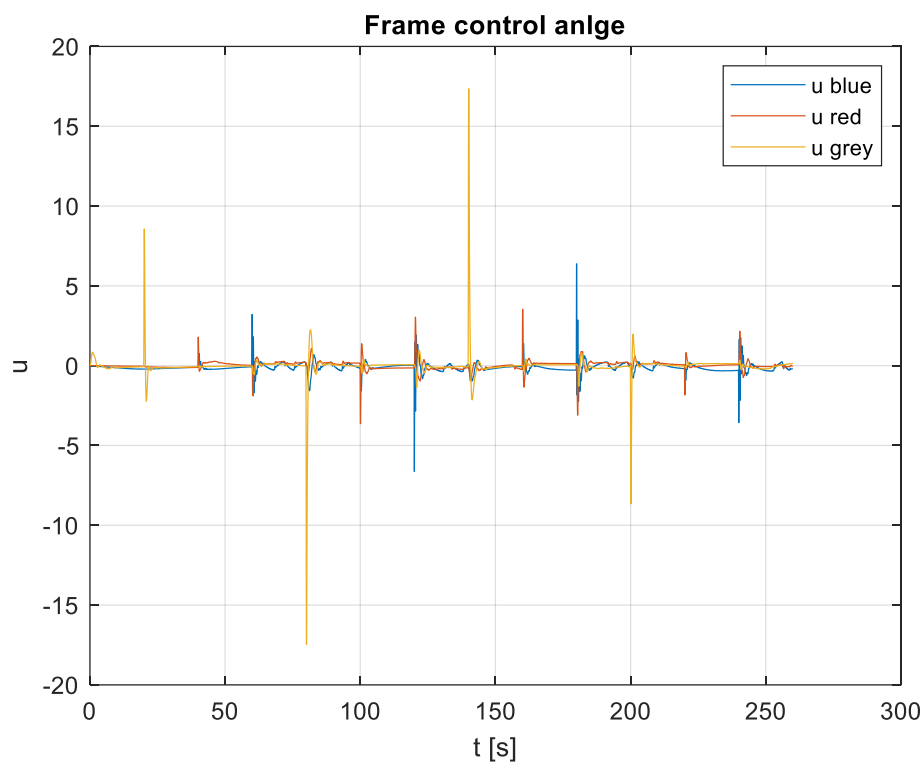
Vzájemné ovlivňování rámu na akčních zásadách není zcela patrné. Po zmenšení rozsahů grafu, zobrazující Obrázek 42 je patrnější, že ke vzájemnému ovlivňování docházelo.

Dále byl proveden experiment, jak se regulace bude chovat při roztočení disku. Při tomto stavu se zde již projevuje gyroskopický efekt a vyvolání momentu v jednom rámu má vliv i na rám druhý. Regulace byla schopná regulovat na žádaný úhel pouze při relativně nízkých otáčkách rotoru. Pokud byly otáčky rotoru vyšší než 100 RPM, byl již celý systém nestabilní.

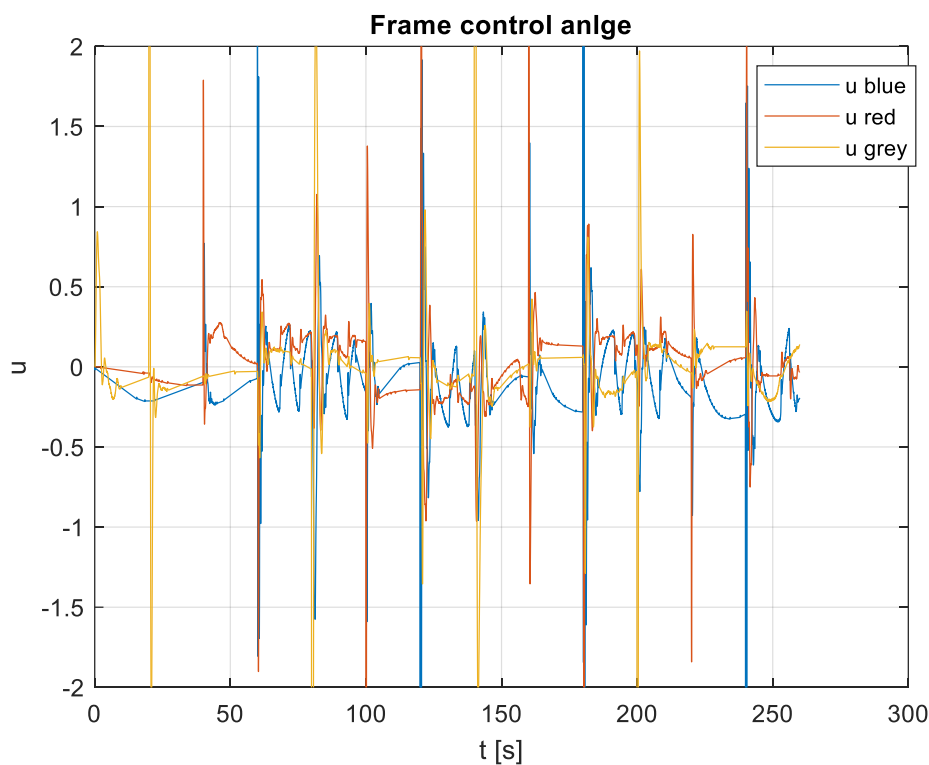


Obrázek 43 Regulace úhlů rámu ovlivňujících se navzájem s roztočeným diskem

Při roztočeném disku docházelo již k výraznému vzájemnému působení rámu na sebe jak je vidět na grafu (Obrázek 43). Zde se již uplatňuje gyroskopický efekt, který působí jako porucha při regulaci úhlu rámu. Z tohoto průběhu je patrné, že nelze rozložit systém na řízení jednotlivých úhlů rámu bez roztočeného disku. Protože se zde uplatňuje gyroskopický efekt, se kterým je nutno počítat.

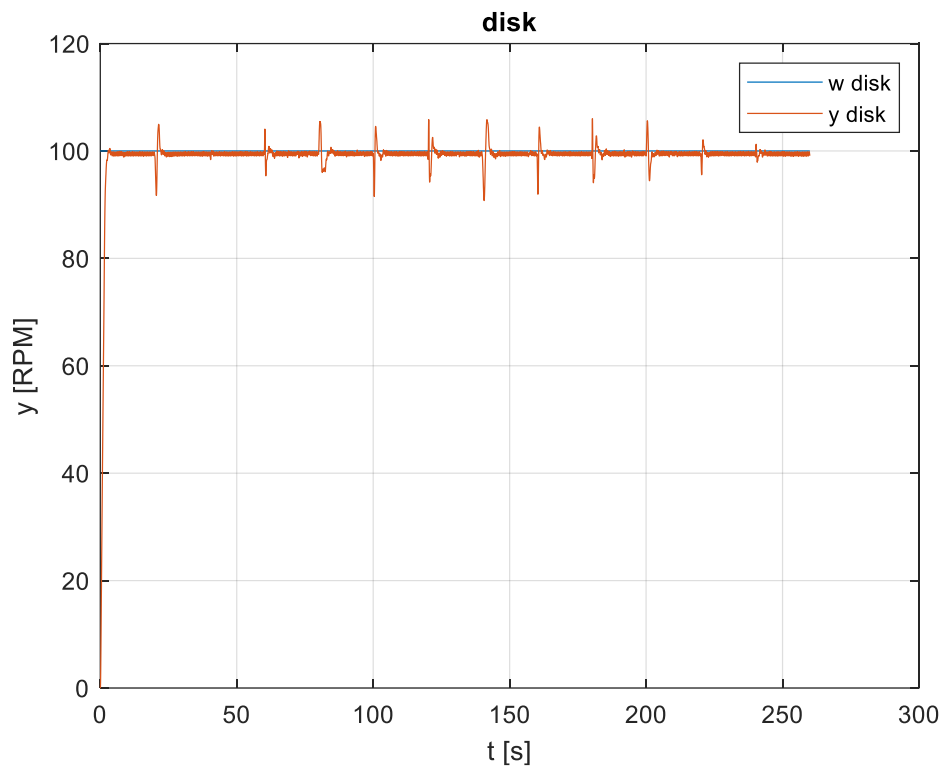


Obrázek 44 Akční zásahy pro rámy ovlivňující se navzájem s roztočeným diskem



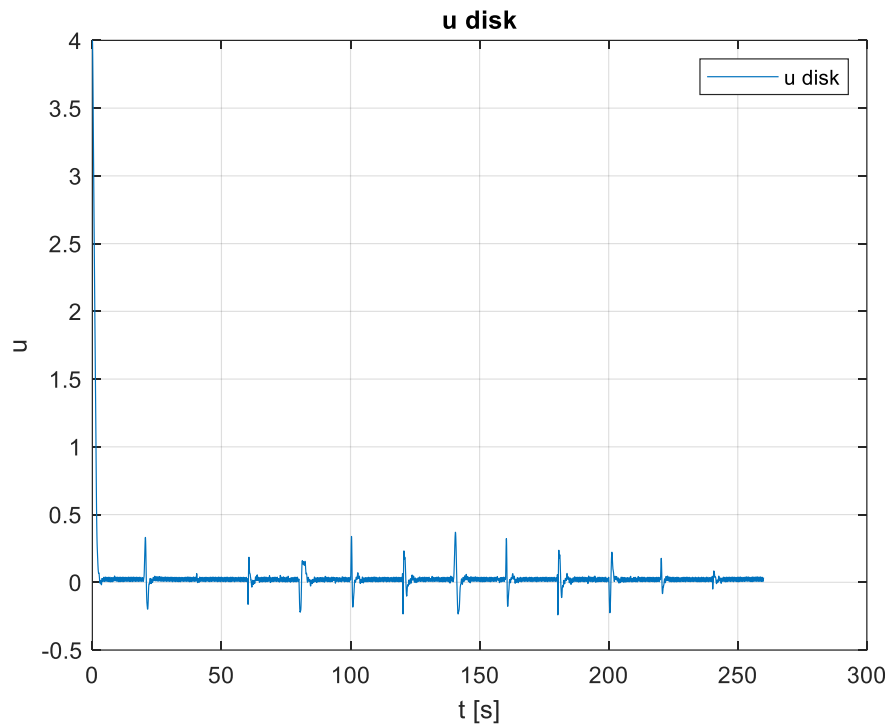
Obrázek 45 Přiblížení akčních zásahů pro rámy ovlivňujících se navzájem s roztočeným diskem

Jak je vidět z průběhu akčních zásahů (Obrázek 45), dochází zde k výraznějšímu vzájemnému působení rámců.

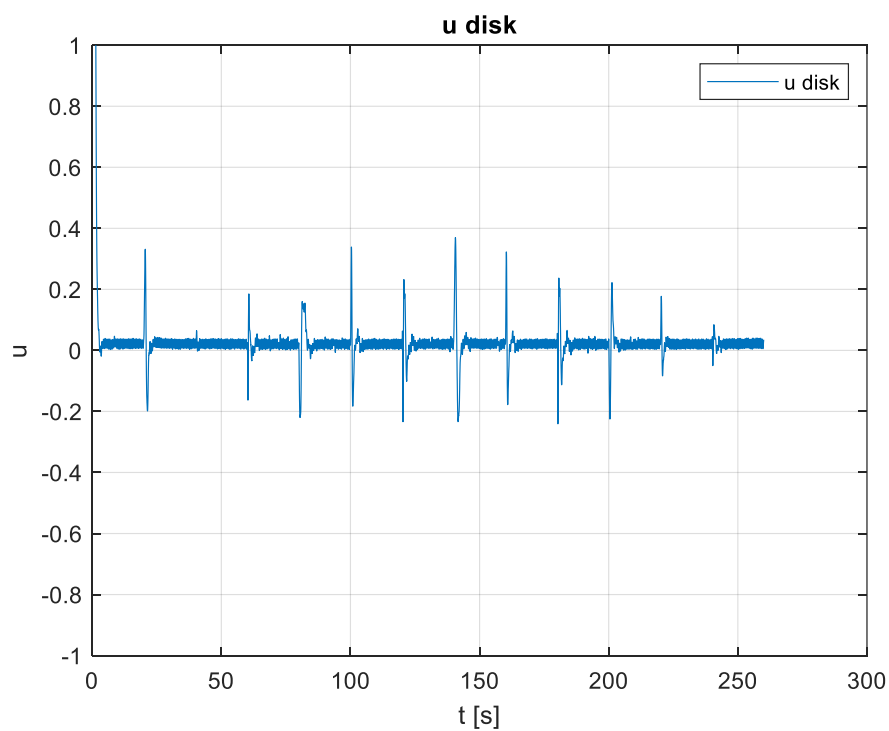


Obrázek 46 Průběh otáček disku při regulaci rámců

Z průběhu otáček disku (Obrázek 46) je patrné, že změny úhlů rámců mají vliv i na otáčky disku.



Obrázek 47 Průběh akčního zásahu pro regulaci otáček disku při regulaci úhlů  
rámů



Obrázek 48 Detail průběhu akčního zásahu pro regulaci otáček disku při regulaci  
úhlů rámů

I z akčních zásahů pro regulaci otáček disku (Obrázek 48), je patrný vliv změny úhlů rámů na otáčky disku.

## 8.5 Model využívající gyroskopického efektu

Budeme-li uvažovat řízení červeného rámu pomocí modrého rámu, budeme uvažovat přenos (26) vytvořený v teoretické části:

$$G_s = \frac{-J_D \omega_D}{J_B J_C s^2 + (J_C b_B + J_B b_C) s + (b_B b_C + J_D^2 \omega_D^2)}$$

Pro tento přenos byl navržen 1 DOF regulátor:

$$\left. \begin{aligned} w(t) = w_0 1(t) \rightarrow W(s) = \frac{w_0}{s} \\ v(t) = v_0 1(t) \rightarrow V(s) = \frac{v_0}{s} \end{aligned} \right\} = f_w(s) = f_v(s) \rightarrow f(s) = s$$

$$\partial q = \partial a + \partial f - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \quad \rightarrow q_2 s^2 + q_1 s + q_0$$

$$\partial p = \partial a - 1 = 2 - 1 = 1 \quad \rightarrow p_1 s + p_0$$

$$\partial d = 2 \cdot \partial a + \partial f - 1 = 2 \cdot 2 + 1 - 1 = 4$$

$$(s + \alpha)^4 = s^4 + 4s^3\alpha + 6s^2\alpha^2 + 4s\alpha^3 + \alpha^4$$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q(s)}{f(s)p(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{p_1 s^2 + p_0 s}$$

$$a(s) + f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$\begin{aligned} (a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \cdot (p_1 s + p_0) \cdot s + b_0 \cdot (q_2 s^2 + q_1 s + q_0) \\ = s^4 + 4s^3\alpha + 6s^2\alpha^2 + 4s\alpha^3 + \alpha^4 \end{aligned}$$

$s^4$ :

$$a_2 p_1 = 1 \rightarrow p_1 = \frac{1}{a_2}$$

$s^3$ :

$$a_2 p_0 + a_1 p_1 = 4\alpha \rightarrow p_0 = \frac{4\alpha - a_1 p_1}{a_2}$$

$s^2$ :

$$a_1 p_0 + a_0 p_1 + q_2 b_0 = 6\alpha^2 \rightarrow q_2 = \frac{6\alpha^2 - a_1 p_0 - a_0 p_1}{b_0}$$

$s$ :

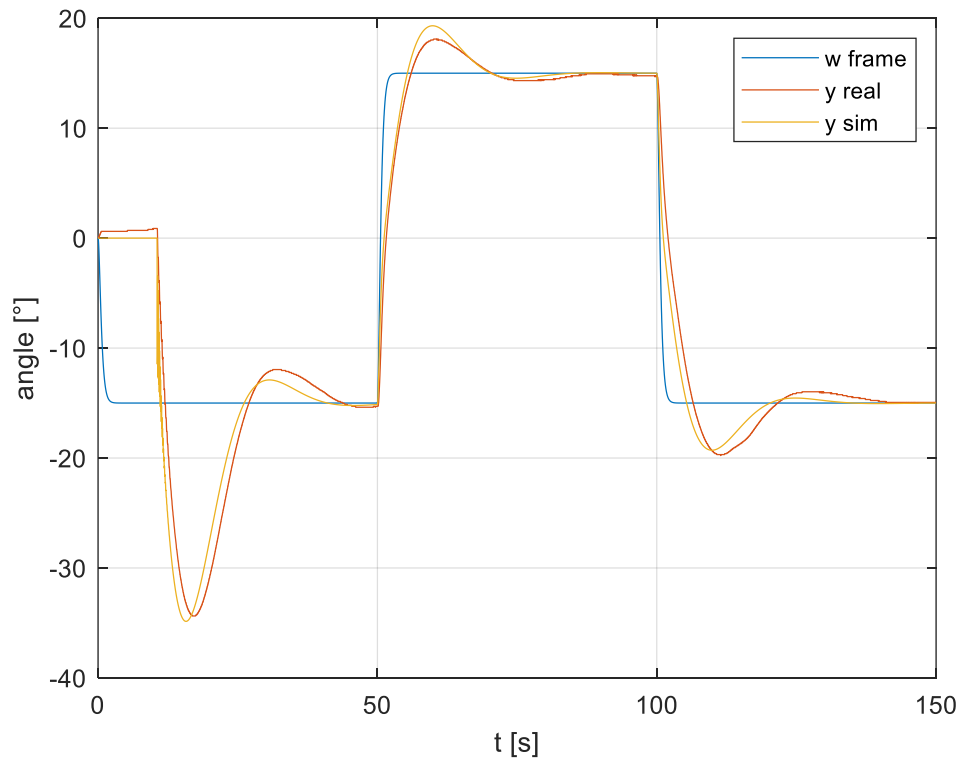
$$a_0 p_0 + q_1 b_0 = 4\alpha^3 \rightarrow q_1 = \frac{4\alpha^3 - a_0 p_0}{b_0}$$

$s^0$ :

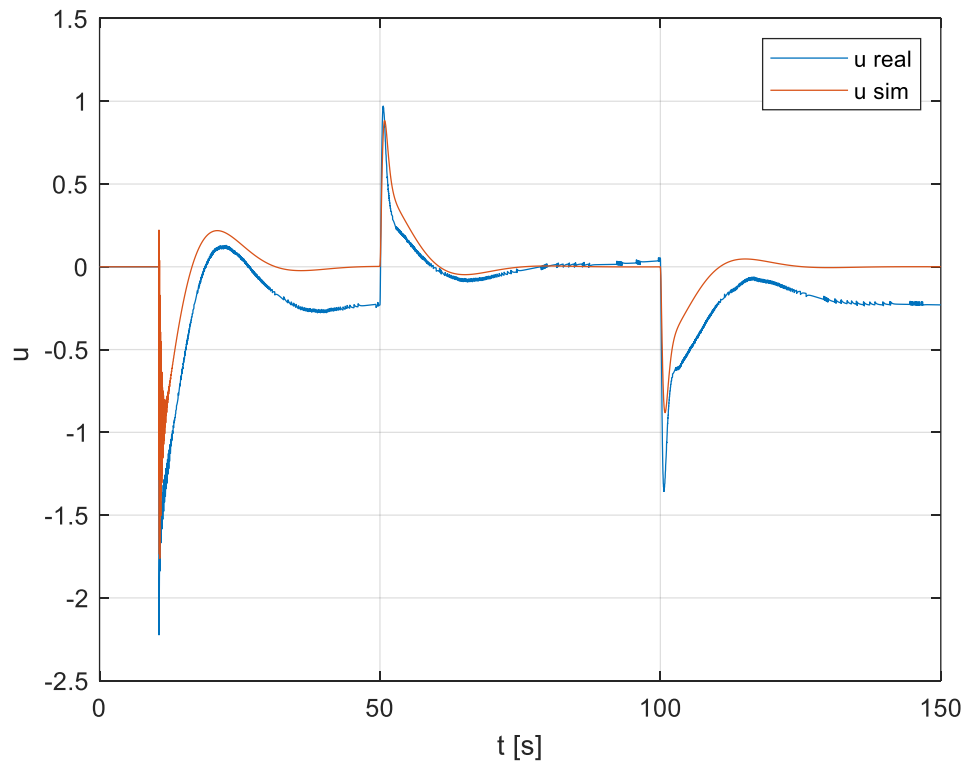
$$q_0 b_0 = \alpha^4 \rightarrow q_0 = \frac{\alpha^4}{b_0}$$

Přenos regulátoru pro  $\alpha = 1$  je:

$$G_R = \frac{2351,2 s^2 + 1810,4s + 429,1}{1097,7s^2 + 4226,2s}$$



Obrázek 49 Porovnání reálného a simulovaného průběhu regulace červeného úhlu



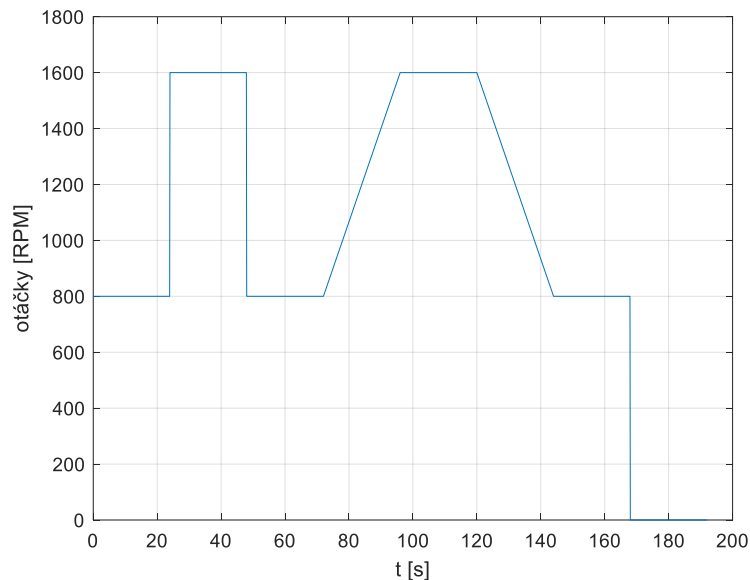
Obrázek 50 Porovnání akčních zásahů reálné a simulované soustavy

Regulace úhlu červeného rámu pomocí momentu v modrém rámu a gyroskopickému efektu se celkem shodovala se simulovaným průběhem (Obrázek 49).

Průběhy akčních zásahů (Obrázek 50) jsou podobné. Rozdíly v akčních zásazích jsou však způsobeny nevyvážeností červeného rámu reálné soustavy.

## 9 NÁVHR LABORATORNÍ ÚLOHY

1. Aretujte všechny rámy pomocí šroubů a změřte přechodové charakteristiky disku pro akční zásahy v rozmezí 0.1-1.
2. Z naměřených přechodových charakteristik si vyberte jednu. Pro vybranou charakteristiku proveďte identifikaci soustavy v rozmezí otáček 0-2000 RMP.
3. Pro identifikovanou soustavu disku navrhnete regulátor a ověřte schopnost regulace na reálné soustavě. Proveďte dvě měření jedno pro menší otáčky, kde maximální žádaná hodnota nepřesáhne 1200 RPM a pro větší otáčky kde maximální hodnota nepřekročí 2000 RPM. Průběh žádané hodnoty by měl vypadat jako vzor (Obrázek 51). Časy a velikost skoků se mohou lišit.



Obrázek 51 Vzorek žádané hodnoty

4. Vyšroubujte aretační šroub modrého rámu. Na jeho vstup pošlete jednotkový akční zásah a sledujte změnu úhlu. Měření by mělo trvat cca 6 sekund. Pro naměřenou charakteristiku proveďte identifikaci. Po identifikaci navrhnete regulátor a vyzkoušejte regulaci skokových změn žádaného úhlu na reálné soustavě. Po ověření regulace jej opět zafixujte.
5. Uvolněte červený rám a obdobně jakou u modrého rámu proveďte identifikaci a navrhnete regulátor. Ověřte regulaci na reálné soustavě a opět jej zafixujte.
6. Stejně postupujte u šedého rámu.



7. Vyšroubujte aretační šrouby a vyzkoušejte regulaci disku pro stejný průběh jako ve 3. úkolu pro menší otáčky. Následně průběhy srovnejte a případné rozdíly komentujte.
8. Nastavte žádanou hodnotu modrého a červeného rámu nastavte na  $45^\circ$  a začněte roztáčet disk na žádanou hodnotu (např 700 RPM). Po roztočení disku by mělo dojít k odpojení regulátorů modrého a červeného rámu a měl by se začít otáčet šedý disk. Pozorujte osu otáčení disku, která by se neměla výrazně měnit. Vyhodnoťte, jak se mění osa otáčení disku vůči černé konstrukci.

## ZÁVĚR

V první části práce byl vysvětlen princip fungování různých druhů gyroskopů. Od CMG (Control Moment Gyroscope) přes optické gyroskopy po MEMS (Micro-Electro-Mechanical System).

V dalším kroku byl odvozen kompletní popis pro gyroskop se 3 stupni volnosti. Pomocí symbolické matematiky byly vytvořeny rovnice popisující pohyby jednotlivých rámu a disku. Tento model má stejný princip chování jako reálná soustava. Rozdíl mezi reálnou soustavou a modelem v Simulinku je v modelu tření. V simulinkovém modelu je jistý model tření zahrnut, ale pro přesnější model bude potřeba tento model tření ještě zpřesnit.

Protože rovnice kompletního modelu byly složité, byl převzat zjednodušený popis od výrobce reálné soustavy. Toto zjednodušení bylo provedeno aretací šedého rámu, zanedbáním hmotnosti rámu a určením, že otáčky disku byly konstantní.

V praktické části byly vytvořeny matematické popisy pro jednotlivé rámy a disk. Následně byly navrženy regulátory pro řízení úhlu rámu a řízení otáček disku.

Dále byl vytvořen stavový popis pro zjednodušený model gyroskopu. Pro tento zjednodušený model byl navržen regulátor pro řízení červeného rámu pomocí gyroskopického efektu a momentem vyvolaným v modrého rámu. Řízení náklonu červeného (vnějšího) rámu pomocí modrého (vnitřního) rámu může simulovat řízení náklonu družice.

Jako poslední krok byl proveden návrh zadání úlohy laboratorního cvičení pro studenty magisterského studia. Tato úloha byla rozdělena na 8 bodů.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] FEYNMAN, Richard, Robert B. LEIGHTON a Matthew SANDS. *The Feynman Lectures on Physics: Volume I: Mainly mechanics, radiation, and heat*. 2. United States of America: Basic Books, 2011. ISBN 978-0-465-02562-6.
- [2] BLOEMERS, T. a R. TOTH. *Equations of motion of a control moment gyroscope* [online]. In: . Eindhoven University of Technology, 3.5.2019 [cit. 2022-05-10]. Dostupné z: [https://pure.tue.nl/ws/portalfiles/portal/124686267/Equations\\_of\\_Motion\\_of\\_a\\_Control\\_Moment\\_Gyroscope.pdf](https://pure.tue.nl/ws/portalfiles/portal/124686267/Equations_of_Motion_of_a_Control_Moment_Gyroscope.pdf)
- [3] PRECESE A NUTACE. *EDUPORTÁL* [online]. Plzeň: Techmania Science Center, 2007, 2007 [cit. 2022-05-16]. Dostupné z: <http://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/geofyzika/pohyby-zeme/precese-nutace>
- [4] APKARIAN, Jacob a Amirpasha JAVID. *Laboratory guide: 3 DOF Gyroscope Experiment for MATLAB / Simulink Users* [online]. 2013, 17 [cit. 2022-05-10]. Dostupné z: <https://www.made-for-science.com/de/quanser/?df=made-for-science-quanser-3-dof-gyroscope-coursewarestud-matlab.pdf>
- [5] VOJÁČEK, Antonín. MEMS - díl 1. - Co to je a jak to vypadá ?. *Vyvoj.hw.cz: profesionální elektronika* [online]. 19.11.2006 [cit. 2022-05-10]. Dostupné z: <https://vyvoj.hw.cz/clanek/2006111901>
- [6] Bao, Min-Hang. (2000). *Micro Mechanical Transducers - Pressure Sensors, Accelerometers and Gyroscopes - 9.3.1 Basic Principles*. (pp. 363). Elsevier. Retrieved from <https://app.knovel.com/hotlink/pdf/id:kt004W0FU5/micro-mechanical-transducers/vibratory-gyroscopes-basic-principles>
- [7] Piezoelektrické jevy: Základy piezoelektrických jevů a jejich aplikace v moderních technologiích. *České Vysoké Učení Technické Fakulta Strojní Ústav Fyziky* [online]. Technická 4, 166 07 Praha 6 - Dejvice, Česká Republika, 2012 [cit. 2021-03-25]. Dostupné z: [http://fyzika.fs.cvut.cz/subjects/fzmt/lectures/FZMT\\_11.pdf](http://fyzika.fs.cvut.cz/subjects/fzmt/lectures/FZMT_11.pdf)
- [8] Optický vláknový gyroskop. *Senzory* [online]. Praha: Katedra měření na Fakultě elektrotechnické na ČVUT v Praze, 2012 [cit. 2021-03-25]. Dostupné z: <http://senzory.aspone.cz/ovg.htm>

- [9] Integrated Hall ICs for Linear and Off-Axis Rotary Motion Detection. In: *Spezial Electronic* [online]. Austria: austriamicrosystems, 2008 [cit. 2021-03-25]. Dostupné z: [http://www.spezial.cz/pdf/AS5304\\_06\\_Datasheet%20Rev1\\_4\\_110808.pdf](http://www.spezial.cz/pdf/AS5304_06_Datasheet%20Rev1_4_110808.pdf)
- [10] *A single-mass self-resonating closed-loop capacitive MEMS accelerometer* [online]. 1. Orlando, Florida, USA: IEEE, 2017 [cit. 2021-03-25]. ISBN 978-1-4799-8287-5. Dostupné z: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=7808711>
- [11] DE SILVA, Clarence W., Farbod KHOSHNOUD, Maoqing LI a Saman K. HALGAMUGE. *Mechatronics: Fundamentals and Applications* [online]. 1. Boca Raton: CRC Press, 2015, s. 65-70 [cit. 2021-03-25]. ISBN 9780429188619. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/283085046\\_Sensors\\_and\\_Signal\\_Processing\\_-\\_Draft\\_version\\_unedited\\_and\\_before\\_final\\_revision\\_of\\_Chapter\\_5\\_of\\_the\\_book\\_Mechatronics\\_Fundamentals\\_and\\_Applications](https://www.researchgate.net/publication/283085046_Sensors_and_Signal_Processing_-_Draft_version_unedited_and_before_final_revision_of_Chapter_5_of_the_book_Mechatronics_Fundamentals_and_Applications)
- [12] Vše o Teleskopu Jamese Webba (2 díl). *Kosmonautix.cz* [online]. 24.1.2022 [cit. 2022-04-26]. Dostupné z: Vše o Teleskopu Jamese Webba (2 díl)
- [13] How does the ISS keep its orientation?. *Quora* [online]. 18.4.2017 [cit. 2022-04-26]. Dostupné z: <https://www.quora.com/How-does-the-ISS-keep-its-orientation>
- [14] 3 DOF Gyroscope. In: *Quanser: Innovate - Educate* [online]. Canada, Markham [cit. 2022-04-27]. Dostupné z: [https://www.quanser.com/wp-content/uploads/2017/03/3-DOF-GYRO\\_v1\\_Graphic-735x1024.jpg](https://www.quanser.com/wp-content/uploads/2017/03/3-DOF-GYRO_v1_Graphic-735x1024.jpg)
- [15] AMPAQ-L4 Amplifier. In: *Quanser: Innovate - Educate* [online]. Canada, Markham [cit. 2022-04-27]. Dostupné z: [https://www.quanser.com/wp-content/uploads/2017/03/AMPAQ-L4\\_Jan2013-2416\\_Graphic-768x466.jpg](https://www.quanser.com/wp-content/uploads/2017/03/AMPAQ-L4_Jan2013-2416_Graphic-768x466.jpg)
- [16] Q8-USB Data Acquisition Device. In: *Quanser: Innovate - Educate* [online]. Canada, Markham [cit. 2022-04-27]. Dostupné z: <https://www.quanser.com/wp-content/uploads/2017/04/Q8-USB-768x511.png>
- [17] NAVRÁTIL, Pavel. *Automatizace: Vybrané statě* [online]. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, 2011 [cit. 2022-05-11]. ISBN 978-80-7318-935-8. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10563/18581>
- [18] DOSTÁL, Petr a Radek MATUŠŮ. *Stavová a algebraická teorie řízení* [online]. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, 2010 [cit.

- 2022-05-05]. ISBN 978-80-7318-991-4. Dostupné z: [https://digilib.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/18580/Skripta\\_SATR.pdf?sequence=1&isAllowed=n](https://digilib.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/18580/Skripta_SATR.pdf?sequence=1&isAllowed=n)
- [19] BOBÁL, Vladimír. *Identifikace systémů*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2009. ISBN 978-80-7318-888-7.
- [20] HRUŠKA, František. *Technické prostředky integrované automatizace*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, 2017. ISBN 978-80-7454-700-3.
- [21] SCHWEBER, Bill. The principle of the optical encoder. In: *ANALOG IC TiPS: An EE World Resource* [online]. 2022, 13.2.2018 [cit. 2022-05-18]. Dostupné z: [http://www.analogictips.com/wp-content/uploads/2018/02/WHTH\\_FAQ\\_Analog\\_rotary-encoder\\_Pt1\\_Fig1.jpg](http://www.analogictips.com/wp-content/uploads/2018/02/WHTH_FAQ_Analog_rotary-encoder_Pt1_Fig1.jpg)
- [22] Precese - pokračování. *FyzWeb* [online]. Praha: MFF UK v Praze, Katedra didaktiky fyziky [cit. 2022-05-18]. Dostupné z: [http://fyzweb.cz/materialy/srazky\\_a\\_rotace/k35.php](http://fyzweb.cz/materialy/srazky_a_rotace/k35.php)

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

MEMS	Micro-Electro-Mechanical System
3 DOF	3 Degrees Of Freedom.
CMG	Control Moment Gyroscope
RPM	Revolution Per Minute
$L [kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}]$	moment hybnosti
$\vec{r}$	Polohový vektor hmotného bodu
$\vec{p}$	Vektor hybnosti
$I [kg \cdot m^2]$	Matice setrvačnosti
$\vec{\omega} [rad \cdot s^{-1}]$	Úhlová rychlost otáčení
$\tau [N \cdot m]$	Točivý moment síly
$\Delta\theta$	Změna úhlu osy
$\vec{F}_c [N]$	Coriolisova síla
$m [kg]$	Hmotnost tělesa
$\vec{v} [m \cdot s^{-1}]$	Rychlost pohybu hmoty
$x [m]$	Posun hmoty v ose $x$
$A_d [m]$	Amplituda řízené vibrace
$\omega_d [Hz]$	Frekvence kmitání hmoty v ose $x$
$\Omega [rad \cdot s^{-1}]$	Úhlová rychlost rotace gyroskopu
$c_y$	Tření v ose $y$
$k_y [N \cdot m^{-1}]$	Tuhost pružiny v ose $y$

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obrázek 1 Gyroskop [1] .....	11
Obrázek 2 Sagnacův interferometr [8].....	12
Obrázek 3 jednoduchý model vibračního gyroskopu [6].....	15
Obrázek 4 schématické zobrazení kapacitního akcelerometru [10] .....	17
Obrázek 5 piezoelektrický akcelerometr [11].....	18
Obrázek 6 magnetický rotační enkodér s Hallovými sondami [9] .....	19
Obrázek 7 Princip rotačního optického enkodéru [21].....	20
Obrázek 8 Geometrický popis nastavení 3 DOF gyroskopu [2].....	21
Obrázek 9 Reálný model 3DOF gyroskopu [14] .....	29
Obrázek 10 Zobrazení výchozí pozice a naznačení kladného směru otáčení.....	30
Obrázek 11 Lineární proudový zesilovač AMPAQ-L4 [15] .....	31
Obrázek 12 Q8-USB zařízení pro sběr dat [16].....	31
Obrázek 13 Nastavení rozhraní pro Q8-USB .....	32
Obrázek 14 Sestavení modelu.....	32
Obrázek 15 Připojení k řídicí elektronice modelu .....	33
Obrázek 16 Maska bloku pro ovládání modelu .....	34
Obrázek 17 Vstupní část ovládacího bloku modelu .....	34
Obrázek 18 Výstupní část ovládacího bloku modelu .....	35
Obrázek 19 Průběh otáček disku pro různé akční zásahy.....	36
Obrázek 20 Aproximace přechodové charakteristiky pro modrý rám.....	37
Obrázek 21 Přechodová charakteristika pro červený rám .....	38
Obrázek 22 Aproximace přechodové charakteristiky pro stříbrný rám.....	39
Obrázek 23 Ukázka S funkce v prostředí MATLAB .....	40
Obrázek 24 Model gyroskopu v prostředí MATLAB / Simulink.....	40
Obrázek 25 Editace vlastností modelu v prostředí MATLAB / Simulink.....	41
Obrázek 26 Porovnání průběhů regulačního pochodu disku .....	43
Obrázek 27 Detail průběhu regulačního pochodu pro disk .....	43
Obrázek 28 Porovnání akčních zásahů pro regulaci disku .....	44
Obrázek 29 Detail porovnání akčních zásahů pro regulaci disku.....	44
Obrázek 30 1DOF konfigurace systému řízení [18].....	45
Obrázek 31 Porovnání průběhu regulačního pochodu pro řízení natočení modrého rámu.....	48

Obrázek 32 Porovnání průběhu akčních zásahů pro řízení natočení modrého rámu..	49
Obrázek 33 Přiblížení akčních zásahů pro řízení natočení modrého rámu.....	49
Obrázek 34 Porovnání regulačního pochodu pro řízení natočení červeného rámu ....	50
Obrázek 35 Porovnání průběhu akčních zásahů pro řízení natočení červeného rámu .....	51
Obrázek 36 Přiblížení akčních zásahů pro řízení natočení červeného rámu .....	51
Obrázek 37 Porovnání průběhu regulačního pochodu pro řízení natočení šedého rámu .....	52
Obrázek 38 Porovnání průběhu regulačního pochodu pro řízení natočení šedého rámu .....	53
Obrázek 39 Přiblížení akčních zásahů pro řízení natočení šedého rámu.....	53
Obrázek 40 Regulace úhlů rámu ovlivňujících se navzájem bez roztočeného disku .	54
Obrázek 41 Akční zásahy rámu ovlivňujících se navzájem bez roztočeného disku ..	55
Obrázek 42 Přiblížení akčních zásahů rámu ovlivňujících se navzájem bez roztočeného disku .....	55
Obrázek 43 Regulace úhlů rámu ovlivňujících se navzájem s roztočeným diskem...	56
Obrázek 44 Akční zásahy pro rámy ovlivňující se navzájem s roztočeným diskem..	57
Obrázek 45 Přiblížení akčních zásahů pro rámy ovlivňujících se navzájem s roztočeným diskem .....	57
Obrázek 46 Průběh otáček disku při regulaci rámu .....	58
Obrázek 47 Průběh akčního zásahu pro regulaci otáček disku při regulaci úhlů rámu .....	59
Obrázek 48 Detail průběhu akčního zásahu pro regulaci otáček disku při regulaci úhlů rámu.....	59
Obrázek 49 Porovnání reálného a simulovaného průběhu regulace červeného úhlu .	61
Obrázek 50 Porovnání akčních zásahů reálné a simulované soustavy .....	62
Obrázek 51 Vzor žádané hodnoty .....	63



## SEZNAM PŘÍLOH

P I            Adresářová struktura CD

## PŘÍLOHA P I: ADRESÁŘOVÁ STRUKTURA CD

V adresáři Identifikace jsou soubory pro měření na reálné soustavě (Matlab\_mereni\_identifikace) a soubory pro aproximaci naměřených dat (Aproximace\_namerenych\_dat). Součástí této složky je i složka s naměřenými daty.

Adresář Model\_kompletni\_simulace obsahuje soubor pro S funkci (gyro\_function.m), který využívá simulinkový model Model\_gyra\_S\_funkce.slx

Adresář Odvozeni\_kompletniho\_popisu obsahuje soubor Odvozeni\_rovnic.m ve kterém je pomocí symbolické matematiky odvozeny rovnice pro gyroskop.

V adresáři Regulace\_ramy\_a\_disk obsahuje naměřené data, simulinkový model zjednodušeného popisu gyroskopu a soubor pro porovnání naměřených a simulovaných dat.

V adresáři Regulace\_zvlast\_pro\_jednotlive\_ramy jsou složka pro měření na reálné soustavě a složka pro simulaci. Ve složce měření je soubor init.m, kde jsou nastaveny parametry pro měření pomocí simulinkového modelu model\_5.slx

V podadresáři Simulace\_a\_porovnaní\_sim\_vs\_real je adresář s naměřenými daty a soubory pro simulaci a následné porovnání dat simulovaného modelu a dat z měření na reálné soustavě.

